LIVRE TROISIÈME.

Comment l'évidence de fait et l'évidence de raison démontrent le système de Newton.

CHAPITRE PREMIER.

Du mouvement de projection.

Un boulet de canon poussé horizontalement, continuerait à se mouvoir avec la même vitesse et dans la même direction, si aucune cause n'y faisait obstacle. Mais, tandis que la résistance de l'air diminue sa vitesse, la force qui le fait tendre en bas, et qu'on nomme pesanteur, change sa direction.

Si, supposant qu'il ne pèse pas, nous n'avons égard qu'à la résistance de l'air, nous jugerons qu'il suivra sa première direction, en perdant, à chaque instant, de sa vitesse : car il ne s'ouvrira une route,

qu'autant qu'il écartera les parties du fluide qui lui résistent ; il ne les écartera qu'autant qu'il leur communiquera de mouvement, et autant il leur communiquera de mouvement, autant il en perdra. Il avancera donc toujours plus lentement, et enfin il restera immobile en l'air.

Mais il tombe, parce qu'il pèse ; il tombe à chaque instant, parce qu'il ne cesse pas de peser. Il s'écarte donc à chaque instant de la direction horizontale, et il décrit une courbe.

C'est qu'il obéit en même temps à deux forces, dont les directions font un angle. Or comment obéit-il à ces deux forces ? quelle est la loi qu'il suit ?

Pour vous représenter la chose d'une manière sensible, supposé que T S est le plan d'un bateau, qui se meut dans la direction T S, sur le canal H h g G.

Supposé encore que d D sont deux objets fixes, deux arbres, par exemple, placés sur le rivage ; que C c sont deux personnes sur le rivage opposé, et que A B sont deux enfans qui jouent au volant dans ce bateau.

Or, si dans le temps que le volant va de A en B, A se trouve, par le mouvement du bateau, transporté en *a*, et B en *b*, B recevra le volant en *b*.

Le volant, obéissant à deux forces, dont les directions sont l'angle B A a, a donc parcouru la ligne A b, diagonale du parallélogramme A B b a; et il l'a parcourue dans le même temps qu'il aurait été porté de A en *a*, s'il n'avait eu d'autre mouvement que celui du bateau; ou dans le même temps qu'il aurait été poussé de A en B, s'il n'avait eu que le mouvement communiqué par la raquette dans un bateau en repos.

Cependant le volant paraît aux enfans se mouvoir dans la direction A B; parce que, dans le même temps qu'il arrive en *b*, les enfans se trouvent dans la ligne *a b*, sans avoir remarqué le mouvement qui les a transportés, et que, par conséquent, ils prennent *a b* pour A B. Mais les personnes qui sont sur le rivage, placées en C c, et qui fixent les yeux sur les objets d D, ne peuvent pas confondre ces deux lignes, et voient le volant aller de A en *b*.

Si, conservant la même vitesse au volant, vous augmentez ou diminuez celle du bateau, vous concevez que la diagonale sera toujours parcourue dans le même temps; mais qu'elle sera plus longue ou plus courte. Si le bateau va plus vite, elle sera plus longue, et elle aboutira, par exemple, au point *n*; s'il va plus lentement, elle sera plus courte, et se terminera, par exemple, au point *m*.

Nous pouvons donc nous faire cette règle générale : *un corps mu par deux forces dont les directions font un angle, parcourt la diagonale d'un parallélogramme, dans le même temps qu'avec une seule des deux forces il aurait parcouru un des deux côtés.*

On objectait à Galilée que si la terre tournait sur son axe de l'ouest à l'est, un projectile, poussé perpendiculairement à l'horizon, ne tomberait pas au point d'où il se serait élevé; mais qu'il tomberait plus ou moins vers l'ouest, à proportion que ce point se serait plus ou moins avancé vers l'est, pendant le temps que le projectile aurait employé à s'élever et à descendre. C'est précisément comme si on eût dit qu'un volant, poussé de A vers B, resterait en arrière, et tomberait hors du bateau, si, pendant qu'il se meut, le bateau était mu lui-même dans la direction A a.

Mais comme le volant obéit à deux directions, parce qu'il est mu tout à la fois, et par la force que le bateau lui communique, et par la force que la raquette lui donne, de même le projectile supposé a deux directions; l'une perpendiculaire qu'on lui donne, et l'autre horizontale que le mouvement de la terrel ui communique. Il doit donc s'élever le long d'une diagonale qui le porte vers l'est; et du dernier point de son élevation il doit descendre le long d'une autre diagonale, qui le porte encore vers l'est.

C'est ce que Galilée répondait, et il donnait pour preuve, que dans un vaisseau à la voile, comme dans un vaisseau à l'ancre, une pierre tombe également du haut du mât au pied; jugeant avec raison que si elle descend perpendiculairement, lorsque le vaisseau est immobile, elle descend obliquement à l'horizon, lorsque le vaisseau se meut, et qu'elle parcourt la diagonale

d'un parallélogramme, dont un des côtés est égal à l'espace que le vaisseau a parcouru; et l'autre est égal à la hauteur du mât.

L'expérience démontre donc qu'un corps mu par deux forces, dont les directions font un angle, parcourt la diagonale d'un parallélogramme, dans le même temps qu'il en aurait parcouru un des deux côtés. Voyons à présent comment, en parcourant une suite de diagonales, il décrira une courbe.

Un boulet de canon, mu dans la direction horizontale A B, continuerait, comme nous l'avons dit, à se mouvoir dans cette direction, si la pesanteur ne l'en écartait pas à chaque instant; et s'il était poussé avec une force capable de lui faire parcourir 4 perches par seconde, il parcourrait, en cinq secondes, 20 perches sur la ligne A B.

De même si, tombant de A, ce boulet n'était poussé que par la force qu'il reçoit de sa pesanteur, il continuerait à se mouvoir dans la direction A E, perpendiculaire à l'horizon; et puisque dans la première seconde il parcourrait une perche, en descendant de A en C, en 5 secondes il serait descendu en E, et aurait parcouru 25 perches, les espaces étant comme le carré des temps.

Mais puisqu'il est poussé tout à la fois par deux forces, dont l'une est capable de le porter en B, dans le même temps que l'autre est capable de le porter en E, c'est-à-dire, chacune en 5 secondes, il obéira à ces deux forces; et au lieu d'arriver en B ou en E, il tombera en 5 secondes en G.

Si la diagonale A G du parallélogramme A B G E représentait la direction de la chute, le boulet paraîtrait parcourir une ligne droite; mais puisque les deux forces agissent à chaque instant, qu'à chaque instant chacune détourne le boulet de la direction que l'autre tend à lui donner, il est évident que nous n'approcherons de la courbe qu'il décrit, qu'à proportion que nous l'observerons dans de plus courts intervalles.

Par conséquent, si nous considérons qu'en A le boulet, poussé vers C et vers D,

se meut dans la diagonale A b; et qu'en *b*, poussé vers *e* et vers *f*, il se meut dans la diagonale b *h*, et ainsi de suite jusqu'en G, nous le verrons se mouvoir dans les diagonales 1, 3, 5, 7, 9, dont la suite commence à former une courbe, et nous concevons que si nous observions le mouvement du boulet dans des intervalles plus courts, chacune de ces diagonales se recourberait encore.

Si ce boulet était mu dans une direction oblique à l'horizon, telle que AI, la force de projection tendrait à lui faire parcourir, en temps égaux, les espaces A B, B C, etc.; mais, parce que la force communiquée par la pesanteur, le fait descendre à chaque instant, il ira de A en *b*, au lieu d'aller de A en B. Il parcourra donc la diagonale du parallélogramme A B b a, dont le côté A B représente la force de projection, et le côté B b, égal à A a, représente la force de pesanteur.

De même au lieu d'aller de *b* en M, et de n'obéir qu'à la force de projection, il arrivera en N, parce qu'il obéira encore à la force de pesanteur; et il parcourra la diagonale du parallélogramme b M N L.

C'est ainsi que de diagonale en diagonale il ne s'élevera, en quatre instans, qu'à la hauteur du point O; au lieu que s'il n'avait eu qu'un mouvement de projection, il se serait élevé jusqu'en E.

Or, de O en E, il y a seize espaces, et c'est précisément ce dont il doit descendre en quatre temps, puisque 16 est le carré de 4.

Mais comme il s'est élevé de A en O par un mouvement retardé, il descendra de O en V par un mouvement accéléré. Au lieu d'aller de Q en R, il ira de Q en S. C'est ainsi qu'obéissant aux deux forces combinées, il descendra comme il est monté, c'est-à-dire, de diagonale en diagonale, jusqu'au point le plus bas V. Il décrira donc la courbe A O V, dans le même temps qu'il se serait élevé en I, s'il n'avait eu qu'un mouvement de projection.

La courbe que décrit un corps jeté horizontalement ou obliquement, se nomme *parabole*. Vous pouvez donc vous représenter une parabole par la suite des diagonales que parcourt un mobile, lorsqu'il

obéit en même temps à la force de projection et à la force de pesanteur.

Vous pouvez remarquer que tout ce que nous avons dit, dans ce chapitre, est identique avec l'une ou l'autre de ces deux propositions, que l'observation démontre : la première, *que les espaces parcourus, par un corps qui tombe, sont comme les carrés des temps* : la seconde, *qu'un corps mu par deux forces, dont les directions ont un angle, parcourt la diagonale d'un parallélogramme, dans le même temps qu'avec une seule des deux forces il aurait parcouru un des deux côtés.* En effet, nous ne faisons qu'expliquer différemment ces deux propositions, lorsque nous en concluons qu'un corps poussé obliquement ou horizontalement, décrit une parabole; et il importe de vous les rendre familières, afin de pouvoir saisir plus facilement leur identité avec d'autres vérités, qui seront des découvertes pour vous.

CHAPITRE II.

Du changement qui arrive au mouvement, lorsqu'une nouvelle force est ajoutée à une première.

DEUX forces agissent dans une même direction, dans des directions contraires, ou dans des directions obliques. Il faut examiner ces trois cas.

Soit le corps A porté de A en L, avec une force capable de lui faire parcourir l'espace A B en une seconde; il parcourra de seconde en seconde B C, C D, etc., parce que tous ces espaces sont égaux au premier.

Si, lorsqu'il est en B, une nouvelle force, semblable à la première, agit sur lui dans la même direction, il aura une force double: il ira donc de B en D, de D en F, dans le même temps qu'il allait de A en B; c'est-à-dire, qu'il décrira un espace double. Il aurait donc eu une vitesse triple, et aurait parcouru trois espaces en une seconde, si la seconde force ajoutée eût été double de la première.

Si, pendant que le corps, par la première force, parcourt uniformément A B, B C, etc., une force égale agit sur lui dans la direction contraire L A, il restera immobile; car ces deux forces étant égales et contraires, l'action de l'une doit détruire l'action de l'autre: mais si cette dernière force n'agit que lorsqu'il a une force triple pour parcourir trois espaces en une seconde, elle détruira un tiers de la vitesse. Le corps sera donc mu comme s'il n'avait qu'une force double dans la direction A L, et il ne parcourra que deux espaces en une seconde. Enfin, si, pendant qu'il avance de trois espaces par seconde, il reçoit tout à la fois deux forces égales à la première, l'une dans la direction A L, et l'autre dans la direction L A, il continuera d'aller avec la même vitesse; car l'effet des deux nouvelles forces doit être nul, puisqu'elles se détruisent mutuellement. Tels sont les effets des forces qui conspirent directement et des forces directement contraires. Voyons maintenant ce qui doit arriver dans les autres cas.

Je suppose qu'un corps se meuve uniformément de A en B et de B en C en une seconde, et qu'une nouvelle force, égale à la première, agisse sur le corps en B dans la direction de la ligne B b perpendiculaire à A L; dans ce cas cette force agit à angle droit avec la première. Le corps changera de direction ; et ce que nous avons dit plus haut, vous apprend qu'il décrira la diagonale B d. Par la même raison, si la nouvelle force avait été double, le corps aurait décrit la diagonale B e; et si elle n'avait été que la moitié de la première, il n'aurait décrit que la diagonale B f.

Vous voyez par là que, quelle que soit la nouvelle force qui agit à angle droit, la vitesse du corps est toujours augmentée, puisqu'il parcourt la diagonale d'un parallélogramme rectangle dans le même temps que, par la seule action de l'une des deux forces, il n'aurait parcouru que l'un des côtés de ce parallélogramme. Vous voyez, en un mot, que, dans le cas que nous supposons, ces deux propositions sont identiques : *la vitesse du mobile est augmentée, le mobile parcourt la diagonale d'un parallélogramme rectangle*. Vous apercevrez en-

core l'identité des propositions suivantes avec ce que nous avons déjà dit ; et vous n'aurez pas besoin que je vous la fasse remarquer.

Si la nouvelle force agit à angle aigu, vous concevez que sa direction approche d'autant plus de celle de la première, que l'angle sera plus aigu. De là nous tirons deux conséquences, l'une qu'elle augmentera la vitesse ; l'autre qu'elle ne l'augmentera jamais autant que si elle avait agi sans angle, c'est-à-dire, dans la même direction.

Si, par exemple, la nouvelle force, étant égale à la première, a sa direction dans la ligne C c, D C c sera l'angle aigu formé par les deux directions. Or, plus cet angle est aigu, plus l'angle g c C est obtus, et plus aussi la diagonale C g est grande. Mais cette diagonale est l'espace parcouru, et elle exprime la vitesse du corps.

La vitesse est donc augmentée toutes les fois que la nouvelle force agit à angle droit ou à angle aigu ; mais si la nouvelle force agit à angle obtus, la vitesse pourra rester la même ou être plus petite.

Supposons que cette force, égale à la première lorsque le corps est en K, agisse dans la direction K m; alors la diagonale K n du parallélogramme K L n m sera égale à K m; car le parallélogramme est divisé en deux triangles dont les côtés sont égaux. La vitesse du corps sera donc la même qu'auparavant.

Si la nouvelle force était la moitié de la première, la vitesse du corps serait diminuée; car alors K p représenterait la nouvelle force, et K o, plus court que K n, serait la diagonale parcourue.

Si la nouvelle force est le double, et qu'agissant toujours dans le même angle obtus, elle soit représentée par K r, la vitesse représentée par K s sera augmentée.

Si cette force agit dans un angle plus obtus, et par conséquent dans une direction plus opposée, telle que K t, le corps parcourra la diagonale K m égale à K L; et par conséquent sa vitesse ne sera point augmentée, quoique la nouvelle force soit plus grande que la première.

Vous comprenez donc que, si elle avait

été égale, la vitesse aurait diminué, et que cette diminution aurait été d'autant plus grande, que l'angle aurait été plus obtus.

Toutes les propositions que nous venons de faire, ne sont que différentes manières d'exprimer, suivant la différence des cas, cette proposition : *un mobile parcourt une diagonale, lorsqu'il est mu par deux forces dont les directions font un angle.* Mais ces propositions nous seront nécessaires pour arriver à d'autres propositions identiques, c'est-à-dire, à d'autres vérités.

Nous avons vu que la pesanteur est une force capable de faire parcourir une perche dans une première seconde : c'est ainsi qu'elle agit près de la surface de la terre. Il nous reste à savoir avec quelle force elle agit à toute autre distance; et lorsque nous nous en serons assurés par l'observation, nous commencerons à comprendre le système du monde. Il suffira, pour expliquer les phénomènes, de considérer la loi que suit la pesanteur à toute distance, et la loi à laquelle obéit un corps mu par deux forces, dont les directions font un angle :

vous connaîtrez que les vérités que nous découvrirons, ne seront que ces deux lois, énoncées différemment, suivant la différence des cas.

CHAPITRE III.

Comment les forces centrales agissent.

LORSQUE vous tournez une fronde, la pierre fait effort d'un côté pour s'échapper par une tangente, et de l'autre elle est retenue par la corde. La force par laquelle elle tend à s'écarter du centre de son mouvement, se nomme *centrifuge;* celle par laquelle elle est retenue dans son orbite, se nomme *centripète;* et on comprend l'une et l'autre sous le nom de *forces centrales.*

Plus le mouvement de la fronde est rapide, plus la pierre fait effort pour s'échapper, et plus aussi la corde en fait pour la retenir. En effet, vous sentez que la corde se roidit à proportion que la pierre se meut avec plus de vitesse; et vous pouvez déjà entrevoir que la pierre ne décrit un cercle

que parce que la force, qui la tire vers le centre, est égale à la force qui l'en éloigne.

C'est à peu près ainsi que les planètes sont transportées autour du soleil. Quand au théâtre vous voyez des changemens de décorations, vous imaginez bien que les machines ne sont mises en mouvement que par des cordes, auxquelles elles sont suspendues, et que vous ne voyez pas. Or, monseigneur, l'attraction n'est qu'une corde invisible, et la tension de cette corde est plus ou moins grande, à proportion que la planète tend plus ou moins à s'écarter.

Un boulet de canon, tiré du haut d'une montagne, ira en avant dans une courbe, à proportion de la force de la poudre, en B, en C, en D; il reviendrait même au point A, si, ne trouvant point de résistance dans l'air, la poudre pouvait lui communiquer une force de projection égale à la force qui l'attire vers le centre de la terre, et il continuerait à se mouvoir de la sorte, parce que la force centrifuge serait toujours égale à la force centripète.

Cette vérité sera évidente pour vous, si vous apercevez qu'elle est identique avec d'autres vérités que nous avons démontrées.

Tirez du centre de la terre le rayon A E, et perpendiculairement à ce rayon tirez la ligne A F, vous voyez que ces deux lignes font un angle droit, que A F représente la direction de la force de projection du boulet, et que A E représente la direction de la pesanteur qui le pousse ou l'attire vers le centre de la terre.

Or, dire que ces deux forces, que nous supposons égales, agissent à angle droit, ce n'est pas dire qu'elles rapprochent le boulet du centre de la terre, ou qu'elles l'en éloignent, c'est dire seulement qu'il se meut avec une vitesse double; et dire qu'il se meut avec une vitesse double sans s'éloigner et sans se rapprocher, c'est dire qu'il décrit un cercle. En effet, divisez ce cercle en petites parties égales, et tirez des rayons qui aboutissent à l'extrémité de chacune, vous verrez que dire, à chaque division, que ces deux forces font parcourir au boulet des diagonales égales, c'est dire qu'elles le tiennent toujours à égale distance du centre, ou qu'elles lui font décrire un cercle.

La gravité, c'est ainsi qu'on nomme encore la force centripète, agit en raison directe de la quantité de matière; c'est-à-dire que deux corps s'attirent à proportion de leur masse. En effet, l'attraction n'est dans la masse, que parce qu'elle est dans chaque particule : elle sera donc double, triple, etc., lorsque la quantité de matière sera double, triple, etc., les distances étant d'ailleurs supposées égales.

Je dis *les distances étant égales;* car l'attraction diminue encore suivant la distance. A deux de distance, un corps sera quatre fois moins attiré; à trois, neuf fois moins; à quatre, seize fois moins, et ainsi de suite. Il faut vous rendre cette proposition sensible.

Si, faisant passer la lumière d'une bougie par un petit trou, vous placez à un pied de distance la surface A d'un pouce carré, cette surface jettera sur B, qui est à deux pieds, une ombre de quatre pouces carrés; sur C, qui est à trois pieds, une ombre de neuf pouces; sur D, qui est à quatre pieds, une ombre de seize pouces; sur cinq, une ombre de vingt-cinq; sur six, une ombre de trente-six. En un mot, l'ombre augmentera comme le carré des distances.

Mais puisque le corps A jette sur B une ombre de quatre pouces carrés, sur C une ombre de neuf, et sur D une ombre de seize, il s'ensuit que transporté en B, il ne recevra que la quatrième partie de lumière qu'il recevait en A; en C que la neuvième; et en D que la seizième. La lumière décroît donc dans la même proportion que l'ombre augmente.

Si la lumière croissait comme l'ombre, elle augmenterait en raison du carré des distances; mais parce qu'elle décroît dans la même proportion que l'ombre augmente, on dit qu'elle agit en raison inverse du carré des distances.

Il en est de même de la chaleur, en supposant que l'action des rayons en est l'unique cause; car, dans cette supposition, si la terre était deux fois plus éloignée du soleil, elle serait quatre fois moins échauffée, par la même raison qu'elle serait quatre fois moins éclairée. A une distance triple,

elle serait neuf fois moins échauffée; à une distance quadruple, seize fois moins, etc.: l'action de la chaleur est donc aussi en raison inverse du carré des distances.

Mais l'attraction, ainsi que la lumière et la chaleur, agit du centre à la circonférence. Elle agira donc encore en raison inverse du carré des distances, si elle augmente et décroît dans la même proportion que la lumière et la chaleur. Or, c'est ainsi qu'elle augmente et décroît : l'observation le démontre. Mais, parce que vous n'êtes pas encore en état de comprendre comment on a pu observer ce phénomène, il vous suffit, pour le moment, de le croire sur l'autorité des observateurs, et de le regarder avec eux comme un principe qui peut expliquer d'autres phénomènes.

La pesanteur, le poids, la gravité et la gravitation sont des effets de cette cause que nous nommons attraction. Tous ces mots signifient au fond la même chose, et ne diffèrent que par des accessoires que je vous ai expliqués (1).

(1) Dans un dictionnaire des synyonmes français.

Les phénomènes que nous désignons par ces mots, suivent donc les lois de l'attraction; c'est-à-dire, que la pesanteur des corps célestes, leur poids, leur gravité, ou leur gravitation est en raison inverse du carré des distances. Je dis *des corps célestes*, parce que nous aurons occasion de remarquer que la gravitation des particules de la matière suit d'autres lois.

De ce que l'attraction agit en raison inverse du carré des distances, il s'ensuit que trois corps qui peseront une livre, l'un à deux rayons du centre de la terre, l'autre à trois, et l'autre à quatre, peseront à un rayon, le premier quatre livres, le second neuf, et le troisième seize. Car toutes ces propositions disent au fond la même chose, et ne diffèrent que par l'expression.

Par conséquent, et c'est encore une proposition identique avec les précédentes, le poids d'un corps à une distance quelconque, est au poids qu'il aurait sur la surface de la terre, comme l'unité au carré de sa distance. Si je veux donc savoir ce que peserait sur la surface de la terre, un corps qui, à 60 rayons, ne peserait qu'une livre,

je n'aurai qu'à multiplier 60 par 60, et j'aurai le carré 3600 : si, au contraire, sur la surface, il ne pesait qu'une livre, il ne peserait, à 60 rayons, que la 3600e. partie d'une livre.

Or la pesanteur est la force qui détermine la vitesse avec laquelle un corps descend. Connaissant donc la vitesse d'un corps à la surface de la terre, je connaîtrai sa vitesse à toute autre distance, à 60 rayons, par exemple. Je n'aurai qu'à faire ce raisonnement.

Un corps près de la surface, descend d'une perche en une seconde : or, à 60 rayons, il a 3600 fois moins de force; il ne descendra donc que de la 3600e. partie d'une perche.

Si je veux savoir dans quel temps il doit parcourir à cette distance les 3600 parties, ou la perche entière, je n'ai qu'à me rappeler que les espaces parcourus sont comme les carrés des temps. Donc les espaces étant 3600 parties, le temps sera 60 secondes, racine carrée de 3600.

En ne faisant que des calculs, l'identité n'en est que plus sensible; continuons donc d'aller de propositions identiques en propositions identiques, et voyons où nous arriverons.

La lune est à 60 rayons : donc elle descendrait d'une perche en une minute ; et de 3600 en 60 minutes ou une heure, si elle était abandonnée à son poids ; c'est-à-dire, si elle était mue par la seule force qui la porte vers la terre : il suffirait, dans cette supposition, de calculer d'après les lois de l'accélération du mouvement, pour déterminer le temps de sa chute.

Mais si, dans une heure, son poids ou sa force centripète doit la faire descendre de 3600 perches, il est évident qu'elle ne décrira une orbite à la distance de 60 rayons, qu'autant qu'elle aura une force centrifuge capable de l'écarter de 3600 perches en une heure.

Nous connaissons donc quelle est la force centrifuge de la lune, et quelle est sa force centripète. Nous savons d'ailleurs qu'elle achève sa révolution en 27 jours et 7 heures. Cela étant, nous pouvons déterminer son orbite.

Si nous supposons que A B soit l'espace dont elle tomberait en un jour, étant

abandonnée à son propre poids, nous avons un des côtés du parallélogramme dont elle doit décrire la diagonale. Mais comme A B représente la force centripète, A C, perpendiculaire à A B, représente la force de projection ; et C D parallèle, et égale à A B, achève le parallélogramme et représente la force centrifuge. Il est donc évident que A D est la courbe que les forces combinées doivent, en un jour, faire parcourir à la lune. Par conséquent, nous aurons à peu près l'orbite de cette planète, si, négligeant les heures pour simplifier, nous traçons un cercle dont A D soit la 27e. partie.

Vous voyez actuellement comment des observations sur la pesanteur, conduisent à connaître les forces centrales de la lune, et la courbe qu'elle décrit autour de la terre. Mais pour nous assurer de la vérité de ces calculs, il faut que les observations les confirment ; et si elles font découvrir du plus ou du moins dans le mouvement de la lune, il faut qu'elles en indiquent une cause qui ne soit pas contraire aux calculs : c'est ce qui est arrivé.

Tous les calculs que nous venons de faire seraient confirmés par les observations, si la lune ne gravitait que vers la terre et décrivait un cercle dont nous serions le centre. Mais, premièrement, la lune gravite encore vers le soleil; en second lieu, elle ne décrit pas un cercle, mais une ellipse; enfin, la terre n'est pas au centre de l'ellipse, mais dans un des foyers. Toutes ces considérations rendent les calculs si difficiles, qu'on n'a pas encore pu expliquer, avec précision, toutes les irrégularités apparentes du mouvement de la lune.

La lune étant en A et la terre en T, le soleil S les attire également, parce qu'il est à égale distance de l'une et de l'autre. Dans ce cas, rien n'altérera la gravité de la lune vers la terre. Mais si la lune est en B, elle sera plus attirée par le soleil, parce qu'elle en est plus près, et, par conséquent, elle gravitera moins sur la terre. En C le poids de la lune, vers la terre, sera le même qu'en A. Enfin, en D, la terre étant plus attirée par le soleil, s'éloignera de la lune, qui, par cette raison,

pesera moins vers la terre. C'est ainsi que dans tous les points de l'orbite, excepté A et C, l'action du soleil tend plus ou moins à écarter ces deux planètes. Ajoutons que cette action varie encore suivant que la terre et la lune, qu'elle entraîne dans sa révolution, s'approchent ou s'éloignent du soleil. Par là vous commencerez à comprendre que le mouvement de la lune doit être tantôt accéléré, tantôt retardé, et que l'orbite qu'elle décrit ne peut pas être bien régulière.

Il est inutile d'entrer dans de plus grands détails sur cette matière. Je me borne à vous donner des vues générales, propres à vous la faire approfondir, lorsque vous en aurez la curiosité, et que des études plus relatives à votre état vous en laisseront le loisir.

CHAPITRE IV.

Des ellipses que les planètes décrivent.

La lune autour de la terre, les planètes et les comètes autour du soleil, décrivent des ellipses. Celle que je vais vous donner pour exemple, plus excentrique qu'aucune de celles des planètes, l'est moins que celles des comètes : mais elle suffit pour expliquer les unes et les autres, parce que les lois sont les mêmes pour toutes.

Je vous ferai d'abord remarquer que ce que nous dirons pour expliquer ces ellipses, reviendra, pour le fond, à ce que nous avons déjà dit et prouvé, lorsque nous avons expliqué la courbe qu'on nomme *parabole ;* c'est-à-dire, que les corps célestes ne décrivent des ellipses, que parce qu'obéissant à deux forces dont les directions font toujours des angles, ils se meuvent de diagonale en diagonale.

Un corps jeté dans la direction A a, est

attiré, par le soleil, dans la direction AS, c'est-à-dire à angle droit : il ira donc, d'un mouvement accéléré, de A en B. Arrivé à ce point, la force de projection le ferait mouvoir dans la ligne Bb ; mais il est attiré à angle aigu dans la direction BS ; son mouvement sera donc encore accéléré, et il ira de B en C. C'est ainsi que la direction de la force de projection le long des tangentes, faisant toujours un angle aigu avec la direction de la pesanteur, les deux forces réunies accéléreront le mouvement de la planète, jusqu'à ce qu'elle arrive en P.

Parvenue en P, la direction de la force de projection, le long de la tangente Pp, fait un angle droit avec PS, direction de la pesanteur : la planète ira donc en F. Mais comme elle est venue de D en P, par un mouvement accéléré, elle va de P en F, par un mouvement retardé.

En F, la direction de la force de projection, le long de la tangente F f, fait un angle obtus avec FS, direction de la pesanteur : le mouvement sera donc encore retardé ; et il le sera jusqu'à ce que la planète revienne en A, parce que les angles seront toujours obtus.

Mais il faut remarquer que l'augmentation et la diminution des angles, n'est pas la seule raison qui accélère et qui retarde le mouvement. Car, de A en P, les angles ne décroissent que jusqu'à mi-chemin, comme ils ne croissent que jusqu'à mi-chemin de P en A. L'accélération et le retardement ont donc encore une autre cause. En effet, la planète accélère son mouvement, en venant de A en P, parce qu'elle s'approche plus du soleil qui l'attire en raison inverse du carré des distances; et elle retarde son mouvement en retournant de P en A, parce qu'elle est moins attirée par le soleil, à mesure qu'elle s'éloigne davantage.

CHAPITRE V.

Des aires proportionnelles aux temps.

L'AIRE d'un triangle est l'espace renfermé dans ses trois côtés. Tels sont les espaces A S B, B S C, etc. Lorsque la planète se meut de A par B, C, etc., on se représente le rayon S A comme une ligne, qui, s'élevant sur le centre S, porte la planète à l'autre bout; et qui, étant transportée avec elle, balaye, pour ainsi dire, chaque aire à mesure que la planète en décrit le côté opposé au centre S. Ce rayon se nomme *rayon vecteur*, c'est-à-dire, qui porte. Voilà ce qu'on entend lorsqu'on dit qu'une planète décrit des aires autour du centre de son mouvement.

Tous les astronomes connaissent aujourd'hui que les aires décrites par une planète sont proportionnelles aux temps, c'est-à-dire, égales en temps égaux. Képler est le premier qui ait découvert ce phéno-