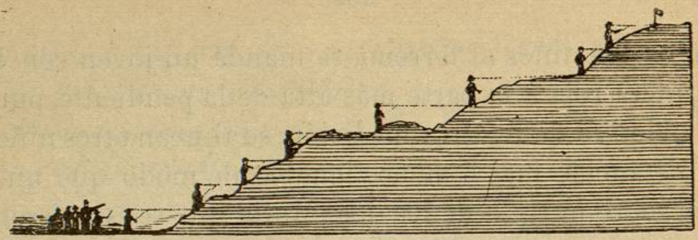

Fig. 3.

la horizontal encontrando que un metro de pendiente á un grado es sensiblemente igual á $0^{mts}999$; á dos grados la misma cantidad, y en adelante la proyección horizontal disminuye á medida que la abertura del ángulo se hace nayor. Es decir, el metro en la pendiente no es otra cosa *que la hipotenusa de un triángulo rectángulo y su proyección un cateto;* pero al mismo tiempo hará observar el maestro que el otro cateto del triángulo rectángulo, es precisamente, LA DIFERENCIA DE NIVEL, y que ésta diferencia es como tanto según la abertura de los ángulos. Hechas estas observaciones, podrán entender las siguientes tablas:

REDUCCIÓN DE DISTANCIAS AL HORIZONTE.

Grados de pendiente.	Proyección de un metro.	Grados de pendiente	Proyección de un metro.	Grados de pendiente.	Proyección de un metro.
1	0.999	16	0.961	31	0.857
2	0.999	17	0.956	32	0.848
3	0.998	18	0.951	33	0.838
4	0.997	19	0.945	34	0.829
5	0.996	20	0.939	35	0.819
6	0.994	21	0.933	36	0.809
7	0.992	22	0.927	37	0.798
8	0.990	23	0.920	38	0.788
9	0.987	24	0.913	39	0.777
10	0.984	25	0.908	40	0.766
11	0.981	26	0.896	41	0.754
12	0.978	27	0.891	42	0.743
13	0.974	28	0.882	43	0.731
14	0.970	29	0.874	44	0.719
15	0.965	30	0.866	45	0.707

DIFERENCIAS DE NIVEL.

Pendiente en grados.	Dif. de niv. por un metro de base	Pendiente en grados.	Dif. de niv. por uun metro de base	Pediente en grados.	Dif. de niv. por un metro de base
1	0.018	16	0.283	31	0.601
2	0.035	17	0.305	32	0.625
3	0.052	18	0.325	33	0.649
4	0.070	19	0.344	34	0.674
5	0.087	20	0.365	35	0.700
6	0.105	21	0.383	36	0.727
7	0.123	22	0.404	37	0.753
8	0.140	23	0.424	38	0.781
9	0.158	24	0.445	39	0.800
10	0.176	25	0.466	40	0.838
11	0.194	26	0.487	41	0.869
12	0.212	27	0.510	42	0.900
13	0.231	28	0.532	43	0.931
14	0.249	29	0.554	44	0.965
15	0.268	30	0.578	45	1.

Los ejercicios de medición vertical por numerosos que sean deben ordenarse en los cuadernos respectivos, con todos los datos necesarios; pues son una preparación para las proyecciones en el levantamiento de planos.

c/ LÍNEA RECTA. COMBINACIONES ESTETICAS.—Las lecciones en el campo tienen un límite; pues no será posible organizar excursiones muchas veces á la semana, y, como por otra parte, el quinto año escolar, que es para el que escribimos, dispone de poco tiempo, y se tiene que atender, como dejamos apuntado, á la educación no solamente desde el punto de vista intelectual, sino estético, aprovecho la línea recta para las clases intermedias, á guisa de ejercicios preparatorios, iniciando á los educandos en el dibujo arquitectónico.

El triángulo de la forma irregular que escogimos para la medida sobre el terreno, á la forma regular y en proporciones que determinen cierta belleza.

Así como en la medida de la línea hemos adoptado las unidades del sistema métrico, adoptamos aquí el semidiámetro de la columna y sus divisiones para los demás ejercicios de la línea recta.

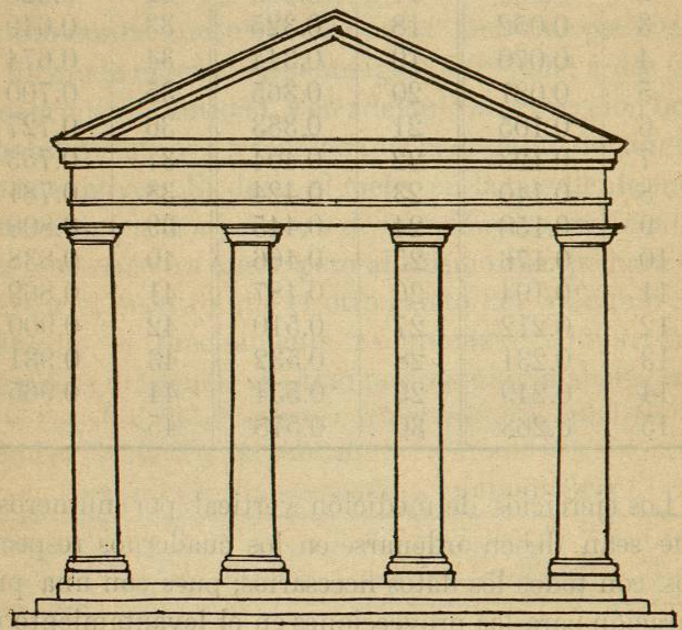

Fig. 4.

No existen cuadros murales á este respecto. Sería de desearse un arreglo elemental. Para los ejercicios de la línea recta no son necesarios por de pronto, más que proyecciones de los órdenes toscano y dórico. El cuadro mural señalará la extensión del *módulo* dividido en 12 partes para estos órdenes, y además, los nombres particulares si se quiere zócalo, descanso, dado ó tronco, talón, regleta ó listel, zócalo de la base, toro, listel ó cintura, descanso, caña, capitel, arquitrabe, friso ó cornisa. Después de breves ejercicios pueden los alumnos v. gr. dibujar un modelo como el que antecede de pórtico toscano, coronado por un frontis.

Los ejercicios de invención tienen aquí gran importancia como lo demostraremos en la línea curva.

d/ La línea curva.

Siguiendo el plan trazado, nos proponemos una educación intelectual y estética. La línea curva representa un gran papel en este orden progresivo. Cuando no hay una preparación conveniente, con frecuencia se observa que el alumno confunde línea circular y supercie circular, y esta confusión proviene del método desordenado que se observa en nuestras escuelas y del procedimiento prematuro que aplican nuestros maestros al enseñar fórmulas y más fórmulas.

Es claro, que la fórmula aprisiona una verdad incontrovertible, que para su determinación no se puede exigir que un niño razone como un Euclides ó presuma como un Galileo. Y esta es la causa por qué el maestro se conforma y cree razonado mostrar una fórmula y hacerla que el alumno se la aprenda de memoria. El resultado no se hace esperar, como el conocimiento no es verdadero, en el sentido de que no es propio del individuo, la retención es fugaz. Y cito aquí, porque á propósito viene, el texto de Platón en el coloquio VII de la República, poniendo en boca de Sócrates: "Las lecciones que por fuerza se meten en el alma, no permanecen allí mucho."

El estudiante de matemática razonada, infiere la razón de la circunferencia al diámetro, concluyendo que la circunferencia es el límite superior de los polígonos regulares inscriptos; pero el niño de la escuela elemental no puede hacer este razonamiento. El educando á esta edad, necesita conocimientos empíricos. Antes de que sepa qué es π, qué es r, que *deduzca* la relación de la circunferencia al diámetro, en objetos cilíndricos, bajo la hábil sugestión del profesor.

El contorno de una columna, la boca de un barril, cilindros de madera, timbres circulares, todo lo disponible en objetos materiales, son causa de multitud de problemas que el maestro gradúa.

Primero la circunferencia, después el diámetro y el radio. Por ejemplo: si de una columna cilíndrica hemos medido su magnitud circular, y si tomando la tercera parte nos da una medida que sobrepasa en una fracción, al diámetro, concluiremos que la circunferencia es 3 veces y una fracción el diámetro y por consiguiente, que el diámetro está contenido 3 veces y una fracción en la circunferencia. Después de algunos ejercicios in natura, transcribiendo proporcionalmente las figuras al papel que será posible que como resumen del capítulo correspondiente se escriba:

circunferencia$=$3 veces el diámetro y una fracción.
circunferencia$= \pi \times D$.
circunferencia$=2\ \pi\ r$.

En el curso de las lecciones ya se habrá mostrado que esta relación *3* y *fracción,* convencionalmente se representa por la letra griega $\pi = 3{\cdot}14$; que $D=2\ r$ y por consiguiente que $\pi \times D = 2 \times \pi \times r = 2\ \pi\ r$.

En la medición de la línea curva, pueden entrar como ejercicios intelectuales las elipses y curvas parabólicas.

ELIPSE.—Después de la circunferencia, la elipse es la curva más empleada en las artes. En los jardines, en las casas, en las bóvedas, se ve la aplicación de esta curva, y justo es que el maestro le consagre una atención cuidadosa en su enseñanza. Como en la circunferencia, las relaciones deben ser aprendidas empíricamente.

Si al principio procedo trazando la elipse sin determinar los ejes ni los focos, sino que tomando al acaso dos puntos sobre una recta que queden constituidos en focos, trazo la curva elíptica formando los radios vecto-

res con un hilo, el alumno repite la figura, sin encontrar más que la hermosura de dicha línea que se aplica en gran número de casos; pero si pasando de este procedimiento demasiado empírico dirijo á mis alumnos con figuras semejantes á la que representa la figura 5, entonces el empirismo da un paso hacia la consideración racional. Con una serie de ejercicios hago observar:

1º Que mientras más grande es el eje mayor los focos se alejan del centro y el eje menor disminuye.

2º Que á medida que aumenta el eje menor, el eje mayor disminuye proporcionalmente y los focos se aproximan al centro.

3º Que si los focos se consideran reunidos en el centro, los dos ejes tendrán que ser iguales, y en consecuencia la figura elíptica se transforma en circunferencia.

El maestro sugerirá la *medida de los semi–ejes* y los niños son bastante perspicaces para buscar las relaciones empíricas, en virtud de los ejercicios hechos en la circunferencia. Para estos trabajos, nunca se deben abandonar las escuadras, compases y doble decímetro. El trabajo empírico es la base de la educación racional. Recuérdese que desde Platón (*) hasta Arquímides, desde Arquímides á Galileo y de Galileo á Torricelli, los más grandes principios físico–matemáticos se deben á la experiencia, á la meditación *con la medida.*

Así, no vacilo, siguiendo mi procedimiento inventivo, cuando los educandos hayan encontrado algunas relaciones hablarles de los proyectiles lanzados á la distancia. De las dificultades que vence la artillería moderna, conociendo las proyecciones horizontales,

(*) +429—347 A. C. El verdadero nombre de este filósofo era Aristocles. A los 20 años lo conoció Sócrates y le llamó Platón á causa de la anchura de su frente y de sus hombros.

para bombardear un fuerte, un edificio ó una ciudad, sin que este fuerte, este edificio ó esta ciudad estén á la vista, sino que naturalmente exista una eminencia ó varias en determinado radio interpuestas entre el observador y el objeto principal. No faltan los hechos históricos.

Trataré las curvas en el aire, indicando que éstas son determinadas por la fuerza de atracción terrestre, y que siendo ésta una fuerza constante, claro es que pueden determinarse las distancias á las que se desea enviar los proyectiles, conociendo la carga y la fuerza de los gases generados por el explosivo, el ángulo y la velocidad inicial, etc.

Ilustrando mis pláticas con figuras, no dudo en el interés de mis oyentes. Y cuando este interés sea evidente, entonces puedo trazar en el pizarrón la siguiente figura:

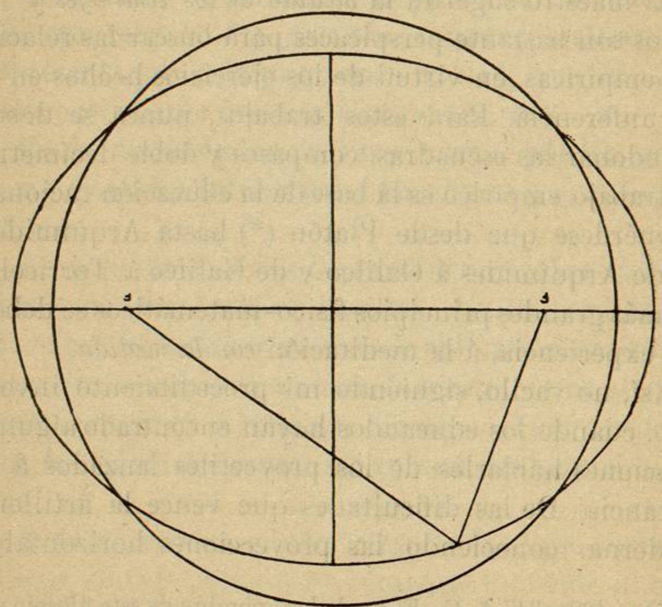

Fig. 5.

7. Las superficies.—vi año.—Así, como para estudiar las relaciones lineales, tomamos de preferencia el triángulo escaleno, por razón de facilidad perceptiva, así al iniciar el estudio de las superficies, tomaremos las figuras regulares por la misma razón.

El punto de partida es el triángulo rectángulo de lados iguales y la primera demostración, la demostración intuitiva de las superficies. No debe aquí olvidar el profesor que para hacer más patente la unidad de superficie que ésta se construya proporcionalmente en el pizarrón y en el papel, y que, además, las unidades de superficie *se colorean* á manera de los tableros de los *juegos de damas*.

Es muy interesante este procedimiento, si se quiere educar la atención y fijar el objeto de los conocimientos en la mente. Cualquiera otra forma vicia la enseñanza y la hace infructuosa completamente.

Después del triángulo rectángulo, vendrá el triángulo equilátero y en seguida el tiángulo isósceles. Si en el triángulo rectángulo se habló del cuadrado de la hipotenusa, igual á la suma de los cuadrados de los catetos, y si de este hecho lo referimos á la Aritmética en la extracción de raíces en unidades cuadradas que corresponden á unidades lineales, asunto que se busca en gran número de casos en el triángulo equilátero y en el que le sigue, enseñaremos los principios que rigen el cálculo de las superficies en estas figuras, pero siempre con la demostración gráfica.

Primero practíquese con un sólo triángulo equilátero demostrando que la superficie se obtiene multiplicando la base por la mitad de la altura; la altura por la mitad de la la base, ó la base por la altura, tomando la mitad (fig. 6.)

base $=$ 0'030 mts.
altura $=$ 0'025. . . . .
$\frac{1}{2}$ de b $=$ 0'015 $\times$ 0.026 $=$ 0'00'0'390.

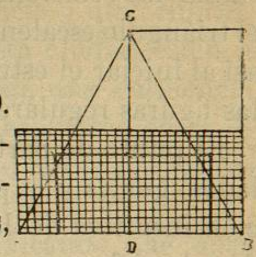

Fig. 6.

0 metros cuadrados, cero decímetros cuadrados, 3 centímetros cuadrados y 90 milímetros cuadrados, ó sean:

A B $\times \frac{1}{2}$ de C D $=$ 0'030 mts. $\times$ 0'028 mts. $=$ 0'00'03'90.

Cuando el ejercicio esté concluido con un triángulo, se repetirá con seis equiláteros *sucesivos*, haciendo notar que el pricipio de un triángulo se generaliza para una serie, *multiplicando entonces las bases todas por la mitad de la altura de uno de los triángulos que es la altura común.* Y como cálculo complemetario, valiéndose del procedimiento constructivo, ó trazando en el papel como se ha venido haciendo, únanse por el vértice los seis triángulos para deducir con los alumnos, que la *superficie del exágono se obtiene multiplicando el perímetro por la mitad de la apotema;* pero siempre, como en el ejemplo que nos sirvió de punto de partida, calculando con *unidades cuadradas* para diferenciar la naturaleza del cálculo con las unidades lineales.

Triángulo isósceles y la superficie del circulo.—Es el instante en que esta figura tiene gran importancia. Ya no se trata de la enseñanza de la superficie de un solo triángulo, sino de *una serie* para obtener las áreas de todos á la vez y cuando los triángulos encierren la superficie de un polígono regular, hágalo el maestro de tal manera que le sirva el procedimiento para un objeto doble. En primer lugar obtener la superficie del polígono generalizando la particular del exágono. En sengundo lugar, para encontrar la superficie del círculo. Sea por ejemplo: Sobre una lámina de latón, de

628 milímetros de largo, ajústense 157 triángulos isósceles por las bases.

Cada base medirá 4 milímetros, y la apotema 99 milímetros y medio. Prácticamente al cerrar la figura se observa que los vértices se unen en el centro, que la cinta de latón toma la redondez de la circunferencia, y que los lados del triángulo son sensiblemente iguales al radio del círculo. Y si la superficie de polígono se obtuvo multiplicando el perímetro por la mitad de la apotema, considerando al círculo como un polígono de infinito número de lados, obtendremos su superficie multiplicando la circunferencia por la mitad del radio; pero como ya hemos visto que la circunferencia puede representarse por esta relación constante $2\pi r$, la superficie del círculo estará representada á su vez por $2\pi r \times \frac{1}{2} r = \pi r^2$.

De la superficie del círculo, puede pasarse á la superficie de la esfera; pero como en este caso no se puede seguir un procedimiento intuitivo y á la vez racional para demostrar que esta superficie es igual $4\pi r^2$, tómese un hemisferio de la caja de sólidos y haciendo centro en uno de los polos arróllese cuidadosamente un hilo hasta encontrar el ecuador. Con la cuerda resultante, haciendo centro en el centro del círculo del hemisferio, repítase el procedimiento y la cuerda cubrirá precisamente dos veces esta superficie. Es decir: $2\pi r^2$, y la esfera tolal $4\pi r^2$, es decir, su superficie será 4 veces su círculo máximo.

Con la superficie de la esfera y con algunos ejercicios en los sólidos geométricos, pirámide, cono y cilindro, pueden dar fin á los ejercicios del salón de clase para entrar en el cálculo de superficies en el terreno.

Polígonos irregulares.—En virtud de las nociones que los alumnos tienen de las medidas lineales sobre el terreno y del conocimiento que supongo de sus pequeños aparatos, ya no hay dificultad ninguna para que el maestro proceda con método en el levantamiento de planos.

Las mediciones horizontales pronto llevan á cerrar el polígono de la superficie que se desea y las mediciones verticales á hacer las proyecciones cartográficas.

Los cuadernos de excursión entonces se rayan en toda forma para las mediciones sucesivas y á fin de que en cualquier momento puedan hacerse las rectificaciones necesarias. Si se procede v. g., al levantamiento á rumbo y distancia, los cuadernos llevarán el sencillo rayado del modelo del frente.

PRIMERA EXCURSION.

ESTACIONES.	ÁNGULO.	RUMBO.	DISTANCIA.	OBSERVACIONES.
1ª	4°	Occidente.	125.45.	En la primera estación, al lado derecho del camino, se encuentran unos 3 árboles de distancia de tres metros cada uno; al izquierdo se encuentra el acueducto y la pila. En la 2ª se encuentra el puente donde sale el acueducto. En la 3ª se encuentran de ambos lados puros matorrales. En la 4ª hay del lado derecho tunillos y al izquierdo empieza formando el camino una pared vieja caída hasta llegar al río. En la 5ª estación se encuentra el río que mide 9.75 de ancho y el camino mide 5.45.
2ª	21°	Oriente.	72.00.	
3ª	19°	Oriente.	40.40.	
4ª	16°	Occidente.	70.40.	
5ª	40°	Occidente.	73.00.	
6ª	40°	Occidente.	36.00.	
7ª	44°	Occidente.	86.30.	
8ª	64°	Occidente.	31.05.	