Fórmula núm. 156.

$$I = \frac{R \times 36{,}000}{(N - R)\,T} \; *$$

Fórmula núm. 157.

$$T = \frac{R \times 36{,}000}{(N - R)\,I}$$

202.—Los días de año común dan los números **158** á **161**, y si se aplican los **Divisores fijos**, serán las números **162** á **165**.

203.—Se recordará que en el **Descuento por fuera** empleamos los mismos dos métodos, é hicimos observar que los intereses de descuento pueden obtenerse también eliminando el factor **N** (valor nominal), y sustituyéndolo con **E** (valor efectivo). Pasemos á verificarlo.

2ª *Sección.—Factores* **E, I, T,** *para buscar el valor de los réditos y deducir los demás factores.*

204.—Desde luego las operaciones sin tiempo nos producen las **Fórmulas números 166** á **168**.

Las de años enteros, números **169** á **172**.

Las de meses, números **173** á **176**.

205.—Para desarrollar las de días de año comercial pondremos el siguiente:

* Por esclarecimiento y para ejercicio de las personas que no estén muy prácticas en la descomposición de las fórmulas, damos la del valor de **I**. La primera fórmula de **R** puede expresarse así;

$$R \times [36{,}000 + (I \times T)\,] = N \times I \times T$$

y de ésta tendremos:

$$R \times 36{,}600 + R \times I \times T = N \times I \times T$$

ó bien pasando al 2º miembro la segunda expresión del 1º

$$R \times 36{,}000 = N \times I \times T - R \times I \times T$$

y sacando el factor común **I**

$$R \times 36{,}000 = I\,(N \times T - R \times T);$$

luego:

$$I = \frac{R \times 36{,}000}{(N - R)\,T}$$

El valor **T** se deduce de la misma manera.

Problema.—(Tomado del anterior). *¿Qué intereses correspondieron al capital efectivo de* \$ 2,941.18, *por una obligación descontada al* 6 *por ciento con plazo de* 120 *días?*

1ª 360 : 6 :: 120 : X

2ª 100 : X :: 2,941.18 : X′

$$X' = 2{,}941.18 \times \left(\frac{6 \times 120}{360}\right) \div 100 = \frac{2{,}941.18 \times 6 \times 120}{36{,}000} = \$\,58.82.$$

de donde:

Fórmula núm. 177.

$$R = \frac{E \times I \times T}{36{,}000}$$

Fórmula núm. 178.

$$E = \frac{R \times 36{,}000}{I \times T}$$

Fórmula núm. 179.

$$I = \frac{R \times 36{,}000}{E \times T}$$

Fórmula núm. 180.

$$T = \frac{R \times 36{,}000}{E \times I}$$

206.—El año común dará los números **181** á **184**, y aplicando **Divisores fijos** los números **185** á **188**.

207.—Desarrollados los procedimientos anteriores y establecidas sus fórmulas, puede examinarse la relación que guardan las operaciones de descuento con las de interés, como dejamos anunciado al principio.

En la primera solución, las fórmulas de los valores **N** y **E**, números **132** y **131**, respectivamente, son idénticas á las que obtuvimos al tratar de los problemas en que se considera el capital unido á sus intereses, y cuyo factor llamamos **Suma**, números **60** y **61**.

Al **Descuento por dentro** lo caracteriza, como ya hemos dicho, que los intereses se deben tomar sobre el valor efectivo, de suerte que éste hace las veces de un capital cualquiera en las operaciones de interés. Si se comparan las fórmulas citadas con las de los problemas de la **Suma**, se encontrará que **E** sustituye á **C**, pues sobre estos factores se toman los intereses, y **N** sustituye á **S**, puesto que uno y otro representan capital é intereses unidos. Los valores **I, T,** de la misma primera solución, números **133** y **134**, son iguales á las fórmulas **28** y **29**, porque N — E = R en el numerador, y E = C en el denominador.

Para no ser difusos nos limitamos á sólo la anterior comparación; pues sería muy extenso hacer la de cada fórmula en particular, y con relación á las operaciones de interés, no adicionando el capital y á las que estos dos valores se encuentran unidos; pero aconsejamos á nuestros lectores que teniendo á la vista todas las fórmulas de los diversos casos de interés, las comparen con las de descuento, y encontrarán así un campo fecundo para el estudio, á la vez que verdaderamente recreativo.

Procurando no omitir nada, citamos en las fórmulas de descuento por dentro, las relativas al interés, porque juzgamos muy útil tener la correspondencia que hay entre unas y otras, como se verá en nuestro Cuadro general.

208.—Ahora bien, veamos si este segundo procedimiento satisface el supuesto de que el valor efectivo recibido debe producir de interés el importe del descuento que se hizo, para que la compensación sea perfectamente equitativa.

Tomando los resultados del último ejemplo, busquemos los intereses del valor efectivo.

$$R = \frac{2,941.18 \times 6 \times 120}{36,000} = \$\,58.82.$$

Igual á los intereses descontados, y que unidos al propio valor efectivo, producen el nominal; por consecuencia, queda comprobado este segundo procedimiento que es el llamado de **Descuento por dentro.**

Mucho se ha debatido el empleo de ambos métodos, é infinitos ejemplos se han presentado para demostrar que el descuento *por fuera* es *abusivo;* pero el comercio en general, como la mayor parte de los Bancos, lo han adoptado. Los sostenedores de esa práctica se fundan en la reciprocidad de las operaciones y en la facilidad con que se hace el cálculo; pero á juicio de los economistas y contadores, la única razón que hay para obrar así es el mayor provecho que produce á los negociantes descontadores, permitiéndoles operar realmente á una tasa algo más elevada de la que se enuncia.

APLICACIÓN DE LOS DIVISORES FIJOS.

209.—El empleo de los **Divisores fijos** en las operaciones de descuento, las simplifica extraordinariamente como pasamos á examinar.

Problema.—*¿Cuál es el valor efectivo y el monto del descuento por una obligación de* $ 9,000 *negociada al* 6 *por ciento anual, que vencerá á los* 140 *días de la fecha?*

DESCUENTO POR FUERA.

Empleemos primeramente los datos **N, I, T.**

Para los intereses: 6,000 : 140 :: 9,000 : X =................$ 210.00
Para el valor efectivo: 6,000 : 6,000 — 140 :: 9,000 : X = 8,790.00

Suma.. ....$ 9,000.00

Con los datos **E, I, T,** tendremos:

Para los intereses: 5,860 : 140 :: 8,790 : X =................$ 210.00

DESCUENTO POR DENTRO.

Con los datos **N, I, T,** resultará:

Para los intereses: 6,140 : 140 :: 9,000 : X =...............$ 205.21
Para el valor efectivo: 6,000 + 140 : 6,000 :: 9,000 : X = 8,794.79

Suma................$ 9,000.00

Con los datos **E, I, T,** será:

Para los intereses: 6,000 : 140 :: 8,794.79 : X =...........$ 205.21

Vemos que por medio de una sola proporción se obtiene el descuento ó el valor efectivo en cada uno de los procedimientos, mientras que sin el empleo de los divisores fijos, hemos establecido dos proporciones para encontrar cada uno de esos datos.

El desarrollo anterior tiene por fundamento uno de los principios ya demostrados: todo capital igual al divisor fijo de la tasa que se considera, produce de interés el número de días por que se impone: en consecuencia, tomando por capital el divisor de la tasa del 6 por ciento,* y haciendo en cada caso los mismos razonamientos que al plantear la segunda proporción de los diversos ejemplos que tenemos resueltos, quedarán establecidas las proporciones anteriores, y hecha la aplicación, obteniéndose los mismos resultados.

COMPARACIÓN ENTRE AMBOS PROCEDIMIENTOS DE DESCUENTO.

210.—Para conocer la diferencia que hay entre ambos descuentos, pongamos el siguiente:

Problema.—*¿Cuál es el valor efectivo y el descuento de un efecto de comercio, valor $ 3,861, á 2 años de la fecha y negociado al 5 por ciento?*

DESCUENTO POR FUERA.

Intereses.................. $R = \dfrac{3.861 \times 5 \times 2}{100} = \$ \quad 386.10$

Valor efectivo............ $E = \dfrac{3.861 \times 90}{100} = \$ \ \underline{3,474.90} \qquad \$ \ 3,861.00$

DESCUENTO POR DENTRO.

Intereses.................. $R = \dfrac{3.861 \times 5 \times 2}{100 + (5 \times 2)} = \$ \quad 351.00$

Valor efectivo............ $E = \dfrac{3.861 \times 100}{100 + (5 \times 2)} = \$ \ \underline{3,510.00} \qquad \$ \ 3,861.00$

Comparando los resultados tendremos:

	Intereses.	Valor efectivo.
Descuento por fuera......................$	386.10	$ 3,474.90
Descuento por dentro......................	351.00	3,510.00
Diferencias.................	+ 35.10	— 35.10

* Ya sabemos que no sólo la tasa, sino también el período de tiempo, hacen cambiar el **Divisor fijo.**

Se ve que tanto los descuentos como los valores efectivos guardan la misma relación; y la diferencia que tienen proviene, como ya hemos repetido, de que el interés se tomó, en el primer caso, sobre el valor nominal, mientras que en el segundo lo fué sobre el efectivo; por consiguiente, la cantidad de $386.10 contiene el descuento verdadero y el interés de ese descuento, ó sea el interés de ese interés, como pasamos á demostrar.

211.—Tomando el interés de $351 (importe del descuento por dentro), en 2 años, al 5 por ciento, resultará:

$$R = \frac{351 \times 5 \times 2}{100} = \frac{3.510}{100} = \$ \, 35.10,$$

cuyo producto, unido á los mismos intereses, nos da los $386.10, monto de los obtenidos en el descuento por fuera, y representa también las diferencias que encontramos entre los capitales líquidos que se recibieron y los intereses que se descontaron.

Para completar nuestro estudio, pasemos de la comparación concreta ó numérica á la abstracta ó de fórmula para tener la expresión de la diferencia.

Tenemos que $R = \dfrac{C \times I \times T}{100}$, fórmula del interés aplicada al descuento por fuera para años enteros, y $R = \dfrac{C \times I \times T}{100 + (I \times T)}$, fórmula propia del descuento por dentro, también para años enteros; luego:

$$\frac{C \times I \times T}{100} - \frac{C \times I \times T}{100 + (I \times T)} = X,$$

diferencia que se busca.

Reduciendo á un común denominador para efectuar la sustracción, tendremos:

$$\frac{C \times I \times T\,[100 + (I \times T)]}{100\,[100 + (I \times T)]} - \frac{C \times I \times T \times 100}{100\,[100 + (I \times T)]}$$
$$= \frac{C \times I \times T \times 100 + C \times I^2 \times T^2 - C \times I \times T \times 100}{100\,[100 + (I \times T)]}$$

y destruyendo los términos semejantes:

$$\frac{C \times I^2 \times T^2}{100\,[100 + (I \times T)]}$$

que representa la diferencia entre ambos descuentos, la de los valores efectivos entre sí, y también los intereses de los intereses obtenidos en el descuento por dentro.

En efecto, si de la fórmula $X = \frac{C \times I \times T}{100 + (I \times T)}$ que representa el descuento tomado sobre el valor efectivo, buscamos los intereses, tendremos:

$$R = \frac{\frac{C \times I \times T}{100 + (I \times T)} \times I \times T}{100} = \frac{C \times I^2 \times T^2}{100\,[100 + (I \times T)]}$$

igual á la fórmula que produjo la diferencia.

A primera vista resalta lo ventajoso que es el descuento por fuera para el negociante; pues comparando las dos fórmulas que representan el importe de los intereses de descuento

$$\frac{C \times I \times T}{100} \quad y \quad \frac{C \times I \times T}{100 + (I \times T)}$$

la segunda es menor que la primera; pues de dos quebrados que tienen igual numerador, es menor aquel que tiene mayor denominador.*

* Aquellos de nuestros lectores que deseen hacer un estudio profundo de las diferencias que en todos los casos tienen los descuentos por fuera y por dentro, pueden consultar la obra de Janson Durville, profusa en las comparaciones y diferencias hasta de los factores entre sí, aunque escasísima en el desarrollo y fórmulas de ambos descuentos. *Cours de mathématiques appliquées aux operations financières.* Paris. Berger-Levrault et Comp.—1887.

CAPITULO XIII.

Plazo medio ó vencimiento común.

212.—Se da el nombre de **Vencimiento común** ó **Promedio de pagos**, al plazo medio que resulta de los vencimientos parciales correspondientes á diversas cantidades cuyos intereses ó descuentos sean iguales á los que produzca la suma total de ellos, hasta el referido plazo medio, de manera que queda compensado el adelanto de unos con el retardo de otros.

Los comerciantes en general, las instituciones de crédito y los Bancos, hacen uso frecuentemente del vencimiento común, porque facilita los cálculos, abrevia las escrituras en los libros y resuelve una multitud de cuestiones que tienen por objeto, como hemos dicho, la compensación de intereses por cantidades que se anticipan ó retardan en virtud de nuevos convenios que modifican las obligaciones primitivas.

El vencimiento común tiene aplicación práctica en las cuentas corrientes á interés, cuando en la misma fecha se da entrada á diversos valores, y bajo otro aspecto sirve para demostrar los principios que tienen por fundamento los diversos métodos que se emplean para llevar dichas cuentas.

Antes de pasar al terreno práctico nos ocuparemos del documento comercial que contiene todos los datos necesarios para calcular el vencimiento común.

Cuando un comerciante ó industrial quiere negociar los **Efectos de comercio** que posee, nombre genérico que se da á toda obligación