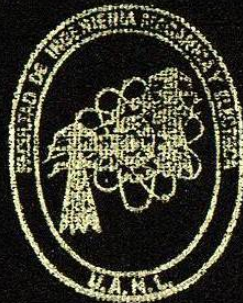


**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA  
Y ELECTRICA**

**DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES**



**ANALISIS Y APLICACION DEL METODO DE LA  
FUNCION DE LA ENERGIA TRANSITORIA  
A LA SOLUCION DEL PROBLEMA DE  
ESTABILIDAD DE SISTEMAS ELECTRICOS  
DE POTENCIA**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA  
ELECTRICA ESPECIALIDAD POTENCIA**

**PRESENTA**

**MIGUEL ANGEL MELENDEZ SANDIT**

**MONTERREY, N. L.**

**ABRIL DE 1985**



TM

Z5853

.M2

FIME

1985

M4

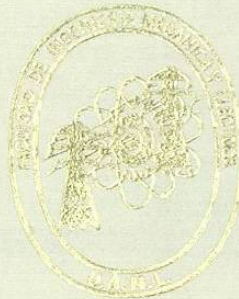


1020070576

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA  
Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES



ANALISIS Y APLICACION DEL METODO DE LA  
FUNCION DE LA ENERGIA TRANSITORIA  
A LA SOLUCION DEL PROBLEMA DE  
ESTABILIDAD DE SISTEMAS ELECTRICOS  
DE POTENCIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA  
ELECTRICA ESPECIALIDAD POTENCIA

PRESENTA

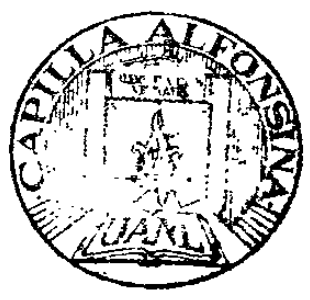
MIGUEL ANGEL MELENDEZ SANDIT

MONTERREY, N. L.

ABRIL DE 1985

—  
L

F  
1985  
M4



13008J

\* La Educación es aquello que queda una vez que se ha olvidado lo que se aprendió en la escuela.

Albert Einstein

---

## A G R A D E C I M I E N T O S

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento al Doctor Florencio Aboutes por su valiosa asesoría en el transcurso de este trabajo.

A los maestros de la Escuela de Graduados de F.I.M.E., y muy especialmente a los Ingenieros Juan Manuel Ricaño Castillo y Alberto Roffe Samanieso, por su asesoría al principio y al final de este trabajo respectivamente.

A mi cuñado Victor Manuel Vega Flores por su gran ayuda en la elaboración de esta tesis y en la recopilación de información para llevarla a cabo.

A mi compadre, el Ingeniero Humberto Salinas Barrera por sus valiosas opiniones y por sus consejos acerca de este trabajo, así como por su ayuda en el proceso de validación de los programas de computadora aquí presentados.

Al personal de la oficina del Area de Control Noreste de la Comisión Federal de Electricidad, por proporcionar la información del Sistema Norte-Noreste que se utilizó en esta tesis.

## DEDICATORIA

Quiero dedicar esta tesis con todo cariño a mi esposa Maria Magdalena Vesa Flores por su apoyo y por su fe en mí, sin los cuales hubiera sido imposible llevar a cabo este trabajo, y a mi hijo Misael Ansel Meléndez Vesa, quien me motiva cada día a ser mejor.



## INDICE

	PAG.
INTRODUCCION	3
CAPITULO I. Modelación del Sistema Eléctrico de Potencia	8
1.1 Características del Modelo Clásico.	10
1.2 Modelo Clásico del Sistema una máquina-bus infinito.	11
1.3 Modelo Clásico del Sistema Multimáquina.	19
CAPITULO II. Métodos Directos para el Análisis de Estabilidad.	22
2.1 Método de Áreas Iguales.	22
2.2 Método del Plano de Fase.	30
2.3 Método de la Función de la Energía Transitoria.	39
2.4 Formulación General del M.F.E.T.	46
CAPITULO III. Aplicación del Método de la Función de la Energía Transitoria al caso Multimáquina.	47
3.1 Función de la Energía Transitoria	48
3.2 Formulación del Centro de Inercia.	53
3.3 Cálculo de los Puntos de Equilibrio de Postfallo.	60
3.4 Reducción de la Matriz YBUS.	70
3.6 Formulación del Método.	71
CAPITULO IV. Paquete de Programas de Análisis de Energía Transitoria.	72
4.1 Descripción del Paquete.	72
4.2 Programa FLUCAR.	74
4.3 Programa ESTARI.	80
4.4 Programa SOLESTARI.	84
4.5 Programa YBUSFET.	86
4.6 Programa FET.	88

CAPITULO V.	Validación del M.F.E.T.	90
5.1	Definición de la Metodología de validación.	90
5.2	Análisis del sistema de tres generadores.	92
5.3	Análisis del Sistema Norte-Noreste de LA C.F.E	109
5.4	Marsen de Energía Transitoria.	121
CAPITULO VI.	Conclusiones y Recomendaciones para Trabajos Futuros.	125
BIRLIOGRAFIA.		131
APENDICE A.	Solución de la Ecuación de Equilibrio.	133

## INTRODUCCION

## Importancia del Análisis del Comportamiento Dinámico de los Sistemas Eléctricos de Potencia.

El objetivo fundamental en la planeación, diseño y operación de sistemas eléctricos de potencia es asegurar un servicio confiable a los usuarios de la energía eléctrica. Un aspecto importante en el análisis de confiabilidad de un sistema eléctrico de potencia (S.E.P.) es determinar si el sistema es capaz de recuperar la condición de equilibrio una vez que ha sido sometido a perturbaciones tales como pérdida de generación, fallas, disparos de líneas de transmisión, etc.. El análisis dinámico de estos eventos tiene un alto grado de complejidad debido a la gran cantidad de elementos del S.E.P. que afectan su funcionamiento y que deben modelarse a la hora de hacer un estudio dinámico, además de que, en su mayoría, dichos modelos son típicamente no lineales.

## Descripción del Problema de Estabilidad Transitoria.

Una parte importante del análisis del comportamiento dinámico de un S.E.P lo constituye el Análisis de Sincronismo. Este análisis tiene por objetivo determinar si después de ocurrido un disturbio en el S.E.P, este es capaz de recuperar la condición de sincronismo o no. Se dice que en un S.E.P. existe la condición de sincronismo cuando los rotores de los generadores síncronos giran a la misma velocidad guardando una posición angular fija entre si. Sin embargo, al existir un disturbio que altere la transferencia de energía entre los generadores y el resto del sistema los rotores tienden a cambiar su velocidad y a tener posiciones angulares variables lo cual puede llegar a causar la pérdida de sincronismo entre los generadores. Si el sistema recupera la condición de sincronismo una vez eliminado el disturbio, se dice que es estable. Si no, se dice que es inestable.

El Análisis de Sincronismo se conoce también como Análisis de Estabilidad Transitoria, y a continuación se presentarán los métodos mas usados para llevarlo a cabo en el S.E.P.

### Métodos de Solución al Problema de Estabilidad Transitoria.

En general, los métodos de solución al problema de estabilidad transitoria pueden agruparse en dos tipos que son: Métodos de Simulación y Métodos Directos.

#### Métodos de Simulación.

Estos métodos determinan la estabilidad del S.E.P. solucionando las ecuaciones diferenciales que forman el modelo dinámico del sistema, e interpretando el comportamiento en el tiempo de las variables del sistema que se obtiene al solucionar dichas ecuaciones. La forma más común de solucionar las ecuaciones diferenciales del S.E.P. es utilizar técnicas de integración numérica en la computadora digital.

#### Métodos Directos.

Estos métodos determinan si el S.E.P. es estable o no, sin solucionar el sistema de ecuaciones diferenciales que forman su modelo dinámico.

Generalmente, los resultados que dan los métodos directos son solo aproximados y la información que de ellos se obtiene es menor que la proporcionada por los métodos de simulación, pero por su rapidez de ejecución en los últimos años han recibido especial atención debido a la creciente aplicación de las computadoras digitales en el monitoreo, operación y control de sistemas de potencia. Los métodos directos pueden ser utilizados para analizar posibles contingencias en línea dada su velocidad y eficiencia desde el punto de vista computacional, convirtiéndose de esta manera en una herramienta poderosa para el operador del sistema en la toma de decisiones y medidas preventivas sobre la seguridad del S.E.P.



### El Método de la Función de la Energía Transitoria.

Cuando ocurre un disturbio en el S.E.P. tal como una falla, disparo de generación, etc. ocurre un desbalance entre la energía que aportan los generadores al sistema y la que el sistema absorbe. Este desbalance provoca un cambio en la energía cinética de los rotores que si rebasa ciertos límites puede causar la pérdida de sincronismo de los generadores. El Método de la Función de la Energía Transitoria (M.F.E.T.) es un método directo que determina si el S.E.P. es estable o no calculando primero el valor de la energía que causa la separación del sistema mediante una función conocida como la Función de la Energía Transitoria y comparándolo luego con el valor límite que dicha energía puede tener para que no exista pérdida de sincronismo, el cual se calcula también con la función antes mencionada. Este método utiliza un modelo simplificado del S.E.P. conocido como Modelo Clásico, el cual es ampliamente usado en estudios de estabilidad transitoria.

Además de las ventajas propias de los métodos directos, este método presenta resultados muy aproximados a los que da el método de simulación, y permite tener una interpretación que hace sencilla su aplicación incluso en el caso multimáquina. Su aplicación se reduce a la primera oscilación del S.E.P. después de ocurrido el disturbio, ya que para tiempos mayores de estudio se complica mucho al tener que utilizarse modelos del sistema más completos que incluyan el efecto de los controles de voltaje, frecuencia, etc.

### Reseña Histórica del Método.

El primer trabajo que se reporta sobre el M.F.E.T fue publicado en 1947 por Masnussen (25). En 1958, P. D. Aylett (21) desarrolló por primera vez la Función de la Energía Transitoria para sistemas multimáquina. Posteriormente, a partir de los trabajos publicados por Gless (10) y El-Abiad (26), el Método de la Función de la Energía Transitoria se trató como un caso especial de un método más general, el Segundo Método de Lyapunov, y numerosas investigaciones fueron realizadas para aplicar los criterios de Lyapunov en la generación de funciones de energía y en la determinación de los límites de estabilidad del S.E.P., reportándose resultados muy conservadores (5,8,9,12).

A partir de 1975 (20), se introdujo un cambio conceptual importante en la determinación del límite de estabilidad dado por el M.F.E.T., al considerarse la localización del disturbio eléctrico como factor determinante para establecer dicho límite. Investigaciones posteriores utilizando este concepto han reportado buenos resultados (1,16,17,23), y a partir de entonces este método ha dejado de ser tratado desde un punto de vista estrictamente matemático para tomar en cuenta con mayor importancia el sentido físico del problema de estabilidad, siendo ésta la dirección en la que van encaminadas las investigaciones actuales sobre él.

#### Descripción de la Tesis.

En el primer capítulo de la tesis se presenta la modelación general del S.E.P. para estudios de estabilidad y posteriormente se desarrolla el modelo conocido como clásico, el cual se utiliza a lo largo de esta tesis.

En el segundo capítulo se presenta la aplicación de los Métodos Directos de Areas Iguales y Plano de Fase al análisis de estabilidad de un sistema formado por una máquina conectada a un bus infinito con el fin de validar la aplicación posterior del M.F.E.T. a dicho sistema. Además se presenta una formulación general del M.F.E.T. la cual es aplicable también al caso multimáquina.

En el tercer capítulo se presenta el Análisis de Estabilidad de Sistemas Multimáquina utilizando el M.F.E.T. así como el algoritmo basado en dicho método que fue empleado para su validación en la computadora digital.

En el cuarto capítulo se describe el paquete de programas de computadora que fue desarrollado para validar la aplicación del M.F.E.T. en sistemas multimáquina.

En el quinto capítulo se presenta la aplicación del M.F.E.T. a dos sistemas de potencia, el sistema de tres generadores descrito en (22) y el sistema Norte-Noreste de la Comisión Federal de Electricidad y se valida dicha aplicación utilizando también el Método de Simulación en estos sistemas.

En el sexto capítulo se presentan las conclusiones finales de esta tesis y además algunas recomendaciones para futuros trabajos.

**Contribuciones de la Tesis.**

Las contribuciones principales de este trabajo se pueden resumir de la siguiente forma:

1. Presentar en una forma clara los principios básicos del M.F.E.T.
2. Obtener una formulación del M.F.E.T. que reúna las mejores características de los métodos existentes que se reportan en la literatura.
3. Aplicar el M.F.E.T. a un sistema de potencia real, en este caso el sistema Norte-Noreste de la C.F.E. y comparar sus resultados con los que da el método de simulación.
4. Presentar ideas para aplicar el M.F.E.T. en el Análisis de Seguridad de Sistemas de Potencia en líneas.

## CAPITULO I

## Modelación del Sistema Eléctrico de Potencia

Un factor importante en el estudio dinámico del Sistema Eléctrico de Potencia (S.E.P.) es el modelo que de él se utiliza, ya que de ello depende en gran parte que el resultado del estudio sea lo más cercano posible a la realidad. Al hacer un estudio dinámico, la complejidad del modelo empleado va en función del tiempo que comprende dicho estudio. En la fig. (1.1) se muestran los elementos del S.E.P. cuyos modelos se incluyen en un estudio de estabilidad transitoria .

La aplicación del Método de la Función de la Energía Transitoria solo es válida para analizar lo que sucede durante la primera oscilación del sistema una vez que éste ha sido sometido a un disturbio, lo que se conoce como análisis de estabilidad transitoria de primera oscilación. Un modelo particularmente útil para este tipo de estudio es el llamado Modelo Clásico del S.E.P., el cual es simple de obtener y sus resultados son muy próximos a los del modelo exacto de la fig. (1.1) durante la primera oscilación del sistema, por lo que ha sido extensamente usado en estudios de pérdida de sincronismo según se reporta en la literatura. Debido a las características antes mencionadas, el Modelo Clásico será utilizado en la aplicación del Método de la Función de la Energía Transitoria.

En este capítulo se presentarán en primer lugar las características del modelo clásico, luego se desarrollará dicho modelo para un sistema formado por una máquina conectada a un bus infinito, y posteriormente para un sistema multimáquina.



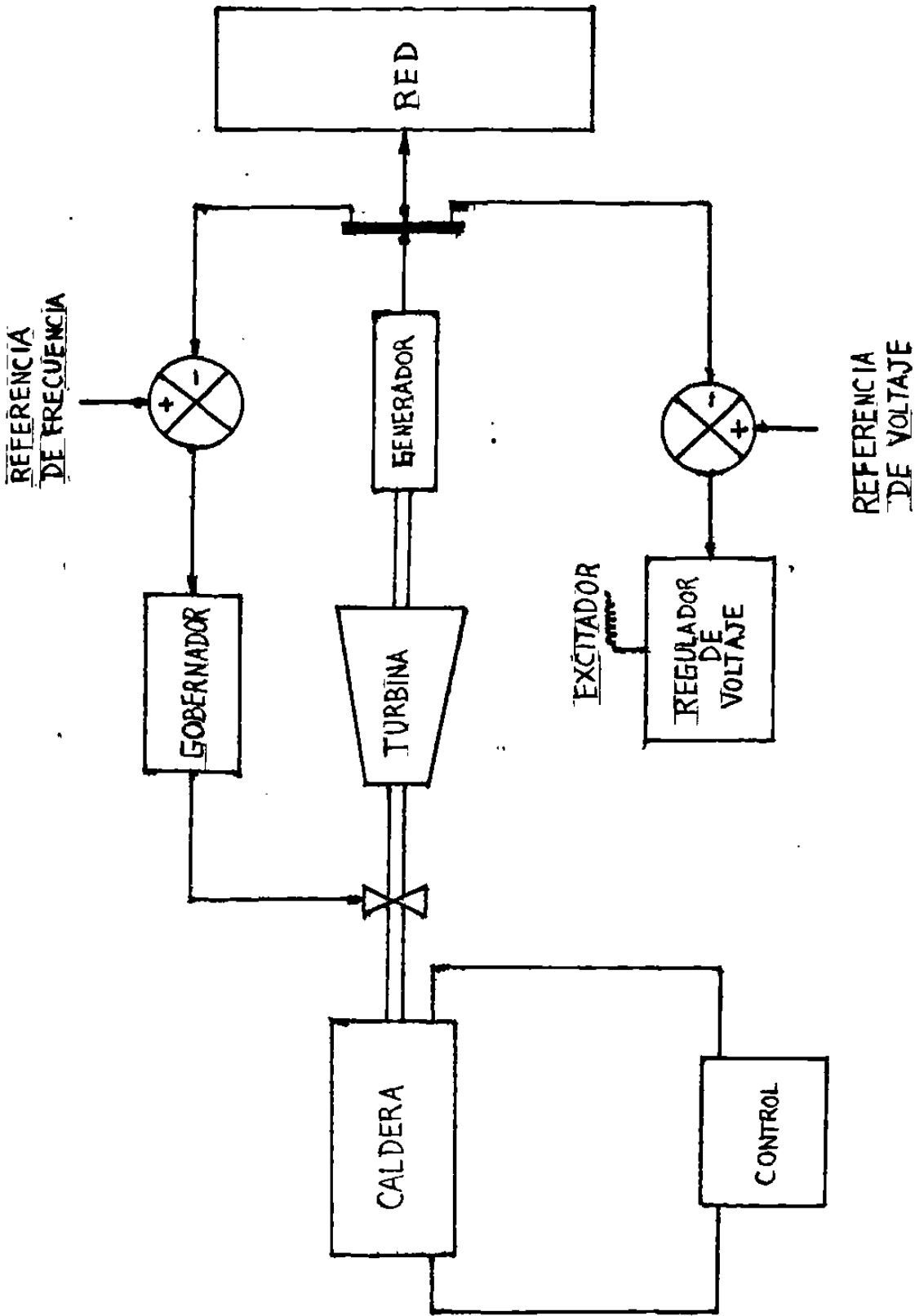


FIG 1.1 DIAGRAMA ESQUEMATICO DE LAS PARTES INVOLUCRADAS EN EL PROCESO DINAMICO DEL S.E.P.

### 1.1 Características del Modelo Clásico.

Para obtener el Modelo Clásico del S.E.P. se hacen las siguientes consideraciones (22) :

1. La potencia mecánica alimentada a la máquina síncrona es constante durante el período de estudio.
2. El amortiguamiento o potencia asíncrona de la máquina es despreciable.
3. La máquina síncrona se representa eléctricamente por una fuente de voltaje de magnitud constante en serie con su reactancia transitoria.
4. El ángulo de posición mecánica del rotor coincide con el ángulo de voltaje de la fuente con que se representa eléctricamente la máquina.
5. Las cargas del S.E.P. se representan por impedancias constantes.

Las consideraciones anteriores suponen despreciar el efecto del control de frecuencia y del control de la caldera. Esto se justifica por las constantes de tiempo de dichos dispositivos, cuya respuesta dinámica no afecta mucho la primera oscilación, la cual comprende por lo general un período no mayor de un segundo. El suponer constante la magnitud del voltaje detrás de la reactancia transitoria implica que los enlaces de flujo del entrehierro de la máquina no cambian durante el período analizado, lo cual es válido si se considera que el regulador de voltaje contrarresta la acción desmagnetizante producida por la reacción de armadura. Además, se desprecian los efectos de saliencia de polos y saturación en la máquina síncrona.

## 1.2 El Modelo Clásico del Sistema una Máquina-Bus Infinito

Un sistema muy útil para revisar los conceptos de estabilidad del S.E.P. es el sistema formado por una máquina síncrona conectada a un bus infinito, el cual es una fuente de voltaje y frecuencia constantes. En la práctica, el bus infinito generalmente representa a un sistema de potencia de capacidad grande en comparación a la máquina, capaz de mantener el voltaje y la frecuencia constantes en el bus para cualquier condición de operación. En el presente trabajo, dicho sistema será analizado a detalle para mostrar los conceptos básicos del método de la función de la energía transitoria los cuales serán extendidos posteriormente al caso multimáquina.

El objetivo de un estudio de estabilidad transitoria es saber si para un disturbio dado en el S.E.P. existe pérdida de sincronismo o no. Una forma de lograr lo anterior es conocer el comportamiento dinámico del ángulo de posición eléctrica del rotor de la máquina síncrona, referido a un eje que gira a la velocidad síncrona (19).

En estado estable, los rotores de las máquinas guardan una posición relativa fija entre si, dado que giran a la misma velocidad; entonces se dice que están sincronizados. Al existir una perturbación que altere el equilibrio en la transferencia de energía en el S.E.P., las máquinas tienden a acelerarse o desacelerarse, según sea el caso, cambiando la posición relativa entre ellas. Si los ángulos entre máquinas tienden a crecer en el tiempo en forma indefinida, el S.E.P. pierde sincronismo y se dice que es inestable. Si los ángulos tienden a converger hacia un nuevo punto de equilibrio, o bien oscilan en torno dicho punto si no se considera el efecto de amortiguamiento, como sucede en el modelo clásico, se dice que el sistema es estable. Así, el comportamiento dinámico de los ángulos entre rotores es un parámetro útil para saber si un S.E.P. es estable o no. A continuación se deducirá la ecuación que rige dicho comportamiento en la máquina síncrona, la cual es conocida como ecuación de oscilación.

### 1.2.1 Ecuación de Oscilación.

De acuerdo con las leyes de la mecánica clásica, la ecuación que gobierna el movimiento del rotor de la máquina síncrona (24) es

$$T_a = J \left( \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} \right) \quad (1.1)$$

$T_a$  = par neto de aceleración aplicado en n-m

$J$  = momento de inercia del rotor en  $ks-m^2$

$\theta_m$  = ángulo de posición mecánica del rotor en radianes

El ángulo de posición eléctrica del rotor  $\theta_e$  se relaciona con  $\theta_m$  por la ecuación

$$\theta_e = 60 f \theta_m / r.p.m. \quad (1.2)$$

$f$  = frecuencia nominal de la máquina síncrona en hz.

$r.p.m.$  = velocidad nominal de la máquina en revoluciones por minuto.

El ángulo  $\theta_e$  da la posición eléctrica absoluta del rotor de la máquina síncrona, por lo que es necesario referirlo a un eje que se mueva a la velocidad sincrónica, con el fin de saber en un momento dado si existe pérdida de sincronismo en base al valor de dicho ángulo. Así, se define

$$S = \theta_e - \omega_s t \quad (1.3)$$

$\omega_s$  = velocidad sincrónica en radianes/ses.

$t$  = tiempo en segundos.

$S$  = ángulo eléctrico referido a un eje que gira a la velocidad sincrónica en rad/ses.

sustituyendo (1.3) y (1.2) en (1.1) y desarrollando:

$$T_a = J \left( \frac{r.p.m.}{60 f} \right) \left( \frac{d^2 S}{dt^2} \right) \quad (1.4)$$



Con el fin de evitar el manejo de unidades es conveniente expresar el par en el sistema por unidad (p.u.). Para ello, el par base es:

$$T_{base} = S_b 10^6 / \omega_s \quad (1.5)$$

donde

$S_b$  = potencia base en mva.

$T_{base}$  = par base en n-m

el par acelerante en p.u. esta dado por

$$T_a = T_a / T_{base} \quad (1.6)$$

$$T_a = (2 H / \omega_s) (d^2 \delta / dt^2) \quad (1.7)$$

donde

$$H = (1/2) J \omega_s^2 / S_b \quad (1.8)$$

$H$  es conocida como la constante de inercia de la máquina síncrona y se define como su energía cinética a la velocidad nominal en mva-ses/mva

La aceleración o desaceleración de la máquina con respecto a la velocidad sincrónica se debe a un desbalance entre el par mecánico aplicado en el rotor por la turbina o primo-motor y el par eléctrico debido a la carga conectada. Despreciando las pérdidas y el amortiguamiento, el par de aceleración de la máquina es

$$T_a = T_m - T_e \quad (1.9)$$

donde

$T_a$  = par de aceleración en p.u.

$T_m$  = par mecánico en p.u.

$T_e$  = par eléctrico en p.u.

sustituyendo (1.9) en (1.7)

$$(2 H / \omega_s) d^2 \delta / dt^2 = T_m - T_e \quad (1.10)$$

Una forma mas conveniente de expresar la ec.(1.10) es hacerlo en función de la potencia acelerante u no del par. La potencia es dada por

$$P = T W \quad (1.11)$$

donde

P = potencia en watts.

T = par en nt-m

W = velocidad en radianes/seg.

Dado que la velocidad angular no sufre cambios significativos con respecto a la velocidad sincrónica (velocidad base), en el sistema p.u.

$$W = W / W_s = 1 \quad (1.12)$$

por lo tanto

$$P = T \quad \text{p.u.} \quad (1.13)$$

sustituyendo (1.13) en (1.10)

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (1.14)$$

donde

$$M = 2 H / W_s \quad (1.15)$$

P<sub>m</sub> = potencia mecánica en p.u.

P<sub>e</sub> = potencia eléctrica en p.u.

La ecuación (1.14) es conocida como ecuación de oscilación de la máquina síncrona. Para estudios de estabilidad transitoria de primera oscilación, la potencia mecánica se supone constante y su valor es dado por

$$P_m = P_e^{(0-)} \quad (1.16)$$

donde

$$P_e^{(0-)} = \text{potencia eléctrica un instante antes del disturbio}$$

El método más usado para solucionar la ec. (1.14) es el de integración numérica, el cual requiere recalcular la potencia eléctrica para el valor del ángulo  $\delta$  en cada paso de integración. Es conveniente por lo tanto, deducir la ecuación del flujo de potencia de la máquina en función del valor de  $\delta$ .

### 1.2.2 Ecuación del Flujo de Potencia.

En la fig. (1.2) se muestra el diagrama unifilar de un S.E.P. formado por una máquina conectada a un bus infinito, así como su circuito equivalente. De la fig. (1.2) (c).

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{V} \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

donde

$$\bar{Y}_{11} = Y_{11} \angle \theta_{11} = (1/\bar{Z}_A) + (1/\bar{Z}_B) \quad (1.18)$$

$$\bar{Y}_{12} = \bar{Y}_{21} = Y_{12} \angle \theta_{12} = -(1/\bar{Z}_B) \quad (1.19)$$

$$\bar{Y}_{22} = \bar{Y}_{22} \angle \theta_{22} = (1/\bar{Z}_B) + (1/\bar{Z}_C) \quad (1.20)$$

La potencia inyectada en el nodo 1 (potencia entregada por la máquina síncrona) es:

$$P_e = \operatorname{Re} [\bar{E} \bar{I}_1^*] \quad (1.21)$$

$$P_e = E^2 Y_{11} \cos(\theta_{11}) + E V Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta) \quad (1.22)$$

sean

$$P_c = E^2 Y_{11} \cos(\theta_{11}) \quad (1.23)$$

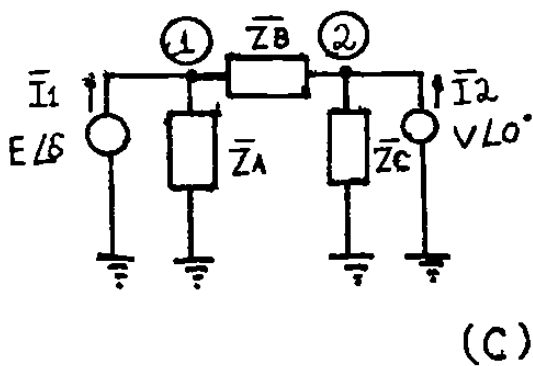
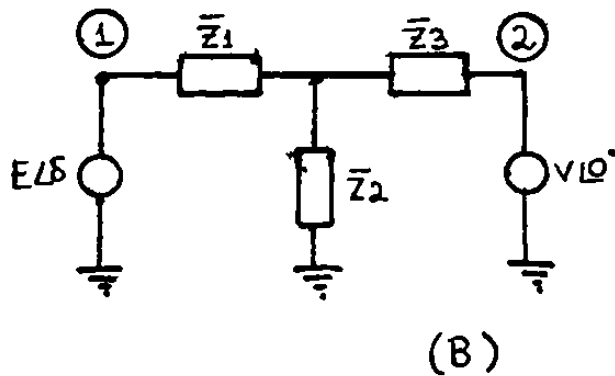
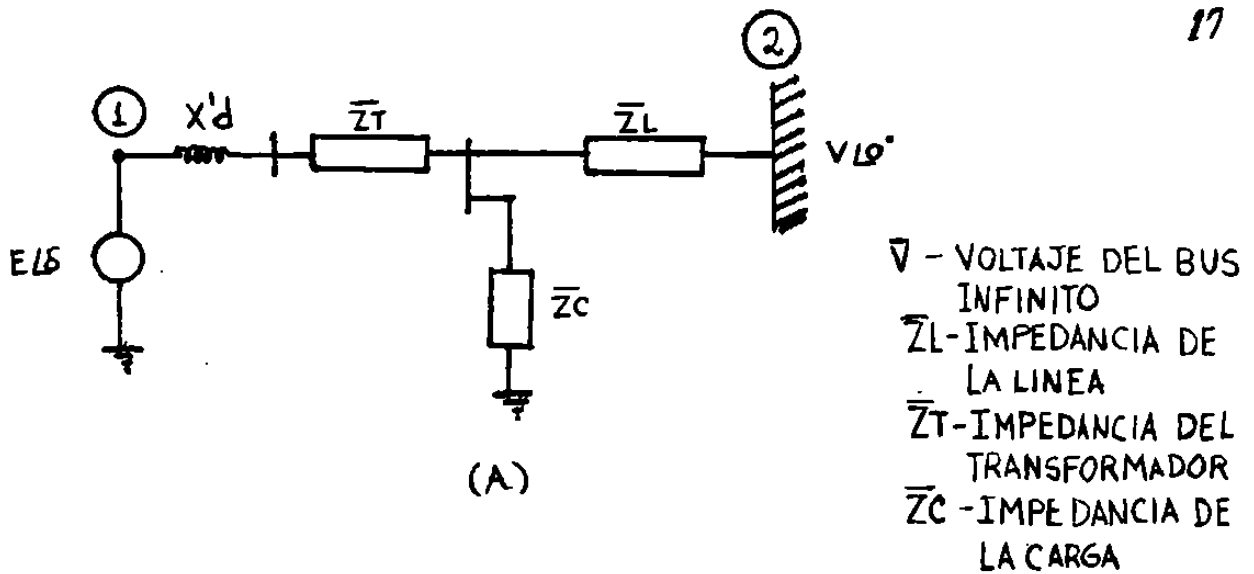
$$B = \theta_{12} - \pi / 2 \quad (1.24)$$

$$P_{e\max} = E V Y_{12} \quad (1.25)$$

sustituyendo (1.23), (1.24) y (1.25) en (1.22)

$$P_e = P_c + P_{e\max} \sin(S - B) \quad (1.26)$$

La solución de la ecuación (1.26) proporciona el flujo de potencia activa que entrega o recibe la máquina síncrona en función de su ángulo de voltaje interno, el cual da la posición eléctrica del rotor de la máquina con respecto al bus infinito. En la fig. (1.3) se muestra graficada la potencia en función del ángulo de voltaje interno de la máquina síncrona, de acuerdo a la ec. (1.26).



$$\bar{Z}_A = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_3 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_3}{\bar{Z}_3} = \frac{\bar{Z}_x}{\bar{Z}_3}$$

$$\bar{Z}_B = \frac{\bar{Z}_x}{\bar{Z}_2} \quad \bar{Z}_C = \frac{\bar{Z}_x}{\bar{Z}_1}$$

FIG. 1.2 SISTEMA DE UNA MAQUINA-BUS INFINITO  
 (A) DIAGRAMA UNIFILIAR  
 (B) Y (C) CIRCUITOS EQUIVALENTES

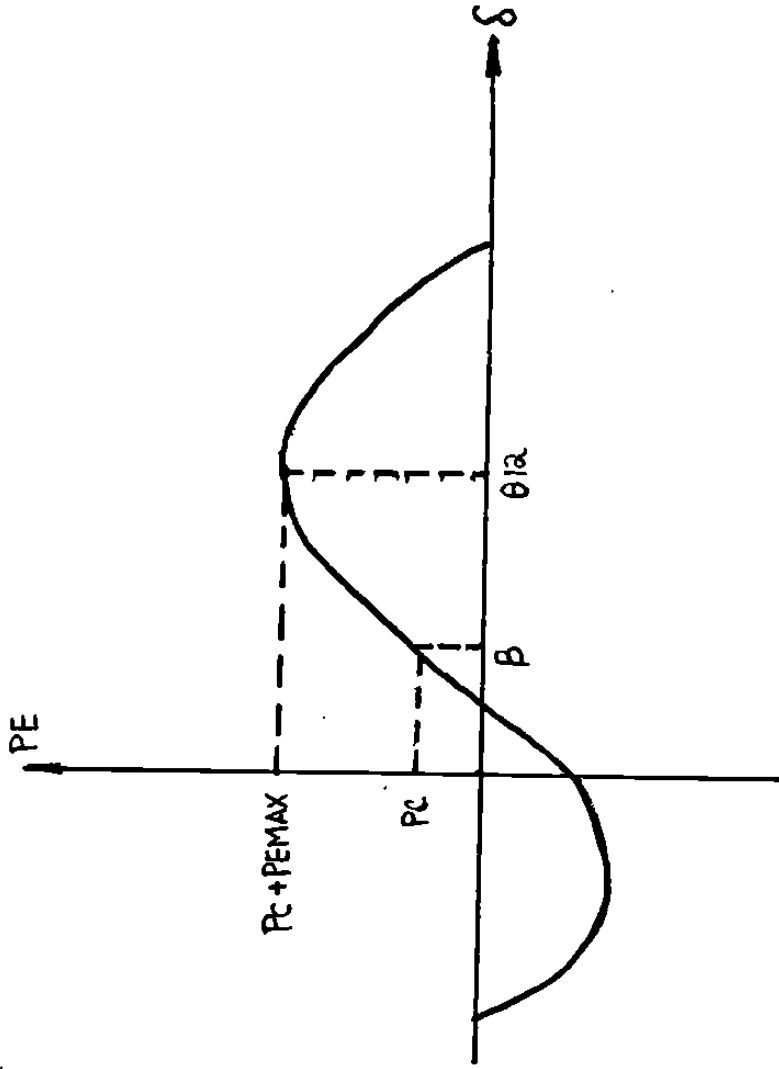


FIG 1.3 POTENCIA DE SALIDA DE LA MAQUINA SINCRONA

### 1.3 Modelo Clásico del Sistema Multimaquina.

El Modelo Clásico para el sistema una maquina-bus infinito sera' ahora generalizado para el sistema multimaquina de la fig. (1.4). Para ello se haran' las mismas consideraciones que se tuvieron al deducir el modelo del sistema anterior.

#### 1.3.1 Ecuación de Oscilación

La ecuación de oscilación para cada maquina del S.E.P. de la fig. (1.4) es análoga al de un sistema una maquina-bus infinito, es decir

$$M_i \left( \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} \right) = P_{mi} - P_{ei} \quad i = 1, \dots, n \quad (1.27)$$

La potencia mecánica de la maquina  $i$  es igual a la potencia eléctrica un instante ante del disturbio

$$P_{mi} = P_{ei} \quad (0-) \quad i = 1, \dots, n \quad (1.28)$$

En el sistema una maquina-bus infinito, el ángulo en el bus infinito se tomo como referencia y se supuso en un valor de 0 grados, dando el ángulo  $\delta$  de la maquina en este caso la diferencia angular entre la maquina y el bus infinito. En el sistema multimaquina, existen dos posibilidades para elegir una referencia: una es tomar la posición angular de una maquina del sistema para medir con respecto a ella los ángulos de las maquinas restantes y la otra es tomar como referencia la posición angular del centro de inercia del sistema, el cual es un promedio ponderado de los ángulos de todas las maquinas. Esta ultima referencia se vera' con mas detalle en el capítulo III.

R CARGAS DE  
IMPEDANCIA CONSTANTE

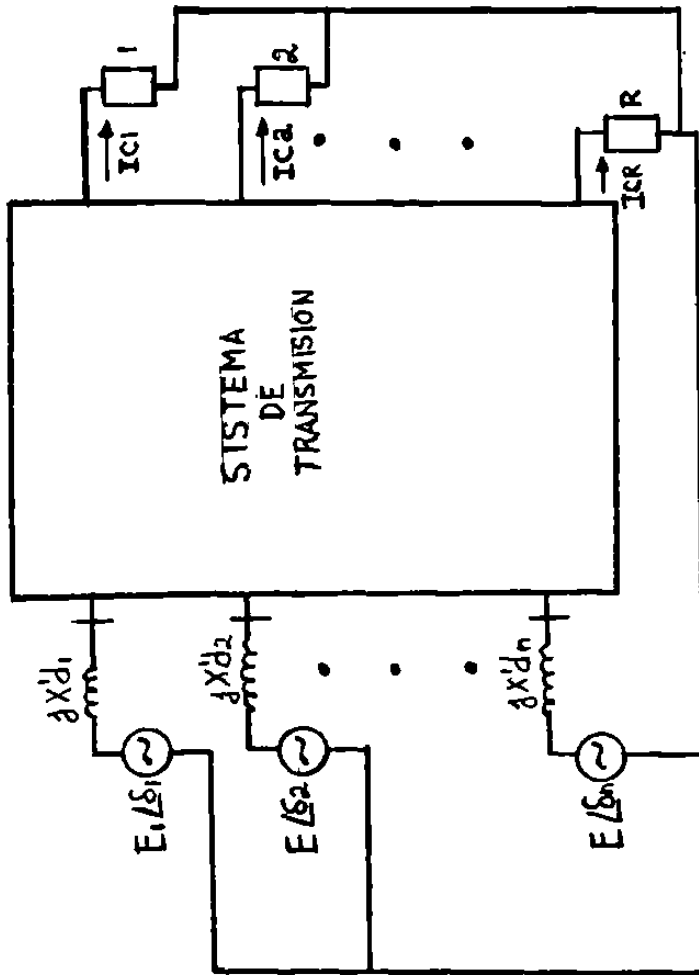


FIG 1.4 SISTEMA MULTIMAQUINA



### 1.3.2 Ecuación de Flujo de Potencia.

En el caso de un S.E.P. multimaquina, la ecuación matricial de la ley de Ohm aplicada a la red es

$$I = Y V \quad (1.29)$$

$I$  = vector de corrientes nodales

$Y$  = matriz de admitancias de la red

$V$  = vector de voltajes nodales

La potencia eléctrica entregada por la máquina  $i$  es

$$P_{ei} = \operatorname{Re} ( E_i I_i^* ) \quad i = 1, \dots, n \quad (1.30)$$

En estudios de Estabilidad Transitoria aplicando Métodos Directos, es frecuente usar la matriz de admitancias reducida a los nodos de generación. En estos casos, la ec. (1.30) puede expresarse como

$$P_{ei} = \sum_{j=1}^n ( C_{ij} \operatorname{sen} \delta_{ij} + D_{ij} \operatorname{cos} \delta_{ij} ) \quad (1.31)$$

$i=1, \dots, n$

donde

$$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$$

$$C_{ij} = E_i E_j B_{ij}$$

$$D_{ij} = E_i E_j G_{ij}$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + j B_{ij}$$

= admitancia equivalente entre el nodo  $i$  y el nodo  $j$

(1.32)

## CAPITULO II

## Métodos Directos para el Análisis de Estabilidad.

El modelo del S.E.P. utilizado para estudios de estabilidad transitoria es un modelo no lineal. Es por ello que el método más usado para resolver el problema de estabilidad es el de integrar las ecuaciones diferenciales del modelo con el fin de obtener la respuesta en el tiempo del ángulo  $\delta$  y de esta forma saber si el S.E.P. es estable o no; sin embargo, existen también Métodos Directos cuyo objetivo es determinar esto sin necesidad de conocer el comportamiento en el tiempo de dicho ángulo.

En este capítulo se analizan primeramente dos métodos directos, el Método de Areas Isuales y el Método del Plano de Fase, con el fin de mostrar los conceptos básicos para desarrollar el Método de la Función de la Energía Transitoria (M.F.E.T.); el cual se presenta posteriormente aplicado al sistema una máquina-bus infinito. Finalmente, se presenta una formulación general del M.F.E.T. la cual es aplicable también al caso multimáquina.

## 2.1 Método de Areas Isuales.

Este es, sin duda, el método directo más usado para estudios de estabilidad transitoria. Aunque su aplicación se limita a sistemas formados por una máquina conectada a un bus infinito o por dos máquinas, permite el análisis de una gran cantidad de casos posibles y es sencillo de aplicarse.

El Método de Areas Isuales se emplea exclusivamente en sistemas representados por el Modelo Clásico y solo se extiende al análisis de la primera oscilación del sistema después de ocurrido el disturbio. Para interpretar el método, este se aplicará a continuación al sistema una máquina-bus infinito de la fig. (1.2).

Con el fin de simplificar el análisis, se considerará desconectada la carga local y se despreciarán las conductancias del circuito. Un diagrama unifilar de este sistema simplificado y su circuito equivalente aparecen en la fig. (2.1). Así, la ecuación de flujo de potencia queda como

$$P_e = (V E / X) \text{ sen } \delta = P_{\text{max}} \text{ sen } \delta \quad (2.1)$$

donde

$X$  = reactancia equivalente del sistema en p.u.

En la fig. (2.2) aparece graficada  $P_e$  en función de  $\delta$ , de acuerdo a la ec. (2.1), donde  $P_m$  es la potencia mecánica alimentada a la máquina por la turbina o primomotor, la cual, despreciando pérdidas, es igual a la potencia eléctrica entregada por la máquina al resto del sistema (7).

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_{\text{max}} \text{ sen } \delta \quad (2.2)$$

de acuerdo a su definición

$$d\delta / dt = \omega_t - \omega_s = \omega \quad (2.3)$$

donde

$\omega_t$  = velocidad angular en un tiempo  $t$  en rad/ses.

$\omega_s$  = velocidad sincrónica en rad/ses.

$\omega$  = velocidad referida a la sincrónica en rad/ses.

entonces

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = d\omega / dt \quad (2.4)$$

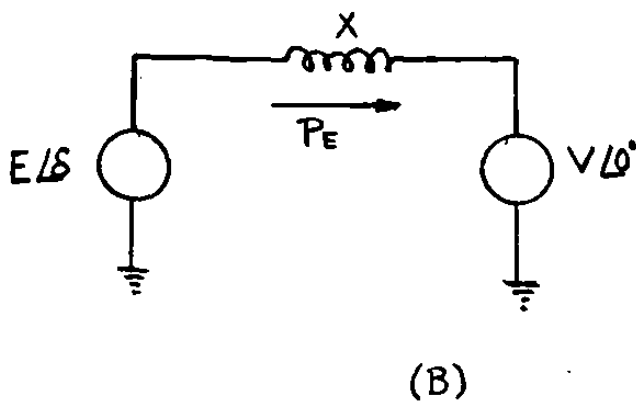
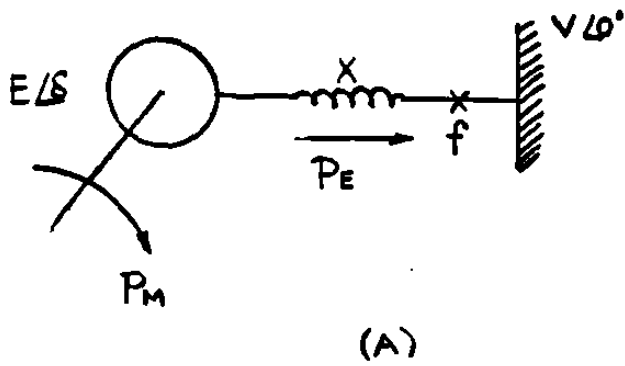


FIG. 2.1 SISTEMA UNA MAQUINA-BUS INFINITO  
 (A) DIAGRAMA UNIFILIAR  
 (B) CIRCUITO EQUIVALENTE

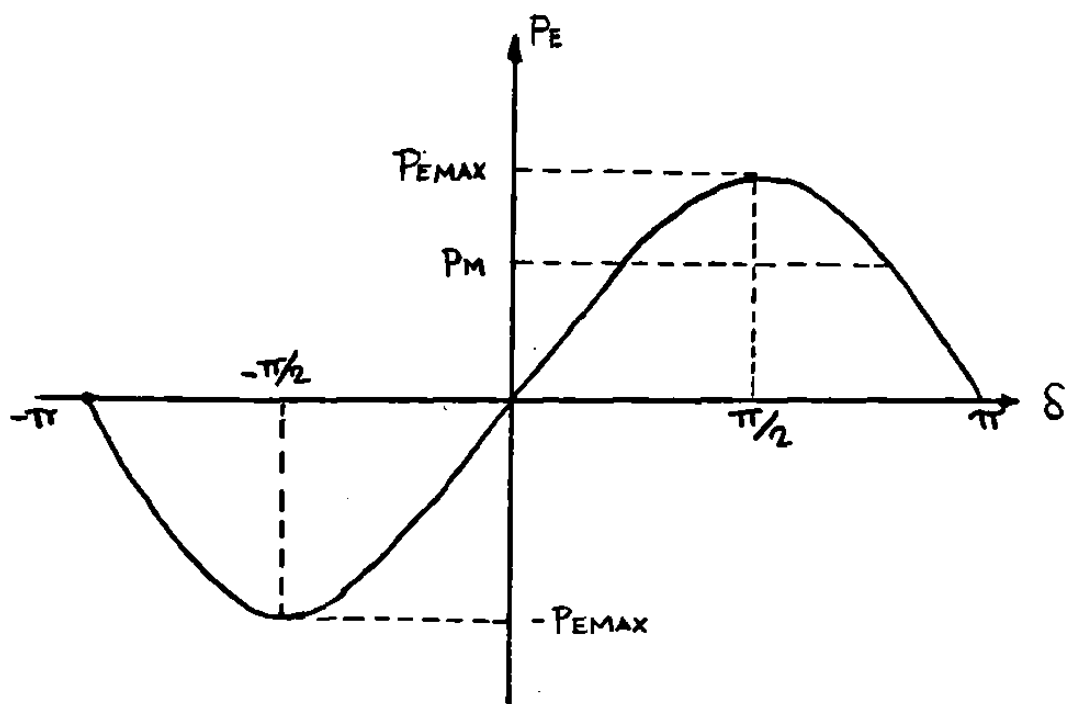


FIG. 2.2 POTENCIA DE SALIDA DE LA MAQUINA SINCRONA

Sustituyendo la ec. (2.1) en la ec. (1.14)

sust. (2.4) en (2.2)

$$M \frac{dW}{dt} = P_m - P_{emax} \sin S \quad (2.5)$$

dividiendo (2.5) entre (2.3)

$$\frac{M \frac{dW}{dt}}{dS / dt} = \frac{P_m - P_{emax} \sin S}{W} \quad (2.6)$$

$$M W \frac{dW}{dS} = (P_m - P_{emax} \sin S) dS \quad (2.7)$$

integrando (2.7)

$$M \int_0^W W \frac{dW}{dS} = \int_{S_s}^S (P_m - P_{emax} \sin S) dS \quad (2.8)$$

donde

$S_s$  = valor de S un instante antes del disturbio.

El límite inferior de la integral de  $W \frac{dW}{dS}$  en la ec. (2.8) es 0 ya que la velocidad inicial de la máquina es la velocidad sincrónica  $W_s$ . Así, de la ec. (2.3)

$$W_s = W_s - W_s = 0 \quad (2.9)$$

$$M \frac{W^2}{2} = \int_{S_s}^S (P_m - P_{emax} \sin S) dS \quad (2.10)$$

o bien

$$\Delta E_c = \int_{S_s}^S P_m dS \quad (2.11)$$

La ec. (2.11) muestra que un desbalance entre la potencia mecánica alimentada a la máquina y la potencia eléctrica que ésta entrega produce un cambio en la energía cinética del rotor, que puede ser calculado por dicha ecuación (22).

### 2.1.1 Aplicación al sistema una máquina - bus infinito

A continuación se supone una falla trifásica en el punto  $f$  de la fig. (2.1), la cual se libera después de  $t$  segundos. Desde el momento en que ocurre la falla hasta que se libera

$$V = 0 \quad (2.12)$$

$$P_e = 0 \quad (2.13)$$

Entonces, no existe un par eléctrico que se oponga al par mecánico que entresa la turbina de la máquina y el rotor de esta tiende a acelerarse al aumentar su energía cinética. Al liberar la falla,  $V$  se recupera y vuelve a existir el par eléctrico proporcionado por la carga, provocando que la máquina se desacelere. Si el exceso de energía cinética en el rotor causado por la falla al liberarse esta se convierte en energía eléctrica y puede ser absorbido completamente por la red, el sistema es estable. De no ser así, la máquina continúa acelerándose hasta perder sincronismo y el sistema se hace inestable.

En la fig. (2.3) se muestra gráficamente el comportamiento de la energía transitoria usando la característica  $P - \delta$  durante la primera oscilación del sistema después de aplicada la falla. El ángulo  $\delta_s$  da el valor inicial de  $\delta$  en estado estable,  $\delta_c$  es el ángulo de apertura de falla y  $\delta_u$  marca el límite de estabilidad del sistema, ya que a partir de él se produce un nuevamente un par acelerante en la máquina que provoca la pérdida de sincronismo.

El área  $A_1$  de la fig. (2.3) equivale a la energía cinética que la máquina absorbe durante la condición de falla mientras que el área  $A_2$  equivale a la energía que la red a la que esta conectada la máquina absorbe después de que se libera la falla en el punto dado por  $\delta_c$  hasta el punto dado por  $\delta_u$ . Para que el sistema sea estable (22)

$$A1 < A2 \quad (2.14)$$

donde

$$A1 = \int_{S^c}^S P_a \, dS \quad (2.15)$$

$$A2 = \int_S^U P_a \, dS \quad (2.16)$$

De la ec. (2.14) para la condición crítica de estabilidad las áreas deben ser iguales, es decir

$$A1 = A2 \quad (2.17)$$

Esto se conoce como criterio de estabilidad de áreas iguales. La interpretación de la ec. (2.17) es que el cambio total de energía cinética durante la primera oscilación es igual a 0. Así, de la ec. (2.12) la condición crítica de estabilidad es

$$\int_S^U P_a \, dS = 0 \quad (2.18)$$



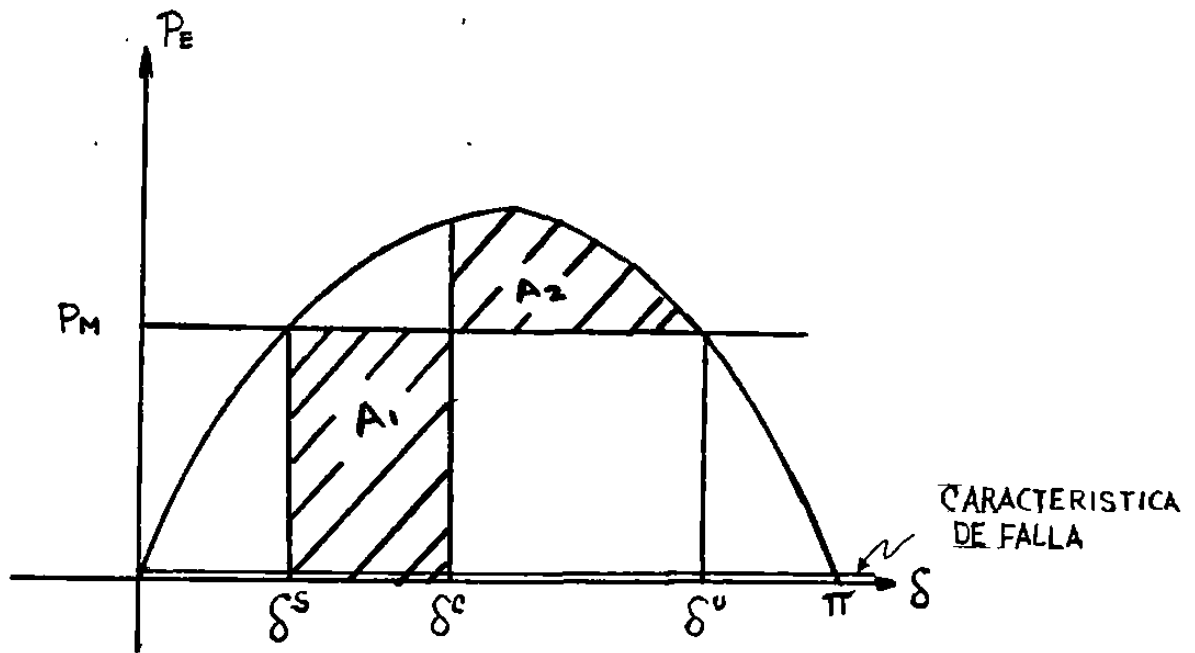


FIG. 2.3 METODO DE AREAS IGUALES

## 2.2 Método del Plano de Fase.

Este es un método gráfico que permite determinar si existe o no estabilidad mediante el análisis de las curvas del sistema en el plano velocidad-desplazamiento (W - S). Su aplicación se limita generalmente a sistemas dinámicos de segundo y tercer orden; ya que en sistemas de un orden superior resulta imposible visualizar gráficamente las curvas del sistema en el plano de fase. Sin embargo, proporciona gran cantidad de información de los diferentes estados del sistema que se analiza y no requiere conocer su respuesta en el tiempo.

Con el fin de obtener estas curvas para el sistema analizado por el método de áreas iguales en el punto anterior, la ec. (2.2) se descompone en dos ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$dS / dt = W \quad (2.19)$$

$$dW / dt = \frac{P_m - P_{emax} \operatorname{sen} S}{M} \quad (2.20)$$

dividiendo (2.20) entre (2.19) e integrando

$$\int_0^W W dW = \frac{1}{M} \int_{S_1}^{S_2} (P_m - P_{emax} \operatorname{sen} S) dS \quad (2.21)$$

Multiplicando la ec. (2.21) en ambos lados por (M), nos da la ec. (2.8). Completando la integración de la ec. (2.21) y reordenando:

$$W^2 = (2 / M) [P_m(S - S_1) + P_{emax}(\cos S - \cos S_1)] \quad (2.22)$$

En la ec. (2.22) no aparece el tiempo como variable, y dicha ecuación da la trayectoria del sistema en el plano W - S partiendo de cualquier condición inicial. Cada punto en el plano de fase representa un estado del sistema. Así, se puede obtener información del comportamiento dinámico del sistema sin necesidad de conocer su respuesta en el tiempo (10,21)

### 2.2.1 Estabilidad en los Puntos de Equilibrio.

En el plano de fase existen puntos en los cuales se presenta la condición

$$\begin{aligned} dW / dt &= 0 \\ dS / dt &= 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

Estos puntos se conocen como puntos singulares. Los puntos singulares son puntos de equilibrio, y de acuerdo a la fis. (2.3) en el sistema analizado existen dos puntos de equilibrio,  $S_s$  y  $S_u$ . Por simetría, de la fis. (2.3)

$$\begin{aligned} U &= \pi - S \end{aligned} \quad (2.24)$$

Con el fin de hacer un análisis de estabilidad en la vecindad de los puntos de equilibrio (18), se obtiene el Jacobiano de las ecuaciones de estado (2.19) y (2.20)

$$J = \begin{vmatrix} \frac{dW}{dS} & \frac{dW}{dW} \\ \frac{dS}{dW} & \frac{dS}{dS} \end{vmatrix} \quad (2.25)$$

donde

$J$  = Matriz Jacobiana.

$W$  =  $dW / dt$

sustituyendo las ec. (2.19) y (2.20) en (2.25) y desarrollando

$$J = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{P_{emax}}{M} \cos S & 0 \end{vmatrix} \quad (2.26)$$

La ecuación característica para la matriz Jacobiana es

$$\det | s I - J | = 0 \quad (2.27)$$

donde

$s$  = operador de Laplace

$I$  = matriz identidad

$\det$  = determinante

sustituyendo la ec. (2.26) en (2.27)

$$\det | s I - J | = \det \begin{vmatrix} s & & -1 \\ & & \\ & P_{\max} & \\ & \frac{\quad}{M} \cos \delta & s \end{vmatrix} = 0 \quad (2.28)$$

$$= s^2 + (P_{\max} / M) \cos \delta = 0 \quad (2.29)$$

La ecuación (2.29) da los valores característicos del sistema para cada punto de equilibrio.

sea

$$s = S^s \quad (2.30)$$

sust. (2.30) en (2.29) y resolviendo para  $S$

$$s = \pm \sqrt{\frac{P_{\max}}{M} \cos \delta} \quad (2.31)$$

La ec. (2.31) muestra la existencia de dos polos en el eje JW del plano de Laplace. La interpretación de esto es que el sistema después de una perturbación queda oscilando en torno al punto  $S_s$  dentro de ciertos límites en forma permanente, dado que no existe amortiguamiento. Así, se considera que el sistema es estable para  $S_s$ .

En la fig. (2.4) aparecen en el plano de fase las curvas cercanas al punto  $S_s$ . Las curvas tienen forma de elipses debido a la no linealidad de la ecuación (2.20) y no cruzan a  $S_s$  ya que no existe amortiguamiento. Además, se muestra en la misma figura el trazo en el plano de Laplace de los polos dados por la ec. (2.31).

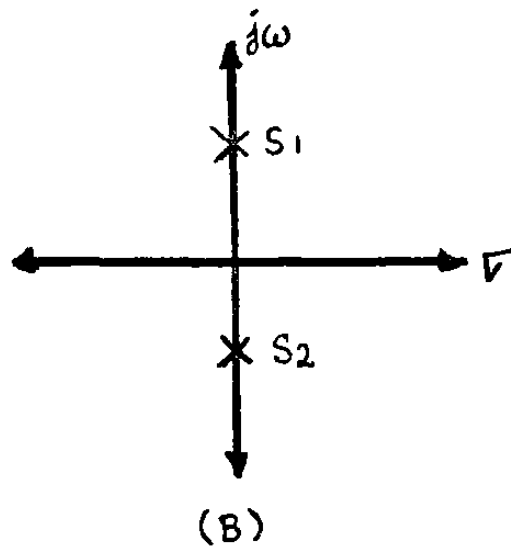
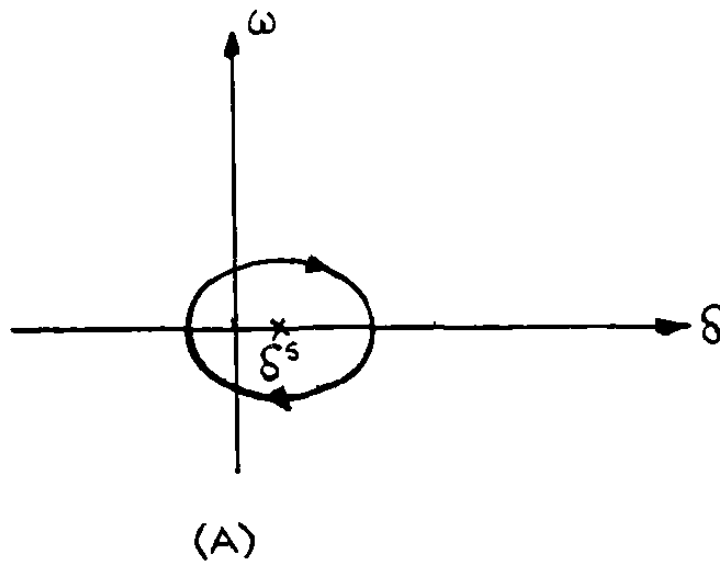


FIG. 2.4 PUNTO DE EQUILIBRIO ESTABLE DE POSTFALLA  
(A) TRAYECTORIA EN EL PLANO DE FASE  
(B) TRÁZCO DE LOS POLOS EN EL PLANO DE LAPLACE

sea

$$S = S^U = \pi - S^S \quad (2.32)$$

sust. la ec. (2.32) en (2.29) y resolviendo para S

$$s = \frac{+}{-} \sqrt{\frac{P_{emax}}{M} \cos S} \quad (2.33)$$

De acuerdo a la ec. (2.33) existen dos polos uno en el lado derecho y otro en el lado izquierdo del plano de Laplace sobre el eje  $v$ . Esto da por conclusión que el sistema es inestable en  $S_u$ . En la fig. (2.5) se muestran las trayectorias en el plano de fase que pasan por este punto. Es interesante observar que el sistema es estable para las trayectorias que se originan dentro de la trayectoria que atraviesa  $S_u$ , la cual se conoce como separatriz, mientras que en las trayectorias que se originan fuera el ángulo  $S$  tiende a crecer en forma indefinida, por lo que la máquina pierde sincronismo y el sistema se hace inestable. Debido a la forma de las curvas, a  $S_u$  se le conoce también como punto silla de montar (saddle point) (14). 2.2.2 Aplicación al sistema una máquina-bus infinito

Para mostrar la aplicación del plano de fase a la solución del problema de estabilidad, se analizará el mismo caso de falla trifásica en el punto  $f$  de la fig. (2.1) usado en el punto anterior.

Para el sistema bajo falla se aplican las condiciones dadas por la ec. (2.12). Sustituyendo en (2.22)

$$W^2 = (2/M) P_m (S - S^S) \quad (2.34)$$

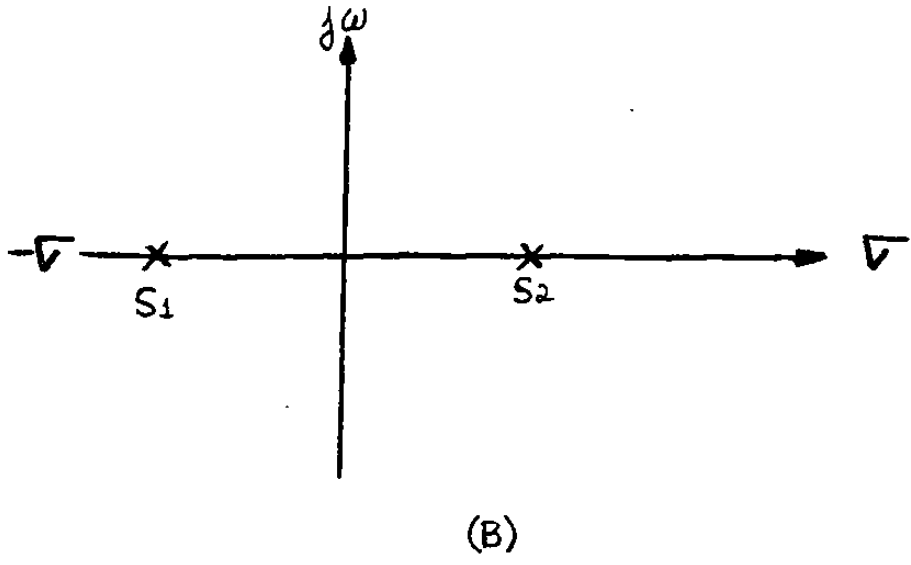
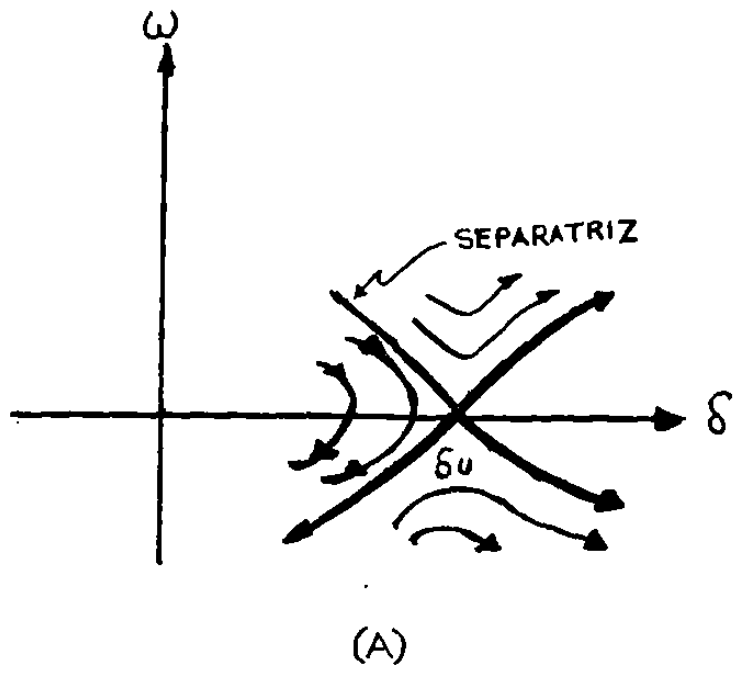


FIG. 2.5 PUNTO DE EQUILIBRIO INESTABLE DE POSTFALLA  
(A) TRAYECTORIA EN EL PLANO DE FASE  
(B) TRAZO DE LOS POLOS EN EL PLANO DE LAPLACE

Una vez liberada la falla, la trayectoria del sistema esta dada por

$$W^2 - (2/M) [P_m(S - S^c) + P_{max}(\cos S - \cos S^c)] = k \quad (2.35)$$

donde

$k$  = constante

El valor de  $k$  se calcula para el máximo desplazamiento angular que se supone tendrá el sistema una vez liberada la condición de falla. Dicho desplazamiento esta dado por el valor del ángulo  $S$  en los puntos en que la trayectoria de postfalla cruza el eje horizontal del plano de fase siendo entonces el valor de  $W$  igual a cero. Así

$$k = - (2/M) [P_m(S^c - S^c) + P_{max}(\cos S^c - \cos S^c)] \quad (2.36)$$

$S^c$  = ángulo de cruce de la trayectoria en el eje  $S$

Las trayectorias de falla y postfalla aparecen graficadas en la fig. (2.6). Es importante hacer notar que existe una trayectoria posible de postfalla para cada valor de  $k$ . El sistema seguirá la trayectoria que intersecte la curva dada por la ec. (2.34) en el punto en que se libera la falla, el cual es dado por el ángulo  $S^c$ . La condición de estabilidad existirá siempre que el sistema siga una trayectoria que se origine en el interior de la separatriz, ya que fuera de esta el ángulo  $S$  tiende a crecer en forma indefinida, provocando la pérdida de sincronismo de la máquina.



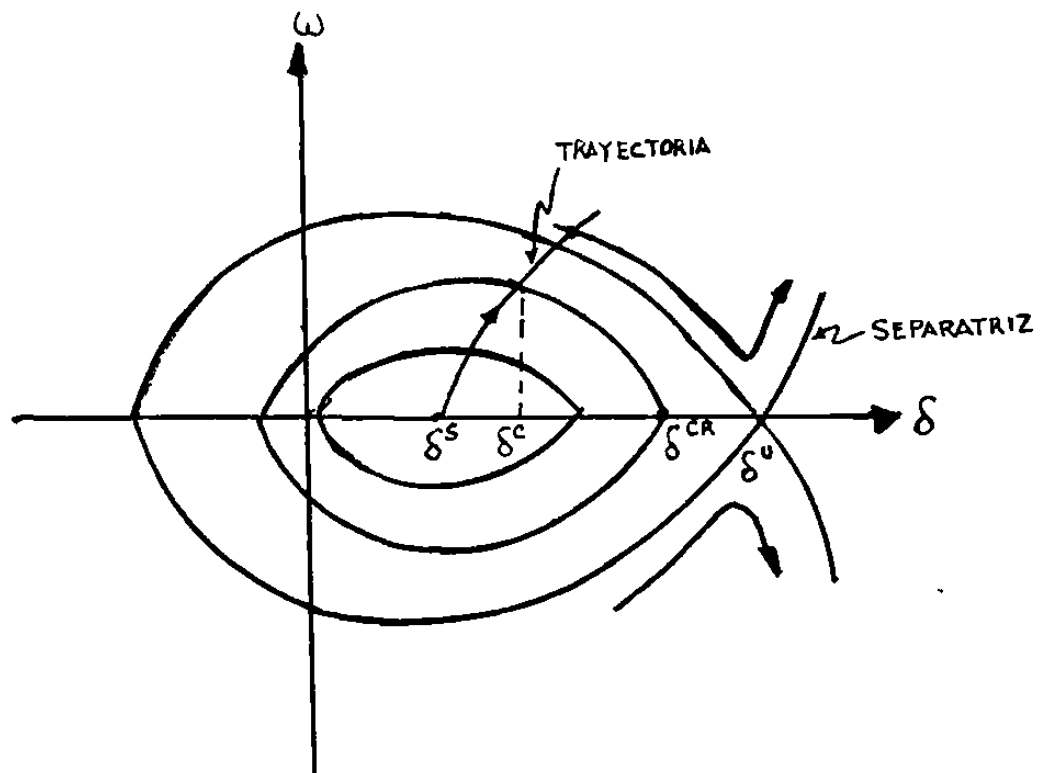


FIG. 2.6 TRAYECTORIAS EN EL PLANO DE FASE DEL SISTEMA UNA MAQUINA-BUS INFINITO

### 2.2.3 Interpretación Física del Método.

En el método del plano de fase se aplica también el concepto de la energía transitoria. Multiplicando ambos lados de la ec. (2.34) por  $(M/2)$  se obtiene la energía cinética que la máquina síncrona absorbe bajo la condición de falla, mientras que en la ec. (2.35) cada valor de  $k$  multiplicado por  $(M/2)$  da un valor de energía que la red puede absorber en postfalla, la cual es calculada con referencia al punto  $S_s$ . Dado que no existe amortiguamiento, la energía representada por  $(M/2)k$  se intercambia entre la máquina y el resto del sistema causando una oscilación permanente del ángulo  $\delta$ . El valor máximo de esta energía para que el sistema sea estable es el que corresponde a la curva separatriz, o sea

$$(M/2) k' = - [P_m(S - S_s) + P_{emax} (\cos \delta - \cos \delta_s)] \quad (2.37)$$

donde

$k'$  = constante de la separatriz.

### 2.3 Metodo de la Función de la Energía Transitoria.

Los métodos de áreas iguales y plano de fase permiten obtener una ecuación que proporciona la energía transitoria del sistema una máquina-bus infinito de la fis. (2.1) al ocurrir un disturbio. Dicha ecuación puede obtenerse de las ec. (2.8) y (2.21), y se expresa en la siguiente forma (10,21)

$$M W / 2 = P_e(S - S^*) + P_{e\max}(\cos S - \cos S^*) \quad (2.38)$$

donde

$S^*$  = Punto de equilibrio estable de postfalla.

$P_{e\max}$  = Potencia máxima que puede transmitir la máquina síncrona a la red de postfalla.

#### 2.3.1 Aplicación al sistema una máquina-bus infinito.

Al igual que con los métodos anteriores usados en este capítulo, el M.F.E.T (Metodo de la Función de la Energía Transitoria) se aplicara al sistema una máquina-bus infinito de la fis. (2.1) suponiendo una falla trifásica en el punto f, la cual se libera después de un tiempo t. De la fis. (2.7) la condición de estabilidad de acuerdo al criterio de áreas iguales es:

$$A1 < A2$$

o bien

$$A1 + AX < A2 + AX \quad (2.39)$$

$$A1 + AX < A22 \quad (2.40)$$

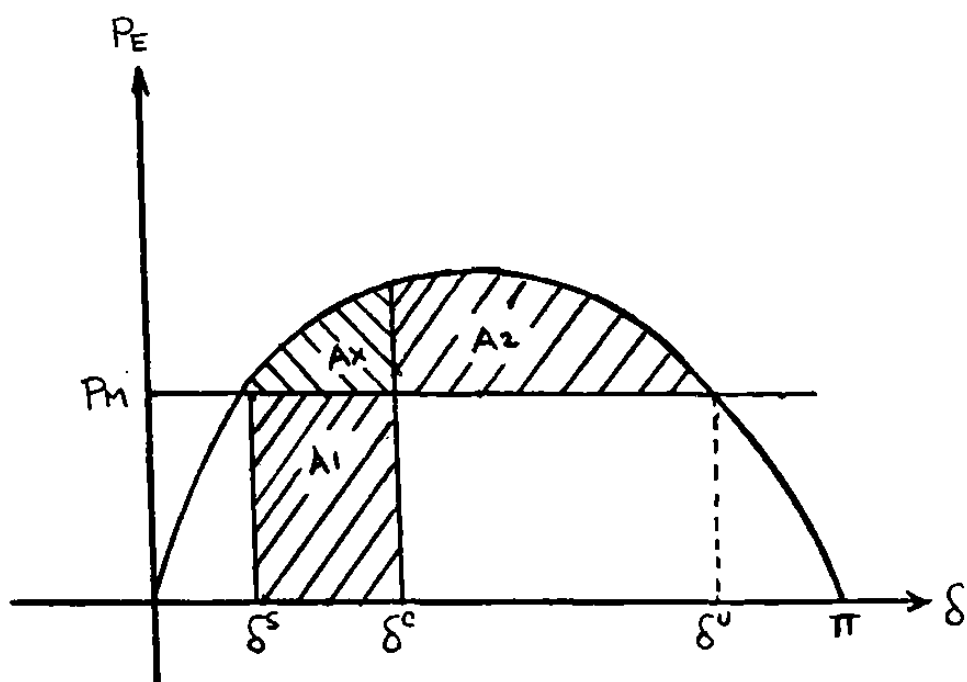


FIG. 2.7 METODO DE LA FUNCION DE LA ENERGIA TRANSITORIA

El área A22 es la energía máxima que puede absorber la red de postfalla. A partir de la ec.(2.38), es posible encontrar el valor de las áreas de la ec.(2.40). Así

$$AX = [ P_m (S^c - S^s) + P_{max} (\cos S^c - \cos S^s) ] \quad (2.41)$$

$$A1 = [ M W_c^2 / 2 ] \quad (2.42)$$

$$A22 = [ P_m (S^u - S^s) + P_{max} (\cos S^u - \cos S^s) ] \quad (2.43)$$

Ya que interesa comparar la magnitud de las áreas, es deseable asegurar que al calcularse aquellas tengan el mismo signo. El área A1 siempre es positiva, ya que para el disturbio estudiado representa la energía cinética que gana el rotor de la máquina síncrona durante la falla. Las áreas Ax y A22 son negativas, pues se interpretan como una energía desacelerante para la máquina, producida cuando el par eléctrico debido a la carga es mayor que el par mecánico alimentado al rotor. Así, de acuerdo a lo anterior

$$AX = -[ P_m (S^c - S^s) + P_{max} (\cos S^c - \cos S^s) ] \quad (2.44)$$

$$A1 = M W_c^2 / 2 \quad (2.45)$$

$$A22 = -[ P_m (S^u - S^s) + P_{max} (\cos S^u - \cos S^s) ] \quad (2.46)$$

lo cual asegura que estas áreas sean siempre positivas.

Sea

$$V = M W_c^2 / 2 - P_m (S^c - S^s) - P_{max} (\cos S^c - \cos S^s) \quad (2.47)$$

sustituyendo en la ec. (2.40), para que el sistema sea estable (9)

$$V^c < V_{cr} \quad (2.48)$$

Donde

$$V^c = M W_c^2 / 2 - P_m (S^c - S^s) - P_{max} (\cos S^c - \cos S^s) \quad (2.49)$$

$$V_{cr} = V^u = - [ P_m (S^u - S^s) + P_{max} (\cos S^u - \cos S^s) ] \quad (2.50)$$

De la ec. (2.48), comparando el valor de la energía en el momento de liberar la falla con el valor de la energía crítica se puede determinar estabilidad transitoria. Dicha función será llamada de aquí en adelante Función de la Energía Transitoria.

En la fig. (2.8) se muestra la gráfica de potencia contra ángulo para analizar el caso de un sistema en el que la red de postfalla es diferente de la de prefalla; a diferencia del caso hasta ahora analizado, en que ambas son iguales. Esto sucedería, por ejemplo, si la máquina de la fig. (2.1) estuviera conectada al bus infinito por dos líneas de transmisión, y la falla se liberara abriendo una de ellas, quedando la máquina enlazada al resto del sistema a través de una línea únicamente. Así, la reactancia equivalente entre la máquina y el bus infinito aumentaría, y por lo tanto, habría una disminución en el flujo de potencia máximo que se puede transmitir, lo que se manifiesta en la fig. (2.8) al tener una curva de postfalla con un valor de cresta menor que la de prefalla.

Además, en la fig. (2.8) se observa que los puntos de equilibrio de postfalla no son iguales a los de prefalla, como sucedía en el caso anterior, y deberán ser calculados así como la admitancia serie de postfalla entre el bus y la máquina con el fin de construir la función  $V$  y obtener el valor de  $V_{cr}$ .

Una ventaja importante del método es que la Función de la Energía Transitoria se construye empleando la admitancia y los puntos de equilibrio de postfalla. Esto implica que no se requiere reconstruir la función para analizar contingencias en las que se tenga la misma red de postfalla y la energía crítica  $V_{cr}$  por lo tanto tampoco necesita recalcularse en estos casos.

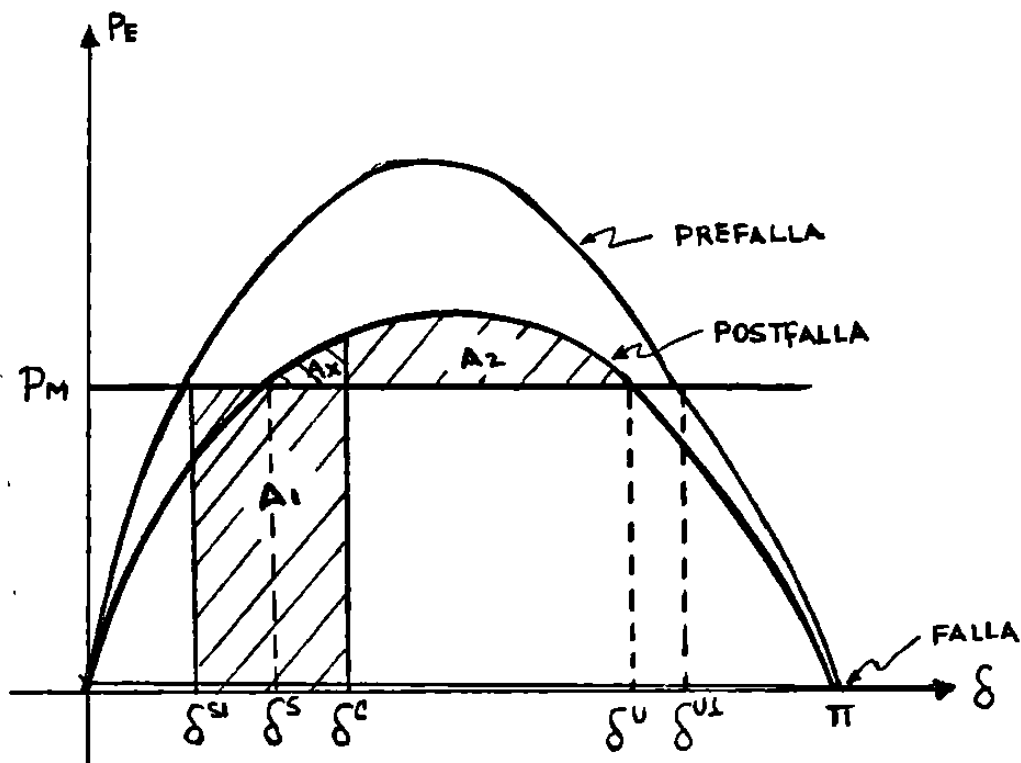


FIG. 2.8 SISTEMA UNA MAQUINA-BUS INFINITO  
CON RED DE POSTFALLA DIFERENTE  
DE LA RED DE PREFALLA.

### 2.3.2 Interpretación física del Método.

La función  $V$  tiene también un sentido físico; ya que representa la energía transitoria total del sistema. La interpretación de cada uno de sus términos se presenta a continuación (1,23)

$M W / 2$  - energía cinética del rotor de la máquina.

$P_m (S - S)$  - energía potencial debida a la posición del rotor.

$P_{max} (\cos S - \cos S)$  - energía magnética debida a la susceptancia del circuito entre la máquina y el bus infinito.

Si se consideran las conductancias del circuito entre la máquina y el bus infinito, como sucede en el sistema de la fig.(1.2) la función  $V$  toma la siguiente forma

$$V = M W / 2 - P_i (S - S) - C (\cos S - \cos S) + D (\sin S - \sin S) \quad (2.51)$$

donde ..

$$P_i = P_m - E G_{11}$$

$$C = V E B$$

$$D = V E G$$

$G + j B$  = admitancia equivalente entre la máquina sincrónica y el bus infinito.

$G_{11}$  = suma de las conductancias conectadas al nodo de la máquina sincrónica.



La interpretación física de los nuevos términos es la siguiente

- <sup>2</sup>  
 $E_{G11}$  - Potencia desacelerante debida a la carga local .
- <sup>S</sup>  
 $D (\text{sen } S - \text{sen } S)$  - Energía disipada por la conductancia equivalente entre generador y bus infinito.

Así pues, el M.F.E.T. se puede considerar como una generalización del criterio de áreas iguales en cuanto a que busca determinar estabilidad en base a un equilibrio entre la energía cinética que sanan los rotores de las máquinas durante un disturbio y la energía que puede absorber el sistema una vez terminado aquel, con la ventaja de que es posible aplicarlo al caso multimáquina. Además, permite cuantificar el margen de estabilidad transitoria del sistema mediante la diferencia entre la energía crítica o energía máxima que el sistema puede absorber una vez terminado el disturbio y la que adquieren las máquinas durante este, cosa que no es posible obtener en forma directa del método tradicional de simulación.

## 2.4 Formulación General del M.F.E.T.

Existen numerosos trabajos publicados acerca de la aplicación de este método a la solución del problema de estabilidad transitoria; algunos de los cuales se mencionan mas adelante en la bibliografía. Sin embargo, todos tienen en común un procedimiento sistemático para la aplicación del método, el cual se dará a continuación

1. Formar la matriz de Admitancias YBUS de postfalla.
2. Encontrar el punto de equilibrio estable de postfalla.
3. Construir la función de la energía transitoria ( $V$ ) usando la matriz YBUS y el punto de equilibrio estable calculados.
4. Encontrar el punto de equilibrio inestable de postfalla crítico y calcular la energía  $V_{cr}$  o energía máxima que puede absorber el sistema con falla liberada.
5. Obtener el valor de los ángulos y velocidades de las máquinas en el momento de liberación de la falla, con el fin de calcular el valor de  $V$  en ese instante. Si se cumple la condición dada por la ec. (2.48), el sistema es estable. De lo contrario, es inestable.

La formulación anterior se puede aplicar fácilmente al sistema una máquina-bus infinito analizado anteriormente. En el último punto, algunos autores han empleado una solución parcial de las ecuaciones diferenciales del sistema, que consiste en la integración numérica de éstas desde el inicio de la falla hasta el momento en que se libera, mientras que otros han propuesto algunas aproximaciones a la trayectoria del sistema bajo falla con cierto éxito (2,23). En nuestro caso, se optó por emplear un algoritmo eficiente de integración trapezoidal descrito en (13) para conocer dicha trayectoria.

## CAPITULO III

## Análisis del Método de la Función de la Energía Transitoria para el caso Multimaquina.

El Método de la Función de la Energía Transitoria será generalizado ahora para el S.E.P. multimaquina. Aunque existe una formulación general del método, la cual fue mostrada en el capítulo anterior, existen numerosos trabajos que presentan diferentes formas de aplicarlo al caso multimaquina. En este capítulo, se presenta una variante del método consistente en reunir las características que a juicio del autor son las mejores de dos de los trabajos mas destacados, los cuales se mencionan en las referencias (23) y (17). La razón fundamental por la que se escogieron estos trabajos, es que ambos han sido probados en sistemas de potencia reales con buenos resultados, segun se muestra en la literatura. La función de la energía transitoria con la formulación del centro de inercia del sistema presentada en (23) y el procedimiento para cálculo de los puntos de equilibrio de (17) se conjugan ahora en un solo método, el cual se aplica con éxito a la solución del problema de estabilidad transitoria del caso multimaquina.

### 3.1 Función de la Energía Transitoria.

Existen diversas funciones que han sido desarrolladas para aplicar este método al caso multimaquina. Sin embargo, la mayor parte de ellas podemos clasificarlas de acuerdo al procedimiento con que han sido obtenidas en dos tipos, los cuales se mencionarán a continuación.

El primer tipo de función es aquel que comprende las funciones que han sido obtenidas usando el procedimiento sistemático desarrollado por J.L. Williams y otros investigadores para generar funciones aplicables al segundo método de Lyapunov (12) y consiste en obtener primeramente la representación del sistema por medio de la ecuación de estado, la cual es de la forma (12)

$$\dot{X} = A X - B F(\bar{V}) \quad (3.1)$$

donde

$$\bar{V} = C X \quad (3.2)$$

X = vector de variables de estado del sistema.

Entonces, una posible función de Lyapunov para este sistema es

$$V(X) = X^T P X + \sum_{i=1}^L 2\alpha_i \int_0^{C_i X} f_i(\bar{V}_i) d\bar{V}_i \quad (3.3)$$

donde

$$L = n(n-1)/2 \quad (3.4)$$

n = número de generadores.

La función  $V(X)$  al igual que las matrices A, B, C y el vector  $F(\bar{V})$  dependen de las variables de estado que se escogen para representar el sistema. Tiene la ventaja inherente de una rigurosa demostración matemática, y en (17) se presenta una función de este tipo formulada para explotar la dispersidad de la matriz de admitancias YBUS. Sin embargo, este tipo de función presenta la desventaja de que no considera de una manera directa las conductancias de transferencia de la red, ya que de otra manera el procedimiento para generarla sería inaplicable a sistemas de potencia (8,12).

El segundo tipo de función fue desarrollada por P. D. Aylett en (21) y es utilizada en (23). El procedimiento para obtenerla es establecer primero las ecuaciones de aceleración relativa para cada par de generadores, multiplicando cada una por su correspondiente velocidad relativa e integrando la suma de las ecuaciones resultantes (9,21,23). Esto da una función que representa la energía total del sistema, teniendo la ventaja de una fácil interpretación física de sus propiedades, y la desventaja de que emplea la matriz de admitancias YBUS reducida al número de nodos de generación, pues requiere conocer las admitancias equivalentes entre nodos. Esta matriz es completa y por lo tanto requiere de mayores recursos de memoria para su almacenamiento en la computadora digital.

Haciendo una evaluación de las ventajas y desventajas de las funciones generadas por ambos procedimientos, se optó por usar la del segundo tipo. A continuación, mediante el procedimiento antes mencionado se obtendrá la función de la energía transitoria del sistema multimáquina.

### 3.1.1 Desarrollo de la Función de Energía Transitoria

Para desarrollar la Función de Energía Transitoria, se plantearán primeramente las ecuaciones de movimiento relativo de los  $n$  generadores que integran el sistema. Así, de la ec.(1.27)

$$W_i = \dot{S}_i \quad (3.5)$$

$$M_i \dot{W}_i = P_{mi} - P_{ei} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.6)$$

En el sistema una máquina-bus infinito analizado anteriormente solo se utilizaba una ecuación de movimiento relativo de la máquina síncrona con respecto al bus infinito, tras del cual el resto del sistema se consideraba como una máquina de inercia infinita que gira a la velocidad sincrónica. En el caso multimáquina existe una ecuación de aceleración relativa para cada par de máquinas. Es necesario, por tanto, obtener estas ecuaciones para todas las máquinas.

Si elegimos de (3.6) la ecuación de la máquina  $p$  y la de la máquina  $r$  y multiplicamos la ecuación de la máquina  $p$  por  $M_r$  y la de la máquina  $r$  por  $M_p$ , tendremos:

$$M_p M_r \dot{W}_p = P_{mp} M_r - P_{ep} M_r \quad (3.7)$$

$$M_r M_p \dot{W}_r = P_{rp} M_p - P_{er} M_p \quad (3.8)$$

Restando la ec. (3.8) a la (3.7)

$$\begin{aligned} M_p \dot{M}_r (\dot{W}_p - \dot{W}_r) &= P_{pr} \dot{M}_r - P_{rp} \dot{M}_r \\ &- P_{rp} \dot{M}_p + P_{pr} \dot{M}_p \end{aligned} \quad (3.9)$$

La ec. (3.9) da la aceleración relativa entre las máquinas  $p$  y  $r$ . Si repetimos el mismo procedimiento para cada par de máquinas, obtendremos  $n(n-1)/2$  ecuaciones de aceleración relativa donde  $n$  es el número total de máquinas. Sumando estas ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n M_i M_j \dot{W}_{ij} = \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (P_{pi} M_j - P_{pj} M_i - P_{ei} M_j + P_{ej} M_i)$$

donde

$$\dot{W}_{ij} = \dot{W}_i - \dot{W}_j \quad (3.11)$$

multiplicando ambos lados de (3.10) por la velocidad relativa  $W_{ij}$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n M_i M_j W_{ij} \dot{W}_{ij} = \quad (3.12)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [(P_{pi} M_j - P_{pj} M_i) - (P_{ei} M_j - P_{ej} M_i)] W_{ij}$$

integrando

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_0^{W_{ij}} M_i M_j W_{ij} \dot{W}_{ij} = \quad (3.13)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_{S_{ij}}^{S_{ij}} [(P_{pi} M_j - P_{pj} M_i) - (P_{ei} M_j - P_{ej} M_i)] S_{ij}$$

donde

$$W_{ij} = \dot{S}_{ij} \quad (3.14)$$

$$\dot{S}_{ij} = \dot{S}_i - \dot{S}_j \quad (3.15)$$

$$S_{ij} = S_i - S_j \quad (3.16)$$

$S_{ij}$  = punto de equilibrio estable de postfalls.

Continuando

$$(1/2) \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n M_i M_j (W_{ij})^2 =$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [(P_{ei} M_j - P_{ej} M_i)(S_{ij} - S_{ij}^s)] \quad (3.17)$$

$$- \int_{S_{ij}^s}^{S_{ij}} (P_{ei} M_j - P_{ej} M_i) S_{ij} dS_{ij}$$

De la ec. (1.31), la potencia eléctrica entregada por la máquina  $i$  está dada por

$$P_{ei} = E_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (C_{ik} \sin S_{ik} + D_{ik} \cos S_{ik}) \quad (3.18)$$

donde

$$S_{ik} = S_i - S_k \quad (3.19)$$

$$C_{ik} = E_i E_k B_{ik} \quad (3.20)$$

$$D_{ik} = E_i E_k G_{ik} \quad (3.21)$$

$$Y_{ik} = G_{ik} + j B_{ik} \quad (3.22)$$

= admitancia equivalente de postfalls entre el nodo  $i$  y el nodo  $k$

$G_{ii}$  = suma de las conductancias conectadas al nodo  $i$

sustituyendo (3.18) en (3.17) y desarrollando

$$\begin{aligned}
 V &= \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left[ \frac{1}{2} M_{ij} (M_{ij})^2 \right. \\
 &- \frac{1}{M_{ij}} (P_i M_j - P_j M_i) (S_{ij} - S_{ij}) \\
 &- C_{ij} (\cos S_{ij} - \cos S_{ij}) \\
 &+ \left. \frac{S_i + S_j - 2 S_0}{S_i + S_j - 2 S_0} D_{ij} \cos S_{ij} d(S_i + S_j - 2 S_0) \right]
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

donde

$$P_i = P_{mi} - E_i G_{ii} \tag{3.24}$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^n M_i S_i / M_0 \tag{3.25}$$

$$M_0 = \sum_{i=1}^n M_i \tag{3.26}$$

La ecuación (3.23) es la función de la energía transitoria para el sistema multimáquina, y cada uno de sus términos se puede interpretar en forma análoga a la que se hizo en el sistema una máquina-bus infinito en el capítulo anterior. Mas adelante, esta función será transformada a las coordenadas del centro de inercia.

Investigaciones recientes (23) han mostrado una relación existente entre los dos tipos de función que aquí se han expuesto ya que para los modelos comunmente usados, si las variables de estado que se escogen son las correctas, la función dada por (3.3) es equivalente a (3.23), con la ventaja de esta ultima de una mas fácil interpretación física de sus propiedades.



### 3.2 Formulación del Centro de Inercia.

Dentro del análisis de energía transitoria, un punto importante es definir los conceptos de equilibrio de frecuencia y sincronismo del S.E.P. La formulación del centro de inercia (C.I.) presenta un marco de referencia adecuado para tratar dichos conceptos, además de que es sencillo de entender e interpretar en forma física.

#### 3.2.1 Definición del Centro de Inercia.

Utilizando los mismos principios de la mecánica clásica para introducir el concepto de centro de masa (6), podemos definir la posición angular del centro de inercia, a la cual suele llamarse centro del ángulo (6,23), como

$$S_0 = (1/M_0) \sum_{i=1}^n M_i S_i \quad (3.27)$$

donde

$$M_0 = \sum_{i=1}^n M_i \quad (3.28)$$

Ahora, obtendremos una expresión análoga a (1.14) para describir el comportamiento dinámico del C.I.

$$M_0 \dot{\omega}_0 = \sum_{i=1}^n (P_{mi} - P_{ei}) = P_{coa} \quad (3.29)$$

$$\dot{\omega}_0 = \dot{S}_0 \quad (3.30)$$

La dinámica del centro de inercia está dada por la ec. (3.29). Cualquier desbalance entre la potencia mecánica alimentada por los primomotores de las máquinas y la potencia eléctrica absorbida por la red causa que el centro de inercia se acelere o desacelere según sea el caso ( $P_{coa} \neq 0$ ).

Así, podemos referir las posiciones angulares y velocidades al centro de inercia

$$\begin{aligned}\theta_i &= S_i - S_0 \\ \tilde{\omega}_i &= \omega_i - \omega_0\end{aligned}\tag{3.31}$$

En la fig. (3.1) se presenta una analogía mecánica entre las coordenadas angulares absolutas y las del centro de inercia, donde las inercias  $M_i$  representan a las inercias de las máquinas síncronas del sistema.

De acuerdo a la definición dada en (3.27), las variables referidas al centro de inercia presentan las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n M_i \theta_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_i \dot{\theta}_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_i \ddot{\theta}_i &= 0\end{aligned}\tag{3.32}$$

Las ecuaciones de movimiento del sistema pueden ser obtenidas en función de las variables referidas al centro de inercia. Sust. (3.30) en (1.27)

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_i &= \tilde{\omega}_i \\ M_i \ddot{\theta}_i &= P_{mi} - P_{ei} - (M_i/M_0) P_{coa}\end{aligned}\quad i=1, \dots, n\tag{3.33}$$

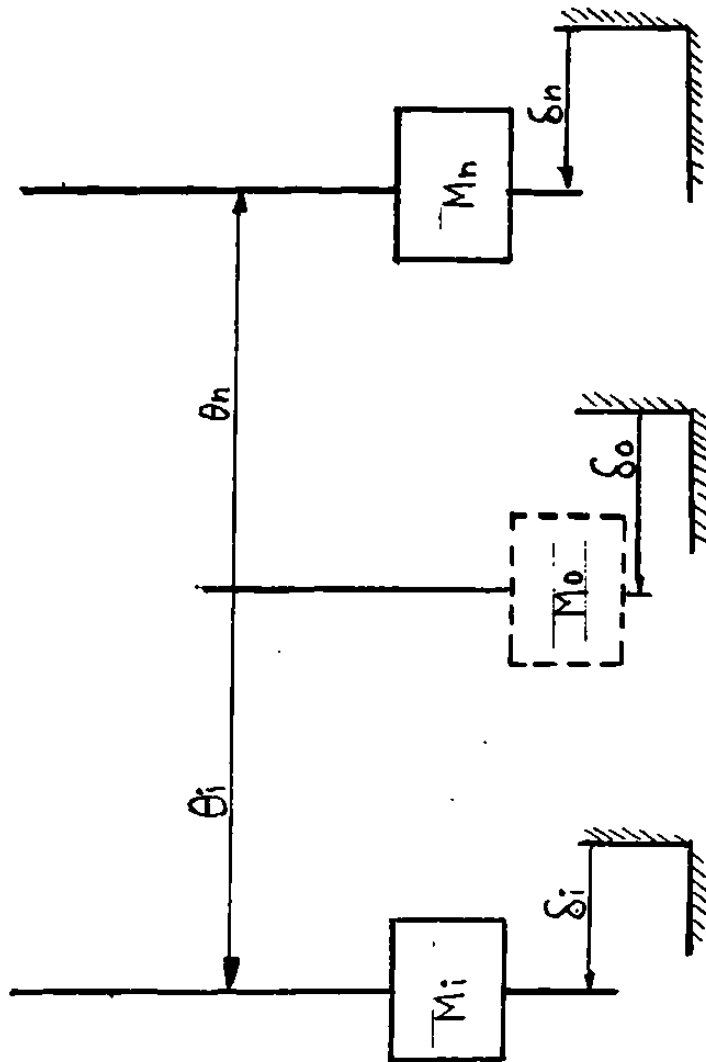


FIG. 3.1 RELACION ENTRE LAS COORDENADAS ANGULARES  $\theta_i$  Y LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE INERCIA  $\theta_i$ .

### 3.2.2 Equilibrio de Sincronismo.

El sistema se dice que esta en equilibrio síncrono si

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i &= 0 \\ \ddot{\theta}_i &= 0 \end{aligned} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.34)$$

Las ecuaciones anteriores muestran que las máquinas del sistema tienen una velocidad y una aceleración relativa nulas con respecto al centro de inercia. Esto significa que las máquinas guardan una posición angular fija con respecto al centro inercia, lo cual es la característica fundamental de este modo de equilibrio. Entonces el sistema mecánicamente hablando es equivalente a un cuerpo rígido. Las ecuaciones de equilibrio del sistema se obtienen sustituyendo (3.34) en (3.33)

$$\begin{aligned} \ddot{W}_i &= 0 \\ (P_{mi} - P_{ei}) / M_i &= P_{coa} / M_o \end{aligned} \quad (3.35)$$

Es importante observar que el sistema puede ser acelerado dentro de un equilibrio síncrono, siempre que la aceleración sea la misma para todas las máquinas del sistema.

### 3.2.3 Equilibrio de frecuencia.

El sistema se dice que esta en equilibrio de frecuencia si

$$\dot{S}_o = 0 \quad (3.36)$$

La existencia de esta condición de equilibrio requiere que la potencia mecánica total alimentada a las máquinas sea igual a la potencia eléctrica absorbida por la red ( $P_{coa} = 0$ ). Esto garantiza también que la energía total en el sistema es constante.

### 3.2.4 La función de la Energía Transitoria referida al centro de inercia

Con el fin de utilizar las coordenadas del centro de inercia dadas por la ec. (3.31), la función  $V$  puede ser manipulada en forma algebraica y transformada en

$$\begin{aligned}
 V &= 1/2 \sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i^2 - \sum_{i=1}^n P_i (\theta_i - \theta^s) \\
 &- \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [ C_{ij} (\cos \theta_{ij} - \cos \theta_{ij}^s) \\
 &- \int_{\theta_i + \theta_j}^{\theta_i + \theta_j^s} D_{ij} \cos \theta_{ij} d(\theta_i + \theta_j) ]
 \end{aligned} \quad (3.37)$$

El primer término de la ec. (3.37) representa la energía cinética que causa la pérdida de sincronismo del sistema, y puede descomponerse en la forma

$$(1/2) \sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i^2 = (1/2) \sum_{i=1}^n M_i \omega_i^2 - (1/2) M_0 \omega_0^2 \quad (3.38)$$

La ec. (3.38) muestra que la energía responsable de la pérdida de sincronismo es la energía cinética transitoria total menos la energía cinética que causa la aceleración del centro de inercia, ya que esta última no contribuye a la separación del sistema (9). El segundo término representa la energía potencial debida a la posición de los rotores de las máquinas, el tercero la energía magnética absorbida por las susceptancias equivalentes entre nodos generadores mientras que el cuarto es la energía disipada por las conductancias equivalentes entre dichos nodos. La suma de los tres últimos términos de  $V$  recibe el nombre de energía potencial.

El último término de la ec. (3.37), el cual representa la energía disipada por las conductancias equivalentes entre generadores o conductancias de transferencia, para ser integrado requiere conocer la trayectoria del sistema durante la perturbación analizada, cosa que los métodos directos tratan de evitar. En (23), T. Athay y colaboradores emplean con buenos resultados una aproximación basada en la integración lineal de este término propuesta por G. Luders (9), la cual se muestra a continuación.

sean

$$\begin{aligned} \theta_i &= A_i x + \theta_i^s & \therefore d\theta_i &= A_i dx \\ \theta_j &= A_j x + \theta_j^s & \therefore d\theta_j &= A_j dx \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$i, j = 1, \dots, n$$

donde

$$\begin{aligned} A_i &= \theta_i - \theta_i^s \\ A_j &= \theta_j - \theta_j^s \end{aligned} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (3.39)$$

$$A_{ij} = A_i - A_j$$

sustituyendo (3.39) y (3.38) en el último término de (3.37), se obtiene el término  $I_{ij}$

$$I_{ij} = A_i + A_j \int_0^1 D_{ij} \cos [ (A_i - A_j)x + \theta_i^s - \theta_j^s ] dx$$

$$I_{ij} = \frac{A_i + A_j}{A_i - A_j} D_{ij} \sin [ (A_i - A_j)x + \theta_i^s - \theta_j^s ] \Big|_0^1$$

desarrollando y sustituyendo límites

$$I_{ij} = \frac{\theta_i + \theta_j - \theta_i^s - \theta_j^s}{\theta_{ij} - \theta_{ij}^s} D_{ij} (\sin \theta_{ij} - \sin \theta_{ij}^s) \quad (3.40)$$

sustituyendo (3.40) en (3.37)

$$V = 1/2 \sum_{i=1}^n K_i \tilde{w}_i^2 - \sum_{i=1}^n P_i (\theta_i - \theta_i^s) \quad (3.41)$$

$$- \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [C_{ij} (\cos \theta_{ij} - \cos \theta_{ij}^s) - I_{ij}]$$

La ec.(3.41) utiliza el término aproximado  $I_{ij}$  para incluir el efecto de las conductancias de transferencia. Esta función  $V$  será utilizada durante el resto de este trabajo.

Finalmente, definiremos la función de la energía potencial  $V_p$  como

$$V_p = - \sum_{i=1}^n P_i (\theta_i - \theta_i^s) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [C_{ij} (\cos \theta_{ij} - \cos \theta_{ij}^s) - I_{ij}] \quad (3.42)$$

### 3.3 Cálculo de los Puntos de Equilibrio de Postfalla.

Los puntos de equilibrio del sistema pueden obtenerse de la solución de (3.35). Existen varios métodos para solucionar estas ecuaciones (5,8,9,17,20,23), y en nuestro caso optamos por aplicar la formulación presentada en (17), la cual se describe a continuación.

#### 3.3.1 Cálculo del punto de equilibrio estable.

Al igual que en el caso una máquina-bus infinito, en el sistema multimáquina sólo existe un punto de equilibrio estable en postfalla. Dicho punto puede ser obtenido transformando la ec.(3.35) a la forma

$$(P_{mi} - P_{ei}) / M_i + C = 0 \quad i=1, \dots, n \quad (3.43)$$

Donde el valor del ángulo de la máquina  $n$  es fijado a 0 (17). El valor de  $C$  es

$$C = -P_{coa} / M_o \quad (3.44)$$

La solución de la ec. (3.43) da los valores de los  $n-1$  ángulos restantes y de  $C$ . Este procedimiento garantiza que el sistema está en equilibrio de sincronismo ya que todas las máquinas sufren la misma aceleración en el punto dado por la solución.

El método de Newton-Raphson para la solución de ecuaciones no lineales es utilizado para resolver la ec. (3.43). Este método fue escogido debido a su facilidad de implementación y a la buena experiencia que con él se ha tenido en la solución al problema de flujos de carga. Se aplica usando como valores iniciales de  $\delta$  los del punto de equilibrio de prefalla, el cual se supone cercano al punto buscado (5,8). Una convergencia de 4 a 5 iteraciones para un valor de error de .0001 p.u. es típica para los casos analizados en esta tesis. En el Apéndice A se muestra el algoritmo de solución de la ec. (3.43) en detalle.



### 3.3.2 Cálculo del punto de equilibrio inestable.

Al ocurrir una perturbación en el sistema multimáquina, uno o más generadores tienden a separarse del resto del sistema por la pérdida de sincronismo. Existe un punto de equilibrio inestable para cada combinación posible de generadores que pierden sincronismo, y por lo tanto un valor de energía crítica que puede absorber la red asociado con cada punto. Para obtener dichos puntos, haciendo una analogía con el sistema una máquina-bus infinito (S) la ec. (3.43) se resuelve usando como valor inicial de cada generador que se supone pierde sincronismo el ángulo  $Z_i$ , el cual está dado por

$$Z_i = \pi - \delta_i \quad i=1, \dots \quad (3.45)$$

Para mostrar esto, se supone que se desean calcular los puntos de equilibrio inestables de un sistema de tres generadores. Si el ángulo del generador 1 se toma como referencia y se supone igual a 0, las combinaciones posibles para los valores iniciales de las posiciones angulares de las máquinas 2 y 3 son

( $\delta_2, Z_3$ )  
 ( $Z_2, \delta_3$ )  
 ( $Z_2, Z_3$ )

Cada una de las combinaciones anteriores da un punto de equilibrio inestable al resolver (3.43). Repitiendo el procedimiento para un S.E.P. de cuatro generadores tendremos

( $\delta_2, \delta_3, Z_4$ )    ( $\delta_2, Z_3, Z_4$ )    ( $Z_2, Z_3, Z_4$ )  
 ( $\delta_2, Z_3, \delta_4$ )    ( $Z_2, \delta_3, Z_4$ )  
 ( $Z_2, \delta_3, \delta_4$ )    ( $Z_2, Z_3, \delta_4$ )

Generalizando el procedimiento, para un sistema de  $n$  máquinas podemos decir que existen  $k$  puntos de equilibrio inestables, donde

$$k = 2^{(n-1)} - 1 \quad (3.46)$$

La energía  $V_{cr}$  o energía potencial máxima para cada punto inestable se obtiene evaluando la función de energía potencial  $V^u$  como sigue

$$V_{cr} = V^u \quad (3.47)$$

$$= - \sum_{i=1}^n P_i (\theta_i^u - \theta_i^s) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [C_{ij} (\cos \theta_{ij}^u - \cos \theta_{ij}^s) - I_{ij}^u]$$

donde

$$I_{ij}^u = \frac{P_i (\theta_i^u + \theta_j^u - \theta_i^s - \theta_j^s)}{\theta_{ij}^u - \theta_{ij}^s} D_{ij} [\sin \theta_{ij}^u - \sin \theta_{ij}^s] \quad (3.48)$$

$\theta^u$  = Punto de equilibrio inestable.

De acuerdo a la literatura existen dos criterios para elegir el punto inestable crítico que define la energía máxima que el sistema puede absorber una vez que se libera la falla.

El primer criterio consiste en elegir como punto inestable crítico aquel que de la energía mínima de postfalla (5,8,9). Esta es una condición suficiente pero no necesaria para que el sistema sea estable, ya que la trayectoria del sistema puede pasar lejos de este punto como es el caso cuando los generadores que se supone pierden sincronismo se encuentran alejados eléctricamente del punto de falla, lo que redundo en que se obtengan en ocasiones resultados extremadamente conservadores sobre todo cuando el sistema tiene más de 4 generadores (23).

El otro criterio es considerar como punto inestable crítico aquel que se encuentre más cercano a la trayectoria del sistema bajo perturbación. Este criterio ha dado mejores resultados en forma global que el anterior y se han desarrollado diferentes métodos para obtenerlo, de los cuales se investigaron tres, los cuales se presentan a continuación.

1. Resolver la ec. (3.43) considerando que los generadores que pierden sincronismo son aquellos que tienen mayores potencias acelerantes en el momento de liberar la falla (20).
2. Calcular a partir de una trayectoria aproximada del sistema bajo falla el punto de equilibrio inestable crítico mediante técnicas de programación no lineal (1,2,23).
3. Usar como aproximación al punto de equilibrio inestable el punto donde para la trayectoria del sistema bajo falla la energía potencial es máxima. Esto se basa en el hecho de considerar que la trayectoria del sistema con falla sostenida y la trayectoria con falla liberada en forma crítica para que el sistema sea estable son muy cercanas entre sí.

La técnica presentada en el punto tres fue seleccionada debido a la ventaja de su simplicidad con respecto a las otras y a que ha probado dar resultados similares (15,16,17). Con el fin de aclarar conceptualmente este método, usaremos el sistema de tres generadores mostrado en la fig. (3.2).

Haciendo una analogía al plano de fase, en la fig. (3.3) se muestran las curvas equipotenciales del sistema en el plano dado por los ángulos de las máquinas dos y tres referidos a la máquina uno (9,16). El punto de mínimo potencial es el punto de equilibrio estable de postfalla y está indicado por S. Los puntos  $U_1, U_2, \dots$  etc. son los puntos de equilibrio inestables. Las curvas equipotenciales están dadas por

$$E_k = - \sum_{i=1}^n P_i (\theta_i - \theta_i^s) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [C_{ij}(\cos \theta_{ij} - \cos \theta_{ij}^s)] \quad (3.49)$$

k = 1, \dots

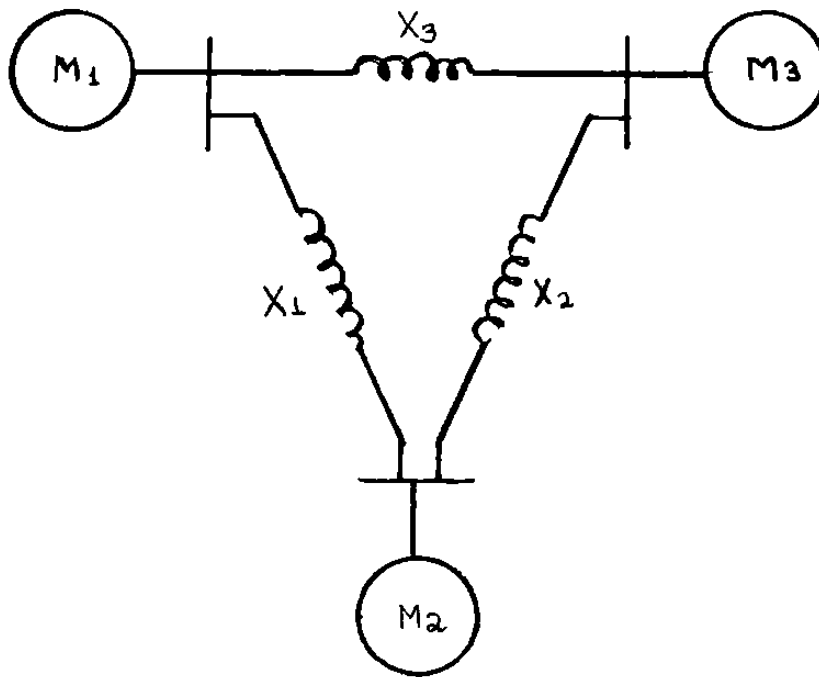


FIG. 3.2 SISTEMA DE TRES GENERADORES.

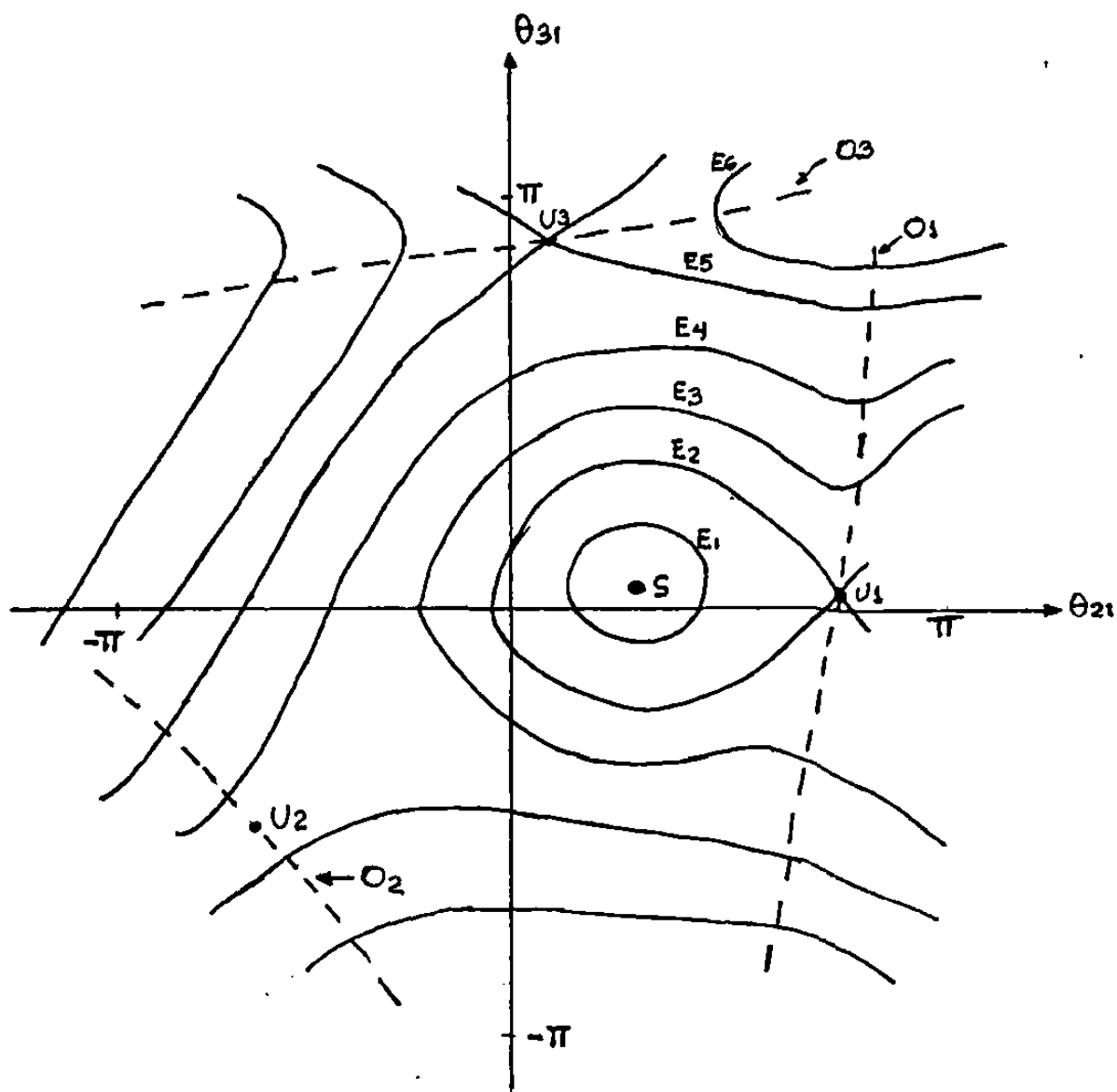


FIG. 3.3 CURVAS EQUIPOTENCIALES DEL SISTEMA DE TRES MAQUINAS PROYECTADAS EN EL ESPACIO ANGULAR

Donde  $E_x$  es constante. Las curvas  $O_1, O_2 \dots$  etc. son ortogonales a las curvas equipotenciales y pasan a través de  $U_1, U_2 \dots$  etc. respectivamente. El par total aplicado al sistema es

$$T = d V_p / d S_r \quad (3.50)$$

Y  $S_r$  es el vector de ángulos  $S$  referidos a la máquina uno y tiene una dimensión de  $(n-1)$ . La dirección del par es siempre ortogonal a las curvas equipotenciales como se observa en la ec. (3.50). El sincronismo se pierde en el momento en que la trayectoria del sistema cruza una de las curvas  $O_x$  ya que después de ella el sentido del par cambia produciendo la aceleración de las máquinas y por consecuencia su separación del sistema. Por ejemplo, si la falla se libera cuando la trayectoria del sistema toca la curva  $E_4$ , la máquina uno o la máquina dos pierden sincronismo al pasar la curva  $O_1$  o la curva  $O_2$ , ya que después de estas curvas la diferencia angular entre las máquinas uno y dos crece en forma indefinida. Para un sistema una máquina-bus infinito, el sentido del par cambia cuando en la curva de potencia-ángulo el sistema cruza el punto de equilibrio inestable como se ve en la fig. (3.4), causando la separación de la máquina del resto del sistema. Es importante observar que en este punto la energía potencial dada por el área  $A_{22}$  es máxima.

La región en que el S.E.P. es estable se define como la región rodeada por las curvas  $O_x$ , ya que ahí el sistema recibe un par tal que lo mantiene dentro de esa región.

Sea  $S_u$  el ángulo que corresponde al punto inestable más cercano a la trayectoria del sistema durante la primera oscilación. Entonces, para que el sistema sea estable.

$$V < V^u \quad (3.51)$$

Este criterio ha sido utilizado con buenos resultados en (1,2,23). Sin embargo, la trayectoria del sistema no siempre pasa a través de  $S_u$  pero puede pasar por cualquier punto de las curvas que limitan la región de estabilidad. Si dicha trayectoria pasa por un punto distante de  $O_u$ ,  $V_u$  da un estimado conservador (16).

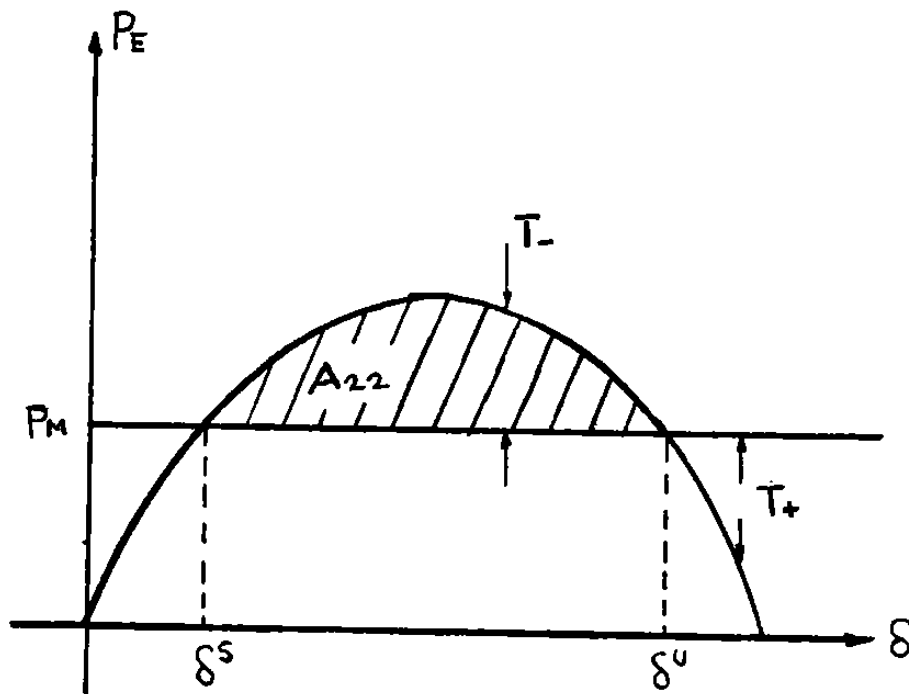


FIG. 3.4 SENTIDO DEL PAR EN EL SISTEMA  
UNA MAQUINA - BUS INFINITO

En la fig. (3.5) se muestran las trayectorias de falla sostenida y de falla liberada críticamente. La trayectoria de falla sostenida cruza la frontera de estabilidad al atravesar la curva  $Ox$  en el punto A. Supongamos que  $V_{cr}$  denota el valor de  $V_p$  en A. Si la trayectoria de falla críticamente liberada no difiere mucho durante la primera oscilación de la trayectoria de falla sostenida podemos usar  $V_{cr}$  como el valor crítico de  $V_p$ . Además,  $V_{cr}$  es el valor máximo de la función de la energía potencial para la trayectoria de falla sostenida, cosa que permite detectar fácilmente el punto A.



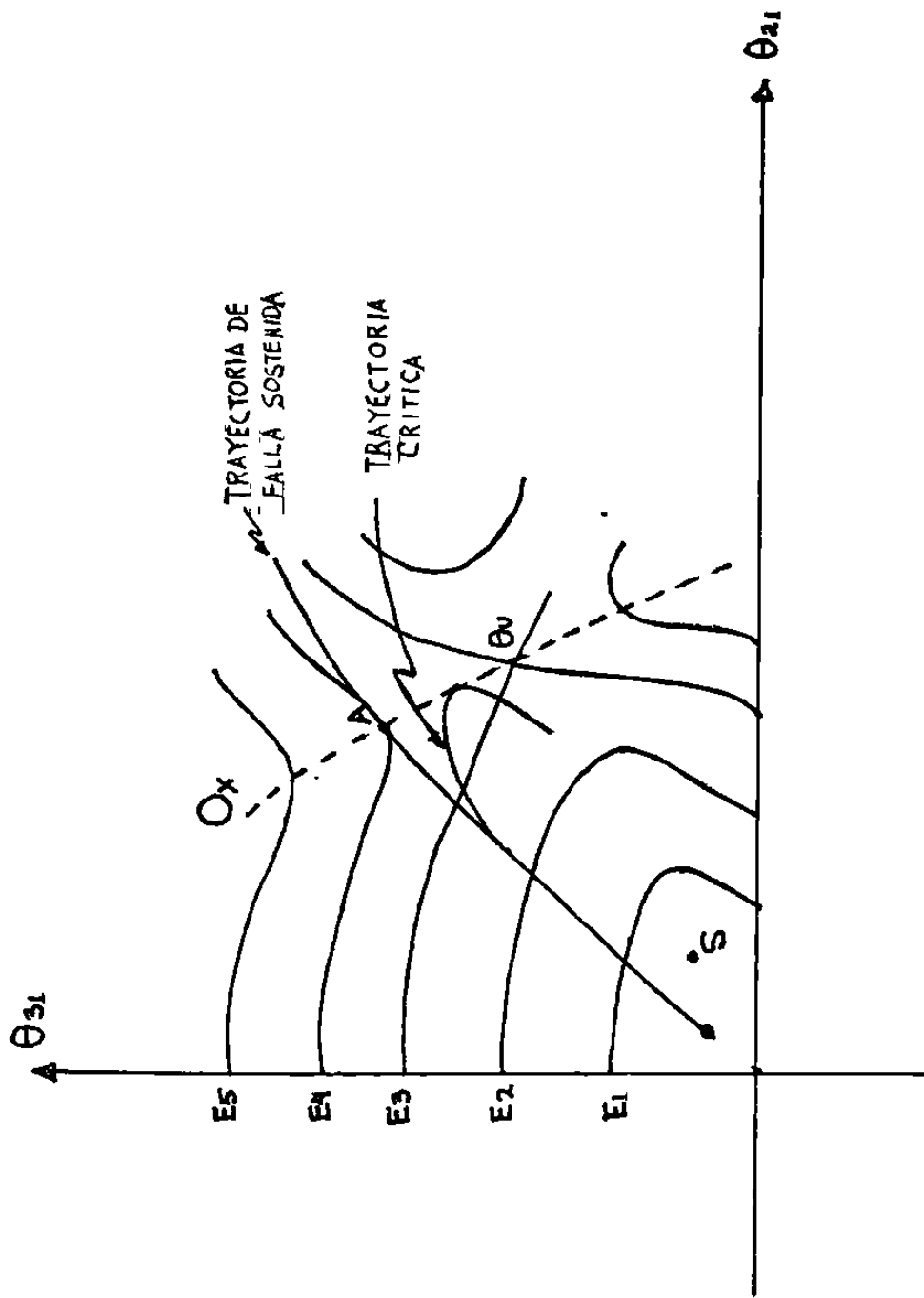


FIG. 3.5 TRAYECTORIAS DEL SISTEMA DE TRES MAQUINAS PROYECTADAS EN EL ESPACIO ANGULAR

### 3.4 Reducción de la Matriz YBUS.

Como se mencionó anteriormente, la función  $V$  se construye utilizando la matriz de admitancias YBUS reducida a los nodos de generación. Con este objetivo se emplea la ecuación de reducción de redes de Kron (22), para lo cual la matriz YBUS se divide en cuatro matrices en la siguiente forma

$$\text{YBUS} = \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} | \\ | \text{ Ynn} | \\ | \\ \hline | \\ | \text{ Yrn} | \\ | \end{array} & \begin{array}{c} | \\ | \text{ Ynr} | \\ | \\ \hline | \\ | \text{ Yrr} | \\ | \end{array} \\ \hline & \end{array} \quad (3.52)$$

donde

$n$  = número de generadores.  
 $r = m - n$   
 $m$  = número de nodos de la red.

La matriz YBUS reducida a los nodos generadores se obtiene de la ecuación

$$\text{Ys} = \text{Ynn} - (\text{Ynr}) (\text{Yrr})^{-1} (\text{Yrn}) \quad (3.53)$$

donde

$\text{Ys}$  = Matriz YBUS reducida.

### 3.5 Formulación del Método.

A continuación, mostraremos un resumen del método descrito en este capítulo usando la formulación general presentada anteriormente

1. Obtener la matriz YBUS de postfalla reducida a los nodos de generación utilizando la ec. (3.53).
2. calcular el punto de equilibrio estable de postfalla solucionando la ec. (3.43) a partir del punto de equilibrio estable de prefalla.
3. Construir la función de la energía transitoria dada por la ec. (3.41)
4. Obtener la trayectoria de falla sostenida para el S.E.P. analizado usando el método de integración trapezoidal descrito en (13), evaluando a cada paso de integración el valor de la energía potencial  $V_p$  dada por la ec. (3.42) hasta encontrar el punto donde  $V_p$  sea máxima y tomar ese valor como la energía potencial crítica  $V_{cr}$ .
5. Con la trayectoria obtenida en el punto anterior, calcular el valor de  $V$  de la ec. (3.41) en el punto en el que se libera la falla. Si el valor de  $V$  es menor o igual que  $V_{cr}$ , el sistema es estable. Si no, es inestable.

En el próximo capítulo se mostrará la aplicación de este método.

## CAPITULO IV

## Paquete de Programas de Análisis de Energía Transitoria.

Con el fin de validar la aplicación del Método de la Función de la Energía Transitoria (M.F.E.T.) al problema de estabilidad transitoria se implementó un paquete de programas al cual se le llamo Sistema de Análisis de Energía Transitoria (S.A.E.T.). En este capítulo se presentará una descripción de los programas que forman el paquete S.A.E.T. así como de los algoritmos que emplean para ejecutar sus funciones.

## 4.1 Descripción del Paquete

En la fig. (4.1) se muestra un diagrama de flujo donde aparece la interconexión de los programas que forman el paquete. Todos los programas de estan en Fortran 77, y sus funciones generales se presentan a continuación.

1. FLUCAR - Este programa realiza el cálculo de flujos de carga en estado estable del sistema.
2. ESTABI - La función de este programa es realizar la integración numérica de las ecuaciones diferenciales que forman el modelo clásico del sistema, con el fin de obtener la solución exacta al problema de estabilidad. Este programa será utilizado como Método de Simulación.
3. SOLESTABI - Su función es mostrar en un reporte el comportamiento en el tiempo de las posiciones angulares de las máquinas síncronas referidas a la posición angular del Centro de Inercia del sistema.
4. YBUSFET - Su función es reducir la matriz de admitancias de postfalla (YBUS) a los nodos de generación del sistema.
5. FET - Este programa aplica el M.F.E.T. al sistema multimáquina.

El paquete se diseñó en esta forma con el fin de cumplir con el compromiso de optimizar tiempo de ejecución y memoria en la computadora digital. A continuación se presentará una descripción a detalle de cada programa.

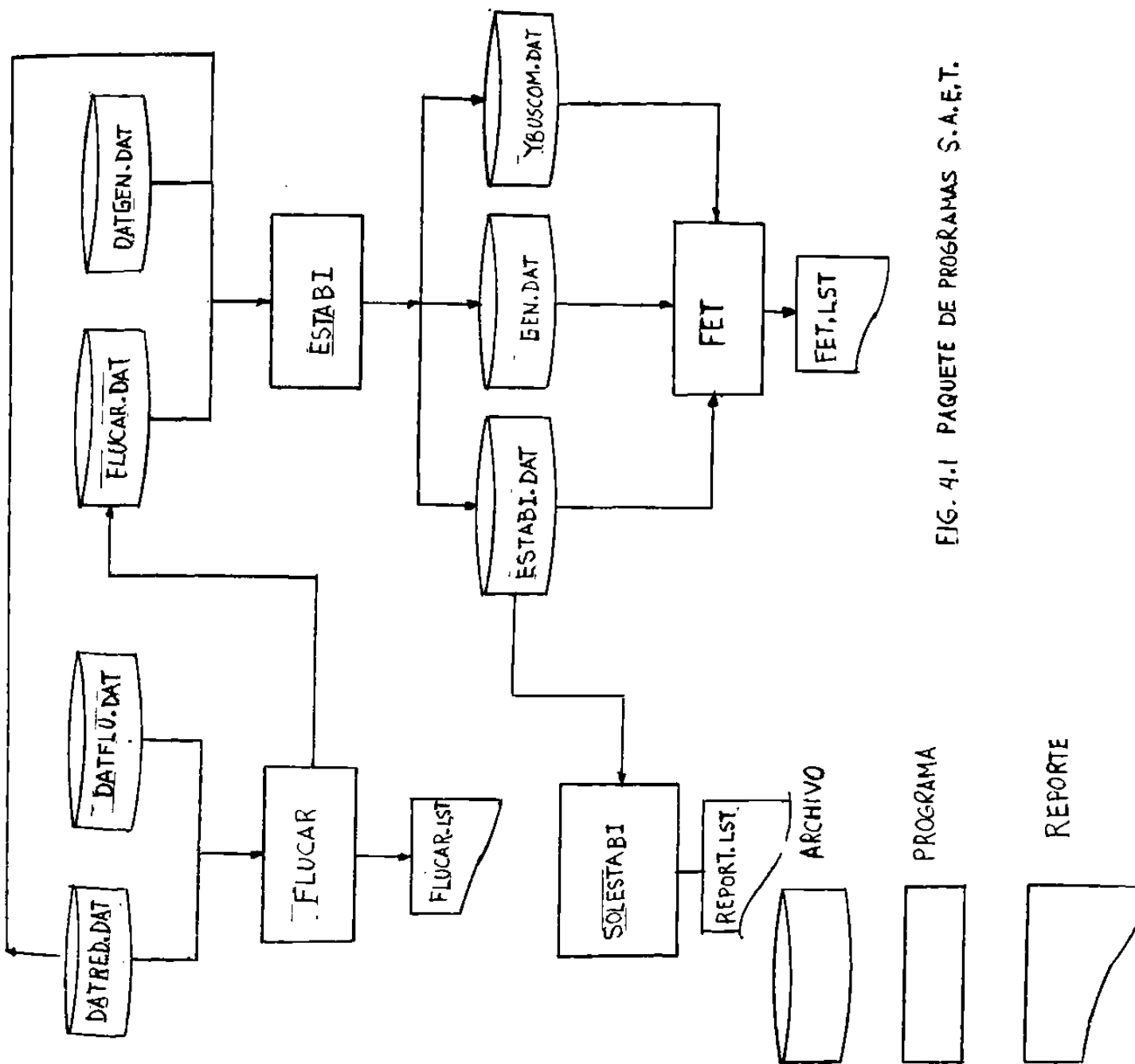


FIG. 4.1 PAQUETE DE PROGRAMAS S.A.E.T.

## 4.2 Programa FLUCAR.

El programa FLUCAR tiene como objetivo obtener la solución de flujos de carga de la red en estado estable utilizando el Método de Newton Desacoplado Rápido presentado por Stott y Alsac en (4).

### 4.2.1 Información de Entrada

Como Información de Entrada utiliza los siguientes archivos:

1. DATFLU.DAT - Contiene los valores iniciales de los voltajes y flujos de carga nodales.
2. DATRED.DAT - Contiene los datos de la red necesarios para formar la matriz de admitancias YBUS.

### 4.2.2 Información de salida.

Como información de salida tiene los archivos :

1. FLUCAR.DAT - En este archivo se guarda la solución de los flujos y voltajes nodales.
2. FLUCAR.LST - Es un reporte en el que se presentan los flujos nodales, en líneas y los voltajes nodales.

### 4.2.3 Descripción del programa

Este programa utiliza el Método de Newton Desacoplado Rápido (4) el cual será presentado a continuación.

La solución al problema de flujos de carga consiste en resolver las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 AP_i &= P_i^r - V_i \sum_{k=1}^m V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} \\
 &\quad + B_{ik} \sin \theta_{ik}) = 0 \\
 &\quad i = 1, \dots, n \\
 AQ_i &= Q_i^r - V_i \sum_{k=1}^m V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} \\
 &\quad - B_{ik} \cos \theta_{ik}) = 0 \\
 &\quad i = 1, \dots, n-n
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde

$P_i^r + JQ_i^r$	-	Potencia deseada en p.u.
$V$	-	Magnitud del Voltaje nodal en p.u.
$\theta$	-	Angulo de voltaje nodal en radianes
$G_{ik} + JB_{ik}$	-	Admitancia entre los nodos $i-k$
$n$	-	numero de nodos generadores
$m$	-	número total de nodos

Como datos para la solución del problema se tienen los valores de  $P$  y  $Q$  en los nodos de carga, y  $P$  y  $V$  en los nodos de generación. Las incógnitas son  $V$  y  $\theta$  en los nodos de carga, y  $\theta$  y  $Q$  en los nodos de generación.

Dado que las ec. (4.1) son funciones no lineales de  $V$  y  $\theta$ , el método de Newton es aplicable para resolver el problema de flujos de carga. Este es un método iterativo que requiere para cada iteración la solución de la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} J \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \vdots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \vdots \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Donde

- $J$  = Matriz Jacobiana de las ec. (4.1)  
 $\Delta Q$  = vector incremental de  $Q$   
 $\Delta V$  = vector incremental de  $V$

Además, es importante mencionar que al aplicar el Método de Newton la matriz Jacobiana requiere reconstruirse en cada iteración.

El principio de desacoplamiento se basa en el hecho de que en la mayoría de los sistemas de potencia reales para cambios pequeños de los voltajes nodales la potencia activa solo depende en forma significativa de los ángulos de los voltajes nodales y no de su magnitud, mientras que la potencia reactiva solo depende en forma significativa de la magnitud de los voltajes y no de sus ángulos. Partiendo de este principio la ec. (4.2) puede ser aproximada como

$$\begin{bmatrix} \Delta P/V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q/V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

donde

- $B'$  - Matriz formada por la parte imaginaria de la matriz de admitancias de la red omitiendo los elementos de la red que afectan los flujos de potencia reactiva (reactores y capacitores en derivación, ramas en derivación de los modelos de transformadores con tap fuera del nominal).  
 $B''$  - Matriz formada por la parte real de la matriz de admitancias de la red omitiendo los elementos de la red que afectan los flujos de potencia activa. (Efecto de corrimiento de ángulo de los transformadores desfases).



Las matrices  $B'$  y  $B''$  conservan la estructura dispersa de la matriz de admitancias de la red y no requieren recalcularse a menos que exista un cambio de configuración en la red.

Para solucionar las ec. (4.3) y (4.4) se emplea un método conocido como bifactorización (3) el cual se describe a continuación.

Sea un sistema de ecuaciones lineales de la forma

$$A X = b \quad (4.5)$$

donde

$A$  = matriz de coeficientes  
 $X$  = vector de variables  
 $b$  = vector independiente

La solución para el vector  $X$  es

$$X = A^{-1} b \quad (4.6)$$

donde

$A^{-1}$   
 $A^{-1}$  = matriz inversa de coeficientes.

La matriz de inversa de coeficientes es una matriz completa (todos sus elementos son diferentes de cero) y a consecuencia de esto su cálculo y almacenamiento en la computadora digital se dificulta a medida que aumenta el orden de la matriz  $A$ . Para evitar el manejo de la matriz inversa, la matriz  $A$  se descompone en  $2n$  matrices de factores (3), donde  $n$  es el orden de la matriz  $A$ . Estas matrices de factores cumplen con la condición:

$$L^{(n)} L^{(n-1)} \dots L^{(1)} A R^{(1)} R^{(2)} \dots R^{(n)} = U \quad (4.7)$$

donde

$L, R$  = matrices de factores  
 $U$  = matriz unitaria.

Utilizando las matrices de factores, la matriz inversa se calcula mediante la ecuación

$$A^{-1} = R^{(1)} R^{(2)} \dots R^{(n)} L^{(n)} L^{(n-1)} \dots L^{(1)} \quad (4.8)$$

sustituyendo en (4.6)

$$X = R^{(1)} R^{(2)} \dots R^{(n)} L^{(n)} L^{(n-1)} \dots L^{(1)} b \quad (4.9)$$

Las principales ventajas de emplear las matrices de factores  $L$  y  $R$  en vez de la matriz inversa para solucionar la ec.(4.8) son las siguientes:

1. Tienen estructura dispersa por lo que requieren menos memoria para su almacenamiento en la computadora digital que la matriz inversa.
2. Son mas sencillas y rápidas de calcular que la matriz inversa.
3. Solo requieren calcularse una vez, a menos de que se realicen cambios de configuración en la red.
4. La solución de la ec. (4.9) se obtiene en menos tiempo que con la matriz inversa.

Dado que la matriz de admitancias y las matrices  $L$  y  $R$  tienen estructura dispersa, se utiliza un algoritmo de almacenamiento de matrices dispersas para optimizar el uso de la memoria en la computadora digital (3).

En la fig (4.2) se muestra un diagrama de flujo del programa FLUCAR.

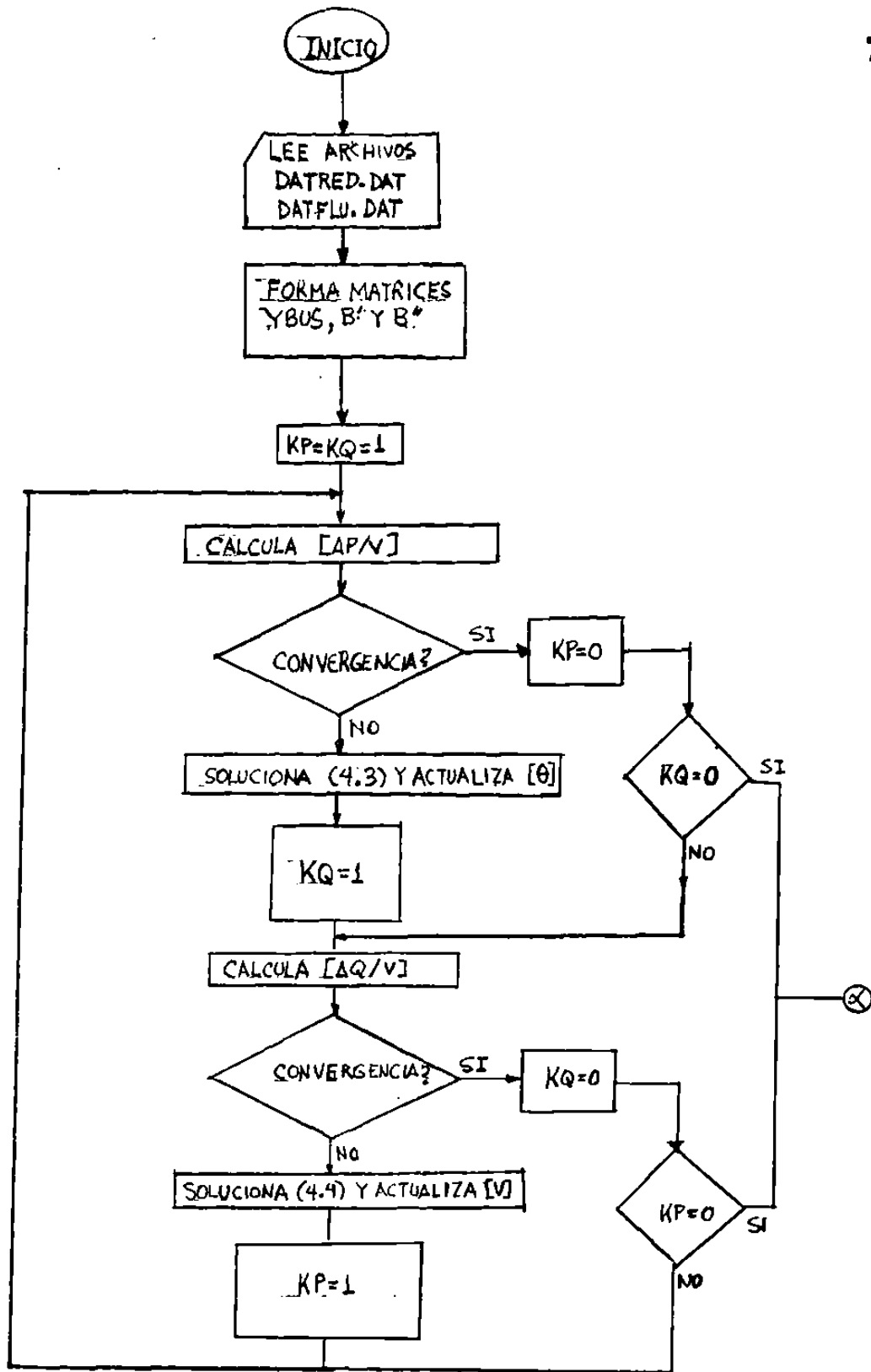
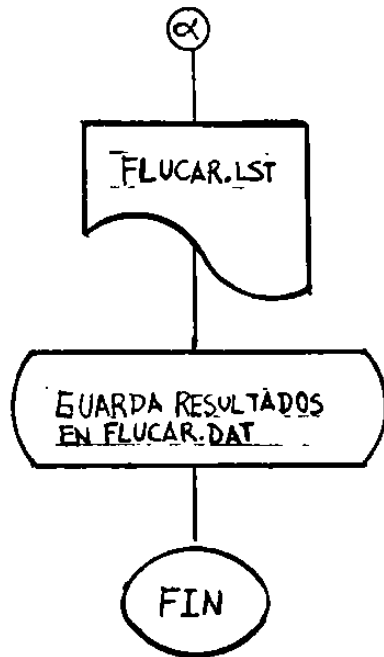


FIG. 4.2 DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA FLUCAR



### 4.3 Programa ESTABI.

El programa ESTABI obtiene la solución de las ecuaciones diferenciales que forman el modelo clásico del S.E.P. utilizando el Método de Integración Trapezoidal propuesto por Dommel y Sato (13). Este programa se utiliza también como método de simulación en los casos que se analizan en el capítulo V.

#### 4.3.1 Información de entrada

Como información de entrada utiliza los siguientes archivos :

1. FLUCAR.DAT - Contiene los flujos de carga y voltajes nodales que resultan del estudio de flujos de carga en estado estable.
2. DATRED.DAT - Contiene los datos de la red necesarios para formar la matriz de admitancias YBUS.
3. DATGEN.DAT - Contiene los siguientes datos de las máquinas : Constante de Inercia (H) y Reactancia Transitoria.

#### 4.3.2 Información de salida.

Como información de salida tiene los siguientes archivos:

1. ESTABI.DAT - En este archivo se guardan los valores en el tiempo de las posiciones y velocidades angulares de las máquinas.
2. YBUSCOM.DAT - En este archivo se guarda la matriz de admitancias YBUS con falla liberada.
3. GEN.DAT - En este archivo se guarda la siguiente información de las máquinas : Constante de Inercia (H), Reactancia Transitoria, Voltaje interno, Potencia mecánica.

### 4.3.3 Descripción del programa.

EL programa como se mencionó anteriormente utiliza el método de integración trapezoidal presentado por Dommel y Sato en (13) para encontrar la solución de las ecuaciones del Modelo Clásico del S.E.P.

$$\begin{aligned} d\theta_i / dt &= (1/M_i) (\theta_{mi} - \theta_{ei}(t)) \\ d\omega_i / dt &= \omega_i(t) - \omega_s \end{aligned} \quad (4.10)$$

donde

$\omega_s$  = velocidad sincrónica en rad/seg.

Este método emplea un esquema de predicción-corrección de la posición angular de las máquinas para cada paso de integración. La ecuación de predicción para la posición angular es:

$$\begin{aligned} \theta_i(t) &= 2 \theta_i(t-\Delta t) - \theta_i(t-2\Delta t) \\ &\quad + [(\theta_{mi} - \theta_{ei}(t-\Delta t))] \Delta t^2 / M_i \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde

$\Delta t$  = incremento en tiempo en segundos.

El esquema de corrección está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \theta_i(t) &= - (\theta_{ei}(t) \Delta t^2 / 4M_i) + G_i(t-\Delta t) \\ \omega_i(t) &= - \theta_{ei}(t)(\Delta t / 2M_i) + B_i(t-\Delta t) \end{aligned} \quad (4.12)$$

donde

$$\begin{aligned} G_i(t-\Delta t) &= \theta_i(t-\Delta t) + \Delta t (\omega_i(t-\Delta t) - \omega_s) \\ &\quad + [2 \theta_{mi} - \theta_{ei}(t-\Delta t)] \Delta t^2 / 4M_i \\ B_i(t-\Delta t) &= \omega_i(t-\Delta t) \\ &\quad + [2 \theta_{mi} - \theta_{ei}(t-\Delta t)] \Delta t / 2M_i \end{aligned} \quad (4.13)$$

Al empezar un paso de integración, se hace una predicción del ángulo con la ec. (4.6) y luego se forma el vector de corrientes  $I$  con las siguientes ecuaciones (7) :

Para nodos de generación

$$I_i = E_i (\cos \delta_i + j \text{sen } \delta_i) (1/JX'_{di}) \quad (4.14)$$

Para nodos de carga

$$I_i = 0$$

Posteriormente se calculan los voltajes nodales con la ecuación de la red

$$I = Y V \quad (4.15)$$

Finalmente, se calcula la potencia eléctrica aportada por cada máquina

$$P_{ei}(t) = \text{Re} \{ (E_i - V_{ti}) V_{ti}^* (1/JX'_{di}) \} \quad (4.16)$$

Con este valor de potencia eléctrica, se evalúan las ec.(4.12). Si la diferencia máxima entre los ángulos calculados por (4.11) y (4.12) es mayor que una tolerancia prefijada, se procesan iterativamente (4.12), (4.14), (4.15) y (4.16) hasta encontrar convergencia, tras lo cual se avanza hacia un nuevo paso de integración repitiéndose el proceso (13).

En el manejo de la matriz de admitancias se utiliza el esquema de manejo de matrices dispersas presentado en (3). Para la solución de la ec.(4.10) se usa el Método de Bifactorización el cual se mostró en el punto (4.2) de este capítulo.

En la fig. (4.3) se muestra un diagrama de flujo del programa ESTARI.

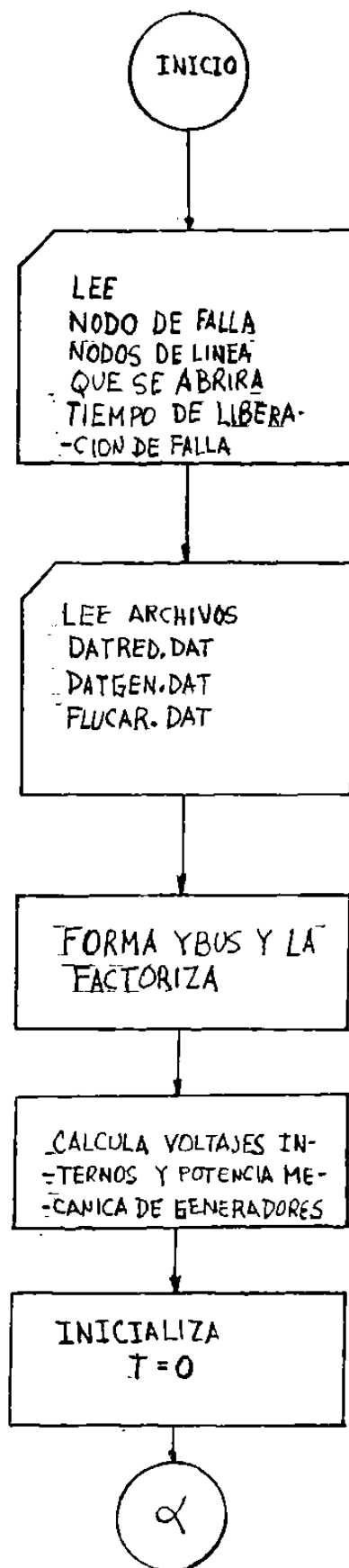
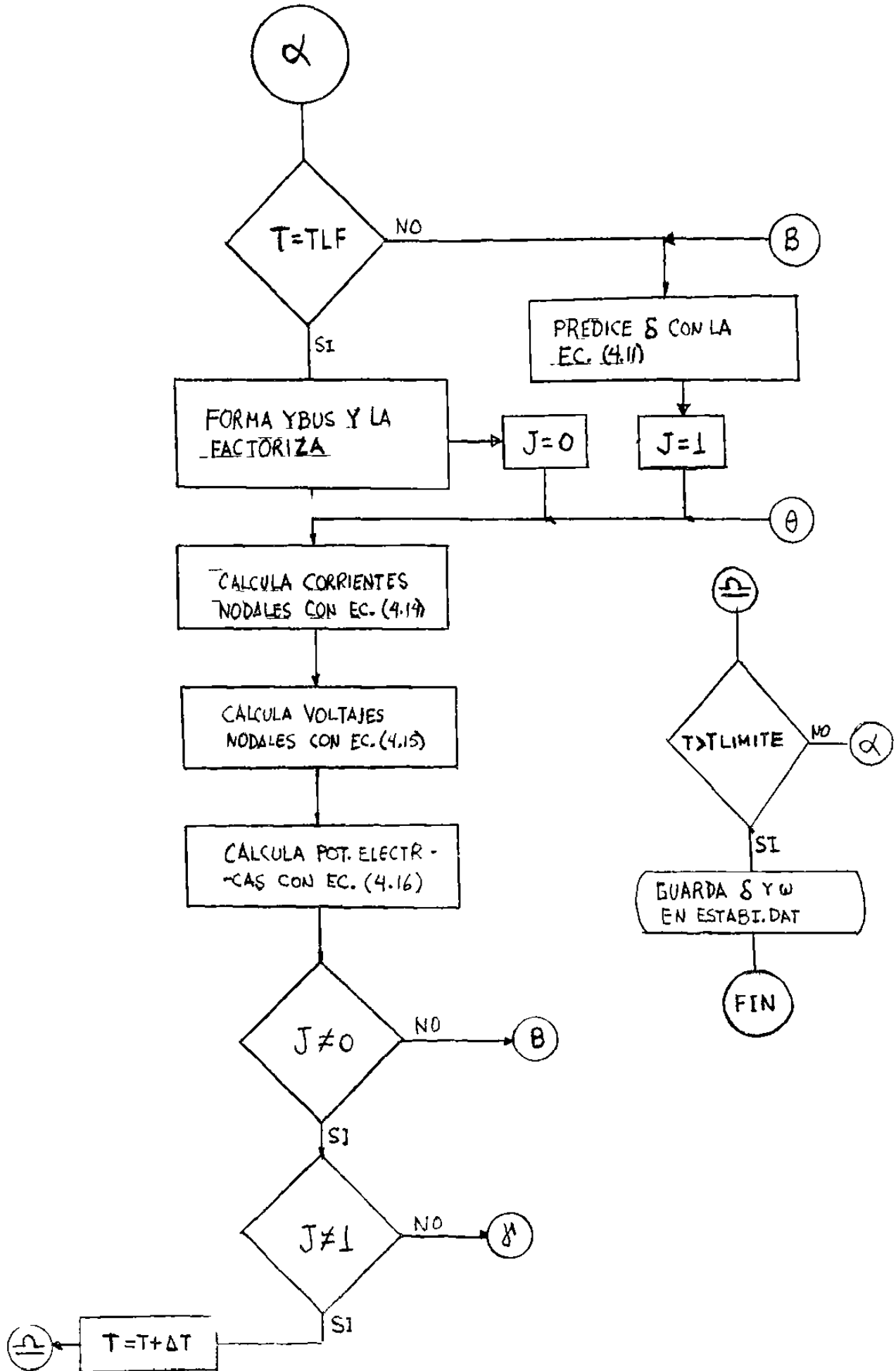
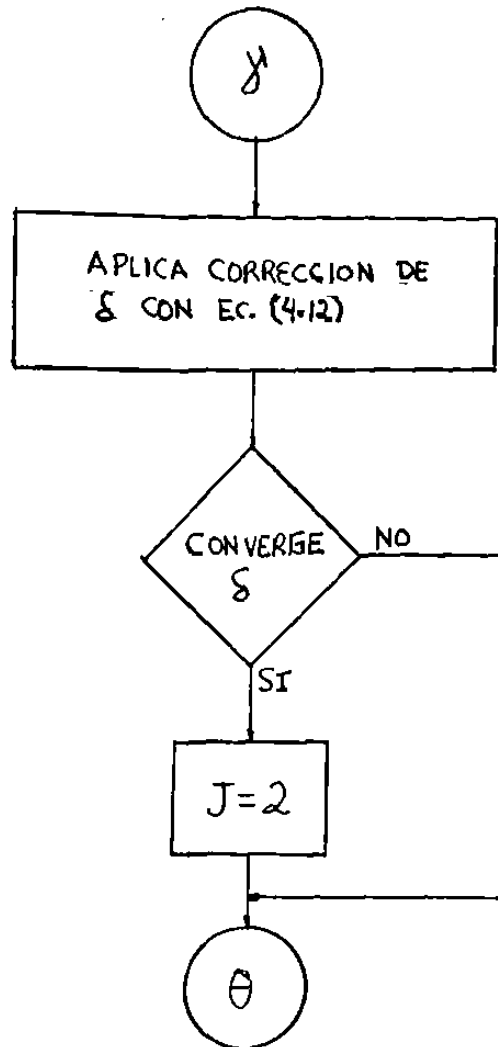


FIG. 4.3 DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA ESTABI







#### 4.4 Programa SOLESTABI.

El programa SOLESTABI tiene como objetivo generar un reporte donde se presenta el comportamiento de las posiciones angulares de las máquinas referidas al centro de inercia del sistema en función del tiempo.

##### 4.4.1 Información de Entrada.

Como información de entrada tiene el archivo

1. ESTABI.DAT - Contiene las posiciones angulares de las máquinas referidas al centro de inercia del sistema que se obtienen del programa ESTABI.

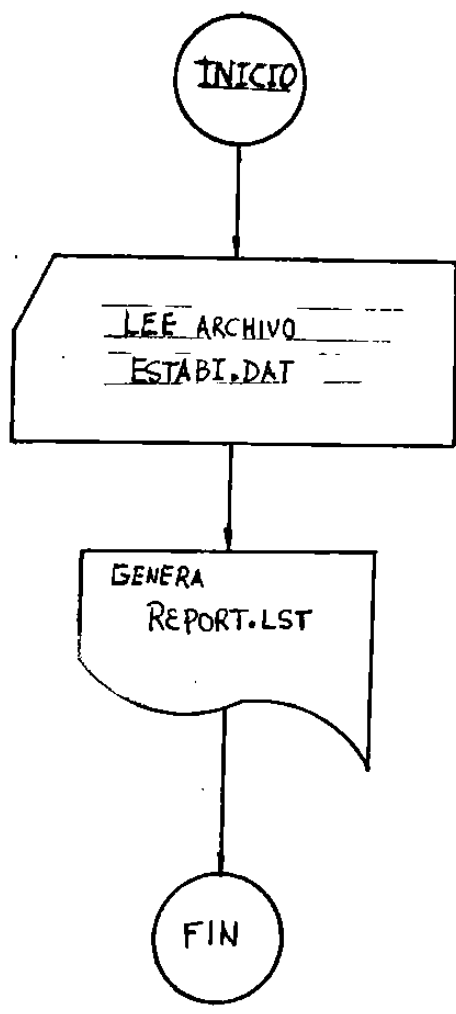
##### 4.4.2 Información de Salida.

Como información de salida tiene el archivo

1. REPORT.LST - Es el reporte de las posiciones angulares de las máquinas.

##### 4.4.3 Descripción del programa

En la fig. (4.4) se muestra un diagrama de flujo del programa SOLESTABI.



#### 4.5 Programa YBUSFET.

El programa YBUSFET reduce la matriz de admitancias YBUS a los nodos de generación utilizando la ecuación de reducción de redes de Kron.

##### 4.5.1 Información de Entrada.

Como información de entrada tiene el archivo

YBUSCON.DAT - Contiene la matriz YBUS a reducir.

##### 4.5.2 Información de Salida.

Como información de salida tiene el archivo

YBUSFET.DAT - En este archivo se guarda la matriz reducida.

##### 4.5.3 Descripción del programa.

En el punto (3.5) del capítulo III se describe el método de reducción de redes. En la fig. (4.5) se muestra un diagrama de flujo del programa YBUSFET.

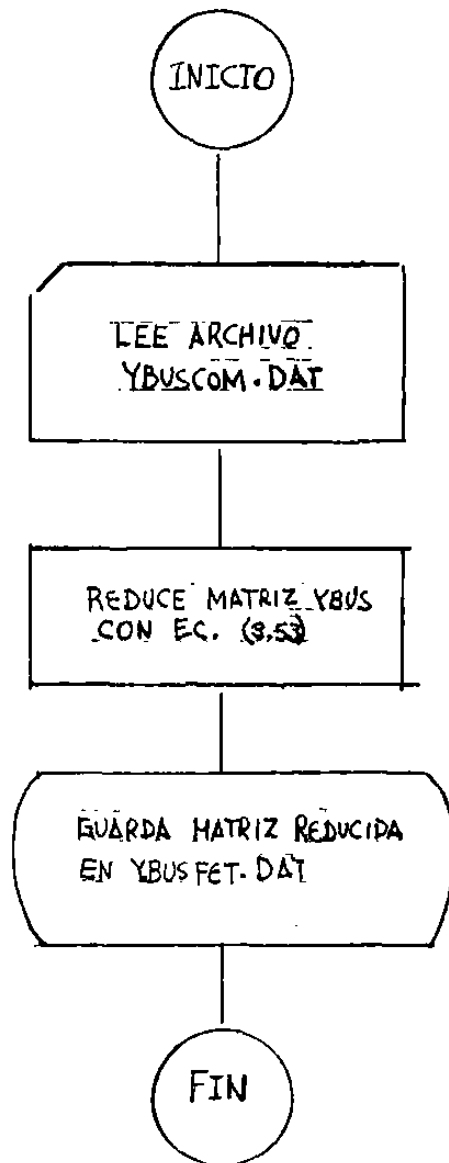


FIG 4.5 DIAGRAMA DE FLUJO DEL  
PROGRAMA YBUSFET

#### 4.6 Programa FET.

El programa FET realiza el estudio de estabilidad transitoria del S.E.P. aplicando el Método de la Función de la Energía Transitoria.

##### 4.6.1 Información de Entrada.

Como información de entrada tiene los archivos

1. YBUSFET.DAT - Contiene la Matriz Ybus reducida a los nodos de generación.
2. GEN.DAT - Contiene la siguiente información de las máquinas: Constante de Inercia (H), Reactancia Transitoria, Voltaje interno, Potencia mecánica.
3. ESTABI.DAT - Contiene las posiciones angulares de las máquinas que se obtienen del programa ESTABI.

##### 4.6.2 Información de Salida.

Como información de salida tiene el archivo

FET.LST - Es un reporte que muestra la siguiente información:

1. Condiciones iniciales del sistema para el estudio.
2. Punto de equilibrio estable del sistema.
3. Punto de cruce de la trayectoria de falla sostenida con la curva límite de la región donde el S.E.P. es estable.
4. Máximo de energía transitoria.
5. Energía potencial crítica.
6. Energía Cinética en el momento de liberar la falla.
7. Tiempo crítico de apertura de falla.
8. Curvas de energía del sistema en función del tiempo.

##### 4.6.3 Descripción del programa

Este programa fue implementado de acuerdo a la formulación presentada en el punto (3.6) del capítulo III. En la fig.(4.6) se muestra un diagrama de flujo del programa.

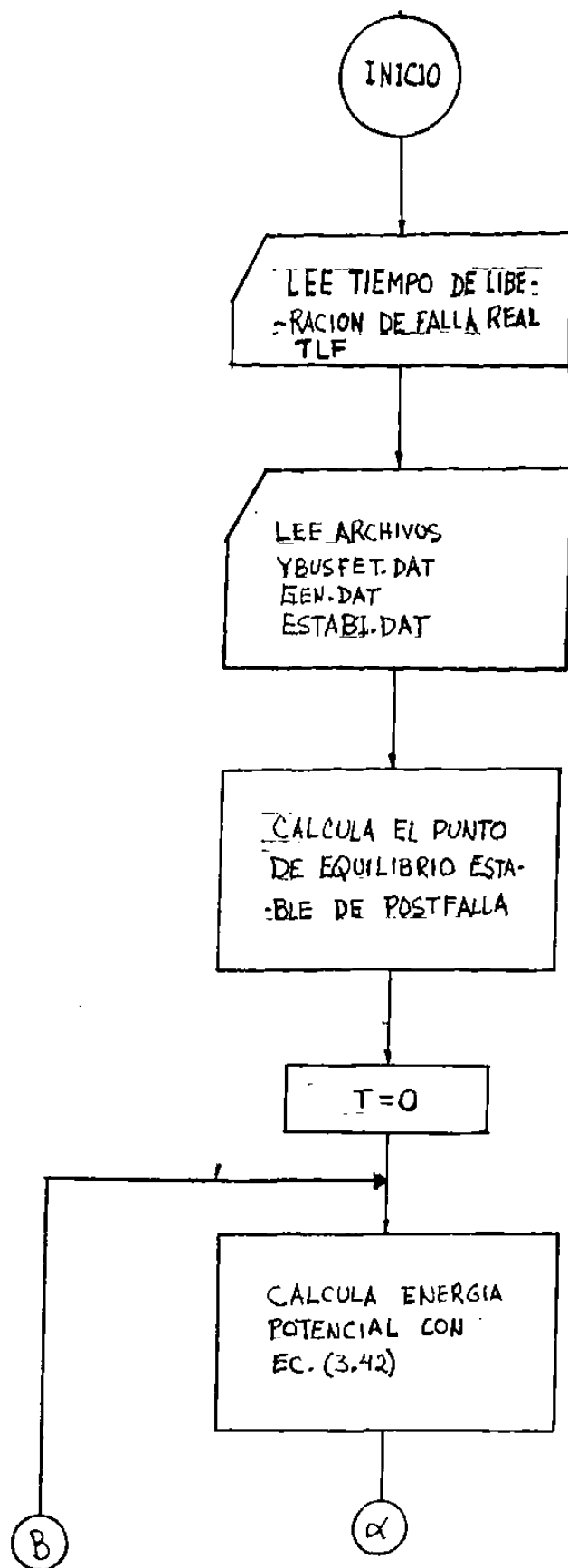
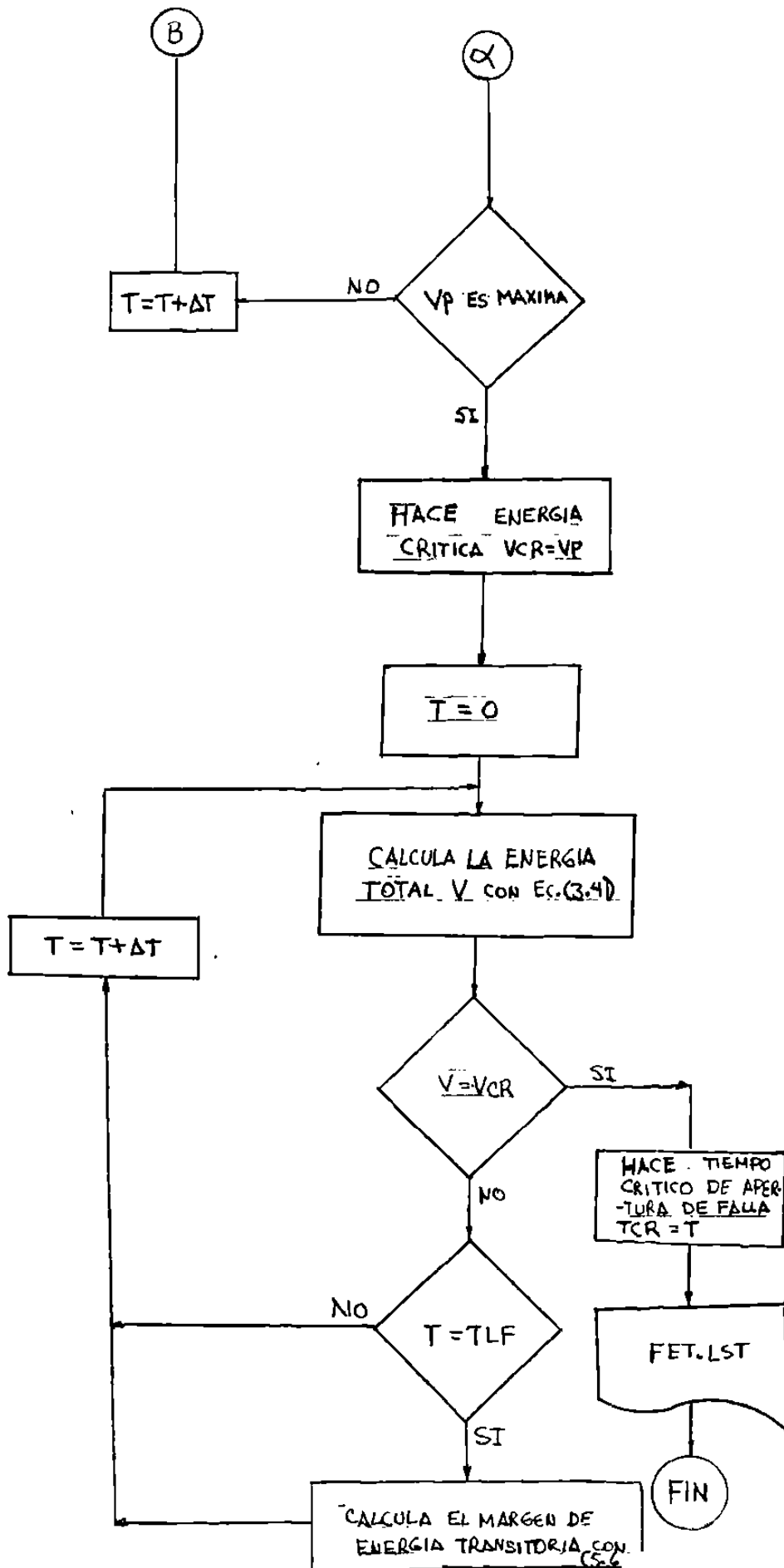


FIG. (4.6) DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA FET





## CAPITULO V

## Aplicación del Método de la Función de la Energía Transitoria en el caso Multimasquina.

En este capítulo, el M.F.E.T. será utilizado en dos sistemas de potencia con el fin de validar su aplicación a la solución del problema de estabilidad, comparando sus resultados con los dados por el método de simulación. Estos sistemas son el sistema de tres generadores que se utiliza en (22), y el sistema norte-noreste de la Comisión Federal de Electricidad. Además, se mostrará el concepto del margen de energía transitoria como indicador de la capacidad del sistema de permanecer estable ante un disturbio dado.

## 5.1 Definición de la Metodología de Validación

La Metodología de validación que se escogió consiste en simular fallas trifásicas en diferentes nodos de cada S.E.P. que se analice, luego obtener el tiempo crítico de apertura de falla para que el sistema sea estable por el M.E.F.T. y por el método de simulación, el cual es la solución exacta de la ecuaciones diferenciales que forman el modelo dinámico de sistema, y finalmente comparar ambos tiempos. El tiempo crítico dado por el M.F.E.T. es el tiempo en que la energía  $V$  es igual a la energía crítica, es decir

$$V = V_{cr} \quad (5.1)$$

Para realizar el proceso de validación, se implementó un paquete de programas de computadora al que se llamo S.A.F.T. (Sistema de Análisis de Energía Transitoria), el cual se describe en el capítulo IV. Un diagrama de flujo ilustrando el proceso completo de validación se muestra en la fig. (5.0).

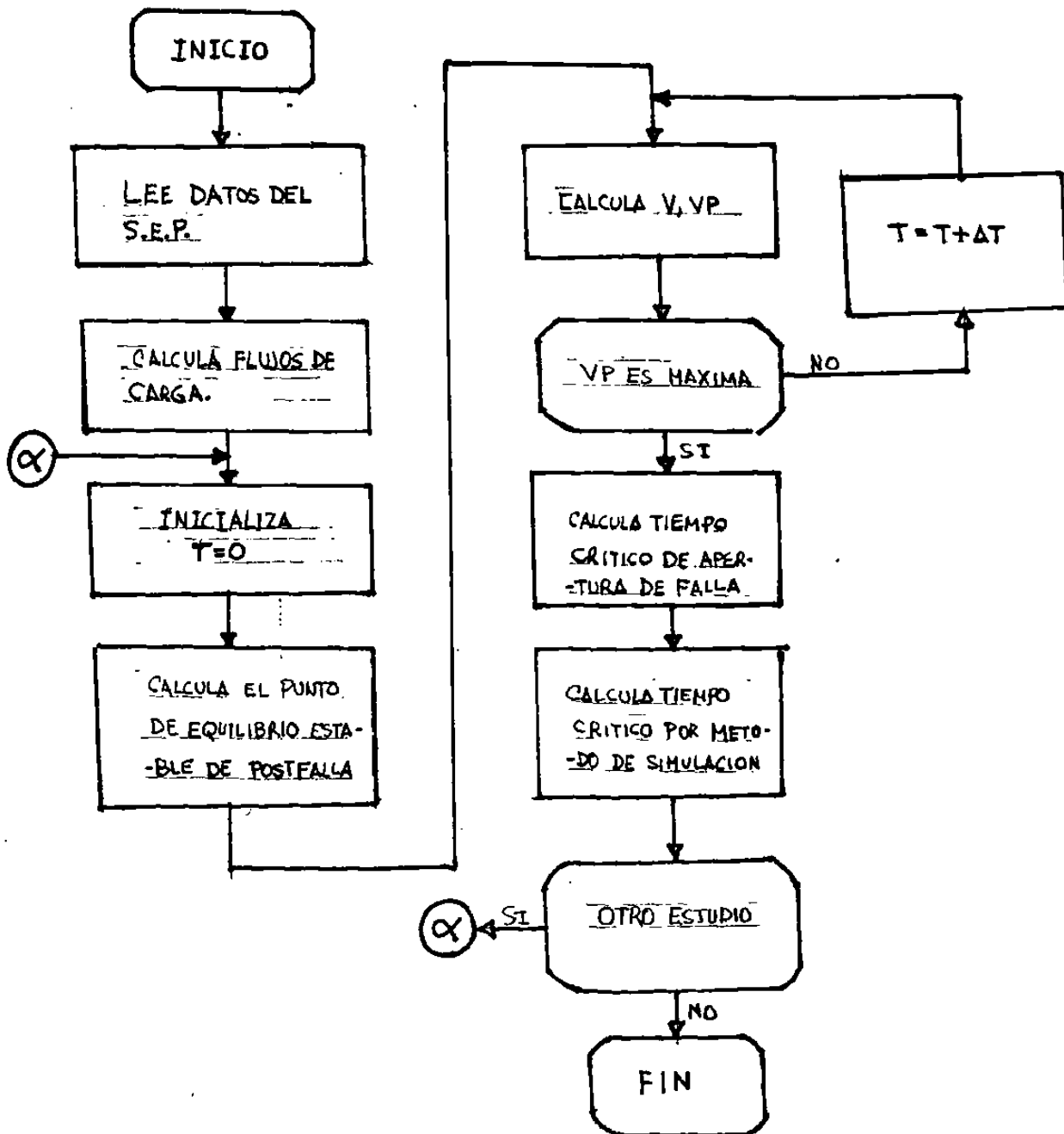


FIG. 5.0. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROCESO DE VALIDACION

## 5.2 Análisis del sistema de tres generadores.

El primer sistema que analizaremos es el sistema de tres generadores y nueve nodos mencionado en (22). Un diagrama unifilar de este sistema aparece en la fig. (5.1.a). En la fig (5.1.b) se muestran los flujos de carga en estado estable de este S.E.P. a partir del cual se obtienen las condiciones iniciales del sistema que se muestran en la tabla (5.1).

En este caso, se realizó el proceso de validación simulando una falla trifásica en cada nodo del S.E.P., y determinando el tiempo crítico de apertura de falla de acuerdo a la metodología dada en el punto anterior. En cada caso la falla se libera abriendo una línea de transmisión. Los resultados del estudio se muestran en la tabla (5.2).

Como se puede observar en la tabla (5.2), en la mayor parte de los casos analizados los resultados dados por ambos métodos son bastante cercanos entre sí. En la fig. (5.2) se muestra la gráfica de frecuencia de error, la cual confirma lo anterior. A continuación analizaremos a detalle dos casos típicos del estudio realizado, a los que llamaremos caso 1 y caso 2.

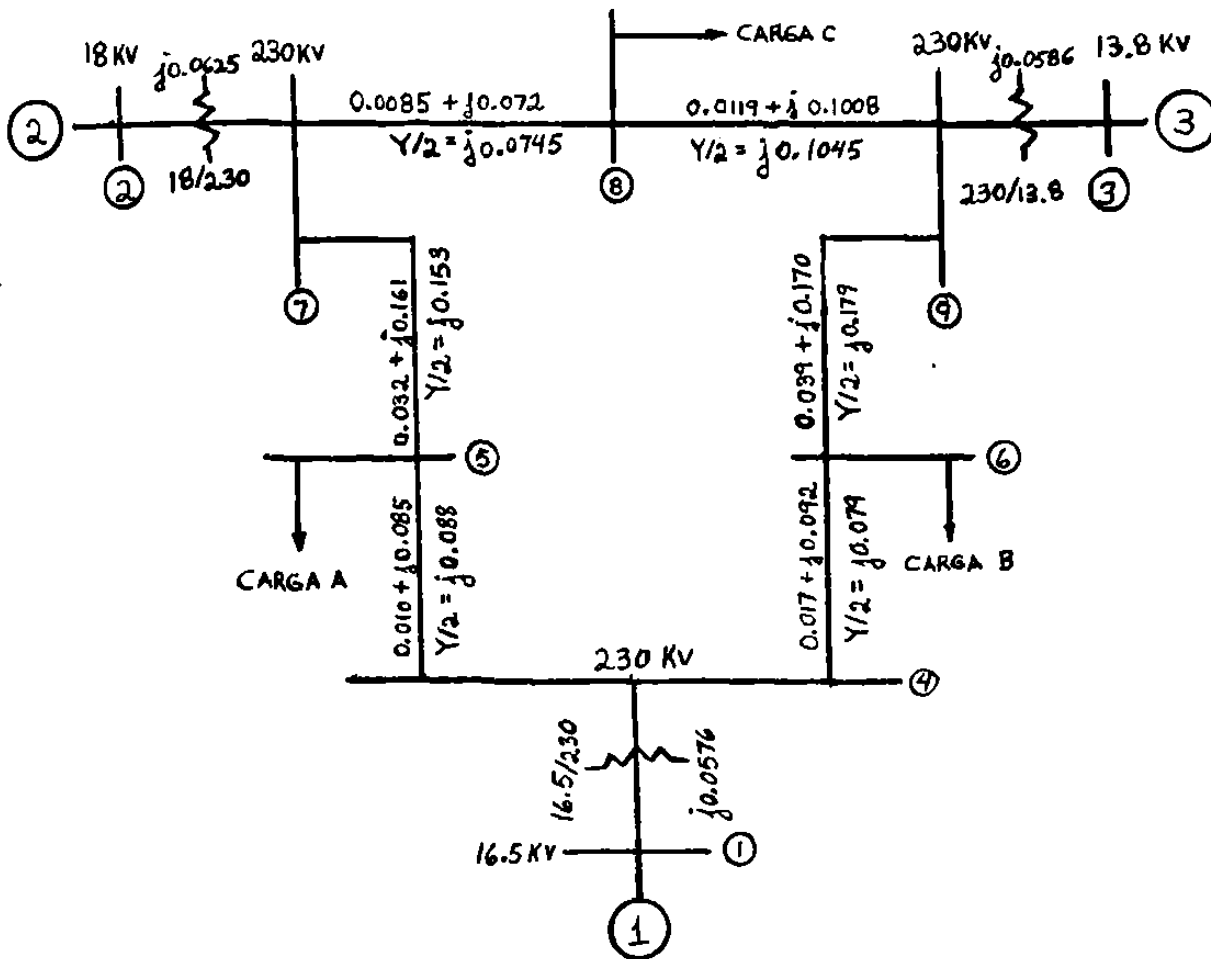


FIG. 5.1.A DIAGRAMA DE IMPEDANCIAS DEL SISTEMA DE TRES GENERADORES

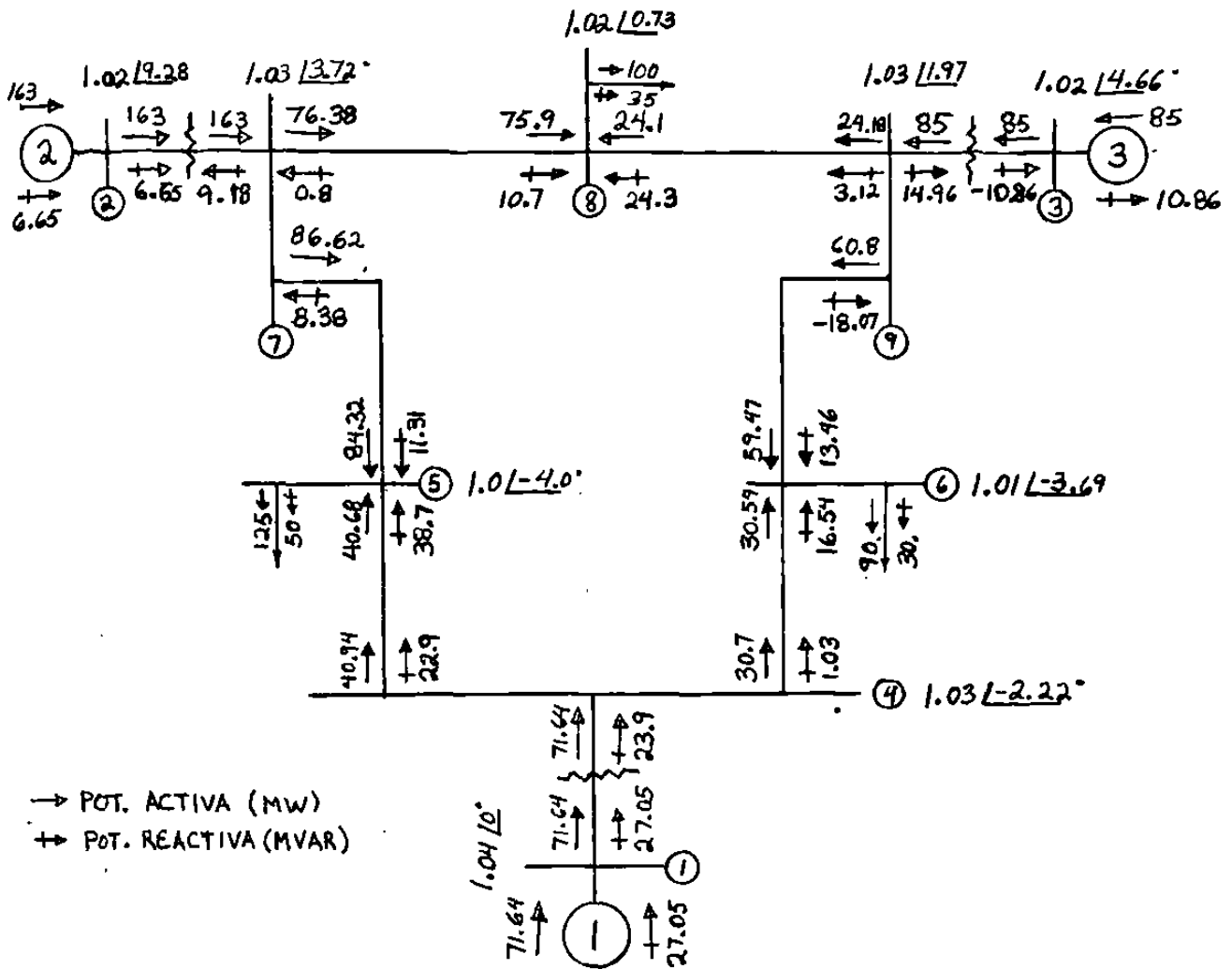


FIG. 5.1.B DIAGRAMA DE FLUJOS DE CARGA DEL SISTEMA DE TRES GENERADORES

TABLA 5.1

## Análisis de Energía Transitoria

## Sistema de Tres Generadores

## Condiciones iniciales del Sistema

Gen.	H	x'd	PM	E	S	0
UNO	23.64	0.0608	0.72	1.057	2.27	-4.37
DOS	6.40	0.1198	1.63	1.050	19.73	13.09
TRES	3.01	0.1813	0.85	1.017	13.17	6.52

(\*) VALORES EN P.U. A LA BASE DE 100.0 MVA

TABLA 5.2

## Sistema de Tres Generadores

Nodo de Falla	Línea abierto	Tiempo Crítico M.F.E.T. (ses)	Tiempo Crítico Simulación(ses)
4	4 - 5	0.31	0.31
4	4 - 6	0.31	0.30
5	4 - 5	0.40	0.40
5	5 - 7	0.31	0.31
6	4 - 6	0.44	0.44
6	6 - 9	0.38	0.38
7	5 - 7	0.17	0.16
7	7 - 8	0.20	0.18
8	7 - 8	0.31	0.27
8	8 - 9	0.32	0.30
9	6 - 9	0.24	0.21
9	8 - 9	0.24	0.23





### 5.2.1 Análisis del Caso 1.

El primer caso que analizaremos es el de falla en el nodo 9, la cual se libera abriendo la línea 8-9. En la fig. (5.3) se observan las trayectorias de falla críticamente liberada y de falla sostenida para este caso, graficadas en el plano de las diferencias angulares entre la máquinas dos y tres con respecto a la uno. Como se puede observar, ambas trayectorias son muy semejantes entre sí, razón por la cual la predicción de estabilidad del M.F.E.T. es bastante aproximada a la real. El punto donde la trayectoria de falla sostenida cruza la curva límite de la región donde el sistema es estable (o curva  $O_x$ , como se le llamo en el capítulo anterior) es el que se utiliza para calcular la energía crítica  $V_{cr}$ .

En la tabla (5.3) se muestran los puntos de equilibrio asociados a la fig. (5.3), así como el punto de cruce de la trayectoria de falla sostenida con la curva límite de la región estable, la energía potencial asociada con cada punto y el tiempo crítico de apertura de falla si esa energía potencial se tomara como el valor de  $V_{cr}$ . Las máquinas que pierden sincronismo de acuerdo a cada punto de equilibrio inestable son aquellas cuyos ángulos cumplen con la condición (1)

$$| \theta_i | > 90$$

(5.2)

Esta regla también se aplica al punto de cruce de la trayectoria de falla sostenida con la curva de límite de la región estable. De este punto, se concluye que la predicción del M.F.E.T. es que la máquina tres perderá sincronismo si la falla se sostiene mas allá del tiempo crítico, cosa que se confirma en la fig. (5.4), donde se grafican las posiciones angulares de las máquinas referidas al centro de inercia para un tiempo de apertura de falla de 0.24 seg.

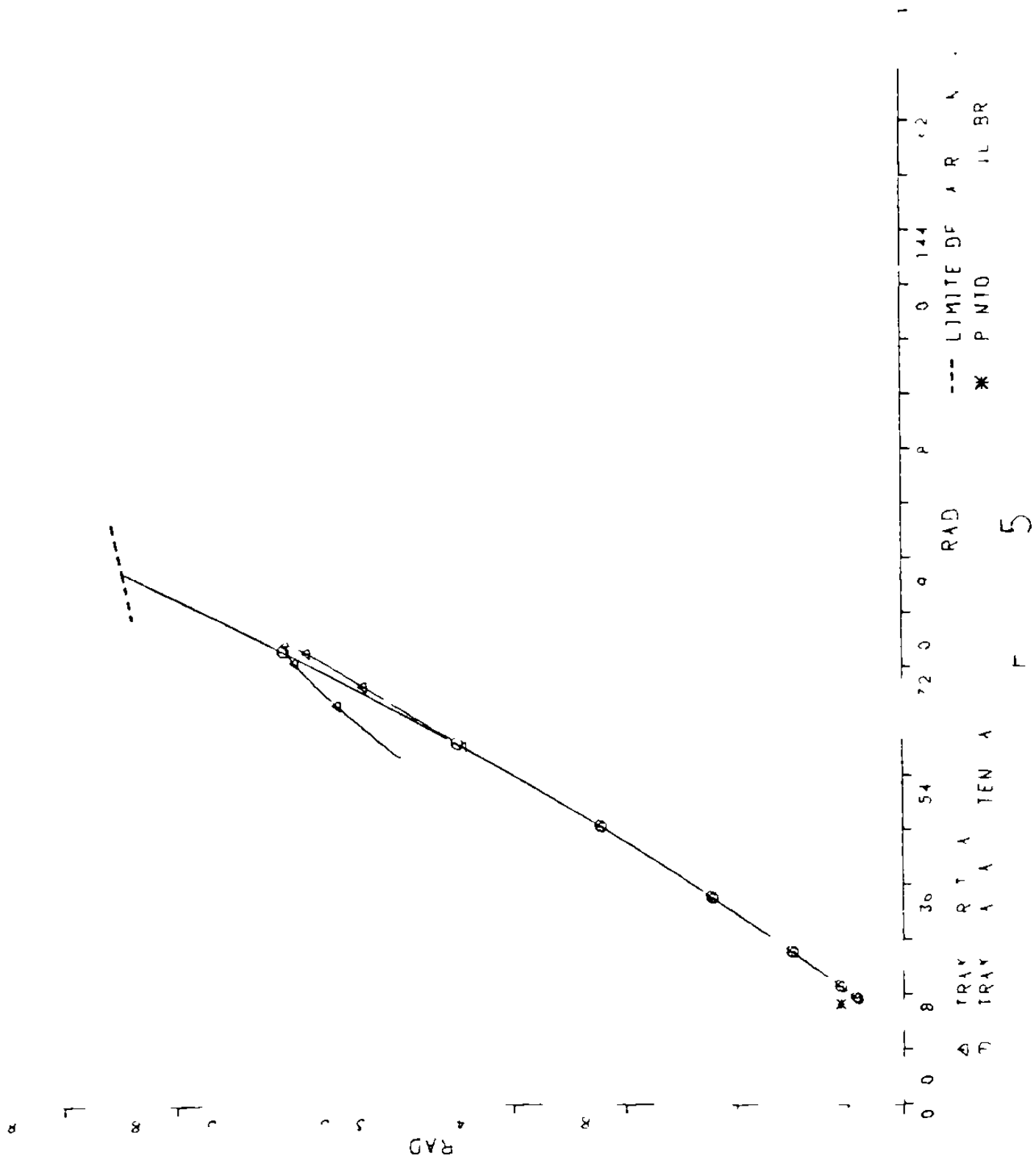


TABLA 5.3

Cálculo de los Puntos de Equilibrio  
Sistema de Tres Generadores

Punto	Generadores			V <sub>r</sub>	T.C.
	01	02	03		
1	- 4.53	11.98	10.08	--	--
2	-19.73	5.76	142.72	2.04	0.22
3	-32.29	122.73	-7.37	1.87	0.21
4	-43.46	103.02	122.31	3.11	0.26
A	-33.57	54.90	146.92	2.59	0.24

T.C. real 0.23 Ses.

V<sub>r</sub> real 2.33

Línea abierta de 8 a 9 para falla en 9.

(\*) T.C. - Tiempo crítico de apertura de falla en ses.

A - Punto de cruce de la trayectoria de falla sostenida con la curva límite de la región estable.

Todos los ángulos están referidos al centro de inercia y su valor es en grados.

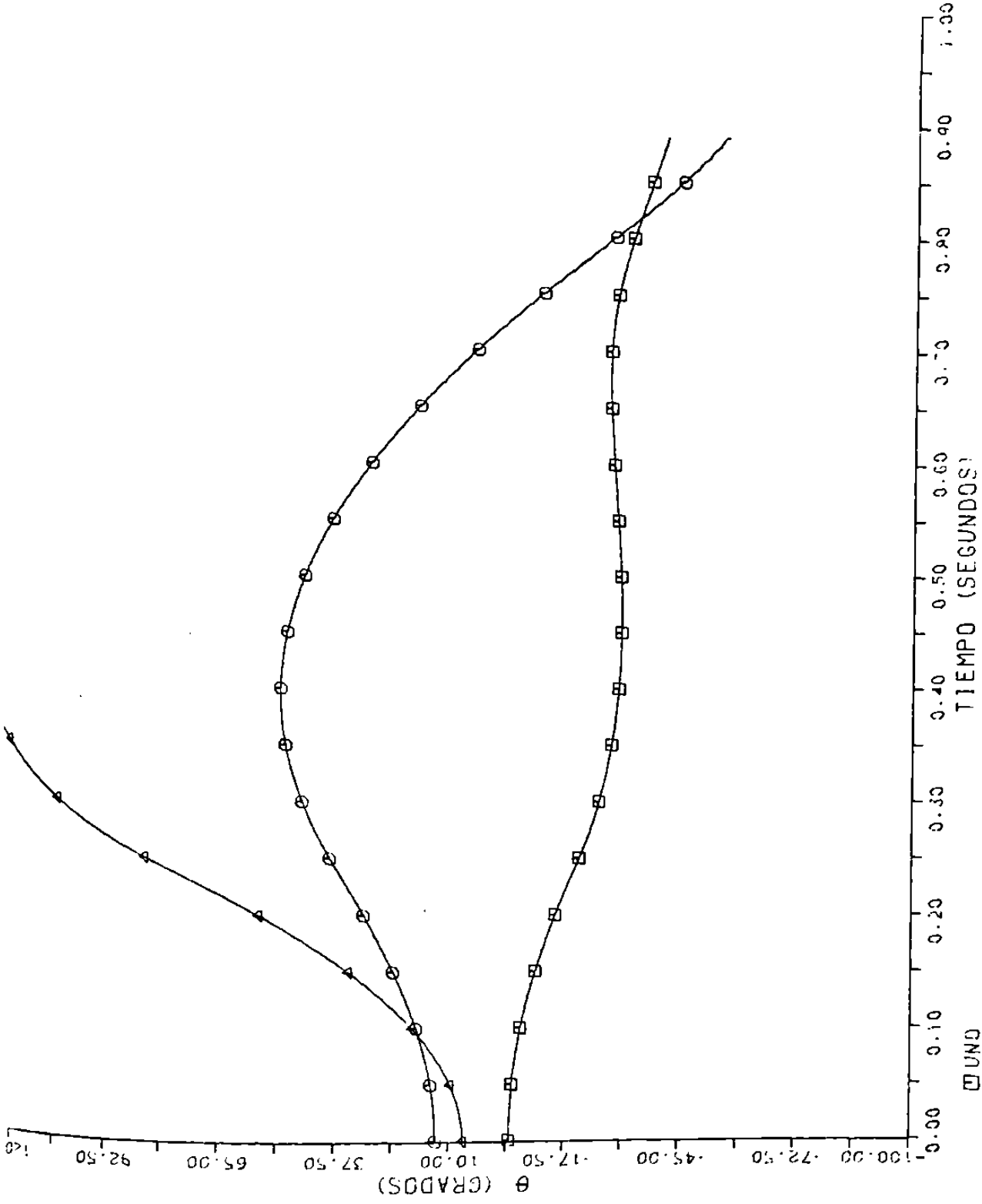


FIG. 5.4

Observando la tabla (5.3), la energía potencial mínima está dada por el punto de equilibrio inestable que supone a la máquina dos como la primera en perder sincronismo, lo cual muestra que su resultado no toma en cuenta la posición eléctrica de la falla, y su tiempo crítico correspondiente es menos exacto que el dado por el método de la trayectoria de falla sostenida.

De acuerdo al método propuesto en (1,2,23), en este caso el punto inestable que da la energía crítica es el que considera a la máquina tres como la indicada a perder sincronismo, ya que de los puntos de equilibrio es el mas cercano a la trayectoria crítica real. Sin embargo, la trayectoria crítica del sistema pasa en un punto alejado de él, como se observa en la fig. (5.3), lo que redundo en que su predicción del tiempo crítico sea conservadora.

De la ec. (5.41) la función  $V$  puede reescribirse como

$$V = V_k + V_p \quad (5.3)$$

donde

$$V_p = V_r + V_m + V_c \quad (5.4)$$

y

$V$  = Energía total.

$V_k$  = Energía cinética total.

$V_p$  = Energía potencial total.

$V_r$  = Energía posicional del rotor.

$V_m$  = Energía magnética absorbida por las inductancias.

$V_c$  = Energía disipada en conductancias.

En la fig. (5.5) aparecen graficadas las energías del sistema para el mismo caso que se viene tratando cuando la falla se libera en 0.23 seg., que es el tiempo crítico real de apertura de falla. En esta figura se puede apreciar lo siguiente:

1. La Energía Magnética fue cambiada de signo para facilitar su comparación en magnitud con el resto de las energías.
2. Existe una transformación completa de la energía cinética a potencial después de que se libera la falla, coincidiendo el valor mínimo de la primera con el valor máximo de la segunda, lo cual asegura que la energía total sea constante permaneciendo en un valor aproximado de 2.33 p.u.
3. La Energía Potencial ( $V_p$ ) y sus componentes ( $V_r$ ,  $V_m$  y  $V_c$ ) tienen valores negativos del orden de -0.01 p.u. como máximo al empezar la gráfica. La explicación de esto es que la energía potencial se calcula tomando la referencia del punto de equilibrio estable de postfalla, como se observa en la ec. (3.37), y en la fig. (5.5) la energía se grafica desde el momento en que se inicia la falla, por lo que la energía potencial y sus componentes cambian de signo hasta que la trayectoria del sistema pasa el punto de equilibrio estable de postfalla.

En la fig. (5.5.a) se observa una analogía de lo anterior en la curva de potencia del sistema una máquina-bus infinito, donde el área  $A_1$  representa la energía potencial que se integra antes de que la trayectoria del sistema pase el punto de equilibrio estable de postfalla, siendo el signo de esta área diferente al signo del área  $A_{22}$ .

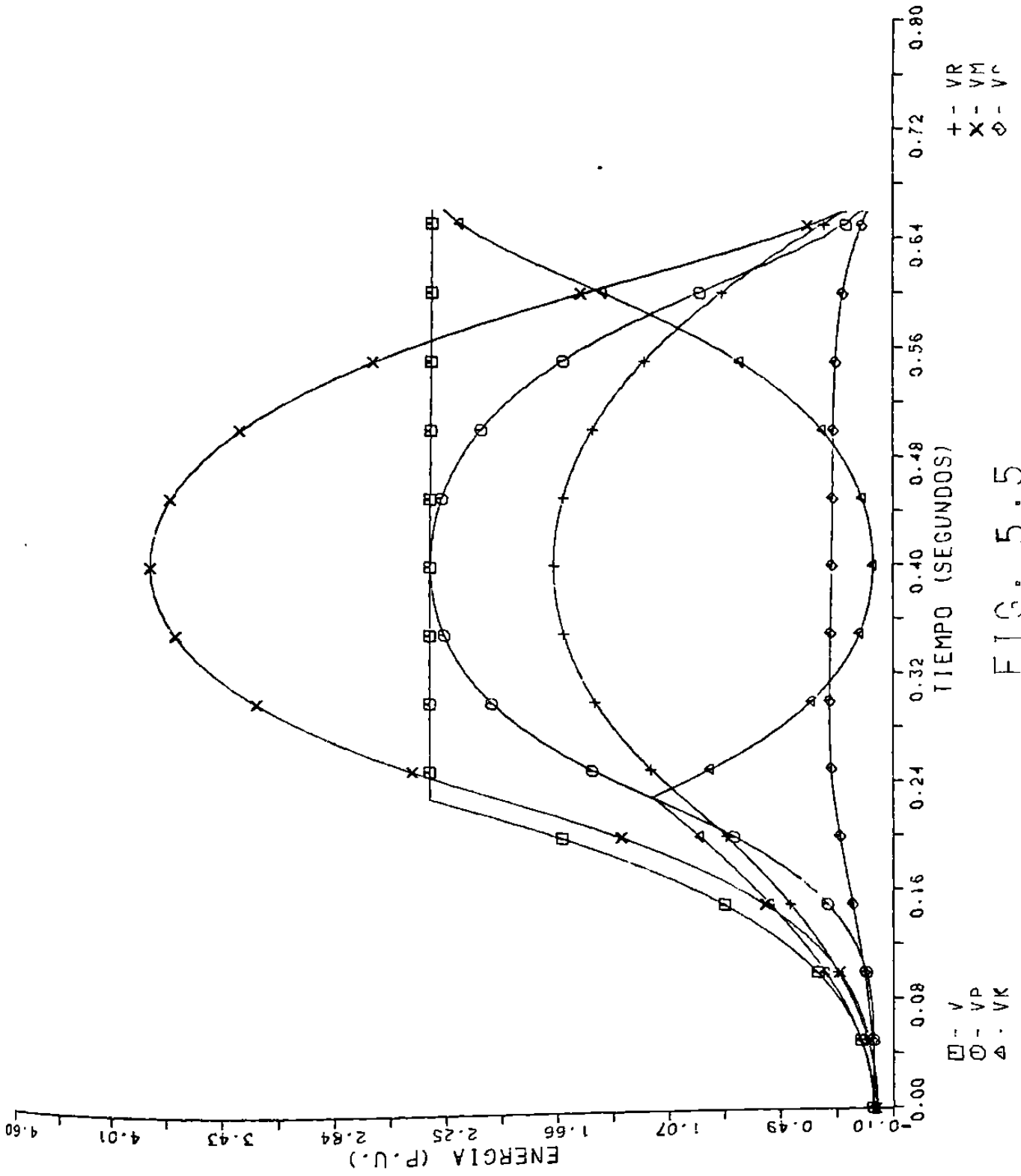


FIG. 5.5

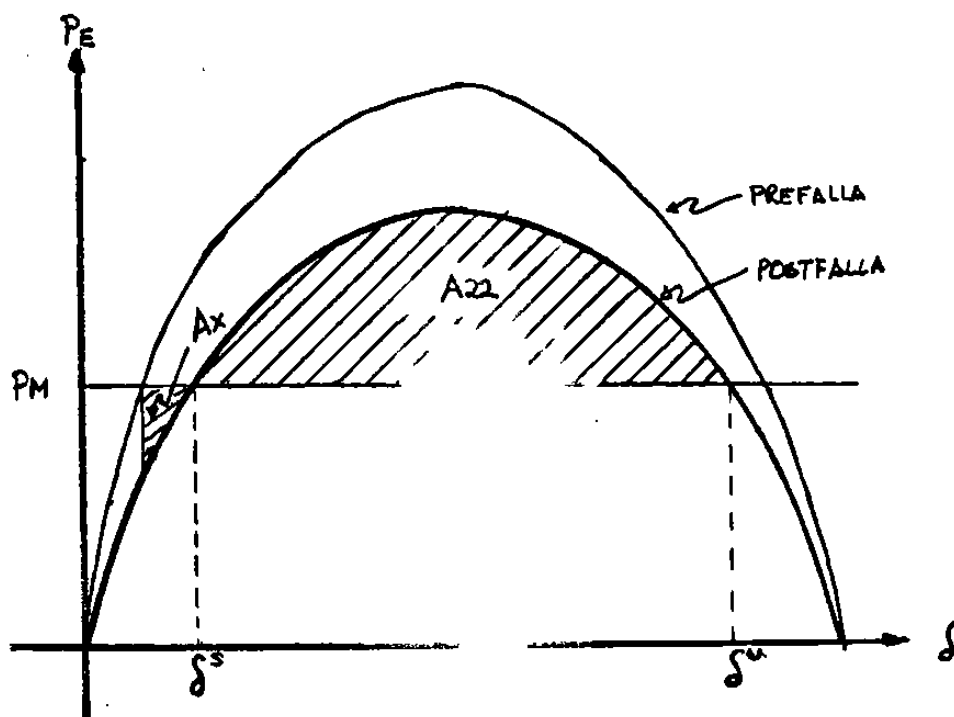


FIG. 5.5 CAMBIO DE  $\delta$   
DEL SISTEMA U

A ENERGIA POTENCIAL  
NA-BUS INFINITO



### 5.2.2 Análisis del Caso 2.

En este caso se considera una falla en el nodo 8, la cual se libera abriendo la línea del nodo 7 al nodo 8. En la fig. (5.6) se grafican la trayectorias angulares para este caso. Ahora las trayectorias crítica y de falla sostenida difieren entre si mucho más que en el caso anterior, por lo que los resultados del método no son tan acertados como en dicho caso. En la tabla (5.4) se presentan los puntos de equilibrio para este caso con sus respectivas energías potenciales y tiempos críticos.

De la tabla (5.4), el punto de cruce de la trayectoria de falla sostenida con la curva límite de la región estable predice que las máquinas dos pierde sincronismo y la tres esta muy cerca de hacerlo, ya que su posición angular es de 85 grados. En la fig. (5.7) se muestra la gráfica de los ángulos de las máquinas en función del tiempo para una apertura de falla en 0.28 ses, observándose que la máquina dos pierde sincronismo, mientras que la tres solo tiene una oscilación importante. Sin embargo, aunque este es el peor caso en cuanto a resultados del método propuesto, la predicción dada por la trayectoria de falla sostenida del tiempo crítico de apertura es mejor que la del punto inestable de mínima energía potencial e igual a la del punto que predice la salida de sincronismo de la máquina dos.

La razón principal de que la predicción de estabilidad del M.F.E.T. no sea tan cercana a la real en este caso es que las fuerzas de sincronización entre las máquinas dos y tres son considerables y afectan en forma notable a la trayectoria del sistema. Esto se puede explicar observando la fig. (5.1), donde se aprecia que las máquinas dos y tres se encuentran eléctricamente muy cercanas al nodo ocho, por lo que al existir una falla en dicho nodo sufren una fuerte aceleración, como puede verse en la fig. (5.7), donde la máquina dos pierde sincronismo mientras que la tres presenta una oscilación muy pronunciada, lo que hace necesario un par eléctrico considerable para resincronizarla nuevamente al resto del sistema.

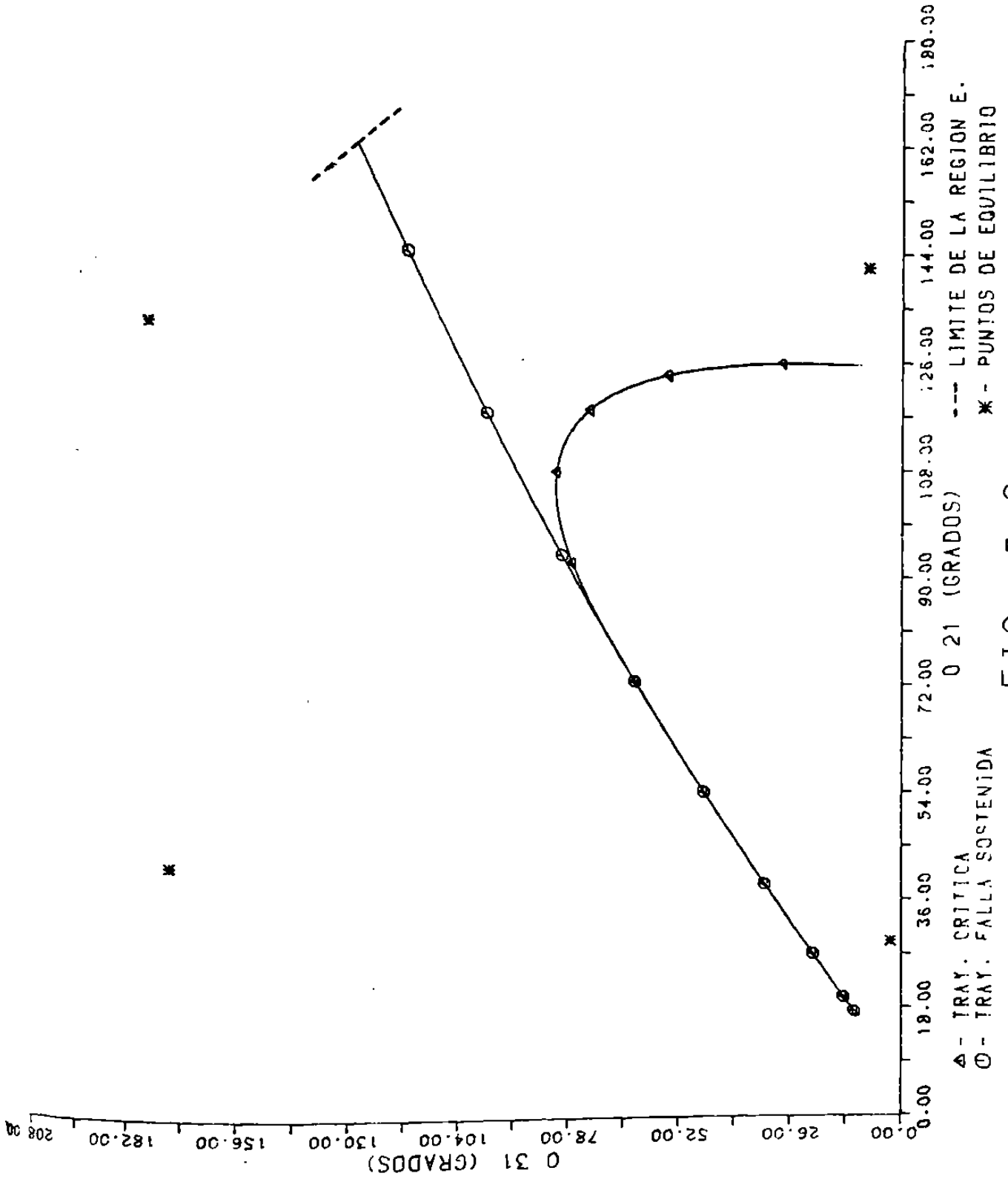


FIG. 5.6

TABLA 5.4

Cálculo de los Puntos de Equilibrio  
Sistema de Tres Generadores

Punto	Generadores			V <sub>r</sub>	T.C.
	01	02	03		
1	- 5.88	23.32	-3.39	--	--
2	-23.72	17.99	148.03	2.70	0.31
3	-28.21	113.80	-20.34	1.13	0.21
4	-41.80	90.91	135.00	3.186	0.35
A	-43.04	118.98	85.04	2.72	0.31

T.C. real 0.27 seg.

V<sub>r</sub> real 2.03

Línea abierta de 7 a 8 para falla en 8

(\*) T.C. - Tiempo crítico de apertura de falla en seg.

A - Punto de cruce de la trayectoria de falla sostenida con la curva límite de la región estable.

Todos los ángulos están referidos al centro de inercia y su valor es en grados.

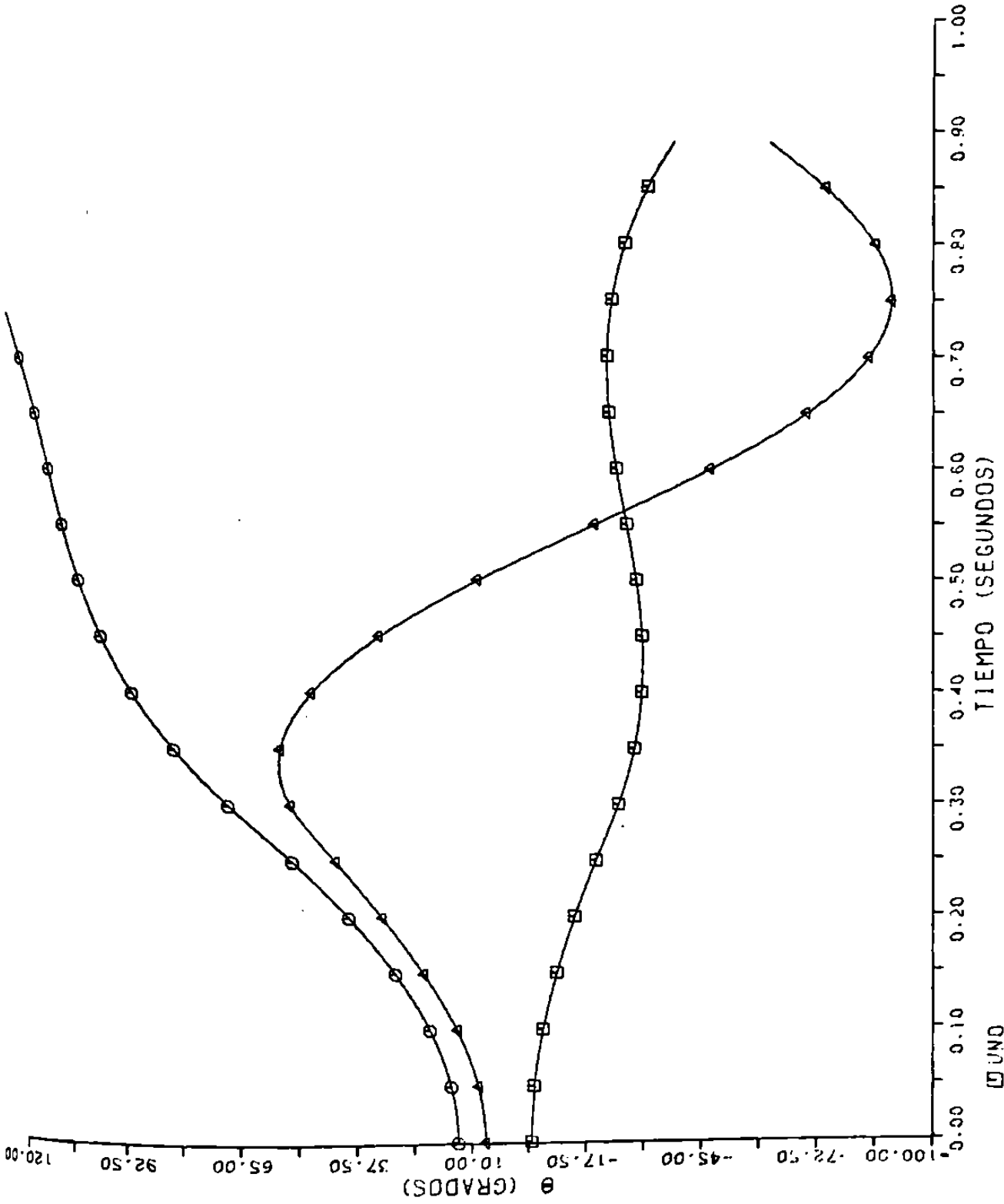


FIG. 5.7

### 5.3 Análisis del Sistema Norte-Noreste de la C.F.E.

El Sistema C.F.E. Norte-Noreste para el caso de demanda máxima del otoño de 1984 fue utilizado también para validación. Este sistema consta de 138 nodos y 34 generadores, teniendo una estructura longitudinal caracterizada por una distancia eléctrica considerable entre los principales centros de generación y los centros de consumo, así como una baja densidad de carga.

En la fig. (5.8) se muestra un diagrama unifilar de este sistema, mientras que en la tabla (5.5) se muestran las condiciones iniciales para el estudio de estabilidad.

Es importante mencionar que en este análisis el resto del Sistema Eléctrico Nacional se representa por una máquina equivalente conectada al nodo TUL-F, cuyas características se dan en la tabla (5.5).

Para validar la aplicación del M.F.E.T. en este sistema, se simularon 20 casos diferentes de falla trifásica en otros tantos nodos, liberando la falla en cada caso con la apertura de una línea de transmisión. Los resultados del estudio se muestran en la tabla (5.6), donde se comparan los tiempos críticos de apertura de falla dados por el método de simulación y por el M.F.E.T., mientras que en la fig. (5.9) aparece la gráfica de frecuencia de error.

Como se puede observar en la fig. (5.9), los resultados dados por el M.F.E.T. se aproximan mucho a los reales en forma consistente, como sucedía en el caso del sistema de tres generadores, lo cual demuestra que la precisión del método no es afectada por el tamaño del sistema.

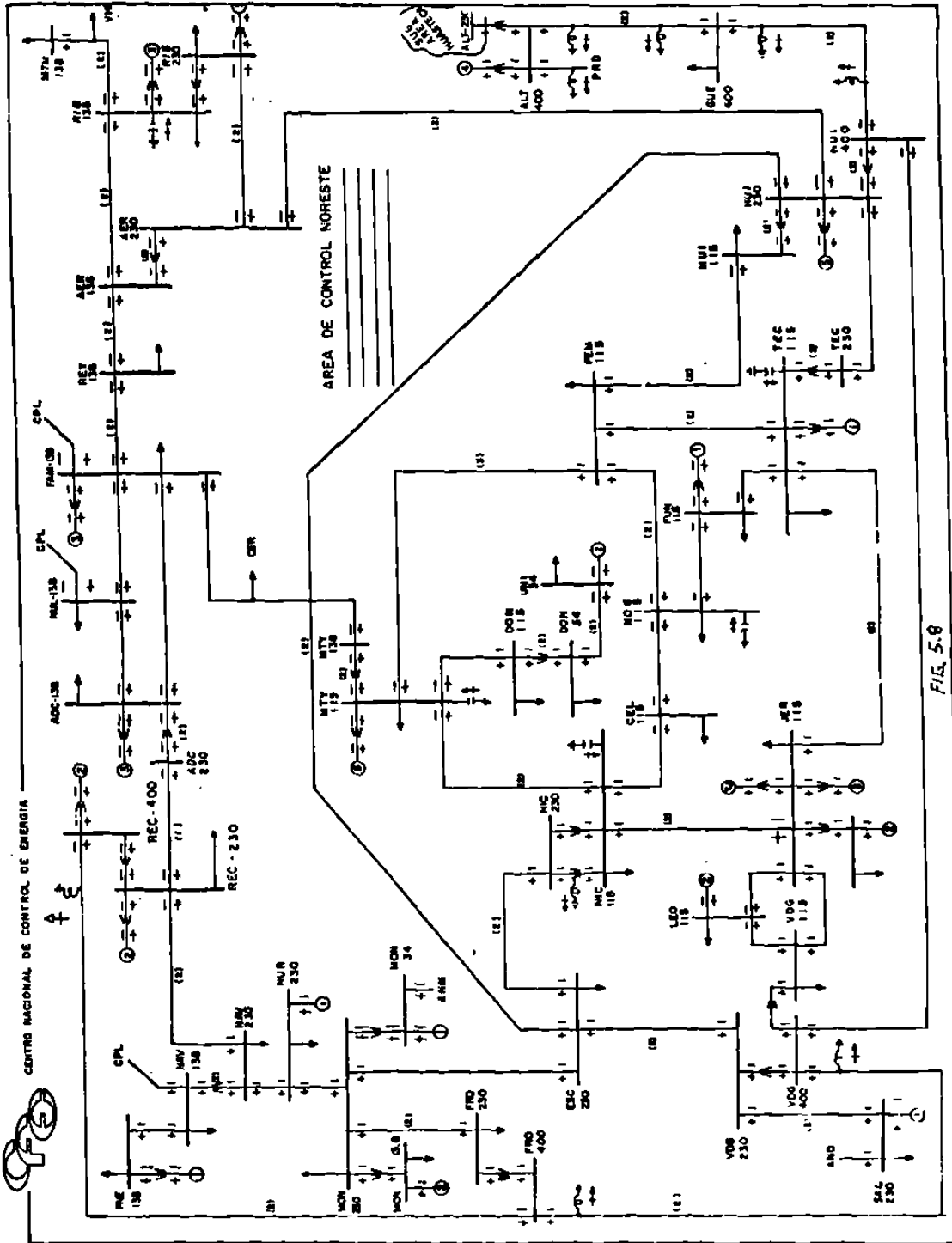


FIG. 5.8

TABLA 5.5

## Análisis de Energía Transitoria

## Sistema C.F.E. Norte-Noreste

## Condiciones Iniciales del Sistema

GENERADOR	H	X'd	Pm	E	S	O
ALT-U1	5.53	0.1380	1.00	1.035	37.55	22.74
ALT-U2	5.53	0.1380	1.30	1.044	40.88	26.07
ALT-U3	10.13	0.0970	2.00	1.050	40.44	25.63
ALT-U4	10.13	0.0970	2.05	1.051	40.79	25.98
MTY-U2	2.98	0.1932	0.60	1.071	36.08	21.26
MTY-U3	2.98	0.1932	0.60	1.071	36.08	21.26
MTY-U5	3.36	0.1717	0.60	1.067	33.05	18.24
MTY-U6	3.36	0.1717	0.60	1.067	33.05	18.24
JER-U12	2.07	0.5113	0.13	1.006	31.18	16.37
JER-U34	2.98	0.1932	0.68	1.090	39.41	24.59
RIR-U12	2.07	0.5770	0.62	1.050	60.55	45.74
RIR-U3	10.13	0.0763	3.00	1.046	56.90	42.09
REC-U1	10.13	0.0763	3.00	1.038	65.05	50.24
REC-U2	10.13	0.0763	3.00	1.038	65.05	50.24
REC-U3	10.13	0.0763	3.00	1.039	61.60	46.79
HUI-U2	2.40	0.1887	0.10	1.088	30.22	15.41
HUI-U3	2.40	0.1887	0.10	1.088	30.22	15.41
HUI-U4	2.40	0.1887	0.10	1.088	30.22	15.41
HUI-U5	4.56	0.1667	0.30	1.116	31.96	17.15
FVL-U1	1.45	0.5113	0.30	1.033	19.06	4.25
FVL-U2	1.45	0.5113	0.31	1.034	19.45	4.64
FVL-U3	1.45	0.5113	0.31	1.034	19.45	4.64
FVL-U4	5.53	0.1330	1.43	1.094	20.84	6.03
FVL-U5	5.53	0.1330	1.42	1.094	20.74	5.93
MZD-U3	10.13	0.0970	1.83	1.062	53.62	38.81
GPL-U1	6.39	0.2748	0.40	1.096	25.02	10.21
GPL-U2	6.39	0.2748	0.42	1.097	25.51	10.69
GPL-U3	4.50	0.2198	0.26	1.076	20.95	6.14
FRC-GEN	2.07	0.5113	0.47	1.116	33.78	18.97
LGA-GEN	2.99	0.1694	0.50	1.058	23.31	8.50
CUA-VAP	2.07	0.5113	0.24	1.048	8.38	-6.43
PQE-GEN	1.30	0.2748	0.20	1.025	-22.34	-37.15
REA-CEV	0.25	2.1100	0.00	2.076	-24.71	-39.52
TUL-F	265.00	0.0010	-4.17	1.030	-0.23	-15.04

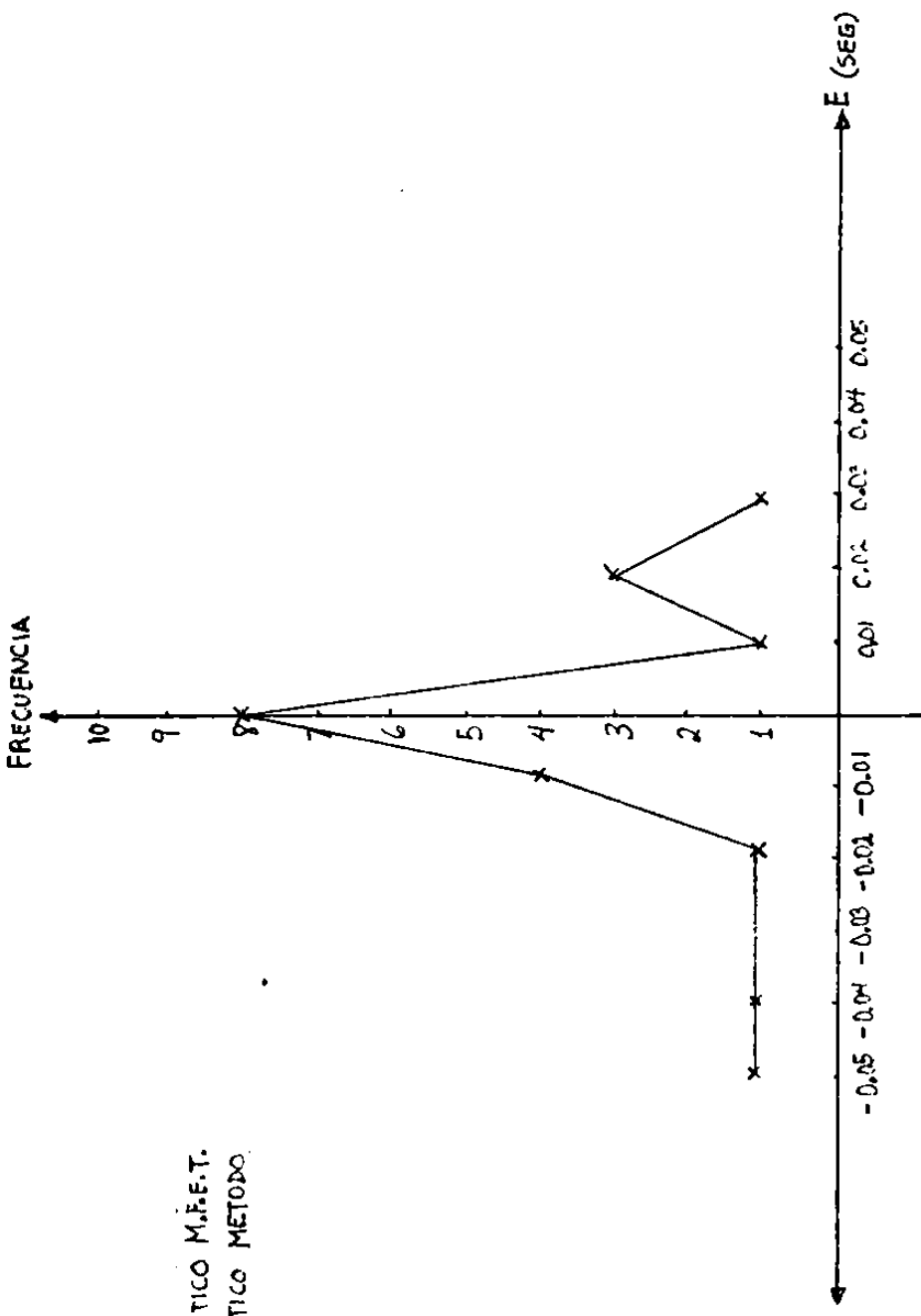
(\*) VALORES EN P.U. A LA BASE DE 100.0 MVA

TABLA 5.6

## Sistema C.F.E. Norte-Noreste

Nodo de Falla	Línea de	Abierta a	T. Crítico M.F.E.T.(s)	T. Crítico Simulación(s)
AER-230	AER-230	RIB-230	0.17	0.17
RIB-230	AER-230	RIB-230	0.16	0.16
AVL-230	AVL-230	FVL-230	0.12	0.17
FVL-230	AVL-230	FVL-230	0.11	0.15
ALT-400	ALT-400	ALT-230	0.17	0.14
ALT-230	ALT-400	ALT-230	0.24	0.22
GUE-400	GUE-400	HUI-400	0.15	0.15
HUI-400	GUE-400	HUI-400	0.12	0.10
FRD-400	FRD-400	REC-400	0.08	0.09
REC-400	FRD-400	REC-400	0.09	0.09
FRD-400	FRD-400	VDG-400	0.09	0.10
VDG-400	FRD-400	VDG-400	0.09	0.10
HUI-400	HUI-400	VDG-400	0.12	0.10
VDG-400	HUI-400	VDG-400	0.11	0.10
REC-400	REC-400	REC-230	0.0	0.01
REC-230	REC-400	REC-230	0.0	0.02
SAL-230	VDG-230	SAL-230	0.23	0.23
VDG-230	VDG-230	SAL-230	0.13	0.13
AER-230	AER-230	HUI-230	0.0	0.0
HUI-230	AER-230	HUI-230	0.0	0.0





$E = TCRI - TCRO$   
 $TCRI = \text{TIEMPO CRITICO M.E.F.T.}$   
 $TCRO = \text{TIEMPO CRITICO METODO SIMULACION}$

FIG.5.9 GRAFICA DE FRECUENCIAS DE ERROR PARA EL SISTEMA NORTE-NORESTE DE LA C.F.E.

### 5.3.1 Análisis del Caso Aeropuerto-Rio Bravo.

Como ejemplo demostrativo de la aplicación del M.F.E.T. en el Análisis de Estabilidad Transitoria, se estudio el caso de falla en el nodo AER-230 (Aeropuerto 230 KV) la cual se libera abriendo una línea que lo conecta al nodo RIB-230 (Rio Bravo 230 KV).

En la fig. (5.10) se muestra un diagrama unifilar del sistema en el lugar del disturbio con los flujos de carga en estado estable antes de iniciarse la falla. Como se puede observar, existe doble línea entre los nodos AER-230 y RIB-230, y hay un flujo de potencia total de 252,81 MW que sale del nodo RIB-230 hacia el nodo AER-230. Las unidades de generación mas cercanas al punto de falla son la uno y dos de Rio Bravo, representadas por la unidad equivalente RIB-U12 y la unidad tres llamada RIB-U3.

En la tabla (5.7) se muestran el punto de equilibrio estable y el punto donde la trayectoria de falla sostenida cruza la curva límite de la region donde el S.E.P. es estable. Como se puede observar, la predicción de pérdida de sincronismo es para las máquinas RIB-U12 y RIB-U3 las cuales son las mas cercanas eléctricamente al punto de falla. El tiempo crítico de apertura de falla encontrado fue de 0.17 seg., el cual coincide exactamente con el tiempo dado por el método de simulación, y corresponde a un valor de energía crítica de 3.85 p.u.

En la fig. (5.11) se muestra el comportamiento en el tiempo de las posiciones angulares referidas al centro de inercia de las máquinas RIB-U12, RIB-U3, REC-U3 y MZD-U3 para el tiempo crítico de apertura de falla de 0.17 segundos. Las dos primeras máquinas son las mas afectadas dada su cercanía eléctrica al punto de falla y son las primeras en alcanzar su máximo desplazamiento angular, mientras que las dos restantes eventualmente se aceleran presentando una oscilación significativa. La máquina RIB-U12 presenta la oscilación mas severa que alcanza un desplazamiento angular máximo superior a los 160 grados, lo cual es explicable por el valor de su inercia que es pequeña comparada con la de la máquina REC-U3, como se observa en la tabla (5.5).

La predicción de inestabilidad de las máquinas RIB-U12 y RIB-U3 se valida en la fig. (5.12), donde se presenta el comportamiento de sus posiciones angulares con respecto al centro de inercia para un tiempo de apertura de falla de 0.18 segundos. La máquina RIB-U12 es la primera en perder sincronismo; mientras que la máquina RIB-U3 presenta una primera oscilación muy severa y eventualmente pierde sincronismo también.

En la fig.(5.13) se presenta una gráfica del comportamiento de la Energía Transitoria total y sus componentes para el tiempo de apertura de falla crítico de 0.17 seg. En esta gráfica se puede observar lo siguiente :

1. Después de la apertura de falla, no existe una conversión completa de energía cinética a potencial, ya que el valor mínimo de energía cinética es mayor que cero. La razón de esto es que parte de la energía cinética que las máquinas síncronas absorben durante la falla no se intercambia con la red después de que la falla se libera, sino que se distribuye entre las máquinas provocando oscilaciones entre ellas.
2. La Energía disipada por las conductancias equivalentes entre nodos de generación ( $V_c$ ) tiene un efecto significativo, ya que inclusive alcanza valores superiores a los de la Energía Magnética.
3. El valor de la Energía Total ( $V$ ) no es constante a lo largo de la gráfica. La razón de esto es se ve fuertemente afectada por la energía disipada por las conductancias equivalentes entre nodos de generación ( $V_c$ ); la cual se calcula con una aproximación lineal de la ecuación que da su valor real como se vio en el capítulo III. Dado que la trayectoria del sistema es considerablemente no lineal, como se observa en la fig. (5.11); la aproximación de  $V_c$  dada por la ec. (3.40) presenta una variación apreciable en el valor de  $V$  después de liberada la falla. Esto, sin embargo no afecta significativamente en la determinación del tiempo crítico de la falla; ya que en el intervalo de tiempo que se analiza para ello la trayectoria real del sistema es muy aproximada a la trayectoria lineal que supone la ec.(3.40).



**Tabla 5.7**  
**Análisis de Energía Transitoria**  
**Sistema C.F.E. Norte-Noreste**  
**Puntos de Equilibrio del Sistema**  
**referidos al Centro de Inercia.**

Generador	Estable	Inestable (*)
ALT-U1	22.80	21.09
ALT-U2	26.13	24.99
ALT-U3	25.69	24.27
ALT-U4	26.03	24.68
MTY-U2	21.39	22.52
MTY-U3	21.39	22.52
MTY-U5	18.36	18.62
MTY-U6	18.36	18.62
JER-U12	16.49	14.28
JER-U34	24.72	27.47
RIB-U12	46.23	165.70
RIB-U3	42.88	161.10
REC-U1	50.42	66.13
REC-U2	50.42	66.13
REC-U3	46.96	61.13
HUI-U2	15.52	11.89
HUI-U3	15.52	11.89
HUI-U4	15.52	11.89
HUI-U5	17.26	14.09
FVL-U1	4.30	-1.25
FVL-U2	4.70	-0.85
FVL-U3	4.70	-0.85
FVL-U4	6.09	0.56
FVL-U5	5.99	0.46
MZD-U3	38.88	35.22
GPL-U1	10.28	5.04
GPL-U2	10.77	5.57
GPL-U3	6.21	0.77
FRC-BEN	19.05	15.21
LGA-BEN	8.58	3.93
CUA-VAP	-6.37	-12.07
PQE-BEN	-37.09	-43.15
REA-CEV	-39.47	-45.33
TUL-F	-15.12	-21.08

Nodo de Falla  
Línea Abierta

AER-230  
de AER-230 a RIB-230

(\*) Punto de cruce de la trayectoria de falla sostenida con la curva límite de la región estable del sistema.

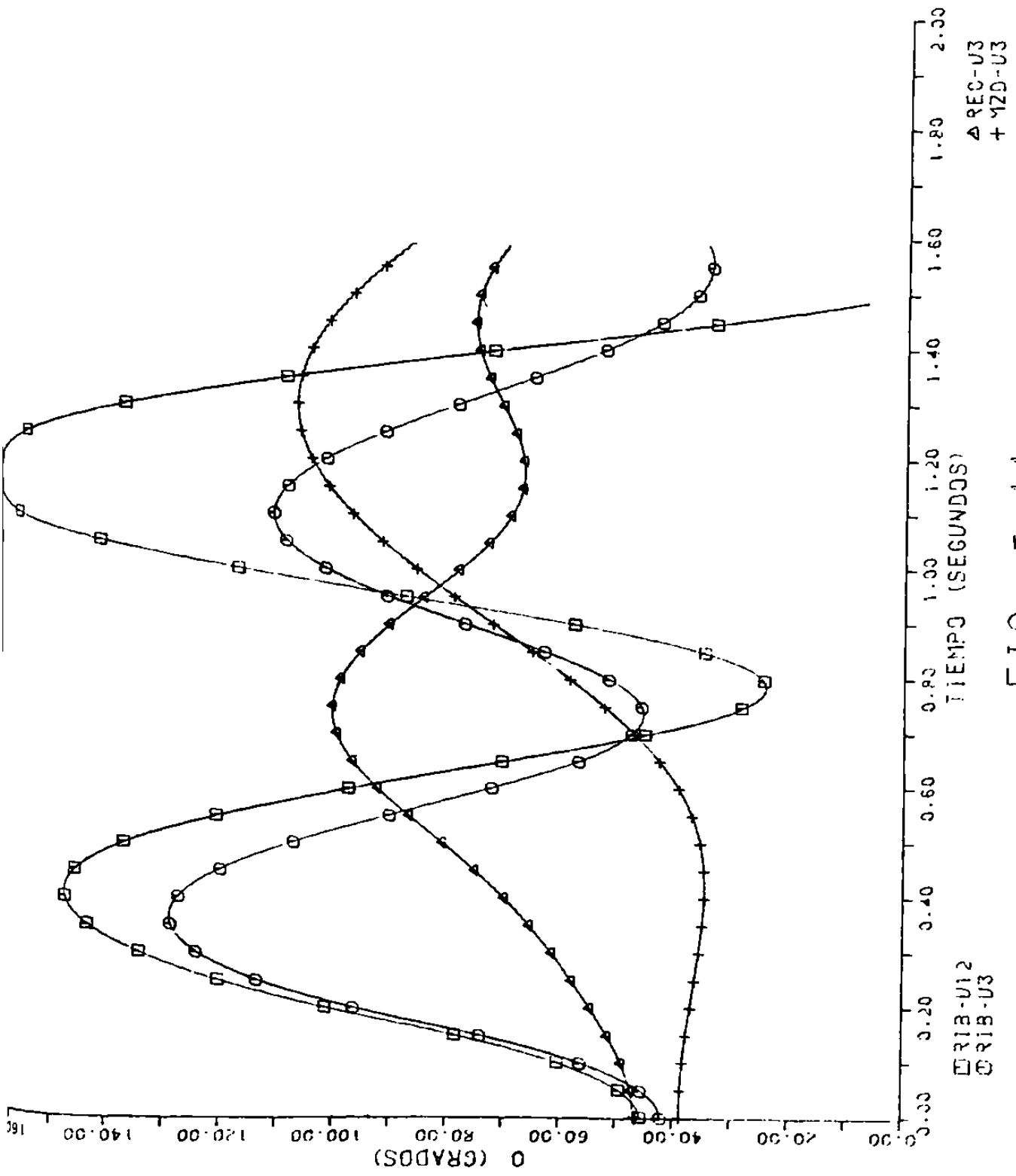


FIG. 5.11

$\square$  RIB-U12  
 $\circ$  RIB-U3

$\Delta$  REC-U3  
 $+$  Y2D-U3

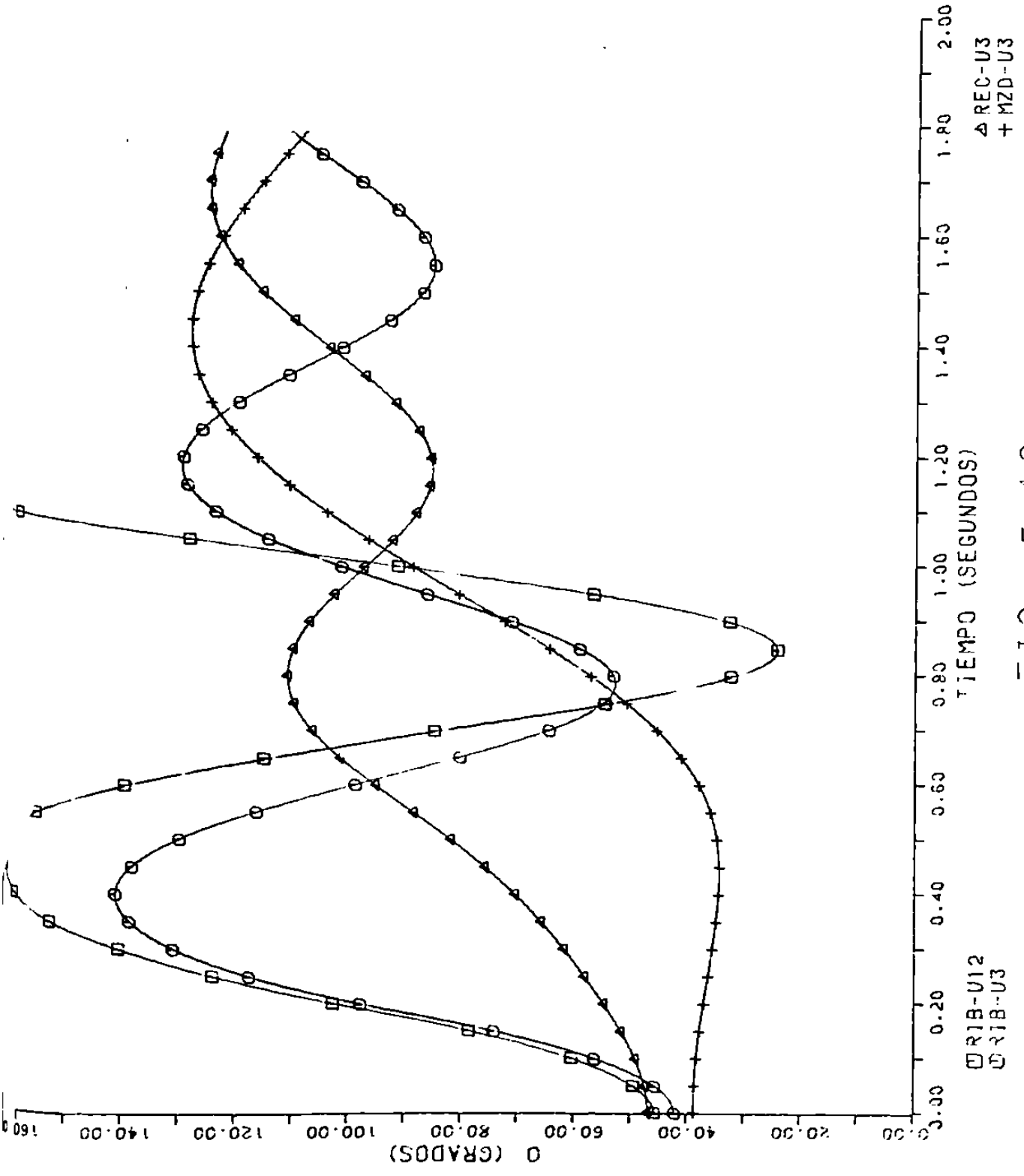


FIG. 5.12

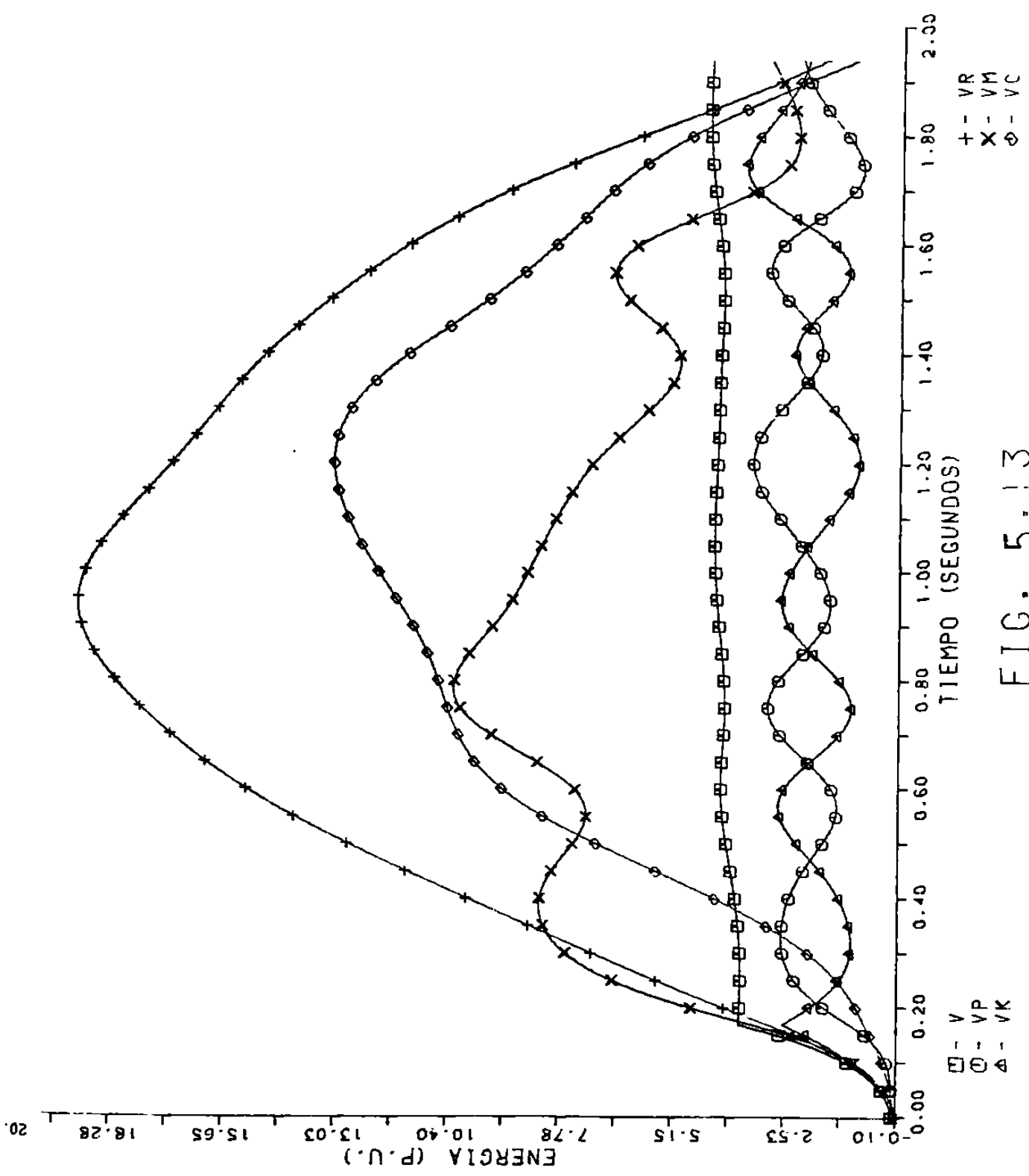


FIG. 5.13



### 3.4 Margen de Energía Transitoria.

El Margen de Energía Transitoria es la diferencia entre la energía total en el momento de la liberación de la falla y la energía crítica para que el sistema permanezca estable, es decir

$$AV = V_{cr} - VI \quad (5.5)$$

donde

AV = Margen de Energía Transitoria en p.u.

$V_{cr}$  = Energía crítica en p.u.

VI = Energía total en el momento de liberar la falla en p.u.

El Margen de Energía transitoria como se puede observar es una medida que permite cuantificar el margen de estabilidad del S.E.P., y constituye otra aportación importante del M.F.E.T. al análisis de estabilidad transitoria. Sin embargo, una forma más conveniente de expresarlo es en función de un porcentaje dado por

$$AV = (V_{cr} - VI)/V_{ki} \quad (5.6)$$

donde

$V_{ki}$  = Energía cinética en el momento de liberar la falla en p.u.

La ec. (5.6) expresa AV en forma de un porcentaje del cambio total de energía cinética en las máquinas desde el inicio de la falla hasta que esta se libera, y expresa de esta forma la reserva de energía del sistema para el disturbio estudiado, ya que es el porcentaje de energía cinética que aun se puede absorber.

En la tabla (5.8.a) se muestra el valor de AV para cada caso estudiado en el sistema de tres generadores, mientras que en la tabla (5.8.b) se muestra para los casos del sistema Norte-Noreste de la C.F.E., El margen AV se calculó para un tiempo crítico de apertura de falla de 0.08 seg en los casos del sistema de tres generadores y de 0.07 seg. en los del sistema Norte-Noreste de la C.F.E.

Como se observa en la tabla (5.8.a) el sistema de tres generadores presenta una robustez considerable en todos los casos analizados, ya que todos los valores de AV son mayores que uno. En el caso del Sistema de la C.F.E., en la tabla (5.8.b) existen algunos casos en que el margen es menor de uno, siendo los mas críticos aquellos en los que se abre una línea entre los nodos REC-400 y FR0-400. Comparando los márgenes de ambos sistemas, es notoria la debilidad del Sistema Norte-Noreste de la C.F.E., el cual presenta valores menores de AV debido principalmente a su estructura longitudinal.

De acuerdo a los resultados de los estudios realizados en ambos sistemas, se estableció un criterio para determinar el grado de estabilidad de ambos sistemas con el valor de AV como sigue :

AV > 1	Sistema Estable
0 < AV < 1	Sistema Críticamente Estable
AV < 0	Sistema Inestable

TABLA 5.8.a

## Sistema de Tres Generadores

Nodo de Falla	Línea abierta	Margen de Energía Transitoria
4	4 - 5	30.267
4	4 - 6	29.885
5	4 - 5	35.416
5	5 - 7	11.464
6	4 - 6	43.973
6	6 - 9	21.216
7	5 - 7	3.773
7	7 - 8	7.322
8	7 - 8	19.455
8	8 - 9	21.503
9	6 - 9	10.823
9	8 - 9	14.951

TABLA 5.8.b

## Sistema C.F.E. Norte-Noreste

Nodo de Falla	Línea de	Abierta a	Margen de Energía Transitoria.
AER-230	AER-230	RIB-230	7.545
RIB-230	AER-230	RIB-230	6.915
AVL-230	AVL-230	FVL-230	2.674
FVL-230	AVL-230	FVL-230	1.908
ALT-400	ALT-400	ALT-230	6.665
ALT-230	ALT-400	ALT-230	12.663
GUE-400	GUE-400	HUI-400	3.986
HUI-400	GUE-400	HUI-400	1.996
FRD-400	FRD-400	REC-400	0.485
REC-400	FRD-400	REC-400	0.787
FRD-400	FRD-400	VDG-400	0.988
VDG-400	FRD-400	VDG-400	0.625
HUI-400	HUI-400	VDG-400	2.195
VDG-400	HUI-400	VDG-400	1.688
REC-400	REC-400	REC-230	0.0
REC-230	REC-400	REC-230	0.0
SAL-230	VDG-230	SAL-230	9.054
VDG-230	VDG-230	SAL-230	2.956
AER-230	AER-230	HUI-230	0.0
HUI-230	AER-230	HUI-230	0.0

## CAPITULO VI

## Conclusiones y Recomendaciones para Trabajos Futuros

El Análisis de Estabilidad de Sistemas de Potencia es fundamental para determinar la confiabilidad en el suministro de la energía eléctrica. Este análisis tiene un alto grado de complejidad dada la no linealidad de los modelos dinámicos del S.E.P. que utiliza, razón por la cual los métodos más usados para solucionar el problema de estabilidad han sido aquellos que dan la solución exacta al sistema de ecuaciones diferenciales que forman el modelo dinámico mediante técnicas de integración numérica, siendo conocidos como Métodos de Simulación.

Existen, por otra parte, los llamados Métodos Directos cuyo objetivo es determinar si el S.E.P. es estable o no sin necesidad de resolver las ecuaciones diferenciales del modelo dinámico, y se caracterizan por requerir un esfuerzo computacional menor que el de los métodos de simulación. Los Métodos Directos, por su eficiencia desde el punto de vista computacional son adecuados para aplicaciones de análisis de estabilidad en líneas, ya que pueden analizar un gran número de posibles contingencias en un tiempo relativamente corto siendo una valioso auxiliar para el operador del sistema en la detección de puntos vulnerables y en la toma de decisiones sobre la seguridad del sistema.

## Método de Areas Isuales.

Este método directo permite analizar en una forma sencilla un gran número de casos que pueden afectar la estabilidad del S.E.P., tales como fallas, pérdida de generación, inserción de capacitores serie, disparo de carga, etc. utilizando el concepto de energía, el cual es fácil de interpretar por su sentido físico.

La aplicación del Método de Areas isuales se limita a sistemas del tipo una máquina-bus infinito o de dos máquinas como máximo. Sin embargo, existen sistemas multimáquina en los que también es aplicable, como en anillos en los que los centros de generación que se analizan se encuentran alejados eléctricamente del resto del sistema. Este caso puede tratarse en forma análoga al de una máquina-bus infinito, o bien en el caso de dos sistemas interconectados por un enlace débil, donde cada sistema puede modelarse con una máquina equivalente, por solo mencionar algunos ejemplos.

#### Método del Plano de Fase.

Este es un método directo que determina la estabilidad del S.E.P. analizando las trayectorias del sistema en el plano velocidad-desplazamiento, el cual se conoce como plano de fase. Al igual que el Método de Areas Isuales, solo es aplicable a sistemas de no más de tres máquinas, ya que en sistemas de mayor número de máquinas sería imposible visualizar las trayectorias en el plano de fase. Su mayor aportación desde el punto de vista conceptual es la determinación de la región de estabilidad del sistema aplicando los conceptos de Control Clásico.

El Método del Plano de Fase también tiene una interpretación física. Las trayectorias del sistema son proporcionales a las curvas de energía transitoria del sistema, por lo que el límite de estabilidad dado por este método es proporcional a un nivel máximo de energía que el sistema puede absorber sin tener pérdida de sincronismo.

### Método de la Función de la Energía Transitoria.

El Método de la Función de la Energía Transitoria (M.F.E.T.) utiliza al igual que los anteriores el concepto de energía para determinar la estabilidad del S.E.P., calculando la energía transitoria y sus componentes (Energía Cinética, Energía Posicional del rotor, Energía Magnética, Energía disipada por las Conductancias de Transferencia) mediante una función conocida como la Función de la Energía Transitoria, y luego comparando dicho valor con el de la energía máxima que el sistema puede absorber sin que exista pérdida de estabilidad, el cual se calcula también con la función antes mencionada.

### Características del Método.

Además de las cualidades inherentes a los métodos directos, las cuales ya fueron discutidas anteriormente, este método tiene las siguientes características:

1. Puede generalizarse fácilmente al caso multimaquina.
2. Permite conocer el Punto de equilibrio estable de postfalla del sistema.
3. Permite pronosticar qué generadores son los que tienden a perder sincronismo.
4. Permite cuantificar el margen de estabilidad del sistema mediante el cálculo del margen de energía transitoria.
5. Permite desdolar la energía transitoria en sus componentes (Energía Cinética, Energía posicional del rotor, Energía magnética y Energía disipada por las conductancias de transferencia) y conocer el valor de estos.
6. Permite calcular directamente el tiempo crítico de apertura de falla.

La Aplicación de este método se reduce a la primera oscilación del sistema después de que éste es sometido a una perturbación. Sin embargo, es particularmente útil sobre todo en aquellos sistemas que presentan enlaces débiles o son del tipo longitudinal, como es el caso del Sistema Norte-Noreste y del Sistema Eléctrico Nacional en los cuales la pérdida de sincronismo suele decidirse en la primera oscilación ya que presentan un margen estrecho de estabilidad. Complejidad Computacional.

En el sistema una máquina-bus infinito, la complejidad en la aplicación del M.F.E.T es muy similar a la de los métodos de Areas Isuales y Plano de Fase. En el caso multimáquina la tarea que requiere mayor esfuerzo computacional es el cálculo del punto de equilibrio inestable que fija la frontera de estabilidad del sistema, ya que el número de puntos inestables se incrementa en forma exponencial con el número de generadores. En este trabajo se presenta un algoritmo que obtiene un punto aproximado a dicho punto de equilibrio, reportándose buenos resultados al utilizarlo en el cálculo del límite de estabilidad.

#### Validación del Método.

Con el fin de validar la aplicación del M.F.E.T. a la solución del problema de estabilidad, se diseñó un paquete de programas de computadora llamado S.A.E.T. (Sistema de Análisis de Energía Transitoria). La validación fue realizada utilizando el sistema de tres generadores descrito en (22) y el sistema Norte-Noreste de la Comisión Federal de Electricidad para demanda máxima de otoño de 1984. En ambos sistemas se obtuvieron los tiempos críticos de apertura de falla para una serie de contingencias tanto por el M.F.E.T. como por el Método de Simulación, teniéndose resultados muy similares. Además se calculó el margen de energía transitoria para cada caso analizado en los dos sistemas, con el fin de establecer un criterio de cómo utilizar dicho margen para clasificar el grado de severidad de cada contingencia.



### Aplicación en el Monitoreo de Estabilidad en Línea.

El M.F.E.T. puede ser aplicado en líneas para analizar una serie de casos de contingencias previamente seleccionadas calculando para cada caso el Margen de Energía Transitoria. Además, se pueden predefinir límites para clasificar los casos de acuerdo al valor del Margen, y alertar al operador de cuales son los casos más críticos para que tome medidas preventivas. Con respecto a estas medidas, se puede obtener una relación de sensibilidad del margen de energía transitoria con respecto a diferentes variables del sistema, como flujos de potencia en líneas, voltajes nodales, etc. y de esta forma seleccionar las variables para un esquema de control eficiente que permita aumentar el margen.

### Recomendaciones para trabajos futuros.

En base a la experiencia obtenida en el desarrollo de esta tesis, se hacen las siguientes recomendaciones para futuras investigaciones acerca de la aplicación del M.F.E.T. al Análisis de Estabilidad de Sistemas de Potencia:

1. Obtener algoritmos para reemplazar la integración trapezoidal en la obtención de la trayectoria de falla sostenida, con el fin de hacer más rápida la aplicación del M.F.E.T. y que sea más eficiente para el análisis de estabilidad en líneas.
2. Investigar sobre la aplicación del método a casos de disturbios múltiples en el S.E.P.,
3. Investigar el efecto de utilizar modelos más sofisticados del S.E.P., que incluyan reguladores de voltaje, de velocidad, etc. sobre los resultados del M.F.E.T.
4. Con el fin de aplicar el concepto del margen de energía transitoria en el monitoreo de estabilidad en línea, es necesario desarrollar criterios para determinar en que valor del margen de energía transitoria es conveniente tomar una acción de control y que tipo de acción se debe llevar a cabo. En esto último puede ser útil realizar un estudio de sensibilidad del margen de Energía Transitoria con respecto a variables del sistema tales como voltajes nodales, flujos de potencia en líneas, etc.
5. Hay ocasiones en las que de acuerdo a la localización del disturbio que se estudia puede saberse por anticipado que generadores son los que tienden a perder sincronismo, como sucede en los sistemas de potencia en los que el disturbio ocurre cerca de estaciones generadoras que están distantes eléctricamente del

resto del sistema. En estos casos es conveniente investigar el uso de equivalentes en el M.F.E.T que permitan modelar a los generadores que pierden sincronismo y al resto del sistema con dos máquinas equivalentes, con el fin de minimizar el trabajo computacional que requiere la aplicación del método.

6. Investigar la aplicación combinada de este método con otros métodos directos como el de reconocimiento de patrones, por ejemplo, con el fin de hacer más eficiente su aplicación en líneas.

## Bibliografía

1. A. A. Fouad and S. E. Stanton, "Transient Stability of a Multimachine Power System. part I: Investigation of System Trajectory ; and part III: Critical Transient Energy" , IEEE trans., vol. pas 100, no. 7, pp.3408-3424.
2. A. A. Fouad et al, " Transient Stability Margin as a tool for Dynamic Security Assessment ", EPRI Report No. EL-1755, March 1981.
3. A. Brameller et al, " Sparsity ", Pitman Publishing 1976.
4. B. Stott and D. Alsac, " Fast Decoupled Load Flow ", IEEE trans. , vol. pas-93, pp. 859-869, May/June 1974.
5. C. L. Gupta and A. H. El-Abiad, " Determination of the closest unstable Equilibrium State for Lyapunov methods in Transient Stability studies " IEEE trans. , vol. pas-95, pp. 1699-1712, Sept/Oct 1976.
6. C. J. Tavora and G. J. M. Smith, " Characterization of Equilibrium and Stability in Power Systems ", IEEE trans. , vol. pas-91, pp. 1127-1130.
7. Centro Nacional de Control de Energía, " Curso de Estabilidad ", 1982.
8. F. S. Prabakara and A. H. El-Abiad, " A simplified determination of Stability Regions for Lyapunov methods " IEEE trans. , vol. pas-94, pp. 672-689 , March/April 1975.
9. G. A. Luders, " Transient Stability of Multimachine Power Systems via the Direct Method of Lyapunov ", IEEE trans., vol. pas-90, no.1, pp. 23-36.
10. G. E. Gless, " Direct Method of Lyapunov applied to Transient Power System Stability ", IEEE trans., vol. pas-85, no. 2, pp. 159-168.
11. H. Sasaki, " An approximate incorporation of field flux decay into Transient Stability Analysis of Multimachine Power Systems by the Second Method of Lyapunov. ", IEEE trans., vol. pas-98, no. 2, pp. 473-483, march/april 1979.
12. J. L. Williams and J.C. Williams, " The application of Lyapunov Methods to the computation of Transient Stability Regions for Multimachine Power Systems ",

- IEEE trans., vol. pas-89, no. 5/6, pp. 795-801, may/Jun 1970.
13. H. W. Dommel and N. Sato, "Fast Transient Stability Solutions", IEEE trans., vol. pas-91, no. 4, pp. 96-102, Jul/aug 1972.
  14. K. Osato, "Ingenieria de Control Moderna", Prentice Hall 1977.
  15. M. A. Pai, K. R. Padiyar, and C. Radhakrishna, "Transient Stability Analysis of Multimachine Ac/Dc Power Systems via Energy-Function Method", IEEE trans., vol. pas-100, no. 12, pp. 5027-5035.
  16. N. Kakimoto and M. Hayashi, "Transient Stability Analysis of Multimachine Power Systems with field flux decays via Lyapunov's Direct Method", IEEE trans., vol. pas-99, no. 5, pp. 1819-1827.
  17. N. Kakimoto, Y. Ohnogi, H. Matsuda, H. Shibuya, "Transient Stability Analysis of Large-scale Power System by Lyapunov's Direct Method", IEEE trans., vol. pas-103, no. 1, pp. 160-166.
  18. O. I. Elserd, "Control Systems Theory", Mc Graw-Hill 1967.
  19. O. I. Elserd, "Electric Energy Systems Theory: an Introduction", Mc Graw-Hill 1971.
  20. O. Saito et al, "Security Monitoring Systems including fast Transient Stability Studies", IEEE Trans., vol. PAS-94, no. 5, Sep/Oct 1975.
  21. P. D. Aylett, "The Energy Integral Criterion of Transient Stability Limits of Power Systems", Proc. IEE (London), vol. 105(c), July 1958, pp. 527-536.
  22. P. M. Anderson and A. A. Fouad, "Power System Control and Stability" Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.
  23. T. Athay, R. Podmore and S. Viraani, "A practical method for direct analysis of Transient Stability", IEEE trans., vol. pas-98, no. 2, pp. 573-584.
  24. W. Stass and A. H. El-Abiad, "Computer Methods in Power Systems Analysis", Mc Graw-Hill 1968.

## APENDICE A

## Solución de la Ecuación de Equilibrio

En el capítulo III se presentó la siguiente ecuación para determinar los puntos de equilibrio del S.E.P.

$$(P_{ai} - P_{ei}) / M_i + C = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (A.1)$$

donde

$$P_{ei} = \sum_{j=1}^n (C_{ij} \operatorname{sen} S_{ij} + D_{ij} \operatorname{cos} S_{ij}) \quad (A.2)$$

$$S_{ij} = S_i - S_j$$

$$C_{ij} = E_i E_j B_{ij} \quad (A.3)$$

$$D_{ij} = E_i E_j G_{ij}$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + B_{ij}$$

Para resolver la ec. (A.1) el valor de la posición angular inicial de la máquina  $n$  es fijado a 0. La solución de la ec.(A.1) da los valores de los ángulos de las  $(n-1)$  máquinas restantes y de  $C$ .

Debido a la no linealidad de la ec. (A.1) con respecto a los ángulos de las máquinas, se escogió el Método de Newton para obtener su solución. Este es un método iterativo que calcula los valores de  $S$  y  $C$  como sigue

$$S_i^{k+1} = S_i^k + \Delta S \quad (A.4)$$

$$C^{k+1} = C^k + \Delta C$$

donde

$\Delta S$  = incremento en  $S$   
 $\Delta C$  = incremento en  $C$

Para obtener el vector de incrementos AS y el incremento AC se emplea la ecuación

$$\begin{bmatrix} AP / M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} AS \\ \text{---} \\ AC \end{bmatrix} \quad (A.5)$$

donde

AP / M = vector de diferencias de aceleración.  
 H = matriz Jacobiana.

Los elementos de la Matriz Jacobiana se calculan como sigue

$$\begin{aligned} H_{ii} &= 1 & i=1, \dots, n \\ H_{ij} &= V_i V_j (G_{ij} \operatorname{sen} S_{ij} - B_{ij} \cos S_{ij}) \\ & \quad i, j = 1 \dots n \quad j \neq n, j \neq i \\ H_{ii} &= -B_{ii} V_i^2 - Q_i & i \neq n \\ Q_i &= V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \operatorname{sen} S_{ij} - B_{ij} \cos S_{ij}) \end{aligned} \quad (A.6)$$

El proceso iterativo entre las ec. (A.1), (A.4) y (A.5) para solucionar la ec. (A.1) se repite hasta encontrar convergencia en los valores de los ángulos de las máquinas, lo cual generalmente sucede después de cuatro o cinco iteraciones para una tolerancia de 0.0001 p.u.. El diagrama de flujo de la fig. (A.1) muestra el procedimiento de solución de la ec. (A.1).

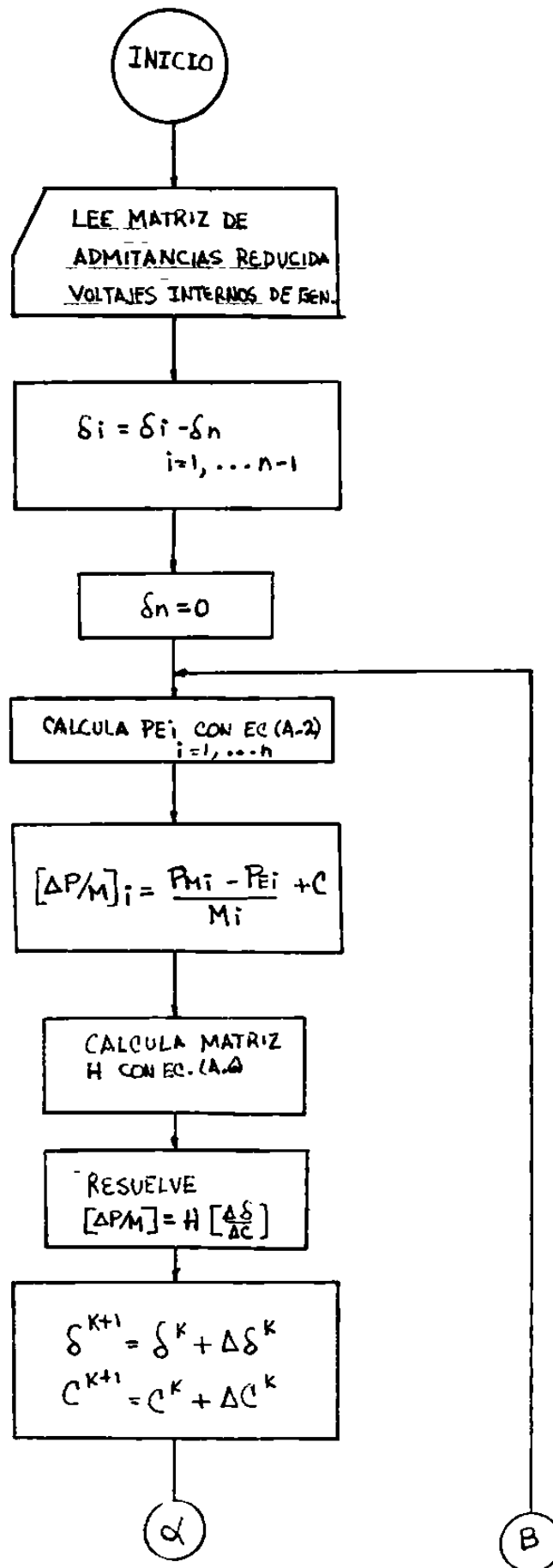


FIG A.1 DIAGRAMA DE FLUJO PARA RESOLVER LA ECUACION DE EQUILIBRIO

