

CAPITULO I

ELEMENTOS DE CONSTRUCCION DE LA MAQUINA SINCRONICA

I.1) INTRODUCCION

Los elementos físicos en los cuales se realiza la transformación de energía, de una forma particular a otra distinta, reciben el nombre técnico de "Máquinas".

Considerando el aspecto de conversión de energías, las máquinas eléctricas se denominan Generadores o Motores. Esta distinción es según transformen energía mecánica en eléctrica (Generadores) o energía eléctrica en mecánica (Motores).

Ahora desde otro aspecto, tomando en cuenta el tipo de corriente manejado en su exterior, se distinguen como Máquinas de Corriente Continua y Máquinas de Corriente Alterna. Siendo ajenas a nosotros, las primeras; pero propias de nuestro estudio, las segundas.

Separando las máquinas de corriente Alterna en las dos divisiones siguientes:

A) MAQUINAS ASINCRONAS.- Que no funcionan a la velocidad conocida como de sincronismo, estando ligadas a la frecuencia del sistema eléctrico; pero sí dependientes de las características de la carga.

B) MAQUINAS SINCRONAS.- Que si funcionan a la velocidad conocida como de sincronismo, estando ligadas a la frecuencia del sistema eléctrico; pero no dependientes de las características de la carga.

Estas últimas serán exclusivas y únicamente valiosas para nuestra investigación, estudiándolas desde aquí en adelante.

La Máquina Síncrona Trifásica (MST) es capaz de transformar energía mecánica en eléctrica o viceversa, con la condición obligada de que en ambos casos la velocidad de giro medida en la flecha sea exactamente la velocidad síncrona.

A la velocidad natural del campo magnético rotatorio, que envuelve el devanado no móvil colocado en el estator, se le llama velocidad síncrona.

Este efecto es posible debido a las corrientes alternas y balanceadas que circulan dentro de los conductores de los arrollamientos dispuestos en un arreglo trifásico.

I.2) ELEMENTOS FISICOS

La MST respecto a sus elementos físicos puede dividirse en los aspectos siguientes:

A) ASPECTO MECANICO.- Que trata en forma exclusiva de la estructura de la MST.

B) ASPECTO ELECTRICO.- Que trata en forma exclusiva del funcionamiento de la MST.

En el aspecto mecánico se tiene básicamente de dos componentes que son:

a) ESTATOR.- Parte estacionaria e inmóvil formada por paquetes de laminaciones ferromagnéticas, entre las que existe algún barniz especial o aire como aislamiento.

b) ROTOR.- Parte giratoria y móvil donde están dispuestas las piezas polares, que puede ser según su forma, dividida en:

Rotor de polos lisos que se utiliza en máquinas impulsadas por turbinas de gas o de vapor, siendo alta su velocidad ya en funcionamiento.

Rotor de polos salientes que se utiliza en máquinas impulsadas por turbinas de agua, siendo baja su velocidad ya en funcionamiento.

Para ilustrar lo anterior se presenta la Figura # I.1.

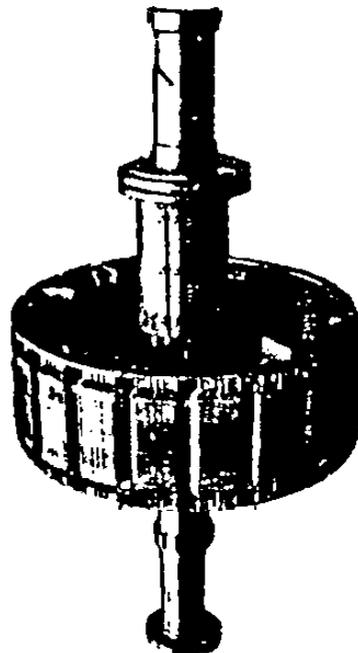
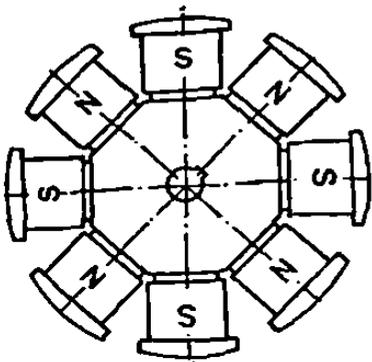
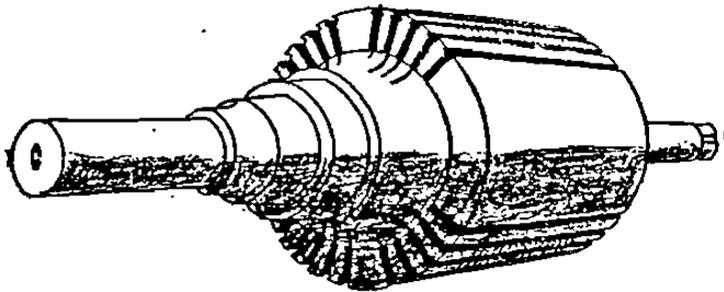
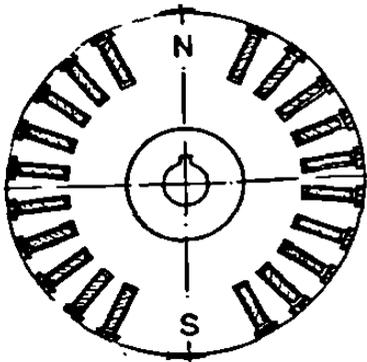


FIGURA # I.1
Entre las superficies, interna del estator y externa del

rotor, existe una pequeña separación con aire que se reconoce con el nombre de entrehierro y que tiene un pequeño espesor, variando su tamaño desde algunos milímetros hasta varios centímetros según sea la MST de poca o mucha potencia.

Ahora desde el aspecto eléctrico, se tienen básicamente dos componentes que son:

a) INDUCIDO.- Devanado distribuido cuyos conductores están colocados en ranuras dispuestas generalmente en la periferia interna del estator.

b) INDUCTOR.- Devanado concentrado dispuesto alrededor de las piezas polares del rotor con polos salientes, o bien arrollamiento concéntrico colocado en las ranuras dispuestas en la periferia externa del rotor con polos lisos.

I.3) ELEMENTOS AUXILIARES

En las máquinas electromecánicas rotativas como la MST, hay además otros componentes auxiliares que integran el sistema convertidor físico completo, como:

A) ANILLOS ROZANTES.- Estos anillos también denominados deslizantes, son elementos que están colocados en la flecha y conectan el devanado inductor con el sistema de excitación, mediante las escobillas y portaescobillas.

Son por lo general contruidos de bronce o cobre, siendo dos piezas completas y robustas, puesto que deben resistir los esfuerzos debidos a la fuerza centrífuga de rotación a que están expuestos.

B) ESCOBILLAS Y PORTAESCOBILLAS.- Piezas estacionarias que establecen el contacto de los anillos rozantes con el sistema de excitación, comunicando a éstos finalmente con el devanado inductor. Las portaescobillas sujetan y presionan las escobillas sobre los anillos rozantes, permiten el enlace de la electricidad adecuado.

Las escobillas que se deslizan sobre los anillos colectores, siendo éstos los del movimiento rotatorio, están hechos normalmente de grafito eléctrico, que tiene alta resistencia mecánica a la compresión y baja resistencia eléctrica, además de ser casi indeformable a los cambios de temperatura.

C) DEVANADO AMORTIGUADOR.- Arrollamiento dispuesto en jaula de ardilla, formado por barras conductoras de cobre, está colocado en ranuras taladradas, en las zapatas y exactamente sobre las caras polares.

Este arreglo es un jaula de ardilla incompleto, ya que no hay barras en los espacios interpolares.

En los motores sirve durante el proceso de arranque y en los generadores es útil durante las oscilaciones de la velocidad alrededor de la velocidad de sincronismo.

I.4) CLASIFICACION GENERAL

Una clasificación original para las máquinas sincrónicas puede establecerse, de acuerdo a la ubicación o disposición del inducido, como sigue:

A) SISTEMA DE INDUCIDO MOVIL.- Que es prácticamente el tipo normalmente utilizado en las máquinas monofásicas, tiene el inductor fijo.

B) SISTEMA DE INDUCIDO FIJO.- Que es prácticamente el tipo normalmente utilizado en las máquinas trifásicas, tiene el inductor móvil.

El primer sistema representado en la Figura # I.2, muestra en forma esquemática a dos cortes de un generador con inducido móvil (A) e inductor fijo (B), estando ranurado el rotor o parte giratoria de la máquina.

Se utiliza de energía de corriente continua para alimentar los terminales fijos (c y d), pertenecientes al devanado inductor; los dos extremos (a y b) del devanado del inducido se unen a los anillos rozantes, los cuáles conectan al anterior con un circuito externo mediante las escobillas (h y h').

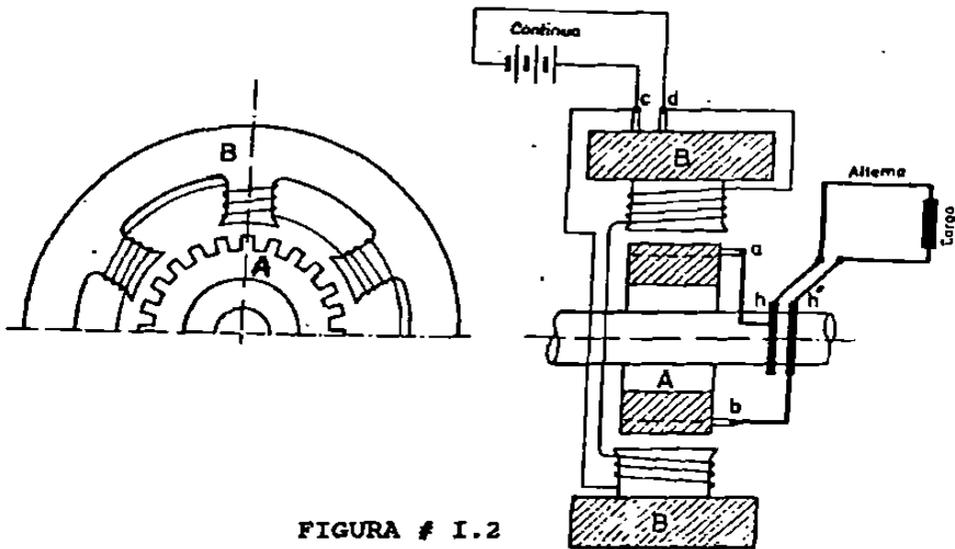


FIGURA # I.2

El segundo sistema representado en la Figura # I.3 muestra en forma esquemática a dos cortes de un generador con inducido fijo (A) e inductor móvil (B), estando ranurado o parte inmóvil de la máquina.

Se utiliza de energía de corriente continua para alimentar a los dos extremos (a y b) del devanado inductor mediante las escobillas (h y h'); pero ahora el devanado de inducido se conecta con el circuito externo mediante los terminales fijos (c y d).

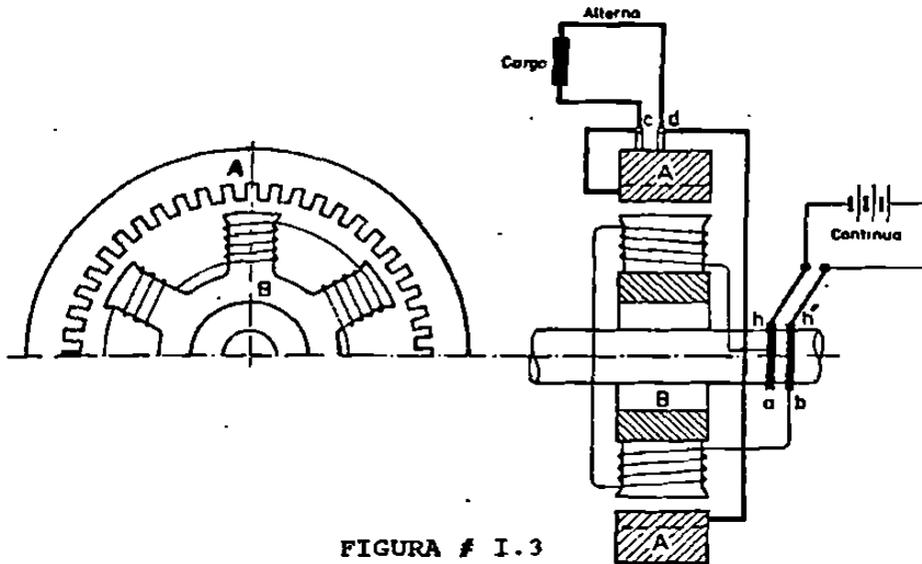


FIGURA # I.3

En la práctica se requiere exclusivamente de los generadores de inducido fijo e inductor móvil por las razones siguientes:

a) Mayor potencia de corriente alterna en casi un 95% del total a manejar, siendo el restante 5% utilizado como potencia de corriente continua. Valores mayores de voltaje y corriente en el

devanado de inducido fijo colocado en el estator permiten mayor seguridad para operarios.

b) Buen aislamiento puesto que pueden tratarse mejores condiciones en un devanado estacionario en el que se tienen voltajes elevados.

c) Mejor sometimiento a la acción de la fuerza centrífuga del devanado inductor, puesto que se adapta mejor a condiciones críticas, debido a su menor tamaño, soportando igualmente de menor corriente.

I.5) CONJUNTOS CONSTRUCTIVOS

Para terminar este tema de presentación, las dos posibilidades de generadores o alternadores existentes se mostraran con todos sus agregados dispuestos para su funcionamiento real.

A) CONJUNTO DE EJE VERTICAL.- Esta formado por un hidrogenerador diseñado para ser acoplado a una turbina de agua y demás componentes agregados, dispuestos para que estén en una estructura con montaje de eje vertical.

Se muestra una representación parcial en la Figura # I.4 y su aplicación es en Estaciones Hidroeléctricas, consta de los siguientes elementos:

A.- Rotor :

- 1.- Núcleo magnético del rotor (polos inductores)
- 2.- Organos sustentadores del núcleo magnético al cuerpo del rotor (cuñas y bridas de fijación).
- 3.- Organos conductores de la corriente de excitación, es decir, arrollamientos de los polos inductores y su aislamiento.
- 4.- Sujeción de los arrollamientos de los polos inductores a éstos, por medio de zinchos y de bridas de sujeción.
- 5.- Anillos colectores con sus escobillas, que recogen la corriente de excitación procedente de la excitatriz y la conducen a los arrollamientos de los polos inductores. En la figura se aprecian, sobre el eje, los dos conductores de alimentación de los arrollamientos de los polos inductores.- En la figura se aprecian, sobre el eje los conductores de alimentación de los arrollamientos excitadores.

6.- Canales de ventilación, dispuestos longitudinalmente sobre los polos inductores.

7.- Eje común para alternador y la excitatriz.-En la parte inferior de la figura, puede apreciarse la brida de acoplamiento para el eje de la turbina hidráulica.

B.- Estator :

8.- Núcleo magnético del estator.

9.- Organos sustentadores del núcleo magnético del estator (Carcasa, anillos de sujeción del núcleo y pernos de fijación para los anillos de sujeción).

10.- Arrollamiento del estator con sus aislamientos.

11.- Organos de sustentación del arrollamiento del estator (bridas y zínchos de sujeción).

12.- Caja de bornes(no representada en la figura).

13.- Canales de ventilación, dispuestos transversalmente sobre el núcleo magnético del estator.

C.- Soporte lado transmisión (este alternador no tiene tapa en este lado, solamente un soporte de cojinete):

14.- Cabeza de cojinete(cojinete de deslizamiento).

15.- Organos sustentador del cojinete o soporte de cojinete propiamente dicho.

D.- Soporte lado escobillas.- Aunque, en este lado, el alternador tiene tapa, esta no soporta al cojinete sino que el cojinete esta apoyado sobre un soporte especial horizontal, en forma de cruz, que se aprecia muy bien en la figura:

16.- Cabeza de cojinete, común al alternador y a la excitatriz (cojinete de deslizamiento).

17.- Organos sustentador del cojinete o soporte de cojinete propiamente dicho.

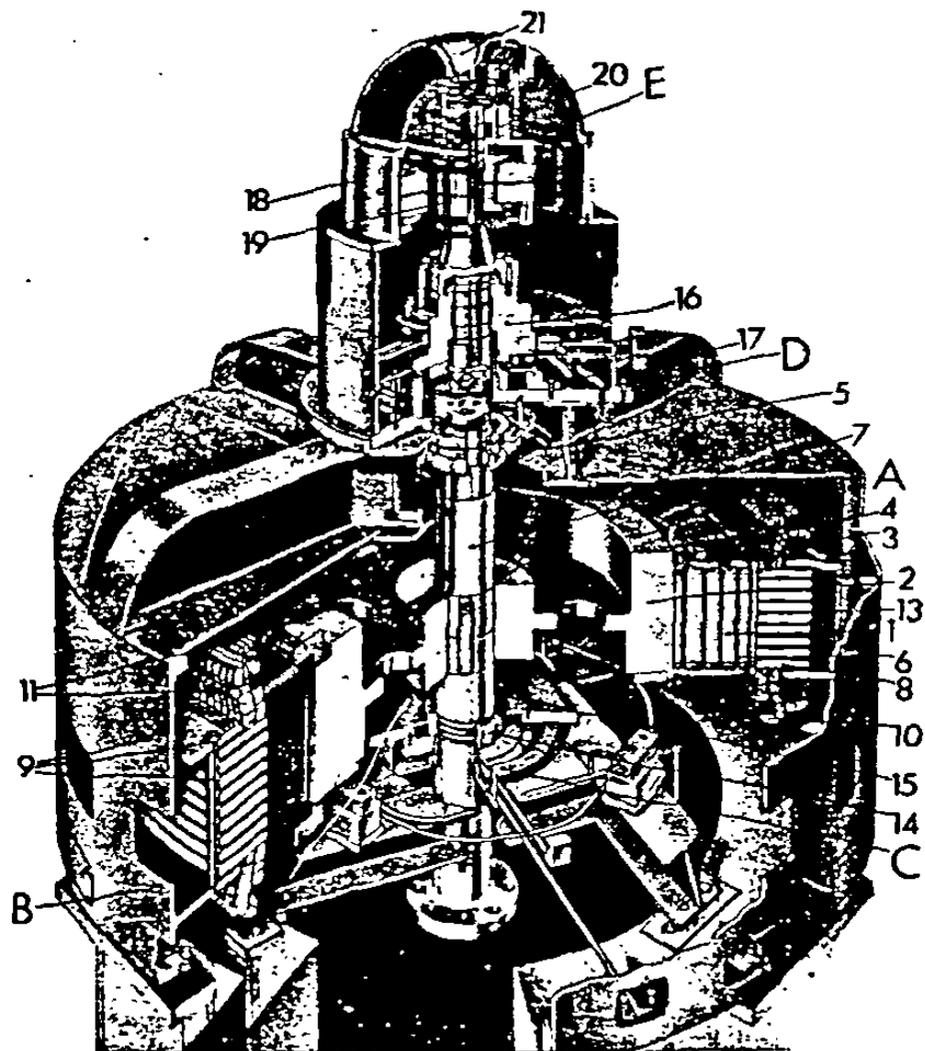


FIGURA # I.4

E.- Excitatriz:

18.- Estator de la excitatriz , con su núcleo magnético, arrollamiento excitador y órganos de sustentación.

- 19.- Rotor o inducido de la excitatriz, con su núcleo magnético, arrollamiento de inducido, órganos de sustentación y eje común con el alternador.
- 20.- Colector de la excitatriz, con escobillas, portaescobillas y puente de escobillas.
- 21.- Tapa lado de escobillas.- Esta tapa no lleva cojinete; la excitatriz tiene un solo cojinete, común con el alternador.

B) CONJUNTO DE EJE HORIZONTAL.- Está formado por un turboalternador diseñado para ser acoplado a una turbina de vapor y demás componentes agregados, dispuestos para que estén en una estructura con montaje de eje horizontal.

Se muestra una representación parcial en la Figura # I.5 y su aplicación es en Estaciones Termoeléctricas, consta de los siguientes elementos :

A.- Rotor :

- 1.- Núcleo magnético del rotor.
- 2.- Organos sustentadores del núcleo magnético al rotor.
- 3.- Organos conductores de la corriente de excitación, es decir, arrollamientos inductores y sus aislamientos; esta máquina es de polos distribuidos, o sea que los arrollamientos inductores están montados en ranuras rotóricas.
- 4.- Sujeción de los arrollamientos inductores al rotor.
- 5.- Anillos colectores con sus escobillas.
- 6.- Canales de ventilación , dispuestos longitudinalmente en el interior del núcleo magnético.
- 7.- Eje.

B.- Estator :

- 8.- Núcleo magnético del estator.
- 9.- Organos sustentador del núcleo magnético del estator (carcasa).
- 10.- Arrollamiento del estator constituido por conductores huecos, con sus aislamientos correspondientes.
- 11.- Organos de sustentación y protección del arrollamiento del estator.

12.- Caja de bornes.

13.- Canales de ventilación, dispuestos longitudinalmente entre el núcleo magnético y la parte interior de la carcasa.

C.- Tapa lado transmisión :

14.- Cabeza de cojinete (cojinete de deslizamiento).

15.- Organo sustentador del cojinete (tapa lado transmisión).

16.- Cabeza de cojinete (cojinete de deslizamiento).

17.- Organo sustentador del cojinete (tapa lado de escobillas).

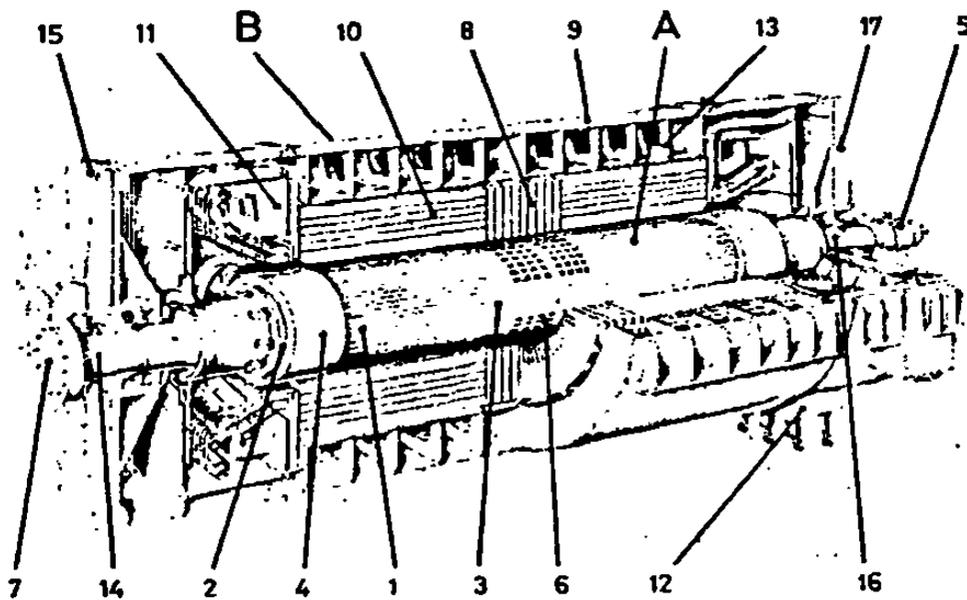


FIGURA # I.5

En este conjunto en particular existen algunas características especiales, que no todos tienen, como son :

EL arrollamiento del estator está construido por conductores huecos refrigerados por agua; el resto de la máquina esta

refrigerado por hidrógeno, impulsado por dos ventiladores situados en los extremos del rotor hacia canales de ventilación longitudinalmente colocados entre el núcleo y la carcasa.

CAPITULO II

ELEMENTOS DE OPERACION DE LA MAQUINA SINCRONICA

II.1) INTRODUCCION

Ahora se puede considerar ya que la MST está formada por una parte mecánica estática dónde se encuentran tres devanados perfectamente distribuidos y colocados en ranuras, los cuáles son excitados por corriente alterna.

Esta pieza se reconoce como estator y a sus bobinados como de inducido o armadura.

La otra parte mecánica móvil se denomina como rotor; y en ésta, está colocado un sólo devanado excitado con corriente directa.

Esta pieza gira a la velocidad constante de sincronismo en estado estable.

Los componentes que integran una MST bipolar se muestran en la Figura # II.1 siguiente :

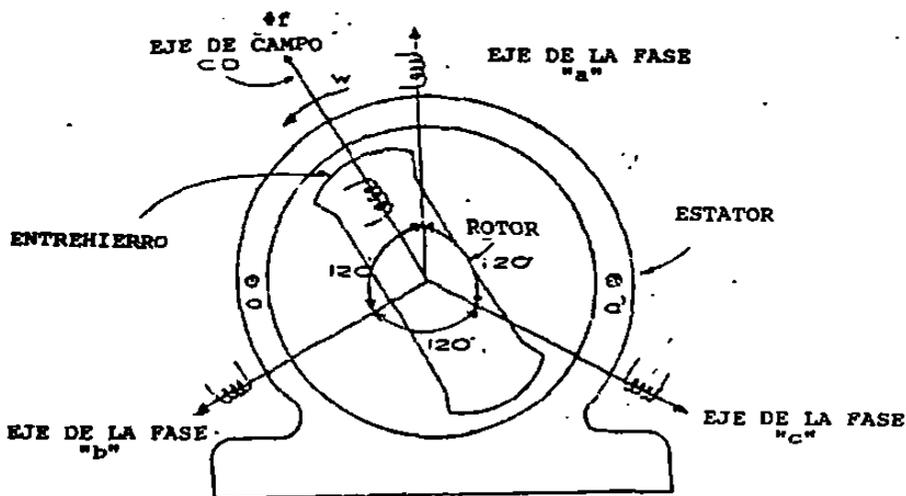


FIGURA # II.1

En el Generador Síncrono General (GSG) de la Energía mecánica se obtiene energía eléctrica que manejándola como potencia eléctrica es generada como potencia trifásica.

Los tres devanados de armadura están dispuestos alrededor del estator desplazados a intervalos de 120° grados, tanto que con una rotación uniforme del campo magnético se genera en éstos un voltaje desplazado 120 grados en cada fase.

En una MST de dos pares de polos, allí deben estar adecuadamente dos juegos completos de bobinados de armadura y separados 180 grados. Las tres bobinas de cada conjunto se colocan con 60 grados de separación.

La Figura # II.2 ilustra la disposición de los arreglos y las trayectorias del flujo magnético para unas MST de 2 y 4 polos.

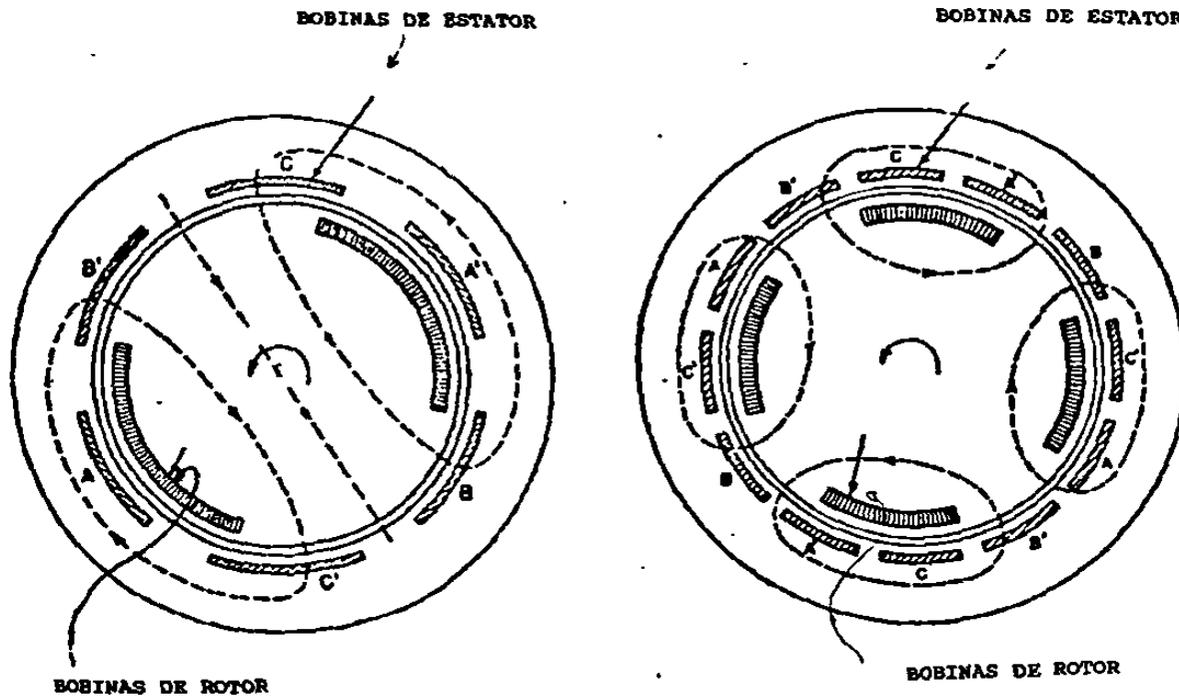


FIGURA # II.2

Generalmente, las tres bobinas de cada juego deben estar separadas $(120/p)$ grados y los conjuntos deben estar $(360/p)$ grados separados; dónde (p) es el número de pares de polos.

Es conveniente medir la distancia entre bobinas en grados eléctricos, dónde 360 grados eléctricos corresponde al ángulo incluido en un par de polos y 360 grados mecánicos iguales a $360p$ grados eléctricos.

Resultando cierto entonces que hay 120 grados eléctricos de separación entre las tres bobinas de cada conjunto, cuando los voltajes son producidos en estado estable, es decir, en funcionamiento normal y con carga balanceada.

También se tiene que $(1/p)$ de revolución será el desplazamiento igual al espacio ocupado por un par de polos y corresponderá siempre a un ciclo del voltaje generado.

Un GSG al estar conectado a un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) en estado permanente está girando en sincronismo. Esto significa que los campos rotatorios de todos los GSG se están moviendo a igual velocidad.-De dónde que la velocidad natural del campo magnético giratorio y la velocidad del rotor sean iguales.

En el caso del Motor Síncrono General (MSG) los componentes son iguales; pero el juego de las potencias es contrario, por lo que se deben considerar los cambios convenientes. Recordando siempre, que en esta máquina, de la utilización de la energía eléctrica se obtiene energía mecánica para su ulterior aplicación.

II.2) OPERACION DE LA MAQUINA SINCRONA

La MST puede ser comparada a un transformador de corriente en cuanto a su forma de funcionamiento. Este tiene esencialmente dos devanados; el primario, por dónde entra la corriente eléctrica alterna desde la fuente; y el secundario, por dónde sale la corriente eléctrica alterna hacia la carga.

En forma semejante la MST tiene dos devanados: el de excitación, por dónde circula la corriente eléctrica directa que produce el campo magnético; y el de armadura, dónde existe corriente alterna de salida ó de entrada dependiendo si se trata de un generador ó motor, respectivamente.

La operación de la MST como MSG ocurre cuando a los devanados de armadura colocados en el estator se les aplican voltajes de corrientes alternas, trifásicos y balanceados; produciéndose un campo magnético rotatorio en un determinado sentido y estando dispuesto el rotor en el interior de esta máquina, con su devanado propio de campo, en corto-circuito esta se tenderá siempre a reducir la reluctancia del flujo, alineándose en la dirección de giro tratando de establecerse la rotación.

Es necesario utilizar de un devanado auxiliar denominado amortiguador que está integrado por conductores colocados convenientemente sobre las caras polares del rotor. Estos permitirán que se ejerzan las fuerzas mencionadas en la Ley de Biot-Savart, y que producen el par rotatorio obteniéndose una velocidad cercana a la sincrónica. En seguida se alimenta con corriente directa, desde una fuente interna o externa, el devanado de excitación que estaba cerrado lográndose que se establezca un campo magnético en el rotor que sigue al campo magnético giratorio, exactamente a su velocidad de sincronismo.

Esta velocidad de rotación depende exclusivamente de la frecuencia del voltaje alimentado en cada fase y del número de polos para el cual fué diseñado el devanado.

Hay que recordar que el devanado amortiguador tiene varias funciones: sirve para el arranque del MSG como un Motor Asíncrono General (MAG) conocido también como motor de inducción, para minimizar las oscilaciones del rotor, para reducir sobre-voltajes en condiciones de corto-circuito y para ayudar en la sincronización de la MST.

Es de suprema importancia en esta investigación la operación de la MST como GSG ya que este estudio versa generalmente en ello.

Si se alimenta el devanado de excitación con una energía de corriente directa y se hace girar al rotor suministrando potencia mecánica en la flecha. Ocurre que el flujo magnético producido en los polos del rotor cortará los conductores de los devanados distribuidos sobre el estator induciendo, de acuerdo con la Ley de Faraday, un voltaje en cada uno de ellos; y si se hace una conexión conveniente de tal forma que estos voltajes se sumen se obtendrá un voltaje final, entre terminales de armadura, en un arreglo trifásico y balanceado.

Los principios de operación del GSG, ya como máquina trifásica, pueden tratarse en forma simple del análisis de la siguiente Figura # II.3.

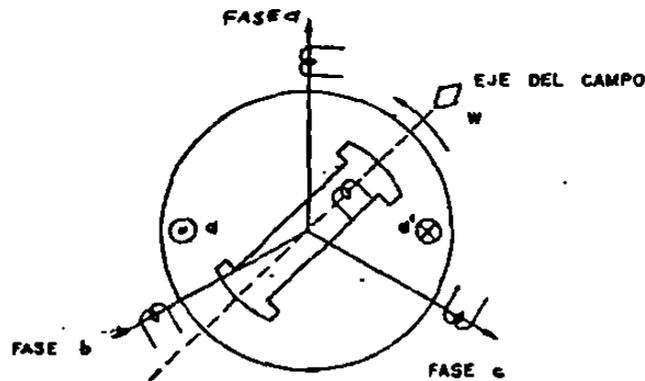


FIGURA # II.3

Se puede observar de la representación anterior que es un GSG trifásico y bipolar, de donde que al girar el rotor, el flujo polar, producido por el devanado de excitación, lo cortan los devanados de las fases A, B, y C. Resultando de acuerdo con la Ley de inducción que se induce en éstos, un voltaje que depende de la variación en el tiempo de los encadenamientos de flujo cortado.

$$e = - \frac{d\lambda}{dt}$$

Considerando el diagrama siguiente, para un arreglo trifásico, que muestre los devanados de campo y de armadura completos.

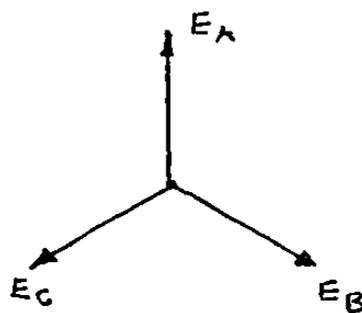
Ya que el devanado del rotor se construye para obtener una distribución sinusoidal del flujo de campo. Resulta que los voltajes instantáneos generados son sinusoidales, balanceados y desfasados 120° grados eléctricos; y como el rotor gira a una velocidad angular en estos voltajes son :

$$e_A = E_M \cos \omega t$$

$$e_B = E_M \cos (\omega t - 120^\circ)$$

$$e_C = E_M \cos (\omega t + 120^\circ)$$

Un diagrama fasorial que muestre estos voltajes, será el siguiente :



Ahora considerando que el flujo es de forma sinusoidal, se tiene :

$$\phi = \phi_M \text{ Sen } wt$$

De dónde que el voltaje, es :

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = - w \phi_M \text{ cos } wt$$

Se encuentra entonces que el flujo magnético instantáneo está desfasado 90 grados eléctricos; pero adelantado del correspondiente voltaje instantáneo generado.

Y si se conecta una carga trifásica balanceada al GSG, se tendrán las corrientes balanceadas instantáneas por cada fase.

$$i_A = I_M \text{ cos } (wt - \phi)$$

$$i_B = I_M \text{ cos } (wt - \phi - 120^\circ)$$

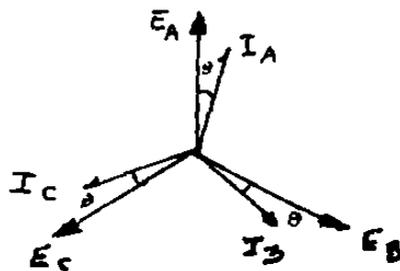
$$i_C = I_M \text{ cos } (wt - \phi + 120^\circ)$$

Haciendo la aclaración siguiente :

I_M = Valor máximo de la corriente de fase

ϕ = Angulo entre voltaje y corriente de fase

Lo anterior se puede mostrar en un diagrama fasorial, como éste :



De dónde que el ángulo ϕ , depende de la carga; y el coseno de este ángulo es igual al factor de potencia.

Los flujos producidos por las corrientes de cada fase pueden ser expresados como fasores de fuerza magnetomotriz (FMM)

$$FMM_A = Ni_A = NI_M \text{ cos } (wt - \phi) = FMM_M \text{ cos } (wt - \phi)$$

$$FMM_B = Ni_B = NI_M \cos (wt - \phi - 120^\circ) = FMM_M \cos (wt - \phi - 120^\circ)$$

$$FMM_C = Ni_C = NI_M \cos (wt - \phi + 120^\circ) = FMM_M \cos (wt - \phi + 120^\circ)$$

Para obtener un campo magnético resultante, se define un ángulo ϕ , el cuál se desplaza en la periferia del entrehierro y su referencia será el eje de la fase A.

De esto resulta que en cualquier tiempo las tres fases contribuyen a la onda de FMM de armadura resultante en el entrehierro.

La contribución máxima de la Fase A es :

$$FMM_{MA} = FMM_M \cos (wt - \phi) \cos \phi$$

La contribución máxima de la fase B es :

$$FMM_{MB} = FMM_M \cos (wt - \phi - 120^\circ) \cos (\phi - 120^\circ)$$

La contribución máxima de la fase C es :

$$FMM_{MC} = FMM_M \cos (wt - \phi + 120^\circ) \cos (\phi + 120^\circ)$$

Por tanto la onda de FMM de armadura resultante en el entre-hierro (FMM_a) es:

$$FMM_a = FMM_{MA} + FMM_{MB} + FMM_{MC}$$

Obteniéndose de la suma total y de su simplificación para cualquier tiempo t , o a cualquier posición angular θ , lo siguiente:

$$FMM_a (\theta, t) = \frac{3}{2} FMM_M \cos (wt - \phi - \phi)$$

Considerando entonces que la suma de la FMM de armadura (FMM_a) y la FMM de campo (FMM_f) dan una FMM resultante total (FMM_r).

$$FMM_r = FMM_a + FMM_f$$

Ahora auxiliándose de la figura # II.4 que aquí se muestra.

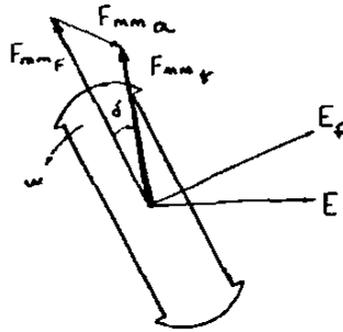


FIGURA # II.4

Se considera como ángulo de carga δ al que existe entre la FMM_r y la FMM_f .

LA FMM_r establece un flujo (ϕ_r) que es función de la corriente de campo, corrientes de armadura y de la reluctancia R del circuito magnético, o sea :

$$\phi_r = \frac{FMM_r}{R}$$

Desarrollando más resulta que el flujo resultante es igual a la suma del flujo de campo (ϕ_f) y del flujo de armadura (ϕ_a).

$$\phi_r = \phi_f + \phi_a$$

El flujo resultante al ser cortado por cada bobina del estator, induce en ella un voltaje conocido como voltaje interno E que se encuentra 90° atrasado al flujo resultante.

Si se estudia el Generador Síncrono de Polos Lisos (GPL) por ser el más representativo, este voltaje es la FEM real de la máquina que desarrolla potencia, es igual al voltaje en terminales más los voltajes en resistencia de armadura y reactancia de dispersión.

$$E = V + (R_a + j X_1) I$$

Dónde se tiene :

E --> Fasor de voltaje interno

V --> Fasor de voltaje externo

I --> Fasor de corriente producida

R_a --> Resistencia de armadura

X_l --> Reactancia de dispersión

Un diagrama fasorial apropiado se puede mostrar en la siguiente Figura # II.5.

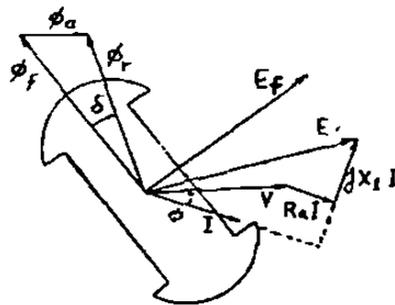


FIGURA # II.5

Resultando el circuito monofásico equivalente de la figura # II.6 que sigue a continuación :

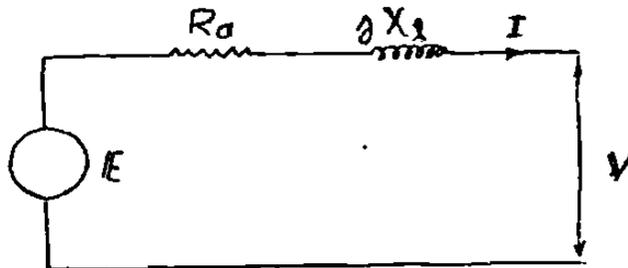


FIGURA # II.6

La diferencia de magnitud de los fasores de voltaje en vacío (E_f) y del voltaje interno (E) es debido a la reacción de armadura (E_a). El efecto de ésta se cuantifica como una caída de voltaje proporcional a la corriente de armadura I . La constante de proporcionalidad (reactancia) depende de la trayectoria del Flujo a través del circuito magnético.

Por tanto se tiene la siguiente ecuación :

$$E_f = E + E_a$$

Todo lo anterior es útil; pues permite visualizar en forma somera y simple lo que ocurre con la operación de la MST funcionando al principio como MSG y después al final como GSG.

II.3) DIAGRAMAS MONOFASICOS DE FUNCIONAMIENTO

Para aclarar en forma más completa las relaciones entre los distintos parámetros eléctricos, nada mejor que recurrir a una representación gráfica como es el análisis en un diagrama fasorial del funcionamiento de una MST.

Las características de operación del GSG tienen los mismos fundamentos que los de un Transformador.

Aunque el circuito primario será el devanado inductor; pero alimentado por corriente continua, y ahora el circuito secundario será el devanado de inducido, con corriente alterna de trabajo.

No habiendo frecuencia en la excitación; pero sí, el valor normal de 60 hertz, en la corriente que se desea producir.

Tratando de simplificar las explicaciones y utilizando de los siguientes datos, se tiene :

V --> Tensión en bornes.

I --> Corriente producida

ϕ --> Angulo entre tensión y corriente.

Con lo anterior, se puede deducir el diagrama fasorial de la figura # II.7 . Dónde se muestra el vector de la tensión V y el vector I, el cuál está desfasado (casi siempre en retraso) del anterior en el ángulo ϕ .

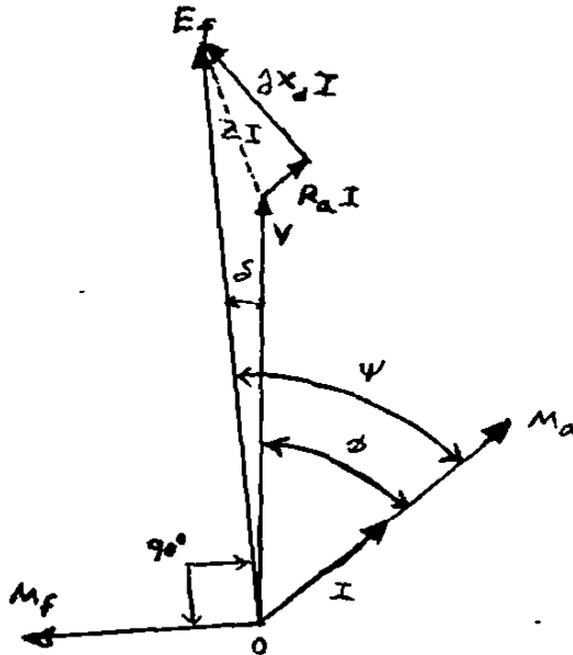


FIGURA # II.7

El vector, que expresa la caída de tensión resistiva del GSG está en fase con la I y está indicado por lo siguiente :

$$V_r = R_a I$$

Siendo R_a --> La resistencia de inducido (armadura)

El vector que corresponde a la caída de tensión reactiva, normalmente inductiva, está desfasado 90° en adelanto respecto al vector de corriente I y está indicado por lo siguiente :

$$V_x = jX_d I$$

Siendo X_d --> La reactancia síncrona.

La caída total de tensión en la impedancia Z del GSG puede deducirse analíticamente por medio de la expresión.

$$V_z = ZI = \sqrt{(V_r)^2 + (V_x)^2}$$

O bien, deducirse directamente en el diagrama fasorial, para lo cual, empezando con el vector V como referencia y en el eje vertical, se traza después un vector I atrasado un ángulo ϕ , con el mismo origen 0 .

Enseguida se traza un vector paralelo a I y, sobre él, se considera el vector V_r al final del vector V ; ahora en el extremo

del vector V_r , se traza un vector perpendicular y sobre él, se considera el vector V_x .

Después de esta suma fasorial, uniendo el vector origen V y el vector final V_x , se obtiene el vector E_f --> La fuerza electromotriz.

Este último vector representa el voltaje que debe inducirse interiormente, debido a la excitación del devanado de campo, para obtener la tensión en bornes deseada V . Existe un ángulo entre el vector E_f y el vector I , además un ángulo δ entre el vector E_f y el vector V .

Para inducir a la FEM del GSG, la corriente de excitación ha de producir una FEM desfasada 90° en adelante con ella.

En la figura anterior, también puede trazarse un vector M_f --> La FMM de excitación.

Aclarando que este vector M_f debido al campo se considera perpendicular al vector E_f en el origen 0.

Por tanto, el flujo inductor es el que determina los amperivoltajes de excitación. Los cuáles se pueden deducir de la curva de magnetización del GSG, teniéndose que :

$$M_f = N_f I_f$$

Dónde N_f --> Número de vueltas del devanado de excitación del campo.

Siendo I_f --> La corriente de excitación del campo.

Resulta que la I_f es proporcional al flujo.

Sí el punto (A) de la curva de magnetización Figura # II.8 corresponde al voltaje del GSG trabajando sin cargas, la abscisa correspondiente indica el valor de la I_f .

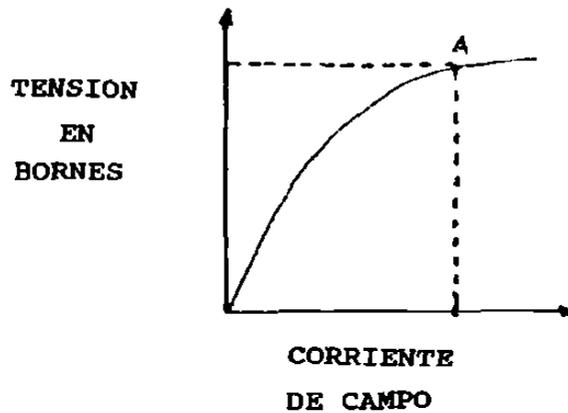


FIGURA # II.8

También los amperivuelts M_a debidos al campo magnético del inducido o armadura, y que, se consideran como :

$$M_a \cong N_a I$$

Dónde N_a --> Número de vueltas del devanado de armadura.

Recordando a I como la corriente producida por el GSG. Siendo la fórmula anterior parcialmente correcta.

Considerando este vector de FMM de la armadura, en fase con el vector I , tal como se indica en el diagrama fasorial.

El flujo magnético total será la resultante de la interacción de flujos producidos por las corrientes en los devanados de excitación y de armadura. Correspondiendo también lo mismo respecto a la FMM total.

En lo anterior puede deducirse un diagrama fasorial para cargas normales (con corriente desfasada en atraso respecto a la tensión en bornes o voltaje en terminales).

Ahora, se pueden resumir tres casos particulares para analizar que son :

A).- "Caso primero". Carga resistiva pura.

En esta opción, el desfaseamiento entre la tensión V y la corriente I es nulo, o sea $\phi = 0$ y $\cos \phi = 1$.

El diagrama fasorial de funcionamiento se muestra en la Figura # II.9. Nótese que la caída resistiva :

$$V_r = R_a I$$

Se traza en fase con el vector de tensión en bornes V ; dónde puede observarse que el vector de FEM indicado como E_f es menor que en el caso normal, explicado anteriormente.

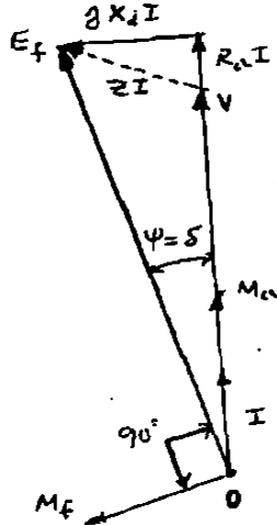


FIGURA # II.9

B).- "Caso segundo". Carga inductiva pura.

En esta opción, la corriente I está atrasada 90° de la tensión V ; es decir que $\phi = (-\pi/2)$ y $\cos \phi = 0$.

Se puede observar en la Figura # II.10 que V_x está en fase con la tensión en bornes V .

Recuérdese que : $V_x = jX_d I$

Las operaciones vectoriales, en este diagrama fasorial, muestran que las caídas de tensión en la impedancia síncrona Z agregadas al voltaje en terminales V , determinan un mayor voltaje inducido interno E_f .

En los casos ya tratados pueden apreciarse las FMM's de armadura y de campo, M_a y M_f respectivamente.

Estas FMM's ocasionan flujos, que se restan cuando hay carga inductiva y que se suman cuando hay carga capacitiva, produciendo un flujo resultante o total, también consecuencia de un FMM resultante o total.

II.4) MAQUINA CON ROTOR DE POLOS LISOS

Un estudio simplificado resta agregar en seguida; puesto que los detalles de estructura y funcionamiento ya se han tratado anteriormente.

Está máquina de rotor de polos lisos tiene un entrehierro constante entre estator y rotor.

Así que la reluctancia del circuito magnético por el que circula el flujo resultante de la armadura es también constante.

Si el coeficiente de proporcionalidad entre el flujo resultante de armadura y la corriente de armadura se considera como la inductancia de armadura.

Por lo general, se conoce como reacción de armadura el efecto que el flujo produce en la armadura.- Se trata de un voltaje ocasionado por las corrientes en el mismo devanado de armadura.

Entonces resulta que la caída de voltaje por efecto de la reacción de armadura es:

$$E_a = JX_a I$$

Siendo que : X_a ——— Reactancia de armadura.

Esta reactancia de reacción de armadura es diferente de la reactancia de flujo disperso; puesto que existen una caída de voltaje real en la reactancia de dispersión, debido a la

circulación de corriente; no siendo así con la reactancia de armadura, pues ésta ocasiona un efecto de balance de amper-vueltas, que cambia durante los regímenes transitorios.

Si en la ecuación, ya conocida del Generador de Polos Lisos (GPL)

$$E_f = E + E_a$$

Habiéndose determinado E, como :

$$E = V + (R_a + jX_1) I$$

Se sustituyen E y E_A se tiene :

$$E_f = V + (R_a + jX_1) I + jX_a I$$

$$E_f = V + [R_a + j (X_1 + X_a)] I$$

Definiendo lo siguiente :

X_d --> Reactancia síncrona

$$X_d = X_1 + X_a$$

Siendo la reactancia de dispersión (X) el resultado de la imperfección inevitable del devanado del estator.

Resulta la ecuación fundamental del GPL, a saber :

$$E_f = V + (R_a + jX_d) I$$

El diagrama fasorial completo del GPL es el que muestra la Figura # II.12 de enseguida.

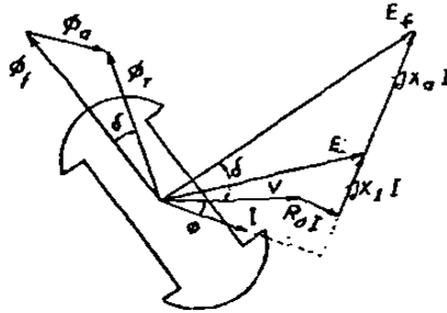


FIGURA # II.12

Siendo el circuito equivalente completo en la Figura # II.13 y el circuito simplificado en la Figura # II.14 que se ilustran a continuación.

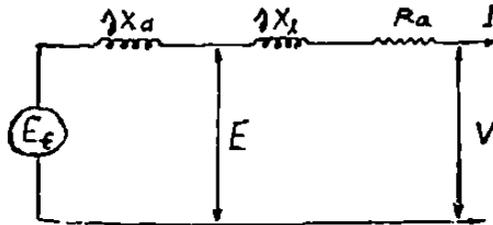


FIGURA # II.13

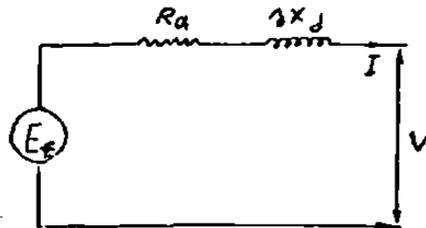


FIGURA # II.14

II.5) MAQUINA CON ROTOR POLOS SALIENTES

La teoría desarrollada para la MST con rotor de polos lisos, donde se considera este rotor con una forma cilíndrica; facilita el circuito equivalente, que resulta de una fuente de voltaje en serie con una impedancia (estudio del GPL anterior).

El tener un entrehierro no uniforme, debido a la forma del rotor, en una MST con rotor de polos salientes, dificulta el

análisis.

Se presenta el efecto de saliencia a consecuencia de la estructura propia del rotor. Esto hace que la reluctancia no sea uniforme; pues depende de la posición variable del rotor.

Entonces se hace necesario utilizar del siguiente criterio, para resolver el problema mediante la descomposición de la FMM de la armadura en dos componentes.

Si en un Generador de Polos Salientes (GPS) de dos polos, se considera al eje principal de éstos como eje directo; y al eje colocado a 90° de éste, como eje en cuadratura.

Puede resultar lo siguiente :

$$FMM_a = FMM_d + FMM_q$$

Mostrándose en la ilustración de la Figura # II.15 que se tiene a continuación :

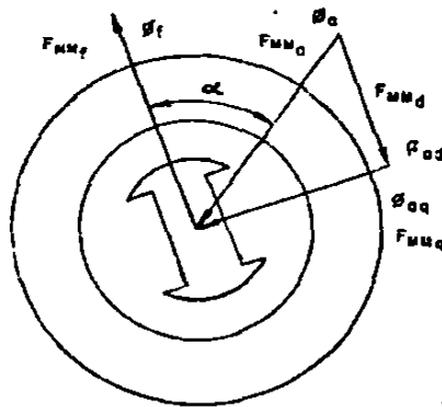


FIGURA # II.15

Dónde se tiene que :

FMM_a --> FMM resultante de armadura.

FMM_d --> FMM de armadura en eje directo

FMM_q --> FMM de armadura en eje en cuadratura.

Ocurriendo que la FMMd gira a igual velocidad que el rotor y tiene una trayectoria magnética que actúa sobre el eje directo produciendo una caída de voltaje por reacción de armadura en el eje directo, o sea :

$$E_d = jX_{ad} I_d$$

Dónde se tiene que :

X_{ad} --> Reactancia de armadura en eje directo.

I_d --> Corriente de eje directo

Considerando igual razonamiento para el eje en cuadratura, hay lo siguiente :

$$E_q = jX_{aq} I_q$$

Dónde se tiene que :

X_{aq} --> Reactancia de armadura en eje en cuadratura.

I_q --> Corriente de eje en cuadratura

También en forma semejante se tiene :

$$E_a = E_d + E_q$$

$$E_a = j(X_{ad} I_d + X_{aq} I_q)$$

Y recordando la ecuación fundamental para GSG

$$E_f = E + E_a$$

Entonces se puede desarrollar lo siguiente :

$$E_f = V + (R_a + jX_1) I + j (X_{ad} I_d + X_{aq} I_q)$$

Simplificando más, después de hacer ciertos cálculos, se puede concluir la ecuación general para un GPS, a saber :

$$E_f = V + R_a I + j (X_d I_d + X_q I_q)$$

Dónde se tiene que :

$X_1 + X_{ad} = X_d$ Reactancia síncrona de eje directo

$X_l + X_{aq} = X_q$ Reactancia síncrona de eje en cuadratura.

El diagrama fasorial completo del GPS es el que muestra la figura # II.16 de enseguida.

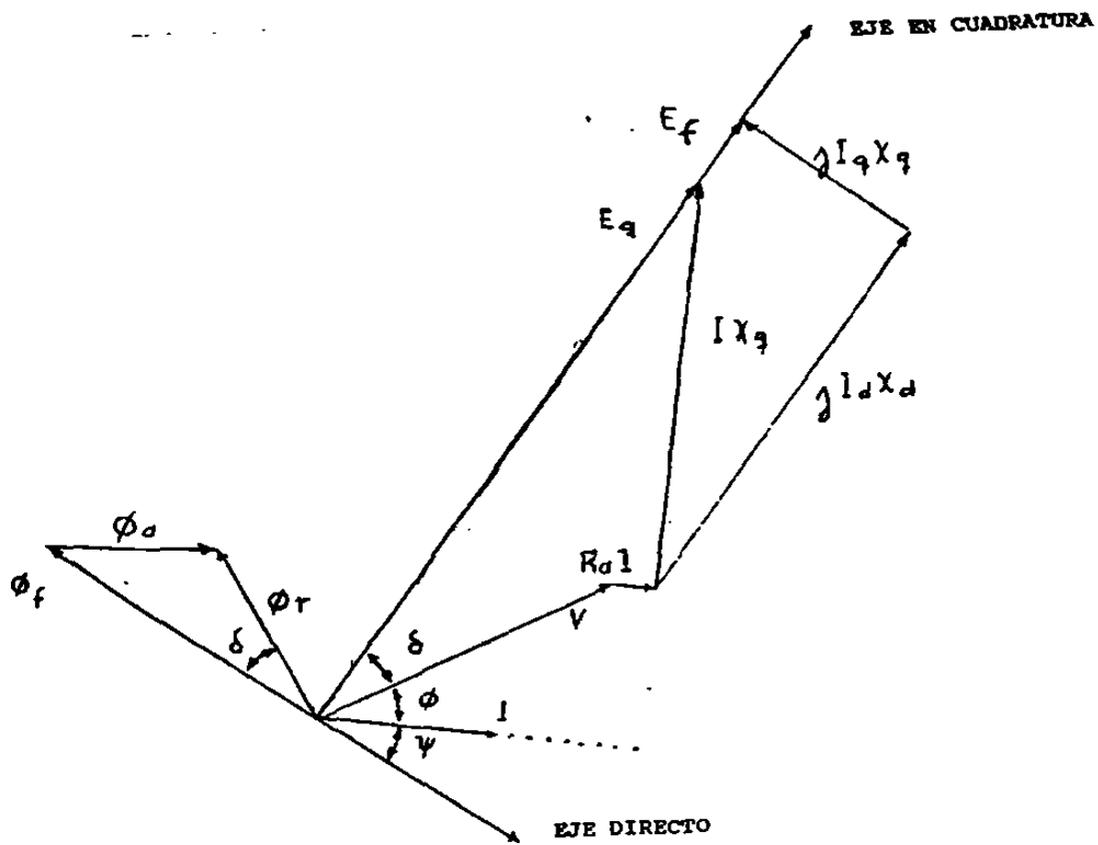


FIGURA # II.16

CAPITULO III

ANALISIS MATEMATICO DE LA MAQUINA SINCRONICA

III.1) INTRODUCCION

Se ha puntualizado fuera, en el capítulo I. de que una máquina síncrona consiste de dos partes principales, el Estator y el Rotor, que están en movimiento relativo y que son bastante diferentes en estructura. Esto sin tomar en cuenta que el propósito de este capítulo es escribir las ecuaciones simplificadas en términos propios y de inductancia mutua de todos los devanados.

Para hacer esto se debe primero decidir como son los devanados del rotor.

Se debe suponer que la trayectoria magnética del rotor y de sus circuitos eléctricos son simétricos ambos, el eje directo (polar) y el eje de cuadratura (interpolo). Como se muestra en la figura # III.1 para una máquina de polos salientes. El devanado de campo esta por supuesto separado de los otros y tiene su eje en línea con el eje polar o directo.

Las barras del devanado amortiguador están conectadas juntas en mas o menos en un acomodo continuo, pero si ellos son arreglados en forma simétrica, la trayectoria de la corriente será considerada como si fuera también simétrica, acerca de el eje directo y de cuadratura.

La figura # III.1 Muestra los circuitos usados. Las barras son numeradas arrancando desde el eje directo, el cual es una línea sombreado dentro del eje polar.

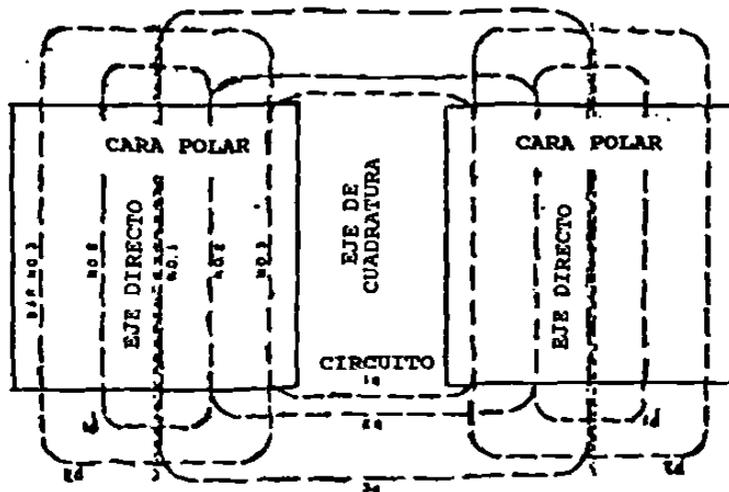


DIAGRAMA DEL CIRCUITO DEL
DEVANADO AMORTIGUADOR

FIGURA 37 III.1

Los circuitos del eje directo son los numerados 1d, 2d etc; para corresponder con estas barras.

En el eje de cuadratura, el cual es tomado como 90° grados eléctricos adelantados de el eje directo en la dirección de la rotación normal del rotor, los circuitos son numerados 1q, 2q, etc. empezando fuera de este eje. Este arreglo simétrico de los circuitos del rotor tienen la ventaja de estar haciendo todas las inductancias mutuas y resistencias entre el eje directo y el eje de cuadratura, y circuitos del rotor igual a cero.

En algunas máquinas las barras del devanado amortiguador no son conectadas entre polos por el final de la máquina a través del núcleo propio del rotor, suponiendo que las barras no están aisladas. Esta carencia de aislamiento significa también que las ecuaciones del circuito son solamente aproximaciones a el caso actual en el cual alguna corriente será distribuida a través del núcleo o acero. Este efecto es pequeño, exceptuando dónde la trayectoria en el acero, en el interpolo concierne, y exceptuando en GPL dónde las corrientes en el núcleo son producidas por el efecto del devanado amortiguador.

A partir de que el GPL es tan diferente en esto respecto a el GPS. Esto será tratado separadamente después de que se haya visto como es el caso de la máquina de polos salientes en su oportunidad.

Todas las inductancias mutuas, entre estator y circuitos del rotor son funciones periódicas de la posición angular del rotor. Además, el rotor de polos salientes, y la inductancia mutua entre dos fases del estator son funciones periódicas de la posición angular del rotor. Así se concluye que por un conjunto de ecuaciones diferenciales la mayor parte de cuyos coeficientes, son funciones periódicas de el ángulo del rotor, tanto que siempre en el caso de un rotor con velocidad constante (cuando las ecuaciones son lineales, si la saturación es descuidada) ellas son difíciles para manejar y complicadas para resolver. A menudo se halla que, si ciertas suposiciones son hechas como una simple y relativa transformación de variables, entonces se eliminan todas estas funciones problemáticas de ángulo de las ecuaciones.

Esta primera suposición es que los devanados del estator son sinusoidalmente distribuidos, solamente el entrehierro debe tener una distancia necesaria para producir una inductancia mutua con el rotor, Figura III.1 .

Esta suposición de distribución sinusoidal del devanado del estator será justificada desde el punto de vista que en la práctica todos los devanados de las MST están distribuidos para minimizar todas las armónicas como sea posible. La principal justificación, o razón viene desde la comparación de funcionamiento calculado sobre las bases con el actual funcionamiento obtenido de la práctica.

La segunda suposición es que las ranuras en el estator no causan variación alguna en las inductancias del rotor con el ángulo del rotor. Esta suposición es real para máquinas con un largo número de barras de polo, pero para máquinas con un número muy pequeño de ranuras, esto es muy real.

Sin embargo, un pequeño número de ranuras, aparece principalmente en máquinas teniendo un largo número de polos, y así cualquier efecto de ranuras será hecho para promediar fuera sobre la máquina entera.

Nuevamente el final de la justificación viene de la comparación de la teoría y resultados de la práctica.

Una tercera suposición la cual será hecha en este capítulo por lo menos para la presentación de una saturación por descuido, los efectos de varias suposiciones respecto a la saturación serán mostrados más tarde.

El funcionamiento eléctrico de una MST será ahora descrita por las siguientes ecuaciones.

III.2) RELACIONES MATEMATICAS

A) Relaciones de voltaje

a) Armadura o Estator

$$e_a = p\psi_a - ri_a \tag{1}$$

$$e_b = p\psi_b - ri_b$$

$$e_c = p\psi_c - ri_c$$

dónde e_a = voltaje de terminal de fase a
 ψ_a = total de flujo enlazado en fase a
 i_a = corriente en fase a. Nótese que la dirección de la corriente de armadura positiva es tomada como opuesta a la cual debe haber sido esperada en una red estática para tener corriente positiva correspondiente a la acción del generador.

a, b, c, son las tres fases descritas en la dirección de la dirección del rotor como se muestra en la figura III.2

r = resistencia de cada devanado de armadura, suponiendo que será la misma para a, b, c.

p = la derivación del operador d/dt , t = tiempo

b) Campo

$$e_{fd} = p\Psi_{fd} + r_{fd}i_{fd} \quad (2)$$

Dónde aquí y en todas las siguientes ecuaciones los símbolos e, ψ, i tienen el mismo significado como arriba, la escritura denotando el circuito en cuestión.

c) Eje directo amortiguador

$$0 = p\Psi_{1d} + r_{11d}i_{1d} + r_{12d}i_{2d} + \dots \quad (3)$$

$$0 = p\Psi_{2d} + r_{21d}i_{1d} + r_{22d}i_{2d} + \dots$$

etc.

Aquí los subíndices 12_d y 21_d denotan el efecto mutuo entre circuitos 1_d y 2_d (ver Figura # III.1). Esto denotará tal vez que el circuito del devanado amortiguador son resistencias acopladas también como inductancias acopladas y que no hay acoplamiento entre circuitos del eje directo y eje de cuadratura por la simetría del rotor acerca de el eje directo y el eje de cuadratura.

d) Eje de cuadratura del devanado amortiguador.

$$0 = p\Psi_{1q} + r_{11q}i_{1q} + r_{12q}i_{2q} + \dots \quad (4)$$

$$0 = p\Psi_{2q} + r_{21q}i_{1q} + r_{22q}i_{2q} + \dots$$

etc.

B) RELACIONES DE ENLACE DE FLUJO

a) Armadura

$$\Psi_a = -X_{aa}i_a - X_{ab}i_b - X_{ac}i_c + X_{afd}i_{fd} + X_{a1d}i_{1d} + X_{a2d}i_{2d} + \dots + X_{a1q}i_{1q} + X_{a2q}i_{2q} + \dots \quad (5)$$

$$\Psi_b = -X_{ba}i_a - X_{bb}i_b - X_{bc}i_c + X_{bfd}i_{fd} + X_{b1d}i_{1d} + X_{b2d}i_{2d} + \dots + X_{b1q}i_{1q} + X_{b2q}i_{2q} + \dots$$

$$\Psi_c = -X_{ca}i_a - X_{cb}i_b - X_{cc}i_c + X_{efd}i_{fd} + X_{c1d}i_{1d} + X_{c2d}i_{2d} + \dots + X_{c1q}i_{1q} + X_{c2q}i_{2q} + \dots$$

Dónde la X'S son inductancias para ser definidas más tarde y los subíndices referidos, como antes, para los circuitos en cuestión.

b) Campo

$$\Psi_{fd} = -X_{fad}i_a - X_{fbd}i_b - X_{fcd}i_c + X_{fd}i_{fd} + X_{f1d}i_{1d} + X_{f2d}i_{2d} + \dots + X_{f1q}i_{1q} + X_{f2q}i_{2q} + \dots \quad (6)$$

c) Eje directo del devanado amortiguador.

$$\Psi_{1d} = -X_{1ad}i_a - X_{1bd}i_b - X_{1cd}i_c + X_{fd}i_{fd} + X_{11d}i_{1d} + X_{12d}i_{2d} + \dots + X_{1dq}i_{1q} + X_{12q}i_{2q} + \dots \quad (7)$$

d) Eje de cuadratura del Devanado Amortiguador

$$\Psi_{1q} = X_{1aq}i_a - X_{1bq}i_b - X_{1cq}i_c + X_{1qfd}i_{fd} + X_{1q1d}i_{1d} + X_{1q2d}i_{2d} + \dots + X_{11q}i_{11q} + X_{12q}i_{12q} + \dots \quad (8)$$

e) Relación de Inductancias

La antoinductancia de la Armadura

La antoinductancia del devanado de armadura varia periódicamente desde un máximo cuando el eje polar está en línea con el eje de la fase a un valor mínimo cuando el eje del interpolar (o eje de cuadratura) está en línea con el eje de la fase.

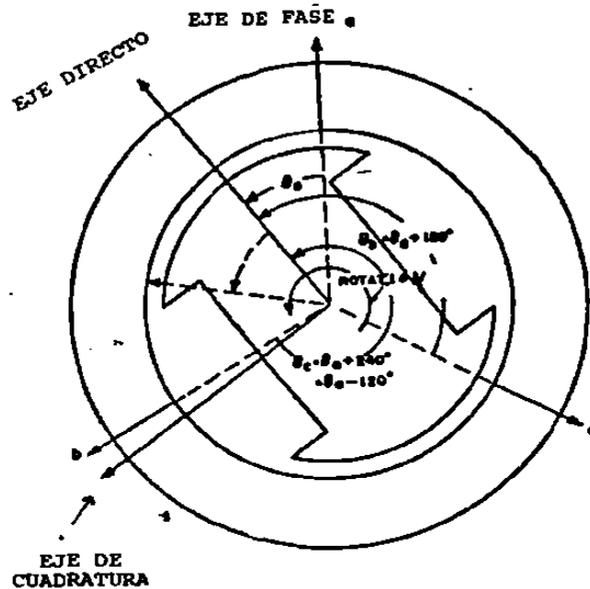


Figura III.2

Porque de la Simetría del rotor, la inductancia debe tener un período de 180° grados eléctricos y debe ser expresado por una serie de cosenos pares armónicos de ángulo.

Esto demostrará que bajo la suposición de un devanado distribuido sinusoidalmente solamente el primero de los dos términos de la serie son significativos.

$$X_{aa} = X_{aa0} + X_{aa2} \cos 2\theta_a$$

(9)

Dónde θ_a es el ángulo del eje directo desde el eje de la fase a medida en la dirección de la rotación del rotor. A razón de que el devanado esta distribuido sinusoidalmente, la corriente en la fase a produce un espacio de fmm en el entrehierro el cual es solamente un tramo tan grande como el rotor concerniente.

Esto permite convenientemente que sea descompuesto esto en componentes proporcionales a $(\cos\theta_a)$ y $(-\text{sen}\theta_a)$, actuando en el eje directo y en el eje de cuadratura respectivamente, (ver Figura # III.2). Estos componentes de fuerza magnetomotriz producen componentes correspondientes de flujo teniendo componentes espaciados de onda fundamental de magnitud $(\phi_d = P_d \cos \theta_a)$ y $(\phi_q = P_q \text{sen} \theta_a)$ Dónde P_d y P_q son proporcionales a el coeficiente de permeabilidad efectiva en el eje directo y en el eje de cuadratura respectivamente. Componentes espaciadas de armónicas de flujo también son producidas, pero dado que ellas no enlazan al estator, esto no nos interesa ahora. El enlazamiento con la fase a causada por este flujo es entonces proporcional a (ver Figura # III.2).

$$\phi_d \cos \theta_a - \phi_q \text{sen} \theta_a = P_d \cos^2 \theta_a + P_q \sin^2 \theta_a = \frac{P_d + P_q}{2} + \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2\theta_a = A + B \cos 2\theta_a$$

(10)

Hay también algo de flujo enlazado con la fase a que no enlaza el rotor.

Este flujo se agrega solamente a el termino constante A de la Ec. 10 tanto que la inductancia permanece de la forma de la ecuación q.

Similarmente

$$X_{bb} = X_{aa0} + X_{aa2} \cos 2\theta_b$$

$$X_{cc} = X_{aa0} + X_{aa2} \cos 2\theta_c$$

(11)

dónde

$$\begin{aligned}\theta_a &= \theta \\ \theta_b &= \theta - 120^\circ \\ \theta_c &= \theta + 120^\circ\end{aligned}\quad (12)$$

b) Inducción Mutua de la Armadura

$$\begin{aligned}\phi_d &= P_d \cos \theta_a \\ \phi_q &= -P_q \sin \theta_a\end{aligned}\quad (13)$$

Para determinar la forma de la inductancia mutua entre, las fases a y b, se permite reconocer que allí habrá una componente de flujo mutua que no enlaza el rotor y entonces se concluye que es independiente del ángulo. Entonces es considerada la corriente en la fase a, las componentes del flujo del entrehierro son, como antes, proporcional a $\theta_d = P_d \cos \theta_a$ y $\theta_q = -P_q \sin \theta_a$ y el enlace con la fase b tratando a estas componentes, es proporcional a:

$$\begin{aligned}\phi_d \cos \theta_b - \phi_q \sin \theta_b &= P_d \cos \theta_a \cos \theta_b + P_q \sin \theta_a \sin \theta_b \\ &= P_d \cos \theta \cos (\theta - 120) + P_q \sin \theta \sin (\theta - 120^\circ) \\ &= \frac{P_d + P_q}{4} + \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2 (\theta - 60^\circ) \\ &= -\frac{1}{2} A + B \cos 2 (\theta - 60^\circ) \\ &= -\left[\frac{1}{2} A + B \cos 2 (\theta + 30^\circ)\right]\end{aligned}$$

La inductancia mutua total es así de la siguiente forma.

$$x_{ab} = -\{x_{abo} + x_{aa2} \cos 2(\theta + 30^\circ)\}$$

Nótese que la parte variable de la inductancia mutua es de exactamente la misma magnitud como la parte variable de la autoinductancia y que la parte constante tiene una magnitud cercana a la mitad de la parte constante de la autoinductancia. Ahora se sabe la respuesta, esto permitirá ver obviamente desde las consideraciones de simetría que la inductancia mutua ab debe tener un máximo (negativo) cuando el eje polar esta alineado 30° atrás de la fase a ó 30° adelante de la fase b, y un mínimo (negativo) cuando esto es a mitad de camino entre las dos fases. Se tiene también que actuar con criterio tomando una oportunidad para que los términos de las mas altas armónicas no deben de aparecer en la inductancia mutua dado que se debe tener criterio tomando oportunidad para que la armónica mas alta no aparezca en la inductancia mutua dado que ellas son eliminadas fuera de la autoinductancia.

Finalmente, se pueden escribir todas las inductancias mutuas del estator como :

$$\begin{aligned} X_{ab} &= X_{ba} = -\{X_{abo} + X_{aa2} \cos 2(\theta+30^\circ)\} \\ X_{bc} &= X_{cb} = -\{X_{abo} + X_{aa2} \cos 2(\theta-90^\circ)\} \\ X_{ca} &= X_{ac} = -\{X_{abo} + X_{aa2} \cos 2(\theta+150^\circ)\} \end{aligned} \quad (14)$$

c) Autoinductancia del rotor.

Hasta ahora no se ha considerado los efectos de las ranuras del estator y de su saturación; todas las autoinductancias del rotor, etc. son constantes.

d) Inductancia Mutua del Rotor.

Todas las Inductancias mutuas entre dos circuitos cualquiera, ambos en el eje de cuadratura, son constantes y por supuesto

Por la simetría del rotor no hay inductancia mutua entre cualquier circuito de eje directo o circuito de eje de cuadratura Así :

$$(15) \quad X_{f1q} = X_{f2q} = X_{1d1q} = X_{1d2q} = X_{1qfd} = X_{1q1d} = X_{1q2d} = 0$$

e) Inductancia Mutua entre el circuito del estator y del rotor por la consideración de la corriente en cada devanado del rotor en turno y recordando que solamente la componente de un espacio de la onda fundamental de flujo producido, enlazara la distribución sinusoidal del estator, se observa que las inductancias mutuas para todos los estatores rotores verían sinusoidalmente con el ángulo y que ellos son valores máximos cuando las dos bobinas en cuestión están en línea. Así :

$$\begin{aligned} X_{afd} &= X_{fad} = X_{afd} \cos \theta \\ X_{bfd} &= X_{fbd} = X_{afd} \cos (\theta - 120^\circ) \\ X_{cfd} &= X_{fcd} = X_{afd} \cos (\theta + 120^\circ) \\ X_{ald} &= X_{lad} = X_{ald} \cos \theta \\ X_{bld} &= X_{lbd} = X_{ald} \cos (\theta - 120^\circ) \\ X_{cld} &= X_{lcd} = X_{ald} \cos (\theta + 120^\circ) \\ X_{alq} &= X_{laq} = -X_{alq} \sin \theta \\ X_{blq} &= X_{lbq} = -X_{alq} \sin (\theta - 120^\circ) \\ X_{clq} &= X_{lcq} = -X_{alq} \sin (\theta + 120^\circ) \end{aligned} \quad (16)$$

III.3) TRANSFORMACION DE ECUACIONES

Utilizando las relaciones de ecuaciones # 16, de inductancia mutua se permite reescribir el flujo enlazado dado por la ecuación. 6,7 y 8 como.

A) CAMPO

$$\Psi_{fd} = -X_{afd}[i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta - 120^\circ) + i_c \cos(\theta + 120^\circ)] + X_{ffd}i_{fd} + X_{fd1d}i_{1d} + X_{fd2d}i_{2d} + \dots \quad (17)$$

B) DEVANADO AMORTIGUADOR EN EL EJE DIRECTO

$$\Psi_{1d} = -X_{a1d}[i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta - 120^\circ) + i_c \cos(\theta + 120^\circ)] + X_{1fd}i_{fd} + X_{11d}i_{1d} + X_{12d}i_{2d} + \dots \quad (18)$$

C) DEVANADO AMORTIGUADOR EN EL EJE DE CUADRATURA

$$\Psi_{1q} = +X_{a1q}[i_a \sin \theta + i_b \sin(\theta - 120^\circ) + i_c \sin(\theta + 120^\circ)] + X_{11q}i_{1q} + X_{12q}i_{2q} + \dots \text{etc} \quad (19)$$

La forma de estas ecuaciones sugieren que ellas puedan simplificarse por la substitución de nuevas variables i_d , i_q , i_o definidas por las relaciones :

$$i_d = \frac{2}{3} [i_a \cos \theta + i_b \cos(\theta - 120^\circ) + i_c \cos(\theta + 120^\circ)] \quad (20)$$

$$i_q = -\frac{2}{3} [i_a \sin \theta + i_b \sin(\theta - 120^\circ) + i_c \sin(\theta + 120^\circ)]$$

$$i_o = +\frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c)$$

Por referencia a la Figura # III.2 inspeccionando las ecuaciones 17, 18, y 19 se observa que i_d y i_q son proporcionales a las componentes de la FMM. en el eje directo y el eje de cuadratura, respectivamente, producido por la resultante de todas las tres corrientes de armadura i_a , i_b e i_c . El factor $2/3$ es introducido tanto que, para balancear las corrientes de fase de cualquier magnitud dada, máximo el valor de i_d y i_q como la fase de las corrientes es variada y será de la misma magnitud. La máxima magnitud de cualquiera de las corrientes de fase bajo estas condiciones balanceadas serán dadas por también será lo mismo.

$$\sqrt{i_d^2 + i_q^2}$$

La corriente i_o es introducida a partir de que si las tres corrientes i_a , i_b , y i_c estarán listas para ser eliminadas, en general 3 variables substitutas serán requeridas i_o es la corriente convencional de fase cero de la teoría de componentes simétricas, y, si solo i_o existe (i.e., si $i_a = i_b = i_c$), las ecuaciones 17, 18 y 19, mostraran que el flujo no enlaza el rotor.

Sustituyendo las relaciones 20 en las ecuaciones 17, 18 y 19, se obtiene, para el circuito del rotor el flujo enlazado es:

$$\Psi_{fd} = -\frac{3}{2}X_{afd}i_d + X_{ffd}i_{fd}i_{fd} + X_{f1d}i_{1d} + \dots \quad (21)$$

$$\Psi_{1d} = -\frac{3}{2}X_{a1d}i_d + X_{1fd}i_{fd} + X_{11d}i_{1d} + X_{12d}i_{2d} + \dots$$

$$\Psi_{1d} = -\frac{3}{2}X_{a1q}i_q + X_{11q}i_{1q} + X_{12q}i_{2q} + \dots, etc$$

Ahora, las ecuaciones 9, 11, 14 y 16 son substituidas por la ecuación 5 para el enlace de flujo en la armadura para obtener.

$$\Psi_a = -X_{aa0}i_a + X_{abo}(i_b + i_c) - X_{aa2}i_a \cos 2\theta + X_{aa2}i_b \cos 2(\theta + 30^\circ) + X_{aa2}i_c \cos 2(\theta + 150^\circ) + (X_{afd}i_{fd} + X_{a1d}i_{1d} + X_{a2d}i_{2d} + \dots) \cos \theta - (X_{a1q}i_{1q} + X_{a2q}i_{2q} + \dots)$$

$$\Psi_b = -X_{aa0}i_b + X_{abo}(i_c + i_a + X_{aa2}i_a \cos 2(\theta + 30^\circ) - X_{aa2}i_b \cos 2(\theta - 120^\circ) - X_{a1q}i_{1q} + X_{a2q}i_{2q} + \dots) \sin(\theta - 120^\circ) \quad (22)$$

$$\Psi_c = -X_{aa0}i_c + X_{abo}(i_a + i_b) + X_{aa2}i_a \cos 2(\theta + 150^\circ) + X_{aa2}i_b \cos 2(\theta - 90^\circ) - X_{aa2}i_c \cos 2(\theta + 120^\circ) + (X_{afd}i_{fd} + X_{a1d}i_{1d} + X_{a2d}i_{2d} + \dots) \cos(\theta + 120^\circ) - (X_{a1q}i_{1q} + X_{a2q}i_{2q} + \dots) \sin(\theta + 120^\circ)$$

En estas ecuaciones de flujo enlazado las corrientes de fase de armadura i_a , i_b , i_c serán eliminadas favoreciendo las nuevas variables i_d , i_c , i_o , las cuales sin embargo no eliminaran las funciones trigonométricas del ángulo del rotor en este caso. Las formas de las nuevas ecuaciones sugieren que una simplificación puede ser efectuada por definición, similarmente para i_d , i_q , i_o y

tres enlaces nuevos de flujo y .

$$\psi_d = \frac{2}{3} [(\psi_a \cos \theta + \psi_b \cos (\theta - 120^\circ) + \psi_c \cos (\theta + 120^\circ))]$$

$$\psi_q = -\frac{2}{3} [\psi_a \sin \theta + \psi_b \sin (\theta - 120^\circ) + \psi_c \sin (\theta + 120^\circ)]$$

(23)

$$\psi_o = \frac{1}{3} (\psi_a + \psi_b + \psi_c)$$

Ahora, si la ecuación es 22 está sustituida en las ecuaciones 23 y las reducciones trigonométrica propias están hechas. Se puede obtener relativamente una relación simple :

$$\psi_d = -(X_{aao} + X_{abo} + \frac{3}{2} X_{aa2} i_{id} + X_{afd} i_{fd} + X_{aid} i_{id} + X_{a2d} i_{2d} + \dots)$$

(24)

$$\psi_q = -(X_{aao} + X_{abo} - \frac{3}{2} X_{aa2} i_q + X_{a1q} + X_{a2q} i_{a2q} + \dots)$$

$$\psi_o = -(X_{aao} - 2X_{abo}) i_o$$

En la ecuación 24 se pueden arreglar como corresponde a un enlace de flujo en bobinas en movimiento con el rotor y centrados sobre el eje directo y el eje de cuadratura respectivamente. El circuito de armadura equivalente del eje directo en movimiento tiene la autoinductancia:

$$X_d = X_{aao} + X_{abo} + \frac{3}{2} X_{aa2}$$

(25)

Y el circuito equivalente del eje de cuadratura en movimiento tiene la siguiente autoinductancia.

$$X_q = X_{aao} + X_{abo} - \frac{3}{2} X_{aa2}$$

(26)

Hay también un circuito equivalente del embobinado en el eje de secuencia cero la cual tiene la autoinductancia :

$$X_o = X_{aa0} - 2X_{abo} \quad (27)$$

En la cual es completamente y magneticamente separada de todas las otras bobinas.

D) ECUACIONES DE VOLTAJE DE ARMADURA

Finalmente se puede eliminar las cantidades de fase i_a , i_b , i_c , de la ecuación 1, como ocurre ahora también. Esto puede ser fácilmente hecho por definición de nuevos voltajes e_d , e_q , y e_o . En la misma forma como las corrientes y flujos están enlazados (ecuación 20 y 23).

$$e_d = \frac{2}{3} [e_a \cos \theta + e_b \cos (\theta - 120^\circ) + e_c \cos (\theta + 120^\circ)] \quad (28)$$

$$e_q = -\frac{2}{3} [e_a \sin \theta + e_b \sin (\theta - 120^\circ) + e_c \sin (\theta + 120^\circ)]$$

$$e_o = \frac{1}{3} (e_a + e_c)$$

Por sustitución de la ecuación 1 a la ecuación 28 y utilizando la relación 20 se puede obtener :

$$e_d = \frac{2}{3} [\cos \theta p \psi_a + \cos (\theta - 120^\circ) p \psi_b + \cos (\theta + 120^\circ) p \psi_c] - r i_d \quad (29)$$

$$e_q = -\frac{2}{3} [\sin \theta p \psi_a + \sin (\theta - 120^\circ) p \psi_b + \sin (\theta + 120^\circ) p \psi_c] - r i_q$$

$$e_o = p \psi_o - r i_o$$

Las expresiones descompuestas en la ecuación 29 pueden ser evaluadas por diferenciación las primeras 2 ecuaciones de la 23 dónde :

$$p\psi_d = \frac{2}{3} [\cos\theta p\psi_a + \cos(\theta-120^\circ) p\psi_b + \cos(\theta+120^\circ) p\psi_c] - \frac{2}{3} [\psi_a \text{sen}\theta p\theta + \psi_b \text{sen}(\theta-120^\circ) p\theta + \psi_c \text{sen}(\theta+120^\circ) p\theta]$$

ó sustituyendo ψ_q de la ecuación 23

$$p\psi_d = \frac{2}{3} [\cos\theta p\psi_a + \cos(\theta-120^\circ) p\psi_b + \cos(\theta+120^\circ) p\psi_c] + \psi_q p\theta \tag{30}$$

y similarmente

$$p\psi_q = -\frac{2}{3} [\text{sen}\theta p\psi_a + \text{sen}(\theta-120^\circ) p\psi_b + \text{sen}(\theta+120^\circ) p\psi_c] - \psi_d p\theta \tag{31}$$

Así la ecuación 29 debe ser

$$e_d = p\psi_d - \psi_q p\theta - r i_d \tag{32}$$

$$e_q = p\psi_q + \psi_d p\theta - r i_q$$

$$e_o = p\psi_o - r i_o$$

Ahora nótese que esta ecuación 32 es justamente parecida a la relación original No.1 pero con la adición del término de voltaje generado o velocidad voltaje y en el voltaje de el eje directo y de cuadratura. Desde un punto de vista físico estas manipulaciones algebraicas han sido correspondientes a las especificaciones de las cantidades de armadura solamente fijas en el eje en el rotor y rotando con velocidad $p\theta$ con respecto a el eje del estator. Se debe naturalmente esperar hallar el voltaje generado también como inducido producido por este flujo enlazado rotatorio.

El juego completo de las ecuaciones de funcionamiento de la máquina ahora consisten de las ecuaciones del circuito de voltaje 32, 2, 3, y 4, y las ecuaciones del flujo enlazado 24 y 21. Por una velocidad constante del rotor estas ecuaciones son diferenciales

lineales con coeficientes constantes y aunque con velocidad variable ellas son considerablemente simples mas que el juego original de ecuaciones.

Estas ecuaciones de fase $i_a, i_b, i_c, e_a, e_b, e_c, \psi_a, \psi_b, \psi_c$ y en cualquier problema particular puede ser hallada desde las variables sustitutas i_d, i_q, i_o , etc. por solución de las relaciones 20, 23 y 28 para obtener :

$$i_a = i_d \cos \theta - i_q \operatorname{sen} \theta + i_o \quad (33)$$

$$i_b = i_d \cos (\theta - 120^\circ) - i_q \operatorname{sen} (\theta - 120^\circ) + i_o$$

$$i_c = i_d \cos (\theta + 120^\circ) - i_q \operatorname{sen} (\theta + 120^\circ) + i_o$$

(34)

$$\psi_a = \psi_d \cos \theta - \psi_q \operatorname{sen} \theta + \psi_o$$

$$\psi_b = \psi_d \cos (\theta - 120^\circ) - \psi_q \operatorname{sen} (\theta - 120^\circ) + \psi_o$$

$$\psi_c = \psi_d \cos (\theta + 120^\circ) - \psi_q \operatorname{sen} (\theta + 120^\circ) + \psi_o$$

$$e_a = e_d \cos \theta - e_q \operatorname{sen} \theta + e_o$$

$$e_b = e_d \cos (\theta - 120^\circ) - e_q \operatorname{sen} (\theta - 120^\circ) + e_o$$

(35)

$$e_c = e_d \cos (\theta + 120^\circ) - e_q \operatorname{sen} (\theta + 120^\circ) + e_o$$

Se ha dicho previamente que el voltaje de que las ecuaciones de voltaje de armadura (32) son en una forma especialmente adaptada a la solución de problemas de la máquina sincrónica de polos saliente. Sin embargo para guardar claro el concepto de lo que se ha estado haciendo, ello debe estar señalado fuera de las ecuaciones 32, no en una forma implicada de la existencia de la máquina rotatoria. Las ecuaciones 1 aplicadas a cualquiera de las tres bobinas de igual resistencia, y las relaciones 33, 34 y 35, son usadas para obtener la ecuación 32, indiferentemente, o sin tomar en cuenta de la naturaleza de cualquiera otras bobinas enlazadas con estas tres bobinas.. En el caso de la máquina de polos salientes, se ha escogido θ para que sea el ángulo de el eje directo de el rotor, adelantado de el eje de fase a, pero esta selección no es totalmente una condición necesaria para la validez de la ecuación 32. Ello es seleccionado solamente para simplificar

las relaciones de flujo enlazado.

En el caso de, por ejemplo de una red (estática) completamente simétrica, sin contener capacitores, todas las selecciones de θ (lead) atrasados para relaciones idénticas de flujo enlazado (en todos los casos mas simples que la relación originales en términos de cantidades tres fases), tanto que se pudo tomar θ igual a cualquier cosa desde $\theta = 0$ a $\theta =$ Angulo de cualquier máquina que se debe más tarde querer conectar a estas tres bobinas.

III.4) IMPEDANCIA OPERACIONAL

Dado que en muchos problemas importantes uno, está interesado primeramente en los resultados como vistos desde las terminales de armadura como por ejemplo en cálculos de las corrientes de corto circuito, ésto es conveniente escribir las ecuaciones de la máquina en un forma más compacta, eliminando las corrientes del Rotor. Esto será hecho por (1) sustituyendo las ecuaciones (21) que relacionan el flujo enlazado del Rotor, dentro de las ecuaciones de voltaje del circuito del rotor 2,3 y 4, (2) Resolviendo estas para las corrientes del rotor en términos del voltaje del campo. e_{fd} y las corrientes de armadura i_d , i_q , y (3) sustituyendo las relaciones resueltas en la relación 24 de flujo enlazado por la armadura. Esto será un poco dificultoso resolviendo varias ecuaciones simultaneas dependiendo de la complejidad del devanado amortiguador, pero es evidente que si nosotros tratamos la derivada del operador $p = d/dt$ algebraicamente será autentico que para muchos problemas dado que las relaciones de flujo enlazadas y todas las relaciones del voltaje del circuito del rotor son lineales, se debe llegar finalmente a el resultado de la forma :

$$\Psi_d = G(P) e_{fd} - x_d(p) i_d \quad (36)$$

$$\Psi_q = -x_q(p) i_q$$

$$\Psi_o = -x_o i_o$$

Dónde $G(P)$, $x_d(p)$, $x_q(p)$ son operadores expresados como funciones de la derivada del operador p . En el caso de Ψ_d , esto es bastante evidente que $G(p)$ puede obtenerse mediante la solución para Ψ_d como una función de e_{fd} con $i_d = 0$ y que $x_d(p)$ será similarmente hallada por la solución por Ψ_d como una función de con i_d con $e_{fd} = 0$.

Se debe conformar con la práctica usual y llamar $x_d(p)$, $x_q(p)$, y x_o de el eje directo, eje de cuadratura, y eje de secuencia cero de la impedancia operacional de la máquina sincrónica, aunque se piensa que el que aparece de sus definiciones como un nombre más lógico, como "inductancia operacional".

Ha sido dicho previamente que el flujo de el eje de cuadratura y el eje directo, será imaginados como unas bobinas enlazadas moviéndose con el rotor y centrado sobre el eje directo y el eje de cuadratura de la máquina. Esto junto con la forma general de las ecuaciones 2,3 y 4 y 21, vistos para sugerirse que por lo menos en ciertos casos nosotros debemos estar aptos para considerar el grupo entero de circuitos de eje directo, (o de cuadratura), como apto para representar por alguna clase de circuito equivalente estático eléctrico. Por ejemplo, exceptuando, las resistencias mutuas, ellas son muy similares a las ecuaciones de conjunto de devanados de transformador.

En ese evento el cálculo de $x_d(p)$ y $x_q(p)$ puede ser considerablemente simplificado. A menudo, una condición esencial para la existencia de un circuito equivalente estático es la reciprocidad de las coeficientes de inductancia mutua, y esta condición no es completamente satisfecha en la presente instancia.

Esto es, en las ecuaciones 21 los coeficientes de inductancia mutua entre las corrientes de armadura y el flujo enlazado del rotor son :

$$-\frac{3}{2}x_{afd'} - \frac{3}{2}x_{a1d'} - \frac{3}{2}x_{a2d'} \dots - \frac{3}{2}x_{a1q'} - \frac{3}{2}x_{a2q'}$$

....., Pero los coeficientes de la inductancia mutua entre el flujo de armadura enlazado y las corrientes del rotor son $x_{afd'}$, $x_{a1d'}$, $x_{a2d'}$, ..., $x_{a1q'}$, $x_{a2q'}$, ... Eso es, ellas son 2/3 (dos tercios) de magnitud y de signo opuesto. estas dificultades aparecen por la razón de la transformación usada para ambas corrientes y flujo enlazado, el cual fue escogido meramente para guardar las magnitudes de

$$\psi (\psi = \sqrt{\psi_d^2 + \psi_q^2})$$

y

$$i (i = \sqrt{i_d^2 + i_q^2})$$

unida por un flujo enlazado balanceado unidad ψ_a , ψ_b , ψ_c , y corrientes i_a , i_b , y i_c , respectivamente. Esto podrá fácilmente haber sido evitado por otras selecciones de ecuaciones de transformación, pero esto fue sido deseado para preservar la propiedad de magnitudes iguales. En cualquier evento, la dificultad es fácilmente resuelta también cambiando sobre las corrientes del rotor por 2/3 de factor, para obtener las relaciones de el flujo enlazado :

A) Eje Directo

$$\Psi_d = -X_d i_d + X_{afd} I_{fd} + X_{aid} I_{1d} + X_{a2d} I_{2d} + \dots \quad (37)$$

$$\Psi_{\theta fd} = -X_{afd} i_d + X_{ffd} I_{fd} + X_{f1d} I_{1d} + X_{f2d} I_{2d} + \dots$$

$$\Psi_{1d} = -X_{a1d} i_d + X_{f1d} I_{fd} + X_{11d} I_{1d} + X_{12d} I_{2d} + \dots$$

etc.

B) Eje de Cuadratura

$$\Psi_q = -X_q i_q + X_{a1q} I_{1q} + X_{a2q} I_{2q} + \dots \quad (38)$$

$$\Psi_{1q} = -X_{a1q} i_q + X_{11q} I_{1q} + X_{12q} I_{2q} + \dots$$

$$\Psi_{2q} = -X_{a2q} i_q + X_{12q} I_{1q} + X_{22q} I_{2q} + \dots$$

etc.

y las relaciones del voltaje del circuito del rotor.

C) Eje Directo (CIRCUITOS DEL ROTOR)

$$e_{fd} = p\Psi_{fd} + R_{fd} I_{fd} \quad (39)$$

$$0 = p\Psi_{1d} + R_{11d} I_{1d} + R_{12d} I_{2d} + \dots$$

$$0 = p\Psi_{2d} + R_{12d} I_{1d} + R_{22d} I_{2d} + \dots$$

etc.

D) Eje de Cuadratura (CIRCUITOS DEL ROTOR)

$$0 = p\Psi_{1q} + R_{11q} I_{1q} + R_{12q} I_{2q} + \dots \quad (40)$$

$$0 = p\Psi_{2q} + R_{12q} I_{1q} + R_{22q} I_{2q} + \dots$$

etc.

Estas ecuaciones 37, 38, 39 y 40, juntas con las ecuaciones (32) de voltaje de el circuito de armadura, ahora constituyen el conjunto completo de ecuaciones de el funcionamiento de la máquina. Las expresiones operacionales de las ecuaciones 36, $G(p)$, $x_d(p)$, y $x_q(p)$, puede ser encontrado de las ecuaciones 37-40 en exactamente la misma forma (y exactamente los mismos resultados) como obtenidos de las ecuaciones 2, 3, 4, 21 y 24. Además, ahora un circuito equivalente puede ser usado para representar y visualizar esas cantidades, como se mostrara más tarde.

Todas las inductancias y resistencias representadas por mayúsculas son las tres mitades correspondientes a las cantidades con minúsculas de las ecuaciones 2, 3, 4, 21, y 24 (por ejemplo, $x_{afd} = 3/2 x_{afd}$), y todas las corrientes del rotor representados por simbología con mayúsculas que son también terceras veces la correspondiente corrientes con minúscula (ejemplo $I_{fd} = 2/3 i_{fd}$).

III.5) TOPICOS ESPECIALES

A) CANTIDADES POR UNIDAD.

Actualmente esta multiplicación de todas las corrientes del rotor por 2/3 no es un procedimiento drástico como se podría pensar a primera vista, ya que los coeficientes de las inductancias (o reactancias) y resistencias de las máquinas sincrónicas serán especificadas generalmente con valores por unidad tanto como OHMS o HENRYS, en cualquier forma. Los valores base de la corriente de armadura y voltaje serán ordinariamente determinados por la estimación de la máquina, donde como los valores base de las corrientes del rotor están seleccionadas como para hacer la auto inductancia de la armadura, campo, y más alejado de el circuito amortiguador (en cada eje). Mas o menos de la misma magnitud, como en el circuito equivalente del transformador. Esto no es obvio en el caso presente, sin embargo, la corriente base debe ser seleccionada inversamente con respecto a las vueltas de cada circuito, como es el caso con los transformadores, por la razón de el efecto de la distribución de cada devanado en la modificación de su flujo efectivo. La base de la corriente de campo, podría ser tomada como ese valor que producirá la misma componente de espacio fundamental de flujo de entrehierro como es producido por la corriente base de armadura que es, por unidad, por corrientes trifásicas balanceadas.

$$i_a = \cos \theta$$

$$i_b = \cos (\theta - 120^\circ)$$

$$i_c = \cos (\theta + 120^\circ)$$

Similarmente, la corriente base del devanado amortiguador podrá ser tomada en ese valor que producirá la misma componente de espacio fundamental de el flujo del entrehierro como es producido por una corriente unidad de armadura i_d , cuando esta corriente del devanado amortiguador fluye en el eje directo del devanado amortiguador de 180° ángulo completo. Esto es generalmente hallado convenientemente usar, el mismo valor base para todas las corrientes del devanado amortiguador en ambos ejes, el eje directo y el eje cuadratura.

Los dos tercios del factor el cual tuvo que ser introducido dentro de las corrientes del rotor ahora hacen su propia apariencia simplemente por el factor que la proporción de la vuelta efectiva la cual debe ser usada y calculada desde la corriente de campo base (o amortiguador) a tres mitades la corriente base de armadura.

Se puede esperar la posibilidad de una proporción desde otro punto de vista, desde el factor que la corriente unidad i_d produce un entrehierro.

Exactamente $1 \frac{1}{2}$ veces tan grande como por ejemplo la unidad i_a actuando sola en el eje directo.

Esto podrá verse desde las ecuaciones 9, 10 y 11, como sigue.

Cuando el eje directo (eje polar) es puesto o alineado con la fase a, la corriente unidad i_a , produce un flujo:

$$\phi_d = P_d \cos \theta_a = P_d$$

$$\phi_q = P_q \sin \theta_a = 0$$

Por otro lado por las ecuaciones 33 la corriente de unidad i_d corresponde a la corriente de armadura $i_a = \cos \theta_a$, $i_b = \cos \theta_b$, $i_c = \cos \theta_c$, es indiferente a la posición de el rotor, y produce un flujo.

$$\phi_d = P_q (\cos^2 \theta_d + \cos^2 \theta_b + \cos^2 \theta_c) = \frac{3}{2} P_d$$

$$\phi_q = P_q (\cos \theta_a \sin \theta_a + \cos \theta_b \sin \theta_b + \cos \theta_c \sin \theta_c) = 0$$

Ahora vamos a permitirnos designar ($x_{ad}i_d$) la componente de espacio fundamental de flujo enlazado en el entrehierro producido por una corriente de armadura i_d . Entonces x_{ad} es una cantidad ligeramente menor que x_d , y ambas, la inductancia mutua X_{afd} , entre

el campo y el eje directo de armadura y la inductancia mutua X_{and} , entre el ángulo de inclinación (tal vez imaginario), circuito del devanado de amortiguador en el eje directo y en el eje directo de la armadura aproximadamente igual a X_{ad} por unidad.

En un largo número de problemas esto ha sido costumbre agrupar todos los circuitos dentro de un circuito equivalente de ángulo completo en cada eje.

En este caso, los circuitos de eje directo han sido usados generalmente con solamente una simple inductancia mutua X_{ad} entre todos los tres circuitos.

Ahora en vez de considerar los flujos del entrehierro de la máquina, los cuáles son después no del todo directamente medible, nosotros podemos ver que estas definiciones significan términos de el voltaje en terminales.

De la ecuación 32, si la máquina esta trabajando a la velocidad sincrónica ($p\theta = 1.0$) y circuito abierto ($i_d = i_q = 0$), entonces $\psi_q = \psi^o = 0$ también, y $e_d = 0$, $e_q = \psi_d$. También desde la ecuación (39) de el circuito del rotor y 40, todas las corrientes del devanado amortiguador I_{1d} , I_{2d} , etc., I_{1q} , I_{2q} son CERO y $I_{fd} = C_{fd}/R_{fd}$.

De la ecuación 37, el flujo enlazado de armadura de el eje directo es ψ_d

$$\psi_d = X_{afd} I_{fd} \quad (41)$$

Y dado que $e_q = \psi_d$ esto es evidente que para el voltaje terminal, normal de armadura $e_q = 1.0$, la corriente de campo requerida por unidad es $I_{fd} = 1/X_{afd}$, mientras que el voltaje de campo requerido por unidad es $e_{fd} = R_{fd}/X_{afd} = r_{fd}/X_{afd}$. Ahora si se sabe que el voltaje de campo en proporción si carga y la corriente en volts amperes, se tienen relaciones directas para calcular las cantidades de campo base.

Esto es, que si cuando la actual corriente de campo es I_{fo} amperes la corriente de campo por unidad es $1/X_{afd}$, la corriente de campo base es $I_{fb} = (X_{afd} I_{fo})$ amperes.

Similarmente, si el voltaje de campo actual es R_{fd}/X_{afd} , el voltaje de campo es $e_{fb} = (X_{afd} e_{fo}/R_{fd})$ volts.

Por otro lado, si las cantidades base son conocidas, la impedancia de la máquina por unidad será calculada como :

$$X_{afd} = \frac{I_{fb}}{I_{fo}}$$

$$Y \quad R_{fd} = \frac{I_{fbefo}}{I_{foefb}}$$

* La unidad de tiempo es aquella requerida para el movimiento del rotor un radian eléctrico por velocidad sincrónica. Por ejemplo, para un sistema de frecuencia normal de 60 ciclos/segs. la unidad de tiempo es $1/2\pi 60 = 1/377$ segundos.

Métodos para calcular todas las cantidades por unidad desde el diseño de los datos, son discutidos en detalle en la referencia 7.

B) PRUEBA PARA X_d Y X_q

Si las corrientes balanceadas de estado estable de armadura

$$\begin{aligned} i_a &= i \cos t \\ i_b &= i \cos (t - 120^\circ) \\ i_c &= i \cos (t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (42)$$

son aplicadas y el rotor esta otra vez por la velocidad sincrona tanto que $\theta = \theta_0 + t$ (θ_0 es la posición del rotor por el tiempo cero), Entonces

$$\begin{aligned} i_a &= i \cos (\theta - \theta_0) \\ i_b &= i \cos (\theta - \theta_0 - 120^\circ) \\ i_c &= i \cos (\theta - \theta_0 + 120^\circ) \end{aligned} \quad (43)$$

Y, por las ecuaciones 20,

$$\begin{aligned} i_d &= i \cos \theta_0 \\ i_q &= -i \sin \theta_0 \\ i_0 &= 0 \end{aligned} \quad (44)$$

Los flujos de armadura enlazados son:

$$\psi_d = -x_d i \cos \theta_0 \quad (45)$$

$$\psi_q = +x_q i \sin \theta_0$$

$$\psi_0 = 0$$

y el voltaje en terminales, con la resistencia de armadura faltante r_a , por las ecuaciones 32,

$$\begin{aligned} e_d &= - \psi_q = - x_q i \text{ sen } \theta_0 \\ e_q &= + \psi_d = - x_d i \text{ cos } \theta_0 \\ e_0 &= 0 \end{aligned} \tag{46}$$

De las ecuaciones 35, el voltaje de fase a es $e_a = - x_q i \text{ sen } \theta_0 \text{ cos } \theta_0 + x_d i \text{ cos } \theta_0 \text{ sen } \theta_0$ (47)

Así, si se cambia θ_0 despacio desde cero a 90° , e_a cambia desde $e_a = + x_d i \text{ Sen } t$ a $e_a = + x_q i \text{ sen } t$.

Los otros dos voltajes de fase, e_b y e_c , también verían en la misma forma y el flujo enlazado también (por las ecuaciones 45 y 34).

Los ejes directos y de cuadratura en estado estable, ó reactancias sincrónicas de una máquina podrán ser medidas en esta forma por suministro de las terminales de un manejo sincrónico y máquina no excitada con voltajes balanceados y lentamente variando el ángulo de la fase del rotor θ_0 .

Esto es lo llamado prueba de deslizamiento, pero se debe notar que la razón de que la resistencia de campo es pequeña, la hoja o el papel debe ser prácticamente insignificante para ser conseguido

C) PRUEBA DE CORTO CIRCUITO PARA x_d .

Otra forma de medir la reactancia de armadura x_d en el eje directo x_d es de las medidas de los voltajes de armadura de circuito abierto en estado estable y corrientes de corto circuito.

Con el voltaje de excitación de campo fijo e_{fd} , las corrientes de campo es, por la ecuación 2,

$$i_{fd} = \frac{e_{fd}}{R_{fd}}$$

o por la ecuación (39)

$$I_{fd} = \frac{e_{fd}}{R_{fd}}$$

La resistencia de armadura es usualmente menor que 1 por ciento, mientras el estado estable de las reactancias de armadura son del orden de magnitud del 100% por ciento.

Todas las corrientes del devanado amortiguador son evidentemente igual a cero. Sobre el circuito abierto, el flujo enlazado de armadura son, por la ecuación 24,

$$\psi_d = X_{afd} i_{fd} = \frac{X_{afd}}{r_{fd}} e_{fd}$$

$$\psi_q = \psi_0 = 0$$

o por la ecuación 37

$$\psi_d = X_{afd} I_{fd} = \frac{X_{afd}}{R_{fd}} e_{fd}$$

Los voltajes de terminales de armadura son, por las ecuaciones 32,

$$\begin{aligned} e_d &= 0 \\ e_q &= \frac{X_{afd}}{r_{fd}} e_{fd} = \frac{X_{afd}}{R_{fd}} e_{fd} = E \quad (48) \\ e_0 &= 0 \end{aligned}$$

Dónde E es introducido por conveniencia y podrá ser considerado como la medida de excitación del campo en términos de el voltaje en terminales que esto debería producir sobre un circuito abierto, con operación de velocidad normal. Nótese también que E es el campo de excitación como normalmente se usa en el diagrama vectorial en estado estable, y aún para muchos problemas transitorios, en aquellos casos dónde el efecto de el devanado amortiguador puede ser ambos despreciables.

Si la excitación de Campo es dada como E ampliamente que Efd, ello es evidente que la primera ecuación 36 puede todavía ser escrita en la forma $\psi_d = G(P)E - X_d(P) i_d$, dónde ahora $G(0) = 1.0$ instantáneamente en vez de X_{afd}/r_{fd} para un voltaje en terminales ($e_q = E = 1.0$) el voltaje de campo debe ser $e_{fd} = r_{fd}/X_{afd}$.

Sobre el corto circuito $e_d = e_q = 0$, y con una despreciable resistencia de armadura $r_d = r_q = 0$. Entonces las ecuaciones 37 y 38 dan

$$i_q = 0$$

$$i_d = \frac{X_{afd}}{x_d} \quad I_{fd} = \frac{X_{afd}}{x_d} \frac{e_{fd}}{R_{fd}} = \frac{e_q}{x_d} = \frac{E}{x_d} \quad (49)$$

Así X_d será hallada desde el radio de el voltaje de circuito abierto de el estado estable a la corriente de corto circuito de el estado estable, despreciando la saturación.

Actualmente esto es hallado convenientemente para calcular X_d como

el radio de la corriente de Campo $I_{fd} = \frac{x_d}{X_{afd}}$ requerida para producir una unidad de voltaje (por ecuación 49) sobre un corto circuito para una corriente de campo con $I_{fd} = \frac{1}{X_{afd}}$ requerida para producir un voltaje en terminales unitario sobre un circuito abierto. Este radio es directamente proporcional a la reactancia por unidad.

D) REACTANCIA DE SECUENCIA CERO

La reactancia de armadura de secuencia cero puede ser medida (midiendo las corrientes $i_a = i_b = i_c = i \cos t$ y por las ecuaciones 20 ó 36, $i_d = i_q = 0$, y $i_0 = i \cos t$).

Entonces, por las ecuaciones 36, $\psi_d = \psi_q = 0$ y $\psi_0 = -x_0 i \cos t$. Las ecuaciones 32 ahora resultan en $e_d = e_f = 0$, y $e_0 = +x_0 i \sin t + r i \cos t$. Nótese que ahora la resistencia de armadura puede no ser insignificante (A través de esto es probable que esto sea) dado que la reactancia de secuencia cero x_0 es tan pequeña (3-10%) comparada a x_d o x_q .

E) POTENCIA DE SALIDA

La potencia instantánea de salida en por unidad de la máquina sincrónica de 3 fases es dada por

$$P = 2/3 (e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c). \quad (50)$$

Dónde el factor 2/3 es introducida tanto que con operación balanceada por factor de potencia unitario y con los voltajes y corrientes de magnitud unidad, la potencia de salida es la unidad.

La potencia esta saliendo tanto que la de entrada es la razón de la definición original de el símbolo de la corriente de armadura (ver ecuación 1).

Ahora eliminaremos las cantidades de fase por substitución de las ecuaciones 33 y 35. Se obtiene la potencia en términos de eje directo y de cuadratura, y cantidades de eje cero como :

$$P = e_d i_d + e_q i_q + 2e_0 i_0 \quad (51)$$

Para corriente balanceada voltaje de magnitud unidad

$$\sqrt{e_d^2 + e_q^2} = \sqrt{i_d^2} = 1.0$$

y de el factor de potencia unidad ($i_q/i_d = e_q/e_d$), la potencia es otra vez unidad.

Como un ejemplo se debe considerar la potencia de estado estable alimentado dentro de una red de impedancia insignificante (un bus infinito) y con voltaje de magnitud e. Supóngase el voltaje del circuito abierto $E[E=(x_{afd}/r_{fd}) e_{fd}$ como en la ecuación 48] de la máquina sincrona que esta adelante de el correspondiente bus de voltaje por un ángulo constante δ . (52)

Esto es si por las ecuaciones (35) de los voltajes del circuito abierto que son:

$$\begin{aligned} e_a &= - E \text{ SEN } \theta \\ e_b &= - E \text{ SEN } (\theta - 120^\circ) \\ e_c &= - E \text{ SEN } (\theta + 120^\circ) \end{aligned} \quad (52)$$

Entonces los sistemas de voltaje son :

$$\begin{aligned} e_a &= -e \text{ sen } (\theta - \delta) = + e \text{ sen } (\delta - \theta) \\ e_b &= - e \text{ sen } (\theta - \delta - 120^\circ) = + e \text{ sen } (\delta - \theta + 120^\circ) \\ e_c &= - e \text{ sen } (\theta - \delta + 120^\circ) = + e \text{ sen } (\delta - \theta - 120^\circ) \end{aligned}$$

o, (expandiendo) los senos

$$\begin{aligned} e_a &= e \text{ sen } \delta \text{ cos } \theta - e \text{ cos } \delta \text{ sen } \theta \\ e_b &= e \text{ sen } \delta \text{ cos } (\theta - 120^\circ) - e \text{ cos } \delta \text{ sen } (\theta - 120^\circ) \\ e_c &= e \text{ sen } \delta \text{ cos } (\theta + 120^\circ) - e \text{ cos } \delta \text{ sen } (\theta + 120^\circ) \end{aligned}$$

De dónde se concluye, por comparación con la ecuación 35, y se puede ver que

$$\begin{aligned} e_d &= e \sin \delta \\ e_q &= e \cos \delta \\ e_0 &= 0 \end{aligned} \tag{53}$$

En las corrientes de estado estable i_d y i_q pueden ser halladas de la ecuación 32:

$$\begin{aligned} e_d &= -\psi_q - r i_d \\ e_q &= +\psi_d - r i_q \end{aligned} \tag{54}$$

Dónde, por la ecuación 37 y 38

$$\psi_d = + X_{afd} I_{fd} - x_d i_d$$

por la ecuación 39,

$$\psi_d = + \left(\frac{X_{afd}}{R_{fd}} \right) e_{fd} - x_d i_d$$

por la ecuación (48) $\psi_d = E - x_d i_d$

$$\psi_q = - x_q i_q \tag{55}$$

Entonces

$$\begin{aligned} e_d &= x_q i_q - r i_d \\ e_q &= E - x_d i_d - r i_q \end{aligned} \tag{56}$$

$$i_d = \frac{-r e_d + x_q (E - e_q)}{x_d x_q + r^2}$$

(57)

$$i_q = \frac{+x_d e_d + r (E - e_q)}{x_d x_q + r^2}$$

En términos del voltaje del bus el voltaje e dado por la ecuación 53 las corrientes son:

$$i_d = \frac{-re \operatorname{sen} \delta + x_q (E - e \cos \delta)}{x_d x_q + r^2}$$

$$i_q = \frac{+x_d e \operatorname{sen} \delta + r (E - e \cos \delta)}{x_d x_q + r^2}$$
(58)

la potencia de salida es por la ecuación 51

$$P = e_d i_d + e_q i_q + 2 e_0 i_0$$

$$= \frac{-re_d^2 + x_q (Ee_d - e_q e_d) + x_d e_d e_q + r (Ee_q - e_q^2)}{x_d x_q + r^2}$$

O por agrupando y usando las ecuaciones 53,

$$P = \frac{Ee(x_q \operatorname{sen} \delta + r \cos \delta) - re^2 + \frac{e^2}{2} (x_d - x_q) \operatorname{sen} 2\delta}{x_d x_q + r^2}$$

(59)

La potencia de entrada puede ser contabilizada por adición a la P las pérdidas de armadura $i^2 R$. Estas pérdidas de Armadura son (ver las ecuaciones 33):

$$2/3r(i_a^2 + i_b^2 + i_c^2) = r(i_d^2 + i_q^2 + 2i_0^2)$$

Dado que la máquina esta operando por la velocidad sincrona, la potencia de entrada por unidad es numéricamente igual a el torque. Si la resistencia de armadura es despreciable ($r = 0$) la relación de potencia se reduce a :

$$P = \frac{Ee}{x_d} \operatorname{sen} \delta + \frac{(x_d - x_q)}{2x_d x_q} e^2 \operatorname{sen} 2\delta$$
(60)

Esto es por supuesto el torque de estado estable también en por unidad, dado que la velocidad del rotor es la unidad y dado que las pérdidas han sido despreciables.

F) TORQUE

Una expresión general para el torque, valida bajo ambos transitorios y condiciones de estado estable, pueden ser derivados en dos caminos: primero, usando la expresión para potencia (ecuación 51), y segundo, directamente de una consideración de las fuerzas actuando sobre los conductores de armadura.

La potencia de salida es:

$$P = e_d i_d + e_q i_q + 2e_0 i_0 \quad (51)$$

Por las ecuaciones 32, e_d , e_q , y e_0 puede ser eliminado para obtener

$$P = i_d (P \psi_d - \psi_q P\theta - r i_d) \\ + i_q (P \psi_q + \psi_d P\theta - r i_q) + 2i_0 (P \psi_0 - r i_0)$$

ó

$$P = (i_d P \psi_d + i_q P \psi_q + 2i_0 P \psi_0) + (i_q \psi_d - i_d \psi_q)P\theta \\ - r (i_d^2 + i_q^2 + 2i_0^2) \quad (61)$$

Esta ecuación puede ser interpretada como (Potencia de Salida Neta) = (Razón de decremento de energía magnética de armadura) + (Potencia transferida a través del aire) - (Pérdidas por resistencia en la armadura).

De esto es evidente que por división la potencia en el entrehierro (El segundo término sobre el lado derecho de la ecuación (61) por la velocidad del rotor ($P\theta$), se puede obtener el torque T como $T = i_q \psi_d - i_d \psi_q$.

(62)

Para la operación balanceada de la velocidad normal sin pérdidas de armadura se puede escribir $\psi_d = e_q$ y $\psi_q = -e_d$ de la ec. (32) dónde el torque es $T = i_q e_q + i_d e_d$

(63)

Las cuales checka la ec. (51) como esto debiera. Incidentalmente, esto tiene también demostrado que el torque definido por la ecuación (63) es una unidad por unidad de carga y velocidad.

Por el segundo método se debe considerar que hay una onda distribuida de flujo alrededor de el entrehierro de la máquina teniendo una densidad proporcional a B, dónde :

$$B = \psi_{ad} \cos \gamma + \psi_{aq} \cos (\gamma - 90^\circ) \\ = \psi_{ad} \cos \gamma + \psi_{aq} \sen \gamma \quad (64)$$

Dónde γ es un ángulo medido desde el eje directo en la dirección de rotación en la Figura # III.2 y x_{ad} y x_{aq} son los componentes de el espacio fundamental de el flujo del entrehierro. i_{ad} y i_{aq} son obtenidos por substitución x_{ad} y x_{aq} para x_d y x_q , respectivamente en las ecuaciones 37 y 38 para ψ_d y ψ_q .

Eso es, que ellos no incluyen la pérdida de enlace de flujo $-x_1 i_d$ y $-x_1 i_d$ y $-x_1 i_q$ (dónde $x_1 = x_d - x_{ad} = x_q - x_{aq}$) Dónde no se enlaza a el rotor.

Revisando las derivaciones de las ecuaciones 9, 11, y 14 las cuáles mostraran mas claramente el significado de la pérdida de reactancia.

Similarmente, por la consideración de la distribución de el espacio, fundamental de corriente de armadura solo en el entrehierro, se puede obtener una expresión para la distribución de la densidad de corriente

$$\begin{aligned} i &= i_d \sin \gamma + i_q \sin (\gamma - 90) \\ &= i_d \sin \gamma - i_q \cos \gamma \end{aligned} \quad (65)$$

Se ha escogido dentro de el papel en la figura 5 como positivo y para recordar también que la i_d positiva y i_q , producen enlaces de flujo negativos.

El torque es proporcional a la fuerza total actuando sobre la corriente de armadura y así a la integral desde 0 a 2π de el producto (Bi)

$$T \propto \int_{\gamma=0}^{\gamma=2\pi} i B d\gamma = \int_{\gamma=0}^{\gamma=2\pi} (i_d \sin \gamma - i_q \cos \gamma) (\psi_{ad} \cos \gamma + \psi_{aq} \sin \gamma) d\gamma$$

$$T \propto \pi (i_d \psi_{aq} - i_q \psi_{ad})$$

Dado que la corriente positiva fue escogida dentro del papel en la figura 5. y densidad de flujo positiva y es directamente radial, la fuerza positiva actuando sobre la armadura directamente en la dirección de la rotación. También la constante k puede ser desconsiderada o despreciada puesto que se ha referido solamente con proporcionalidades. En efecto entonces se ha hallado una fórmula para el torque:

$$T = i_q \psi_{ad} - i_d \psi_{aq}$$

$$(66)$$

Ahora, dado que

$$\Psi_{ad} = \Psi_d + X_l i_d$$

Y

$$\Psi_{aq} = \Psi_q + X_l i_q$$

donde se puede escribir

$$T = i_q (\Psi_d + X_l i_d) - i_d (\Psi_q + X_l i_q) = i_q \Psi_d - i_d \Psi_q$$

(62)

Se puede observar que cualquier par de cantidades Ki_d , Ki_q puede ser añadida a ψ_d Y ψ_q respectivamente si afectar el torque.

En el caso de una máquina con rotor magnético circular, por ejemplo en el cual $x_d = x_q$, K siempre será tomada igual a x_d .

Entonces las corrientes del devanado del estator i_d y i_q son eliminadas de el enlace de flujo, tanto que ello dependerá solamente de las corrientes del rotor.

Esto corresponde a la ausencia de lo llamado Reluctancia del torque.

CAPITULO IV
ANALISIS TEORICO DE POTENCIAS ELECTRICAS.

IV.1) INTRODUCCION

El comportamiento de cualquier elemento en un circuito eléctrico, en cuanto si entrega ó recibe energía, es de primordial importancia; pues se considera activo ó pasivo, en el manejo de su potencia instantánea, respectivamente.

Puesto que el voltaje instantáneo $v(t)$ es función del tiempo y de igual forma es la corriente instantánea $i(t)$.

El producto del voltaje por la corriente resultante en una red es denominado potencia instantánea $p(t)$. Siendo entonces que:

$$p(t) = v(t) i(t)$$

La potencia puede asumir valores positivos y negativos dependiendo del intervalo de tiempo en consideración.

Un valor positivo de $p(t)$ indica una transferencia de energía desde la fuente hacia la red, mientras que un valor negativo de $p(t)$ corresponde a una transferencia de energía desde la fuente hacia la carga.

A) Potencia instantánea en un Circuito de Corriente Directa.

Si se considera un circuito elemental que conste de una impedancia sujeta a una diferencia de potencial o voltaje entre sus extremos. Tal como se muestra en la Figura # IV.1 a continuación.

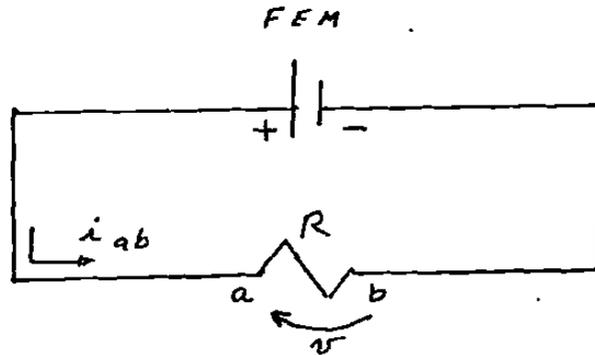


FIGURA # IV.1

Por convención la cabeza de la flecha del voltaje apunta hacia el punto de mayor potencial y se establece que la corriente fluya desde un punto de potencial mayor hacia otro menor.

Aplicando la Ley de Ohm, en el circuito anterior, resulta que

$$i_{ab} = \frac{V}{R}$$

En cualquier instante de tiempo se tiene entonces una potencia instantánea, como :

$$p = v i_{ab}$$

Considerando que el signo de p indica si el elemento genera ó consume potencia, se tiene la siguiente Figura # IV.2 de enseguida

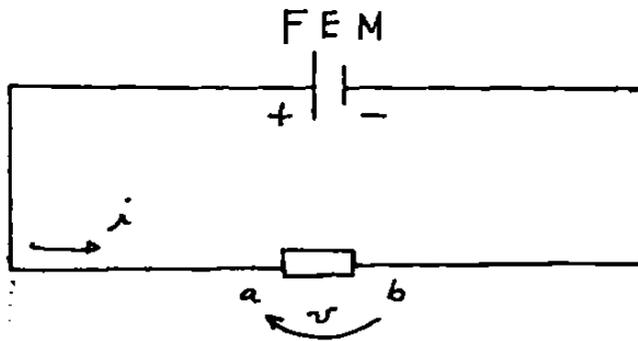


FIGURA # IV.2

En el elemento mostrado por la Figura # IV.2, se consume potencia; dado que la corriente fluye desde el extremo de potencial más alto hacia el extremo de potencial más bajo.

Ahora en la Figura # IV.3, correspondiente se puede notar que el elemento a considerar entrega potencia; dado que la corriente fluye desde el extremo de potencial más bajo hacia el extremo de potencial más alto.

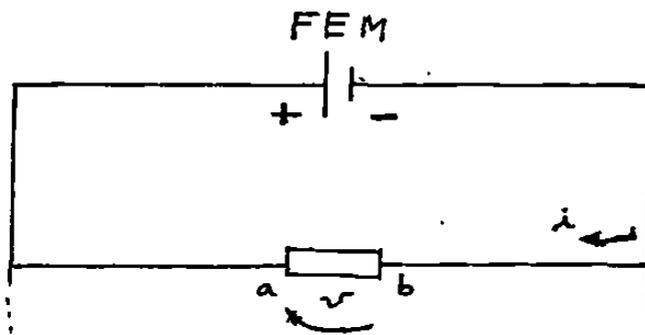


FIGURA # IV.3

B) Potencia instantánea en un circuito de corriente alterna.

Si se tratara del caso ideal donde una red pasiva consistiera solamente de un elemento inductivo puro y se le aplicara un voltaje sinusoidal de la forma siguiente :

$$v = V_M \text{ sen } \omega t$$

La corriente resultante tendría una forma como ésta :

$$i = I_M \text{ sen } (\omega t - 90^\circ)$$

Entonces la potencia instantánea en cualquier tiempo será así:

$$p = v i = V_M I_M \text{ sen } \omega t \text{ sen } (\omega t - 90^\circ)$$

Y cómo de la trigonometría, se tiene la identidad de enseguida:

$$\text{Sen } (\omega t - 90^\circ) = - \text{cos } \omega t$$

Además esta otra también :

$$2 \text{ Sen } \alpha \text{ cos } \alpha = \text{Sen } 2\alpha$$

Se puede tener que :

$$p = - \frac{1}{2} V_M I_M \text{ Sen } 2\omega t$$

Lo anterior se ilustra en la Figura # IV.4, dónde se muestra el caso inductivo puro.

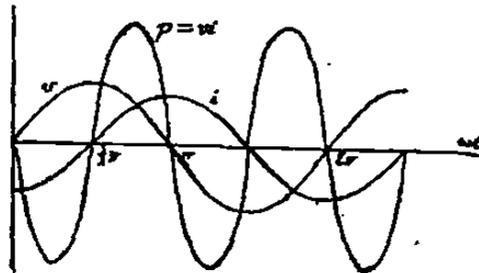
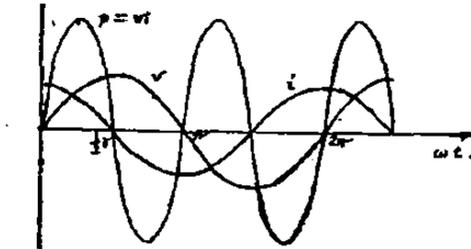


FIGURA # IV.4

Cuando v e i son ambos positivos, la potencia instantánea es positiva, siendo la energía transferida desde la fuente hacia el elemento inductivo. Y cuando v e i son opuestos en signo, la potencia instantánea es negativa, estando entonces la energía retornando del elemento inductivo hacia la fuente. Nótese que la frecuencia de la potencia es el doble de la del voltaje y la corriente; y que en un ciclo entero el valor promedio es nulo.

Si se tratara del caso ideal dónde una red pasiva consistiera solamente de un elemento capacitivo puro, un resultado análogo sería obtenido. La Figura # IV.5, ilustra esta situación.



■ FIGURA # IV.5

Si se tratara del caso ideal dónde una red pasiva consistiera solamente de un elemento resistivo puro, ocurriría algo así. La Figura # IV.6, ilustra esta situación.

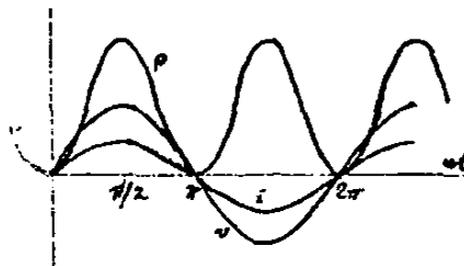


FIGURA # IV.6

La figura anterior muestra la utilización de un voltaje, como:

$$v = V_M \text{ Sen } wt$$

Que aplicado a un elemento resistivo ocasiona una corriente como :

$$i = I_M \text{ Sen } wt$$

Dando la potencia instantánea siguiente :

$$p = v i = V_M I_M \text{ Sen}^2 wt$$

Puesto que $\text{Sen}^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha)$, se tiene entonces que :

$$p = \frac{1}{2} V_M I_M (1 - \cos 2wt)$$

Aquí también se nota que la potencia tiene una frecuencia de dos veces, respecto a la frecuencia de voltaje y corriente.

Sin embargo la potencia es siempre positiva y varía desde cero hasta un máximo valor de $V_M I_M$.- El valor promedio es pues de $\frac{1}{2} V_M I_M$.

Finalmente si se considera el caso general de una red pasiva.

- Para una aplicación de voltaje sinusoidal, como :

$$v = V_M \text{ Sen } wt$$

Se tendrá una corriente resultante que dependerá de la impedancia propia de la red, siendo esta resistiva, inductancia, capacitiva ó alguna combinación de éstas, como :

$$i = I_M \text{ Sen } (wt + \phi)$$

El ángulo ϕ puede tener valor positivo, negativo ó nulo. Entonces :

$$p = v i = V_M I_M \text{ Sen } wt \text{ Sen } (wt + \phi)$$

Dado que $\text{Sen } \alpha \text{ Sen } \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$

y que también $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

Se tiene lo siguiente :

$$p = \frac{1}{2} V_M I_M [\cos \phi - \cos(2wt + \phi)]$$

Esta potencia instantánea consiste de un término sinusoidal variable en el tiempo como $(-\frac{1}{2} V_M I_M \cos(2wt + \phi))$ que tiene un valor promedio de cero o nulo; pero de otro término sinusoidal constante en el tiempo que tiene un valor promedio de $[\frac{1}{2} V_M I_M \cos \phi]$.

La Figura # IV.7, puede mostrar lo anterior.

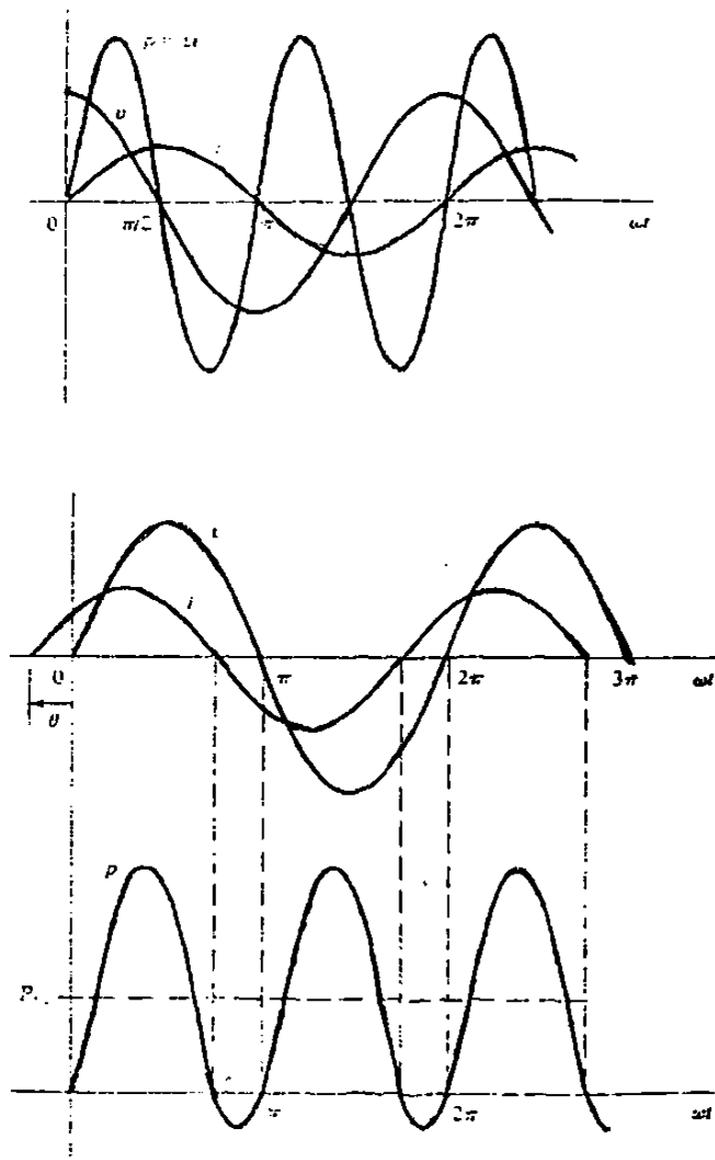


FIGURA # IV.7

De dónde que el valor promedio de la potencia instantánea resulta igual a :

$$P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos \phi = VI \cos \phi$$

Tomando en cuenta que :

$$V_M = \sqrt{2}V$$

$$I_M = \sqrt{2}I$$

Considerando de lo anterior, puede establecerse que :

V_M --> Voltaje máximo

V --> Voltaje eficaz

I_M --> Corriente máxima

I --> Corriente eficaz

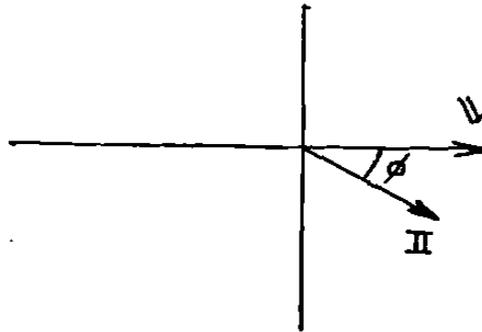
Estos valores así obtenidos podrán ser útiles posteriormente.

IV.2) DIAGRAMA GENERICO DE POTENCIAS

Relacionando los parámetros eléctricos con los principios utilizados en los diagramas fasoriales, se establecerá la convención apropiada para trabajar en un diagrama de potencias en forma general.

Si se establece el voltaje, como vector V , en un elemento y a través de él pasa una corriente, representada por el vector I , y además se utiliza el acuerdo de que un ángulo ϕ es positivo cuando corresponde a una rotación en sentido contrario al giro de las manecillas del reloj, medida desde un eje horizontal de referencia.

De lo anterior, se llega al diagrama fasorial siguiente :



Cos ϕ (negativo)

$$\frac{\pi < \phi < 3\pi}{2 \quad 2}$$

Cos ϕ (positivo)

$$\frac{-\pi < \phi < \pi}{2 \quad 2}$$

Existe el caso de que Cos ϕ es igual a cero, dónde el elemento no absorbe ni entrega potencia.

En lo anterior, se puede descomponer el vector corriente I en dos componentes.

- a) Corriente Activa (I_p) componente del eje horizontal real.
- b) Corriente reactiva (I_q) componentes del eje vertical imaginario.

Como muestra la Figura # IV.8.

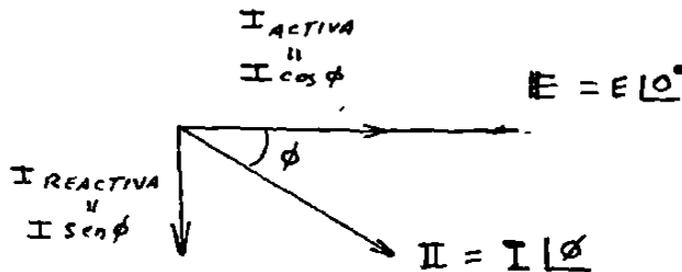


FIGURA # IV.8

Recordando que la potencia absorbida por el elemento, puede ser interpretada como el producto del voltaje por la componente de la corriente en fase con él, siendo esta la corriente activa.

Ahora para obtener una interpretación adecuada del producto del voltaje por la componente de la corriente ortogonal a él.

Se necesita desarrollar la potencia instantánea considerando las siguientes ecuaciones de voltaje y corriente, durante el tiempo.

$$v = V_M \text{ Sen } wt$$

$$i = I_M \text{ Sen } (wt - \phi)$$

$$i_p = (I_M \text{ Cos } \phi) \text{ Sen } wt = I'_M \text{ Sen } wt$$

$$i_q = (- I_M \text{ Sen } \phi) \text{ Cos } wt = I''_M \text{ Cos } wt$$

La potencia instantánea en desarrollo es :

$$p = v i$$

$$p = v(i_p + i_q)$$

$$p = V_M \text{ sen } wt(I'_M \text{ sen } wt) - V_M \text{ sen } wt(I''_M \text{ cos } wt)$$

$$p = V_M I'_M \text{ sen}^2 wt - \frac{V_M I''_M \text{ sen } 2wt}{2}$$

Resultando finalmente como :

$$p = \frac{V_M I'_M}{2} (1 - \text{cos } 2wt) - \frac{V_M I''_M}{2} \text{ Sen } 2wt$$

La siguiente Figura # IV.9, ilustra lo ya obtenido, en la Figura # IV.9(a), se muestran el voltaje y la corriente a través del elemento de CA. La Figura # IV.9(b) muestra el voltaje y las componentes de la corriente, una en fase con el voltaje y la otra fuera de fase.

Descomponiendo la ecuación anterior, se tiene :

$$p_p = \frac{V_M I'_M (1 - \text{cos } 2wt)}{2}$$

$$p_q = \frac{V_M I''_M \text{ sen } 2wt}{2}$$

Siendo las dos componentes de la potencia instantánea y que son ilustradas en la Figura # IV.9.

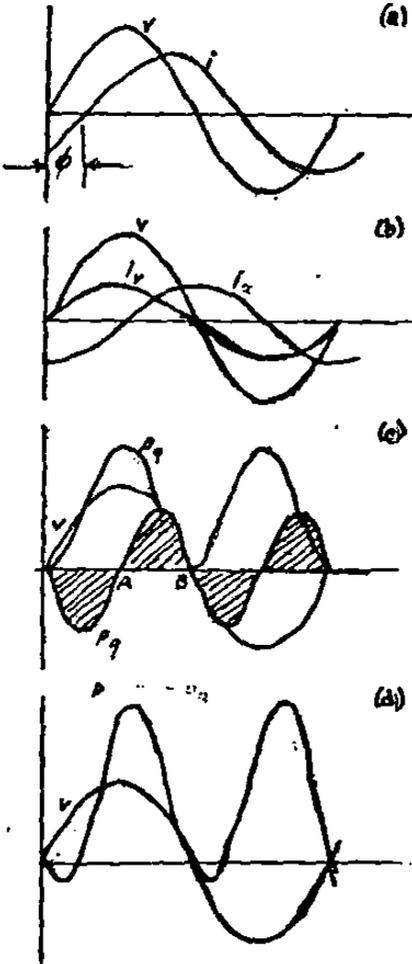


FIGURA # IV.9

Si p_p es la componente real de la potencia instantánea. Esta contiene un término sinusoidal variando al doble de la frecuencia nominal y que si se calcula se obtiene un valor promedio igual a cero, por lo que, el valor promedio de la potencia activa es :

$$P = \frac{V_M I'_M}{2} = VI \cos \phi$$

Ahora bien, la otra componente p_q por ser una función sinusoidal tiene un valor promedio nulo. Sin embargo posee un valor pico igual a :

$$Q = \left| \frac{V_M I''_M}{2} \right| = VI \text{ Sen } \phi$$

Esta potencia se denomina potencia reactiva; puesto que resulta del efecto de la corriente reactiva.

Como síntesis se tiene que la potencia instantánea en un elemento de corriente alterna puede descomponerse en una parte (p_p), que siempre es positiva y que es perdida en forma irreversible como calor; y la otra parte (p_q) que se utiliza para establecer un campo magnético en una bobina ó bien como campo electrostático en un capacitor.

La última potencia reactiva es almacenada y eventualmente regresada al circuito, como se muestra en las áreas sombreadas de la Figura # IV.9(c); pues la energía que resulta de

$$\int p_q dt$$

oscila entre el elemento y el resto del circuito a una razón igual al doble de la frecuencia de operación.

En el caso de la potencia efectiva ó activa, se puede considerar que existen generadores o consumidores de potencia reactiva.

De dónde que los consumidores de potencia reactiva tienen un signo positivo para la Q y además que los generadores de potencia reactiva tienen un signo negativo para la Q .

Siendo posible de lo anterior hace un diagrama fasorial, figura # IV.10 siguiente :

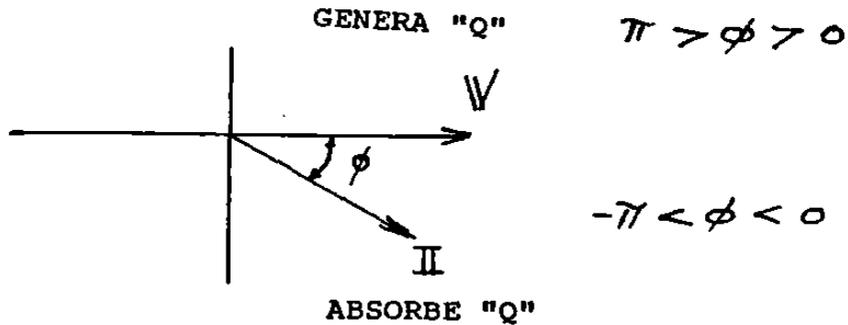


FIGURA # IV.10

El que la potencia reactiva tenga signo no tiene utilidad física; pero indica información útil acerca de las relaciones entre corriente y voltaje en un elemento.

Cuando el voltaje está adelantado con respecto a la corriente, por convención se tiene una Q positiva. Si el voltaje está atrasado con respecto a la corriente, entonces se tiene una Q negativa. Y si el voltaje y la corriente están en fase se tiene una Q nula, esto corresponde a un resistor ó a un generador de potencia activa.

De la combinación de las ecuaciones anteriores resulta :

$$P^2 + Q^2 = (VI \cos \phi)^2 + (VI \sin \phi)^2 = (VI)^2$$

Entonces se obtiene la fórmula general siguiente :

$$VI = \sqrt{P^2 + Q^2} = S$$

Dónde la S se denomina potencia aparente. Ahora si juntamos las Figuras # IV.8 y IV.10, se concluye la Figura # IV.11 que se considera como diagrama genérico de potencias.

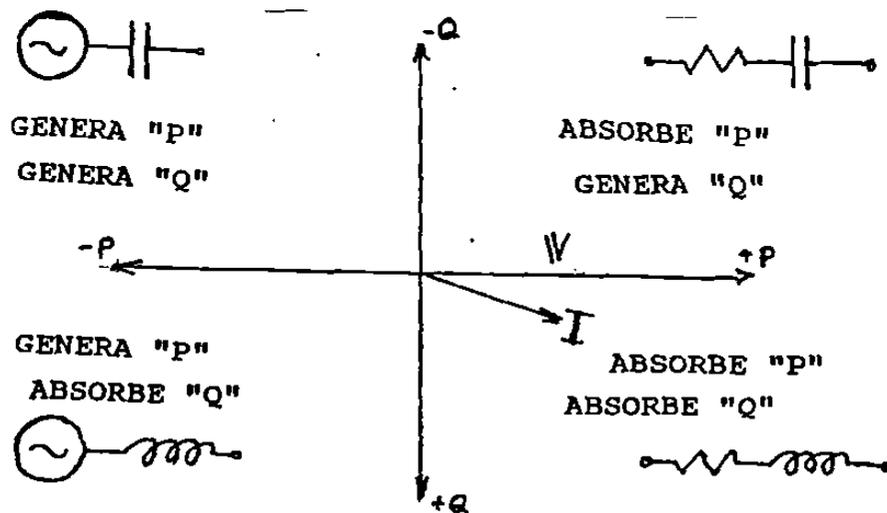


FIGURA # IV.11

IV.3) POTENCIA ELECTRICA COMPLEJA

El desarrollo de la potencia eléctrica compleja hace uso de los números complejos que son analizados con rigor por las ciencias matemáticas.

Si se tiene un circuito eléctrico elemental formado por una fuente de energía de corriente alterna que alimenta a un cierto elemento pasivo. Esto se indica en la Figura # IV.12 anterior.

De dónde resulta un diagrama fasorial, Figura # IV.13, que muestra el voltaje V y la corriente I que atraviesa el elemento pasivo considerado, o sea :

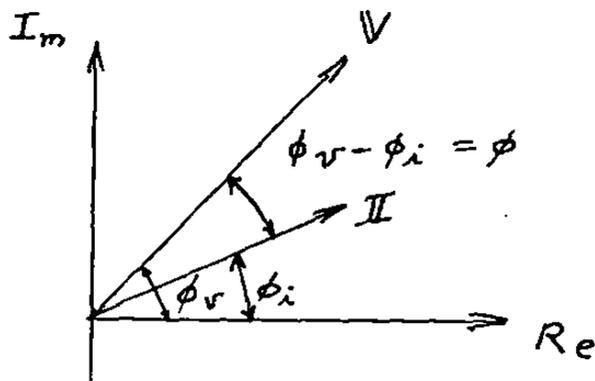


FIGURA # IV.13

En la ilustración anterior, se tiene :

Re --> Eje real

Im --> Eje imaginario

ϕ_v --> Angulo del voltaje

ϕ_i --> Angulo de la corriente

ϕ --> Angulo del factor de potencia

Cabe aclarar que (ϕ) es ángulo de defasamiento entre voltaje y corriente y resulta de la diferencia entre el ángulo del voltaje y el ángulo de la corriente, tomando esta última como referencia.

Los fasores de voltaje y corriente pueden ser expresados en la forma trigonométrica cartesiana, como :

$$V = V(\cos \phi_v + j \operatorname{sen} \phi_v)$$

$$I = I(\cos \phi_i + j \operatorname{sen} \phi_i)$$

Retomando del álgebra compleja el término del valor conjugado de la corriente I^* , como :

$$I^* = I (\cos \phi_i - j \operatorname{sen} \phi_i)$$

De dónde que calculando el producto del voltaje por el conjugado de la corriente, se tiene :

$$VI^* = VI (\cos \phi_v + j \operatorname{sen} \phi_v) (\cos \phi_i - j \operatorname{sen} \phi_i)$$

Evaluando y simplificando, resulta ésto :

$$VI^* = VI [\cos (\phi_v - \phi_i) + j \operatorname{sen} (\phi_v - \phi_i)]$$

Por tanto, este producto resultante es considerado como potencia compleja :

Dado que la magnitud de S es el valor de la potencia aparente, medida en Volt-Amperes.

También puede establecerse el siguiente razonamiento utilizando de la matemática exponencial, como sigue :

$$V = Ve^{j\phi_v}$$

$$I = Ie^{j\phi_i}$$

$$I^* = Ie^{-j\phi_i}$$

Entonces se desarrolla lo siguiente :

$$S = VI^*$$

$$S = (Ve^{j\phi_v}) (Ie^{-j\phi_i})$$

$$S = VIE^{j(\phi_v - \phi_i)}$$

$$S = VIE^{j\phi}$$

obteniéndose ésto:

$$S = VI \cos \phi + jVI \operatorname{sen} \phi$$

Dónde se considera que :

$$P = \text{Re } VI^* = VI \cos \phi$$

$$Q = \text{Im } VI^* = VI \text{ sen } \phi$$

$$S = \text{Ab } VI^* = | VI^* | = VI$$

Recalcando que el valor absoluto de (S) es la potencia aparente, que también puede obtenerse del cálculo siguiente :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Ahora si el eje imaginario se utiliza para la potencia reactiva (Q) y el eje real se considera para la potencia activa, se tiene la Figura # IV.14 a continuación.

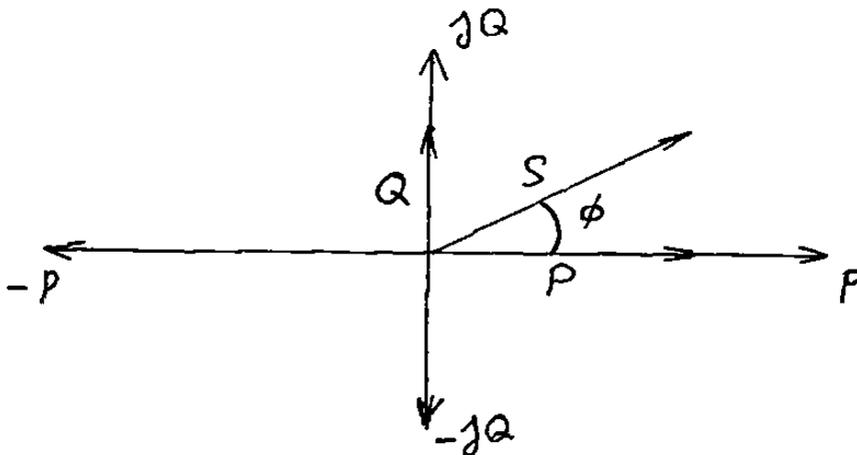


FIGURA # IV.14

En forma simplificada pueden mostrarse en una Figura # IV.15 los tipos de carga más comunes, acompañados de sus diagramas fasoriales y con las potencias activas y reactivas que los representan.

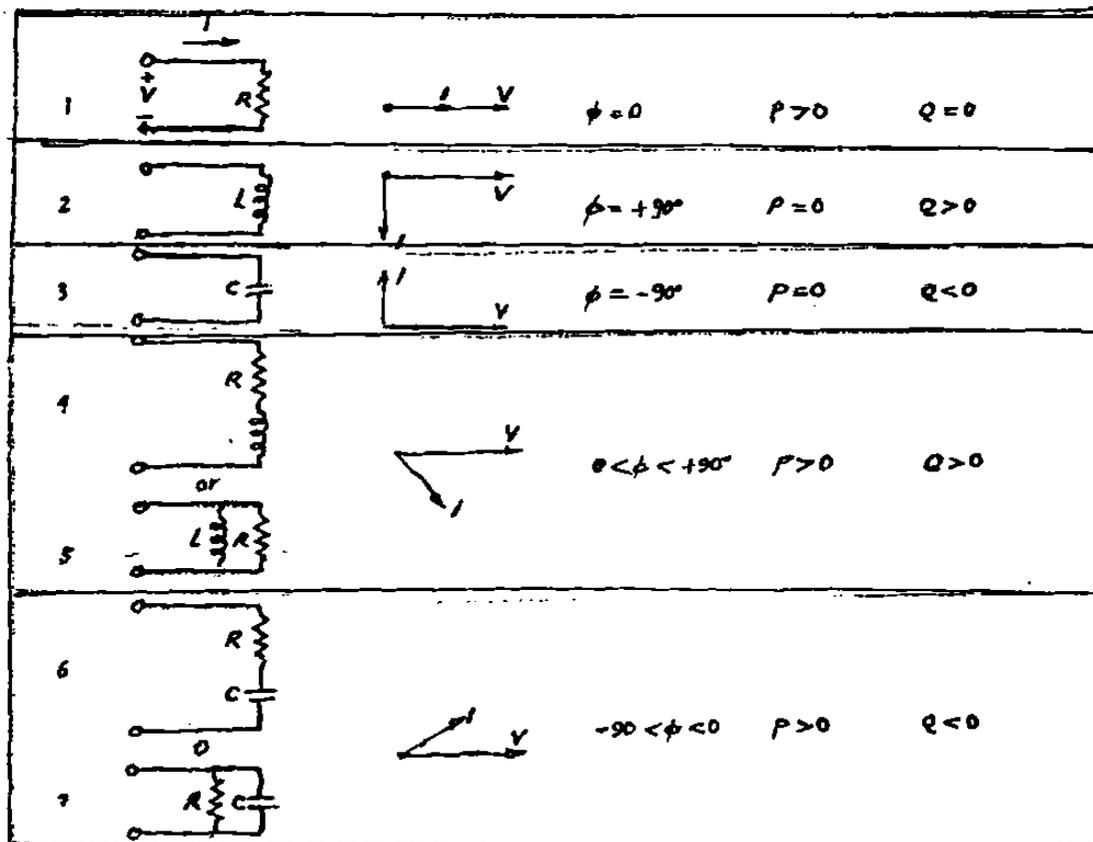


FIGURA # IV.15

IV.4) CURVA DE POTENCIA VS ANGULO DE POTENCIA PARA MAQUINA DE POLOS LISOS

Es muy importante el conocimiento de las características de potencia en régimen permanente durante la operación de los GSG que alimentan una carga, ya sea en forma aislada ó a través de un sistema eléctrico interconectado, o sea la energía que manifestada como potencia puede suministrar el GSG hacia la carga utilizadora.

También considerar convenientemente lo que una MST se puede sobrecargar, mediante la potencia máxima que puede entregar durante intervalos cortos de tiempo, determinados por el par máximo que se puede ejercer sobre el eje sin que se pierda el sincronismo.

Para hacer un análisis de un GPL tomando en cuenta su circuito equivalente más sencillo, se tiene la siguiente Figura # IV.16

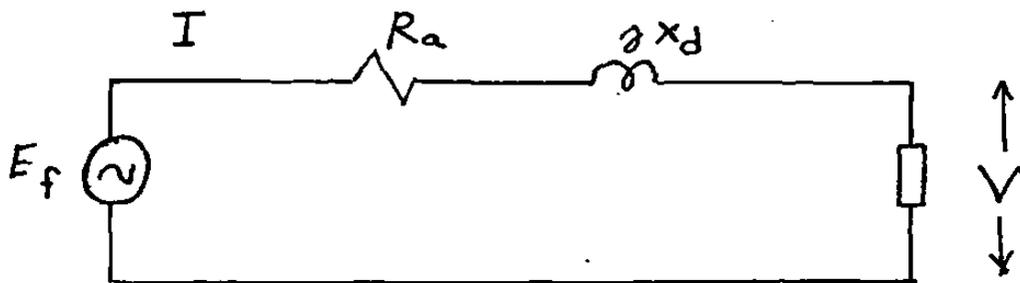


FIGURA # IV.16

Si el generador suministra corriente a una carga inductiva, ésta se encuentra atrasada respecto al voltaje. Ocasionando por tanto el diagrama fasorial, que muestra la Figura # IV.17 a continuación:

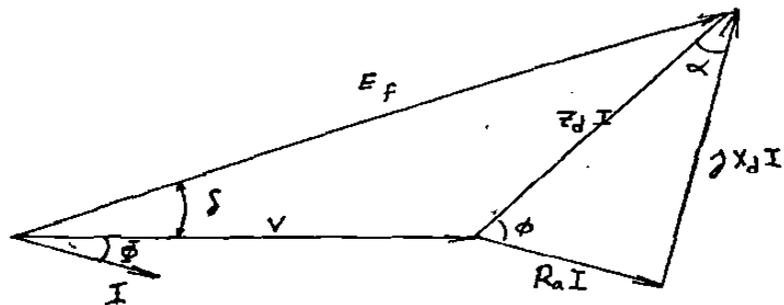


FIGURA #IV.17

La potencia monofásica entregada a la carga a través de la impedancia propia es :

$$P = VI \cos \phi$$

En dónde el fasor de corriente I a obtener resulta como :

$$I = \frac{E_f - V}{Z_d}$$

Considerando lo anterior en forma polar, se tiene :

$$I = \frac{E_f \angle \delta - V \angle 0^\circ}{Z_d \angle \phi}$$

Descomponiendo en forma conveniente este resultado, puede quedar como :

$$I = \frac{E_f}{Z_d} \angle \delta - \phi - \frac{V}{Z_d} \angle -\phi$$

Teniendo en lo anterior, esto :

E_f --> Voltaje interno del generador

V --> Voltaje externo en terminales

Z_d --> Impedancia sincrónica

δ --> Angulo de potencia

ϕ --> Angulo de factor de potencia.

La componente real de la corriente, es la que se considera como corriente activa, es determinante de la potencia efectiva, es decir :

$$I \cos \phi = \frac{E_f \cos (\delta - \phi)}{Z_d} - \frac{V \cos (-\phi)}{Z_d}$$

$$\text{pero } \cos (-\phi) = \cos \phi$$

Formando entonces la ecuación para la potencia activa, de enseguida :

$$P = \frac{E_f V}{Z_d} \cos (\delta - \phi) - \frac{V^2}{Z_d} \cos \phi$$

Pero tomando en cuenta, para lo anterior, ésto :

$$Z_d = \sqrt{R_a^2 + X_d^2}$$

Dónde se tiene que :

$$\phi = \arctan \frac{X_d}{R_a}$$

$$\alpha = \arctan \frac{R_a}{X_d}$$

$$\phi + \alpha = 90^\circ$$

Siendo valido también que :

$$\text{sen} \phi = \frac{X_d}{Z_d}$$

$$\text{cos} \phi = \frac{R_a}{Z_d}$$

Y como α es complementario de ϕ , entonces :

$$\text{cos} \phi = \text{sen} \alpha$$

Puede corregirse la potencia obtenida anteriormente, así :

$$P = \frac{E_f V}{Z_d} \text{sen} (\delta + \alpha) - \frac{V^2 R_a}{Z_d^2}$$

Si se desprecian la resistencia de armadura : R_a y el ángulo α por ser muy pequeños queda la potencia de salida finalmente como

$$P = \frac{E_f V}{X_d} \text{sen} \delta$$

Un desarrollo semejante se utiliza para determinar la potencia reactiva Q que se tiene en operación.

La corriente reactiva es:

$$I \text{sen} \varphi = \frac{E_f}{Z_d} \text{sen}(\delta - \varphi) - \frac{V}{Z_d} \text{sen}(-\varphi)$$

De la sustitución, se tiene :

$$Q = \frac{E_f V}{Z_d} \text{sen}(\delta - \varphi) - \frac{V^2}{Z_d} \text{sen}(-\varphi)$$

Continuando con la simplificación, se tiene :

$$Q = \frac{E_f V}{Z_d} [-\cos(\delta + \alpha)] + \frac{V^2 X_d}{Z_d^2}$$

$$Q = \frac{E_f V}{Z_d} \cos(\delta + \alpha) - \frac{V^2 X_d}{Z_d^2}$$

Despreciando entonces R_a y α , queda finalmente lo siguiente :

$$Q = \frac{E_f V}{X_d} \cos \delta - \frac{V^2}{X_d}$$

Fórmula útil para determinar la potencia reactiva en un GPL

Ahora representando formalmente en la figura # IV.18, se tiene la curva de potencia vs Angulo de potencia para un GPL

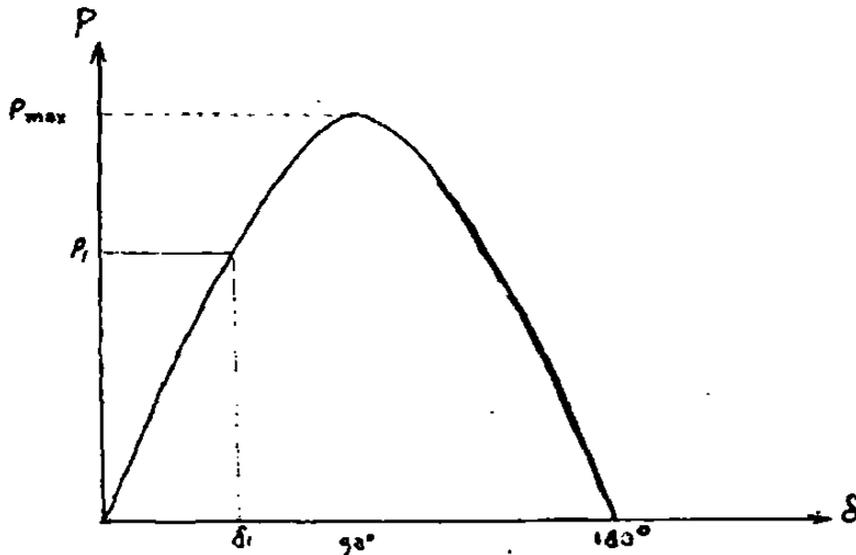


FIGURA # IV.18

IV.5) CURVA DE POTENCIA VS ANGULO DE POTENCIA PARA MAQUINA DE POLOS SALIENTES.

Considerando que es un análisis complejo el que requiere una MST con rotor de polos salientes, se simplifica al máximo utilizando de un arreglo elemental.

La ecuación fundamental completa para un GPS, es la siguiente:

$$E_f = V + R_a I + j(X_d I_d + X_q I_q)$$

Si se desprecia la resistencia de armadura R_a , queda en forma simplificada, así :

$$E_f = V + j(X_d I_d + X_q I_q)$$

Que mostrada en un diagrama fasorial, como el ilustrado en la figura # IV.19, es :

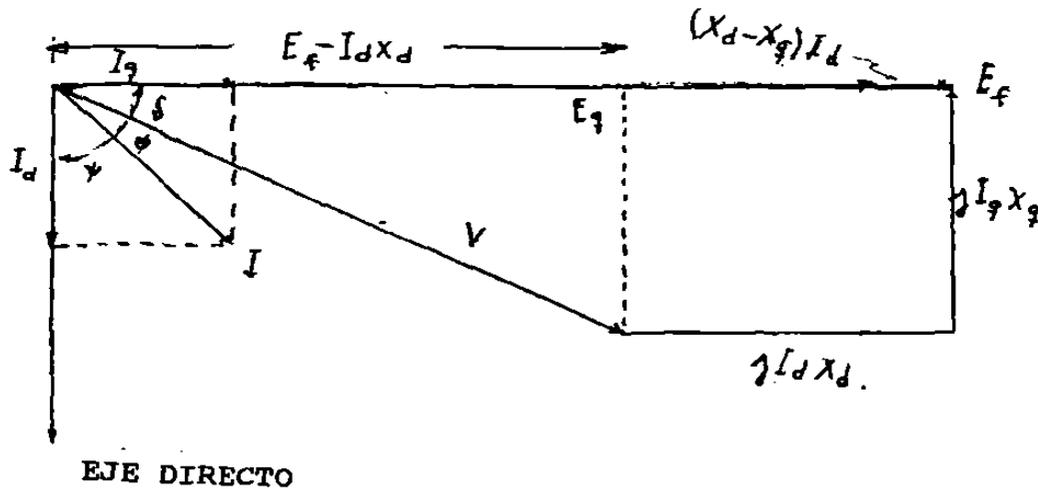


FIGURA # IV.19

En lo anterior, puede observarse que :

$$E_f - I_d X_d = V \cos \delta$$

De dónde

$$I_d = \frac{E_f - V \cos \delta}{X_d}$$

Además, también se tiene que :

$$I_q X_q = V \text{ Sen } \delta$$

De dónde

$$I_q = \frac{V \text{ sen } \delta}{X_q}$$

Si bien es cierto que la ecuación vectorial de corrientes, es:

$$I = I_d + I_q$$

Entonces las componentes activas también operan de esta forma

$$I \cos \phi = I_d \cos (90 - \delta) + I_q \cos \delta$$

$$\text{y como } \cos (90 - \delta) = \text{Sen } \delta$$

se tiene igualmente lo siguiente :

$$I \cos \phi = I_d \text{ sen } \delta + I_q \cos \delta$$

De dónde que la potencia de salida P queda como :

$$P = VI_d \text{ Sen } \delta + VI_q \cos \delta$$

Continuando con las sustituciones adecuadas se tiene :

$$P = \frac{VE_f}{X_d} \text{ sen} \delta - \frac{V^2}{X_d} \cos \delta \text{ sen} \delta + \frac{V^2}{X_q} \text{ sen} \delta \cos \delta$$

Utilizando la identidad trigonométrica, de :

$$\text{Sen } \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \text{ Sen } 2 \alpha$$

Se tiene, enseguida que :

$$P = \frac{VE_f}{X_d} \text{ sen} \delta - \frac{V^2}{X_d} \left(\frac{1}{2} \text{ sen} 2\delta \right) + \frac{V^2}{X_q} \left(\frac{1}{2} \text{ sen} 2\delta \right)$$

$$P = \frac{VE_f}{X_d} \text{ sen} \delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \text{ sen} 2\delta$$

Quedando como potencia de salida, lo siguiente :

$$P = \frac{VE_f}{X_d} \text{ sen} \delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) \text{ sen} 2\delta$$

En la Figura # IV.20 que muestra la curva de potencia vs ángulo de potencia para un GPS, pueden observarse dos términos. El primero utiliza de la frecuencia fundamental y el segundo conocido como de saliencia opera con una frecuencia doble.

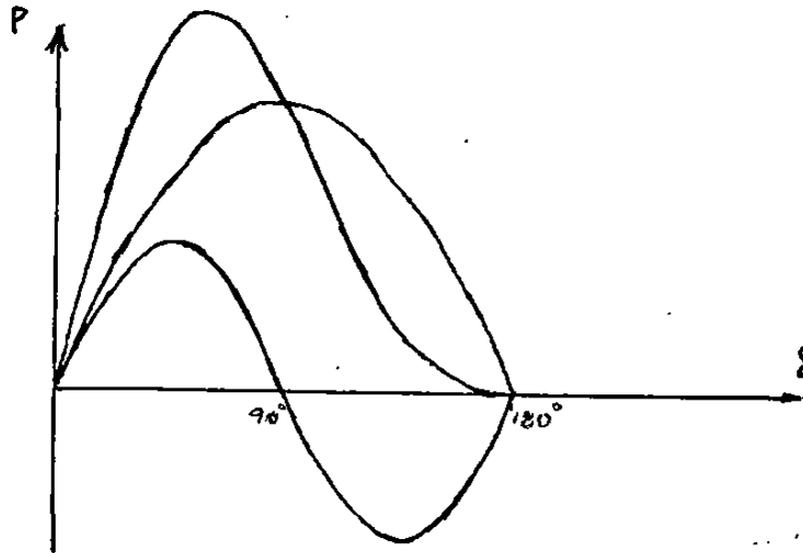


FIGURA # IV.20

Un procedimiento semejante al usado para obtener la potencia activa se necesita para determinar la potencia reactiva resultando la expresión matemática siguiente :

$$Q = \frac{VE_f}{X_d} \cos \delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) \cos 2\delta - \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \right)$$

Esta forma ya desarrollada nos muestra la potencia reactiva monofásica para un GPS.

CAPITULO V

**ANALISIS TEORICO DE LA CARTA DE OPERACION
PARA LA MAQUINA SINCRONICA**

V.1) INTRODUCCION

El desarrollo de la investigación del tema denominado carta de operación conduce a reconocer que los fabricantes de MST, deben proporcionar una gráfica que permita determinar los límites de operación, de un GSG, en condiciones específicas de funcionamiento.

La carta de operación, también conocida como curva de capacidad, es útil para verificar gráficamente algunos parámetros de trabajo, que se tienen en una MST.

Estas cantidades básicas se pueden representar como porcentajes, valores absolutos ó en por unidad; aunque es conveniente trabajar con la última forma para cálculos y dibujos.

El análisis sencillo del comportamiento de las MST se hace en régimen permanente, tratando exclusivamente con un GPL que no está saturado y dónde se desprecia la resistencia de armadura.

También los GSG son los únicos elementos del Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) capaces de establecer voltajes de referencia. Además los puntos de un SEP en que se encuentren conectados los GSG son los que presentan mejor regulación de voltaje.

Durante las condiciones de funcionamiento, siempre variables en los SEP, generalmente para los sistemas longitudinales como el de México, es necesario el aprovechamiento racional de las características de operación de los GSG a fin de lograr controlar el perfil del voltaje en un rango de funcionamiento adecuado.

El régimen de operación es muy cambiante pues depende de las condiciones de la carga y de la excitación a las cuáles se ve sujeto el GSG. Lo anterior, en cuánto a condiciones que no son siempre constantes debido a que el punto de operación de la máquina está determinado por las condiciones del SEP a que esté conectado.

Como la Carta de Operación del Generador (COG) es una superficie cerrada, deben establecerse muy bien sus limitaciones en cuanto a potencia real y potencia reactiva, que muestren la región útil de funcionamiento del GSG.

En la COG podrán observarse dos casos :

Primero : Si la carga reactiva es inductiva, ocurre que el generador está sobreexcitado; teniéndose un factor de potencia en atraso que provoca que la corriente se retrase al voltaje; lo anterior sucede durante las horas de alta demanda y es cuando la máquina actúa como generador de reactivos.

Segundo : Si la carga reactiva es capacitiva; ocurre que el generador está subexcitado, teniéndose un factor de potencia en adelanto que provoca que la corriente se adelante al voltaje; lo anterior sucede durante las horas de baja demanda y es cuando la máquina actúa como consumidor de reactivos.

En el primer caso, se presentan problemas con el calentamiento del rotor; en el segundo caso, se presentan problemas con la estabilidad y se puede perder el sincronismo del GSG.

El término técnico de generar reactivos lo presentan los elementos que tienden a elevar el voltaje del SEP, como son: Los generadores sobreexcitados y transformadores con factor de potencia atrasado; las líneas largas y cargas capacitivas.

El término técnico de consumir reactivos lo presentan los elementos que tienden a bajar el voltaje del SEP, como son : Los generadores subexcitados y transformadores con factor de potencia adelantado, las líneas cortas y cargas inductivas.

En un SEP siempre se tiene un equilibrio entre las cargas capacitivas, las cargas inductivas y los GSG. Estos últimos son los que proporcionan la diferencia de potencia reactiva que requiera el sistema en un momento dado.

Por todo lo anterior, es fundamental establecer un método sistemático para aprovechar en el funcionamiento de SEP, las capacidades nominales de los generadores síncronos. Es así que se hace necesario representar gráficamente la habilidad de la capacidad de los GSG, en las cartas de operación ó curvas de capacidad.

V.2) DIAGRAMA CIRCULAR

El diagrama de carga un GSG, se puede representar mediante un diagrama circular; que es un arreglo gráfico, dónde se muestran las magnitudes básicas en sus valores absolutos, en por ciento o en por unidad.

Un estudio somero del diagrama circular es bastante útil; pues permite, de su conocimiento, elaborar posteriormente la carta de operación de una MST.

Las transformaciones de todas las cantidades en valores por unidad, facilita las operaciones matemáticas y sus dibujos gráficos.

El desarrollo del procedimiento es él siguiente :

Trazar una línea vertical que represente el fasor de voltaje en terminales V y esté perpendicular a una línea horizontal que sirva de base.

Desde el punto A como origen del voltaje, según muestra la Figura # V.1, se traza el fasor de corriente de carga AB con un ángulo ϕ de atraso respecto al voltaje V.

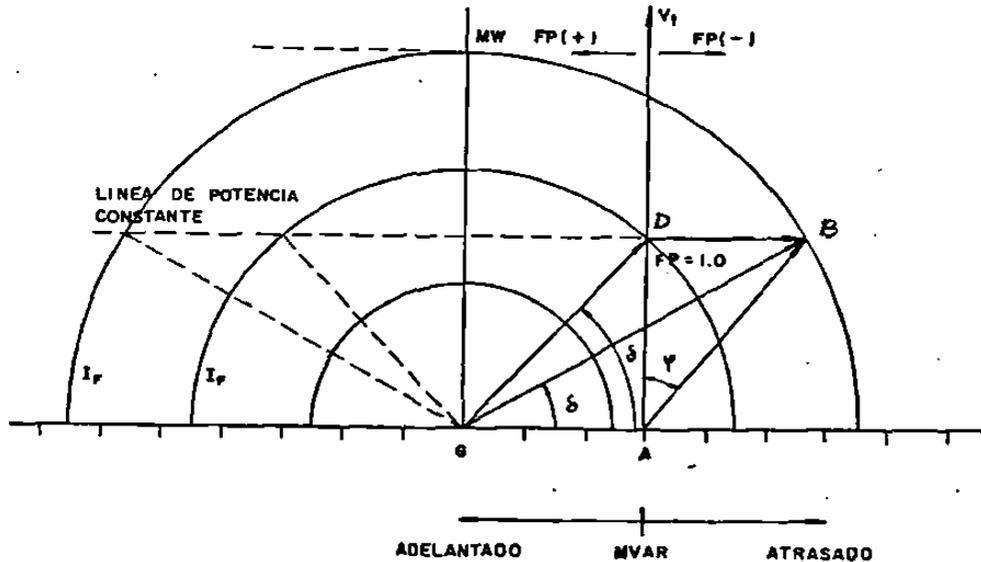


FIGURA # V.1

Entonces el fasor AB es también una medida de la corriente de excitación equivalente de la reacción de armadura.

Sobre la línea horizontal se ajusta $AG = 1/X_d$, o sea la relación de corto circuito para el GSG.

Dónde AG representa la corriente de excitación en vacío, a la misma escala, AB como corriente de reacción de armadura y GB se considera la corriente de excitación total.

Este último fasor, representa la corriente de excitación nominal del GSG. Entonces, si se mantiene constante la excitación y la potencia de accionamiento del generador se incrementa; por ejemplo, admitiendo más vapor a la turbina, el factor de potencia de la carga avanza desde la posición de atrasado hacia la de adelantado. El fasor describe un arco circular y cuando el ángulo del rotor sea 90° , la capacidad de potencia activa máxima se alcanza.- Algún aumento posterior mediante más vapor, incrementaría un ángulo δ mayor de 90° y reduciría la potencia de salida del GSG; pero se presentaría una situación inestable.

Otra corriente de excitación situada entre la condición sin carga y la corriente nominal de carga plena ocasionaría un semicírculo particular cuando se cambie la potencia que impulsa al GSG. Considerando la Figura # V.2, que se muestra a continuación :

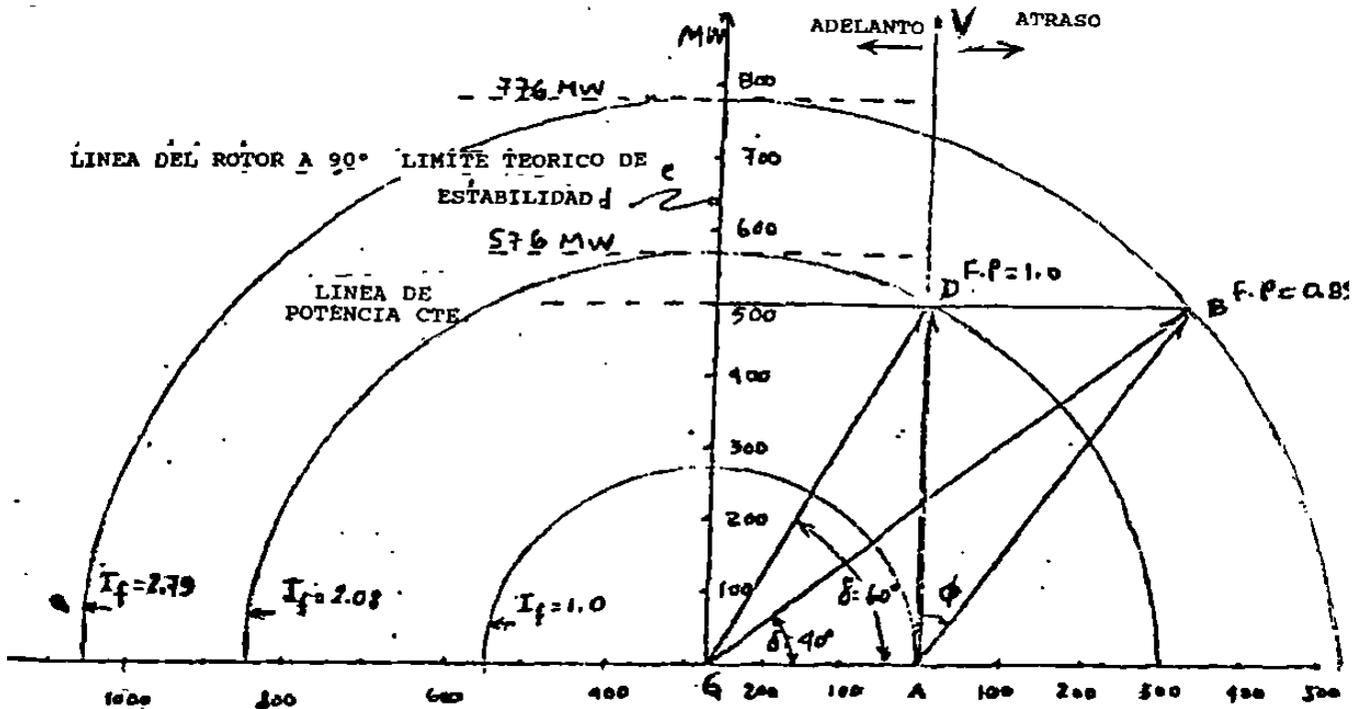


FIGURA # V.2

En el diagrama de carga anterior, que utiliza de valores reales, puede observarse, lo siguiente :

Si GB es la corriente de excitación del GSG con una capacidad de 500 MW, funcionando a plena carga con un factor de potencia de 0.85 inductivo, la capacidad de potencia máxima es de 776 MW según se muestra.

Nótese, que a carga total con factor de potencia unitario, se tiene un fasor de corriente de armadura AD en fase con el voltaje externo o en terminales.

Entonces, de un razonamiento como el anterior, GD es la corriente de excitación que se ocupa, y el ángulo de potencia δ varía desde 40° hasta 60° .

Si el fasor GD se mantiene constante y se incrementa la potencia motriz sobre el GSG, se tiene otro arco circular que al cruzar la recta de potencias activas nos indica una capacidad de potencia máxima de 576 MW para estas nuevas condiciones.

Múltiples semicírculos pueden trazarse con diferentes corrientes de excitación.

Cabe hacer una última observación a las Figuras # V.1 y # V.2 y es la siguiente :

La línea vertical inicial, donde está el fasor de voltaje AD, se considera para referencia del factor de potencia unitario. La región hacia la derecha de ésta, es para factor de potencia atrasado o inductivo; y hacia la izquierda, se tiene para el factor de potencia adelantado o capacitivo.

El conocimiento de diagrama circular, permite la elaboración sumamente práctica, de la carta de operación para los MST.

V.3) CONDICIONES DE LA CURVA DE CAPABILIDAD

Las fronteras de la región de operación de la curva de capacidad, donde se muestran las limitaciones en cuanto a potencias (activa y reactiva) de un GSG, cuando la máquina funciona a sus valores nominales; son valores a los cuales los devanados y el núcleo alcanzan la temperatura de régimen de diseño.

Se deben considerar convenientemente para poder establecer la COG las condiciones siguientes :

- A) Límite de corriente en el devanado de armadura, colocado en el estator.

La intensidad de corriente que circula por el bobinado mencionado produce pérdidas (I^2R_a) y éstas se manifiestan en calentamiento indeseable. Existe un valor de corriente de armadura, ya considerando el funcionamiento adecuado de los sistemas de enfriamiento, arriba del cual la máquina resultará dañada permanentemente, dicha intensidad se reconoce como corriente de armadura nominal y no debe excederse en condiciones normales de operación.

- B) Límite de corriente en el devanado de excitación, colocando en el rotor. La intensidad de corriente que circula por el bobinado del campo produce pérdidas ($I_f^2R_f$) y éstas se manifiestan en calentamiento indeseable que produce daño y envejecimiento prematuro. Aunque, cuando el GSG funciona como generador de reactivos, es cuando se presenta esta condición y es llevada hasta las fronteras térmicas. No debiendo sobrepasar el punto crítico, de intersección entre los límites de corriente de armadura y de campo,

que representa la potencia aparente nominal y al factor de potencia nominal en la curva de capacidad. Entonces la corriente máxima de excitación necesita ser la nominal y no debe excederse en condiciones normales de operación.

C) Límite de calentamiento en la región extrema del GSG. En el diagrama especializado de potencias, que representa la carta de operación, se dibuja una región que muestra el área de baja excitación. Lo anterior ocurre cuando el GSG funciona como consumidor de reactivos y tiene un factor de potencia adelantado.

Existe el problema latente de salirse de sincronismo, apareciendo la inestabilidad; pero también sucede, que aparece un calentamiento excesivo en la región extrema de la armadura.

Recordando que el campo magnético resultante, que atraviesa el entrehierro radialmente, es debido al efecto combinado de los campos de armadura y excitación, Figura # V.3

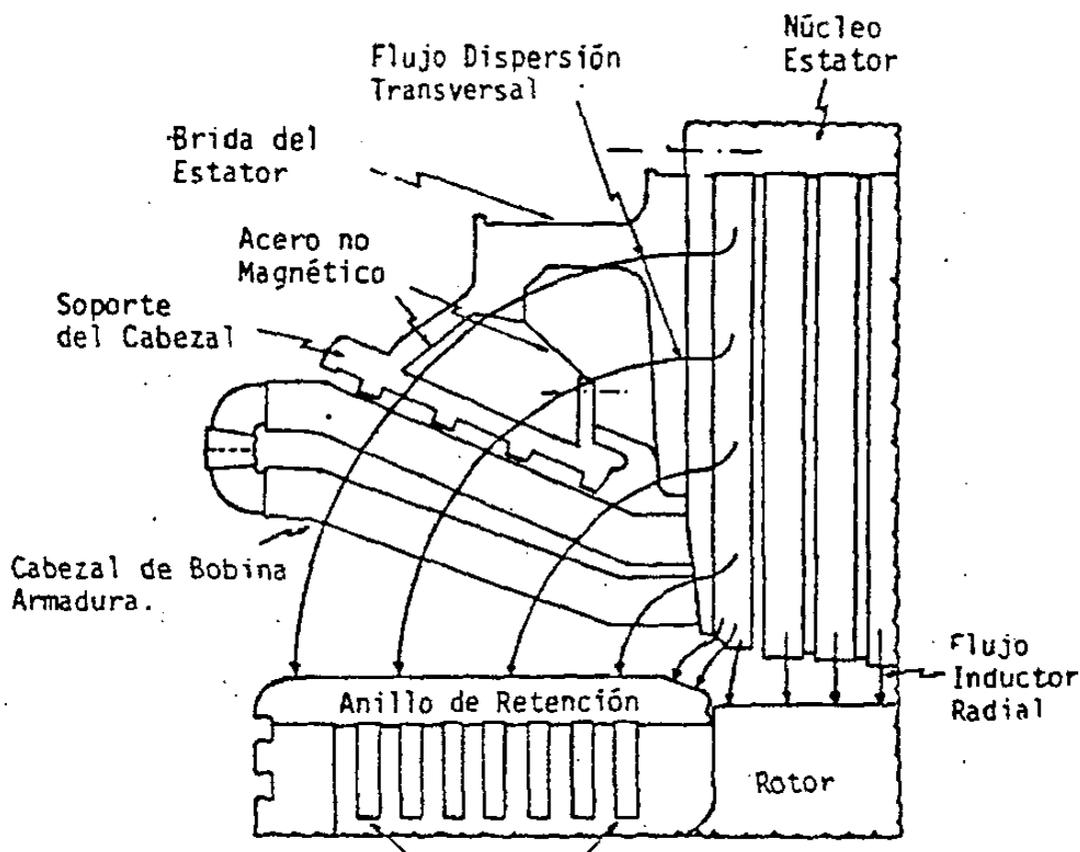


FIGURA # V.3

Es que, el flujo magnético existente en los extremos del embobinado de la armadura se dispersa, siguiendo su trayectoria de mínima reluctancia, se introduce en la armazón que sujeta las laminaciones de núcleo de la armadura, pasa por los soportes de los extremos de las bobinas del estator, y por el anillo de retención del embobinado del rotor para posteriormente regresar a la región semejante del embobinado del estator distante 180° eléctricos.

Mientras que el flujo principal es paralelo a las laminaciones del estator, el flujo de dispersión es casi perpendicular a ellas, por lo que produce una cantidad considerable de corrientes de Foucault lo que aumenta las pérdidas en el núcleo y genera calor adicional.

Al estar operando la unidad con excitación importante, el campo magnético satura el anillo de retención del rotor, obstruyendo el paso del flujo de dispersión. Cuando la excitación se reduce (se opera en el cuarto cuadrante), aumentando el flujo por el anillo de retención y el calentamiento pudiendo éste llegar a dañar el aislamiento de esa parte del embobinado.

La Figura # V.3, anterior, muestra un corte del extremo del generador. Se puede observar la región afectada y la trayectoria del flujo principal y de dispersión.

D) Límites de Potencia Activa Externos

Algunas veces los agregados al GSG, ocasionan también agregados a la carta de operación. El límite de potencia mínima para las unidades térmicas, el cuál es una restricción de la caldera; y otras veces, se considera el límite de potencia máxima, siendo éste una restricción al primo-motor de accionamiento. Recordando siempre considerar que no deben de excederse, los parámetros del GSG y de sus agregados, de sus valores nominales de funcionamiento; para operar dentro de las condiciones y fronteras permitidas en el área de la curva de capacidad.

V.4) PROCEDIMIENTO GRAFICO

La superficie que muestra a la región de operación del GSG, se realiza utilizando de cantidades en por unidad, y para construir la COG se necesitan conocer las condiciones límites siguientes :

- A) Corriente de armadura nominal con su factor de potencia nominal (atrasado normalmente).
- B) Corriente de excitación máxima
- C) Límite práctico de estabilidad
- D) Capacidad máxima del primo-motor

De lo anterior, puede hacerse el cálculo previo, para obtener la potencia reactiva que recibe la máquina, o sea :

$$Q = \frac{V^2}{X_d}$$

Con ello obtenemos la distancia AG de inicio para el desarrollo gráfico posterior.

Enseguida, se traza un eje de coordenadas cartesianas; en dónde, el eje de abscisas representa las potencias activas y el eje de las ordenadas indica las potencias reactivas.

Ahora considerando el punto A como origen, se tiene la Figura # V.4, que muestra la utilización de los cuadrantes (I y IV) para los generadores y de los cuadrantes (II y III) para los motores. Descartando estos últimos para esta investigación.

De lo anterior, se tiene el eje de las potencias activas hacia la derecha; también, las potencias reactivas inductivas hacia arriba y las potencias reactivas capacitivas hacia abajo.

Indíquese el punto G sobre el eje de las Q capacitivas. Estableciéndose la distancia AG en por unidad.

Sí el voltaje en terminales V y la corriente de armadura I son los nominales de la máquina, entonces el producto VI que es la potencia aparente S resulta de valor unitario.

Enseguida, para que la primera condición se cumpla. Se traza el arco de círculo CBE, para fijar el lugar geométrico producido por la corriente de armadura y con centro en el punto A radio AB en por unidad; puesto que siempre el voltaje V será de valor unitario.

Para obtener la distancia GB, se hace necesario calcular la potencia máxima que puede obtenerse en un GPL, o sea :

$$P = \frac{VE_f}{X_d}$$

En lo anterior, ejerce la corriente de excitación su mayor influencia. Esto se utiliza para conocer la distancia GB en por unidad.

De dónde, para que la segunda condición se cumpla. Se traza el arco de círculo DBJ para fijar el lugar geométrico producido por la corriente de excitación con radio GB y centro en el punto G. En cierta forma es la corriente máxima del devanado de campo.

El límite teórico de estabilidad se dibuja trazando una línea paralela al eje de las potencias activas, en este caso una horizontal que pase por el punto G.

La línea de potencia nominal constante se dibuja trazando una línea paralela al eje de las potencias activas, en este caso una vertical que pase por el punto B.

A continuación, para que la tercera condición se cumpla. Se traza un ángulo de 25.8° desde el eje de las potencias activas hacia el eje de las potencias capacitivas; es decir, para un factor de potencia 0.9 adelantado.

Con lo anterior, se determina el punto de trabajo F, que desde el origen A corta al arco CBE; según se establece en la Figura # V.4 ya mencionada y que se muestra posteriormente.

Ahora, si se quiere prácticamente localizar el punto H. Este se considera como el 60% desde A hasta G. Con lo cuál se traza la línea límite FH que indica la frontera de calentamiento en los cabezales del GPL.

De lo hecho, se puede garantizar un funcionamiento seguro que evita la pérdida de estabilidad, con variaciones en su velocidad de sincronismo.

Es conveniente, para que la cuarta condición se cumpla, que las capacidades del primo-motor y en consecuencia del generador sean las nominales; pero de no ser así, se traza una línea paralela al eje de las potencias reactivas, en este caso una línea vertical que indique la máxima potencia activa del primo-motor en por unidad y que corte los límites de calentamiento en el estator y en los cabezales.

La superficie DBFH representa la zona de operación para el funcionamiento seguro del GPL; pues muestra lo siguiente :

- a) El arco CB como límite de calentamiento en el rotor, debido a la corriente de campo sobreexcitado.
- b) El arco BF como límite de calentamiento en el estator, debido a la corriente de armadura.
- c) Y el arco FH como límite de calentamiento en los cabezales, debido a la corriente de campo subexcitada.

Puede entonces concluirse que si el punto de operación queda dentro de la región mostrada en una carta de operación, se puede confiar en que el GPL funcionará correctamente y con total seguridad, dentro de las condiciones de régimen permanente. Es de máxima utilidad que siempre se disponga de un amplio margen, con potencias activas y reactivas, para cualquier contingencia que se presente en un SEP.

V.5) ANALISIS DE LA CARTA DE OPERACION

Un análisis del diagrama de potencias o carta de operación de un GPL, interconectado a un SEP, trabajando en condiciones nominales de funcionamiento.

Si su voltaje es constante, entonces la capacidad de generación de potencia queda determinada por la corriente que entrega, estando ésta limitada por el calentamiento del devanado de armadura.

La localización en el diagrama de potencias del plano S(P,Q), es el semicírculo abcde, mostrado en la Figura # V.5; y la región circunscrita por él, define el funcionamiento del GPL, en cuánto a condición límite de generación de calor en el estator.

La intensidad de corriente proporcionada por el GPL, es más inductiva, en el recorrido sobre el arco cba; puesto que es necesario incrementar el voltaje interno, (Ef) para mantener el voltaje en terminales invariable.

Lo anterior se consigue aumentando la corriente de excitación (If); pero no puede hacerse indefinidamente, porque existe la limitante de calentamiento en el devanado campo o excitador ($R_f^2 I_f$).

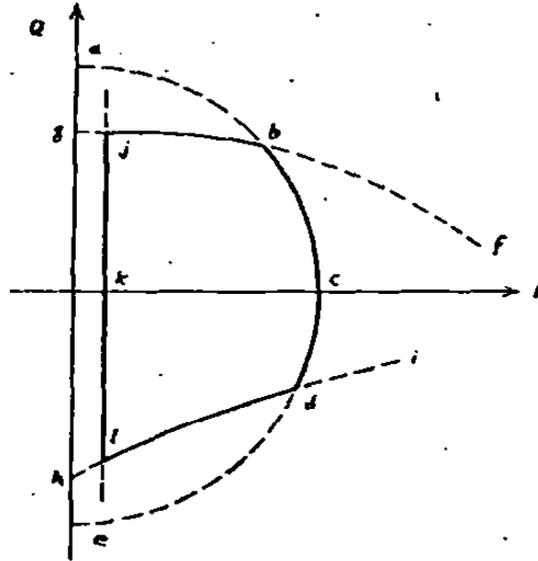


FIGURA # V.5

Así que en ascenso, sobre la curva de operación, desde el punto c hasta b se requieren magnitudes para el voltaje E_f cada vez mayores. Así se llega hasta que en el punto b se alcanza el valor de voltaje E_f máximo que corresponde necesariamente a una corriente de campo I_f máxima.

El lugar geométrico de la potencia activa y reactiva, para la condición de voltaje de excitación fijo, en E_f máximo es:

$$S = \frac{VE_f}{X_d} \text{sen}\delta + j \left(\frac{VE_f}{X_d} \text{cos}\delta - \frac{V^2}{X_d} \right)$$

La ecuación anterior se representa mediante un círculo, con las consideraciones siguientes :

$$\text{Centro} = (0, V^2/X_d)$$

$$\text{Radio} = VE_f / X_d$$

La Figura # V.5, anterior, también muestra un segmento de este círculo, mediante el arco parcial jbf. No es necesario que se haga un círculo completo.

El funcionamiento del GPL está, ahora, limitado por el calentamiento del devanado de campo, o sea generación de calor en la pieza reconocida como rotor.

Considerando enseguida la región inferior del círculo abcde operando sobre el arco cde.

En el tránsito desde c hasta d, durante el recorrido, el GPL, está proporcionando una corriente capacitiva. Como el factor de potencia es en adelanto, ocurre que el voltaje E_f disminuye conforme se mueva desde el punto c hasta d, ocurriendo la posibilidad de problemas con la estabilidad.

Para evitar lo anterior es prudente mantener una reserva de un 5% hasta un 10% sobre la capacidad de entrega de potencia activa, considerando para lograr lo anterior un ángulo δ entre (4.2° y 71.8°) puesto que es posible calcular P y Q con las fórmulas conocidas siguientes :

$$P = \frac{E_f V}{X_d} \text{sen} \delta$$

$$Q = \frac{E_f V}{X_d} \text{cos} \delta - \frac{V^2}{X_d}$$

Lo mismo, desde otra perspectiva será considerar un ángulo ϕ entre 18.2° y 25.8° ; logrando un factor de potencia en adelanto, conveniente.

Realizando el trazado de lo anterior, al variar el voltaje E_f se transita por el contorno hdi en la Figura # V.5, ya ilustrada.

El propósito de evitar la inestabilidad en estado transitorio hace que el funcionamiento del GPL este dentro de las fronteras de la región que está sobre la curva hdi.

Para ciertas unidades, no es conveniente permitir que la potencia activa de salida disminuya a valor nulo; a sí que, éstas requieren de una potencia mínima de operación, siendo su lugar geométrico la región ubicada a la derecha de la línea jRl.

Finalmente, se hace necesario agregar lo siguiente: La región circunscrita por la superficie cerrada bcdlkj, representa gráficamente a la curva de capacidad ó carta de operación, para un GPL en un SEP.

CAPITULO VI
APLICACION DE LA CURVA DE CAPABILIDAD
EN GENERADORES DE POLOS LISOS

VI.1) GENERALIDADES

Anteriormente, se ha tratado que el GPL es un caso particular del GPS; siendo más simple su estructura y funcionamiento.

Sin embargo un análisis teórico que conduzca hacia el estudio práctico, mediante el tránsito desde el diagrama fasorial hasta la curva de capacidad (pasando por un diagrama de potencias intermedio), se hace necesario.

Su análisis se simplifica más, haciendo las consideraciones siguientes: Despreciando la resistencia de armadura, eliminando el efecto de saturación y estableciendo su comportamiento en estado estable.

Utilizando de la ecuación fundamental para los GPL, se tiene:

$$E_f = V + j X_d I$$

Que dispuesta en un diagrama fasorial de voltaje y corrientes, con un factor de potencia en retraso, Figura # VI.1, queda:

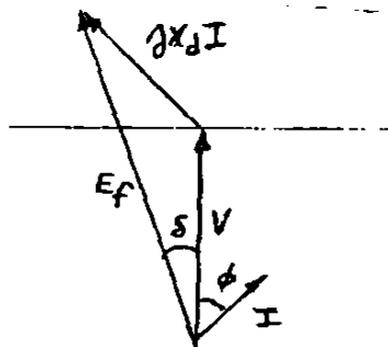


FIGURA # VI.1

Si se multiplica por (V/X_d) todos los lados del triángulo que representan los lados del triángulo que representan los voltajes, se obtiene el diagrama de potencias simplificado, de la Figura # VI.2, siguiente :

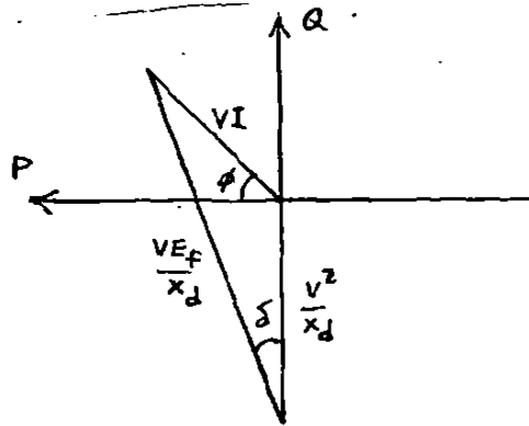


FIGURA # VI.2

Observándose en la Figura # VI.2 anterior que las proyecciones del lado VI en los ejes vertical y horizontal representan potencia reactiva y activa, respectivamente. Ahora si se considera la imagen especular reflejada, como muestra la Figura # VI.3, resultado de colocar un espejo a la derecha de la Figura # VI.2 y paralelo al eje de las potencias reactivas.- También puede lograrse lo mismo, después de una rotación conveniente, de dónde resulta :

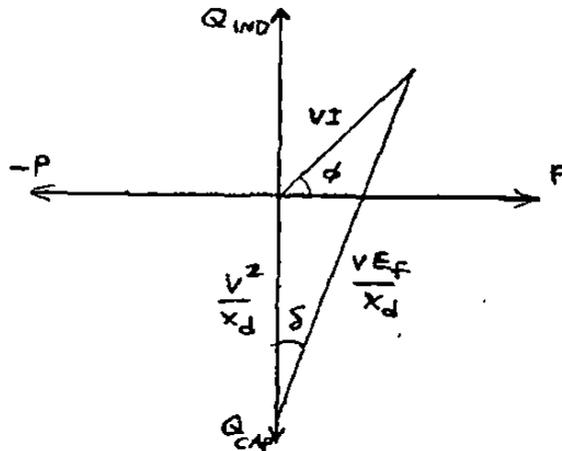


FIGURA # VI.3

Se sabe que cuando el GPL funciona a sus valores nominales, es decir que alcanza la temperatura de régimen de diseño, se obtienen las fronteras de la superficie reconocida como carta de operación.

Ahora considerando los límites ya establecidos en el capítulo anterior, se tiene :

- a) El límite de corriente de armadura.- Debido al calentamiento en el devanado de armadura, se impone un primer límite en la operación del GPL. La máxima corriente de armadura será entonces la nominal, ésta multiplicada por la tensión nominal en terminales establece la potencia aparente monofásica de la máquina.

Si se trabaja con el fasor ($V_f = S$) ya calculado, se puede trazar el semicírculo abcde mostrado en la Figura # VI.6 mas adelante.

La operación del GPL está restringida dentro del semicírculo anterior por el calentamiento del estator.

- b) El límite de corriente de excitación.- Debido al calentamiento en el devanado de campo, se impone un segundo límite en la operación del GPL.- La relación entre la potencia de salida y la corriente de excitación se puede obtener utilizando del circuito equivalente y del diagrama fasorial para régimen permanente del GPL de las Figuras # VI.4 y # VI.5 mostrados a continuación.

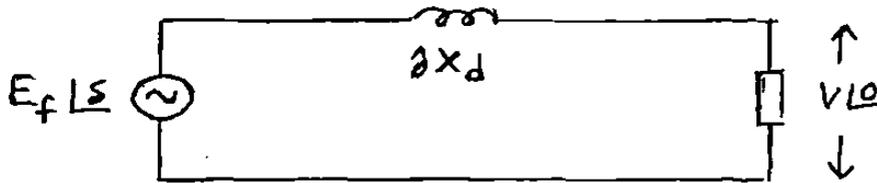


FIGURA # VI.4

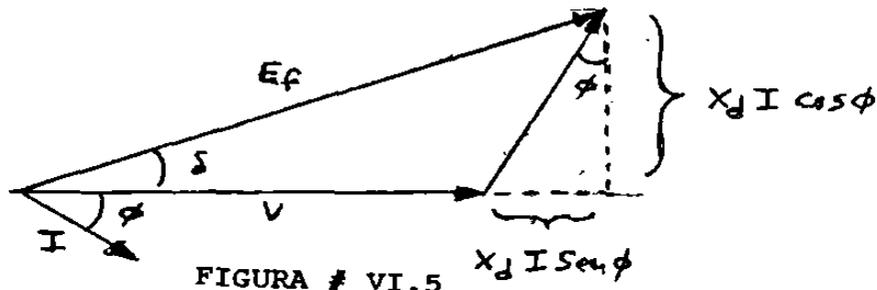


FIGURA # VI.5

De lo anterior, se tiene que:

$$E_f = V + j X_d I$$

y del diagrama fasorial, resulta que:

$$E_f \text{ Sen } \delta = X_d I \text{ cos } \phi$$

$$E_f \text{ cos } \delta = V + X_d I \text{ Sen } \phi$$

Obteniéndose así, esto:

$$P = \frac{VE_f}{X_d} \text{ Sen } \delta$$

$$Q = \frac{VE_f}{X_d} \text{ cos } \delta - \frac{V^2}{X_d}$$

$$S = -j \frac{V^2}{X_d} + \left(\frac{VE_f}{X_d} \text{ Sen } \delta + j \frac{VE_f}{X_d} \text{ cos } \delta \right)$$

Dónde se indica que el lugar geométrico de S es un círculo con centro en $(0, -\frac{V^2}{X_d})$ y con radio $(\frac{VE_f}{X_d})$. El arco gjbfc en la Figura # VI.6 es un segmento de este círculo.

La operación del GPL está restringida dentro de lo indicado anteriormente debido al calentamiento producido por la corriente de excitación.

c) El límite de calentamiento en la región extrema de la máquina. Se habrá notado en el análisis de la COG, tratada en el capítulo V, que el primer cuadrante se ocupa cuando se tiene una corriente de alta excitación de campo y que el cuarto cuadrante muestra una área de baja excitación de campo, por lo que parece que el límite térmico está determinado por la corriente de armadura, mediante el arco cde; pero esto es equivocado, porque falta considerar el problema del calentamiento en los cabezales de las bobinas de armadura que surge cuando el GPL tiene corriente de campo subexcitada. Dónde el punto e indica el

punto teórico de estabilidad permanente; aunque el límite de calentamiento en la región extrema de la máquina se determina experimentalmente, se puede dejar un margen del 10% desde el punto teórico, establecer un límite práctico de estabilidad permanente para la seguridad propia de la máquina quedando entonces el arco hld como tercer límite en la operación del GPL.

- d) Los límites de potencia máxima y de potencia mínima. Algunos fabricantes consideran el límite de potencia mínima para las unidades térmicas, el cual es una restricción de la caldera, trazo recto jkl; a veces se toma en cuenta el límite de potencia máxima, el cual es una restricción del primo-motor.

La Figura # VI.6 muestra todo lo tratado ya anteriormente, excepto el límite máximo de potencia que no se presenta en este caso.

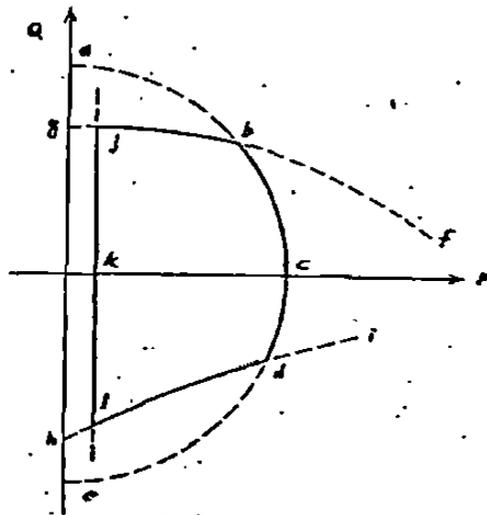


FIGURA # VI.6

VI.2) OBTENCION IDEAL DE LOS DATOS Y PARAMETROS

Si se tiene un GPL, dónde puede considerarse el suministro de datos siguiente:

- a) Capacidad Nominal $S = 1.0$ pu
- b) Voltaje en terminales: $V = 1.0$ pu
- c) Factor de potencia: $F.P. = 0.85$
(-)
- d) Reactancia síncrona de eje directo: $X_d = 1.1$ pu

Determinar los límites de la curva de capacidad.

A.- El límite de corriente en el devanado de armadura.

Esta frontera está delimitada por $S = 1.0$ pu y esto indica que el lugar geométrico de este límite es un círculo con centro en el origen y radio de 1.0 pu.

B.- El límite de corriente en el devanado de excitación.

Se sabe que la ecuación que delimita la corriente en el devanado de campo, es:

$$S = -j \frac{V^2}{X_d} + \left(\frac{VE_f}{X_d} \text{ Sen } \delta + j \frac{VE_f}{X_d} \text{ cos } \delta \right)$$

$$S = -j \frac{V^2}{X_d} + \frac{VE_f}{X_d} (\text{ Sen } \delta + j \text{ cos } \delta)$$

El lugar geométrico de esta ecuación es un círculo en el punto $(0, -\frac{V^2}{X_d})$ y con un radio $(\frac{VE_f}{X_d})$

Si se hace el cálculo para obtener E_f , se tiene lo siguiente:

$$E_f = V + j X_d I$$

$$E_f = 1.0 \angle 0^\circ + 1.1 \angle 90^\circ (1.0 \angle -31.8^\circ)$$

$$E_f = 1.0 \angle 0^\circ + 1.1 \angle 58.2^\circ$$

$$E_f = 1.84 \angle 30.6^\circ \text{ pu}$$

Además si se determina que:

$$-\frac{V^2}{X_d} = -\frac{(1)}{1.1} = -0.91 \text{ pu}$$

Y también se calcula el fasor ya indicado

$$\frac{VE_f}{X_d} = \frac{(1) 1.84}{1.1} = 1.67 \text{ pu}$$

Entonces, se tienen los valores del centro y radio del círculo que delimitan la frontera por corriente de excitación, que son:

Centro (0, - 0.91 pu)

Radio (1.67 pu)

C.- El límite de calentamiento en la región extrema de la máquina.

En forma empírica se ha encontrado que las fronteras de máxima seguridad en esta región delimitan aproximadamente una línea recta que parte de un punto sobre el límite de corriente de armadura, a un factor de potencia 0.95 (+), hasta otro punto considerado de 0.6 pu de potencia reactiva capacitiva.

VI.3) DETERMINACION IDEAL DE LA CURVA DE CAPABILIDAD

El procedimiento gráfico empieza con un trazado inicial de un eje de coordenadas cartesianas, aunque de hecho los cuadrantes I y IV son los utilizados en el desarrollo de la carta de operación.

Con centro en el origen se traza un semicírculo de radio unitario partiendo desde el eje vertical superior que representa a la potencia reactiva inductiva, hasta el eje vertical inferior que representa la potencia reactiva capacitiva.

A continuación, con centro en el punto (0, - 0.91 pu), se traza un cuarto de círculo con radio de magnitud 1.67 pu desde el punto a en el eje vertical superior de la potencia reactiva inductiva hasta el punto de cruce sobre la recta del límite teórico de estabilidad, que está a 0.91 pu paralelo al eje horizontal de las potencias activas positivas y en el cuarto cuadrante.

Con lo anterior estas curvas determinan en su punto de cruce b, la potencia aparente nominal (S) y el ángulo del factor de potencia nominal (ϕ), que es atrasado en este caso, por estar en el primer cuadrante.

En seguida, con un ángulo de factor de potencia adelantado de valor 0.95 se obtiene el punto c situado sobre la frontera límite de la corriente de armadura.

Ahora, siguiendo con las fronteras de máxima seguridad, se determina el punto d situado a 0.6 pu sobre la línea vertical

inferior de la potencia reactiva capacitiva.

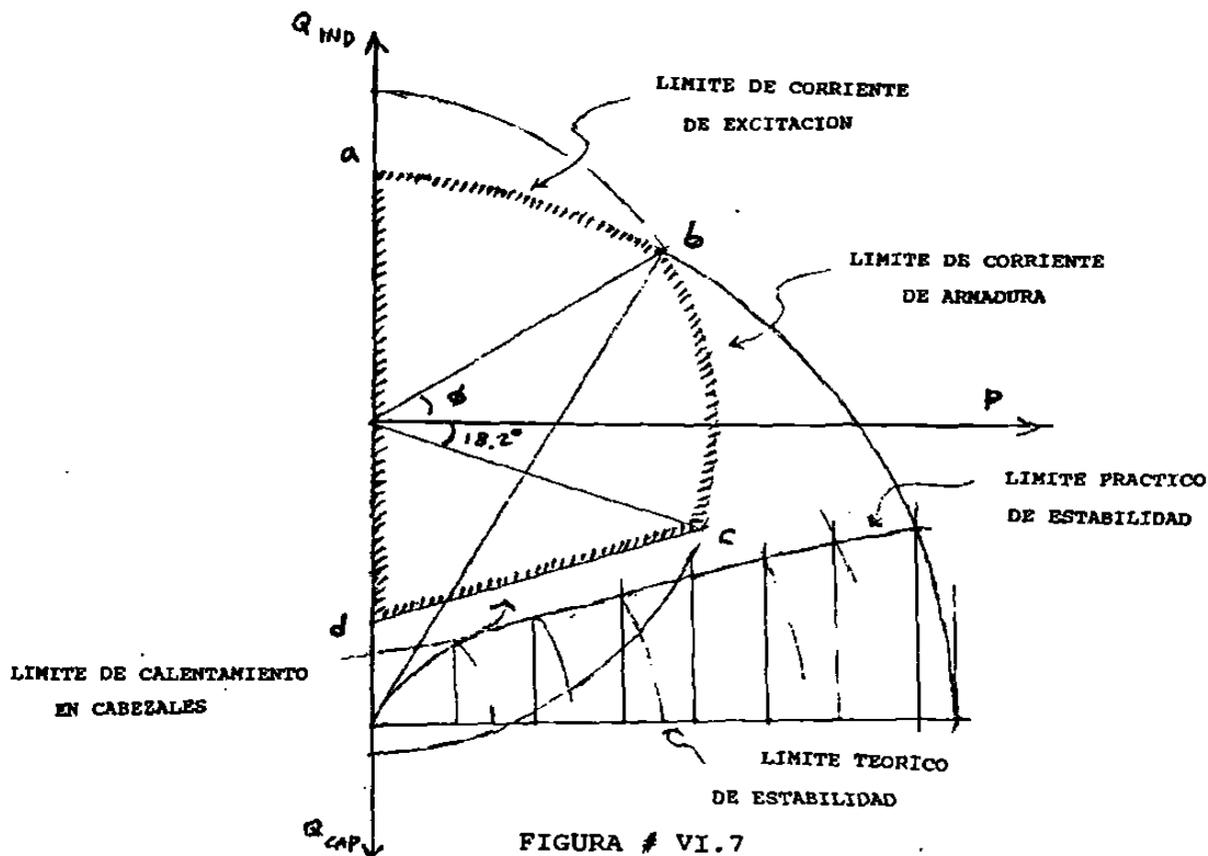
Los puntos c y d determinan una recta que se considera como la frontera de calentamiento en los cabezales.

Si la operación del GPL se tiene en el cuarto cuadrante se está funcionando muy cerca del límite de estabilidad de estado estable, con cualquier oscilación este límite se puede alcanzar provocando problemas con la sincronía.

Para evitar la inestabilidad se reducen las potencias máximas (activa positiva y reactiva negativa) que la unidad deba generar cuando está trabajando en la zona de subexcitación de la COG.

Debido a lo anterior, se traza la curva de límite práctico de estabilidad con un margen del 5 al 10 por ciento de su potencia nominal.

Con las consideraciones ya hechas se tiene la curva de capabilidad que muestra la Figura # VI.7 siguiente :



En la carta de operación anterior puede observarse que:

- a) El GPL puede funcionar, desde factor de potencia (0) atrasado hasta factor de potencia (0.85) atrasado, con la frontera de operación que indica el arco ab, o sea el límite de la corriente nominal de excitación.
- b) El GPL puede funcionar, desde factor de potencia (0.85) atrasado hasta factor de potencia (0.95) adelantado, con la frontera de operación que indica el arco bc, o sea el límite de la corriente nominal de armadura.
- c) El GPL puede funcionar desde factor de potencia (0.95) adelantado hasta factor de potencia (0) adelantado, con la frontera de operación que indica la recta cd, o sea el límite de calentamiento de los cabezales del devanado de armadura.

VI.4) OBTENCION REAL DE DATOS Y PARAMETROS

Si se tiene un GPL, dónde puede considerarse el suministro de datos absolutos, siguiente:

- a) capacidad nominal: $S = 88.235 \text{ MVA}$
- b) voltaje en terminales: $V_L = 13.8 \text{ KV}$
- c) Factor de potencia: $F_p = 0.85$
(-)
- d) Reactancia síncrona de eje directo: $X_d = 3.39\Omega$

Determinar los límites de la curva de capacidad o sea la COG real estimada para el caso práctico.

Corrigiendo lo anterior a valores unitarios para simplificar operaciones posteriores, se tiene que:

- a') capacidad nominal: $S = 1.0 \text{ pu}$
- b') voltaje en terminales: $V = 1.0 \text{ pu}$
- c') Factor de potencia: $F_p = 0.85$
(-)
- d') Reactancia síncrona de eje directo: $X_d = 1.57 \text{ pu}$

Ahora sí, se procede a la obtención real de los parámetros, utilizando de los cálculos convenientes de enseguida:

A.- El límite de corriente en el devanado de armadura.

Esta frontera está delimitada por $S = 1.0$ pu y esto indica que el lugar geométrico de este límite es un círculo con centro en el origen y radio de 1.0 pu.

B.- El límite de corriente en el devanado de excitación.

Se sabe que la ecuación que delimita la corriente en el devanado de campo, es:

$$S = -j \frac{V^2}{X_d} + \frac{VE_f}{X_d} (\text{Sen } \delta + \text{cos } \delta)$$

El lugar geométrico de esta ecuación es un círculo en el punto $(0, -\frac{V^2}{X_d})$ y con un radio $(\frac{VE_f}{X_d})$

Si se hace el cálculo para obtener E_f , se tiene lo siguiente:

$$E_f = V + j X_d I$$

$$E_f = 1 \angle 0^\circ + 1.57 \angle 90^\circ (1 \angle -31.8^\circ)$$

$$E_f = 1 + 0 + 0.83 + 1.33$$

$$E_f = 1.83 + 1.33$$

$$E_f = 2.26 \angle 36^\circ \text{ pu}$$

Además si se determina que :

$$-\frac{V^2}{X_d} = -\frac{(1)^2}{1.57} = -0.64 \text{ pu}$$

Y también se calcula el fasor ya indicado.

$$\frac{VE_f}{X_d} = \frac{(1)(2.26)}{(1.57)} = 1.44 \text{ pu}$$

Entonces, se tienen los valores del centro y radio del círculo que delimitan la frontera por corriente de excitación, que son:

Centro (0, - 0.64 pu)

Radio (1.44 pu)

C.- El límite de calentamiento en la región extrema de la máquina.

Se establece por regla general obtenida de consideraciones empíricas, que todos los GPL de manufactura moderna puedan ser operadas en la región subexcitada hasta $FP = 0.95$ en adelante y a plena carga.

Lo anterior, como límite, no es aplicable a máquinas antiguas, en cuyo caso, es necesario obtenerlo mediante estimaciones empíricas de casos semejantes ó consultando al fabricante.

Si se considera que el GPL está conectado a un SEP muy grande comparado con su capacidad, el límite teórico de estabilidad puede ser representado por una línea recta horizontal que pase por el punto (ó) a una distancia igual a $(\frac{V^2}{X_d})$ sobre el eje de potencias reactivas capacitivas.

Aunque lo más común es que el generador esté conectado al sistema a través de una impedancia externa (X_e) de valor definido; en tales condiciones, el límite teórico de estabilidad, es un arco de círculo cuyo centro está en el eje de potencias reactivas inductivas y a una distancia (D) del punto (ó), tal que :

$$D = \frac{1}{2X_e} + \frac{1}{2X_d}$$

Si se toma un valor de $X_e = 0.4$ pu resulta entonces que se tiene a continuación lo siguiente:

$$D = \frac{1}{2(0.4)} + \frac{1}{2(1.57)} = 1.57 \text{ pu}$$

Esta distancia (D) se resta de $(-\frac{V^2}{X_d})$

Y se obtiene el centro e que resulta de:

$$e = D - \frac{V^2}{X_d}$$
$$e = 1.57 - 0.64$$
$$e = 0.93 \text{ pu}$$

Entonces, se tienen los valores del centro y radio del círculo que el límite real de estabilidad.

Centro (0, + 0.93 pu)

Radio (1.57 pu)

Tomando lo anterior, se hace el arco que une el punto (ó) con el eje de potencias activas positivas, determinándose así, el límite teórico real de estabilidad permanente.

En otro caso práctico de un GPL con una capacidad de 115 MVA, 13.8 kV entre fases y una relación (X_e/X_d) de 0.35 pu. La carga impuesta al generador fue de 92 MW y el regulador de voltaje fue sacado del control de excitación, entonces se bajó la excitación manualmente para operar en la región subexcitada, al llegar el voltaje a 12.3 KV, se alcanzó el límite de estabilidad y el ángulo interno fué de 78°.

Al repetirse la prueba con el regulador de voltaje llevando el control de excitación, el voltaje descendió hasta 11.8 KV sin existir indicio de pérdida de estabilidad; pero el ensayo se suspendió debido al calentamiento excesivo en los cabezales del devanado colocado en el estator.

VI.5) DETERMINACION REAL DE LA CURVA DE CAPABILIDAD

El procedimiento gráfico empieza con un trazado inicial de un eje de coordenadas cartesianas, aunque de hecho los cuadrantes I y IV son los utilizados en el desarrollo de la carta estimada de operación real.

Con centro en el origen se traza un semicírculo de radio unitario partiendo desde el eje vertical superior que representa a la potencia reactiva inductiva máxima, permisible en la región de sobreexcitación, hasta el eje vertical inferior que representa la potencia reactiva capacitiva.

A continuación, con centro en el punto (0, - 0.64 pu), se traza un cuarto de círculo con radio de magnitud 1.44 pu desde el

punto a en el eje vertical superior de la potencia reactiva inductiva hasta el punto de cruce sobre la recta del límite teórico de estabilidad que está 0.64 pu paralelo al eje horizontal de las potencias activas positivas y en el cuarto cuadrante.

Con lo anterior estas curvas determinan en su punto de cruce b, la potencia aparente nominal (S) y el ángulo del factor de potencia nominal (ϕ), que es atrasado en este caso por estar en el primer cuadrante.

Enseguida, con un ángulo de factor de potencia adelantado de valor 0.95 se obtiene el punto c situado sobre la frontera límite de la corriente de armadura.

Ahora siguiendo con las fronteras de máxima seguridad, se determina el punto d situado a 0.6 pu sobre la línea vertical inferior de la potencia reactiva capacitiva (dato del fabricante).

Los puntos c y d determinan una recta que se considera como la frontera de calentamiento en los cabezales.

Existe también otra opción, mas a seguir, para determinar el límite teórico real de estabilidad que utiliza de una reactancia externa aproximada.

Se hace uso de la distancia D cuyo valor es de 1.57 pu y considerando el punto e situado en (0, + 0.93 pu) se traza el arco que une los dos ejes de potencia que delimitan el cuarto cuadrante.

Si la operación del GPL está muy cerca del límite de estabilidad de estado estable, con cualquier oscilación este límite se puede alcanzar provocando problemas con la sincronía.

Para evitar oscilaciones e inestabilidad se reducen prácticamente las potencias máximas (activa positiva y reactiva negativa) que la unidad deba generar cuando está trabajando en la zona de subexcitación de la COG.

Debido a lo anterior, se traza la curva de límite práctico de estabilidad con un margen del 5 al 10 por ciento de su potencia nominal.

En conclusión, puede establecerse que la COG del GPL, está definida dentro de la región real delimitada como abgfda.

CAPITULO VII

APLICACION DE LA CURVA DE CAPABILIDAD
EN GENERADORES DE POLOS SALIENTES

VII.1) GENERALIDADES

La MST cuando es de rotor con polos salientes tiene mas complejidad tanto en estructura como en funcionamiento; pero la curva de capacidad para un GPS se determina de manera semejante que para un GPL, que es un caso particular.

Para la obtención de la COG se consideran las zonas límites principales siguientes:

a) El límite de la corriente de armadura en el estator.

Es igual para los GPL y GPS; porque se describe mediante la ecuación de un círculo cuyo radio es (S) y cuyo centro está en el origen de los ejes de coordenadas de potencia activa (P) y potencia reactiva (Q)

b) El límite de la corriente de excitación en el rotor.

Para la obtención de esta zona se utiliza de la expresión para la potencia activa de salida de un GPS, que ya deducida anteriormente en el capítulo IV.

$$P = \frac{VE_f}{X_d} \text{ Sen } \delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) \text{ Sen } 2\delta$$

$$Q = \frac{VE_f}{X_d} \text{ cos } \delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) \text{ cos } 2\delta - \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \right)$$

y como :

$$S = P + jQ$$

$$S = \frac{VE_f}{X_d} \text{ Sen } \delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) \text{ Sen } 2\delta$$

$$+ j \left[\frac{VE_f}{X_d} \text{ cos } \delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) \text{ cos } 2\delta - \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \right) \right]$$

Ordenando los términos anteriores en una forma más conveniente, se tiene

$$S = -j \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \right) + \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) [\text{Sen } 2\delta + j \text{ cos } 2\delta] + \frac{VE_f}{X_d} [\text{Sen } \delta + j \text{ cos } \delta]$$

Ahora se puede simplificar y considerar el diagrama que resulta de la suma de tres fasores.

$$S = A + B + C$$

Cada uno de los fasores se trata por separado y se llega a :

Fasor A

$$A = -j \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \right)$$

De dónde que cuando (X_d) y (X_q) son iguales, este fasor queda como:

$$A = -j \frac{V^2}{X_d}$$

que corresponde al fasor A para un GPL; pues es un caso particular del GPS.

El ángulo del fasor A permanece constante para ambos tipos de máquinas y como es un parámetro del generador no cambia durante el funcionamiento de la unidad. Es el ángulo de la impedancia de la máquina; pero si se desprecia la resistencia del devanado de armadura, entonces el ángulo es de (-90°) .

Fasor B

$$B = \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) [\text{Sen } 2\delta + j \text{ cos } 2\delta]$$

De dónde que cuando (X_d) y (X_q) son iguales, este fasor se hace cero; por tanto no existe en los GPL.

En los GPS; el fasor B origina un círculo que se conoce como de reluctancia. La consideración anterior ocasiona una diferencia importante entre ambos tipos de generadores; pues si la corriente de excitación es nula, o aún con una pequeña excitación negativa, el GPS es capaz de desarrollar un par ó potencia. Esto se debe a la diferencia de reluctancias entre el eje directo y el eje de cuadratura, llamado efecto de saliencia.

Nótese que el ángulo del fasor B, varía con el doble del ángulo de potencia o de carga.

Fasor C

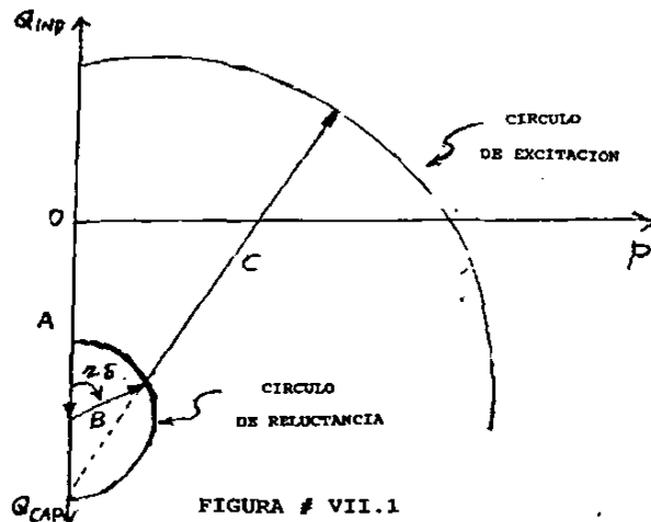
$$C = \frac{VE_f}{X_d} [\text{Sen } \delta + j \text{ cos } \delta]$$

Este fasor C existe en ambos tipos de máquinas (GPL y GPS), origina un círculo que se conoce como de excitación ya que el módulo de este fasor es proporcional a la corriente de excitación.

Cuando se considera el fasor C, en un GPL, se trata de un radio que origina un círculo de centro fijo, situado en el punto extremo del fasor A.

En los GPS, el fasor C no tiene un centro fijo, se desplaza sobre la circunferencia que describe el fasor B.

Ahora se muestra en la Figura VII.1 el lugar geométrico de la ecuación general completa.



c) El límite de estabilidad permanente.

Durante los períodos de demanda mínima se requiere que los GSG absorban reactivos, es decir operar las máquina con excitación reducida; pero sin olvidar los problemas de calentamiento en los cabezales, del devanado colocado en el estator, ya tratados en el capítulo anterior.

En el caso del GPS, se dificulta un poco más la obtención de la zona límite; ya que para cada valor de la corriente de excitación, cambia la magnitud y el ángulo del fasor C.

Si se disminuye la corriente de campo desde su valor nominal, pasado por cero y tener excitación negativa se va obteniendo una curva que será el límite teórico de estabilidad permanente. Entonces si se deja un margen del 10% a partir de la curva teórica anterior (de manera semejante, a como se hizo en el GPL) se obtiene la curva de límite práctico de estabilidad permanente.

VII.2) OBTENCION IDEAL DE DATOS Y PARAMETROS

Si se tiene un GPS, dónde puede considerarse el suministro de datos siguiente:

- a) Capacidad nominal: $S = 1.0$ pu
- b) Voltaje en terminales: $V = 1.0$ pu
- c) Factor de potencia: $F.P. = 0.90$
- d) Reactancia síncrona de Eje directo: $X_d = 1.0$ pu
- e) Reactancia síncrona de eje en cuadratura: $X_q = 0.6$ pu

Determinar los límites de la curva de capacidad

A.- El límite de corriente en el devanado de armadura.

Esta frontera está delimitada por $S = 1.0$ pu y ésto indica que el lugar geométrico de este límite es un círculo con centro en el origen y radio de 1.0 pu.

B.- El límite de corriente en el devanado de excitación.

Se sabe que la ecuación que delimita la corriente en el devanado de campo, es:

$$S = -j \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \right) + \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) (\text{Sen } 2 \delta + j \cos 2 \delta) + \frac{VE_f}{X_d} (\text{Sen } \delta + j \cos \delta)$$

El fasor A que corresponde al primer término, tiene el módulo siguiente:

$$|A| = \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \right)$$

$$|A| = \frac{(1.0)^2}{2} \left(\frac{1.0 + 0.6}{1.0 \times 0.6} \right) = 1.33 \text{ pu}$$

Este factor está situado sobre el eje negativo de la potencia reactiva.

El fasor B que corresponde al segundo término, tiene el módulo siguiente:

$$|B| = \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right)$$

$$|B| = \frac{(1.0)^2}{1} \left(\frac{1.0 - 0.6}{1.0 \times 0.6} \right) = 0.33 \text{ pu}$$

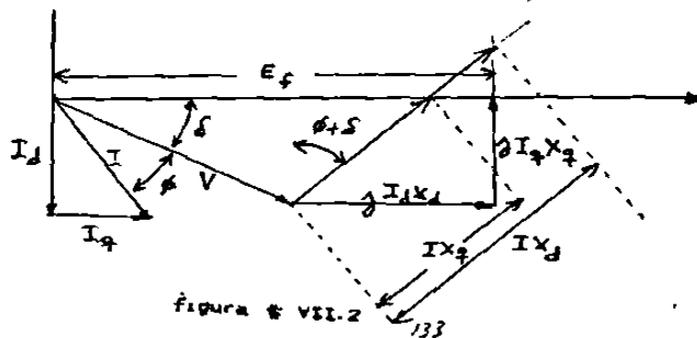
Ahora este fasor tiene una posición que varía con el doble del ángulo de potencia (δ).

El fasor C que corresponde al tercer término, tiene el módulo siguiente:

$$|C| = \frac{VE_f}{X_d}$$

Y este fasor tiene una posición que varía con ángulo interno o de potencia (δ).

Si se considera la Figura # VII.2 que muestra el diagrama fasorial de un GPS con factor de potencia atrasado.



En el diagrama anterior se tiene:

$$V \text{ Sen } \delta = I_q X_q = IX_q \cos (\phi + \delta)$$

$$V \text{ Sen } \delta = IX_q = (\cos \phi \cos \delta - \text{sen } \phi \text{ sen } \delta)$$

Continuando con la simplificación.

$$V = IX_q \left(\cos \phi \frac{\cos \delta}{\text{Sen } \delta} - \text{Sen } \phi \frac{\text{Sen } \delta}{\text{Sen } \delta} \right)$$

$$V = IX_q \frac{\cos \phi}{\tan \delta} - IX_q \text{ Sen } \phi$$

Y siguiendo con la adecuación

$$V \tan \delta = IX_q \cos \phi - IX_q \text{ Sen } \phi \tan \delta$$

$$V \tan \delta = IX_q \text{ Sen } \phi \tan \delta = IX_q \cos \phi$$

Resultando del desarrollo, esto:

$$\tan \delta = \frac{IX_q \cos \phi}{V + IX_q \text{ Sen } \phi}$$

Para condiciones nominales de (S) y (V)

Tenemos que: $I = \frac{S}{V}$

$$I = \frac{1.0}{1.0} = 1.0 \text{ pu}$$

Y si $\text{fp} = \cos \phi = 0.9$

entonces $\phi = \cos^{-1} 0.9 = 25.8^\circ$

$$\text{Sen } (25.8^\circ) = 0.44$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{1.0 \times 0.6 \times 0.9}{1.0 + 1.0 \times 0.6 \times 0.44} = 23,2^\circ$$

Por lo cual

$$E_f = V \cos \delta + IX_d \text{ Sen } (\delta + \phi)$$

$$E_f = 1.0 \cos (23.2^\circ) + 1.0 \times 1.0 \text{ Sen } (23.2^\circ + 25.8^\circ)$$

$$E_f = 1.67 \text{ pu}$$

De dónde :

$$|C| = \frac{VE_f}{X_d}$$

$$|C| = \frac{1.0 \times 1.67}{1.0} = 1.67 \text{ pu}$$

Debe considerarse el valor máximo del ángulo de potencia (δ); por tanto se hace necesario derivar e igualar a cero, la expresión de la potencia activa.

$$P = \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) \text{ Sen } 2\delta + \frac{VE_f}{X_d} \text{ Sen } \delta$$

$$P = B \text{ Sen } 2\delta + C \text{ Sen } \delta$$

Derivado con respecto a (δ).

$$\frac{dP}{d\delta} = \frac{d}{d\delta} [B \text{ Sen } 2\delta + C \text{ Sen } \delta] = 0$$

$$B \text{ Cos } 2\delta_M(2) + C \text{ COS } \delta_M = 0$$

$$2B (2 \text{ Cos}^2 \delta_M - 1) + C \text{ Cos } \delta_M = 0$$

Quedando esta expresión cuadrática

$$4B \text{ Cos}^2 \delta_M + \text{Cos } \delta_M - 2B = 0$$

$$\text{Cos}^2 \delta_M + \frac{C}{4B} \text{ Cos } \delta_M - \frac{1}{2} = 0$$

$$\cos \delta_M = \frac{\frac{-C}{4B} \pm \sqrt{\frac{C^2}{16B^2} + 4 \frac{1}{2}}}{2}$$

Simplificando hasta las alternativas

$$\delta_M = \cos^{-1} \left(-\frac{C}{8B} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{8B}\right)^2 + \frac{1}{2}} \right)$$

Resultando entonces que:

$$\delta_M = \cos^{-1} \left(\sqrt{\left(\frac{C}{8B}\right)^2 + \frac{1}{2}} - \frac{C}{8B} \right)$$

Si se realizan los cálculos, se tiene:

$$\delta_M = \cos^{-1} \left(\sqrt{\left(\frac{1.67}{8 \times 0.33}\right)^2 + 0.5} - \frac{1.67}{8 \times 0.33} \right)$$

$$\delta = 71.4^\circ$$

Finalmente, con los tres fasores calculados y sus ángulos correspondientes obtenidos, puede trazarse la COG solicitada.

VII.3) DETERMINACION IDEAL DE LA CURVA DE CAPABILIDAD

El procedimiento gráfico empieza con un trazado inicial de un eje de coordenadas cartesianas, aunque de hecho los cuadrantes I y IV son los utilizados en el desarrollo de la carta de operación.

Con centro en el origen (o) se traza un semicírculo de radio unitario partiendo desde el eje vertical superior que representa a la potencia reactiva inductiva, hasta el eje vertical inferior que representa la potencia reactiva capacitiva. Del semicírculo anterior es útil realmente cierto arco que delimita la frontera del límite de corriente de armadura.

Después con centro en el punto (o') situado en (0, - 1.33 pu) que indica el final del fasor A, iniciado en el origen de la curva de potencias, se traza un semicírculo con radio de magnitud 0.33 pu que corte al eje de potencias reactivas en los puntos a'' y a. Aunado a lo anterior se hace otro semicírculo con un radio mayor al anterior en un 10%; este último semicírculo genera un arco, que une al eje de potencias reactivas capacitivas con la frontera límite de corriente de armadura, y que forma parte del límite práctico de estabilidad permanente.

Enseguida, ya en el cuarto cuadrante, se traza una horizontal, desde el punto (o') y paralela al eje de potencias activas. Además, se traza el fasor B de magnitud 0.33 pu y con un ángulo levógiro, respecto al eje de potencias activas positivas, del valor siguiente:

$$90^\circ - 2 \delta$$

$$90^\circ - 2 (23.2^\circ) = 43.6^\circ$$

Con lo anterior queda localizado el punto (o''') del semicírculo de reluctancia.

Ahora desde una horizontal igual que lo anterior; pero que pase por el punto (o''), se traza un fasor C, de magnitud 1.67 pu y con un ángulo levógiro, respecto al eje de potencias activas positivas, del valor siguiente:

$$90^\circ - \delta$$

$$90^\circ - 23.2^\circ = 66.8^\circ$$

Con lo anterior queda localizado el punto (o'') en la intersección de los límites de corriente de campo y de corriente de armadura.

Enseguida, se traza poco más de un cuarto de círculo desde el punto (o'') como centro; pero dando inicio desde el eje de potencias reactivas inductivas, en el primer cuadrante, hasta cortar la horizontal trazada desde el punto (o'), situado en el cuarto cuadrante.

Para determinar el punto (a') tómesese la distancia dirigida o'a' de magnitud 0.33 pu y con un ángulo dextrógiro, respecto al eje de potencias reactivas inductivas, del valor siguiente:

$$2 \delta_M$$
$$2 (71.4) = 142.8^\circ$$

Si se prolonga el fasor C, hasta que corte al eje de potencias reactivas, se llega al punto a del semicírculo de reluctancia. Y si desde este punto a se traza una recta que pase por el punto a', ésta también cortará al arco generado por el fasor C en el punto c.

Si se considera la distancia ac y se toma el radio de curvatura adecuado, se puede trazar el arco abc que se conoce como límite teórico de estabilidad permanente.

Ahora con un margen del 10% de la potencia activa máxima, se determina el punto c'; y desde el punto o'' hasta c' se traza una recta que puede funcionar como límite práctico estimado de estabilidad permanente.

Con las consideraciones ya hechas se tiene la curva de capacidad que muestra la Figura # VII.3 siguiente :

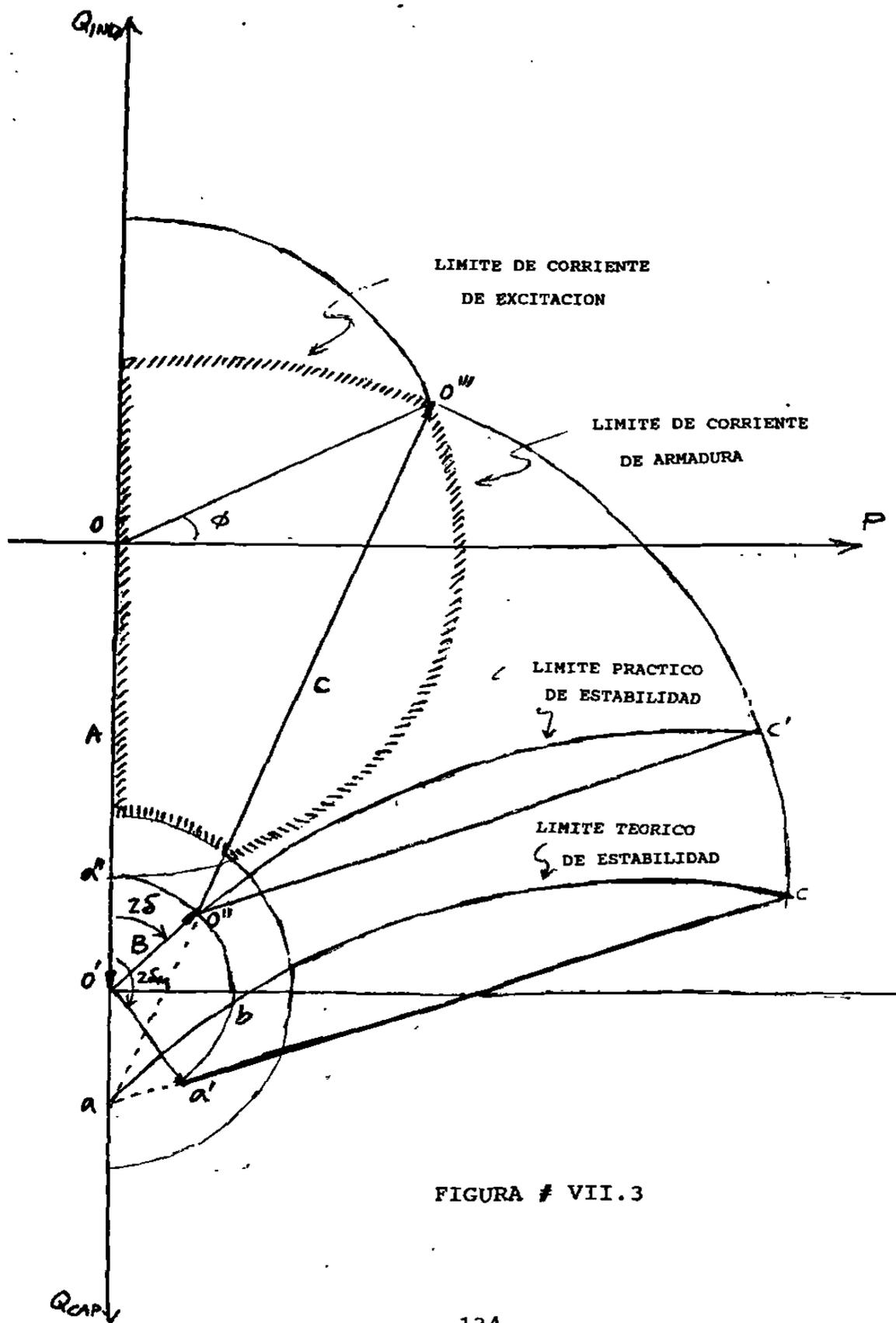


FIGURA # VII.3

VII.4) OBTENCION REAL DE DATOS Y PARAMETROS

Si se tiene un GPS donde puede considerarse el suministro de datos absolutos, siguiente:

- a) Capacidad nominal: $S = 21 \text{ MVA}$
- b) Voltaje en terminales: $V = 10.5 \text{ kv}$
- c) Factor de potencia: $F.P. = 0.85$
(-)
- d) Reactancia síncrona de un eje directo: $X_d = 4.2\Omega$
- e) Reactancia síncrona de eje en cuadratura: $X_q = 2.63\Omega$

Determinar los límites de la curva de capacidad o sea la COG real estimada para el caso práctico.

Corrigiendo lo anterior a valores unitarios para simplificar operaciones posteriores, se tiene que:

- a') Capacidad nominal: $S = 1.0 \text{ pu}$
- b') Voltaje en terminales: $V = 1.0 \text{ pu}$
- c') Factor de potencia: $F.P. = 0.85$
(-)
- d') Reactancia síncrona de un eje directo: $X_d = 0.8 \text{ pu}$
- e') Reactancia síncrona de eje en cuadratura: $X_q = 0.5 \text{ pu}$

Ahora sí, se procede a la obtención real de los parámetros, utilizando de los cálculos convenientes de enseguida:

A.- El límite de corriente en el devanado de armadura.

Esta frontera está delimitada por $S = 1.0 \text{ pu}$ y esto indica que el lugar geométrico de este límite es un círculo con centro en el origen y radio de 1.0 pu .

B.- El límite de corriente en el devanado de excitación.

Se sabe que la ecuación que delimita la corriente en el devanado de campo, es:

$$S = - \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \right) + \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right) (\text{Sen } 2 \delta + j \cos 2 \delta) + \frac{VE_f}{X_d} (\text{Sen } \delta + j \cos \delta)$$

El fasor A que corresponde al primer término, tiene el módulo siguiente:

$$|A| = \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d + X_q}{X_d X_q} \right)$$

$$|A| = \frac{(1.0)^2}{2} \left(\frac{0.8 + 0.5}{0.8 \times 0.5} \right) = 1.63 \text{ pu}$$

Este fasor está situado sobre el eje negativo de la potencia reactiva.

El fasor B que corresponde al segundo término, tiene el módulo siguiente:

$$|B| = \frac{V^2}{2} \left(\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right)$$

$$|B| = \frac{(1.0)^2}{2} \left(\frac{0.8 - 0.5}{0.8 \times 0.5} \right) = 0.38 \text{ pu}$$

Ahora este fasor tiene una posición que varía con el doble del ángulo de potencia (δ).

El fasor C que corresponde al tercer término, tiene el módulo siguiente:

$$|C| = \frac{VE_f}{X_d}$$

Y este fasor tiene una posición que varía con el ángulo interno o de potencia (δ).

Si se considera la Figura anterior # VII.2 que muestra el diagrama fasorial de un GPS con factor de potencia atrasado.

Del desarrollo ya realizado previamente en el tema VII.2, resulta esto:

$$\tan \delta = \frac{IX_q \cos \phi}{V + IX_q \text{ Sen } \phi}$$

Para condiciones nominales de (S) y (V) se tiene que:

$$I = \frac{S}{V} \quad \delta$$

$$I = \frac{1.0}{1.0} = 1.0 \text{ pu}$$

Y si $\text{fp} = \cos \phi = 0.85$

Entonces $\phi = \cos^{-1} 0.85 = 31.8^\circ$

$$\text{Sen } (31.8^\circ) = 0.53$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{1.0 \times 0.5 \times 0.85}{1.0 \times 1.0 \times 0.5 \times 0.53} = 18.6^\circ$$

Por lo cual

$$E_f = V \cos \delta + I X_d \text{ Sen } (\delta + \phi)$$

$$E_f = 1.0 \cos (18.6^\circ) + 1.0 \times 0.8 \text{ Sen } (18.6^\circ + 31.8^\circ)$$

$$E_f = 1.57 \text{ pu}$$

De dónde :

$$|C| = \frac{VE_f}{X_d}$$

$$|C| = \frac{1.0 \times 1.57}{0.8} = 1.96 \text{ pu}$$

Debe considerarse el valor máximo del ángulo de potencia (δ); por tanto se hace necesario derivar e igualar a cero, la expresión de la potencia activa.

Ya simplificando el desarrollo de lo anterior, previamente hecho, resulta que :

$$\delta_M = \cos^{-1} \left(\sqrt{\left(\frac{C}{8B}\right)^2 + \frac{1}{2}} - \frac{C}{8B} \right)$$

Si se realizan los cálculos, se tiene :

$$\delta_M = \cos^{-1} \left(\sqrt{\left(\frac{1.96}{8 \times 0.38}\right)^2 + 0.5} - \frac{1.96}{8 \times 0.38} \right)$$

$$\delta_M \approx 65^\circ$$

Finalmente, con los tres fasores calculados y sus ángulos correspondientes obtenidos, puede trazarse la COG solicitada.

VII.5) DETERMINACION REAL DE LA CURVA DE CAPABILIDAD

El procedimiento gráfico empieza con un trazado inicial de un eje de coordenadas cartesianas, aunque de hecho los cuadrantes I y IV son los utilizados en el desarrollo de la carta de operación.

Con centro en el origen (o) se traza un semicírculo de radio unitario partiendo desde el eje vertical inferior que representa a la potencia reactiva capacitiva.- Del semicírculo anterior es útil realmente cierto arco que delimita la frontera del límite de corriente de armadura.

Después con centro en el punto (o') situado en (0, - 1.63 pu) que indica el final del fasor A, iniciado en el origen de la curva de potencias, se traza un semicírculo con radio de magnitud 0.38 que corte al eje de potencias reactivas en los puntos a" y a. Aunado a lo anterior se hace otro semicírculo con un radio mayor al anterior en un 10%; este último semicírculo genera un arco, que une al eje de potencias reactivas capacitivas con la frontera límite de corriente de armadura, y que forma parte del límite práctico de estabilidad permanente.

Enseguida ya en el cuarto cuadrante, se traza una horizontal desde el punto (o') y paralela al eje de potencias activas. Además, se traza el fasor B, de magnitud 0.38 pu y con un ángulo levógiro, respecto al eje de potencias activas positivas, del valor siguiente:

$$90^\circ - 2 \delta$$

$$90^\circ - 2 (18.6^\circ) = 52.8^\circ$$

Con lo anterior quedan localizado el punto (o'') del semicírculo de reluctancia.

Ahora desde una horizontal igual que la anterior, pero que pase por el punto (o''), se traza un fasor C, de magnitud 1.96 pu y con un ángulo levógiro, respecto al eje de potencias activas positivas, del valor siguiente :

$$90^\circ - \delta$$

$$90^\circ - 18.6^\circ = 71.4^\circ$$

Con lo anterior queda localizado el punto (o''') en la intersección de los límites de corriente de campo y de corriente de armadura.

Enseguida, se traza poco más de un cuarto de círculo desde el punto (o''') como centro; pero dando inicio desde el eje de potencias reactivas inductivas, en el primer cuadrante, hasta cortar la horizontal trazada desde el punto (o'), situado en el cuarto cuadrante.

Para determinar el punto (a') tómesese la distancia dirigida o'a', de magnitud 0.38 pu y con un ángulo dextrógiro, respecto al eje de potencias reactivas inductivas, del valor siguiente :

$$2 \delta_M$$

$$2 (65^\circ) = 130^\circ$$

Si se prolonga el fasor C, hasta que corte al eje de potencias reactivas, se llega al punto (a) del semicírculo de reluctancia. Y si desde este punto (a) se traza una recta que pase por el punto (a'), ésta también cortará al arco generado por el fasor C en el punto (c).

Si se considera la distancia ac y se toma el radio de curva tura adecuado, se puede trazar el arco abc que se conoce como límite teórico de estabilidad permanente.

Ahora con un margen del 10% de la potencia activa máxima, se

determina el punto (c') se traza una recta que puede funcionar como límite práctico estimado de estabilidad permanente.

Considerándose ésto último y lo ya hecho anteriormente, se tiene la curva de capacidad que muestra la Figura # VII.4 siguiente :

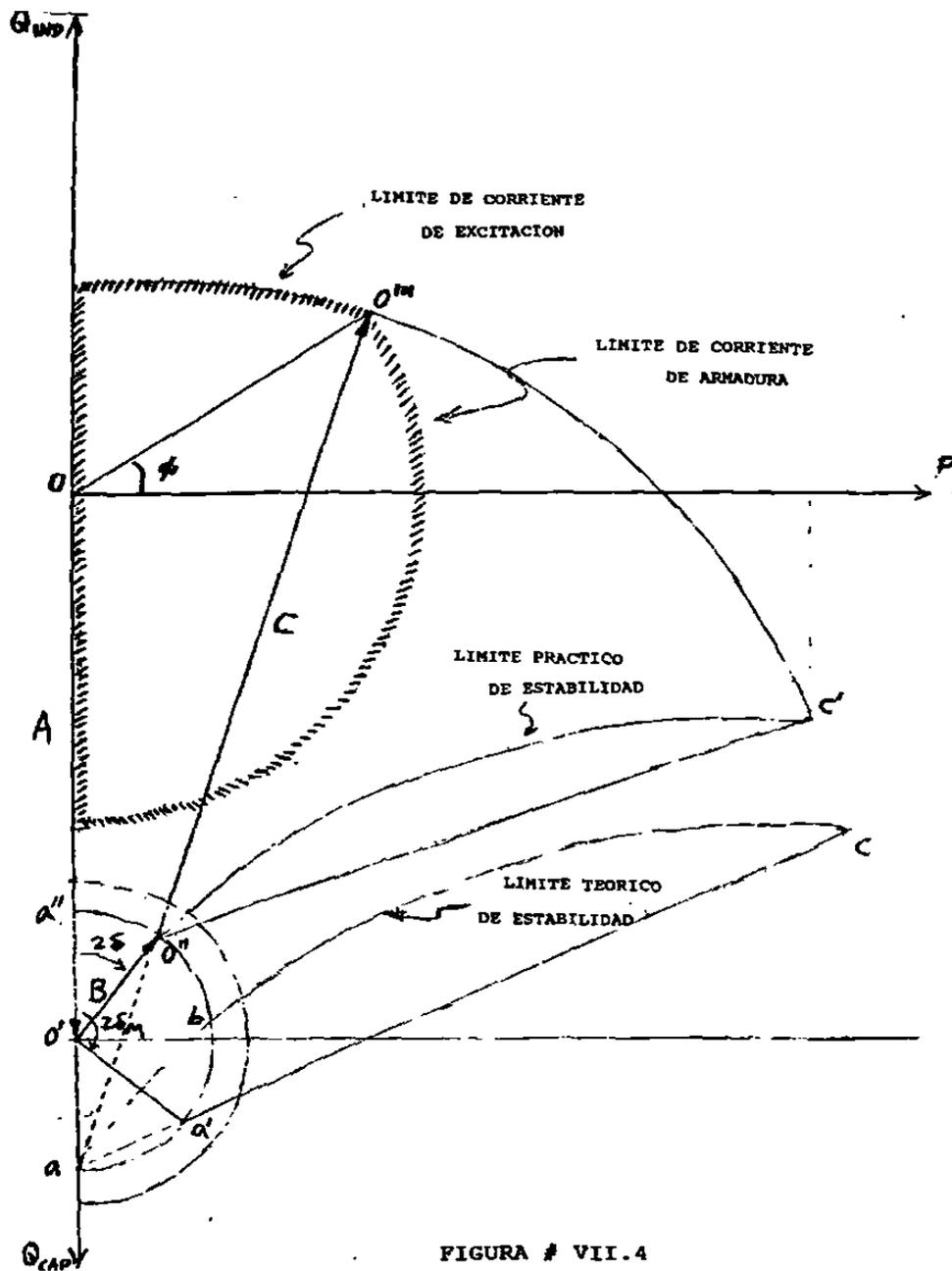


FIGURA # VII.4

CONTRIBUCIONES FINALES

La potencia nominal de los GSG se refiere a la carga máxima en MVA para un cierto voltaje entre fases y con un factor de potencia determinado (normalmente de 0.8, 0.85 ó 0.95 en retraso) que puede soportar en forma continua, sin sufrir un calentamiento severo.- La potencia activa de salida en MW depende directamente de la potencia del primo-motor.

Debido a los sistemas de regulación automáticos existentes, el voltaje en terminales de las máquinas se establece en un valor que difiere como máximo $\pm 5\%$ del valor nominal.

Si se fijan la carga activa y el voltaje, las potencias reactivas inductivas o capacitivas que se pueden disponer están limitadas por el calentamiento, principalmente producido por las corrientes que circulan tanto por el devanado de excitación, como por el devanado de armadura.

Es por lo anterior que la COG es de la máxima utilidad, puesto que en forma gráfica, la curva de capacidad, es la representación de las especificaciones de los GSG, en un diagrama genérico de potencias.

Puede deducirse de las COG ya tratadas en esta tesis, que en la zona de alta excitación dónde se tiene la región comprendida entre factor de potencia nominal y el factor de potencia unidad, la limitación más seria la establece el calentamiento generado por el devanado de armadura; mientras que con menores factores de potencia inductivas, la limitación ms grave la establece el calentamiento generado por el devanado de excitación.

Algunas veces existen limitaciones en cuanto al primo-motor ó bien de la caldera. También en la zona de baja excitación se tiene cierta región, donde la limitación más seria la establece el calentamiento generado, por el flujo de dispersión, en los cabezales del núcleo del estator; y ya en una situación extrema, la limitación más grave la ocasiona la pérdida del sincronismo, debido a la presentación de la inestabilidad de los GSG, que es una condición altamente indeseable.

La potencia máxima que puede obtenerse de los GSG depende de varios factores, dónde los más importantes son los siguientes:

A) VENTILACION.- Cuando se tienen GPL de gran capacidad y normalmente alta velocidad, para disipar el calor producido durante el funcionamiento, es de imperiosa necesidad la ventilación forzada. Esto ocasiona que en diseño interior de las máquinas se prevea de conductos adecuados para el libre movimiento de grandes volúmenes de aire ó gas hidrógeno, por lo que conviene tener unidades herméticamente cerradas.

Si se trata con GPS de gran capacidad y normalmente media velocidad, no existen dificultades para su ventilación; pues hay suficiente superficie útil para la radiación directa del calor y además se cuenta con la posición de las aspas del ventilador alrededor de la periferia.

Cuando la longitud axial del núcleo es muy grande se presenta el problema de enfriar su parte central, ésto hace indispensable subdividir el núcleo, dotándole de ductos de ventilación a intervalos de 7 ó 8 cms, aproximadamente, que permitan el flujo radial del aire ó hidrógeno para enfriamiento.

En las MST, la situación crítica en cuanto a ventilación insuficiente se presenta generalmente en el estator; puesto que en el rotor, las pérdidas por calor constituyen cerca del 10%, si se consideran las pérdidas totales.

Además del arreglo radial de disposición de los ductos, también existen los arreglos circunferencial y axial; aunque puede haber combinaciones entre ellos para lograr una óptima ventilación.

B) REFRIGERACION.- En un principio se utilizo del aire para la refrigeración en la MST; pero aún en unidades pequeñas se requiere de ductos y canales que faciliten que el medio refrigerante disperse efectivamente todo el calor generado en el interior de ellas.

Cuando se tienen GSG de alta capacidad, la circulación del aire forzado con propósitos refrigerantes, adolece de que ocupa de un costoso equipo auxiliar. También el aire tiene ciertas limitantes que disminuyen su utilidad, para el manejo de temperaturas, dentro de los márgenes requeridos de seguridad.

Un superior aumento de las características nominales exige de un medio enfriador que tenga un calor específico mayor que el aire y con una densidad menor que él.

Actualmente los GPL utilizan del hidrógeno como medio refrigerante en todo sistema cerrado, este gas posee las propiedades siguientes:

a) Su densidad es 0.07 la del aire, a la misma temperatura y presión; lo que significa que las pérdidas debidas a la ventilación y a la resistencia del flujo son mucho menores.

b) Su calor específico es 14.5 superior al del aire, a igualdad de peso, temperatura y presión; significa que ambos pueden absorber la misma cantidad de calor por unidad de volumen, pero la transferencia por convección entre las partes calientes de la máquina y el gas es mucho mayor con hidrógeno que con aire.

c) Los gastos de mantenimiento se reducen y la vida de los aislamientos aumenta, con el hidrógeno; puesto que quedan eliminados los polvos, la humedad y el oxígeno, existentes en el aire.

d) Los peligros de incendio son mínimos; puesto que en una mezcla de hidrógeno y aire, no ocurrirá explosión, a menos que exista un contenido de hidrógeno inferior al 70 por ciento.

Es importante hacer notar, que en el interior de los sistemas de refrigeración en los GSG, se mantiene una sobrepresión por encima de la atmosférica (unos 0.04 kg/cm²) de forma que no se pueda formar mezcla explosiva en el interior de la máquina.- Con esta presión, la potencia nominal de la unidad se incrementa en aproximadamente un 30 por ciento respecto a la que tendría refrigerada por aire, y al mismo tiempo, el rendimiento a plena carga aumenta en un 0.5%.

Actualmente existe la tendencia a emplear mayores presiones (de 1 a 4 kg/cm²); al aumentar la presión desde 0.04 hasta 1 kg/cm², puede aumentarse la potencia de salida alrededor de un 15% y elevándola hasta 2 kg/cm² aún se puede aumentar otro 10 por ciento.

Un nuevo paso que ha permitido duplicar la potencia de un generador de determinado tamaño refrigerado con hidrógeno, ha sido la introducción del enfriamiento interior de los propios conductores haciendo circular el refrigerante (líquido ó gas) por huecos o conductos interiores a los mismos o entre sus varias capas. Con ello se soslaya la barrera térmica constituida por el aislamiento eléctrico, y las pérdidas en el cobre las absorbe directamente el refrigerante.- Para el enfriamiento del rotor, normalmente se usa el hidrógeno y para el estator un refrigerante gaseoso o líquido, que en el primer caso acostumbra a ser hidrógeno, y en el segundo aceite ó agua.

C) AISLAMIENTO.- La vida que se puede esperar de una máquina está íntimamente relacionada con la temperatura de servicio, debido a que la degradación del aislamiento es función de ambos factores: temperatura y tiempo.

Este envejecimiento es causado principalmente por un fenómeno químico de oxidación lenta que endurece los aislamientos volviéndolos frágiles y quebradizos en detrimento de su duración mecánica y de su rigidez dieléctrica.- Por cierto existe una regla empírica que dice lo siguiente: la vida de un aislamiento se reduce a la mitad por cada 10°C de aumento de temperatura.

La National Electrical Manufacturers Association (NEMA) fija tres clases de aislamiento de principal interés en las máquinas eléctricas industriales; estas clases son las B, F, y H.- La clase B comprende la mica, la fibra de vidrio, el amianto y otros materiales análogos junto con las sustancias aglutinantes adecuadas alrededor de 85°C).- La clase F comprende también lo anterior; pero

que resistan temperaturas mas altas (alrededor de 110°C).- La clase H destinada a temperaturas aún mayores incluye la goma silicona y mezclas de mica, fibra de vidrio, amianto; pero en aglomerados con resinas de silicón apropiadas (alrededor de 130°C).

Es necesario hacer notar que la mica es el mejor material, que aunque es muy frágil, se emplea de varias laminillas delgadas para formar el espesor adecuado, que se unen por barniz ó baquelita, generalmente con un refuerzo de papel delgado ó tela y luego cosiéndola a presión. Antes de que se haya endurecido el material aglutinante, es plástico y puede moldearse cuando está caliente, en tubos ó canales para revestimiento de las ranuras, convirtiéndose en rígido al cocerse.

Desde otro criterio; pero considerando las normas del Institute of Electrical and Electronics Engineering (IEEE), a continuación se tiene : La clase O que comprende al algodón, seda, papel y materiales orgánicos análogos no impregnados ni sumergidos en aceite (Límite de temperatura de 90°C).

La clase A que comprende al algodón, seda, papel y materiales orgánicos análogos impregnados o sumergidos en un líquido dieléctrico, así como el esmalte aplicado a los conductores (límite de temperatura de 105°C).

La clase B que comprende a materiales inorgánicos, tales como la mica, fibras de vidrio y amianto, constituidos en formas combinadas con sustancias aglutinantes (límite de temperatura de 130°C).

La clase C que comprende a materiales inorgánicos, tales como la mica pura, porcelana, cuarzo y otras (límite de temperatura no designado).

La clase H que comprende a materiales, inorgánicos, tales como la mica, amianto y fibras de vidrio combinados con sustancias aglutinantes formadas por compuestos de siliconas que pueden ser en forma de goma ó resina (límite de temperatura de 180°C).

Puesto que el GSG necesita estar trabajando dentro de la región delimitada por la curva de capacidad es necesario que tenga de sensores, limitadores, estabilizadores y protectores que le auxilién para detectar situaciones de inestabilidad y de falla en un SEP. Para lo anterior se ocupa de alarmas, que avisan de perturbaciones; de bloques que detienen parcialmente algunos elementos; y de disparos que sacan del sistema, a alguna unidad con problemas graves.

1) EL REGULADOR AUTOMATICO DE VOLTAJE (RAV).- Es el dispositivo que controla automáticamente el voltaje de excitación, con el propósito de mantener el voltaje en terminales constante en el GSG.- Permite con la sincronización de la unidad, el control de la generación ó absorción de potencia reactiva dentro de sus

límites operativos.- También vigila la seguridad del sistema de excitación, evitando condiciones peligrosas de sobre ó subexcitación al presentarse disturbios internos ó externos de la unidad.- Y ayuda al mejoramiento de la estabilidad del SEP mediante su alta velocidad de respuesta sobre la excitación del GSG.

2) EL SISTEMA ESTABILIZADOR DE POTENCIA (PSS).- Es un arreglo que proporciona una señal estabilizadora, proporcional a la desviación en potencia eléctrica de la unidad.- Su propósito es fijar una señal de control suplementario al RAV del GSG, con el objetivo de mejorar el comportamiento dinámico del SEP al que se halle asociado.- Esta señal estabilizadora proporciona un amortiguamiento positivo para las oscilaciones electromecánicas que ocurren como respuesta de cualquier tipo de anomalía en el SEP.- Si faltara el PSS, entonces el RAV puede tender a contribuir con un amortiguamiento negativo a las oscilaciones del SEP, presentándose algunas veces situaciones peligrosas de inestabilidad.- Es importante agregar que la señal del PSS es de signo contrario a la señal sensora de voltaje terminal que recibe el RAV, además su efecto es de incrementar la excitación ante un decremento de la potencia eléctrica.

3) LIMITADOR DE MINIMA EXCITACION (MEL).- Este equipo de limitación por mínima excitación tiene el propósito de mantener la alimentación de la máquina por encima de una característica predeterminada de impedancia, que a su vez puede ser manejada en el diagrama de potencias, de manera de prevenir a la unidad de alcanzar condiciones de subexcitación que puedan hacer peligrar su sincronía con el SEP.- Redundando que la función del MEL es producir, a partir de las condiciones de voltaje y corriente existentes en las terminales del GSG, una característica de limitación paralela al límite de estabilidad permanente de la unidad en operación.- Hay que recordar que cuando un GSG pierde totalmente su excitación y si el SEP al cual de ha sincronizado es muy grande para proveer esta deficiencia a través de la armadura, ocurre que la máquina funciona como generador asíncrono, absorbe potencia reactiva del sistema y proporciona la misma potencia activa de salida que antes de ocurrir la falla; pero con oscilaciones tratando de mantener el sincronismo.

4) LIMITADOR DE MAXIMA EXCITACION (OEL).- El equipo de limitación por sobre-excitación tiene el propósito de proteger el devanado de excitación del GSG de un excesivo calentamiento al ocurrir períodos prolongados de sobre-excitación.- Estas funciones son llevadas a efecto bien sea por falla interna en el sistema de excitación ó en sus dispositivos sensores, ó también por una demanda del propio SEP.- Puede ocurrir que en situación normal de funcionamiento, una disminución brusca de voltaje, puede causar que el RAV incremente la excitación de la unidad inmediatamente y mas allá de la capacidad térmica del devanado de campo, ó del propio sistema de excitación.- Sin embargo, es deseable tener una respuesta rápida y confiable para satisfacer los requerimientos del SEP; pero que en caso de persistir la falla más tiempo que el permitido, limite la acción del RAV lo suficiente para operar

dentro de los límites del GSG.

5).- EL LIMITADOR DE VOLTS/HERTZ (VHL).- Este dispositivo tiene el propósito de limitar la relación del voltaje en terminales del generador, en un valor que no represente peligro para su funcionamiento seguro, así como de los transformadores conectados directamente a su salida (transformadores de unidad, de servicios propios y de excitación).- La sobre-excitación del transformador a consecuencia de la elevada relación de volts/hertz, depende del tipo de transformadores, así como del sistema generador/transformador; puesto que en una operación con gran densidad de flujo que origina saturación del material ferromagnético, se produce mucho flujo disperso que induce corrientes parásitas en tanque, marcas laterales, pernos y partes de acero, los cuáles pueden llegar a sobrecalentarse originando el deterioro de materiales aislantes y eventualmente generar fallas de funcionamiento.

Existen además muchos detectores, compensadores y protectores que operan cuando ocurren situaciones perturbadoras y peligrosas, como : sobre-voltaje, pérdida de sincronismo, sobre excitación, motorización, sobre-velocidad, pérdida de excitación, etc. Todo lo anterior hace que el mundo de las máquinas eléctricas, sea fascinante, interesante y maravilloso.