

que caracteriza á las zonas extensas, viene á servir para la educación del futuro ciudadano, que más tarde industrial, comerciante ó político razonará sobre el suelo que le vió nacer, completándose el justo juicio de Littré que enunciamos al principio: conocer las diferentes partes del país, fijar las situaciones recíprocas y dar la descripción.

Hasta este momento, como el lector habrá observado, no hemos hablado del libro de texto, propiamente dicho, y no porque lo creamos inútil, sino por la profunda convicción de que poniendo un texto en las manos del educando, se avanza rápidamente á la rutina. Sin embargo, como al construir las cartas en el estudio de la Geografía Política, hay gran número de detalles que no puede tener presentes el maestro, se impone el libro utilizado con prudencia. Entre los textos conocidos—y que pueden emplearse como de consulta para los niños, bajo los consejos del maestro, sin que se convierta éste en un tomador de lecciones, ni aquéllos en repetidores de listas de nombres—figura en primer lugar el texto escrito por don Eduardo Noriega, por sus ventajas pedagógicas.

Al bosquejar el presente método, invito sinceramente á mis colegas de la República á que lo experimenten, confiado en la creencia que abrigo, de que todos juntos, trabajando por el bien social, guardarán en el fondo de su alma el anhelo latente y cariñoso: ¡Pro Patria!

## CAPITULO VII.

### GEOMETRIA.

- { Preceptos dominantes: De lo empírico á lo racional, de lo concreto á lo abstracto.  
 { Marcha dominante: Sintética.  
 { Forma dominante: Eurística.  
 Resumen.—Opiniones.—1. Op. de Mr. Leyssenne.—2. Op. de Wickersham.—3. Op. de Fitch.—4. Op. de Alcántara y García y de Achille.  
 5.—Juicio y programa. { Pestalozzi, Juan Federico Herbart  
 { y Spencer.  
 6.—Relaciones lineales a/ línea recta—b/ línea recta sobre un plano vertical—triángulo rectángulo—c/ recta en combinación de medidas estéticas—d/ línea curva.  
 7.—Las superficies a/ triángulo equilátero b y c/ triángulo isósceles—d/—polígonos irregulares.  
 8.—Los volúmenes.

### OPINIONES.

1. Entre las materias de enseñanza que forman el programa de la escuela moderna, quizá no hay otra como la Geometría, que se aplique de un modo tan uniforme, aunque en la teoría se reconozca implícitamente, que se debe cambiar el rumbo porque su objeto es más importante de lo que á primera vista parece.

Si recorremos las legislaciones escolares de los países más adelantados, veremos claramente esa uniformidad practicada y del mismo modo, si consultamos las diversas tendencias según las cuales debe iniciarse la reforma, pero en la práctica existe muy poco realizado.

“¿En qué extensión y de qué manera debe ser enseñada la Geometría en la Escuela primaria y en la escuela normal?” Dice Mr. Leyssenne, y en el curso de

sus razonamientos refiriéndose á la escuela primaria se responde. “Los conocimientos que el alumno busca en la escuela deben tener para él, ventajas inmediatas.” Parece, por lo mismo, que en principio, es un *fin material* y práctico lo que pide el autor; pero después al hablar de la escuela primaria superior agrega: “Pensamos aquí que la Geometría debe recobrar todos sus derechos, y que ante todo, debe ser una escuela de lógica y buen sentido.” (fin formal). El autor citado, no resuelve más que parte del objeto en principio.

2. La opinión del profesor norte-americano Wickersham es la siguiente: “La etimología de la palabra *geometría* nos conduciría á suponer que significa *medición de la tierra*, y no hay duda de que tal fué su significado corriente en los tiempos antiguos, porque las necesidades de la vida obligaron al hombre á procurarse medios de hacer mediciones, mucho antes de que pudiera comprender verdades abstractas como las que constituyen dicha ciencia, y menos aún, reducirlas á sistema”—“La Geometría, como ahora se entiende, es la ciencia de la extensión.” “Su idea fundamental es la del espacio” (fin material).

3. F. G. Fitch, de la universidad de Cambridge, se expresa así: “Hay otro ramo de las Matemáticas que ha tenido cabida en las escuelas, que se asemeja á la Aritmética por ser un arte de útiles aplicaciones prácticas y por suministrar ejercicios de pura disciplina intelectual. Desde los tiempos de Platón y Arquímedes, se ha reconocido el valor de la Geometría demostrada, desde el último punto de vista; pero creo que en cuanto á su utilidad práctica, la Geometría debe ser más considerada de lo que ha sido hasta ahora, tanto en la primera enseñanza elemental, como en la superior. A todo niño debiera enseñársele á manejar la regla y el compás, el cuadrante y la escala de par-

tes iguales; á dibujar sencillas figuras geométricas y á dar explicación de ellas; á medir los ángulos y las rectas y á construir figuras planas ordinarias.” (fines material y formal en parte).

4. Alcántara y García piensa que “La Geometría debe enseñarse en las escuelas, despojándola de toda pretensión científica y reduciéndola á lo más necesario, en vista de las aplicaciones más comunes y sencillas que de ella pueden hacerse al dibujo, al sistema métrico, á la Agrimensura, á la Topografía y á las artes é industrias” (fin material). Por otra parte, el conocido metodologista Achille indica que: “su *utilidad educativa* se confunde con la enseñanza intuitiva del dibujo, del trabajo manual y de la Aritmética, especialidades en las que la conexión con la Geometría usual es muy estrecha, por no decir necesaria.” (fin formal en parte).

5. JUICIO Y PROGRAMA.—Los pedagogistas citados ponen de manifiesto la diversidad de los criterios que sobre la materia se tienen. La mayoría persigue un fin material; algunos defienden el *principio utilitario* puro y pocos se inclinan al carácter verdaderamente educativo que debe tener, es decir, la Geometría vista en su fin material y formal, como utilitaria inmediata y como educadora de la inteligencia y de algunos sentimientos. Las legislaciones actuales inspiradas en las ideas platonianas no se ocupan sino de *imitar* la demostración racional, y los escritores, apartados del *camino natural* vagan como los hombres de Platón en la caverna de los espectros.

El gran maestro de la intuición, Enrique Pestalozzi, protestaba enérgicamente contra las falsas aplicaciones de la Geometría, expresándose así en uno de sus geniales arranques: “No se me diga que esto es un sueño. Yo he dirigido niños según estos principios, y mi teoría no es otra cosa para mí sino el resultado de mi

experiencia decisiva sobre este punto. Que vengan y que lo vean. Mis niños están aún, es verdad, en los principios de esta enseñanza; pero esos principios son tan decisivos que se necesita, en efecto, una especie particular de hombres para que no lleguen pronto á convencerse. Y esto nada tiene de extraordinario." El testimonio más hermoso de la *Geometría educativa* de que nos habla Pestalozzi con tanto entusiasmo, lo encuentro en Juan Federico Herbart, uno de los fundadores de la Pedagogía Científica y que visitó á Pestalozzi en la escuela de Burgdorf, cuando dice: "Todavía hoy, cuando trazo figuras de Geometría en el pizarrón, deploro que mi mano no pueda dibujar rectas tan firmes, perpendiculares tan exactas y círculos tan correctos, como lo hacían esos niños de seis años."

El criterio pestalozziano puede resumirse en estas palabras: LA MEDIDA PARA EL ARTE, y siendo la medida la base de una educación formal, no solamente toca los fines de la enseñanza en sus tres aspectos, sino que envuelve ahí la *educación utilitaria*. Caso singular. En la discusión metodológica universal de esta materia, desde los primeros albores del siglo XIX hasta sus postrimerías, pasamos sobre un inmenso puente, cuyas columnas principales se llaman: Pestalozzi y Herbert Spencer. Ellos han definido con más precisión que nadie, (\*) toda la importancia que tiene el *arte de la medida*. El primero, con el A. B. C. de su "intuición," y el segundo, con la exactitud y solidez que caracterizó siempre al filósofo práctico. En principio, trazaron la *marcha* y la *forma* de la enseñanza, y aun se puede afirmar, que alegóricamente, palpita el *espíritu* ó *tono*

(\*) A los latino-americanos no nos han llegado las doctrinas metodológicas del ilustre Kehr, pedagogo alemán que escribió sobre la materia.

en cada una de las páginas que escribieron. He aquí una prueba: "Una asignatura, dice Spencer, que enseñada como se hace comunmente, es árida y hasta repugnante; siguiendo el método indicado por la naturaleza, puede hacerse en extremo interesante y provechosa. Decimos esto, porque sus efectos no se limitan á la adquisición de verdades geométricas, sino que suelen ocasionar grandes cambios en el estado de la mente. Con frecuencia ha ocurrido, que los niños atontados por los ejercicios escolares ordinarios, por las fórmulas abstractas, por las pesadas tareas y por el sistema de querer introducir los conocimientos por fuerza, sus facultades intelectuales han reaparecido de repente al dejar de ser recipientes pasivos y convertirse en descubridores activos. Al ceder ante un poco de simpatía el desaliento causado por una mala enseñanza, al reanimarse la perseverancia suficiente para obtener el éxito favorable, sobreviene una revolución de sentimientos, que afecta á toda su naturaleza. Ya no se creen incompetentes, sino que se consideran capaces de hacer algo; y así gradualmente de triunfo en triunfo, desechan la desconfianza abrumadora y afrontan las dificultades de sus otros estudios con un valor que les asegura la victoria."

Al aplicar los principios en el presente ensayo, según lo expresado ya, seguiremos los ideales pestalozzianos con el pequeño programa.

V año	med. lineal.	{	a/—Línea recta sobre un plano horizontal.	{	1. Mediciones en la clase.	
			b/—Línea recta sobre un plano vertical.		2. Mediciones en el terreno.	
		{	c/—Línea recta.	{	Combinaciones estéticas.	
			d/—Línea curva.		1. Circunferencia. 2. Elipse.	

VI año	med. superficial y de volúmenes.	a/—El triángulo equilátero.
		b/—El triángulo isósceles.
		c/—Superficie del círculo.
		d/—Superficie de polígonos irregulares (levantamiento de planos.)
		e/—Cálculo de volúmenes.

6. RELACIONES LINEALES.—a/ *La línea recta.*—La enseñanza de la Geometría se aplica universalmente según el principio “ir de lo empírico á lo racional” y supuesto que nuestro objeto es el desarrollo de la mente y la provocación á las nociones de belleza según este precepto, debemos trazarnos un programa que corresponda al fin que se persigue.

El alumno debe estar provisto, cuando menos, de un doble decímetro, escuadra, transportador y compás. La serie de ejercicios iniciados en el papel, deben tener sus correspondientes en el terreno. Ya en Aritmética hemos visto la importancia de las líneas proporcionales y la aplicación de sencillos teoremas, cuya demostración empírica sobre el terreno, es decir, la comprobación material, influye en el ánimo del educando poderosamente.

En la mensura de la línea recta, lo mismo que en todos los ejercicios subsecuentes, procure el profesor referirse á las unidades conocidas del sistema métrico con el objeto de que los alumnos se familiaricen con estas medidas, á fuerza de calcular con ellas; pues la experiencia me indica que en estos casos, es perjudicial toda suposición en el cálculo, y vicia el espíritu de la enseñanza. Si el profesor, al dirigir una lección, v. gr., traza en el pizarrón cualquiera figura, debe referirla al metro ó al decímetro, según la magnitud, y nunca valerse de suposiciones como generalmente se hace.

El alumno á su vez, trabajará en su hoja de papel,

según las magnitudes en decímetros, centímetros ó milímetros.

En la imposibilidad de desenvolver todo un programa de *educación geométrica*, porque esto corresponde al ingenio particularísimo del maestro, damos á continuación algunos ejercicios que conforman nuestro método.

Como hemos dicho: lo importante es medir. Los procedimientos para trazar una *perpendicular* en cualquier punto de una recta, una paralela á cierta línea dada, son accesorios, y se enseñarán según los casos particulares y *cuando los niños interroguen por necesidad*.

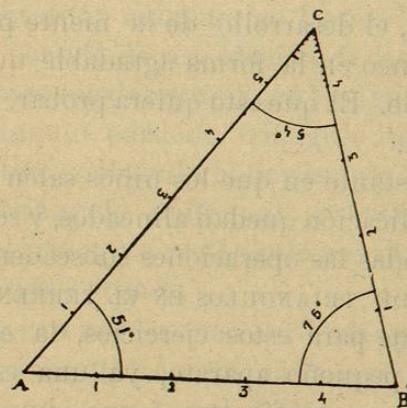


Fig. 1.

Comenzaré por una base A B, (fig. 1) de 0'5<sup>mts.</sup> en el pizarrón. El alumno traza á su vez una magnitud de 5 centímetros en el papel, y se le hace observar que la relación de las bases es como 1 : 10. En seguida, se toma el transportador y se mide en A, 51° por ejemplo y en B, 75°. Determinados los puntos con el transportador en el pizarrón, los alumnos ejecutan el ejercicio en su papel; se les ordena trazar dos líneas desde los extremos de la base hasta que se encuentra, y se habrá formado entonces el triángulo A, B, C.

Determinada la figura, el maestro *guiará el conocimiento socrático* con el arte que su fuerza mental se lo permita. Los alumnos deben llegar á las conclusiones:

1ª La medida de la base, en el papel y en el pizarrón, sirve para calcular los lados del triángulo.

2ª La suma de los tres ángulos del triángulo, es igual á  $180^\circ$

Después de cuatro ó seis ejercicios en el papel, con diferentes triángulos, es decir, cuando el educando se formule el concepto de que un triángulo cualquiera queda determinado si se conoce una base y dos ángulos adyacentes, se pasará al terreno. (\*)

En el terreno es donde comienza la verdadera educación formal, el desarrollo de la mente por el estímulo espontáneo en la forma agradable que se nota en el educando. El que esto quiera probar, que lo ponga en práctica.

Desde el instante en que los niños salen de la clase, á la menor indicación quedan alineados, y se fijan atentamente en todas las operaciones subsecuentes.

MEDICIÓN DE TRIÁNGULOS EN EL TERRENO.—Es indispensable que para estos ejercicios, la escuela esté dotada de un pequeño aparato, ya una escuadra de agrimensor, ya un grafómetro ó una simple brújula, que el alumno sepa manejar para que continúe aficionándose al número, afición provocada en la clase de Aritmética, y que debe tomar fuerza en la Geometría, que le será de numerosas aplicaciones en la vida práctica.

Alineada una base sobre el terreno, se tomarán sus dos ángulos en relación con un punto fijo á la distancia. (En este ejercicio, es importante que ya el edu-

(\*) Obsérvese que escojo de preferencia triángulos de lados desiguales porque éstos son los más frecuentes en la *vida práctica*.

cando vea la aproximación del instrumento que se usa midiendo el tercer ángulo).

Cuando la base y los ángulos están ya calculados, el profesor vuelve á la clase y los niños reducen la figura á una escala dada. Al construir el triángulo, la unidad tomada para la base se llevará para los lados del triángulo y su medida corresponderá necesariamente en números proporcionales á la medida del triángulo en el terreno. Después de tal ejercicio, la comprobación sobre el terreno, enseña además de la verdad que se busca, los procedimientos para llegar á ella.

Después de una serie de lecciones con la línea recta en los triángulos de lados desiguales, cuando estos mismos ejercicios están anotados en los cuadernos diarios, el profesor, por vía de recordación de las lecciones de años anteriores, puede resumir con las figuras correspondientes: triángulo escaleno, triángulo isósceles, triángulo equilátero, triángulo oblicuángulo, triángulo obtusángulo, triángulo acutángulo y triángulo rectángulo. (En el triángulo rectángulo escribanse los nombres *hipotenusa y catetos*.)

b/ TRIÁNGULO RECTÁNGULO.—El triángulo rectángulo merece un capítulo aparte, en la marcha de la enseñanza, un capítulo que sirva á la vez que de recordación aritmética (porque considero esta figura de á quella ciencia), nos dé el material suficiente para los ejercicios lineales que siguen.

Hasta aquí hemos hablado solamente del triángulo sobre un plano horizontal; pero en virtud de que las medidas reales no se presentan simplemente sobre esta especie de planos, sino que en la mayoría de los casos sobre planos verticales, conviene iniciar á los alumnos en su medición aproximativa. En Aritmética, nos sirvió esta figura para que fijen esta idea de propor-

alidad y hoy nos sirve esta misma figura para ampliar nuestros conocimientos.

Si se sabe el ángulo en A (fig. 2) y el cateto A. B. nos es difícil concebir que existe un triángulo A. B. C. del cual conocemos dos ángulos y un cateto. Por consiguiente podemos con el doble decímetro en el papel

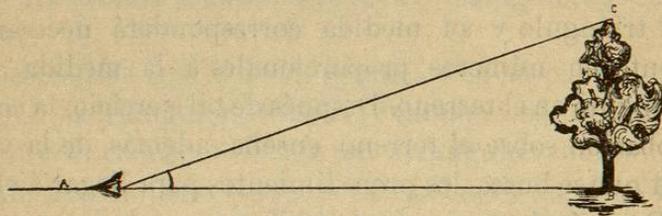


Fig. 2.

dar el valor aproximativo de la hipotenusa y del otro cateto, que en el caso presente se refiere á un árbol, así como puede aplicarse á una torre, á un poste, etc. (Recúrrase también al procedimiento Aritmético).

El triángulo rectángulo es más interesante de lo que á primera vista parece. Muerto el interés sobre el género de mediciones apuntado, se reaviva como los restos del fuego cuando con precaución se atizan. Difícil será encontrar una población sin ligeras pendientes en sus alrededores.

El maestro organiza una serie de excursiones según su juicio. En la primera supongo un ejercicio eminentemente empírico.

He aquí el material: (\*) Uno de los educandos más formales y un bastón con escuadra en uno de sus extremos y á la altura del ojo. Del extremo del bastón donde está el ángulo recto de la escuadra, pendiente una ligera plomada. Además, llévase un decámetro y una bandera roja.

Con estos elementos ya se organiza una sección. Lle-

(\*) Para que la lección resulte más amena, se pueden organizar dos ó tres secciones.

gados los niños al terreno, se manda un joven con la bandera roja á la parte más alta de la pendiente, punto objetivo de nuestra medición; se alinean otros niños á distancias más ó menos iguales, de modo que queden sobre la recta de los dos puntos que se escogieron. Los niños restantes llevan en sus cuadernos casilleros para anotar las estaciones 1ª, 2ª, 3ª, etc. El alumno del bastón se coloca en el punto de partida y dirigiendo la visual con su bastón sobre la línea de alumnos estacionados, observa que su bastón esté más ó menos sobre la vertical y del grupo de niños, uno irá en la misma dirección hasta que le vea los pies con la horizontal de la escuadra; encontrados estos dos puntos, los niños medirán su distancia para anotarla en la 1ª estación y así en adelante hasta llegar á la bandera. Con estos elementos, el maestro volverá tranquilo al salón de clase, donde la lección de geometría no tendrá ya el tipo soñoliento que le caracteriza.

El alumno sabrá que ha medido con catetos pequeños (fig. 3) y una serie de hipotenusas, la hipotenusa toda imperfectamente sobre un plano vertical de la pendiente, y cuya diferencia de nivel (uno de los catetos del triángulo total) en la pendiente, la calculará multiplicando la altura del bastón por el número de estaciones. Fíjese el maestro en la figura 3 y medite sobre el sinnúmero de ejercicios educativos á que se presta.

Uno de ellos, como necesario en la medición de las rectas será la reducción de las pendientes sobre el horizonte.

El maestro dibujará cuidadosamente en el pizarrón, una línea horizontal de un metro de longitud, y los niños, proporcionalmente repetirán la línea en cuadernos. Después, usando del transportador, con la abertura de 1º, 2º, 3º, 4º, 5º..... grados, trazará líneas de un metro; pero en cada línea nueva hará la proyección sobre