

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



MEDIDA DEL ESPESOR DEL DIENTE  
EN ENGRANES RECTOS

T R A B A J O

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS PRESENTADO POR EL

*Ing. Noé Hinojosa Treviño*

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERIA MECANICA

MONTERREY, N. L.

NOVIEMBRE DE 1977

53  
E  
7

1997m

TM  
Z58  
M2  
FIM  
197  
H52

621

129



1020070551

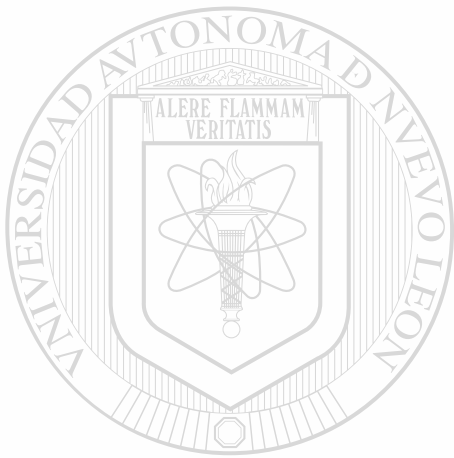


UANI

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Núm. Clas. 1  
2  
Núm. Autor H 937  
Núm. Adg. 084105  
Procedencia \_\_\_\_\_  
Precio \_\_\_\_\_  
Fecha 1- MAR 1980  
Clasificó \_\_\_\_\_  
Catalogó M. K. J.



# UANL

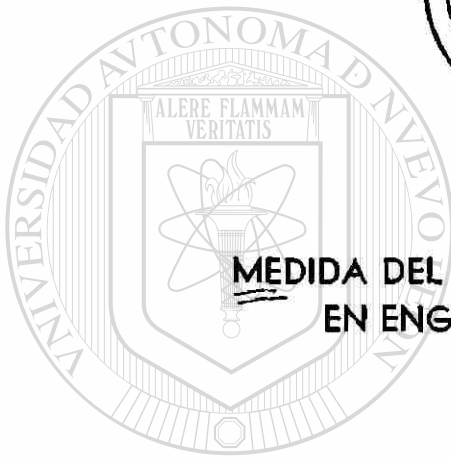
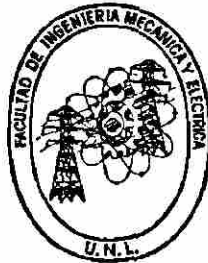
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



## MEDIDA DEL ESPESOR DEL DIENTE EN ENGRANES RECTOS

TRABAJO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

*Ing. Noé Hinojosa Treviño*

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERIA MECANICA

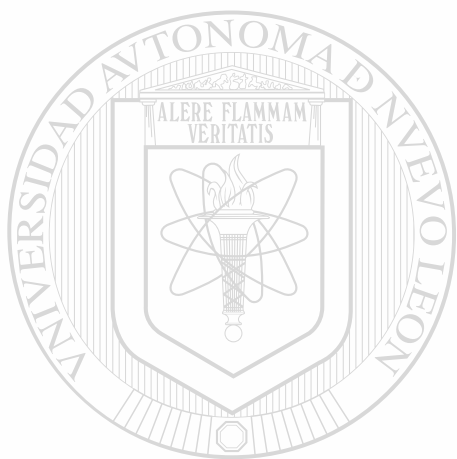
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA  
"ALFONSO REYES"

MONTERREY, N. L.

NOVIEMBRE DE 1977

084105

TM  
25853  
.M2  
FING  
1 77  
H52



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

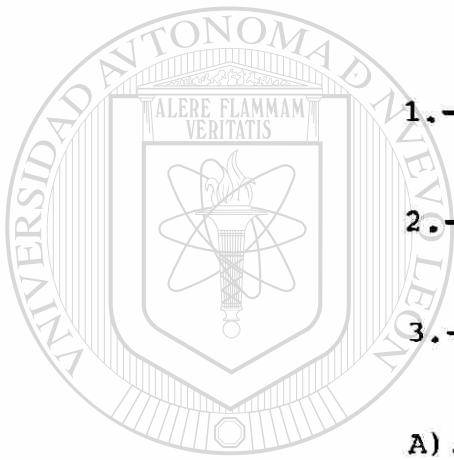
®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**141910**

## MEDIDA DEL ESPESOR DEL DIENTE EN ENGRANES RECTOS



1.- INTRODUCCION

2.- GENERALIDADES

3.- MEDIDA DEL ESPESOR DEL DIENTE

A) .-MEDIDA POR ENGRANES CALIBRADOS

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

B) .-MEDIDA POR VERNIER

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

C) .-MEDIDA SOBRE RODILLOS



## 1.- INTRODUCCION.

Los engranes rectos son usados para transmitir potencia y esta potencia es dada por la transmisión a menor velocidad generalmente que a la que se produce.

En la construcción de engranes es necesario controlar las dimensiones de los engranes, desde el material donde se van a maquinar, hasta los dientes de estos engranes.

---

Las dimensiones en genral son las siguientes:

Díametro de cabeza, ancho de cara espesor del diente etc. nos ocuparemos en particular de algunas formas de hacer la medición del espesor del diente.



## 2.- GENERALIDADES.

Para la construcción de los engranes se usa el sistema métrico o el sistema inglés, se elige el sistema de acuerdo con el problema que se tenga por resolver.

En adelante nos referiremos al sistema inglés, y la nomenclatura a usar es la siguiente.

$P_d$  = Peso diametral

$N$  = Número de dientes

$r$  = Radio de paso

$P_c$  = Paso circular

$r_b$  = Radio del círculo base

$\phi$  = Círculo de presión

$t$  = Espesor del diente

$a$  = Cabeza del diente

$b$  = Pie del diente.

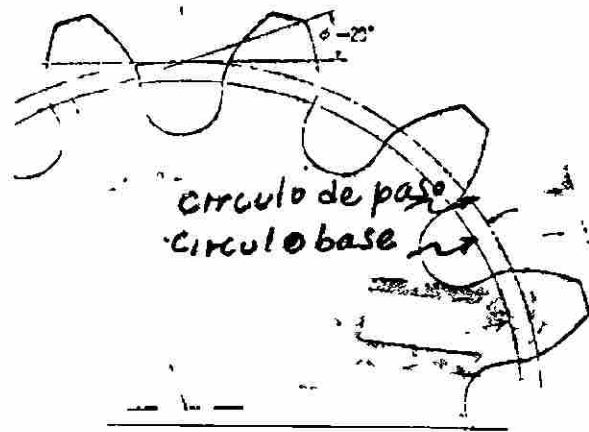
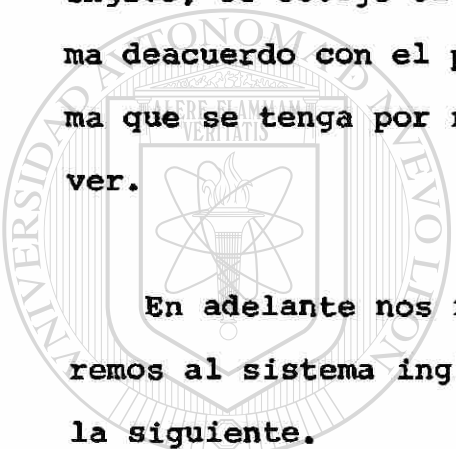


Fig. 1 Engrane recto



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



El paso diametral se define por:

$$P_d = N/2r \text{ y el paso circular sera: } P_c = 2\pi r/N$$

$$P_c P_d = \pi$$

El contorno del diente del engrane recto que se va a estudiar es evolvente de circunferencia y el circulo usado se llama circulo base, la figura 2 muestra una curva de este tipo.

De la figura 2.

$$r_b = r \cos \phi .$$

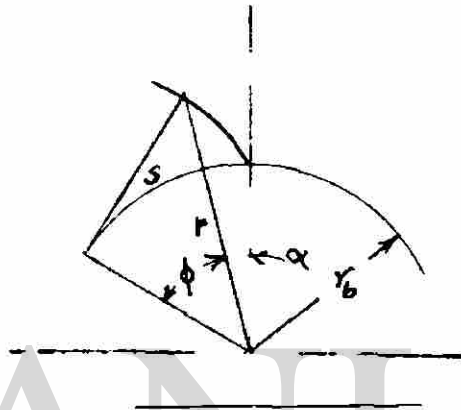


Fig. 2 Curva evolvente de circunferencia.

El ángulo desde el origen de la evolvente a la posición indicada de  $r$  lo indicaremos por .

$$\alpha . \text{ Arco } S = \sqrt{r^2 - r_b^2} = r_b (\phi + \alpha) = r_b \text{ tg } \phi .$$

$\alpha = \text{tg } \phi - \phi$  . a esta ecuación se le llama función involuta de  $\phi$  y se indica  $\text{inv } \phi$  .

Esta ecuación involuta se usara en adelante con mucha frecuencia.

ESPESOR DEL DIENTE PARA UN RADIO  $r$

Se van a deducir las ecuaciones para calcular el espesor del diente y el ángulo de presión a un radio  $r$  en un engrane recto, conocido el espesor del diente  $t_1$  a un radio  $r_1$  y un ángulo de presión  $\phi_1$ .

De figura 3.

$$r_b = r_1 \cos \phi_1, \quad \cos \psi_1 = r_b / r_1$$

$$\cos \phi = r_b / r$$

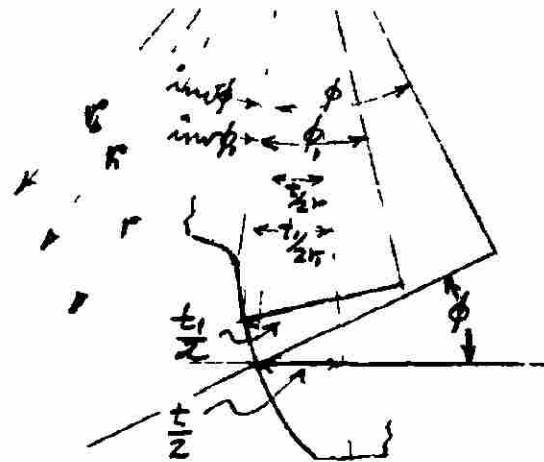


Fig. 3 Espesor del diente para un radio dado.

El ángulo de la mitad del espesor del diente a  $r_1$  es igual a  $t_1/2r_1$  en radianes.

El ángulo de la mitad del espesor del diente a una distancia igual a la del radio base  $r_b$  es igual a  $t_1/2r_1 + \text{inv } \phi_1$ .

El ángulo de la mitad del espesor del diente a una distancia  $r$  es igual a:  $t/2r = t_1/2r_1 - \text{inv } \phi + \text{inv } \phi_1$   
 $t = 2r ( t_1/2r_1 - \text{inv } \phi + \text{inv } \phi_1 )$ .

POSICION DE UN RODILLO EN EL ESPACIO DEL DIENTE.

Dado el espesor del diente y el angulo de presi3n de un engrane con dientes de evolvente cuyo radio es especificado, se puede determinar la posici3n de un rodillo en el espacio del diente.

El angulo del centro del diente al centro del rodillo es igual a  $\tau / N$ .

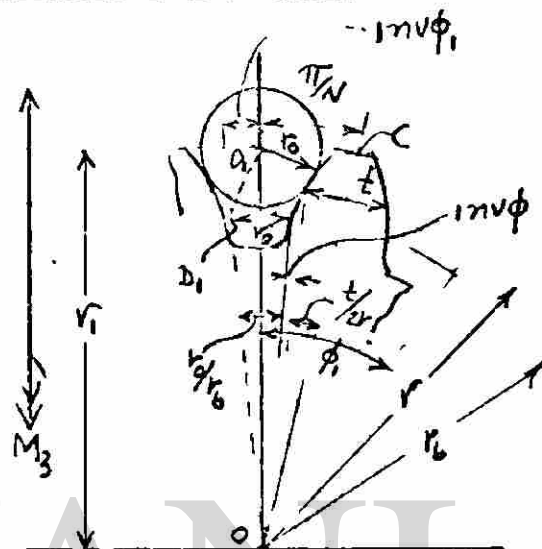


Fig. 4. Posici3n de un rodillo en el espacio del diente.

El angulo del centro del diente al origen de la evolvente en el perfil del diente es igual a  $t/2r + \text{inv } \phi$ .

En la figura 4 se muestra una curva evolvente punteada, esta evolvente punteada pasa por el centro del rodillo. El angulo del centro del diente al origen de la evolvente punteada es igual a  $t/2r + r_0/r_b + \text{inv } \phi$ .

El angulo del origen de la evolvente punteada a la linea radial que pasa por el centro del rodillo es:

$$\text{inv } \phi_1 = t/2r + r_0/r_b + \text{inv } \phi - \tau / N .$$

$$\text{El radio } r_1 \text{ es igual a } r_1 = r_b / \cos \phi_1 .$$

EJEMPLO

En un engrane recto de 14 dientes y angulo de presión de  $14\ 1/2^\circ$  de paso diametral igual a 6. Tiene un espesor de diente  $t = 0.2618$  pulgadas. El radio del rodillo  $r_0 = 0.15$  pulgadas. Calcular  $r_1$  y  $\text{inv } \phi_1$ .

$$r_b = r \cos \phi = 1.13 \text{ pulgadas .}$$

$$\text{inv } \phi = 0.00562, r = N/2r_b = 14/12 = 1.167 \text{ pulgadas.}$$

$$\text{inv } \phi_1 = t/2r + r_0/r_p + \text{inv } \phi - \pi/N .$$

$$\text{inv } \phi_1 = .112 + 0.00562 + 0.133 - 0.224 = 0.026$$

$$\phi_1 = 23.9^\circ .$$

$$r_1 = r_b / \cos \phi_1 = 1.13 / .91 = 1.24 \text{ pulgadas .}$$

ESPESOR DEL DIENTE DE ENGRANE RECTO GENERADO.

En un engrane cortado con

herramienta de cremallera, se genera un perfil de evolvente en el diente del engrane. El espesor del diente y el espacio de la cremallera es igual a un medio del paso circular.

El espesor del diente producido por el maquinado del - cortador depende de la relación

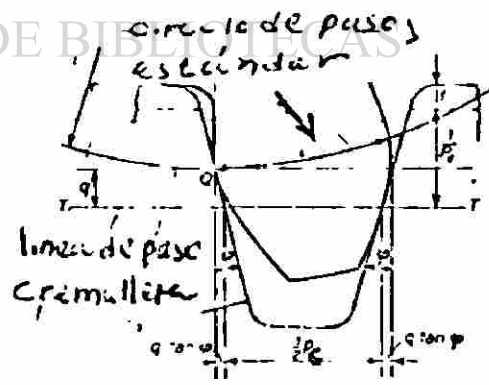
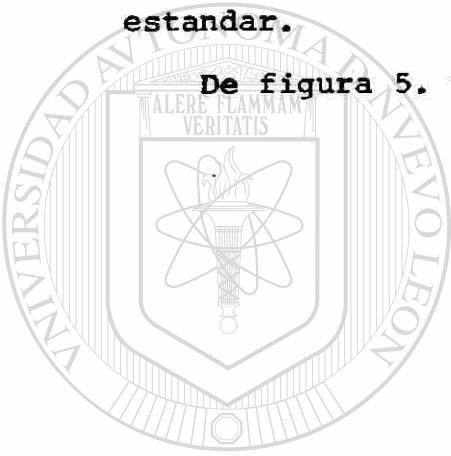


Fig. 5 Variación del espesor del diente con cortador de cremallera.

de la línea de paso de la cremallera y el círculo del -  
paso del engrane .

Cuando la línea de paso de la cremallera y el circ\_u  
lo de paso del engrane son tangentes se tiene un diente  
estandar.

De figura 5.  $t = 1/2 P_c + 2qtg \phi$  .



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**MEDIDA DEL ESPESOR DEL DIENTE POR CALIBRADOR DE DIENTE DE ENGRANE.**

El espesor de un diente de un engrane puede ser determinado por el uso de un diente de engrane calibrado hecho especialmente por este propósito.

La ecuación del espesor de la cuerda  $t_c$  es:

$$t_c = 2r \text{ sen } (t/2r \times 180/\pi)$$

$$t_c = 2r \text{ sen } (90t/r\pi).$$

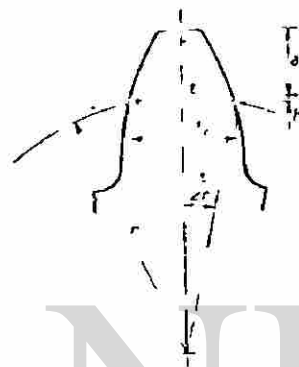


Fig. 6 Medida del espesor del diente por engrane calibrador.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

El espesor del diente puede ser determinado de esta ecuación. DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El calibre debe tener contacto con el diente en el círculo de paso, en una altura igual a la cabeza del diente, además de un pequeño aumento  $h_c$  que es dado por la ecuación siguiente.

$$h_c = r - r \cos t/2r \times 180/\pi = r (1 - \cos 90t/r\pi).$$

ESPESOR DEL DIENTE DE UN ENGRANE MEDIDO CON VERNIER .

La medida del espesor del diente de un engrane en el -- circulo de paso puede ser -- hecha con un vernier como se muestra en la figura 7.

Entre OF y OG estan las -- lineas de centro situados en -- tre  $N_1$  dientes.

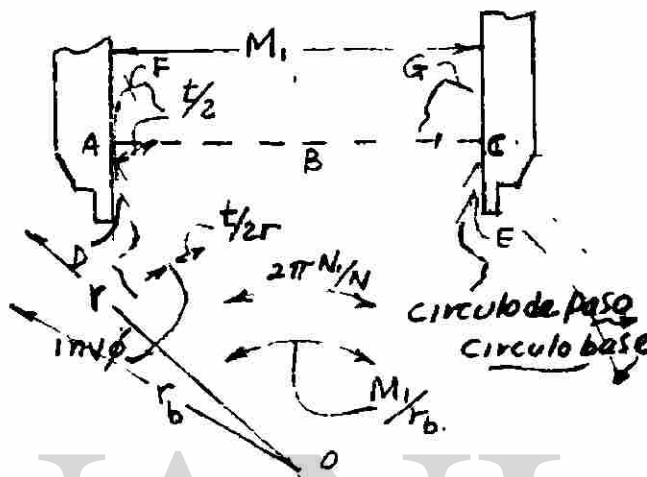


Fig. 7 Espesor del diente determinado por Vernier.

El angulo FOG es igual a  $2\pi N_1/N$

$$1/2M_1 = AB = BD = r_b \alpha \quad \alpha = M_1/2r_b = M_1/2r \cos \phi .$$

Un medio del espesor del diente  $t$  subtende un angulo  $t/2r$  y el angulo ODE es  $M_1/r \cos \phi$  .  
por lo tanto  $t = 2r (M_1/2r_b - \pi N_1/N - \text{inv} \phi)$  .

EJEMPLO.

En un engrane recto de 14 dientes paso diametral 6 y angulo de presión  $14 \frac{1}{2}^\circ$  se obtiene.

$$M_1 = 0.7812 \text{ pulgadas en } N_1 = 1 \text{ diente}$$

Calcular el espesor del diente  $t$ .



$$r = 14/12 = 1.167 \text{ radio pase } r_b = r \cos \phi = 1.13 \text{ pulgadas}$$

$$\text{inv} \phi = 0.00562.$$

$$t = 2r ( M_1/2r_b - \pi N_1/N - \text{inv} \phi ).$$

$$t = 2.33 ( 0.7812/2 \times 1.13 - \pi \times 1/14 - 0.00562 ) = 0.2665 \text{ pulg.}$$

$$t = 0.2665 \text{ pulgadas.}$$

**EJEMPLO.**

En un engrane recto de 37 dientes paso diametral --  
igual a 6. Angulo de presión  $14 \frac{1}{2}^\circ$  se obtiene.

$$M_1 = 1.8046 \text{ pulgadas en } N_1 = 3 \text{ dientes.}$$

Calcular el espesor del diente  $t$ .

$$r = N/2P_d = 37/12 = 3.0833 \text{ pulgadas}$$

$$r_b = r \cos \phi = 2.99 \text{ pulgadas}$$

$$\text{inv} \phi = 0.00562$$

$$t = 2r ( M_1/2r_b - \pi N_1/N - \text{inv} \phi ).$$

$$t = 6.17 ( 0.3023 - 0.2547 - 0.00562 ) = 0.26 \text{ pulgadas}$$

$$t = 0.26 \text{ pulgadas.}$$

**ESPESOR DEL DIENTE DE UN ENGRANE POR MEDICION SOBRE RODILLOS CUANDO EL NUMERO DE DIENTES ES PAR.**

El espesor del diente de un engrane puede ser determinado por la toma de medida através de rodillos colocados entre los dientes.

Considerando el engrane recto de la figura 8 con un ángulo de presión  $\phi$  y un número par  $N$  de dientes. Con rodillos de radio  $r_0$  en espacios diametrales opuestos, se toma la medida  $M_3$  con un instrumento adecuado.

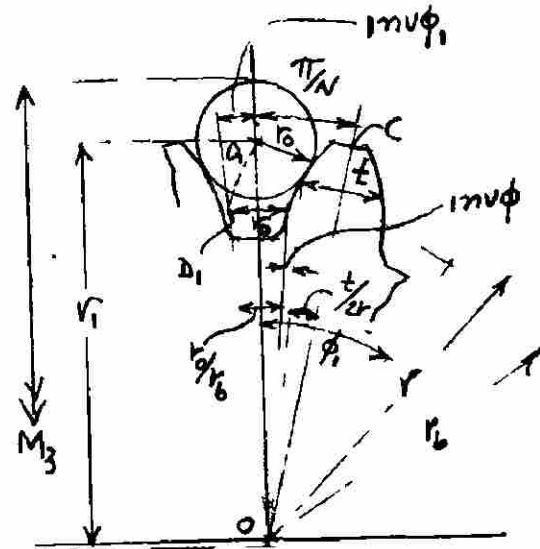


Fig. 8 Espesor del diente por medición sobre rodillos para un No. par de dientes.

cuado.

La curva  $O_1 D_1$  en la figura 8 es una evolvente y es determinada por la línea de  $O_1$  al círculo base.

Al calcular el ángulo  $D_1 O C$ . La ecuación que resulta esta en función del espesor del diente en el círculo de paso.

$$\text{Ángulo } D_1 O C = \frac{\pi}{N} + \text{inv}\phi_1 - r_0/r_b + \text{inv}\phi + t/2r$$

$$t = 2r ( \frac{\pi}{N} + \text{inv}\phi_1 - r_0/r_b - \text{inv}\phi ) .$$

de la figura 8 la medida  $M_3$  es igual a :

$$M_3 = 2 (r_1 + r_0) .$$

$$r_b = r \cos\phi = r_1 \cos \phi_1 .$$

EJEMPLO.

En un engrane de 14 dientes paso diametral igual a 6 angulos de presión  $14 \frac{1}{2}^\circ$  se mide  $M_3=2.793''$  sí - -

$$r_0 = 0.1484''$$

Calcular el espesor del diente  $t$  .

$$2r = N/P_b = 14/6 = 2.33 \text{ pulgadas}$$

$$r_b = r \cos\phi = 1.13 \text{ pulgadas } M_3 = 2 (r_1 + r_0)$$

$$r_1 = M_3/2 - r_0 = 1.3965 - 0.1484 = 1.25 \text{ pulgadas}$$

$$\cos\phi_1 = r_b/r_1 = 1.13/1.25 = 0.9 \quad \phi_1 = 25.31^\circ$$

$$\text{inv}\phi = \text{inv } 14 \frac{1}{2}^\circ = 0.00562$$

$$\text{inv}\phi_1 = \text{inv } 25.31^\circ = 0.03$$

$$t = 2.33 ( \pi/14 + 0.03 - 0.00562 - 0.1484/1.13 ) = 0.27 \text{ pulga.}$$

das.

ESPESOR DEL DIENTE DE UN ENGRANE POR MEDICION SOBRE RODILLOS CUANDO EL NUMERO DE DIENTES ES IMPAR.

Cuando el numero de dientes de un engrane es impar se debe hacer un ajuste en la ecuación  $M_3 = 2 ( r_1 + r_0 )$  dicho ajuste consiste en cambiar  $r_1$  por  $r_1 \cos 90/N$  entonces la ecuación quedará .

$M_4 = 2(r_1 \cos 90/N + r_0)$  y analizando los angulos de la figura se obtiene.

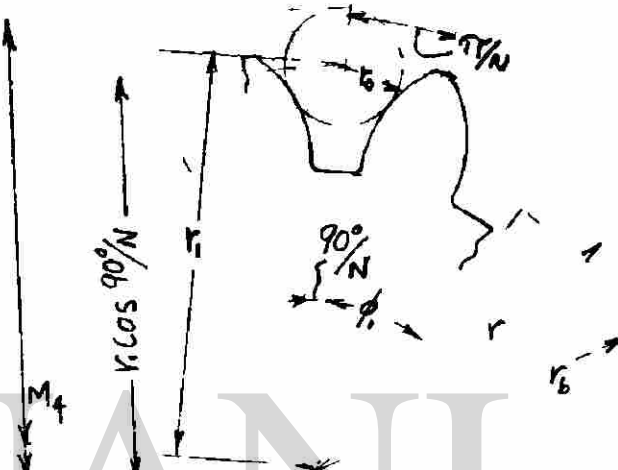


Fig. 9 Espesor del diente de un engrane recto para un No. impar de diente.

$$t = 2r ( \pi/N + \text{inv}\phi_1 - \text{inv}\phi - r_0/r_b ) .$$

Para engranes convensionales el tamaño razonable del rodillo está dada por la relación siguiente:

$$r_0 = 0.84/P_b \text{ o ligeramente mayor}$$

$$P_d = \text{paso diametral.}$$

EJEMPLO.

En un engrane recto de 37 dientes paso diametral --  
igual a 6 y angulo de presión  $14\ 1/2^\circ$  se obtiene.

$$M_4 = 6.6145 \text{ pulgadas}$$

El radio del rodillo  $r_b = 0.1484$  pulgadas

Calcular el espesor  $t$  del diente.

$$r = N/2P_d = 37/12 = 3.083 \text{ pulgadas}$$

$$\text{inv}\phi = \text{inv } 14\ 1/2^\circ = 0.00562$$

$$M_4 = 2(r_1 \cos 90/N + r_0)$$

$$r_1 = 1/\cos 90/N (M_4/2 - r_0) = 1/0.999 (3.30725 - 0.1484)$$

$$r_1 = 3.16201 \text{ pulgadas}$$

$$r_b = r \cos\phi = r_1 \cos\phi_1 = 2.981 \text{ pulgadas}$$

$$\cos\phi_1 = 2.981/3.16 = 0.9427 \quad \phi_1 = 19.48^\circ$$

$$\text{inv}\phi_1 = 0.0133 \quad t = 2r (\pi /N + \text{inv}\phi_1 - \text{inv}\phi - r_0/r_b)$$

$$t = 6.166 (\pi /37 + 0.0133 - 0.00562 - 0.1484/2.981) =$$

$$t = 0.2639 \text{ pulgadas.}$$

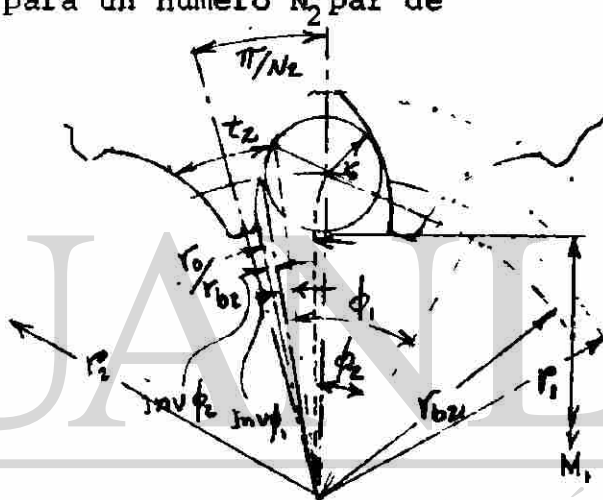
MEDICION DEL ESPESOR DEL DIENTE EN ENGRANES RECTOS INTERNOS POR MEDIO DE RODILLOS.

Nomenclatura.

$M_1$  = medida entre rodillos para un numero  $N_2$  par de dientes.

$M_2$  = medida entre rodillos para un numero  $N_2$  impar de dientes.

$r_b$  = radio base  $\phi$  = angulo de presión etc.



El angulo del centro del diente a la evolvente en un radio  $r_2$  es igual a:

$$\pi/N_2 - t_2/2r_2.$$

El angulo del origen del evolvente en un radio de  $r_1$  es igual a:  $\text{inv}\phi_2 = \text{inv}\phi_1 - t_2/2r_2 - r_0/r_{b2} + \pi/N_2$

El radio del circulo base del engrane interno es igual a:  $r_{b2} = r_1 \cos\phi_2$ .

$$M_1 = 2 (r_1 - r_0) \text{ si el numero de dientes } N \text{ es par}$$

$M_2 = 2 (r_1 \cos 90/N_2 - r_0)$  si el numero de dientes  $N$  es impar.

Fig. 10 Medición del espesor del diente en engrane recto interno.

EJEMPLO.

Calcular el espesor del diente en un engrane interno de 40 dientes que tiene un paso diametral de uno. El rodillo tiene un radio  $r_0 = .9$  pulgadas. El angulo de presión es igual a  $20^\circ$ . Se mide  $M_1 = 38.464$  pulgadas.

$$r_2 = N/2P_d = 20 \text{ pulgadas}, r_{b2} = r_2 \cos \phi_1$$

$$r_{b2} = 20 \times .94 = 18.79 \text{ pulgadas}, \text{inv } \phi_1 = 0.0149$$

$$M_1 = 2(r_1 - r_0), r_1 = M_1/2 + r_0 = 38.464/2 + .9 = 20.17$$

$$r_1 = 20.17 \text{ pulgadas.}$$

$$\cos \phi_2 = r_{b2}/r_1 = 18.79/20.17 = .9316, \phi_2 = 21.3177^\circ$$

$$\text{inv } \phi_2 = 0.0181, t_2 = 2r_2 \left( \pi/N - \text{inv } \phi_2 - r_0/r_{b2} + \right. \\ \left. + \text{inv } \phi_1 \right) = 2 \times 20 \left( \pi/40 - 0.0181 - 0.9/18.79 + 0.149 \right)$$

$$t_2 = 1.0976 \text{ pulgadas.}$$



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS