sance est au poids, comme la distance du poids est à la distance de la puissance.

Si deux hommes portent un poids suspendu au levier AB, l'un est, par rapport à l'autre, le point d'appui du levier ; et la portion que B porte est à celle que A porte, comme AD à BD. Si AD est à BD comme 2 à 3, et que le poids soit de cinquante livres, B en portera 20 et A 30. On pourrait donc placer le poids de façon qu'un homme fort et un enfant en porteraient chacun une portion proportionnelle à leurs forces.

CHAPITRE VIII.

De la roue.

Le levier n'élève les poids qu'à une petite hauteur. Quand on veut les élever plus haut, on se sert d'une roue. La puissance agit à la circonférence : par conséquent les rayons vous représentent des leviers ou des bras de balance, et la longueur de ces

rayons est la distance où la puissance est du point d'appui.

Autour de l'essieu, qui tourne avec la roue, s'entortille une corde à laquelle le poids est suspendu. Le demi-diamètre de l'essieu est donc la distance où le poids est du point d'appui. L'équilibre aura donc lieu, si le rayon est au demi-diamètre, comme le poids est à la puissance. Une livre, par exemple, qui sera à l'extrémité d'un rayon de 10 pieds fera équilibre avec un poids de 10 livres, si le demi-diamètre de l'essieu est d'un pied.

Vous remarquerez qu'à mesure que le poids s'élève, il faut une plus grande force pour le soutenir, parce que la corde, en s'entortillant, augmente le diamètre de l'essieu, et que, par conséquent, le poids est à une plus grande distance du point d'appui.

CHAPITRE IX.

De la poulie.

Une poulie est une petite roue fixée dans une chappe, et mobile autour d'une cheville qui passe par son centre.

Si aux deux bouts d'une corde qui passe par dessus cette poulie, sont suspendus deux poids égaux, il y aura équilibre. Car il est évident que ces poids n'agissent que sur l'extrémité du diamètre. Vous pouvez donc n'avoir aucun égard ni à la partie supérieure ni à la partie inférieure de la poulie, et vous représenter ces poids comme suspendus au bras d'une balance, à une égale distance du centre de gravité ou du point de suspension. Vous devez par conséquent appliquer à cette poulie ce que nous avons dit de la balance.

Ayant arrêté un bout de la corde à un crochet, conduisons l'autre par dessous une poulie mobile, et faisons-le passer par dessus une poulie fixe : qu'ensuite un poids

d'une livre soit suspendu au second bout de la corde, et un poids de deux à la poulie mobile, vous jugerez qu'il doit y avoir équilibre.

En effet, cette poulie mobile est un levier où le poids est entre deux puissances; car vous ne devez avoir égard qu'au diamètre, et les deux cordes représentent les deux puissances *a* et *b*, qui soutiennent chacune la moitié de P, parce que ce poids est à une égale distance de l'une et de l'autre.

Puisque *a* soutient la moitié de *p*, il soutient une livre. Il pèse donc comme une livre sur l'une des extrémités du diamètre de la poulie fixe : il est donc en équilibre avec le poids d'une livre qui agit sur l'autre extrémité du diamètre.

Avec cinq poulies, disposées comme dans la figure 21, un poids d'une livre en soutiendrait un de seize.

Le poids de seize livres, suspendu à la poulie inférieure A, est à égale distance des deux puissances qui agissent aux deux extrémités du diamètre de cette poulie. Chacune de ces puissances soutient donc la moitié du poids, *a* est donc égal à 8; il pèse donc comme 8, et le poids suspendu à la poulie B, devient un poids de 8 livres.

Nous observerons de même que ce poids de 8 livres est à égale distance des deux puissances qui agissent aux deux extrémités du diamètre de la poulie B; et par conséquent nous jugerons que *b*, qui en soutient la moitié, est égal à 4.

En répétant le même raisonnement, le poids suspendu à la poulie C, sera de 4 livres, et la puissance *c* agira comme deux livres. Enfin le poids suspendu à la poulie D, sera de deux livres, et la puissance *d*, qui agira comme une, sera en équilibre avec le poids *e*, que nous supposons d'une livre.

Avec une poulie de plus, un poids d'une livre en soutiendrait un de 32; et vous comprenez qu'une même puissance soutiendra un poids plus grand, à proportion qu'on augmentera le nombre des poulies.

CHAPITRE X.

Du plan incliné.

Il est certain qu'il faut une plus grande force pour élever un corps dans la direction de la perpendiculaire C B, que dans la direction du plan incliné A B.

Faisons mouvoir la ligne B A sur le point fixe A. Si nous l'élevons et la rapprochons de la perpendiculaire A D, le plan sera plus incliné à mesure que nous l'éleverons, et il faudra une plus grande puissance pour soutenir le poids. Si, au contraire, nous l'abaissons et la rapprochons de la ligne horizontale C A, le plan sera moins incliné à mesure que nous l'abaisserons; et le même poids sera soutenu avec une moindre puissance. Dans le premier cas, le plan incliné soutient donc une moindre partie du poids, et, dans le second, il en soutient une plus grande. Ce sont là des faits dont on s'assure par l'expérience.

Si la puissance P est en équilibre avec

le poids D, lorsque la ligne de traction T D est parallèle au plan, l'équilibre cessera, et le poids D entraînera la puissance P, aussitôt que cette ligne cessera d'être parallèle au plan. Il faut donc que la ligne de traction soit parallèle au plan, si on veut soutenir un poids avec la moindre puissance possible. C'est encore là un fait que l'expérience constate.

Prenons un plan dont la longueur soit le double de la hauteur, et faisons passer la ligne de traction par dessus une poulie : P, poids d'une livre suspendu à l'extrémité de cette ligne, soutiendra, sur le plan, D, poids de deux livres. L'équilibre demande donc qu'en ce cas la puissance soit au poids comme la hauteur du plan est à la longueur.

Mais puisque le plan soutient une plus grande ou une moindre partie du poids, à proportion que vous lui donnez plus ou moins de hauteur, vous jugez que vous pouvez généraliser cette règle. Vous direz donc : la puissance est toujours au poids, comme la hauteur du plan incliné à la longueur. En effet, cette règle est une consé-

quence des faits que nous venons d'apporter : elle n'est autre chose que ces faits même exprimés d'une manière générale. Essayons cependant de la démontrer d'après les principes que nous avons établis.

La puissance P agit sur le centre du poids D, c'est-à-dire, sur l'extrémité de la ligne F D : le poids tend à tomber dans la direction de la ligne D E C perpendiculaire à l'horizon; et il tomberait dans cette direction, s'il n'était soutenu en partie par le plan. Vous pouvez donc regarder D F E, comme un levier recourbé qui a son point d'appui en F; et vous voyez que la puissance agit à l'extrémité du plus long bras du levier, et que le poids pèse à l'extrémité du bras le plus court, à l'extrémité de la ligne F E, perpendiculaire à D C; il pèse sur le point E, et il tomberait perpendiculairement en C, s'il n'était pas soutenu.

D F exprime donc la distance où la puissance est du point d'appui, et E F exprime la distance où le poids est de ce même point. Ces deux lignes expriment par conséquent les conditions nécessaires à l'équilibre, c'est-à-dire, le rapport de la puissance au poids.

Or, ces deux lignes sont entre elles comme la hauteur du plan à la longueur : E F est à D F comme B A est à A C. C'est ce qu'il faut démontrer.

Dire que E F est à D F comme B A est à A C, c'est dire que les trois côtés du triangle D E F sont dans les mêmes rapports entre eux que les trois côtés du triangle A B C. Car la longueur de deux côtés d'un triangle étant donnée, la longueur du troisième est déterminée.

Or, dire que les trois côtés du triangle E D F sont dans les mêmes rapports que les trois côtés du triangle A B C, c'est dire que ces deux triangles sont semblables. Il nous reste donc à prouver qu'ils sont en effet semblables.

Ils sont semblables l'un à l'autre, s'ils sont semblables à un troisième.

Or D E F est semblable à D C F. Premièrement, D E F a un angle droit en E, et D C F a également un angle droit en F : ils sont donc semblables en ce qu'ils ont chacun un angle droit. En second lieu, ils

sont semblables encore par l'angle C D F, qui est commun aux deux. Ils sont donc également semblables par le troisième, puisque deux angles étant donnés, le troisième est déterminé.

Il vous sera aussi facile de comprendre que le triangle A B C est semblable au triangle C D F ; car vous voyez qu'ils ont chacun un angle droit. Vous voyez encore que la ligne oblique A C tombe sur deux lignes parallèles, A B et C D ; et que, par conséquent, l'angle D C A est égal à l'angle C A B. Rappelez-vous ce que nous avons dit lorsque nous observions les angles qu'une ligne oblique fait sur deux lignes parallèles.

Lorsqu'un poids est en équilibre sur un plan incliné, il est donc prouvé que la distance au point d'appui est à la distance de la puissance au même point, comme la hauteur est à la longueur du plan ; et que, par conséquent, la puissance est au poids comme la hauteur du plan à la longueur.

Un corps ne descend pas avec la même vitesse, lorsqu'il tombe le long d'un plan incliné, que lorsqu'il tombe perpendiculairement à l'horizon. Il ne peut descendre qu'avec une force égale à celle de la puissance qui le tiendrait en équilibre. Nous pouvons donc nous faire cette règle générale : la force avec laquelle un corps descend le long d'un plan incliné, est au poids de ce corps comme la hauteur est à la longueur du plan. Il s'agit de savoir actuellement le chemin qu'il doit faire sur la ligne A B, dans le même temps qu'il arrive de A en C.

Soit le plan A B C dont la longueur est le double de la hauteur, et divisons A C et A B en quatre parties. Je suppose que A E, E F, F G, G C, sont les quatre espaces qu'un corps doit parcourir en deux secondes.

Un corps a la moitié moins de force, lorsqu'il tombe de A en B, que lorsqu'il tombe de A en C. Il doit donc avoir la moitié moins de vitesse, et par conséquent n'arriver en B qu'en quatre secondes.

Or, la pesanteur agit de la même manière sur les corps, dans quelque direction qu'ils se meuvent ; c'est-à-dire, que, dans des temps égaux, l'accélération du mou-

vement suit la proportion 1, 3, 5, 7, etc.

Ainsi donc qu'un corps qui tombe de A en C parcourt, dans la première seconde, l'espace A E, et dans la suivante, les espaces E F, F G, G C ; de même un corps qui tombe de A en B, doit, dans les deux premières secondes, parcourir l'espace A H, et dans les deux suivantes, les espaces H I, I K, K B. Un corps mu sur ce plan incliné n'arrive donc qu'en H, dans le même temps qu'il tombe perpendiculairement de A en C ; c'est-à-dire, qu'en deux secondes il n'est pas plus bas sur la ligne A B, qu'en une dans la ligne A C. Car E et H sont à égale distance de la ligne horizontale C B.

Si de C vous tirez une perpendiculaire sur A B, vous verrez qu'elle tombera précisément sur H. Donc, pour connaître l'espace qu'un corps doit parcourir sur un plan dans le même temps qu'il descendrait de A en C, nous n'avons qu'à tirer une perpendiculaire de C sur le plan A B.

Dès que la pesanteur agit toujours de la même manière, il s'ensuit que, quelle que soit l'inclinaison du plan, le corps aura la même vitesse, lorsqu'il sera arrivé en bas, qu'il aurait eue s'il était tombé le long de la perpendiculaire. Si le plan est plus incliné, et par conséquent plus court, l'accélération se fera plus vite, et la vitesse sera acquise plus tôt : si le plan est moins incliné ou plus long, l'accélération sera plus lente, et la même vitesse sera acquise plus tard. Quelle que soit donc la ligne que plusieurs corps décrivent, arrivés en bas, ils ont la même force, toutes les fois qu'ils sont tombés de la même hauteur.

CHAPITRE XI.

Du pendule.

Tirons plusieurs plans inclinés depuis le point A sur la ligne horizontale B C, et tirons des perpendiculaires de C sur ces plans. Prenons ensuite un centre à une égale distance de A et de C, et traçons un cercle par les points angulaires, D, E, F.

Les lignes AD, AE, AF, sont des cordes du cercle; et nous pouvons, dans l'autre demi-cercle, tirer des lignes qui, étant

parallèles à ces premières, leur seront égales et également inclinées. Or il est évident que toutes ces lignes sont la même chose que les plans dont nous venons de traiter. Un corps descendra donc le long de chacune dans le même temps qu'il tomberait du haut du diamètre au bas de A en C.

Que dans un cercle placé verticalement on tire donc autant de cordes qu'on voudra, un corps emploiera toujours le même temps à parcourir chaque corde, et ce temps sera le même que celui qu'il aurait mis à parcourir le diamètre. Vous remarquerez, en effet, que les cordes sont plus longues ou plus courtes, à proportion qu'elles sont plus ou moins inclinées.

La pesanteur agit toujours perpendiculairement, et, quelle que soit l'inclinaison du plan, le corps a la même force, lorsqu'il arrive sur la ligne horizontale B C, que s'il était tombé perpendiculairement de A en C.

Soit donc un corps suspendu au centre M par un fil dont la longueur est le demi-diamètre du cercle. Ce corps descendant de *h*, ne peut pas tomber plus bas que C ; mais la force qu'il a acquise, en parcourant cet espace, peut lui en faire parcourir un semblable : il remontera donc en E. Arrivé à ce point, il a perdu toute sa force. Il retombe donc par sa pesanteur, et il acquiert assez de force pour remonter en *h*, d'où il retombe encore ; ainsi de suite.

Un corps ainsi suspendu est ce qu'on nomme *pendule*. Il peut être attaché à un cordon ou à un fil de fer.

Le mouvement du pendule de *h* en C et de C en E, est ce qu'on nomme *vibration* ou *oscillation*.

Il tombe, par un mouvement accéléré de *h* en C, dans le même temps qu'il serait tombé de A ; et dans un temps égal il remonte en E par un mouvement retardé.

Or, si, dans ces deux temps, il était tombé perpendiculairement du point A, il aurait parcouru quatre diamètres du cercle.

Un corps suspendu au centre M, emploie donc à une vibration le même temps qu'il emploierait à parcourir perpendiculairement quatre diamètres ; ou, ce qui revient

au même, à parcourir huit fois la hauteur du pendule.

Telle est la proportion entre le mouvement de vibration et le mouvement perpendiculaire, lorsque le pendule est supposé descendre et monter par les cordes.

Or, parce que les arcs de cercle diffèrent d'autant moins des cordes, qu'ils sont plus petits, on suppose que la proportion est la même, lorsque le pendule fait sa vibration par le petit arc LCK : il est vrai que cette supposition n'est pas exacte, puisque les géomètres démontrent que le temps de la descente d'un corps grave, par un arc infiniment petit, est au temps de la descente par la corde du même arc, comme la circonférence du cercle à quatre fois son diamètre, ou à peu près comme 355 à 452. Cependant les vibrations, par de très-petits arcs de cercle, sont d'égale durée, puisque leurs durées sont entre elles comme les durées égales de la descente par les cordes de ces arcs.

Il faut vous faire remarquer que dans tout ce que nous disons sur le mouvement, nous n'avons point égard ni au frottement, ni à la résistance de l'air. Mais ce frottement est d'autant moins sensible, que le pendule est plus long, et qu'il décrit un plus petit arc de cercle.

S'il n'y avait ni frottement, ni résistance, le pendule, une fois en mouvement, continuerait éternellement ses vibrations dans des temps égaux.

Lorsqu'il est court et que les arcs de cercles sont grands, le frottement et la résistance de l'air sont plus sensibles, et les vibrations se font en des temps inégaux. Lorsqu'au contraire, il est plus long, et les arcs plus petits, les vibrations peuvent, sans erreur sensible, être regardées comme faites en temps égaux, jusqu'à ce que le pendule soit en repos. De pareilles vibrations se nomment *isochrones*.

Le temps des vibrations est plus court, à proportion que les pendules sont plus courts. Voici quelle doit être cette proportion : A E B G et D f B i sont deux cercles dont les diamètres A B et D B sont l'un à l'autre, comme quatre à un.

Nous avons démontré que si un corps tombe de A en B dans un temps déter-

miné, il ne tombera, dans la moitié de ce temps, que de D en B.

Nous avons aussi démontré qu'un corps tombe le long de la corde d'un cercle, dans le même temps qu'il tombe le long du diamètre.

Donc un corps en E tombera le long de la corde E B, dans le double du temps qu'un corps en *f* tombera le long de la corde f B. Or on démontre que les arcs E B et f B, étant supposés semblables où très-petits, les temps des chutes, par ces arcs, ou les temps des demi-vibrations sont entre eux comme les temps des chutes par les cordes. Donc le temps de la vibration du pendule C B sera double du temps de la vibration du pendule e B.

Quand vous voudrez donc avoir les vibrations deux fois plus lentes, il faudra que le pendule soit quatre fois plus long ; et, au contraire, il faudra qu'il soit quatre fois plus court, quand vous voudrez que les vibrations soient deux fois plus rapides.

Mais, pour mesurer un pendule, il faut pouvoir déterminer le centre d'oscillation ;

car la longueur du pendule est comme la distance du centre d'oscillation au centre de suspension. Cette matière est une des plus difficiles. Il s'en faut bien que ce que nous avons étudié jusqu'à présent, suffise pour nous apprendre à trouver le point précis qui est le centre d'oscillation. Bornons-nous donc à nous faire une idée de ce problème.

Représentez-vous le pendule C P, comme un levier qui a son point d'appui dans le centre de suspension C; et n'ayant aucun égard à la pesanteur du levier, supposez tout le poids dans un corps suspendu au point P.

Dans cette supposition, ce corps tombera de P en B avec une vitesse, qui sera en raison de la masse multipliée par la distance du centre de gravité, au centre de suspension C; et le centre d'oscillation sera le même que le centre de gravité.

Si vous faites les mêmes suppositions sur le pendule *c p*, qui n'est que le quart de C P, le centre d'oscillation sera encore pour lui le même que le centre de gravité du corps suspendu.

Or ces deux pendules faisant leurs vibrations par des arcs qui sont entre eux comme les circonférences dont ils font partie, *p* arrivera en *f*, lorsque P ne sera encore qu'en B; et il sera retourné au point d'où il était parti, lorsque P arrivera en F. *p* fait donc deux vibrations, pendant que P n'en fait qu'une; et s'il met, par exemple, une demi-seconde à chacune de ces vibrations, P emploiera à chacune des siennes une seconde entière.

Vous pouvez encore considérer le levier suspendu A C sans avoir égard à sa pesanteur, et le divisant en quatre parties égales, placer à la seconde division, B de deux livres, et à l'extrémité, C de deux livres également.

Les vitesses de B et de C sont comme leurs masses multipliées par la distance où ils sont de A, et les produits sont 12. Or le produit de la masse, par la distance d'un corps de quatre livres, placé en D à la troisième division, serait également 12. Les vibrations de ce pendule se feront donc avec une vitesse moyenne à celles de B et de C, comme si tout le poids se réunissait en D.

12.

Vous voyez, par ces suppositions, que moins le fil aura de poids par rapport au poids du pendule, moins la pesanteur du levier causera d'erreur sensible. C'est ce qui arrive, lorsqu'on suspend un corps considérable à un fil d'acier fort subtil ; et on a observé qu'un pendule, dont la longueur est de 39 pouces et deux dixièmes, mesure d'Angleterre, depuis le centre de la balle jusqu'au point de suspension, achève chaque vibration dans une seconde, ou en fait 3600 dans une heure. Cette expérience a été faite avec un pendule qui pesait 50 livres, et auquel on avait donné une forme lenticulaire, afin qu'il trouvât moins de résistance dans l'air ; les vibrations continuèrent pendant tout un jour.

L'expérience montre encore à peu près le centre d'oscillation d'une barre homogène et de même épaisseur dans toutes ses parties ; car les vibrations en sont isochrones avec celles d'un pendule, dont la longueur serait les deux tiers de celle de la barre.

Je n'entrerai pas dans un plus grand détail sur les mécaniques. Les principes que je viens d'exposer suffisent pour vous faire comprendre comment l'évidence de fait et l'évidence de raison concourent à la découverte de la vérité ; et, comme ces principes vous mettent en état de vous faire une idée du système du monde, je vais vous donner une idée de ce système pour un nouvel exemple des raisonnemens qui portent tout à la fois sur l'évidence de fait et sur l'évidence de raison. Vous verrez, monseigneur, que ce monde n'est qu'une machine semblable à celles que nous venons d'étudier ; c'est une balance. Cette vérité va vous être démontrée par une suite de propositions identiques avec les propositions de ce second livre.