# CAPITULO XI.

**Resolución de los problemas en que se considera el capital unido á sus intereses.**

**175.**—Cuando á un capital se le adicionan los intereses que produce, se forma un nuevo factor que se denomina **Suma**. Ésta puede buscarse directamente ó encontrarse comprendida en el enunciado de un problema; de suerte que es necesario conocer los procedimientos y fórmulas que se emplean para resolver esos casos.

**176.—Problema.**—*¿A cuánto ascenderá el capital de* $3,000 *y sus intereses á la tasa de* 8 *por ciento anual durante un año?*

Empleando el método fundamental de las proporciones, haremos el siguiente raciocinio: Si $100 en un año ascienden á 100 + 8, el capital de 3,000 ¿á cuánto ascenderá? O sea:

$$100 : 108 :: 3{,}000 : X = \$\,3{,}240.$$

Designando por S la **Suma**, la fórmula será:

**Fórmula núm. 51.**

$$S = \frac{C \times (100 + I)}{100}$$

Para encontrar el capital, diremos: Si $108 proceden del capital de $100, $3,240 ¿de qué capital vendrán?

$$108 : 100 :: 3{,}240 : X = \$\,3{,}000.$$

cuya fórmula es:

**Fórmula núm. 52.**

$$C = \frac{S \times 100}{100 + I}$$

Para los réditos: Si á \$108 capital é intereses, corresponden \$8 de intereses, á \$3,240 ¿cuánto corresponderá?

$$108 : 8 :: 3{,}240 : X = \$\,240.$$

De donde:

**Fórmula núm. 53.**

$$R = \frac{S \times I}{100 + I}$$

Encontrada la suma, es evidente que se pueden obtener fácilmente los réditos, deduciendo de ella el capital. Así, \$3,240 — 3000 = \$240, que representan los intereses, y en consecuencia, podemos expresarlos de este modo:

$$R = S - C.$$

Pero ya sabemos que para buscar los intereses, puede seguirse cualquiera de los otros medios conocidos, y si se quiere obtener la **Suma**, bastará unir aquéllos al capital, que, como se observará, no figura en las fórmulas del valor de **R**. Por lo mismo, este procedimiento más bien tiene aplicación cuando, dada la suma, se busque el capital ó los intereses; pues para la **Tasa** y el **Tiempo** en nada varían las fórmulas ya descritas en el capítulo II, porque si el enunciado contiene los factores **Suma** y **Capital**, una simple substracción, como acabamos de asentar arriba, dará á conocer el valor de **R**, y si los factores que se consideren son la **Suma** y los **Intereses**, entónces fácil será también conocer el valor de **C** empleando el mismo medio puesto que

$$S - R = C.$$

**177.**—Consideremos varios años.

**Problema.**—*Cuál es el monto de \$5,000 y sus intereses al 6 por ciento anual en 2 años?*

Raciocinio: Si en un año un capital de \$100 produce \$6, ¿cuánto producirá en 2 años? O bien.

$$1^{a} \qquad 1 : 6 :: 2 : X.$$



Y como consecuencia de la anterior: Si \$100 se elevan $100 + X$ en cierto tiempo y á una tasa dada, \$5,000 en las mismas condiciones ¿á cuánto ascenderán?

$$2^{a} \qquad 100 : 100 + X :: 5{,}000 : X'$$

y sustituyendo el valor de X, tendremos:

$$100 : 100 + (6 \times 2) :: 5000 : X' = \$\,5{,}600.$$

En efecto, buscando los intereses,

$$R = \frac{5{,}000 \times 6 \times 2}{100} = \$\,600.$$

que unidos al capital, dan la **Suma** \$5,600.

Por consecuencia, la fórmula cuando el problema fije varios años, es:

**Fórmula núm. 54.**

$$S = \frac{C \times [\,100 + (I \times T)\,]}{100}$$

Si la incógnita es el capital: *

$$112 : 100 :: 5{,}600 : X = \$\,5{,}000.$$

Resultando:

**Fórmula núm. 55.**

$$C = \frac{S \times 100}{100 + (I \times T)}$$

Los réditos se obtendrán así:

$$112 : 12 :: 5{,}600 : X = \$\,600.$$

Y entonces:

**Fórmula núm. 56.**

$$R = \frac{S \times I \times T}{100 + (I \times T)}$$

* Nos parece innecesario exponer los razonamientos de cada caso, porque dados los primeros, fácilmente se forman los subsecuentes.

**178.**—Ahora ocupémonos del tiempo expresado en días.

**Problema.**—*¿Qué importará el capital y sus réditos de $ 5,000 al 5 por ciento, en 180 días?* (año común.)

$$1^a \quad 365 : 5 :: 180 : X$$
$$2^a \quad 100 : 100 + X :: 5{,}000 : X'$$

y sustituyendo el valor de X,

$$100 : 100 + (5 \times \frac{180}{365}) :: 5{,}000 : X'$$

$$X' = 36{,}500 : 36{,}500 + (5 \times 180) :: 5{,}000 : X' = \$\ 5{,}123.28.$$

De donde:

**Fórmula núm. 57.**

$$S = \frac{C \times [36{,}500 + (I \times T)]}{36{,}500}$$

Para el capital tendremos:

$$100 + (5 \times \frac{180}{365}) : 100 :: 5{,}123.28 : X$$

$$X = 36{,}500 + (5 \times 180) : 36{,}500 :: 5{,}123.28 : X = \$\ 5{,}000$$

Por consiguiente:

**Fórmula núm. 58.**

$$C = \frac{S \times 36{,}500}{36{,}500 + (I \times T)}$$

Los intereses se obtendrán así:

$$100 + (5 \times \frac{180}{365}) : 5 \times \frac{180}{365} :: 5{,}123.28 : X$$

$$X = 36{,}500 + (5 \times 180) : 5 \times 180 :: 5{,}123.28 : X = \$\ 123.28.$$

De manera que:

**Fórmula núm. 59.**

$$R = \frac{S \times I \times T}{36{,}500 + (I \times T)}$$



Las fórmulas del año comercial y bisiesto no tendrían más variación, como sabemos, que el divisor 36,000 ó 36,600 en vez de 36,500. En el Cuadro número **4** que colocamos al final de la obra, constan las del año comercial bajo los números **60, 61 y 62.**

**179.**—Si se tratara de meses, no habrá sino sustituir un factor por otro, así:

**Fórmula núm. 63.**

$$S = \frac{C \times [1{,}200 + (I \times T)]}{1{,}200}$$

**Fórmula núm. 64.**

$$C = \frac{S \times 1{,}200}{1{,}200 + (I \times T)}$$

**Fórmula núm. 65.**

$$R = \frac{S \times I \times T}{1{,}200 + (I \times T)}$$

De las fórmulas que representan el valor de **R,** puede deducirse también las de los demás factores, **S, I, T,** para aplicarlos cuando los enunciados no contengan el factor **C**; pero no presentamos por ahora el desarrollo de esos diversos problemas, porque siendo idénticos á ciertos casos del descuento por dentro, nos reservamos para cuando tratemos de esas operaciones, á las cuales dedicamos un capítulo especial.

**180.**—Para los cálculos que nos ocupan, puede también emplearse los divisores fijos, simplificando aquellos notablemente.

Sabemos que el divisor fijo está representado así: $D = \frac{36{,}500}{I}$

Ahora bien, si dividimos por **I** los términos del numerador y denominador de la fórmula que antes hemos encontrado para la suma, lo cual en nada altera su significación, tendremos:

$$S = \left( \frac{C \times 36{,}500}{I} + \frac{C (I \times T)}{I} \right) \div \frac{36{,}500}{I}$$

simplificando y sustituyendo por el divisor fijo las expresiones semejantes á él, resultará:

$$S = \frac{(C \times D) + (C \times T)}{D} = \frac{C (D + T)}{D}$$

Vemos cómo de la fórmula primitiva y por medio de sustituciones, venimos á encontrar los **Divisores fijos** ya contenidos en la última. Vamos ahora á deducirlos directamente, empleando el método fundamental de las proporciones, para lo cual tiene aplicación la segunda propiedad de los divisores fijos.

**Problema.**—*¿A cuánto ascenderá el capital de* \$ 6,000 *y sus intereses, al* $4\frac{1}{2}$ *por ciento anual, en* 160 *días?* (año comercial.)

Un capital de \$ 8,000 (Divisor fijo de la tasa enunciada) nos dará de interés al $4\frac{1}{2}$ por ciento, el número de días de la imposición, ó sean 160; en consecuencia, considerando esta cifra como intereses de aquel capital supuesto, la **Suma** será de \$ 8,000 + 160 = 8,160, y entonces razonaremos del modo siguiente:

Si un capital de \$ 8,000 se eleva á 8,160 en 160 días al $4\frac{1}{2}$ por ciento, el capital de 6,000, en el mismo tiempo y á la misma tasa, ¿á cuánto se elevará? O bien:

$$8{,}000 : 8{,}160 :: 6{,}000 : X = \$\,6{,}120,$$

de donde se obtendrá la misma fórmula que habíamos deducido:

**Fórmula núm. 66.**

$$S = \frac{C\,(D + T)}{D}$$

Busquemos los demás factores. Para el capital diríamos:

$$8{,}160 : 8{,}000 :: 6{,}120 : X = \$\,6{,}000.$$

de donde:

**Fórmula núm. 67.**

$$C = \frac{S \times D}{D + T}$$

Para los réditos:

$$8{,}160 : 160 :: 6{,}120 : X = \$\,120;$$

y por consiguiente:

**Fórmula núm. 68:**

$$R = \frac{S \times T}{D + T}$$

Las fórmulas para buscar el Divisor fijo y el tiempo, son iguales á las que desarrollamos en el capítulo III, números **38 y 39;** pues los



procedimientos no varían, como lo hicimos notar en el párrafo **176,** respecto de la **Tasa** y el **Tiempo,** cuando nos ocupamos de las resoluciones sin aplicación de Divisores fijos.

Reasumiendo lo anterior, resulta que hay dos procedimientos basados en el método de las proporciones para resolver los problemas en que los intereses se agregan al capital, y dos fórmulas para cada caso, deducidas de aquéllas.

Así, por ejemplo, para la **Suma** tendremos, tomando el último problema:

1º $360 : 4\frac{1}{2} :: 160 : X$

$100 : 100 + X :: 6{,}000 : X' = \$\,6{,}120.$

2º $8{,}000 : 8{,}000 + 160 :: 6{,}000 : X = \$\,6{,}120.$

3º $S = \frac{C\,[\,36{,}000 + (I \times T)\,]}{36{,}000} = \frac{6{,}000 \times (36{,}000 + 720)}{36{,}000} = \$\,6{,}120.$

4º $S = \frac{C\,(D + T)}{D} = \frac{6{,}000 \times (\,8{,}000 + 160)}{8{,}000} = \$\,6{,}120.$

**181.**—Por el método de la unidad llegaremos á los mismos resultados; pero es necesario conocer su desarrollo, porque varían notablemente las fórmulas que se obtienen.

**Problema.**—*¿El capital de* \$ 8,000 *y sus intereses al* 6 *por ciento en* 5 *años, á cuanto montará?*

Raciocinio: Si \$100 dan 6 al año, \$1 dará $\frac{6}{100} = 0{,}06$; luego \$8,000 darán $8{,}000 \times 0{,}06$, y si éste es el producto de un año, el de 5 será $8{,}000 \times 0{,}06 \times 5 = \$\,2{,}400$; de suerte que:

$$R = C \times I \times T$$

cuyos intereses unidos al capital primitivo, dan:

$$S = 8{,}000 + (\,8{,}000 \times 0{,}06 \times 5) = \$\,10{,}400.$$

Y por lo mismo:

**Fórmula núm. 69.**

$$S = C + (C \times I \times T) = C\,[1 + (I \times T)]\,*$$

* Téngase presente que la I en todos los casos representa el interés de un peso, es decir, de la unidad y no de 100.

Para el capital diríamos:

Si $1 nos da en un año 0,06, en 5 años dará 0,30; luego la **Suma** será $1 + 0{,}30$; y si 1.30 vienen de $1, $10,400 ¿de qué capital vendrán?

$$1.30 : 1 :: 10{,}400 : X = \$8{,}000.$$

O sea:

**Fórmula núm. 70.**

$$C = \frac{S}{1 + (I \times T)}$$

Y para los réditos tendremos sencillamente:

**Fórmula núm. 71.**

$$R = S - C.$$

Para el interés anual:

Si de la **Suma** se rebaja el capital, obtendremos los intereses líquidos: $S - C = R$, es decir, $10{,}400 - 8{,}000 = 2{,}400$; y como este es el producto de 5 años, el de 1 corresponderá á la 5ª parte: $\frac{2{,}400}{5} = 480$; luego si 8,000 dan $480, en un año $1 ¿cuánto dará?

$$8{,}000 : 480 :: 1 : X = \$\,0{,}06.$$

Siguiendo el curso de las operaciones, vemos que se hizo una resta, y el resultado se dividió, primero por 5, el tiempo, y después por 8,000, el capital; luego la fórmula será:

**Fórmula núm. 72.**

$$I = \frac{S - C}{C \times T}$$

Para buscar el tiempo se hará un razonamiento análogo: Si $8,000 han producido $2,400, $1 ¿cuánto producirá?

$$8{,}000 : 2{,}400 :: 1 : X = \$\,0.30.$$

y si 0.06 es el interés de un peso en un año, el de 0.30 ¿á cuántos años corresponderá?

$$0.06 : 1 :: 0.30 : X = 5 \text{ años}.$$



Por consiguiente para el tiempo tendremos:

**Fórmula núm. 73.**

$$T = \frac{S - C}{C \times I}$$

Cuando esté expresado en meses ó en días de año comercial ó civil, el factor **T** se convierte respectivamente en fracción de año, $\frac{T}{12}, \frac{T}{360}, \frac{T}{365}$, como en todos los casos para aplicar las anteriores fórmulas.

Hay otros diversos problemas en que los intereses simples vienen unidos al capital; pero se separan del objeto de esta obra.

---