

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



MEDIDA DEL ESPESOR DEL DIENTE
EN ENGRANES RECTOS

T R A B A J O

PRESENTADO POR EL

Ing. Noé Hinojosa Treviño

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERIA MECANICA

MONTERREY, N. L.

NOVIEMBRE DE 1977

53
E
7

1997m

TM
Z 58
. M2
FIM
197
H52

621

1

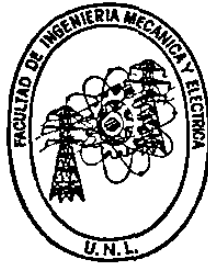


1020070551

Núm. Clas. 1
2
Núm. Autor H 937
Núm. Adg. 084105
Procedencia 1
Precio _____
Fecha 1- MAR 1980
Clasificó _____
Catalogó M. Ky

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



MEDIDA DEL ESPESOR DEL DIENTE EN ENGRANES RECTOS

T R A B A J O

PRESENTADO POR EL

Ing. Noé Hinojosa Treviño

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERIA MECANICA

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
"ALFONSO REYES"

MONTERREY, N. L.

NOVIEMBRE DE 1977

084105

TM
25853
.M2
FING
1 77
H52



141910

MEDIDA DEL ESPESOR DEL DIENTE EN ENGRANES RECTOS

1.- INTRODUCCION

2.- GENERALIDADES

3.- MEDIDA DEL ESPESOR DEL DIENTE

A) .-MEDIDA POR ENGRANES CALIBRADOS

B) .-MEDIDA POR VERNIER

C) .-MEDIDA SOBRE RODILLOS

1.- INTRODUCCION.

Los engranes rectos son usados para transmitir potencia y esta potencia es dada por la transmisión a menor velocidad generalmente que a la que se produce.

En la construcción de engranes es necesario controlar las dimensiones de los engranes, desde el material donde se van a maquinar, hasta los dientes de estos engranes.

Las dimensiones en genral son las siguientes:

Diametro de cabeza, ancho de cara espesor del diente etc. nos ocuparemos en particular de algunas formas de hacer la medición del espesor del diente.

2.- GENERALIDADES.

Para la construcción de los engranes se usa el sistema métrico o el sistema inglés, se elige el sistema de acuerdo con el problema que se tenga por resolver.

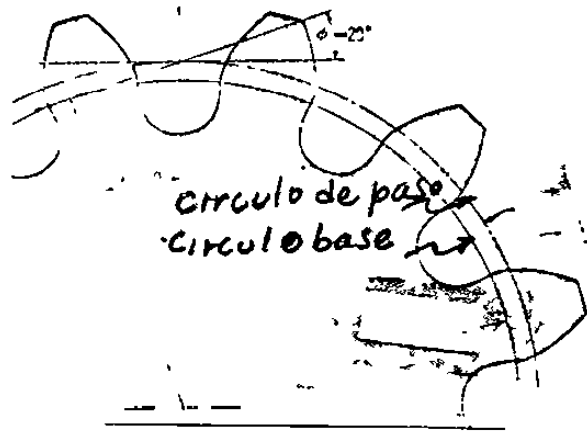


Fig. 1 Engrane recto

En adelante nos referiremos al sistema inglés, y la nomenclatura a usar es la siguiente.

P_d = Peso diametral

N = Número de dientes

r = Radio de paso

P_c = Paso circular

r_b = Radio del círculo base

ϕ = Círculo de presión

t = Espesor del diente

a = Cabeza del diente

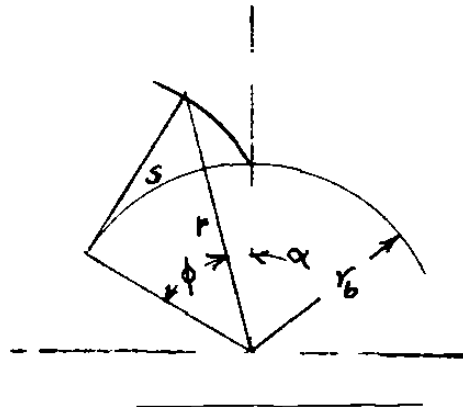
b = Pie del diente.

El paso diametral se define por:

$$P_d = N/2r \text{ y el paso circular sera: } P_c = 2\pi r/N$$

$$P_c P_d = \pi$$

El contorno del diente del engrane recto que se va a estudiar es evolvente de circunferencia y el circulo usado se llama circulo base, la figura 2 muestra una curva de este tipo.



De la figura 2.

$$r_b = r \cos \phi .$$

Fig. 2 Curva evolvente de circunferencia.

El ángulo desde el origen de la evolvente a la posición indicada de r lo indicaremos por α .

$$\alpha . \text{ Arco } S = \sqrt{r^2 - r_b^2} = r_b (\phi + \alpha) = r_b \operatorname{tg} \phi .$$

$\alpha = \operatorname{tg} \phi - \phi$. a esta ecuación se le llama función involuta de ϕ y se indica $\operatorname{inv} \phi$.

Esta ecuación involuta se usara en adelante con mucha frecuencia.

ESPESOR DEL DIENTE PARA UN RADIO r

Se van a deducir las ecuaciones para calcular el espesor del diente y el ángulo de presión a un radio r en un engrane recto, conocido el espesor del diente t_1 a un radio r_1 y un ángulo de presión ϕ_1 .

De figura 3.

$$r_b = r_1 \cos \phi_1, \quad \cos \psi_1 = r_b / r_1$$

$$\cos \phi = r_b / r$$



Fig. 3 Espesor del diente para un radio dado.

El ángulo de la mitad del espesor del diente a r_1 es igual a $t_1/2r_1$ en radianes.

El ángulo de la mitad del espesor del diente a una distancia igual a la del radio base r_b es igual a $t_1/2r_1 + \text{inv } \phi_1$.

El ángulo de la mitad del espesor del diente a una distancia r es igual a: $t/2r = t_1/2r_1 - \text{inv } \phi + \text{inv } \phi_1$

$$t = 2r (t_1/2r_1 - \text{inv } \phi + \text{inv } \phi_1) .$$

POSICION DE UN RODILLO EN EL ESPACIO DEL DIENTE.

Dado el espesor del diente y el angulo de presi3n de un engrane con dientes de evolvente cuyo radio es especificado, se puede determinar la posici3n de un rodillo en el espacio del diente.

El angulo del centro del diente al centro del rodillo es igual a τ / N .

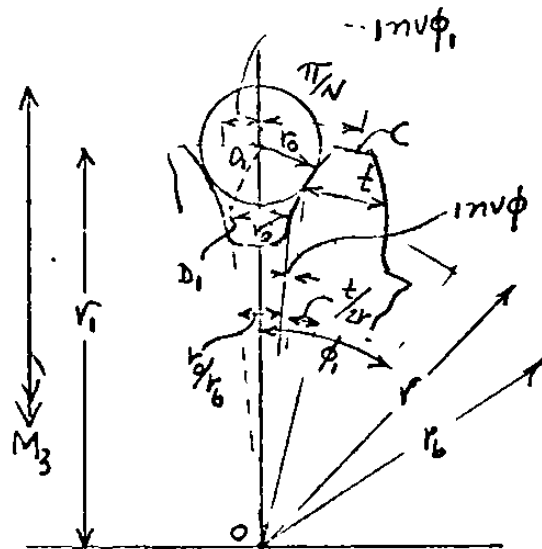


Fig. 4. Posici3n de un rodillo en el espacio del diente.

El angulo del centro del diente al origen de la evolvente en el perfil del diente es igual a $t/2r + \text{inv } \phi$.

En la figura 4 se muestra una curva evolvente punteada, esta evolvente punteada pasa por el centro del rodillo. El angulo del centro del diente al origen de la evolvente punteada es igual a $t/2r + r_0/r_b + \text{inv } \phi$.

El angulo del origen de la evolvente punteada a la linea radial que pasa por el centro del rodillo es:

$$\text{inv } \phi_1 = t/2r + r_0/r_b + \text{inv } \phi - \tau / N .$$

$$\text{El radio } r_1 \text{ es igual a } r_1 = r_b / \cos \phi_1 .$$

EJEMPLO

En un engrane recto de 14 dientes y angulo de presión de $14\ 1/2^\circ$ de paso diametral igual a 6. Tiene un espesor de diente $t = 0.2618$ pulgadas. El radio del rodillo $r_0 = 0.15$ pulgadas. Calcular r_1 y $\text{inv } \phi_1$.

$$r_b = r \cos \phi = 1.13 \text{ pulgadas .}$$

$$\text{inv } \phi = 0.00562, r = N/2r_b = 14/12 = 1.167 \text{ pulgadas.}$$

$$\text{inv } \phi_1 = t/2r + r_0/r_p + \text{inv } \phi - \pi/N .$$

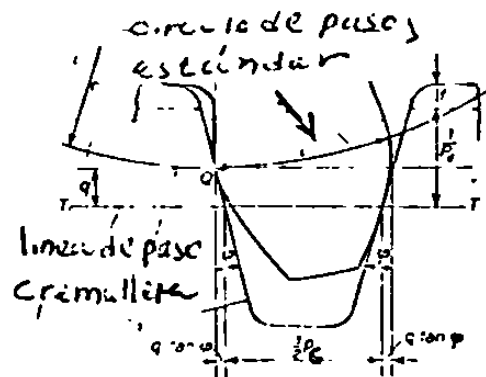
$$\text{inv } \phi_1 = .112 + 0.00562 + 0.133 - 0.224 = 0.026$$

$$\phi_1 = 23.9^\circ .$$

$$r_1 = r_b / \cos \phi_1 = 1.13 / .91 = 1.24 \text{ pulgadas .}$$

ESPESOR DEL DIENTE DE ENGRANE RECTO GENERADO.

En un engrane cortado con herramienta de cremallera, se genera un perfil de evolvente en el diente del engrane. El espesor del diente y el espacio de la cremallera es igual a un medio del paso circular.



El espesor del diente producido por el maquinado del cortador depende de la relación

Fig. 5 Variación del espesor del diente con cortador de cremallera.

de la línea de paso de la cremallera y el círculo del -
paso del engrane .

Cuando la línea de paso de la cremallera y el circu
lo de paso del engrane son tangentes se tiene un diente
estandar.

De figura 5. $t = 1/2 P_c + 2qtg \phi$.

MEDIDA DEL ESPESOR DEL DIENTE POR CALIBRADOR DE DIENTE DE ENGRANE.

El espesor de un diente de un engrane puede ser determinado por el uso de un diente de engrane calibrado hecho especialmente por este proposito.

La ecuación del espesor de la cuerda t_c es:

$$t_c = 2r \text{ sen } (t/2rx180/\pi)$$

$$t_c = 2r \text{ sen } (90t/r\pi).$$

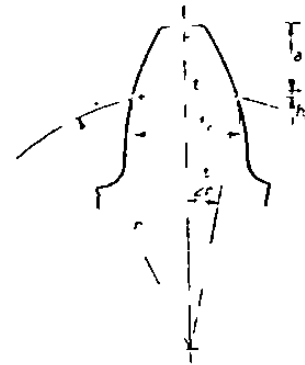


Fig. 6 Medida del espesor del diente por engrane calibrador.

El espesor del diente puede ser determinado de esta ecuación.

El calibrador debe tener contacto con el diente en el circulo de paso, en una altura igual a la cabeza del diente, además de un pequeño aumento h_c que es dado por la ecuación siguiente.

$$h_c = r - r \cos t/2r \times 180/\pi = r (1 - \cos 90t/r\pi) .$$

ESPESOR DEL DIENTE DE UN ENGRANE MEDIDO CON VERNIER .

La medida del espesor del diente de un engrane en el circulo de paso puede ser hecha con un vernier como se muestra en la figura 7.

Entre OF y OG estan las lineas de centro situados entre N_1 dientes.

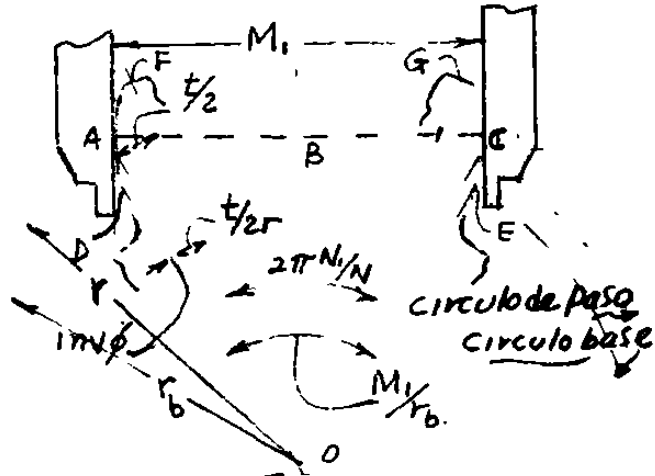


Fig. 7 Espesor del diente determinado por Vernier.

El angulo FOG es igual a $2\pi N_1/N$

$$1/2M_1 = AB = BD = r_b \alpha \quad \alpha = M_1/2r_b = M_1/2r \cos \phi .$$

Un medio del espesor del diente t subtiende un angulo $t/2r$ y el angulo ODE es $M_1/r \cos \phi$.

por lo tanto $t = 2r (M_1/2r_b - \pi N_1/N - \text{inv} \phi)$.

EJEMPLO.

En un engrane recto de 14 dientes paso diametral 6 y angulo de presión $14 \frac{1}{2}^\circ$ se obtiene.

$$M_1 = 0.7812 \text{ pulgadas en } N_1 = 1 \text{ diente}$$

Calcular el espesor del diente t .

$$r = 14/12 = 1.167 \text{ radio pase } r_b = r \cos \phi = 1.13 \text{ pulgadas}$$

$$\text{inv} \phi = 0.00562.$$

$$t = 2r \left(M_1/2r_b - \pi N_1/N - \text{inv} \phi \right).$$

$$t = 2.33 \left(0.7812/2 \times 1.13 - \pi \times 1/14 - 0.00562 \right) = 0.2665 \text{ pulg.}$$

$$t = 0.2665 \text{ pulgadas.}$$

EJEMPLO.

En un engrane recto de 37 dientes paso diametral --
igual a 6. Angulo de presión $14 \frac{1}{2}^\circ$ se obtiene.

$$M_1 = 1.8046 \text{ pulgadas en } N_1 = 3 \text{ dientes.}$$

Calcular el espesor del diente t .

$$r = N/2P_d = 37/12 = 3.0833 \text{ pulgadas}$$

$$r_b = r \cos \phi = 2.99 \text{ pulgadas}$$

$$\text{inv} \phi = 0.00562$$

$$t = 2r \left(M_1/2r_b - \pi N_1/N - \text{inv} \phi \right).$$

$$t = 6.17 \left(0.3023 - 0.2547 - 0.00562 \right) = 0.26 \text{ pulgadas}$$

$$t = 0.26 \text{ pulgadas.}$$

ESPESOR DEL DIENTE DE UN ENGRANE POR MEDICION SOBRE RODILLOS CUANDO EL NUMERO DE DIENTES ES PAR.

El espesor del diente de un engrane puede ser determinado por la toma de medida através de rodillos colocados entre los dientes.

Considerando el engrane recto de la figura 8 con un angulo de presión ϕ y un numero par N de dientes. Con rodillos de radio r_0 en espacios diametrales opuestos, se toma la medida M_3 con un instrumento adecuado.

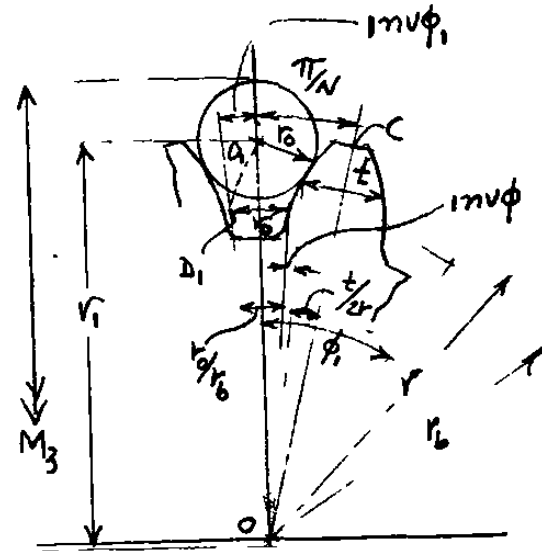


Fig. 8 Espesor del diente por medición sobre rodillos para un No. par de dientes.

La curva $O_1 D_1$ en la figura 8 es una evolvente y es determinada por la línea de O_1 al círculo base.

Al calcular el angulo D_1OC . La ecuación que resulta esta en función del espesor del diente en el círculo de paso.

$$\text{Angulo } D_1OC = \pi/N + \text{inv}\phi_1 - r_0/r_b + \text{inv}\phi + t/2r$$

$$t = 2r (\pi/N + \text{inv}\phi_1 - r_0/r_b - \text{inv}\phi) .$$

de la figura 8 la medida M_3 es igual a :

$$M_3 = 2 (r_1 + r_0) .$$

$$r_b = r \cos\phi = r_1 \cos \phi_1 .$$

EJEMPLO.

En un engrane de 14 dientes paso diametral igual a 6 angulos de presión $14 \frac{1}{2}^\circ$ se mide $M_3=2.793''$ si - -
 $r_0 = 0.1484''$

Calcular el espesor del diente t .

$$2r = N/P_b = 14/6 = 2.33 \text{ pulgadas}$$

$$r_b = r \cos\phi = 1.13 \text{ pulgadas } M_3 = 2 (r_1 + r_0)$$

$$r_1 = M_3/2 - r_0 = 1.3965 - 0.1484 = 1.25 \text{ pulgadas}$$

$$\cos\phi_1 = r_b/r_1 = 1.13/1.25 = 0.9 \quad \phi_1 = 25.31^\circ$$

$$\text{inv}\phi = \text{inv } 14 \frac{1}{2}^\circ = 0.00562$$

$$\text{inv}\phi_1 = \text{inv } 25.31^\circ = 0.03$$

$$t = 2.33 (\pi/14 + 0.03 - 0.00562 - 0.1484/1.13) = 0.27 \text{ pulga.}$$

das.

ESPESOR DEL DIENTE DE UN ENGRANE POR MEDICION SOBRE RODILLOS CUANDO EL NUMERO DE DIENTES ES IMPAR.

Cuando el numero de dientes de un engrane es impar se debe hacer un ajuste en la ecuación $M_3 = 2 (r_1 + r_0)$ dicho ajuste consiste en cambiar r_1 por $r_1 \cos 90/N$ entonces la ecuación quedará .

$M_4 = 2(r_1 \cos 90/N + r_0)$ y analizando los angulos de la figura se obtiene.

$$t = 2r (\pi/N + \text{inv}\phi_1 - \text{inv}\phi - r_0/r_b) .$$

Para engranes convensionales el tamaño razonable del rodillo está dada por la relación siguiente:

$$r_0 = 0.84/P_b \text{ o ligeramente mayor}$$

$$P_d = \text{paso diametral.}$$

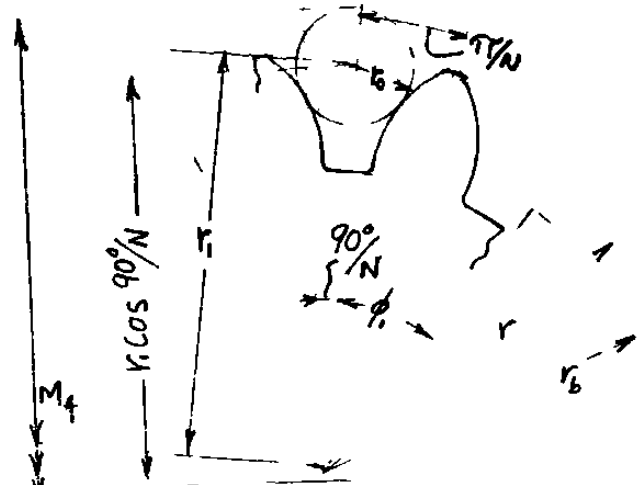


Fig. 9 Espesor del diente de un engrane recto para un No. impar de diente.

EJEMPLO.

En un engrane recto de 37 dientes paso diametral --
igual a 6 y angulo de presión $14\ 1/2^\circ$ se obtiene.

$$M_4 = 6.6145 \text{ pulgadas}$$

El radio del rodillo $r_b = 0.1484$ pulgadas

Calcular el espesor t del diente.

$$r = N/2P_d = 37/12 = 3.083 \text{ pulgadas .}$$

$$\text{inv}\phi = \text{inv } 14\ 1/2^\circ = 0.00562$$

$$M_4 = 2 (r_1 \cos 90/N + r_0)$$

$$r_1 = 1/\cos 90/N (M_4/2 - r_0) = 1/0.999 (3.30725 - 0.1484)$$

$$r_1 = 3.16201 \text{ pulgadas}$$

$$r_b = r \cos\phi = r_1 \cos\phi_1 = 2.981 \text{ pulgadas}$$

$$\cos\phi_1 = 2.981/3.16 = 0.9427 \quad \phi_1 = 19.48^\circ$$

$$\text{inv}\phi_1 = 0.0133 \quad t = 2r (\pi /N + \text{inv}\phi_1 - \text{inv}\phi - r_0/r_b)$$

$$t = 6.166 (\pi /37 + 0.0133 - 0.00562 - 0.1484/2.981) =$$

$$t = 0.2639 \text{ pulgadas.}$$

MEDICION DEL ESPESOR DEL DIENTE EN ENGRANES RECTOS INTERNOS POR MEDIO DE RODILLOS.

Nomenclatura.

M_1 = medida entre rodillos para un numero N_2 par de dientes.

M_2 = medida entre rodillos para un numero N_2 impar de dientes.

r_b = radio base ϕ = angulo de presión etc.

El angulo del centro del diente a la evolvente en un radio r_2 es igual a:

$$\pi / N_2 - t_2 / 2r_2.$$

El angulo del origen del evolvente en un radio de r_1 es igual a: $\text{inv}\phi_2 = \text{inv}\phi_1 - t_2 / 2r_2 - r_0 / r_{b2} + \pi / N_2$

El radio del circulo base del engrane interno es -- igual a: $r_{b2} = r_1 \cos\phi_2$.

$M_1 = 2 (r_1 - r_0)$ si el numero de dientes N es par

$M_2 = 2 (r_1 \cos 90/N_2 - r_0)$ si el numero de dientes N es impar.

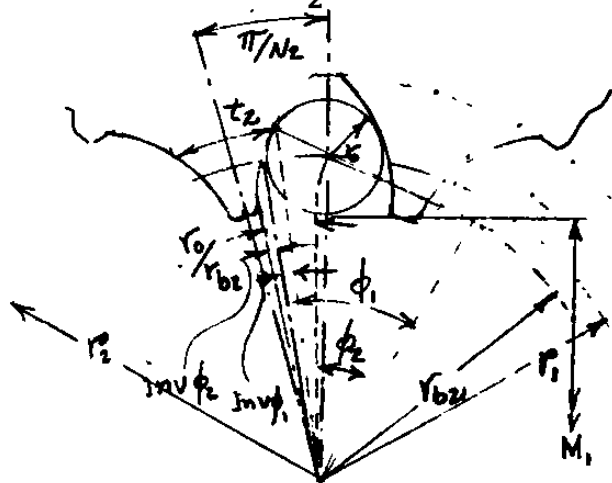


Fig. 10 Medición del espesor del diente en engrane recto interno.

EJEMPLO.

Calcular el espesor del diente en un engrane interno de 40 dientes que tiene un paso diametral de uno. El rodillo tiene un radio $r_0 = .9$ pulgadas. El ángulo de presión es igual a 20° . Se mide $M_1 = 38.464$ pulgadas.

$$r_2 = N/2P_d = 20 \text{ pulgadas}, r_{b2} = r_2 \cos \phi_1$$

$$r_{b2} = 20 \times .94 = 18.79 \text{ pulgadas}, \text{inv } \phi_1 = 0.0149$$

$$M_1 = 2(r_1 - r_0), r_1 = M_1/2 + r_0 = 38.464/2 + .9 = 20.17$$

$$r_1 = 20.17 \text{ pulgadas.}$$

$$\cos \phi_2 = r_{b2}/r_1 = 18.79/20.17 = .9316, \phi_2 = 21.3177^\circ$$

$$\text{inv } \phi_2 = 0.0181, t_2 = 2r_2 \left(\pi / N - \text{inv } \phi_2 - r_0/r_{b2} + \text{inv } \phi_1 \right) = 2 \times 20 \left(\pi / 40 - 0.0181 - 0.9/18.79 + 0.149 \right)$$

$$t_2 = 1.0976 \text{ pulgadas.}$$

