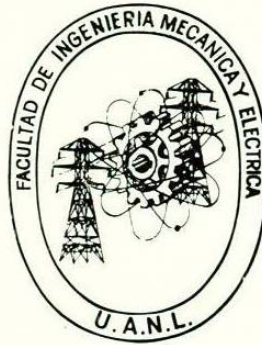


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



**EL MOTOR DE INDUCCION CON FACTOR DE
POTENCIA UNITARIO**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
MAESTRIA EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA
CON ESPECIALIDAD EN POTENCIA**

P R E S E N T A

Ing. Tomás Morales Quiñones

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

MAYO 1994

M

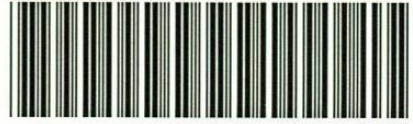
585

M2

IME

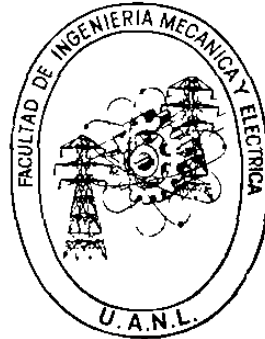
994

6



1020070682

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



**EL MOTOR DE INDUCCION CON FACTOR DE
POTENCIA UNITARIO**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
MAESTRIA EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA
CON ESPECIALIDAD EN POTENCIA**

P R E S E N T A

Ing. Tomás Morales Quiñones

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

MAYO 1994



F

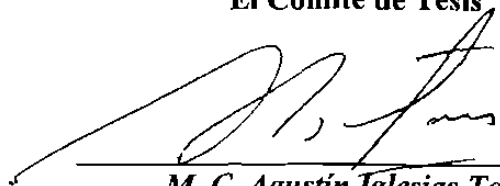
b2304

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**

DIVISION DE POST - GRADO

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la presente Tesis realizada por el ING. TOMAS MORALES QUIÑONES, sea aceptada como opción para obtener el grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Potencia.

El Comité de Tesis



M. C. Agustín Iglesias Torres
Asesor



M.C. Félix González Estrada
Coasesor



M.C. Marco Antonio Méndez Cavazos
Coasesor

Cd. Universitaria a 22 de Mayo de 1994

INDICE

	PAGINA
PROLOGO	A
SINTESIS	B
INTRODUCCION	C
CAPITULO 1.- FUNDAMENTOS DE LAS MAQUINAS ELECTRICAS	1
CAPITULO 2.- EL TRANSFORMADOR Y SU CIRCUITO EQUIVALENTE	7
CAPITULO 3.- EL TRANSFORMADOR BAJO DIFERENTE REGIMEN DE CARGA	21
CAPITULO 4.- EL MOTOR DE INDUCCION, PRINCIPIOS GENERALES	33
CAPITULO 5.- EL MOTOR DE INDUCCION EN VACIO Y CON CARGA	42
CAPITULO 6.- MOTOR DE INDUCCION CON FACTOR DE POTENCIA 1	56
CAPITULO 7.- PRUEBAS DE LABORATORIO	75
BIBLIOGRAFIA	92
GLOSARIO DE SIMBOLOS	93

PROLOGO

Con el sólo motivo de ubicar el contexto de nuestro interés en esta Tesis, pero sin pretender un análisis profundo de la Economía Nacional hemos de admitir que de manera creciente en los últimos meses, hemos sido invadidos por una gama multicolor y multiforme de Mercancías, Servicios, Tecnologías, Etc., provenientes de otros países y particularmente desde E.U.A. La deficiente calidad que reconocemos en una gran parte de Productos y Servicios de nuestro país -consecuencia de su destino para un mercado cerrado y seguro- pone el ingrediente principal para que los consumidores aceptemos dichas importaciones con beneplácito y demos a las mercancías y servicios externos -aún sin conocerlos a detalle- un valor extra al intrínseco y con frecuencia mágico o sobrenatural.

Los Universitarios, una selecta minoría nacional privilegiada, tenemos la obligación de poner al servicio de la comunidad nuestra experiencia y nuestra capacidad para discernir sobre la auténtica utilidad de los bienes y servicios que, desde fuera de nuestro país, se nos ofrecen como solución a nuestros múltiples problemas y, de esta forma, no consumir de otra parte, lo que aquí se produce con igual o mejor calidad.

Una Tesis, es una postura ante cierto evento o situación y, por lo mismo, el propósito de la nuestra es analizar -con espíritu crítico- algunas características, ventajas y desventajas que desde nuestra particular óptica, encontramos hacia una tecnología que recientemente nos fué ofrecida como algo sumamente efectivo para mejorar las características de operación de un Motor de Inducción.

En resumen, dicha tecnología postula el que se cambie el devanado del estator de un Motor de Inducción, creando espacios para colocar en las mismas ranuras un "secundario" con carga capacitiva. El resultado de dicha operación se traduce -según sus vendedores- en un sinnúmero de mejoras de las que daremos cuenta posteriormente.

S I N T E S I S

CAPITULO 1.-

Fundamentos de las Máquinas Eléctricas. Este capítulo enuncia las leyes fundamentales que explican el funcionamiento de todas las Máquinas Eléctricas: Ley de Faraday, Ley de Lenz, Ley de Ampere del Circuito de Campo Magnético y Ley de Biot-Savart.

CAPITULO 2.-

El Transformador Real y su Circuito Equivalente. Este capítulo trata sobre Las Fugas Magnéticas en el Transformador, las Componentes de Excitación y los Parámetros que originan al Circuito Equivalente del Transformador Real. Pruebas de Corto Circuito y de Vacío y Conceptos sobre Eficiencia y Regulación de Voltaje.

CAPITULO 3.-

El Transformador bajo Diferente Régimen de Carga. Aquí, se compara, mediante una Tabulación obtenida a través de cálculos, la Eficiencia y la Regulación de un Transformador al cargarlo con 5 diferentes tipos de carga. Las Conclusiones al final.

CAPITULO 4.-

El Motor de Inducción, Principios Generales.- La creación del Campo Giratorio paso por paso en un embobinado polifásico y la fuerza ejercida (Biot-Savart) en el rotor forman el contenido principal de este capítulo.

CAPITULO 5.-

El Motor de Inducción en Vacío con Carga. La similitud entre el Motor de Inducción y el Transformador a través de su Circuito Equivalente se analizan en este capítulo además, las pruebas para la obtención de sus Parámetros con un ejemplo y, otro más para observar el comportamiento a plena carga.

CAPITULO 6.-

Motor de Inducción con Factor de Potencia 1. Este capítulo expone la teoría sobre el Motor de Inducción llamado Unity Plus, las ventajas que dicen que ofrece, sus principios y su Circuito Equivalente. También, los principios de Circuito Resonante se tratan aquí.

CAPITULO 7.-

Pruebas de Laboratorio.- En un Motor rediseñado se efectuaron pruebas de laboratorio cuyos resultados se presentan en este capítulo mediante 2 versiones. De la versión nuestra, presentamos nuestras conclusiones.

INTRODUCCION

El desarrollo de la presente Tesis es el de conocer el motor de inducción con factor de potencia unitario, ya que gran parte de la energía eléctrica que se produce se aplica para alimentar motores eléctricos (más de 60% de la energía eléctrica se usa para ello).

Es posible disminuir los gastos elevados de energía originados por un bajo factor de potencia, si se logra elevar el factor de potencia hasta la unidad. Esto se logra mediante un agregado de un segundo devanado en el estator y capacitores (circuito resonante).

Primeramente se daran a conocer los fundamentos de las distintas máquinas eléctricas, principalmente el del transformador, su circuito equivalente es muy parecido al de un motor de inducción.

Enseguida se estudiará al motor de inducción standard respecto a sus principios generales y condiciones de carga para poder compararse con el motor de inducción con factor de potencia unitario (Motor Unity Plus), respecto a sus circuitos equivalentes y condiciones bajo carga (voltaje de línea, potencia, velocidad, eficiencia, factor de potencia, etc.), mediante pruebas realizadas en el Laboratorio de Máquinas Eléctricas de Nuestra Facultad. (FIME-UANL).

El presente trabajo no pretende rediseñar al motor de inducción, pero si entender su funcionamiento, sus ventajas y desventajas.

C A P I T U L O I

FUNDAMENTOS DE LAS MAQUINAS ELECTRICAS

Todas las máquinas eléctricas Estacionarias y Rotatorias de corriente directa o corriente alterna están regidas por los mismos principios básicos y son sólo algunas leyes fundamentales las que enmarcan estos principios, por lo que el conocimiento de estas leyes es esencial para el entendimiento de los mismos. Estas leyes las trataremos en este capítulo y son las siguientes :

- 1.- Ley de Inducción de Faraday.
- 2.- Ley de Lenz.
- 3.- Ley de Ampere (Circuito de campo magnético).
- 4.- Ley de Biot y Savart's.

1.1.- Ley de Inducción de Faraday .- Establece que si el flujo magnético enlazado por un circuito cerrado varía, en el circuito se induce una fuerza electromotriz (voltaje) la cual es proporcional al cambio de flujo en el tiempo en que este cambio ocurra.

En forma de Ecuación :

$$e \propto \frac{d\phi}{dt} \quad Ec (1)$$

donde e representa el voltaje inducido ó fem., $d\phi$ el cambio de flujo enlazado y dt el tiempo en que ocurre dicho cambio.

La dirección de f.em. inducida está determinada por la Ley de Lenz.

1.2.- Ley de Lenz.- Establece que la corriente producida por la f.em. inducida se opone al cambio de flujo enlazado.

Ambas leyes pueden explicarse a base de los siguientes ejemplos

Ejemplo 1.- En la figura 1 muestra un imán y asociado a éste un circuito cerrado consistente en una espira. Por convenio se establece que las líneas de fuerza salen del Polo Norte y entran al Polo Sur.

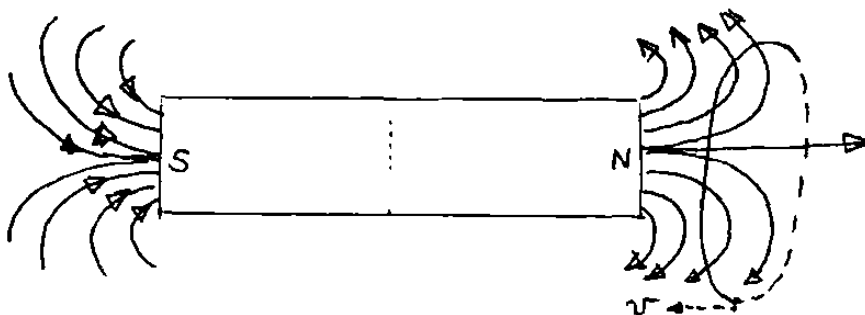


Figura 1

Al irse acercando la espira al imán de flujo enlazado por la espira cambia (aumenta), y mientras continúe el cambio la espira genera voltaje. Este voltaje ocasiona que circule corriente por la espira y la dirección de esta corriente esta determinada por la Ley de Lenz, la cual nos dice que la corriente al circular por la espira debe producir en ésta un flujo, que se oponga al cambio de flujo enlazado, y la dirección está indicada en la figura 1. Cabe mencionar que la relación de corriente a líneas de flujo producido, es la misma que la del avance de un tornillo de rosca derecha.

FUERZA ELECTROMOTRIZ DE AUTOINDUCCION E INDUCCION MUTUA

En lo expresado previamente por la Ley de Faraday nos dice que únicamente un cambio de flujo enlazado lo que provoca la generación del voltaje independientemente de la causa que lo produzca, por lo tanto si en un circuito por el que circula corriente, ésta cambia con el tiempo, esto provocará un cambio de flujo y, por lo tanto, la inducción de un voltaje en ella misma y se dice que el voltaje inducido es de auto-inducción debido a que es provocado por un cambio de su propia corriente. Por lo tanto la Ley de Faraday en este caso se puede expresar en función de el cambio de la corriente ó tambien del cambio de flujo

como se muestra en Ec(2)

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \text{FACTOR} \frac{di}{dt} \quad \text{Ec(2)}$$

despejando

$$\text{FACTOR} = N \frac{d\phi}{di}$$

FACTOR.- Se le llama coeficiente de autoinducción y se representa con letra L. Ecuación 3

$$L = N \frac{d\phi}{di} = \frac{\text{wb-vuelta}}{\text{AMP}} = \text{Henry o Henrios ec(3)}$$

El voltaje de la Ley de Faraday se expresa como se expresa en Ec(4)

$$e = L \frac{di}{dt} \quad \text{Ec(4)}$$

Se habla de inducción mutua cuando se tienen dos circuitos eléctricos independientes y el cambio de corriente en el circuito 2 provoca el cambio de flujo en circuito 1 y esto, según Faraday, ocasiona la inducción de voltaje y aquí se expresa el voltaje en función de lo que ocasiona el cambio de flujo que es el cambio de corriente en el circuito 2. Ver Ecuación (5).

$$e = \text{Factor} \frac{di_2}{dt} = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad \text{Ec (5)}$$

$d\phi_{12}$ - Es el cambio de flujo en el circuito 1 debido al 2

Despejando de Ec (5)

$$\text{Factor} = N_1 \frac{d\phi_{12}}{di_2}$$

A este factor en este caso se le llama coeficiente de inducción mutua y se representa por "M"

Ecuación (6)

$$M = N_1 \frac{d\phi_{12}}{di_{12}} \quad \text{Ec (5)}$$

o sea que el voltaje generado en el circuito 1 por el cambio de corriente en el circuito 2 es :

$$e_{m1} = M \frac{di_2}{dt} \quad \text{Ec (7)}$$

De manera análoga un cambio de corriente en un circuito 1 provoca un cambio de flujo en el circuito 2 en éste se inducirá un voltaje.

$$e_{m2} = M \frac{di_1}{dt} \quad \text{Ec (8)}$$

1.3.- Establece que la fuerza magnetomotriz (asociada) que produce una línea de fuerza, es igual a la densidad de campo magnético (H) por la longitud de trayectoria de la línea de fuerza en forma de ecuación.

$$NI = H * L \quad \text{Ec (9)}$$

La intensidad de campo magnético está en función de densidad de flujo y de la permeabilidad del material asociado al circuito magnético de manera que,

$$B = \mu H \quad \text{Ec (10)}$$

Cabe mencionar que la μ no es constante en los materiales ferromagnéticos sino únicamente en el aire y la relación de B se llama curva de imanación donde B es el flujo por Unidad de Area.

$$B = \frac{\Phi}{A} \quad \text{Ec (11)}$$

Sustituyendo ec (11) en Ec (10) y luego en Ec (9)

$$NI = \beta \frac{1}{\mu A} \quad \text{Ec (12)}$$

De donde $\frac{1}{\mu A}$ se le conoce como Reluctancia y se representa la letra \mathcal{R} .

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\mu A} \quad \text{Ec (13)}$$

De hecho cualquier circuito magnético puede ser transformado a un circuito eléctrico equivalente en base a la siguiente tabla de analogías y a la Ley de Ohm's.

A N A L O G I A S

CIRCUITO ELECTRICO	CIRCUITO MAGNETICO
FUERZA ELECTROMOTRIZ (f.em.)(E)	FUERZA MAGNETOMOTRIZ (F _{mn})(NI)
CORRIENTE ELECTRICA (I)	FLUJO MAGNETICO (Φ)
RESISTENCIA (R)	RELUCTANCIA \mathcal{R}

ρ (RESISTIVIDAD)

$\frac{1}{\mu}$ (RELUCTIVIDAD)

1.4.- Ley de Biot y Savart.- Establece que si se tiene un conductor de longitud "l" perpendicular a un campo magnético de densidad "B" y por el conductor circula una corriente "i" en el conductor se ejerce una fuerza cuya magnitud es el producto de "B" "l" e "i". En forma de ecuación.

$$f/\text{cond} = B l i \quad \text{Ec (14)}$$

El enunciado de esta ley esta particularizado al caso de que flujo y conductores sean perpendiculares entre sí, cosa que se da en las máquinas eléctricas.

Si un conductor delgado se alimentara por una fuente de voltaje para hacerle pasar corriente y se colocara perpendicular a un campo magnético se sabría la dirección en que el conductor ejerce su

fuerza y de allí salen reglas para determinar esta dirección, como todas son para lo mismo unicamente mencionaremos la regla de campos opuestos, la cual nos dice que la fuerza el conductor la ejercerá hacia el lado en que se encuentra el conductor y el campo producido por la corriente son opuestos. Ver figura

2.

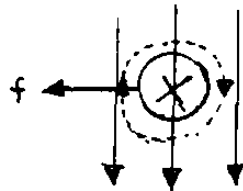


Figura 2

Si se cambia la dirección del campo magnético donde se encuentra el conductor o la dirección de la corriente cambia la fuerza ejercida por el conductor. Ver figura 3

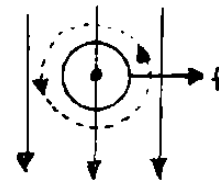
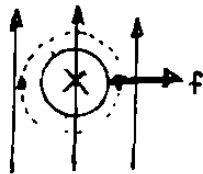


Figura 3

Esto es de interés ya que en motores son las maneras prácticas para invertir la rotación.

C A P I T U L O 2

EL TRANSFORMADOR REAL Y CIRCUITO EQUIVALENTE

Una forma simple, un transformador consiste de dos ó más devanados conductores que se ejercen inducción mutua. El primario es el devanado que recibe la potencia eléctrica, el secundario es el que puede entregarla a una red exterior (carga).

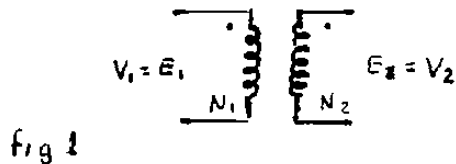
Los devanados suelen estar sobre un núcleo laminado entonces se habla de un transformador con núcleo de hierro. A veces como ocurre en muchos transformadores de radio frecuencia, no hay núcleo y se dice que se trata de transformadores con núcleo de aire.

2.1.- TRANSFORMADOR IDEAL

Un transformador ideal supone que :

- 1.- Son despreciables las resistencias de los devanados;
- 2.- Es despreciable las pérdidas del núcleo;
- 3.- El flujo magnético total atraviesa todas las espiras;
- 4.- La permeabilidad del núcleo están elevada, que con una fuerza magnetomotriz despreciable que consigue crear el flujo necesario;
- 5.- Las capacidades de los devanados son despreciables.

De acuerdo a las consideraciones 1 y 3 los voltajes.



$$E_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad \text{y} \quad E_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{Ec. 2.1}$$

De acuerdo a las consideraciones 2 y 4, la fuerza magnetomotriz total necesaria para crear el flujo es nula. La fuerza magnetomotriz total es la resultante de los amp-vueltas del primario y secundario por lo tanto,

$$N_1 I_1 + N_2 I_2 = 0$$

$$\frac{I_2}{I_1} = - \frac{N_1}{N_2} \quad \text{Ec 2.2}$$

El signo negativo indica que el primario y secundario crean fuerzas magnetomotrices opuestas. Las corrientes de primario y secundario están en oposición de fase.

Dividiendo las ecuaciones 1 y 2 se obtiene la relación de impedancias.

$$\frac{\frac{V_1}{I_1}}{\frac{V_2}{I_2}} = \frac{(N_1)^2}{(N_2)^2} \quad \frac{Z_1}{Z_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \quad \text{EC. 2.3}$$

2.3.- EL TRANSFORMADOR REAL

Un transformador ideal se considera perfecto. Debemos, sin embargo considerar que un transformador real tiene las siguientes imperfecciones

- 1.- Los devanados tienen resistencias.
- 2.- Existen fugas magnéticas
- 3.- Para crear el flujo se precisa de una corriente de excitación.
- 4.- En el núcleo se producen pérdidas.

En ciertos casos en que intervienen frecuencias elevadas es preciso tener en cuenta las capacidades de los devanados, sin embargo se pueden despreciar sus efectos.

2.21.- FUGAS MAGNETICAS EN VACIO

Las fugas magnéticas ejercen un efecto importante sobre las características de carga de todas las máquinas de corriente alterna. Aún cuando las fugas magnéticas en un transformador con núcleo de hierro suelen ser muy pequeñas.

En un transformador real no son bobinas compactas, por lo que es necesario tener en cuenta los efectos del campo magnético en el interior de las regiones acopladas por los devanados coaxiales. En la figura 2 ab solo circula corriente en el devanado interior 1 según indican los puntos y cruces de la corriente I_1 .

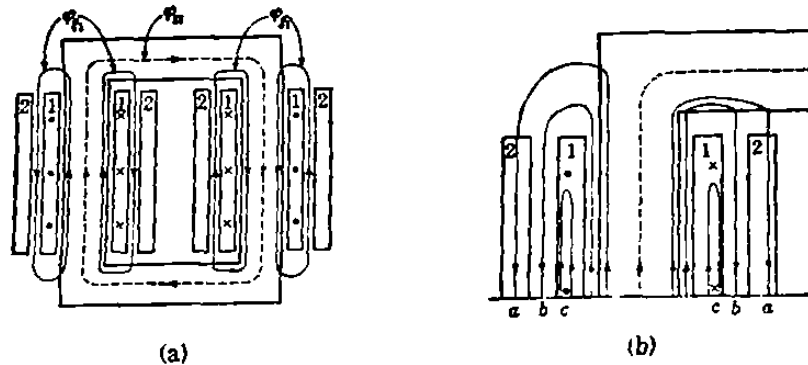


FIG. 2. Campo magnético debido a la corriente que circula por el devanado interior de un transformador del tipo de núcleo. En (a), pueden verse los flujos principales, y en (b), puede verse el carácter general del campo en el cuadrante superior izquierdo de (a).

Sea λ_{11} el flujo que atraviesa el devanado 1 creado por la corriente que por él circula. Una pequeña contribución al flujo se debe al flujo (Línea c de la figura 2b) que atraviesa solamente una parte del núcleo total de espiras del devanado. Sea Φ_{11} un flujo equivalente por espira que se considere que atraviesa a las N_1 espiras del devanado 1 produciendo un flujo a través de el $N_1 \Phi_{11}$ igual al flujo real λ_{11} . Entonces,

$$\Phi_{11} = \frac{\lambda_{11}}{N_1} \quad \text{Ec. 2.4}$$

El flujo Φ_{11} es el flujo promedio por espira del devanado 1 parte de este flujo atraviesa también el devanado 2. Sea λ_{21} el flujo del devanado 2 creado por la corriente del devanado 1. Una pequeña parte del flujo λ_{21} está creada por el flujo (Líneas a Fig. 2b) que atraviesa solamente una fracción del núcleo total de espiras del devanado 2, y cree un flujo a través de el $N_2 \Phi_{21}$ es igual al flujo real λ_{21} . Entonces,

$$\Phi_{21} = \frac{\lambda_{21}}{N_2} \quad \text{Ec. 2.5}$$

El flujo Φ_{21} es el flujo mutuo ó principal por espira a través del devanado 2.

La diferencia entre el flujo medio Φ_{11} a través de las espiras del devanado 1 y el flujo medio Φ_{21} que también atraviesa al devanado 2 es el flujo de fuga Φ_{L1} del devanado 1 respecto al devanado 2.

Es decir,

$$\Phi_{L1} = \Phi_{11} - \Phi_{21} \quad \text{Ec. 2.6}$$

$$\Phi_{L1} = \frac{\lambda_{11}}{N_1} - \frac{\lambda_{21}}{N_2} \quad \text{Ec. 2.7}$$

Así pues, la distribución real del flujo de la fig2b es equivalente a la imagen simplificada de la fig. 2a en la cual el campo magnético creado por I_1 se representa mediante un flujo mutuo equivalente Φ_{21} , indicada en la línea de trazos de la Fig 2a, que atraviesa todas las espiras de ambos devanados, y un flujo de fuga Φ_{L1} , que atraviesa a todas las espiras del devanado 1, pero a ninguna del devanado 2, representado por la línea de trazo continuo de la figura 2a

Cuando se expresan estos flujos equivalentes como valores medios de los flujos por espira, tienen en cuenta correctamente los flujos parciales creados por el campo magnético en el interior de los devanados.

Enforma análoga, si por el devanado 2 circula una corriente I_2 estando en circuito abierto el devanado 1 la distribución del flujo es la indicada por la figura 3ab

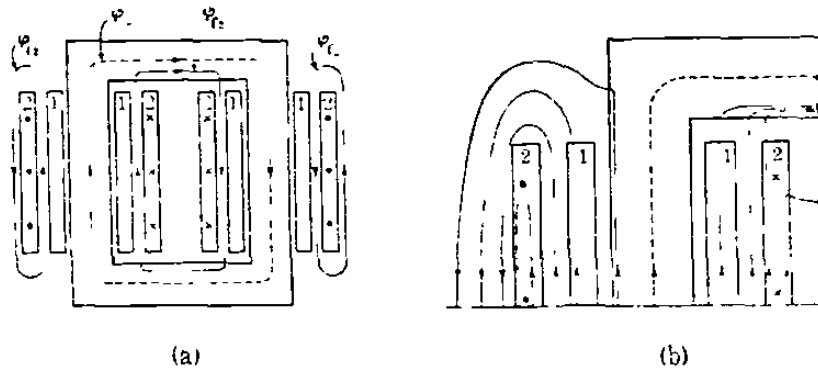


FIG. 3. Campo magnético debido a la corriente que circula por el devanado exterior de la

$$\Phi_{22} = \frac{\lambda_{22}}{N_2} \quad \text{y} \quad \Phi_{12} = \frac{\lambda_{12}}{N_1} \quad \text{Ec. 2.8}$$

El flujo de la fuga del devanado 2 respecto al devanado 1 es

$$\Phi_{L2} = \Phi_{22} - \Phi_{12} \quad \text{Ec. 2.9}$$

$$\Phi_{L2} = \frac{\lambda_{22}}{N_2} - \frac{\lambda_{12}}{N_1} \quad \text{Ec. 2.10}$$

La mayor parte del flujo mutuo de un transformador se halla en el núcleo de hierro. En cambio el flujo de fuga se halla en gran parte del aire. Por lo tanto el flujo de fuga es casi proporcional a la intensidad de la corriente que la origina.

2.22.- ECUACIONES DE TENSIONES Y DISTRIBUCION DEL FLUJO CON CARGA.

Quando circula corriente por ambos devanados, los flujos resultantes λ_1 y λ_2 y los flujos equivalentes que atraviesan cada espira como Φ_1 y Φ_2 .

$$\Phi_1 = \frac{\lambda_1}{N_1} \quad \text{y} \quad \Phi_2 = \frac{\lambda_2}{N_2}$$

Las ecuaciones de voltajes se pueden escribirse en la forma

$$V_1 = R_1 I_1 + N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} \quad \text{Ec. 2.11}$$

$$V_2 = R_2 I_2 + N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} \quad \text{Ec. 2.12}$$

Los flujos Φ_1 y Φ_2 son los flujos que atraviesan cada espira y comprenden tanto la componente de fuga (Φ_{L1}) como las mutuas - ($\Phi_{21} = \Phi_{12}$) o sea,

$$\phi_1 = \phi_{L1} + \phi_{21} + \phi_{12} \quad \text{EC. 2.13}$$

$$\phi_2 = \phi_{L2} + \phi_{12} + \phi_{21} \quad \text{EC. 2.14}$$

Si $\phi_{11} = \phi_{L1} + \phi_{21}$ y $\phi_2 = \phi_{L2} + \phi_{12}$

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} \quad \text{Ec. 2.15} \quad \text{y} \quad \phi_2 = \phi_{22} + \phi_{21} \quad \text{Ec 2.16}$$

Así el flujo resultante ϕ_1 a través de una sección del primario se puede expresar como la suma del ϕ_{11} creado por la corriente del primario, mas el flujo mutuo ϕ_{12} a través de una sección del primario pero creada por la corriente del secundario. En forma análoga para ϕ_2 .

Si ϕ_1 es el flujo mutuo resultante

$$\phi = \phi_{21} + \phi_{12} + \phi \quad \text{y} \quad \phi = \phi_{12} + \phi_{21}$$

Si el flujo total ϕ_1 ó ϕ_2

$$\phi_1 = \phi_{L1} + \phi \quad \text{Ec. 2.17} \quad \text{y} \quad \phi_2 = \phi_{L2} + \phi \quad \text{Ec. 2.18}$$

Es decir los flujos resultantes a través de una sección de un devanado pueden expresarse como la suma del flujo de fuga debido unicamente a la corriente del devanado más el flujo mutuo resultante debido a las fuerzas magnetomotrices, combinadas de las corrientes del primario y secundario actuando simultáneamente y su distribución es una combinación de las figuras 2 y 3.

2.23.-INDUCTANCIA DE FUGA

Como las componentes de las autoinductancias de los devanados debido a los flujos de fuga son aproximadamente constantes, por lo tanto conviene introducir parámetros de Inductancia que interpreten las tensiones inducidas por los flujos de fuga.

Las ecuaciones de las tensiones o voltajes son :

$$V_1 = R_1 I_1 + N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad y \quad \phi_1 = \phi_{L1} + \phi$$

$$V_2 = R_2 I_2 + N_2 \frac{d\phi_2}{dt} \quad y \quad \phi_2 = \phi_{L2} + \phi$$

$$V_1 = R_1 I_1 + N_1 \frac{d\phi_{L1}}{dt} + N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$V_2 = R_2 I_2 + N_2 \frac{d\phi_{L2}}{dt} + N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$y \quad L_{L1} = \frac{N_1 d\phi_{L1}}{dI_1} \quad y \quad L_{L2} = \frac{N_2 d\phi_{L2}}{dI_2}$$

Los voltajes son :

$$V_1 = R_1 I_1 + L_{L1} \frac{dI_1}{dt} + N_1 \frac{d\phi}{dt} = R_1 I_1 + L_{L1} \frac{dI_1}{dt} + \mathcal{E}_1 \quad \text{Ec. 2.19}$$

$$V_2 = R_2 I_2 + L_{L2} \frac{dI_2}{dt} + N_2 \frac{d\phi}{dt} = R_2 I_2 + L_{L2} \frac{dI_2}{dt} + \mathcal{E}_2 \quad \text{Ec. 2.20}$$

como $L_{L1} \frac{dI_1}{dt}$ - Caída del voltaje de fuga del primario

y $L_{L2} \frac{dI_2}{dt}$ - Caída de voltaje de fuga del secundario

Las ecuaciones de voltaje son :

$$V_1 = R_1 I_1 + X_{L1} I_1 + \mathcal{E}_1 \quad \text{Ec. 2.21}$$

$$V_2 = R_2 I_2 + X_{L2} I_2 + \mathcal{E}_2 \quad \text{Ec. 2.22}$$

donde \mathcal{E}_1 y \mathcal{E}_2 son los voltajes inducidos por el flujo mutuo resultante y las resistencias y las reactancias de fuga son parámetros constantes.

2.24.- COMPONENTES DE EXCITACION Y DE CARGA DE LA CORRIENTE DEL PRIMARIO

El flujo mutuo resultante ϕ está creada por la acción combinada de las corrientes del primario y secundario. En la mayoría de los casos

el flujo mutuo se halla enteramente en el núcleo y que el flujo de la fuga es tan débil frente el flujo mutuo resultante que este puede considerarse igual al flujo en el núcleo.

En virtud de la ecuación 2.21 el flujo mutuo resultante ϕ debe de ajustarse por sí mismo de manera que la suma de la caída ohmica del primario, la caída en la reactancia de fuga del primario y la fuerza electromotriz (e_1) inducida por el flujo mutuo resultante sea igual al voltaje aplicado al primario; y las corrientes del primario y secundario, cuya fuerza magnetomotriz deben de ajustarse por sí mismas para satisfacer estas condiciones.

Conviene descomponer la corriente del primario en una componente de carga I'_L , cuya fuerza magnetomotriz equilibre exactamente a la fuerza magnetomotriz del secundario, y una componente de excitación I_{ex} cuya fuerza magnetomotriz sea suficiente por sí sola crear el flujo mutuo resultante, o sea que la corriente del primario I_1 es la suma de estas componentes.

$$I_1 = I'_L + I_{ex} \quad \text{Ec. 2.23}$$

La relación entre la corriente del secundario y la componente de la carga de la corriente del primario es

$$N_1 I'_L = -N_2 I_2 \quad \text{Ec. 2.24}$$

de donde

$$I'_L = - \frac{N_2}{N_1} I_2$$

Así, pues, la corriente del secundario y la componente de la carga del primario están relacionados entre sí como lo están las corrientes del secundario y primario en un transformador ideal Ec. 2.2.

2.25.- CIRCUITO EQUIVALENTE

Examinando la ecuación 2.21 se ve que se aplica a un circuito en el cual el voltaje V_1 del primario está aplicada a la resistencia del primario en serie con la reactancia de fuga y con la fuerza contra-electromotriz \mathcal{E}_1 , inducida en el primario por el flujo mutuo resultante como en la figura 4(a). Como la corriente de excitación depende del flujo mutuo resultante ϕ podrá tenerse en cuenta la corriente de excitación I_{ex} en paralelo con la tensión \mathcal{E}_1 inducida por el flujo mutuo resultante, se conecta una bobina con núcleo de hierro como se indica en la figura 4(b). La pérdida en el núcleo y la característica de excitación de esta bobina son las de un transformador real y la resistencia de su devanado es cero. La corriente I_L' circula en la derecha de esta bobina (excitación).

Las tensiones \mathcal{E}_1 y \mathcal{E}_2 son directamente proporcionales al número de espiras de los devanados, como son los voltajes entre las terminales de un transformador ideal. También la corriente I_L' de la corriente del primario están relacionadas con la corriente del secundario, como en un transformador ideal Figura 4 (c).

Según la ecuación 2.22 es también representada por la impedancia en serie de la figura 4 (d).

El circuito de la Figura 4 tiene iguales características eléctricas que un transformador real.

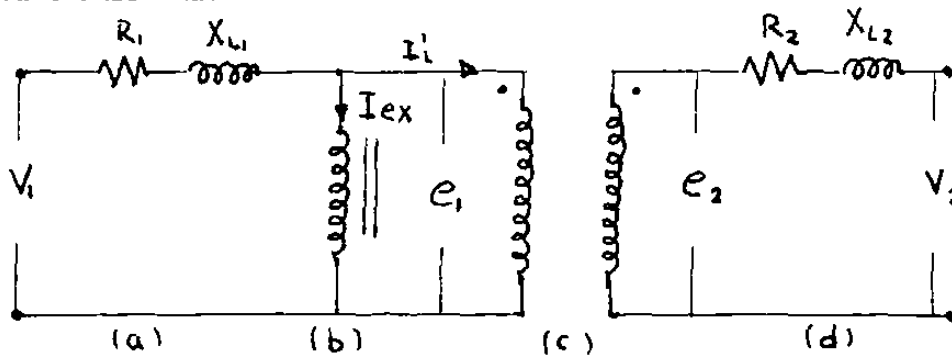


Fig. 4 CIRCUITO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR REAL

La bobina con núcleo de hierro como se indica en la figura 4(b) suele representarse por un circuito equivalente aproximado en elementos de parámetros localizados, conectados de manera que sus características de impedancia representen aproximadamente los efectos de la bobina este circuito equivalente está representado por la Figura 5 ab.

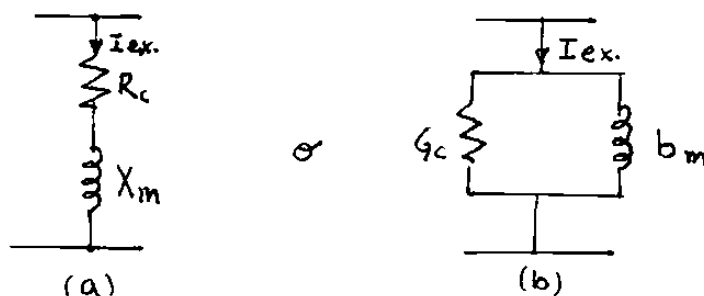


Fig. 5 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UNA BOBINA CON NUCLEO

Donde R_c ó G_c representan la resistencia ó conductancia equivalentes de las pérdidas del núcleo y X_m ó b_m representan a la reactancia ó susceptancia del flujo mutuo ó principal.

Por lo tanto el circuito equivalente de la Figura 4 se puede representar por otro circuito equivalente según la Figura 6.

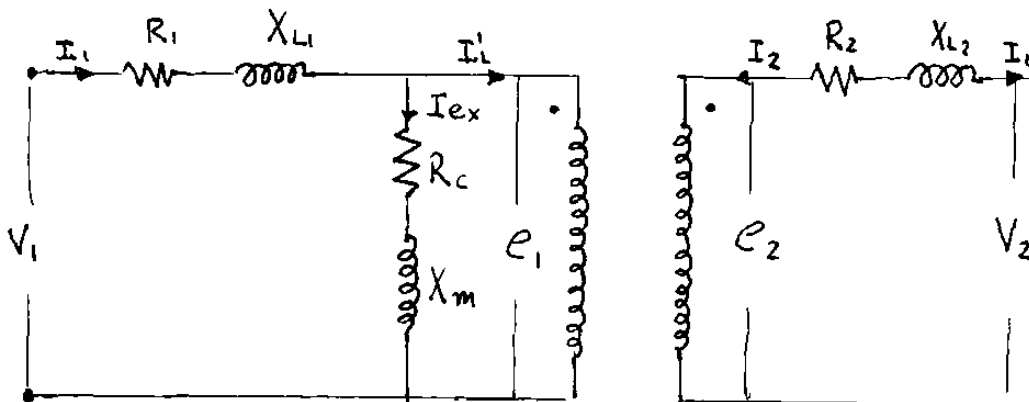


Fig. 6 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN TRANSFORMADOR REAL

2.3.- OBTENCION DE LOS PARAMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR.

La magnitud de las resistencias y reactancias del circuito equivalente del transformador pueden determinarse prácticamente mediante dos pruebas : Prueba de circuito abierto o de vacío y la Prueba de corto circuito.

En la prueba de corto circuito se obtienen los parámetros de los devanado primario y secundario (R_1 , X_{L1} , R_2 , X_{L2}), colocandose el amperímetro (I_c), un wattmetro (P_c) y un voltmetro (V_c) en el primario.

La condición necesaria para realizar dicha prueba es que circule por el devanado la corriente nominal (I_{nom}), por eso generalmente se hace en el lado de alta tensión a voltaje reducido. Para calcular dicho parámetros se usan las siguientes ecuaciones :

$$R_1 = R_2' = \frac{P_c}{2I_c^2} \quad \text{Ec. 2.25}$$

$$X_{L1} = X_{L2}' = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_c}{I_c}\right)^2 - \left(\frac{P_c}{I_c^2}\right)^2}}{2} \quad \text{Ec. 2.26}$$

R_2' - Resistencia del secundario referida al primario

$$R_2' = a^2 R_2 \quad \text{Ec. 2.27}$$

X_{L2}' = Reactancia de fuga del secundario referida al primario

$$X_{L2}' = a^2 X_{L2} \quad \text{Ec. 2.28}$$

a = Razón de transformación $a = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{Ec. 2.29}$

Posteriormente se corrigen las resistencias R_1 y R_2 por temperatura y a la corriente alterna, por la siguiente ecuación

$$R_{CA1} = R_{CD} \left(\frac{234.5 + \text{Temp. deseada}}{234.5 + \text{Temp. tenida}} \right) + (R_{CA1} - R_{CD}) \left(\frac{234.5 + \text{tenida}}{234.5 + \text{deseada}} \right) \quad \Omega \quad \text{Ec. 2.30}$$

donde :

R_{CA_1} = Resistencia a la C.A. en el primario

R_{CD_1} = Resistencia a la C.D. en el primario

R_{CA_1} = Resistencia del primario (CA) obtenida en la prueba de corto circuito.

En forma parecida se usa para la corrección de la resistencia del secundario.

* Valor para devanados de cobre.

En la prueba de vacío o de circuito abierto se obtienen los parámetros de la rama de excitación (R_c ó G_c y X_m ó b_m). Colocando un amperímetro (I_o) un wattmetro (P_o) y un voltmetro (V_o) en el lado primario estando el secundario en circuito abierto. La condición necesaria para realizar dicha prueba es aplicar el voltaje nominal, por eso generalmente se realiza en el lado de bajo voltaje. Para calcular los parámetros R_c y X_m se usan las siguientes ecuaciones

$$R_c = \frac{P_o}{I_o^2} - R_1 \quad \text{Ec. 2.31 Donde } R_1 \text{ Prueba de corto circuito}$$

$$X_m = \sqrt{\left(\frac{V_o}{I_o}\right)^2 - \left(\frac{P_o}{I_o^2}\right)^2} - X_{L1} \quad \text{Ec. 2.32}$$

X_{L1} - Prueba de corto circuito

o bien :

$$G_c = \frac{R_c}{R_c^2 + X_m^2} \quad \text{Ec. 2.33}$$

$$b_m = \frac{X_m}{R_c^2 + X_m^2} \quad \text{Ec. 2.34}$$

2.4.- EFICIENCIA Y REGULACION.

La eficiencia es un dispositivo que tiene la función de convertir la energía (una máquina eléctrica), se define como la razón de la energía útil que el dispositivo entrega con respecto a la energía que recibe. Siendo la potencia la razón de la energía con respecto al tiempo, la eficiencia es entonces la razón de la potencia activa entregada con respecto a la potencia activa recibida. La eficiencia expresada en forma porcentual recibe el nombre de por ciento de eficiencia.

El por ciento de eficiencia se representa por η de donde

$$\eta = \frac{\text{Pot. salida}}{\text{Pot. entrada}} * 100 \quad \text{Ec. 2.35}$$

o también ,

$$\eta = \left(\frac{\text{Pot. entrada} - \text{Pot. pérdidas}}{\text{Pot. Entrada}} \right) * 100 \quad \text{Ec. 2.36}$$

$$\eta = \left(1 - \frac{\text{Pot. pérdidas}}{\text{Pot. entrada}} \right) * 100 \quad \text{Ec. 2.37}$$

donde la potencia de pérdida es igual a las pérdidas del cobre más las pérdidas del núcleo.

La regulación de cualquier dispositivo que entrega energía en forma estacionaria es la sensibilidad de variar sus características de salida, conforme aumenta la carga. El por ciento de la regulación expresada en forma porcentual. Mientras menor sea la regulación, más costoso y sofisticado deberá ser el equipo de regulación para mantener constantes las características de salida.

En un transformador el porciento de la regulación de voltaje es el porciento de variación del voltaje en terminales del secundario desde plena carga hasta vacío expresado como fracción de voltaje a plena carga.

$$\% \text{ Reg. de Voltaje} = \frac{V_L \text{ en vacío} - V_L \text{ plena carga}}{V_L \text{ plena carga}} \times 100 \quad \text{Ec. 2.38}$$

ó también

$$\% \text{ Reg. de voltaje aproximada} = \frac{\frac{V_i}{a} - V_L \text{ plena carga}}{V_L \text{ plena carga}} \times 100 \quad \text{Ec. 2.39}$$

a = Razón de transformación

En un transformador es conveniente para ciertas aplicaciones que la regulación sea tan pequeña como sea posible, manteniendose entonces practicamente el voltaje en terminales del secundario constante desde vacío hasta plena carga.

C A P I T U L O 3

EL TRANSFORMADOR BAJO DIFERENTE REGIMEN DE CARGA.

3.1 .- GENERALIDADES.

Desde cierto enfoque, el transformador y su comportamiento, puede ser analizado no solamente cuando varía la magnitud de la carga sino también su contenido cualitativo. Aún entregando la misma potencia y voltaje a una carga, el Porcentaje de Regulación de Voltaje, la eficiencia y otros parámetros serán distintos si variamos el contenido (R-L-C) en ella.

Para explicar e interpretar dicho comportamiento, nos será sin duda de gran utilidad la experimentación en un modelo de transformador representado en un papel por su circuito equivalente. Es de suponerse que dicho circuito se obtuvo de las pruebas de Corto Circuito y de Vacío practicadas previamente al mismo. Para obtener datos que puedan aprovecharse para nuestras conclusiones vamos a considerar en primer grado, que se ajusta la carga en cada caso para que la potencia (watts) consumida por ella sea la misma y, en segundo grado, que se modifica el voltaje de entrada lo necesario para mantener constante el de la carga.

3.2.- PROBLEMA

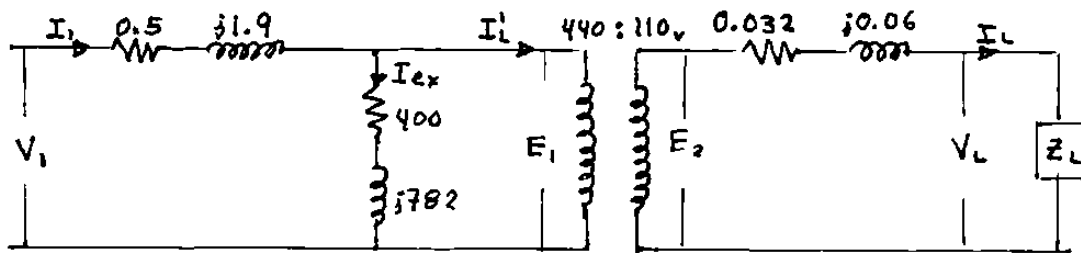
Considérese un Transformador Monofásico (para simplificar) de 10 KVA, 440:110V, 60 Hz cuyos parámetros se estimaron en : $RH=0.5$, $Rx=.32 \Omega$, $x_{LH} = 0.9 \Omega$, $x_{LX} = 0.06 \Omega$, $RcH = 400$, $X_{mH} = 782...$ Dicho transformador entrega 110 volts (V_L) y 8000 watts (P_L) a una carga con un factor de potencia : a) Resistivo-Inductivo (0.8), b) Resistivo-Inductivo (0.9), c) Resistivo (1), d) Resistivo-Capacitivo (0.9) y e) Resistivo-Capacitivo (0.8).

Calcular para cada caso los datos de la carga y de la entrada del transformador (Potencia, Voltaje, corriente, Factor de Potencia,

etc.); calcular también el Porcentaje de Eficiencia y de Regulación.

SOLUCION.

a) $V_L = 110$ volts, $P_L = 8000$ watts, $f_{pL} = 0.8$ inductivo.



$$V_1 = E_1 + I_1 (R_1 + jx_{L1})$$

$$E_2 = V_L + I_L (R_2 + jx_{L2})$$

$$I_1 = I_{exc} + I_1'$$

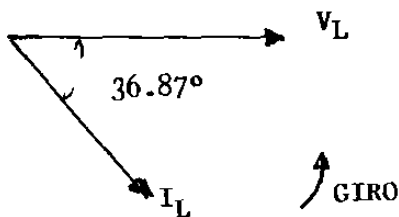
$$a = \frac{440}{110} = 4$$

$$E_1 = aE_2$$

$$I_1' = \frac{I_L}{a} \quad S_L = \frac{V_L}{I_L}$$

$$P_L = I_L * V_L * \cos \theta_L \Rightarrow I_L = \frac{P_L}{V_L * f_{pL}} = \frac{80,000 \text{ watts}}{110V. * 0.8} = 90.91 \text{ amps.}$$

$$\theta_L = \cos^{-1} (0.8) = 36.87^\circ \Rightarrow I_L = 90.91 \angle -36.87^\circ \quad V_L = 110 \angle 0^\circ$$



$$S_L = V_L * I_L = 110 * 90.91 = 10,000VA$$

$$Z_2 = .032 + j .06 = .068 \angle 61.93^\circ$$

$$Z_1 = 0.5 + j .9 = 1.03 \angle 61^\circ$$

$$Z_{exc} = 400 + j 982 = 878.36 \angle 62.91^\circ$$

$$E_2 = V_L + I_L (R_2 + jx_{L2}) = 110 \angle 0^\circ + (90.91 \angle -36.87^\circ) (.068 \angle 61.93^\circ)$$

$$E_2 = 115.63 \angle 1.3^\circ \Rightarrow E_1 = aE_2 = 462.52 \angle 1.3^\circ \Rightarrow I_L' = \frac{I_L}{a} = 22.73 \angle -36.87^\circ$$

$$I_{exc} = \frac{E_1}{Z_{exc}} = \frac{462.52 \angle 1.3^\circ}{878.36 \angle 62.91^\circ} = 0.53 \angle -61.61^\circ$$

$$I_1 = I_{exc} + I_L' = 0.53 \angle -61.61^\circ + 22.73 \angle -36.87^\circ = 23.21 \angle -37.44^\circ$$

$$V_1 = E_1 + I_1 (R_1 + jx_{L1}) = 462.52 \angle 1.3^\circ + (23.21 \angle -37.44^\circ)(1.03 \angle 61^\circ)$$

$$V_1 = 484.7 \angle 2.37^\circ$$

$$P \text{ entrada} = V_1 \times I_1 \times \cos \angle \begin{matrix} V_1 \\ I_1 \end{matrix} = 484.7 \times 23.21 \times \cos \angle 39.81^\circ$$

$$\Rightarrow P_1 = 8.642 \text{ watts} \quad f_{p1} = \cos \angle 39.81^\circ = 0.768$$

$$S_1 = |V_1| \times |I_1| = 11,250 \text{ VA}$$

$$\% \text{ Eficiencia} = \frac{\text{Pot. salida}}{\text{Pot. entrada}} \times 100 = \frac{8000}{8642} \times 100 = 92.690$$

$$\% \text{ Regulaci3n de Voltaje} = \frac{\frac{V_1}{a} - V_L}{V_L} \times 100 = \frac{121.18 - 110}{110} \times 100 = 10.1690$$

b) Carga R-L (fp = 0.9)

$$V_L = 110 \angle 0^\circ, P_L = 8000 \text{ watts}, fp_2 = 0.9, \theta_L = \cos^{-1}(0.9) = 25.84^\circ$$

$$I_L = \frac{8000}{110 \times 0.9} = 80.8 \text{ Amps.} \Rightarrow I_L = 80.8 \angle -25.84^\circ \Rightarrow S = 8888 \text{ VA}$$

$$E_2 = V_L + I_L (R_2 + jx_{L2}) = 110 \angle 0^\circ + (80.8 \angle -25.84^\circ)(.068 \angle 61.93^\circ) = 114.44 \angle .03^\circ$$

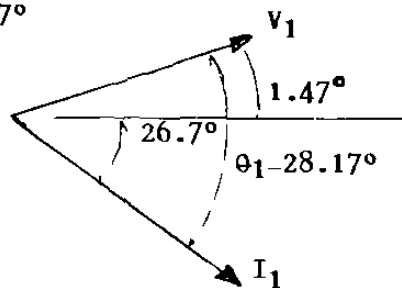
$$\Rightarrow E_1 = a E_2 = 457.76 \angle .03^\circ = I_L' = \frac{I_L}{a} = 20.2 \angle -25.84^\circ$$

$$\Rightarrow I_{exc} = \frac{E_1}{Z_{exc}} = 0.52 \angle -62.88^\circ \Rightarrow I_1 = I_{exc} + I_L' = 20.6 \angle -26.7^\circ$$

$$V_1 = E_1 + I_1 (R_1 + jx_{L1}) = 457.76 \angle .03^\circ + (20.6 \angle -26.7^\circ)(1.03 \angle 61^\circ)$$

$$V_1 = 475.46 \angle 1.47^\circ$$

$$fp = \cos 28.17^\circ = .88$$



$$\Rightarrow \% \text{ Eficiencia} = \frac{8000 \text{ w.}}{475.46 \times 20.6 \times \cos 28.17^\circ} \times 100 = 92.75 \%$$

$$\% \text{ Regulaci3n de Voltaje} = 8.06 \%$$

$$c) V_L = 110 \angle 0^\circ, P_L = 8000 \text{ watts}, f_{pL} = 1, S_L = 8,000 \text{ VA}$$

$$\Rightarrow I_L = \frac{8000}{110 \cdot 1} = 72.73 \text{ Amps.} \quad \Rightarrow I_L = 72.73 \angle 0^\circ$$

$$E_2 = V_L + I_L (R_2 + jx_{L2}) = 110 \angle 0^\circ + 72.73 \angle 0^\circ (.068 \angle 61.93^\circ)$$

$$\Rightarrow E_2 = 112.41 \angle 2.22^\circ \quad \Rightarrow E_1 = a E_2 = 449.64 \angle 2.22^\circ$$

$$I_L' = \frac{I_L}{a} = 18.18 \angle 0^\circ$$

$$I_{exc} = \frac{E_1}{Z_{exc}} = 0.512 \angle -60.69^\circ$$

$$I_1 = I_{exc} + I_L' = 18.436 \angle -1.4^\circ$$

$$V_1 = E_1 + I_1 (R_1 + jx_{L1}) = 460.15 \angle 4.21^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 5.61^\circ \quad f_{p1} = .995$$

$$P_1 = V_1 / I_1 / f_{p1} = 8442.6 \text{ watts}$$

$$\% \text{ Eficiencia} = 94.7\%$$

$$\% \text{ Regulación de Voltaje} = 4.58\%$$

$$S_1 = 8483 \text{ V-A}$$

$$d) f_{pL} = 0.9 (+) \quad V_L = 110 \angle 0^\circ \quad \theta_L = 25.84^\circ \quad I_L = 80.8 \angle +25.84^\circ$$

$$P_L = 80,000 \text{ watts}$$

$$E_2 = 110 \angle 0^\circ + 80.8 \angle 25.84^\circ \cdot \frac{R_2 + jx_{c2}}{.068 \angle 61.93^\circ} = 110 \angle 0^\circ + 5.49 \angle 87.77^\circ$$

$$E_2 = 110 + 0.21 + j5.486 = 110.35 \angle 2.85^\circ$$

$$E_1 = 441.4 \angle 2.85^\circ \quad I_L^2 = 20.2 \angle 25.84^\circ \quad S_L = 8888 \text{ VA}$$

$$I_{\text{exc}} = \frac{E_1}{Z_{\text{exc}}} = \frac{441.4 \angle 2.85^\circ}{878.36 \angle 62.91^\circ} = 0.50 \angle -60.06^\circ$$

$$I_1 = 20.2 \angle 25.84^\circ + 0.50 \angle -60.06^\circ = 18.18 + j8.80 + .25 - j.43$$

$$I_1 = 18.43 + j8.37 = 20.24 \angle 24.42^\circ$$

$$V_1 = 441.4 \angle 2.85^\circ + (20.24 \angle 24.42^\circ)(1.03 \angle 61^\circ) - 441.4 \angle 2.85^\circ + 20.85 \angle 63.85^\circ$$

$$\Rightarrow V_1 = 440.85 + j21.95 + 9.19 + j18.72 - 450.04 + j40.67$$

$$V_1 = 451.87 \angle 5.16^\circ \quad \theta_1 = 19.26^\circ \quad \text{fp}_1 = 0.94 \quad P_1 = 8597 \text{ watts}$$

$$S_1 = 9145.84 \quad \% = 93\% \quad \% \text{ Regulación de Voltaje} = 2.69\%$$

$$e) \quad \text{fp}_L = 0.8(+), \quad V_L = 110 \angle 0^\circ \quad \theta_L = 36.86^\circ \quad P_L = 8000 \text{ watts}$$

$$I_L = 90.91 \text{ Amps.} \angle +36.86^\circ \quad S_L = 10,000 \text{ VA}$$

$$E_2 = 110 \angle 0^\circ + (90.91 \angle 36.86^\circ)(.068 \angle 61.93^\circ) = 110 \angle 0^\circ + 6.18 \angle 98.79^\circ$$

$$E_2 = 110 - .94 + j6.1 = 109.06 + j6.10 = 109.23 \angle 3.2^\circ$$

$$\Rightarrow E_1 = 436.92 \angle 3.2^\circ \quad I_L^\dagger = 22.73 \angle 36.86^\circ \quad I_{exc.} = \frac{436.92 \angle 3.2^\circ}{878.36 \angle 62.91^\circ}$$

$$I_{exc} = 0.4974 \angle -59.71^\circ \quad I_1 = 22.73 \angle 36.86^\circ + .497 \angle -59.71^\circ$$

$$I_1 = 18.18 + j13.63 + .25 - j.43 = 18.43 + j13.2 - 22.67 \angle 35.6^\circ$$

$$V_1 = 436.92 \angle 3.2^\circ + (22.67 \angle 35.6^\circ)(1.03 \angle 61^\circ) = 436.92 \angle 3.2^\circ + 23.35 \angle 96.6^\circ$$

$$V_1 = 436.24 + j24.39 - 2.91 + j25.18 = 433.33 + j49.57$$

$$V_1 = 436.16 \angle 6.52^\circ \quad \theta_1 = 29.08^\circ \quad P_1 = 8641.32 \text{ watts}$$

$$S_1 = 9887.8 \text{ VA} \quad \% = 92.58\% \quad \% \text{ Regulación} = -8.72\%$$

A continuación llenamos la siguiente tabla con los cálculos realizados para observar las tendencias:

PRUEBA	V _L Volts	I _L Amps.	f _{PL}	P _L Watts	S _L Volt-Amps.	V ₁ Volts	I ₁ Amps.	f _{p1}	P ₁ Watts	S ₁ Volt-Amps.	%	% Reg. Voltaje
a	110	90.91	.8(-)	8000	10,000	484.7	23.21	.768(-)	8642	11,250	92.6	10.16
b	110	80.8	.9(-)	8000	8888	475.46	20.61	.88(-)	8625	9801	92.75	8.06
c	110	72.73	1	8000	8000	460.15	18.44	.99	8443	8483	94.70	4.58
d	110	80.8	.9(+)	8000	8888	451.87	20.24	.94(+)	8597	9146	93	2.69
e	110	90.91	.8(+)	8000	10,000	436.16	22.67	.87(+)	8641	9887	92.58	-8.72

TABLA 3.1

V_L Voltaje en terminales de la carga.

V₁ Voltaje a la entrada del transformador.

I_L Corriente en terminales de la carga.

I₁ Corriente de entrada.

% Eficiencia en %.

% Reg. % de Regulación de Voltaje del Transformador a Plena Carga.

3.3 OBSERVACIONES

Para poder valorar los resultados es conveniente recordar que en primer lugar lo que un usuario paga a la compañía de Electricidad es la Potencia Eléctrica (watts) y ésta, depende de el voltaje y la corriente que reciba pero también (y en igual proporción) del coseno del ángulo en que estos 2 parámetros estén desfasados. El desfasamiento entre voltaje y corriente en una carga está condicionado por las cualidades de ésta. Si la carga es Resistiva, irán en fase; si la carga es Inductiva pura, la corriente sufrirá un retraso de 90 Grados Eléctricos (un ciclo de C.A. equivale a 360 Grados Eléctricos); si la carga es Capacitiva, la corriente irá 90° en adelante al voltaje. Al mezclar las cargas, el desfasamiento producido dependerá de la correlación que exista entre ellas.

Es fácil comprender que un usuario cuyas características en la carga sean tales que la corriente se retrase o se adelante 90° con respecto al voltaje, trabajará con un factor de potencia ($\cos 90^\circ$) igual a cero y por lo tanto, no tendrá energía que pagar a la Compañía de Electricidad. Sin embargo, la corriente que consume, viaja desde la planta generadora hasta él, produciendo eso si pérdidas y consumiendo la capacidad de Generador y Transformador. Esto explica porqué la Compañía de Electricidad prohíbe el consumo de la energía abajo de cierto factor de Potencia.

3.4 TENDENCIAS Y CONCLUSIONES

Para poder realizar las pruebas a que hemos hecho referencia, en un laboratorio, tendríamos que tener un banco generoso de carga y por otro lado, una forma sencilla de ajustar el voltaje de entrada (mediante un variac o autotransformador por ejemplo) con el fin de fijar el de salida a 110 volts.

3.41 VOLTAJE Y POTENCIA DE LA CARGA

Haciendo pues, los ajustes necesarios en voltaje de entrada y magnitud y tipo de carga para cada caso, partimos de que el voltaje de la carga es constante (110 volts) y la Potencia también (8,000 watts).

3.42 CORRIENTE Y FACTOR DE POTENCIA DE LA CARGA (I_L y fp_L)

La corriente de la Carga es mayor en la medida que baja el Factor de Potencia en la misma tomando en cuenta que la Potencia y el voltaje se mantienen constantes.

$$I_L = \frac{P_L}{V_L * fp_L}$$

3.43 POTENCIA APARENTE DE LA CARGA (S_L)

Como este Factor, equivale a la Potencia Aparente que el Transformador entrega, se ve claro que en el caso de bajo Factor de Potencia ($fp_L = 0.8$) en la carga el Transformador está entregando toda su capacidad (10 KVA) y por tanto, el secundario conduce su corriente nominal.

$$\begin{aligned} I \text{ NOM.} &= \frac{\text{CAPACIDAD}}{V_{\text{NOM SECUNDARIO}}} = \frac{10,000 \text{ VA}}{110} \\ \text{SECUNDARIO} & \\ &= 90.91 \text{ Amps.} \end{aligned}$$

En cambio, cuando el Factor de Potencia de la Carga se aproxima a 1 el Transformador trabajará más desahogado, inclusive a menos corriente en el secundario de la nominal. Podríamos, si logramos ajustar el Factor de Potencia cercano a la unidad, sacar el máximo provecho

de Transformadores, Líneas de Transmisión y Generadores, por las razones expuestas en el punto anterior de Observaciones.

3.44 CORRIENTE DE ENTRADA (I_1)

Se puede observar en la Tabla 3.1 que la corriente demandada por el primario del Transformador desde su fuente de suministro irá bajando (con las ventajas que implica) en la medida que ajustamos el Factor de Potencia de la Carga a 1.

3.45 VOLTAJE DE ENTRADA (V_1)

Este parámetro nos indica que su tendencia es claramente hacia abajo en la medida que incrementamos la Carga hacia el lado capacitivo. Los ajustes que hicimos en su valor fueron para obligar al Voltaje en la Carga a permanecer constante. Podríamos decir que el Voltaje de Entrada (V_1) requerido para mantener un Voltaje constante en la Carga (V_L), es menor a medida que la Carga se torna más capacitiva.

Desde otro ángulo, tal vez más próximo al caso real, si el Voltaje de Entrada (V_1) se hubiera mantenido constante al correr nos hacia una carga más capacitiva, nos hubiera generado una tendencia del voltaje de la carga (V_L) hacia su valor original o inclusive (si la carga es muy capacitiva) a incrementarse de su valor en vacío (Porcentaje de Regulación de Voltaje Negativo).

3.46 EFICIENCIA (PORCIENTO)

La máxima Eficiencia del Transformador ocurre, según la citada tabla, cuando el Factor de Potencia de la carga se aproxima a 1.

Esto se debe principalmente a la incidencia que tiene la disminución de la corriente con respecto a las Pérdidas de Cobre.

$$(P_{\text{COBRE}} = I^2 * R).$$

3.47 PORCIENTO DE REGULACION DE VOLTAJE

La Regulación del Voltaje en la carga debe entenderse como un porcentaje de variación del mismo, desde su valor en vacío hasta plena carga con respecto a su valor a plena carga.

$$\% \text{ Regulación de Voltaje a Plena Carga} = \frac{V_{L \text{ EN VACIO}} - V_{L \text{ CON CARGA}}}{V_{L \text{ CON CARGA}}} * 100$$

Podemos asegurar que para cualquier tipo de carga (salvo algún caso especial), en la medida que su voltaje se mantenga constante es mejor para su funcionamiento. Esto sucede cuando la carga tiene cierta dosis de Capacitancia. Más aún, si se incrementa la cantidad de Carga Capacitiva más allá de este valor, podemos llegar al punto (extraño para algunos) en el cual el Voltaje en la Carga es mayor cuando existe ésta que cuando está en vacío (% Regulación Negativa).

Existen sin embargo otras consecuencias del tipo de Factor de Potencia (y su magnitud) que afectan a todo el sistema desde el mismo Generador. Inclusive, la Regulación de Voltaje del Dínamo se ve influida por el tipo de carga. (Ver lo relativo a Reacción de Armadura).

La Transmisión de Energía Eléctrica entonces, se ve optimizada a medida que enfatamos, Corriente y Voltaje.

C A P I T U L O 4

EL MOTOR DE INDUCCION PRINCIPIOS GENERALES

4.1.- FUNDAMENTOS

Puede explicarse el funcionamiento de un motor de Inducción si conocemos las leyes generales de Electromagnetismo que ya fueron tratadas en el Capítulo 1 de estas notas. El más conocido de los motores de Inducción es aquel en el que el rotor está compuesto por 2 anillos conductores en los extremos y unidos entre sí algunas barras, de material conductor también, los huecos que quedaron para formar un cilindro macizo, se llevan con material ferromagnético que facilite el viaje de flujo magnético.

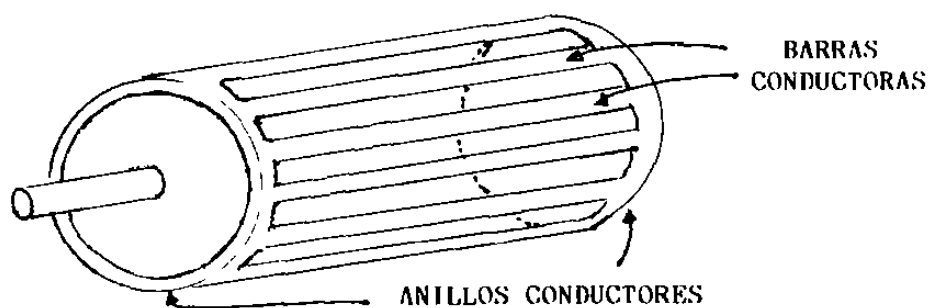
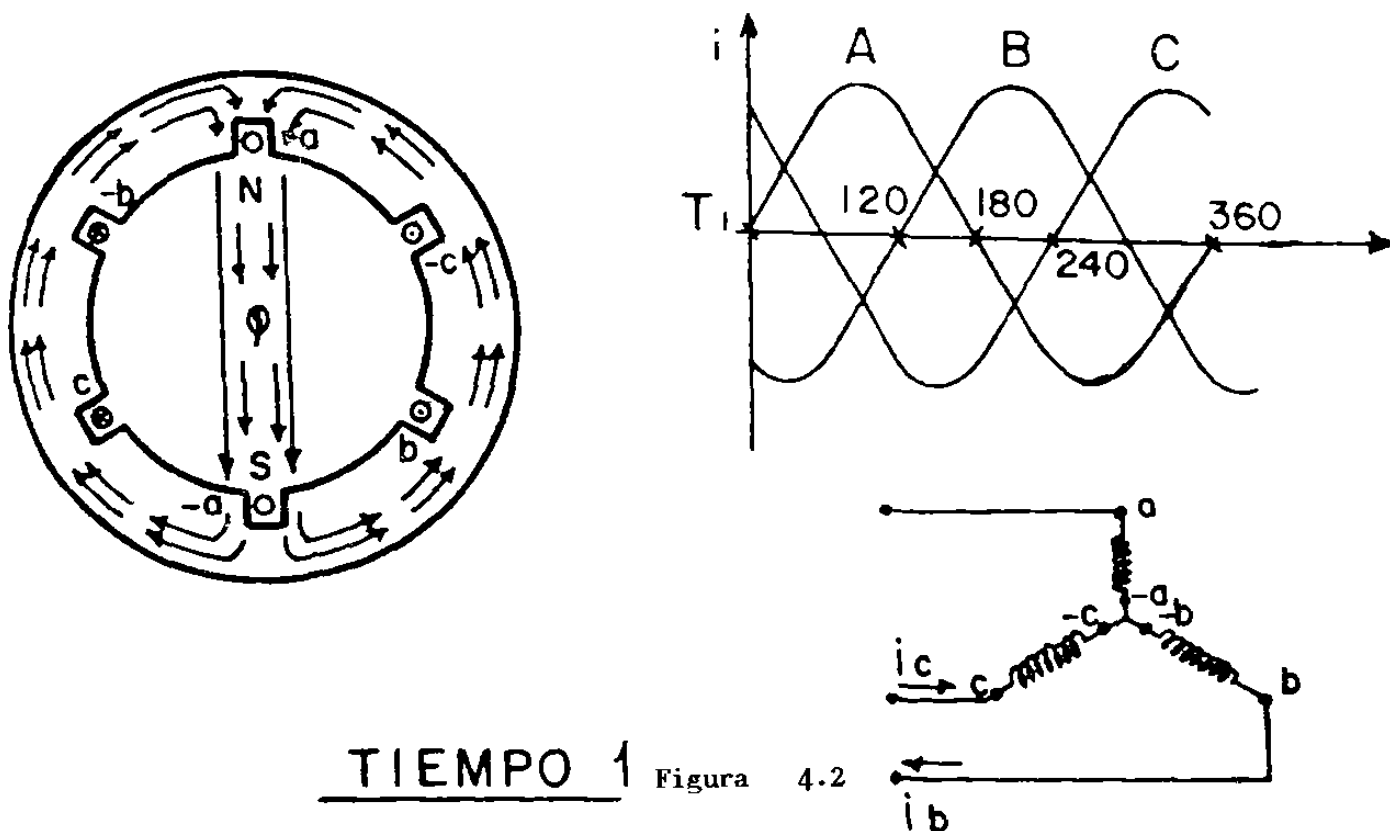


Figura 4.1 JAULA DE ARDILLA

El estator es un cilindro hueco de diámetro mayor, dentro del cual gira el rotor. En las ranuras del estator, se colocan estratégicamente juegos de bobinas de todas las fases, para producir un campo magnético. Si logramos que este campo magnético que pasa por entre las "barras" de la jaula (rotor), se corra, "cortándolas", induciremos un voltaje en ellas (Ley de Faraday). Como las barras están unidas eléctricamente por los anillos, se producirá una corriente que al estar bajo la influencia del campo magnético, generará una fuerza (Ley de Biot y Savart) que hará que el rotor se mueva tratando de seguir al campo giratorio. De aquí, se plantean varios puntos; tal vez el más significativo es conocer como se produce un campo magnético giratorio.

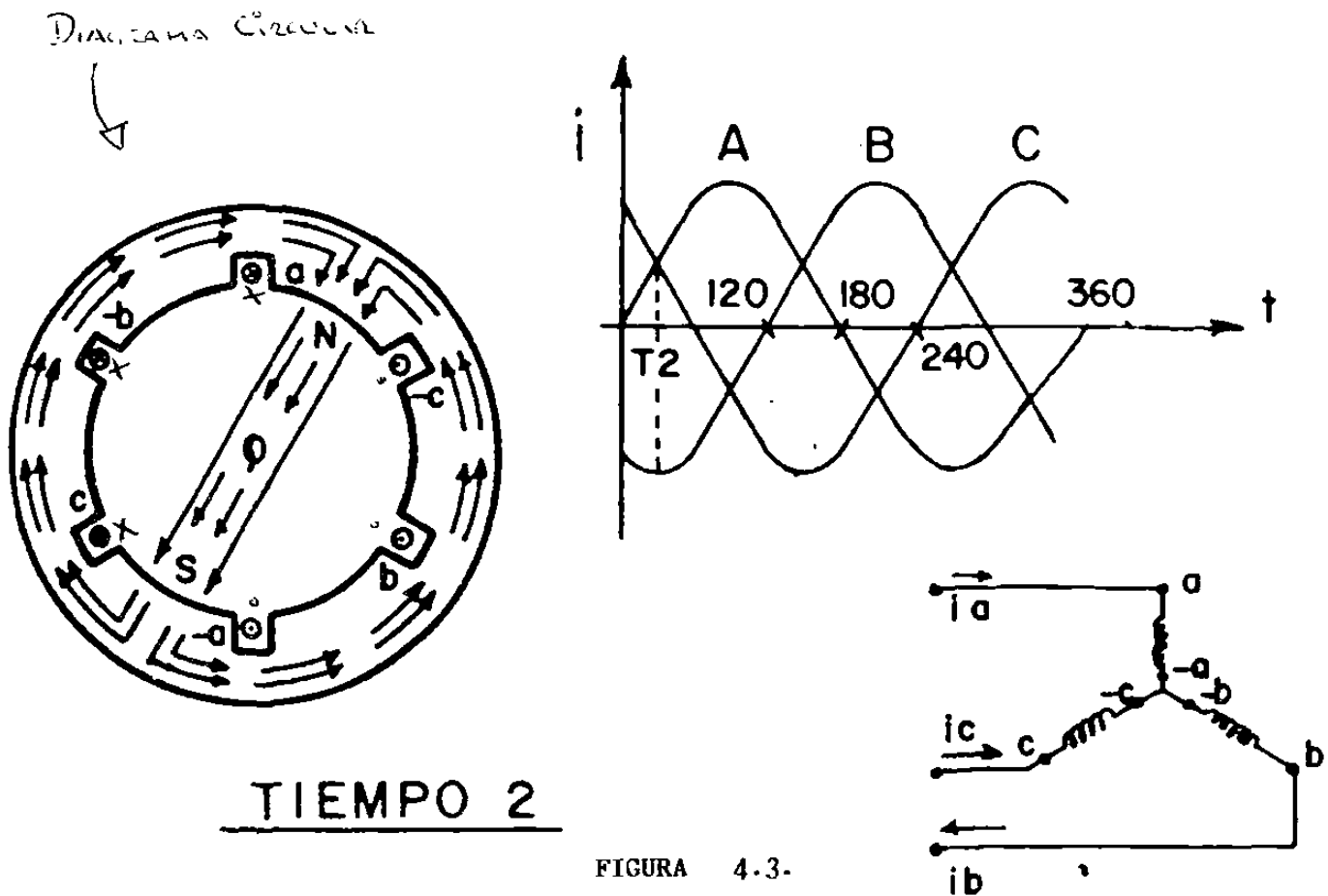
4.2.- EL CAMPO GIRATORIO

Para producir un campo magnético desde el estator, que se pueda desplazar regularmente, debemos contar con un suministro de voltaje al menos trifásico ya que con uno monofásico lograremos solamente un campo pulsante más no giratorio (en el mejor de los casos, en un motor monofásico de fase partida se logra hacer girar el campo pero de manera poco eficiente). Entonces, contamos con una alimentación de voltaje trifásico al estator. Por sencillez, vamos a analizar un estator con sólo 3 bobinas (una por fase) conectadas en estrella y, asumimos que el desfaseamiento entre los voltajes aplicados, se produce también entre las corrientes inducidas (120 grados eléctricos), también consideramos que para un tiempo dado, si la corriente es positiva, entrará por la terminal positiva del dibujo del estator. Ver Figura 4.2 para mejor comprensión.



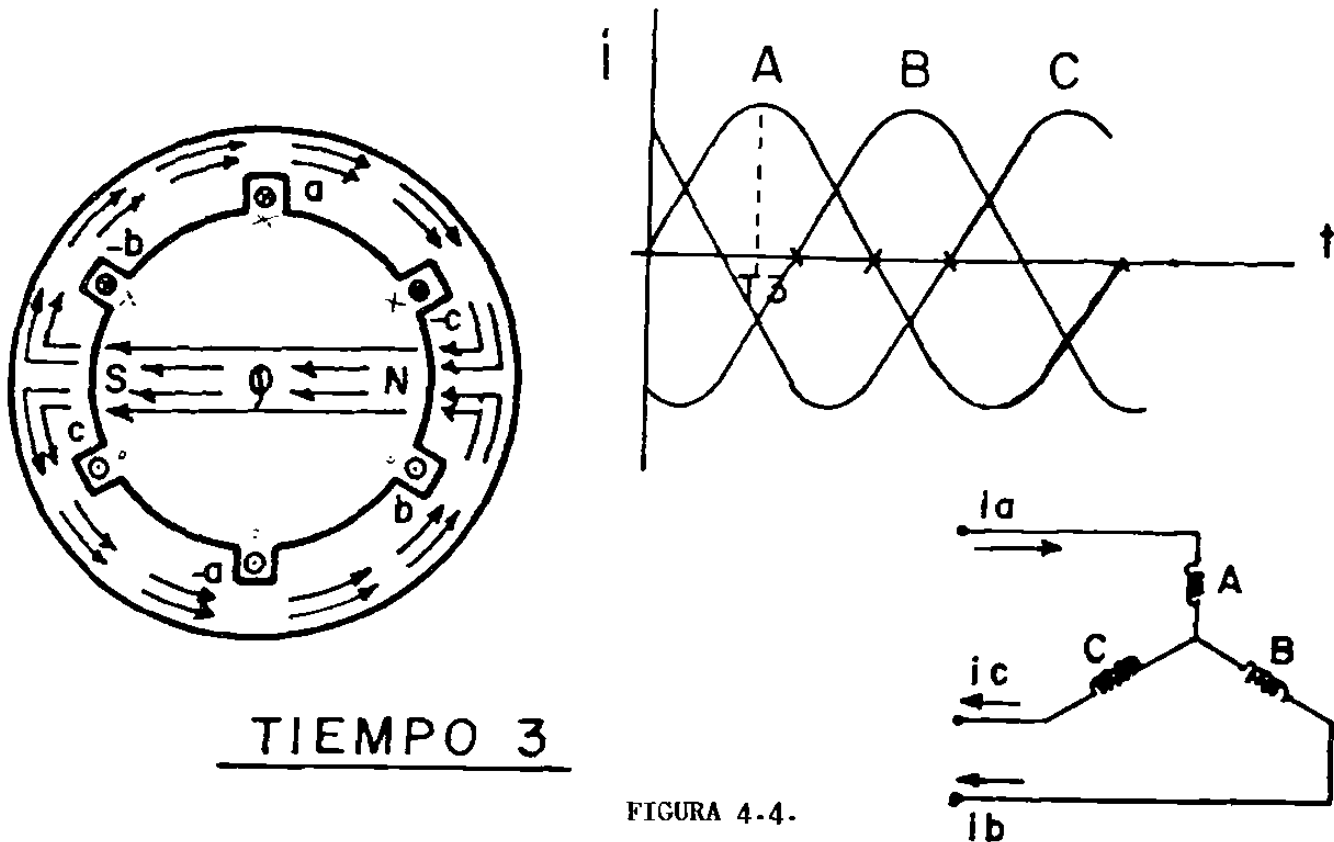
Vamos pues a empezar analizando el instante de tiempo 1 (Ver Figura 4.2) donde se observa que la corriente en la fase A, vale cero (por lo tanto en el diagrama circular, en la bobina a-a no hay corriente), en la fase B es negativa (entrará la corriente entonces por -b en el diagrama circular) y la C es positiva (entrará por c). Podemos ver en el diagrama circular, que al entrar la corriente por -b y por c y salir por -c y por b, (con la Ley de la mano derecha) se producirá un flujo hacia abajo como marca el diagrama circular, provocando en el estator polos magnéticos (norte arriba sur abajo).

Un instante de tiempo después, (ver Figura 4.3), observamos que,



Las corrientes en las fases A y C son positivas (Tiempo 2) por lo que entrarán por las terminales a y c y en la fase B negativa por lo que tendrá que salir por b. Asignados estos sentidos de corrientes podremos observar en el diagrama circular, que el flujo magnético producido por esta corriente ya ha sufrido un pequeño desplazamiento.

Analícemos ahora un instante de tiempo después, al que llamaremos Tiempo 3 (Ver figura 4.4).



Aquí, se observa que mientras que la corriente en la fase A sigue siendo positiva, en las fases B y C será negativa. Así que la corriente en el diagrama del estator entrará por las terminales "a", "-c" y "-b" produciendo un flujo horizontal hacia el lado izquierdo. O sea que los polos del estator han sufrido un nuevo desplazamiento.

Si nuevamente, analizamos para otro instante de tiempo T observaremos que los polos magnéticos del estator se han corrido otra vez a una nueva posición (Ver Figura 4.5).

Finalmente, si revisamos de las figuras 4.6 a 4.10 podremos comprobar que ciertamente, es posible desplazar los polos magnéticos del estator en forma regular mediante este interesante sistema.

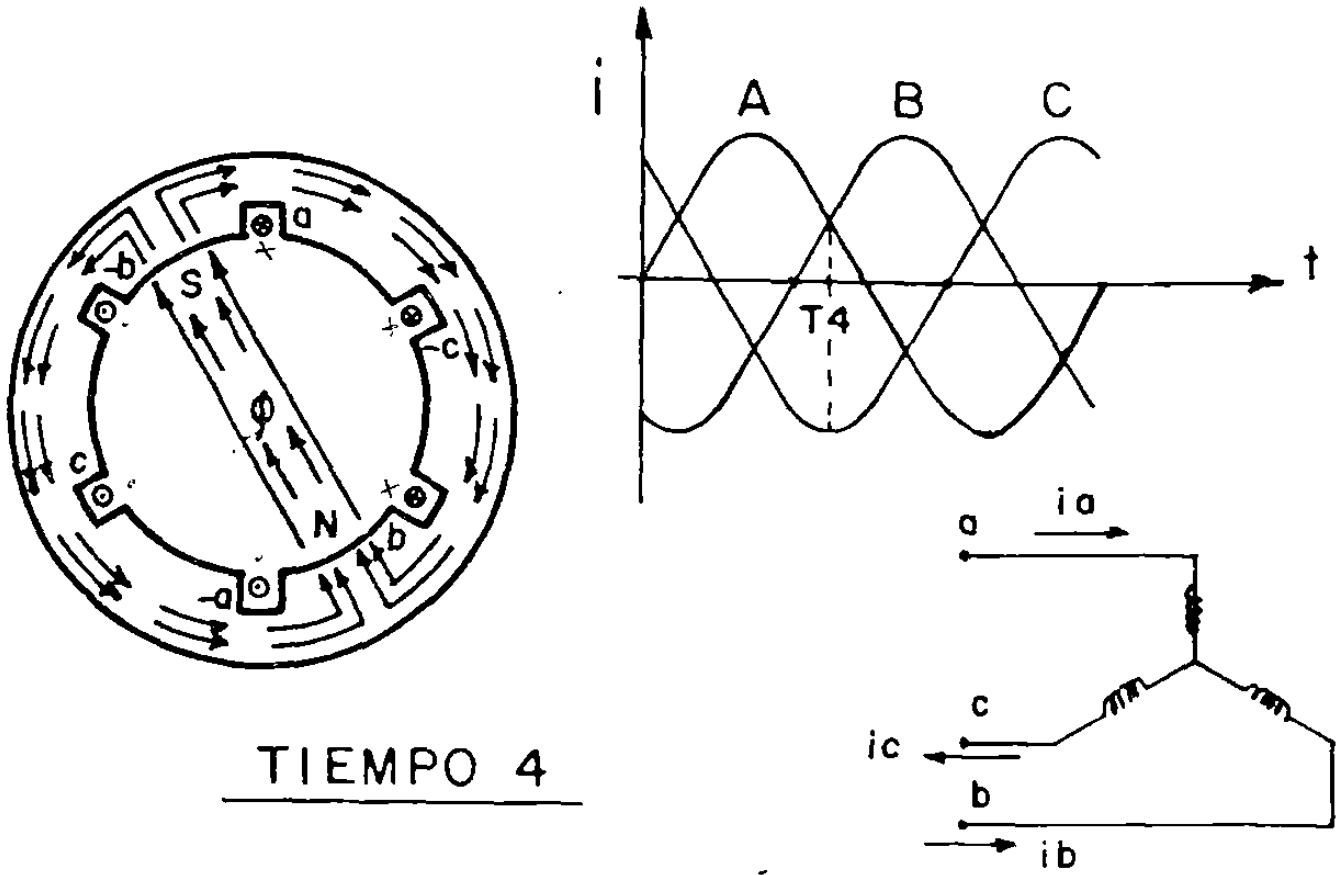
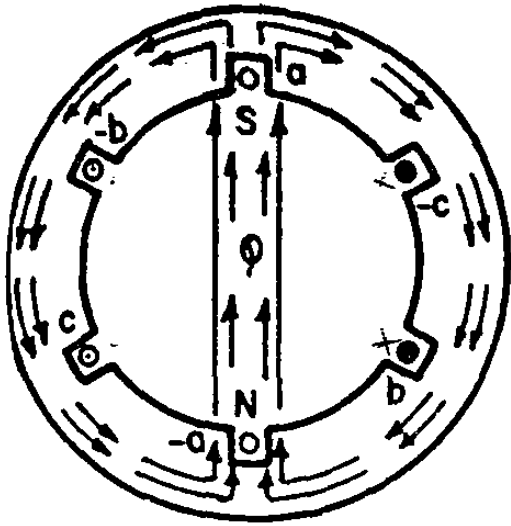


FIGURA 4.5



TIEMPO 5

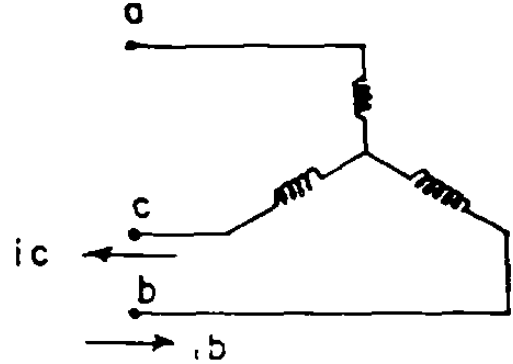
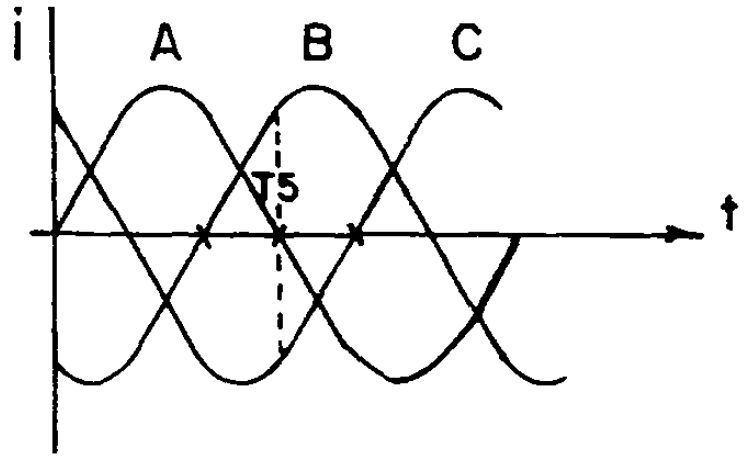
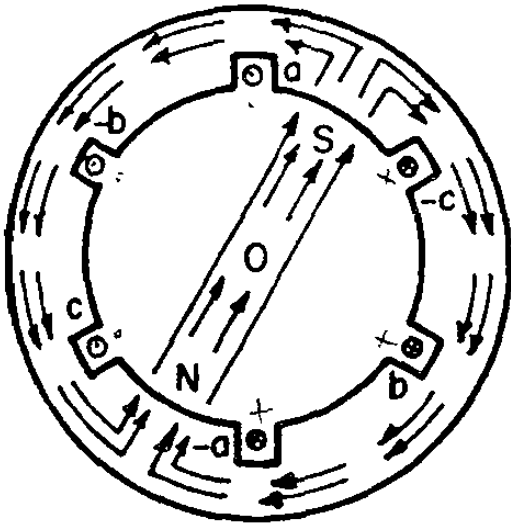


FIGURA 4.6



TIEMPO 6

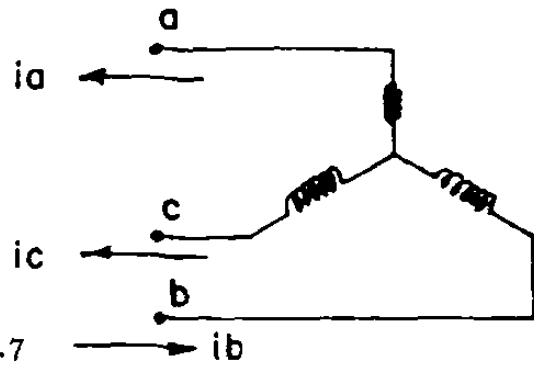
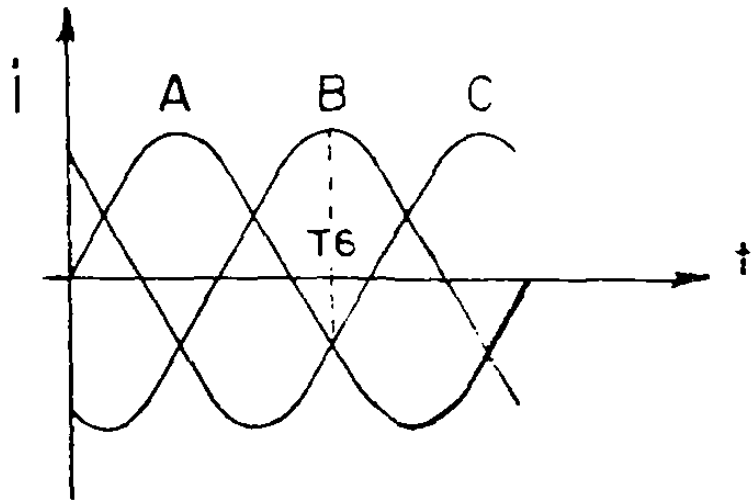
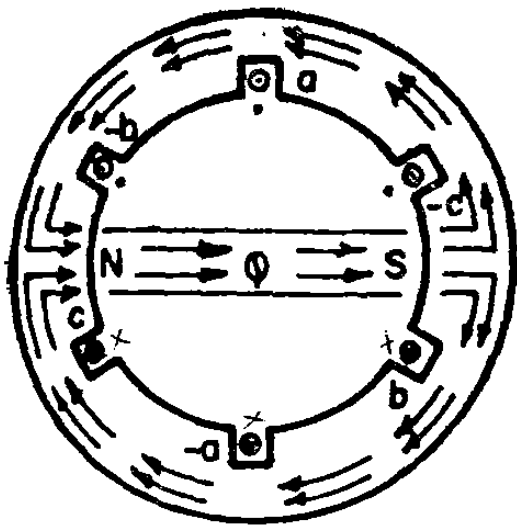


FIGURA 4.7



TIEMPO 7

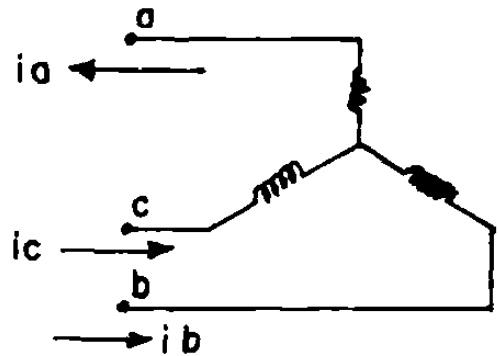
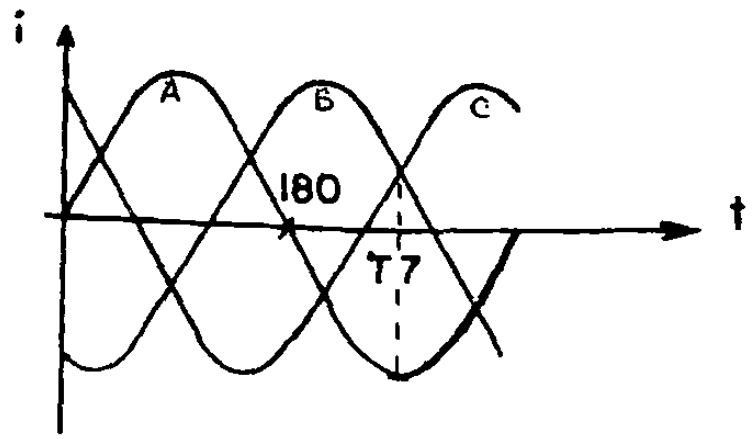
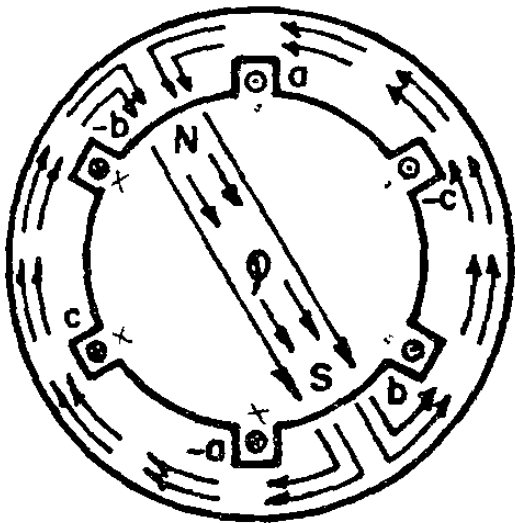


FIGURA 4.8



TIEMPO 8

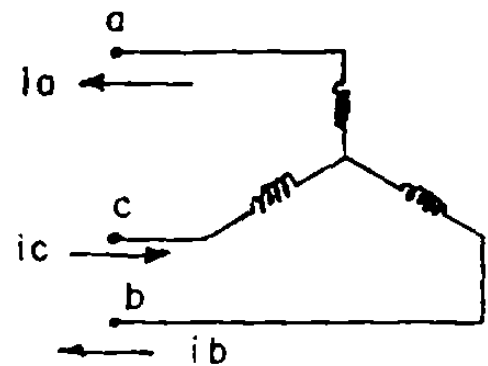
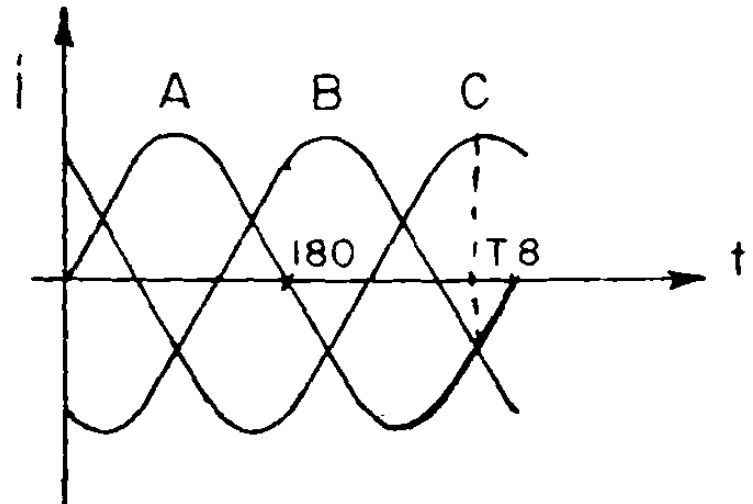
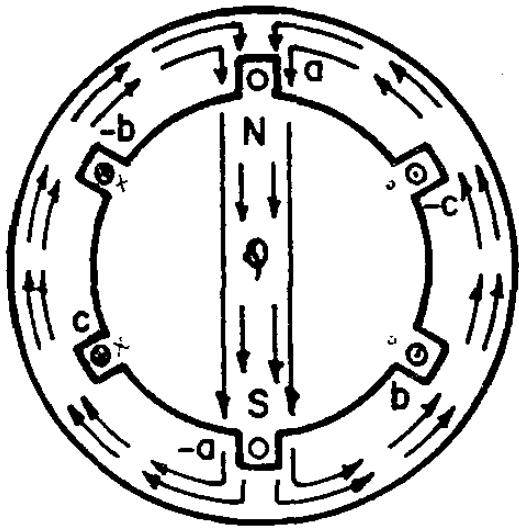


FIGURA 4.9



TIEMPO 9

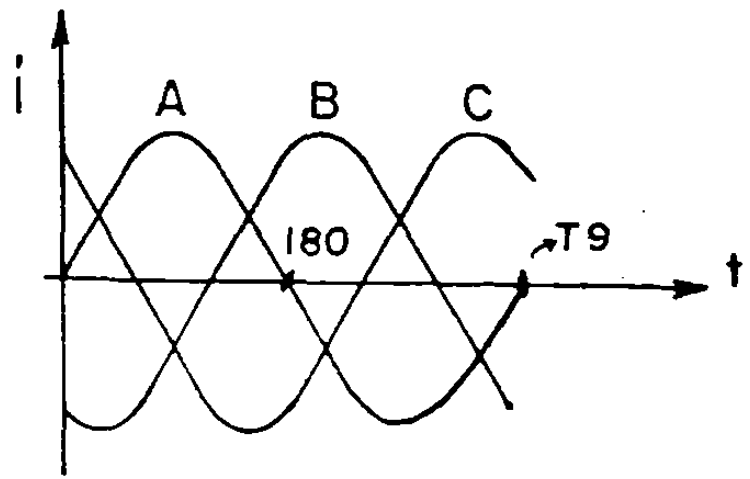
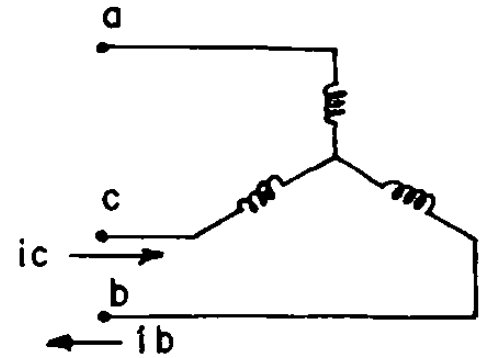


FIGURA 4.10



4.3.- FUERZA PRODUCIDA

Al colocar la jaula dentro del campo magnético giratorio, éste, "cortará" las barras induciendo un voltaje (Ver Figura 4.11)

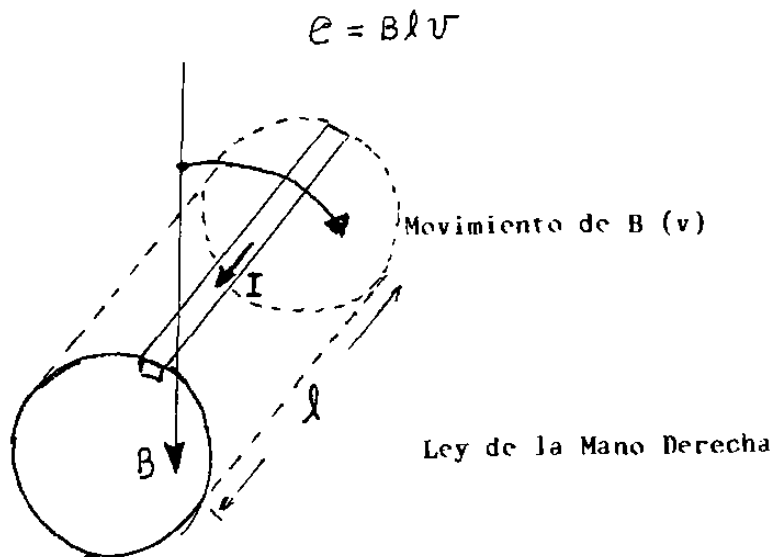


FIGURA 4.11

y al haber un conductor con corriente, dentro de un campo magnético, se le producirá una fuerza ($F = Bli'$) que analizada con la ley de la mano izquierda, se observará que trata de seguir al campo magnético (Ver Figura 4.12).

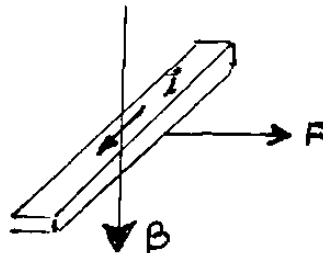


FIGURA 4.12

Se puede fácilmente llegar a la conclusión de que el rotor no puede alcanzar al campo magnético, pues, si esto ocurriera dejaría el flujo de "cortar" las barras del rotor y por tanto, no existiría voltaje inducido ni corriente, ni fuerza. Por eso es de sobra conocido que los motores de inducción giran a una velocidad menor a la velocidad del campo giratorio o velocidad sincrónica.

4.4.- TIPOS DE ROTORES

Existen en los motores de inducción 2 tipos de rotores :

- 1) EL DE LA JAULA DE ARDILLA
- 2) EL ROTOR DEVANADO

Del rotor de jaula de ardilla ya hemos hablado algo. Del rotor devanado, diremos solamente que por razones de su alto costo, son de fabricación limitada sin embargo, tiene características favorables para arranque con mayor par y en casos especiales para obtener una señal de voltaje con frecuencia distinta a la del estator. En condiciones normales, funciona como una jaula de ardilla sólo que "puenteando" las bobinas a través de carbones y anillo deslizantes.

C A P I T U L O V

EL MOTOR DE INDUCCION EN VACIO Y CON CARGA

El motor de inducción antes de ser sometido a distintas condiciones de operación, conviene establecer primero, su circuito equivalente, después cómo obtener sus parámetros de dicho circuito equivalente y posteriormente, simular el motor bajo distintas condiciones de operación.

5.1 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN MOTOR DE INDUCCION

El circuito equivalente del motor de inducción puede deducirse exactamente de la misma forma que el del transformador, es decir de las ecuaciones de mallas de Kirchoff de ambos circuitos.

Cada devanado de fase del estator tiene su propia resistencia así como la reactancia de los flujos de fuga, el circuito equivalente de una fase del estator se muestra en la Figura 5.1.

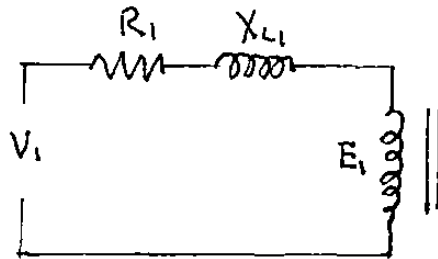


Figura 5.1 Circuito equivalente del estator.

La bobina con núcleo tiene su equivalencia mediante una resistencia que represente las pérdidas del núcleo y la reactancia del flujo mutuo o principal, por lo tanto el circuito equivalente del estator con su rama de excitación se ilustra en la Figura 5.2.

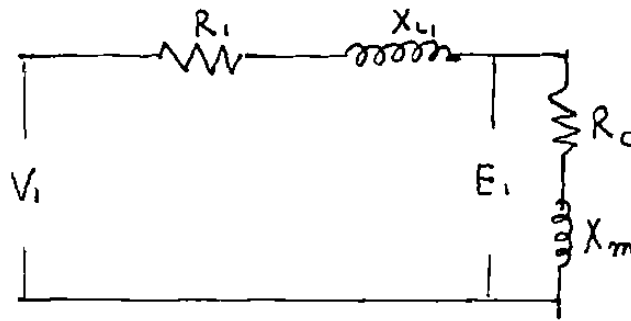
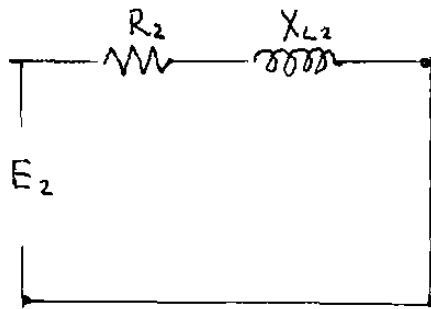


Figura 5.2 Circuito equivalente del estator.

El circuito del rotor se puede representar por una resistencia que representen las pérdidas del devanado, las pérdidas por fricción y ventilación y las pérdidas del hierro rotacionales, así como a la reactancia de fuga del rotor, como se muestra en la Figura 5.3.



$$E_2 = I_2 R_2 + j I_2 X_{L2} \quad \text{Ec. 5.1}$$

Figura 5.3 Circuito equivalente del rotor.

Para referir los valores del rotor al estator hay que considerar que:

- 1.- El rotor conserva el valor original de su fuerza magnetomotriz.
- 2.- Los KVA del rotor conservan los valores originales.
- 3.- Las pérdidas $I^2 R$ del rotor conservan su valor original.
- 4.- La energía magnética de los flujos de dispersión conservan su valor original ($w = \frac{1}{2} L_L I^2$).

Usando las relaciones anteriores se refieren las cantidades del rotor hacia el estator, y se indican con una prima (').

$$I_2' = \frac{M_2 N_2}{M_1 N_1} \frac{K_{dp2}}{K_{dp1}} I_2 \quad \text{Ec. 5.2}$$

$$E_2' = \frac{N_1 K_{dp1}}{N_2 K_{dp2}} E_2 = E_1 \quad \text{Ec. 5.3}$$

$$R_2' = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{N_1 K_{dp1}}{N_2 K_{dp2}} \right)^2 \quad \text{o} \quad X_{L2}' = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{N_1 K_{dp1}}{N_2 K_{dp2}} \right)^2 \quad \text{Ec. 5.4}$$

Cuando el motor gira origina un deslizamiento, este deslizamiento de la velocidad relativa entre el flujo giratorio y el rotor, como una fracción de la velocidad síncrona (N_s).

$$S = \frac{N_s - N}{N_s}$$

Los valores de voltaje y frecuencia se modifican por S y dan como resultado:

$$E_2^j = S E_2 \quad \text{y} \quad f_2 = S f_1 \quad \text{Ec. 5.5}$$

La ecuación 5.1 de voltaje se modifica por las cantidades anteriores y nos da:

$$S E_2^j = j I_2^j \quad S X_{L2}' = I_2^j R_2 \quad \text{Ec. 5.6}$$

Si se divide la ecuación 5.6 por S , la ecuación del rotor es:

$$E_2' = E_1 = \left(\frac{R_2'}{S} + jX_{L2}' \right) I_2' \quad \text{Ec. 5.7}$$

La potencia de entrada al rotor es aproximadamente un tercio de la potencia del entrehierro $\left(\frac{P_g}{3} \right)$ y se consume a través de $\frac{R_2'}{S}$, que representa a las pérdidas del cobre (P_{cu}) y a la potencia mecánica desarrollada.

$$\frac{P_g}{3} = I_2'^2 \frac{R_2'}{S} \quad \text{de donde } P_g = 3 I_2'^2 \frac{R_2'}{S} \quad \text{Ec. 5.8}$$

La pérdida en el cobre del rotor es $3I_2'^2 R_2'$ luego la potencia mecánica desarrollada es:

$$\text{Pot. mec. des.} = P_g - P_{cu}$$

$$\text{Pot. mec. des.} = 3I_2'^2 \frac{R_2'}{S} - 3I_2'^2 R_2'$$

$$\text{Pot. mec. des.} = 3I_2'^2 \left(\frac{R_2'}{S} - R_2' \right) = 3I_2'^2 R_2' \left(\frac{1-S}{S} \right) \quad \text{Ec. 5.9}$$

Por lo tanto el circuito equivalente del rotor referido al estator, se muestra en la Figura 5.4.

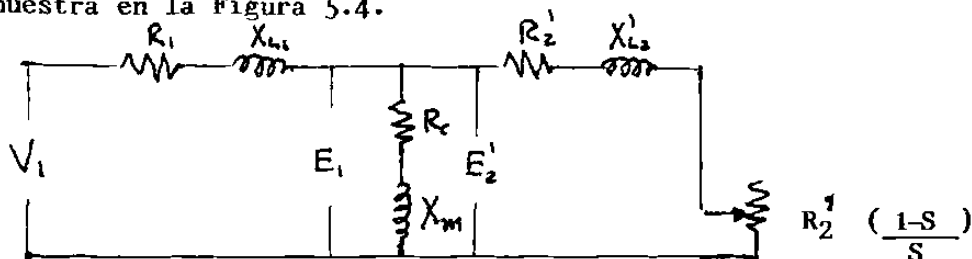


Figura 5.4 Circuito equivalente del motor de inducción, referido al estator.

5.2.- OBTENCION DE LOS PARAMETROS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR DE INDUCCION.

Los parámetros del motor de inducción se pueden obtener mediante las pruebas en vacío y de rotor frenado o bloqueado (corto circuito), tal como en el caso del transformador. El voltaje y la corriente son por fase; la potencia es la potencia total.

5.21.- PRUEBA DE ROTOR FRENADO

El circuito equivalente para las condiciones del rotor bloqueado es idéntico al de un transformador en corto circuito. Sin embargo, un motor de inducción es más complicado, debido a que su impedancia de dispersión se puede afectar por la saturación magnética y por la frecuencia del rotor. El principio que rige es que se debe hacer la prueba en las condiciones de corriente y frecuencias del rotor que se aproximen a las que existen en el tipo de funcionamiento. Si se interesa en características en deslizamientos cercanos a la unidad, como en el arranque, se debe hacer la prueba de rotor frenado a la frecuencia nominal y con la corriente cercana a los valores en el arranque (de 4 a 8 veces la corriente nominal), aplicando el voltaje nominal. Sin embargo, si lo que interesa son las características de Funcionamiento la prueba debe realizarse a voltaje reducido y la corriente nominal, pero a frecuencia reducida (25%) ó aplicar factores de corrección.

5.21a.-PARAMETROS DE ARRANQUE

Los parámetros de arranque se obtienen de la prueba de rotor bloqueado ó frenado a voltaje pleno, mediante las lecturas de la potencia (P_L), Voltaje ($V_L = V_n$), corriente (I_L) y la resistencia del estator R_1 que se corrige por temperatura.

En reposo del deslizamiento $S=1$ y el circuito equivalente está dado por la Figura 5.5

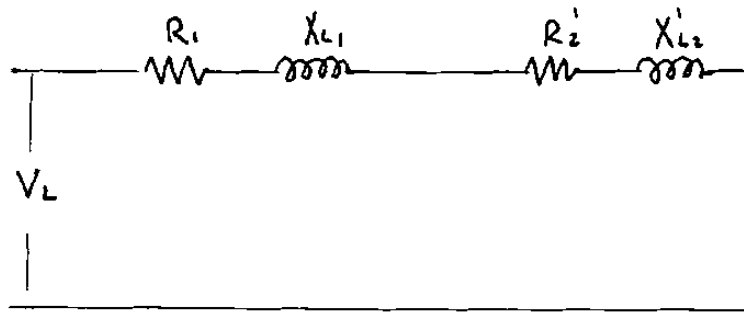


Fig. 5.5 Circuito equivalente a rotor bloqueado

Se desprecia la influencia de la rama de excitación (R_m X_m), y en reposo no hay pérdidas mecánicas por lo tanto la potencia de entrada se consume principalmente por el cobre de ambos devanados.

Para calcular los parámetros de arranque se usan las siguientes fórmulas :

$$R_1 = R_1 \text{ (f.c.)} \quad \text{(f.c.) FACTOR DE CORRECCION DE TEMPERATURA.}$$

Ec. 5.10

$$R_2' = \frac{P_L}{m_1 I_L^2} - R_1 \quad \text{Ec. 5.11}$$

$$X_{L1} = X_{L2}' = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_L}{I_L \sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{P_L}{m_1 I_L^2}\right)^2}}{2} \quad \text{Ec. 5.12}$$

5.21b.-PARAMETROS DE FUNCIONAMIENTO.

Los parámetros de funcionamiento se obtienen mediante la prueba a rotor bloqueado a voltaje reducido. Mediante los datos arrojados por la prueba que son : Potencia (P_L), corriente ($I_L \neq$ Inominal), Voltaje (V_L). Tomando R_1 de la prueba anterior.

Para calcular los parámetros se usan las fórmulas anteriores (Ec. 5.11 y 5.12) y se obtienen R'_2 y X'_{L2} . Si no se reduce la frecuencia en la prueba a 25% de la frecuencia nominal, se corrigen R'_2 y X'_{L2} por efecto peculiar y saturación ver figura 6 y 7.

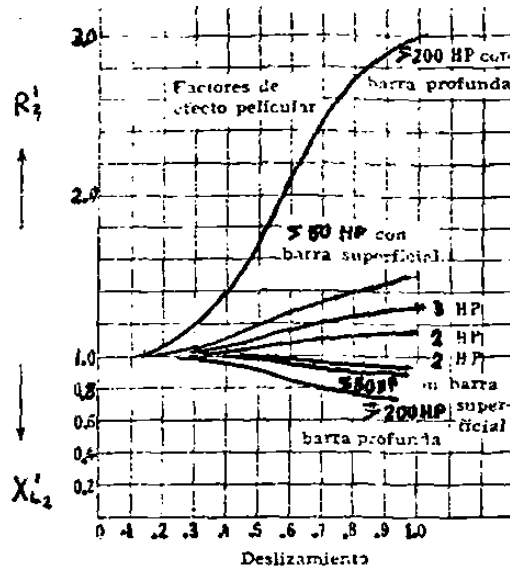


FIGURA 5.6 FACTORES DEL EFECTO PECULIAR

$$R'_2 = \frac{R_2}{f.e.p.} \quad \text{resistencia corregida} \quad \text{Ec. 5.13}$$

$$X'_{L2} = \frac{X_{L2}}{f.e.p.} \quad \text{Reactancia corregida} \quad \text{Ec. 5.14}$$

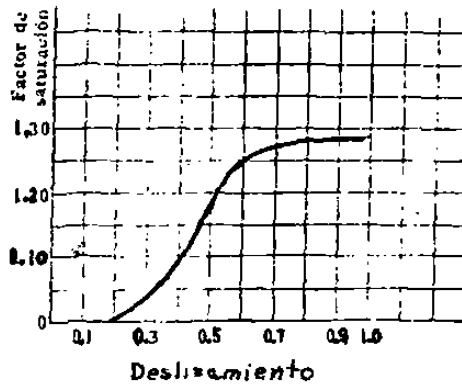


FIG. 5.7 FACTORES DE SATURACION

$$X'_{L2} = \frac{X_{L2}}{f.s.} \quad X_{L1} = \frac{X_{L1}}{f.s.}$$

5.22.- PRUEBA DE VACIO.

Durante esta prueba la carga en la flecha del motor es cero y se toman las siguientes mediciones : Voltaje (V_1) que es igual al voltaje nominal, corriente (I_0) y la potencia (P_0).

La potencia P_0 es igual a las pérdidas en vacío. Estas son las pérdidas de cobre (estator), las pérdidas por histéresis y focault, las pérdidas de fricción y ventilación y las pérdidas en el hierro debido a la rotación y a la abertura de las ranuras, esto es

$$P_0 = m_1 I_0^2 R_1 + P_n + f + P_{f+v} + P_{f.c.rot} \quad \text{Ec. 5.15}$$

m_1 = número de fases

El factor de potencia en vacío está dado por :

$$\cos\phi = \frac{P_0}{m_1 V_1 I_0} \quad \text{Ec. 5.16}$$

es pequeño (0.05 a 0.15). Es necesario tomar unicamente una corriente muy pequeña para $P_{f+v} + P_{f.c.rot}$ por lo tanto puede considerarse abierto en el circuito secundario (rotor). Esto puede deducirse de la magnitud de la resistencia que representa la potencia mecánica del rotor, $R_2' \left(\frac{1-s}{s} \right)$; esta resistencia viene a ser muy elevada ya que el deslizamiento en vacío es muy pequeño, esto es, el circuito del rotor está practicamente abierto, en vacío. Como se muestra en la figura 5.8.

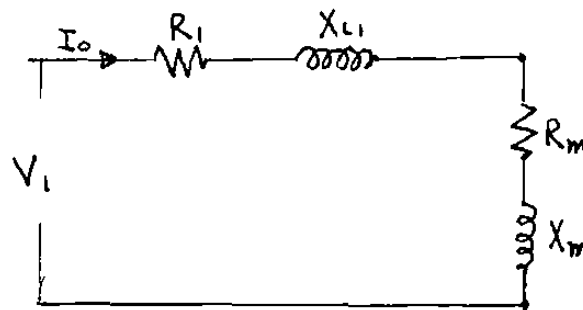


Figura 5.8 Circuito del motor en vacío

Para determinar R_m es necesario conocer las pérdidas de histéresis y focault (P_{h+f}); pueden separarse éstas pérdidas de la Ec. 5.15 mediante dos pruebas.

Una prueba requiere que el motor sea conducido por otra máquina a la velocidad síncrona ($S=0$). En este caso la corriente del rotor es exactamente igual a cero y las pérdidas de fricción y ventilación y pérdidas rotacionales son proporcionadas por la máquina que la conduce. La potencia de entrada al estator del motor es entonces a

$$P_o' = m_1 I_o' R_1 + P_{h+f} \quad \text{Ec. 5.17}$$

cuando P_o' y I_o' son la potencia de entrada y la corriente del estator cuando $S=0$. La otra prueba es para determinar R_1 mediante la alimentación de V_{CD} al estator y midiéndose V_{CD} , I_{CD} y si la conexión del estator está en estrella, el valor de R_1 es

$$R_1 = \frac{V_{CD}}{2I_{CD}} \quad \text{Ec. 5.18}$$

y se corrige por temperatura.

De la ecuación 5.17, por diferencia se obtiene P_{h+f} , esto es

$$P_{h+f} = P_o' - m_1 I_o' R_1 \quad \text{o su ecuación}$$

aproximada

$$P_{h+f} = \frac{P_o' - m_1 I_o'^2 R_1 - 0.18 P_o'}{2} \quad \text{Ec. 5.19}$$

El voltaje inducido E_1 , por el flujo giratorio es aproximadamente igual a :

$$E_1 = V_1 - I_o X_{L1} \quad \text{Ec. 5.20}$$

X_{L1} = Prueba de rotor bloqueado a tensión reducida

$$X_m = \frac{E_1}{I_0} \quad I_0 = \text{Dato de la de vacío} \quad \text{Ec. 5.21}$$

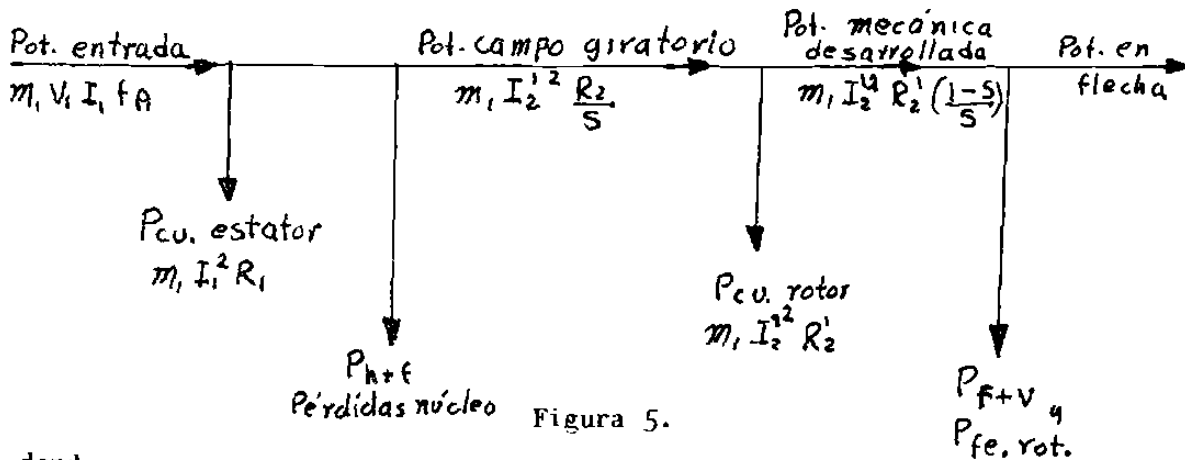
$$G_m = \frac{P_{h+f}}{m_1 E_1^2} \quad \text{Ec. 5.22}$$

O su equivalente

$$R_m = G_m X_m^2 \quad \text{Ec. 5.23}$$

5-3 EQUILIBRIO DE POTENCIA EN UN MOTOR DE INDUCCION

El motor de inducción es una máquina eléctrica que convierte energía eléctrica en energía mecánica. Estas potencias están representadas por la figura 5.



donde :

m = # de fases, P_{h+f} = pérdidas de núcleo

p_{cv} = pérdida del cobre P_{F+v} = Pérdidas de fricción y ventilación

$P_{fe.rot}$ = Pérdidas del hierro a la rotación.

62804

5.4 CONDICIONES NOMINALES DE FUNCIONAMIENTO

A continuación se desarrollará un caso de un motor de inducción que a partir de pruebas se encuentre su operación en vacío y con carga en condiciones normales de diseño, que posteriormente se usará para comparar el funcionamiento con el nuevo diseño ó rediseño.

Un motor de inducción de 3HP, 440/220 Volts, 60 Hz, 4 Polos la resistencia del estator es de 2.26 Ω a una temperatura de 25° C.

- ¿ Cuáles son los parámetros del circuito equivalente? (datos de pruebas más adelante).
- ¿Cuál es el funcionamiento en vacío ?
- ¿Cuál es el funcionamiento en marcha ?

5.4a OBTENCION DE LOS PARAMETROS DEL MOTOR DE INDUCCION

Prueba de rotor bloqueado a tensión plena (arranque).

$$V_L = 440v, I_L = 29.1 A, P_L = 13.92 Kw, R_1 = 2.26 \Omega.$$

$$R_{175} \approx R_{125} = \frac{234.5 + 75}{234.5 + 25} = 2.26 \times 1.19 = 2.69 \Omega$$

$$X_{L1} = X_{L2} = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_L}{1.73}\right)^2 - \left(\frac{P_L}{m \cdot 1 I_L}\right)^2}}{2} = \frac{\sqrt{\left(\frac{440}{29.1 \times 1.73}\right)^2 - \left(\frac{13,920}{3 (29.1)^2}\right)^2}}{2} = 3.4 \Omega$$

Prueba de rotor bloqueado a tensión reducida

$$V_L = 76v, I_L = 4.5 A, R_1 = 2.69 \Omega$$

$$R_2 = \frac{R_1}{f.e.p.} = \frac{2.79}{1.3} = 2.14 \Omega \quad \text{Fig. 5.6}$$

$$X_{L1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_L}{1.73}\right)^2 - \left(\frac{P_L}{m \cdot 1 I_L}\right)^2}}{2} = \frac{\sqrt{\left(\frac{76}{4.5 \times 1.73}\right)^2 - \left(\frac{13920}{3 (29.1)^2}\right)^2}}{2} = 4.38 \Omega$$

$$X_{L2}' = \frac{438}{\text{f.e.p}} = \frac{4.38}{0.97} = 4.5 \Omega$$

Fig. 5.6

PRUEBA DE VACIO

$$V_L = 440 \text{ V}, \quad I_o = 2.36 \text{ A}, \quad P_o = 211 \text{ watts}$$

$$E_1 = V - I_o X_{L1} = \frac{440}{\sqrt{3}} - 2.36 (4.38) = 243.6 \text{ Volts}$$

$$X_m = \frac{E_1}{I_o} = \frac{243.6}{2.36} = 103.25 \Omega$$

$$P_h + f = \frac{P_o - M_1 I_o^2 R_1 - 0.18 P_o}{2} = \frac{211 - 3(2.36)^2 (2.69) - 0.18 (211)}{2} = 64.04 \text{ W}$$

$$G_m = \frac{P_h + f}{M_1 E_1^2} = \frac{64.04}{3(243.6)^2} = 3.59 \times 10^{-4} \text{ W}$$

$$R_m = G_m X_m^2 = 3.59 \times 10^{-4} (103.25)^2 = 3.83 \Omega$$

En resumen los parámetros del motor de inducción son : Parámetros para el arranque.

$$R_1 = 2.69 \Omega$$

$$R_2' = 2.79 \Omega$$

$$X_{L1} = X_{L2}' = 3.4 \Omega$$

$$X_m = 103.25 \Omega$$

$$R_m = 3.83 \Omega$$

Parámetros para la marcha

$$R_1 = 2.69 \Omega$$

$$R_2' = 2.14 \Omega$$

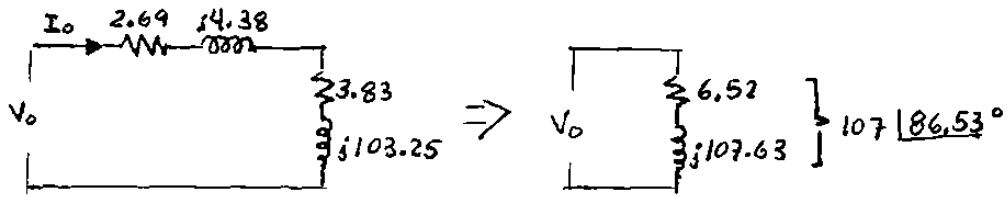
$$X_{L1} = 4.38 \Omega$$

$$X_{L2}' = 4.5 \Omega$$

$$X_m = 103.25 \Omega$$

$$R_m = 3.83 \Omega$$

5.4b Funcionamiento en vacío del motor de Inducción.



$$I_0 = \frac{254 \angle 0^\circ}{107.82 \angle 86.53^\circ} = 2.355 \angle -86.53 \text{ Amp.}$$

$$P_{o'} = 3I_0^2 R_{oq} = 3(2.355)^2 (6.52) = 108.48 \text{ w}$$

Ajuste de la potencia P_o como se desprecian las pérdidas de fricción y ventilación; le daremos un valor aproximado de $2(0.18 \times P_o) = 2 \times 0.18 \times 108.48 = 39.05 \text{ w}$, y las pérdidas de hierro rotaciones iguales a la pérdidas de histéresis y Focault.

$$P_o = P_{o'} + P_{f+v} + P_{fe.rot} = 108.48 + 39.05 + 64.04 = 211.57 \text{ watts}$$

$$f_{p0} = \frac{P_o}{V_0 I_0} = \frac{211.57}{254 \times 2.355} = 0.3536 \text{ inductivo}$$

5.4c Motor de Inducción a plena carga : suponer un deslizamiento de 0.03 ($S=0.03$)

$$R_2' \left(\frac{1-S}{S} \right) = 2.14 \left(\frac{1-0.03}{0.03} \right) = 69.2 \ \Omega$$

$$Z_1 = 2.69 + j 4.38 = 5.13 \angle 58.3 \ \Omega$$

$$Z_2' = (2.14 + 69.2) + j 4.5 = 71.4 \angle 3.6 \ \Omega$$

$$Z_m = 3.83 + j 103 = 103 \angle 87.96 \ \Omega$$

$$I_1 = \frac{254 \angle 0^\circ}{Z_1 + Z_m Z_2' / (Z_m + Z_2')} = \frac{254 \angle 0^\circ}{60.8 \angle 38.2} = 4.18 \angle -38.2 \text{ Amp.}$$

$$f_{p1} = \cos 38.2 = 0.785 \text{ inductivo}$$

$$I_2' = I_1 \left(\frac{Z_m}{Z_m + Z_2'} \right) = 4.18 \angle -38.2^\circ * \frac{103 \angle 87.96^\circ}{103 \angle 87.96^\circ + 71.4 \angle 3.6^\circ} = 3.28 \angle -5.74^\circ \text{ Amp}$$

$$\text{Par des.} = \frac{9.55}{NS} m_1 I_2'^2 * \frac{R_2'}{S} = \frac{9.55}{1800} 3(3.28)^2 * \frac{2.14}{0.03} = 12.21 \text{ New M.}$$

$$\text{Par pérdidas} = \frac{9.55}{1800} (64.04 + 39.05 + 64.04) = 0.88 \text{ N-M}$$

$$\text{Par salida} = \text{Par des} - \text{Par pérdidas} = 12.21 - 0.88 = 11.32 \text{ N.M.}$$

$$P \text{ entrada} = M_1 (V_1 * I_1 * \cos \phi) = 3 * 254 * 4.18 * 0.785 = 2500 \text{ watts}$$

$$\text{Pot pérdidas} = m_1 I_1^2 R_1 = 3(4.18)^2 (2.69) = 141 \text{ w}$$

$$\text{Pot pérdidas} = m_1 I_2'^2 R_2' = 3(3.28)^2 (2.14) = 69 \text{ w}$$

$$\text{Pot pérdida núcleo} + \text{Perd. fer. rot} = 128.08 \text{ w}$$

$$\text{Pot pérdidas de fricción y ventilación} = 39.05 \text{ w}$$

$$\text{Pérdidas totales} = 377.23 \text{ w}$$

$$\text{pot salida} = 2500 - 377.23 = 2122.76 \text{ w} = 2.84 \text{ H.P.}$$

$$\text{Eficiencia} = \frac{\text{Pot salida}}{\text{POT entrada}} = \frac{2122.76}{2500} = 0.8491 \text{ ó } 84.91\%$$

$$S = \frac{m_1 I_2'^2 R_2}{\text{Pot c. giratorio}} = \frac{69}{2500 - (141 + 64.04)} = 0.03 \text{ comprobación}$$

$$N = N_s - N_s (s) = 1800 - 1800(0.03) = 1746 \text{ r.p.m.}$$

$$\text{Par salida} = \frac{9.55}{1746} * 2122.76 = 11.5 \text{ N.M.}$$

Para que la potencia de salida de 3 HP en lugar de 2.84 HP la
 $S = 0.0324$.

C A P I T U L O 6

MOTOR DE INDUCCION COM $fp. = 1$

6.1 INTRODUCCION

Hace ya algunas semanas que asistimos a una conferencia cuyo tema nos impresionó desde ese momento. El título de la plática era algo así como "Rediseño de motores para mejorar su eficiencia" y, tomando en cuenta que el área de las Máquinas Eléctricas es donde nos hemos desenvuelto por algún motivo escuchamos la exposición con sobrada atención. La exposición, apoyada con algunas filminas, partió desde la perspectiva del alto costo de la energía eléctrica en las empresas y refiriendo que en E.U.A. una gran parte de esa energía se aplicaba a alimentar Motores Eléctricos (Más del 60% de la energía producida se usaba para ello). Enseguida, se hablaba de como era posible disminuir estos elevados gastos si se atendía el problema del ajuste del factor de potencia. Finalmente (el plato fuerte), se trató el tema de la reconstrucción de Motores de Inducción para lograr que estos trabajaran con un factor de potencia muy próximo a la unidad mejorando sustancialmente sus parámetros de trabajo. Confesamos con franqueza, que nunca habíamos oído hablar del tema y admitieron los expositores que efectivamente casi no había nada escrito sobre el mismo. Obviamente (al fin maestros de esa área), por medio de preguntas, tratamos de saciar la inmensa curiosidad que el tema nos había despertado, sin embargo, las respuestas que recibimos fueron muy cortas, con escasa información y con excesivo celo, como si se tratara de una fórmula matemática cuya generalización desataría una guerra industrial ("hasta un importante ejecutivo de una fábrica de motores de E.U. había perdido su empleo por insistir en dicho proyecto").

Admitimos que esto no hizo sino aumentar nuestro deseo (sin ningún interés mercantil) por conocer esta "teoría indudablemente vanguardista" para mostrar a nuestros alumnos algo distinto y novedoso de la "trillada" clase que cada semestre reciben.

La poca información que recibimos en aquella ocasión hablaba sobre la reconstrucción de un motor de inducción en términos de retirar totalmente su embobinado del estator y colocar en su lugar uno de menor calibre (al cabo, se iba a disminuir la corriente que fluiría por él). En los espacios que se generaban en las ranuras se colocaba otro embobinado (aislado eléctricamente del primero) al que se le conectaba carga capacitiva y de esta forma, se disminuía la corriente de excitación, la corriente total de entrada, la potencia aparente recibida por el motor, aumentaba el voltaje, la eficiencia, etc.

Como el tema prácticamente nos atrapó nos dimos a la tarea de buscar alguna información más sobre él y encontramos que hace ya 4 años se anduvo promocionando la aplicación de dicha tecnología con fines idénticos. La teoría (la obtuvimos de algunos folletos) nos habla de un motor de nombre "UNITY PLUS" que tiene las características descritas anteriormente y será el tema del presente capítulo.

6.2 COSTOS DE ENERGIA

De acuerdo a un estudio de la Administración Federal de las Energía (FEA), se ha dicho que los Motores Eléctricos consumen el 64% de toda la energía eléctrica producida en E.U. de la cual el 43% es consumido por la industria. Más específicamente, el reporte habla de que el 26% de la energía la consumen motores cuya capacidad va de 1 a 125 HP.

El reporte de la F.E.A. concluye que si fuera incrementada la eficiencia de los motores, podrían ser ahorradas substanciales cantidades de Energía Eléctrica.

Obviamente, los usuarios industriales están buscando maneras de reducir sus costos de operación de energía. Hay 3 componentes básicos del costo de la energía industrial : El costo de la Potencia Real utilizada; las multas por bajo factor de potencia y; costo por exceso de carga demandada.

6.3 INFLUENCIA DEL FACTOR DE POTENCIA

Cualquier aparato que requiere de un campo magnético para operar, por ejemplo, un motor, un transformador ó un solenoide, provocará un desfaseamiento entre el voltaje y la corriente. Esto se debe a un efecto similar a la inercia física y es llamado "Inductancia". La corriente, que efectúa la magnetización, se retrasa con respecto al voltaje.

En una ilustración gráfica se podría ver :

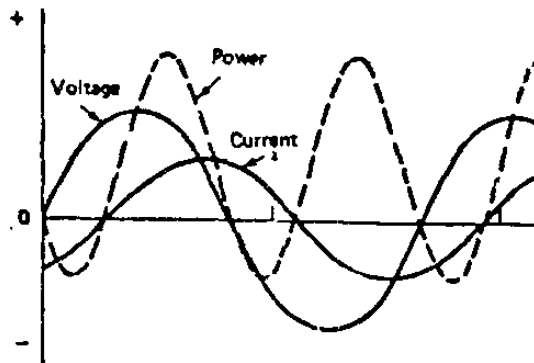


Fig. 6.1 Desfasamiento

Hay momentos en que el voltaje es negativo y la corriente positiva. Cuando se multiplican ambos se puede originar un valor de potencia negativa. Para obtener el monto total de potencia disponible para efectuar un trabajo, se restan los valores positivos y los negativos. El total disponible es menor que si el voltaje y la corriente fueran en fase. La potencia negativa es equivalente a la potencia que es usada para proporcionar el campo magnético que el equipo necesita para operar.

Otra forma de visualizar la condición de fuera de fase es mediante un diagrama vectorial :

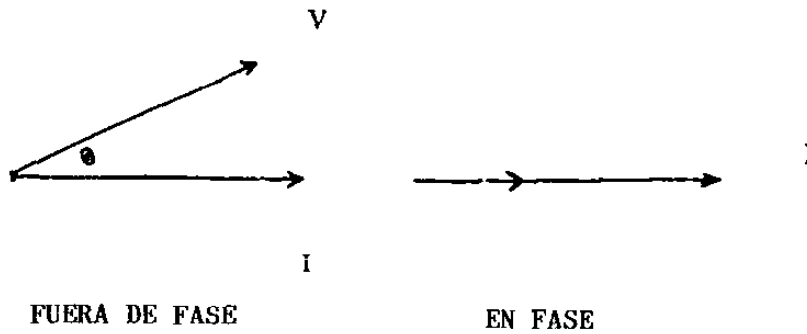


Fig. 6.2 Vectores

Cuando el voltaje y la corriente están en fase, las 2 flechas se sobreponen y la potencia se calcula multiplicando uno por otro.

$$\text{POTENCIA} = \text{VOLTAJE} * \text{CORRIENTE} * \text{COS } \theta$$

Cuando el factor de potencia es menor de 1 significa que existe menos potencia disponible para trabajar. Al ponerse más fuera de fase voltaje y corriente, aumenta el ángulo entre ellos, bajando el factor de potencia y con ello la potencia disponible.

Otra forma de ver el efecto del factor de potencia, es trasladando el ángulo entre voltaje y corriente a un diagrama de potencias :

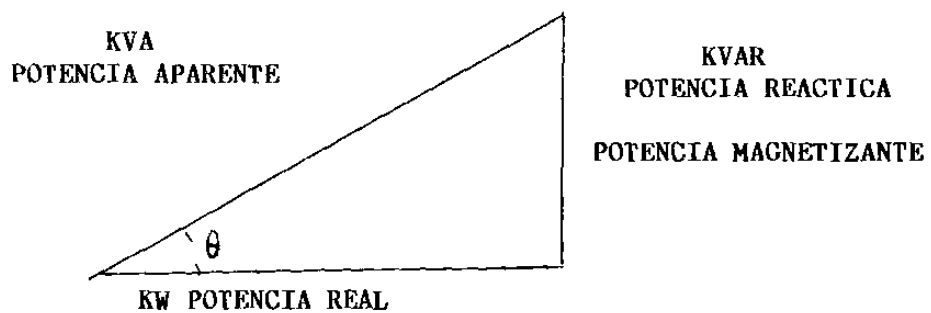
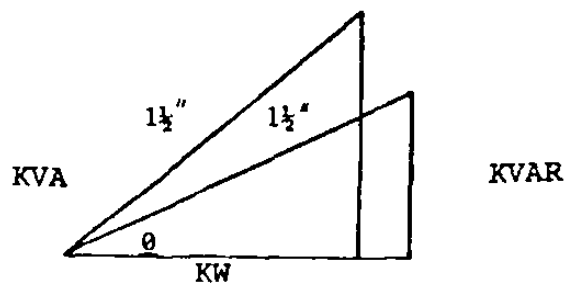


Fig. 6.3 DIAGRAMA DE POTENCIAS

En la figura 6.3 se aprecia que, siendo los KVA, el lado mayor del triángulo rectángulo de potencias proporcionados desde la fuente, es menor la cantidad convertida a potencia activa (kw). Esto es causado por los KVAR's necesarios para magnetizar el equipo de la planta.

En la figura 6.4 observamos como, bajando el ángulo del factor de potencia, podemos aumentar la cantidad de potencia disponible convertida a activa.



6.4 QUITANDO REACTIVOS

Como se puede observar, un factor de potencia bajo se traduce una pobre eficiencia eléctrica. Cuando los Volt-amperes superan el consumo de watts, significa que una corriente extra está siendo transportada a través de las líneas de Potencia Eléctrica.

Enseguida se enumeran algunas razones de porqué es costoso el bajo factor de potencia :

- 1.- El bajo factor de potencia incrementa los costos de la Compañía de Electricidad pues, para el mismo monto de trabajo usual, habrá más corriente por las líneas que requerirán mayores generadores, transformadores, líneas, embobinados y demás. Estos costos altos, serán pagados indirectamente por el consumidor industrial mediante cargos por bajo factor de Potencia.

- 2.- El bajo factor de potencia causa también sobrecargas en los generadores, transformadores y líneas de transmisión dentro de la planta industria; las caídas de voltaje y la disipación de potencia son mayores de lo que podrían ser.
- 3.- El bajo factor de potencia reduce la disponibilidad en el manejo de la carga de la planta eléctrica.
- 4.- Dentro de la planta se causan excesivas caídas de voltaje y pérdida de potencia debido con frecuencia a que los conductores son muy delgados para transportar la corriente reactiva y la de trabajo juntas.

Por otro lado, al instalar capacitores en las líneas para corregir el factor de factor de potencia, significa un costo extra al adquirirlos, instalarlos y darles mantenimiento.

El mejoramiento del factor de potencia reduce entonces los KVAs que significa menos corriente fluyendo por los conductores con menos pérdidas (I^2R). Esto significa también, mayores voltajes en los motores que podrán trabajar más fríos incrementando su vida útil.

Como repaso, aquí están algunas fórmulas que podrán ser de alguna ayuda:

$$\text{Factor de Potencia} = \frac{\text{KW}}{\text{KVA}} = \cos \phi = \frac{V}{I} = \text{f.p.}$$

$$\text{Pot. trifásica} = V_{\text{línea}} * I_{\text{línea}} * \sqrt{3} * \text{f.p.} \quad \underline{\text{watts}}$$

$$\text{Pot. aparente trifásica} = V_{\text{línea}} * I_{\text{línea}} * \sqrt{3} \quad \text{volt-amperes}$$

$$\text{Monofásica : } \underline{\text{Pot} = V * I * \text{f.p. watts}}$$

$$S = V * I \quad \text{volt-amperes}$$

KW	Potencia activa en Kilowatts
KVA	Potencia aparente en Volt-AMPERES
f.p.	Factor de potencia
S	Potencia aparente

6.4 CORRECCION DE f.p. FUERA DEL MOTOR.

Si, los capacitores para corregir el Factor de Potencia se colocan - afuera de un Motor, se puede observar:

1.- Si, bien es cierto, existe un ahorro al reducir la corriente de las líneas en cuanto a potencia disipada por ellas ($I^2 R$), esencialmente el motor consume los mismos KW. En la Figura 6.5 puede observarse este caso.

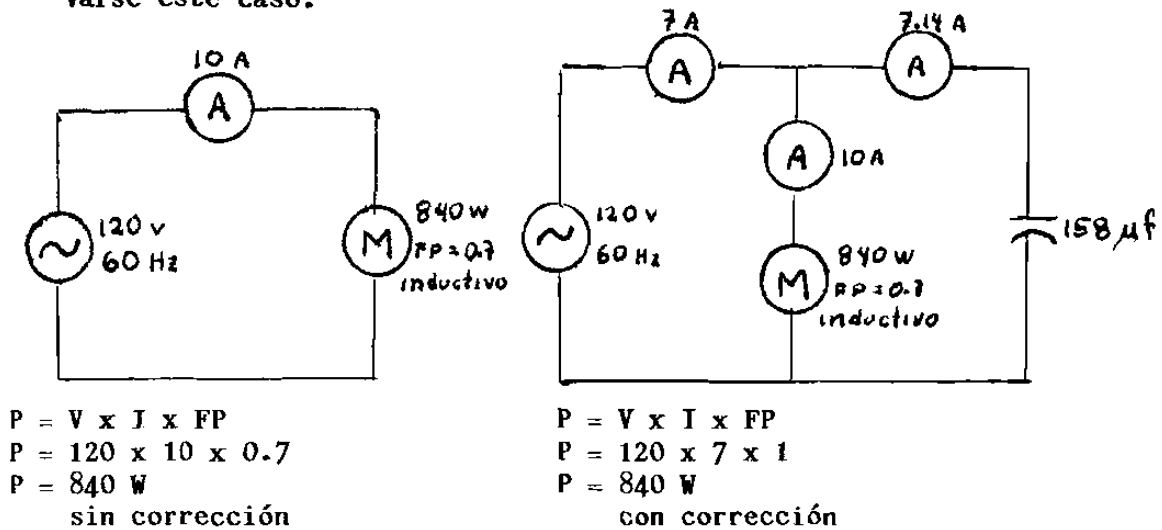


Figura 6.5 Corrección de f.p. fuera del motor.

2.- Si un motor tiene cargas variables, cuando se le colocan Capacitores para corregir, éstos se calculan para cierta carga. Cuando la carga varía, su efecto es disminuído y, en casos, puede ser perjudicial al sistema.

3.- Bajo condiciones de carga variable, los bancos de capacitores - son introducidos y sacados del sistema provocando picos de voltaje - transitorios en las líneas de Potencia que pueden causar fallas prematuras en los Transformadores de Distribución y en el Equipo.

4.- En la mayoría de los casos el Voltaje de línea entrando no está balanceado y cambia con las condiciones de la carga. Esto también - afecta a la Eficiencia del banco de Capacitores y del Motor.

Con la Tecnología "UNITY PLUS", se necesita menor cantidad de capacidad para mantener el Factor de Potencia de un Motor cercano a la unidad. También, el Factor de Potencia tendrá poca variación desde vacío hasta Plena Carga.

6.5 UNITY PLUS.

Unity Plus es una Tecnología Revolucionaria en el área de embobinado de los Motores Eléctricos.

Las características principales de dicha tecnología consisten en:

- a) Separar la corriente magnetizante proporcionada al estator.
- b) Filtrar hacia afuera todas las armónicas indeseables y.
- c) Proveer un Flujo Magnético giratorio balanceado.

Unity Plus usa capacitores en su Tecnología de devanados, pero su método no debe ser confundido con la corrección *STANDARD* de Factor de Potencia implementada por Steinmetz desde los lejanos 1800's, cuyos principios actuales son los mismos.

La Tecnología Unity Plus implementa el concepto de una resonancia paralela en un devanado flotante contenido en el estator.

A diferencia de la bobina standard de trabajo, se devanan juntas 2 - bobinas aisladas, formando el embobinado completo del estator. El embobinado extra es llamado el "Devanado Flotante" y sus terminales se conectan-

a Capacitores formando el antes mencionado Circuito Resonante Paralelo.

El valor de la capacitancia está calculado para cancelar los valores inductivos de las bobinas del estator y rotor y permitir el libre flujo de corriente necesaria de magnetización para mantener el rotor girando.

Cuando un Motor usa la Corrección Standard de Factor de Potencia, la corriente reducida viaja solo en el capacitor pero la corriente completa — entra al motor en cambio en el Unity Plus se reduce la corriente que toma el motor desde las terminales.

En el motor Unity Plus, todas las armónicas indeseables son filtradas hacia afuera maximizando la transferencia de energía desde el estator hacia el rotor. La aportación de corriente es entonces reducida a un valor suficiente para mantener trabajando el Circuito Resonante Paralelo — (Circuito Tanque).

El motor Unity Plus trabaja con un Factor de Potencia cercano a la — unidad. En virtud de que son reducidas las pérdidas puede desarrollar el mismo trabajo con menos entrada que el motor Standard.

En resumen, no hay relación entre la Corrección de Factor de Potencia con respecto al motor Unity Plus, pues, Unity Plus no sólo corrige el Factor sino también ahorra Kilowatts.

6.6 TEORIA PARA EL "UNITY PLUS".

Gary Roberts empezó a experimentar con la Eficiencia de Motores Eléctricos en 1976. La Figura 6.6 muestra el circuito electrónico que fue — adaptado y usado sobre el primer prototipo de un motor monofásico. El circuito es comúnmente llamado "Circuito Doble Resonante".

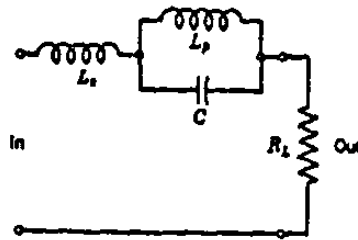


Figura 6.6 Circuito Doble Resonante.

El circuito es una combinación de un Circuito Resonante serie y un - paralelo.

Es conveniente analizar por separado ambos tipos de Circuito para co nocer luego su comportamiento combinado.

6.7 RESONANCIA EN SERIE.

Un circuito L - C tiene características de resonancia a una frecuen- cia.

En la Figura 6.7 se muestra un ejemplo de circuito serie R - L - C. Nosotros sabemos que la condición de resonancia del circuito se presenta - cuando $X_L = X_C$.

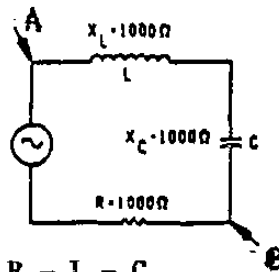


Figura 6.7 Circuito R - L - C.

La fuente de Voltaje fuerza la corriente a través del circuito y, debido a que están en serie, es la misma. En virtud de que $R = X_L = X_C$, la caída de voltaje en cada componente tiene el mismo valor. Sin embargo, esto solo es válido para su magnitud pues, de acuerdo a su comportamiento, el voltaje en la Inductancia se adelanta 90° de la corriente, el de la Resistencia irá en fase y el de la Capacitancia se retrasa 90° (Ver Fig. 6.8)

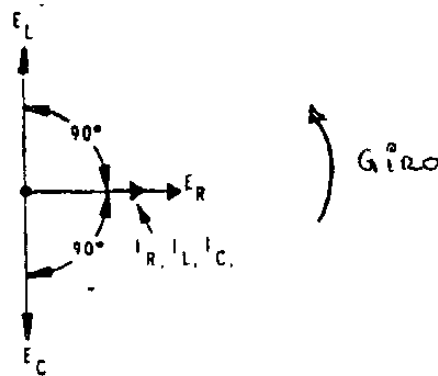


Figura 6.8 Diagrama Vectorial del Circuito Resonante Serie.

El desfase de 180° entre E_L y E_C ilustra una de las características más importantes de un Circuito Resonante Serie. La suma de sus voltajes es cero y por tanto, todo el voltaje de la fuente aparece en terminales de R. Por tanto, la fuente de voltaje no "VE" Capacitancia ni Inductancia; sólo Resistencia.

Otra circunstancia extraña en un Circuito Resonante Serie es la más misteriosa de todas. Observe ahora el circuito de la Figura 6.9. Para que sea Resonante, $X_L = X_C$, aunque, el valor de la Resistencia, en este caso es menor. Podemos ver que, la corriente en el circuito Resonante es igual a:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{10v}{100} = 0.1 \text{ ampere}$$

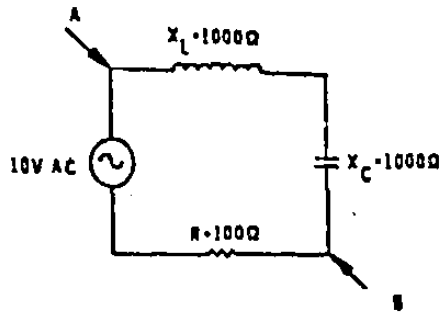


Figura 6.9 Circuito Serie Resonante.

Para un motor polifásico standard teniendo un voltaje de línea de 460 volts. y una resistencia de la bobina de 1Ω , la corriente sería (en resonancia)

$$I = \frac{460 \text{ V}}{1} = 460 \text{ amps.}$$

Como está ilustrado en el ejemplo, un motor con un circuito resonante serie manejará mucha corriente y podrá quemarse a menos que exista algún tipo de control que limite la corriente. El voltaje a través del capacitor del circuito de la figura 6.9 será : $E_c = I * x_c = 0.1 * 1000 \Omega = 100 \text{ volts}$. Igual le pasará a la inductancia. Nótese que el voltaje en terminales de L o de C es 10 veces mayor que el aplicado por la fuente de voltaje.

La habilidad de producir un voltaje mayor que el aplicado es una de las características principales del circuito resonante serie. Esto es posible por la característica de inductor y capacitor de almacenar energía.

6.8 RESONANCIA EN PARALELO

EL circuito paralelo de la figura 6.10 es resonante en virtud de que $X_c = X_L$.

Para simplificar la explicación consideramos a los componentes sin resistencia, aunque esto es sólo ideal por lo que para posteriores explicaciones se tomará en cuenta.

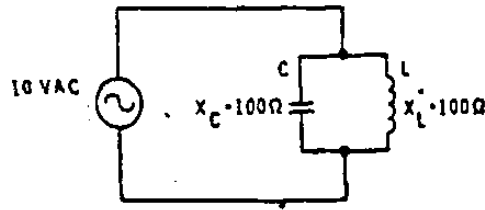


Fig. 6.10 CIRCUITO TIPO TANQUE (Resonante Paralelo)

Si el capacitor se desconectara temporalmente :

$$I = \frac{E}{X_e} = \frac{10v}{100\Omega} = 0.1 \text{ AMP.}$$

Debido a la característica de L, la corriente se retrasará del voltaje 90 y será proporcionada por la fuente.

Si ahora, conectamos el capacitor y quitamos la inductancia

$$I = \frac{E}{X_c} = \frac{10V}{100\Omega} = 0.1 \text{ AMP.}$$

Esta corriente será proporcionada también por la fuente e irá en adelanto del voltaje 90°. Esto está ilustrado en la figura 6.11 en donde se superponen los efectos a través de los vectores.

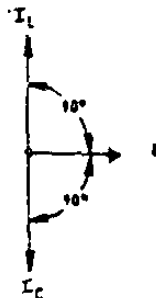


Fig. 6.11 VECTORES DE UN CIRCUITO RESONANTE PARALELO

En el instante en que fluye 0.1 AMP. hacia arriba en la inductancia fluirá la misma corriente hacia abajo en la capacitancia (180° de desfaseamiento). En el siguiente alternamiento ocurrirá lo contrario y la corriente estará oscilando de inductancia a capacitancia y viceversa.

En un circuito paralelo resonante ideal, la fuente sirve sólo para arrancar la oscilación. Una vez que arranca, la fuente puede ser desconectada y la oscilación permanece indefinidamente. El circuito resonante paralelo se le presenta entonces a la fuente, como una impedancia infinita.

6.9 TRAMPA DE ONDA

El circuito que contiene resonancia en serie y paralelo se llama doble-resonante y es un circuito sintonizado. En éste, la capacitancia se ajusta para máxima eficiencia. En el campo de la Electrónica es usado para filtrar hacia afuera frecuencias indeseables. En un motor puede aplicarse sintonizado el circuito para eliminar o rechazar las frecuencias que no sean 60 Hz. Las armónicas generadas por el motor standard (3a, 5a, 7a, etc.) pueden ser dramáticamente reducidas o eliminadas. Esta aplicación de la trampa de onda es usada por el motor "UNITY PLUS".

6.10 CARACTERISTICAS DEL MOTOR "UNITY PLUS"

- * ALTA EFICIENCIA
- * AHORRO DE UN 4% KW DE ENTRADA O, AUMENTO DE 4% DE LA POTENCIA DE SALIDA VERSION 1 O 2 DEL "UNITY PLUS".
- * ALTO FACTOR DE POTENCIA (.94 AL 75% DE LA CARGA Y 0.97 AL 100% DE LA CARGA).
- * ALTO PAR DE ARRANQUE
- * ALTO PAR MAXIMO

- * OPERACION CON BAJA TEMPERATURA
- * MENOS REDUCCION EN LA CAPACIDAD DE POTENCIA ANTE VOLTAJES DESBALANCEADOS.
- * MENOR NIVEL DE RUIDO
- * ALTA EXPECTATIVA DE VIDA

6.11 VENTAJAS, RAZONES Y CIRCUITO EQUIVALENTE

- a) Debido al reducido flujo armónico existente en el "UNITY PLUS" y que la corriente magnetizante es proporcionada internamente, una menor corriente total es necesaria desde la fuente para la transferencia de energía eléctrica y mecánica. Como resultado de esto, se elevan el factor de potencia y la eficiencia.
- b) A cualquier velocidad del rotor, desde el arranque hasta la máxima, el devanado de potencia no proporcionará corriente reactiva y consecuentemente utilizará menos corriente total. Como resultado, la caída de voltaje es menor produciendo una FEM resultando en mayor par. El motor tiene por consecuencia baja corriente de arranque, y altos pares de arranque y máximo.
- c) Debido a la acción de los capacitores, se regula automáticamente al dosificación de potencia reactiva. Esto mejora la eficiencia, el factor de potencia y su capacidad de manejar voltajes de línea fluctuantes.
- d) El motor puede ser también diseñado para mejorar la potencia de salida.
- e) En principio, el devanado flotante puede ser diseñado para cualquier voltaje. Utilizando la tecnología, es mejor llevar el voltaje de línea del circuito flotante trifásico al rango de máximo voltaje de operación de los capacitores y minimizar por tanto el monto de capacitancia utilizada.

El rango de voltaje de línea del flotante estará entonces en un rango de 620 a 640 Volts. Como resultado de esto, el monto total de microfaradios no excederá el monto permitido por las normas de NEMA.

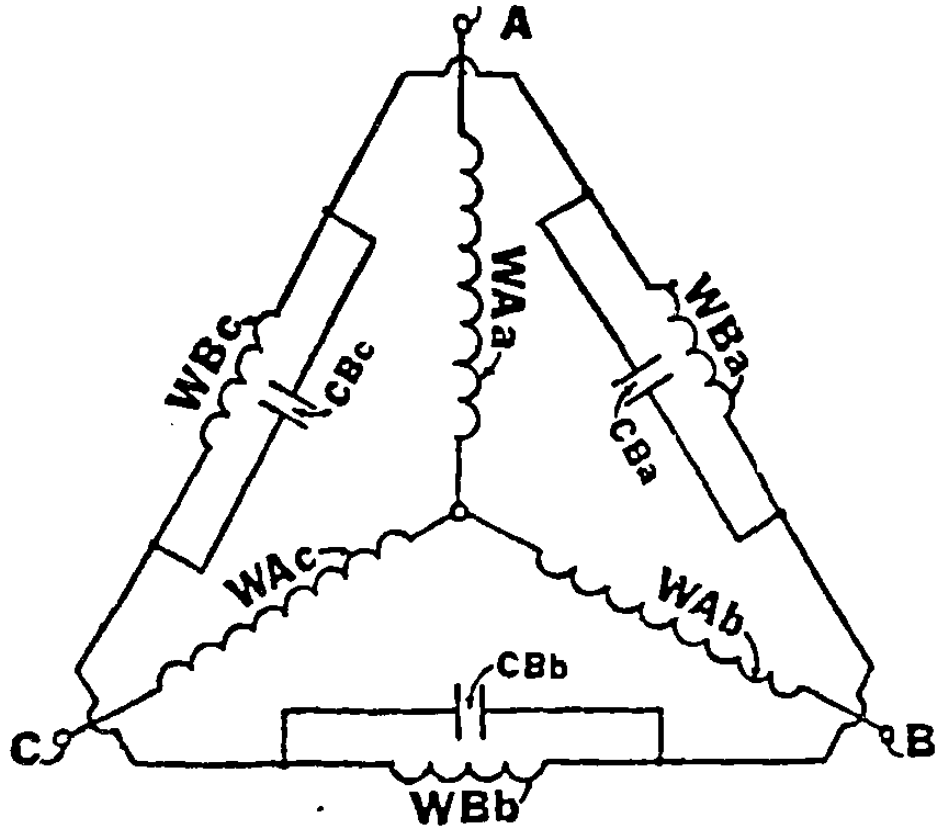


Fig. 6.12 CONFIGURACION TIPICA DEL ESTATOR DEL UNITY PLUS
(ESTRELLA EL DEVANADO DE TRABAJO Y DELTA EL FLOTANTE)

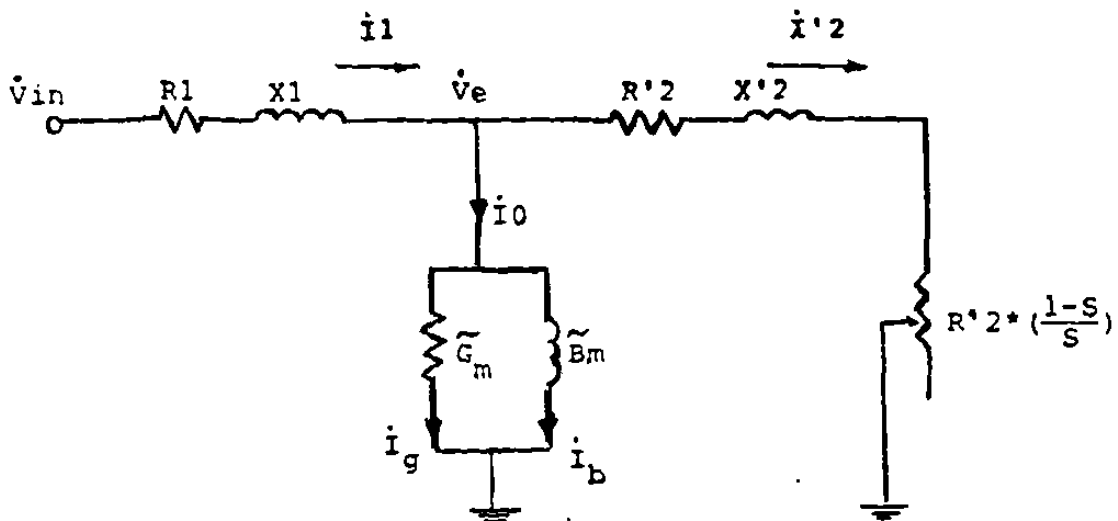


Fig. 6.13 CIRCUITO DEL MOTOR ESTANDARD DE INDUCCION

Como es bien conocido, el circuito equivalente para el motor de inducción Standard es prácticamente el mismo del transformador. Aunque, su corriente de excitación en comparación con el transformador, tiene valores mucho mayores que se estiman de 1/3 o más de la corriente de plena carga. La rama de la derecha ilustra las características correspondientes al rotor (incluyendo la representación de la potencia de salida), reflejadas hacia el lado primario (estator). Los parámetros en dicho circuito equivalente se calculan por los datos obtenidos de las pruebas de vacío y de rotor bloqueado (similaramente a como se calculan en los transformadores mediante corto circuito y vacío).

En la figura 6.14 se ilustra el circuito equivalente para el "Unity Plus". Esencialmente es el mismo que el motor standard a diferencia que en este caso, se ha reflejado hacia el primario el devanado flotante con su respectiva resistencia y carga capacitiva. Deben aplicarse algunos conceptos teóricos probablemente tomando como base la magnitud de la densidad de flujo para efectuar el rediseño de los embobinados del motor sin embargo, en la práctica se observó que para el devanado flotante lo que se busca es que su voltaje se aproxime a los 600 Volts de trabajo de los capacitores. Para la selección de capacitores. Para la selección de capacitores, utilizaron un banco con el que fueron probando distintos valores (Mfd) hasta encontrar el que ellos pensaron que sería el óptimo.

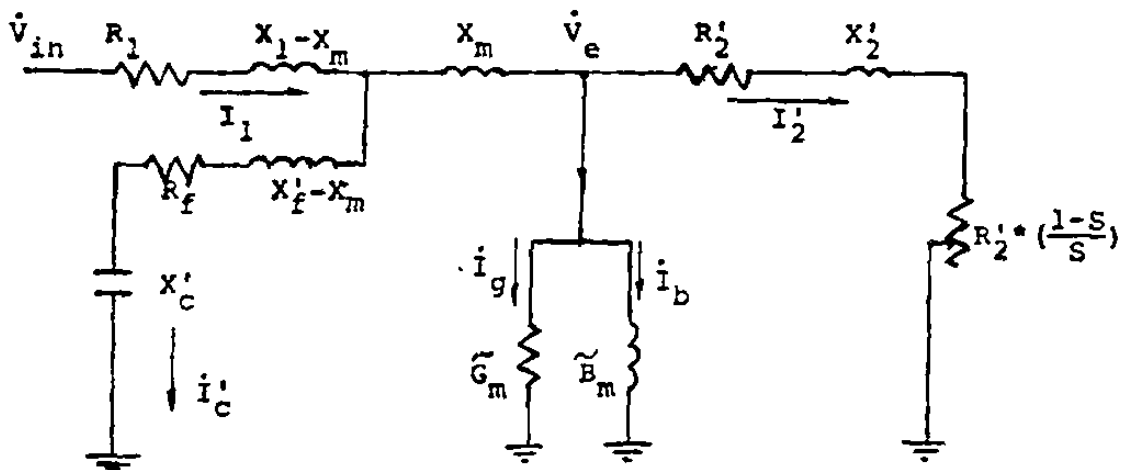
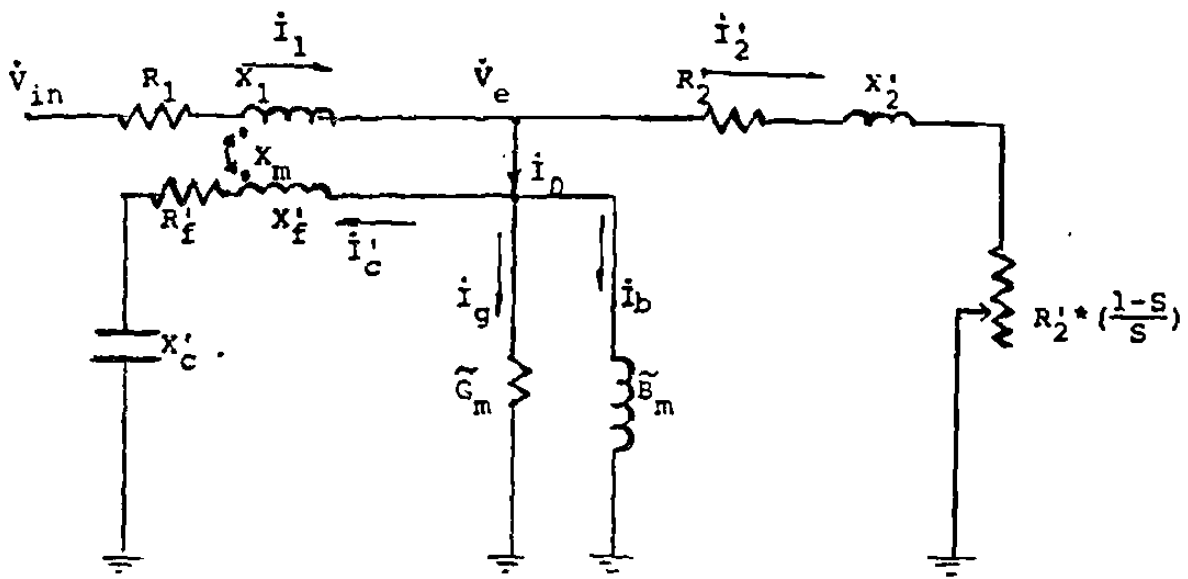


Fig. 6.14 2 Versiones del circuito equivalente del "UNITY PLUS"

6.12 CONSIDERACIONES NUESTRAS

Junto con la filosofía de múltiples "ventajas que proporciona el motor", se acompañan impresionantes gráficas presuntamente obtenidas en motores standard que han sido convertidos a Unity Plus en donde se aprecian significativas transformaciones. Además algunas cartas de clientes contentos que han sido beneficiados con la reparación de algún motor.

Es indiscutible, que las bondades ofrecidas deben ser apreciadas y juzgadas con los resultados de la práctica misma y esto, lo haremos nosotros con la información obtenida de un motor que fué reembobinado por ellos mismos bajo esta "Revolucionaria Filosofía", sin embargo, es de admirarse que en más de 6 años que tiene de aplicarse no haya sido adoptada por los fabricantes de motores. Por otro lado, cualquiera se preguntaría ¿Porqué reembobinar un motor, si puede venir condicha tecnología desde la fábrica ?

En el Capítulo 7 ofrecemos nuestras conclusiones a la luz de pruebas efectuadas antes y después de su reembobinamiento.

C A P I T U L O 7

PRUEBAS DE LABORATORIO

7.1 INTRODUCCION

De la información al alcance del Motor "UNITY PLUS" se desprende que cualquier motor de Inducción puede ser modificado por dicha tecnología (al menos no se expresa lo contrario). El propósito del presente capítulo es dar nuestra opinión acerca del comportamiento que observamos en pruebas de Laboratorio efectuadas en un motor que sufrió dicha metamorfosis. Daremos a conocer dos versiones sobre el mismo punto : 1) La de los autores del cambio del motor y vendedores de dicha tecnología, y 2) La nuestra.

Ellos afirman que el motor rebobinado se mejora sustancialmente en cuanto que disminuye su corriente de entrada, mejora su eficiencia, aumenta su voltaje (depende en nuestra opinión mayormente de la fuente), consume menos KVA, etc.

Nosotros pensamos que efectivamente baja la corriente, se mejora el factor de Potencia, la eficiencia muy poco varía y, ponemos en la mesa de la duda la rentabilidad económica de dicha reparación.

Las características del Motor que fué rebobinado (Datos de Placa) son : 2.5 HP, 4 Polos (Polos consecuentes), 3 Fases, 50 Hz, Devanado tipo europeo.

El devanado principal fué cambiado a tipo americano y se conectó en estrella el devanado principal y en delta el flotante. La carga capacitiva también se implementó con capacitores de 2 microfaradios por fase.

El rotor devanado se puenteó en todo momento para tener virtualmente el comportamiento como jaula de ardilla.

7.2 RESULTADOS PRESENTADOS POR ELLOS

7.2.1 MOTOR EN VACIO. Aquí nos presentan mediante gráficas de barras el comportamiento del motor antes y después del rediseño. En la figura 7.1 aparece la respuesta obtenida con respecto al factor de Potencia.

Es interesante la similitud que existe con respecto a un transformador con carga R-C (Ver tabla 3.1).

La velocidad aparece también con un leve incremento.

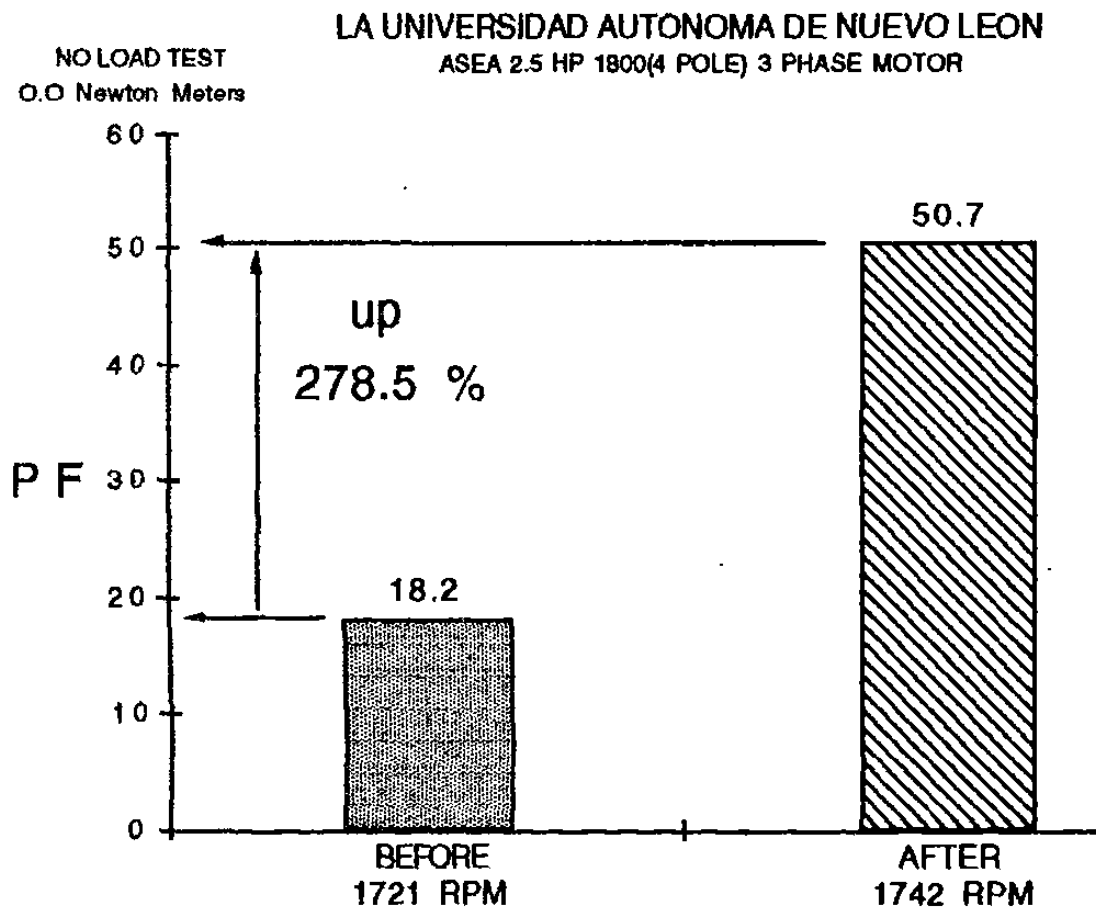


Fig 7.1 Respuesta del Factor de Potencia en el motor.
(Antes y después del rediseño).

La corrección del Factor de Potencia trae consigo una disminución de la corriente de entrada al Motor. Tratándose del motor en vacío la corriente se reduce drásticamente (corriente de excitación) y, según la teoría del motor "UNITY PLUS" del circuito resonante este es uno de los grandes logros.

En la Figura 7.2 aparece la respuesta gráfica con respecto a la disminución de corriente.

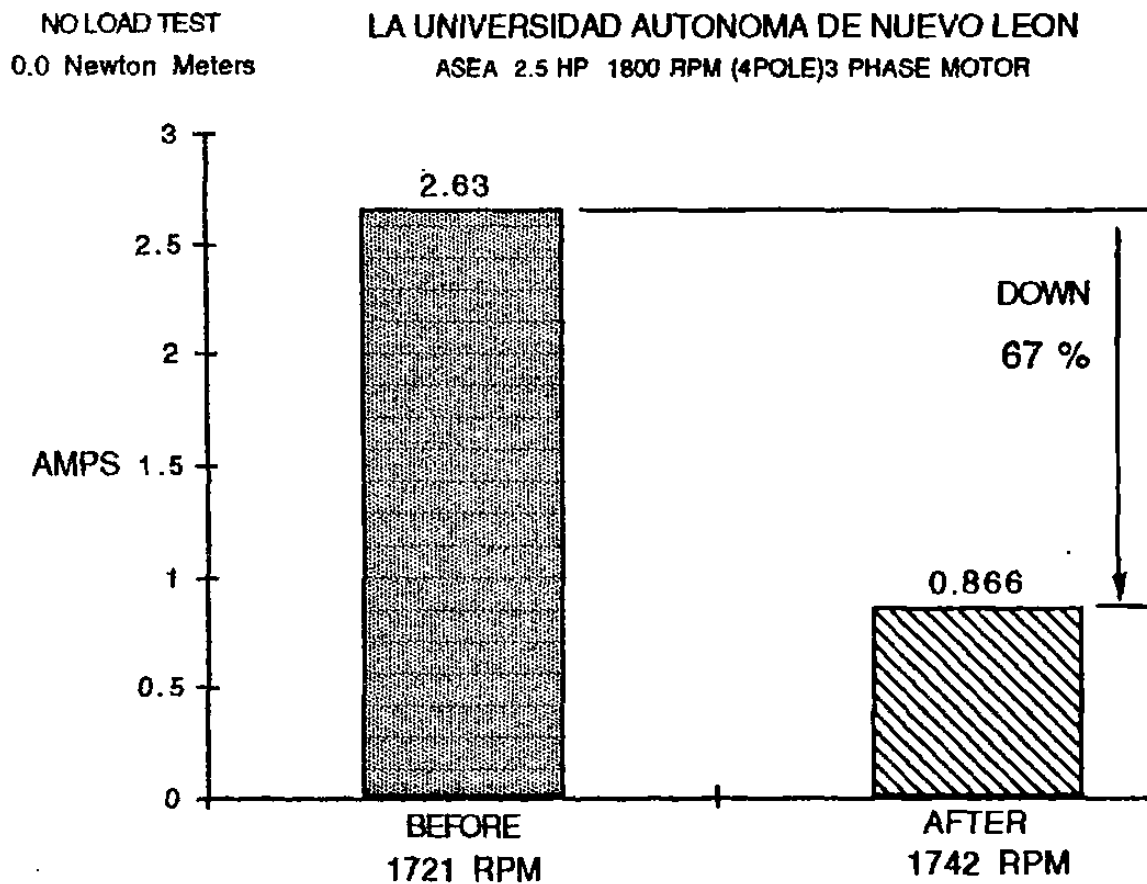


FIG. 7.2 RESPUESTA OBTENIDA EN LA CORRIENTE DE ENTRADA LA MAQUINA EN VACIO.

Si tuvieramos una fuente de voltaje regulada, no podríamos hablar de una variación en el voltaje de alimentación. Sin embargo, considerando por un lado la disminución en la corriente, por otro el adelanto de la misma en cuanto al ángulo con respecto al voltaje y, por último, las consecuencias naturales de la carga capacitiva en la regulación de voltaje de generadores sincrónicos y transformadores, es lógico esperar que con dicha carga el voltaje aumente (Ver Fig. 7.3).

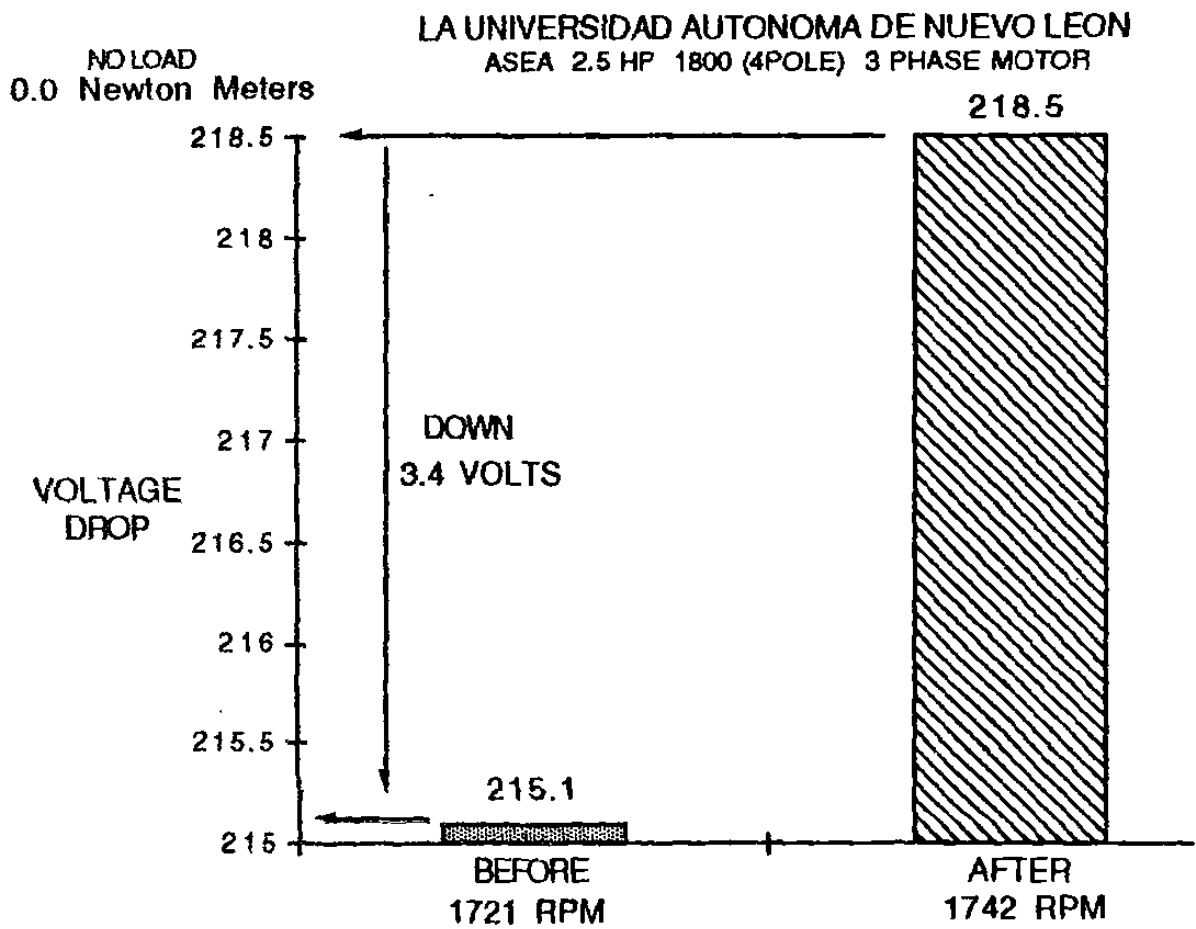


Fig. 7.3 RESPUESTA EN EL VOLTAJE ALIMENTADO

De los cambios en corriente, Voltaje y Factor de Potencia, podemos obtener los correspondientes a la potencia (Ver Fig. 7.4). Según se aprecia la diferencia (De 178 watts a 166 watts) es muy pequeña y pudo resultar de imprecisiones en la medición.

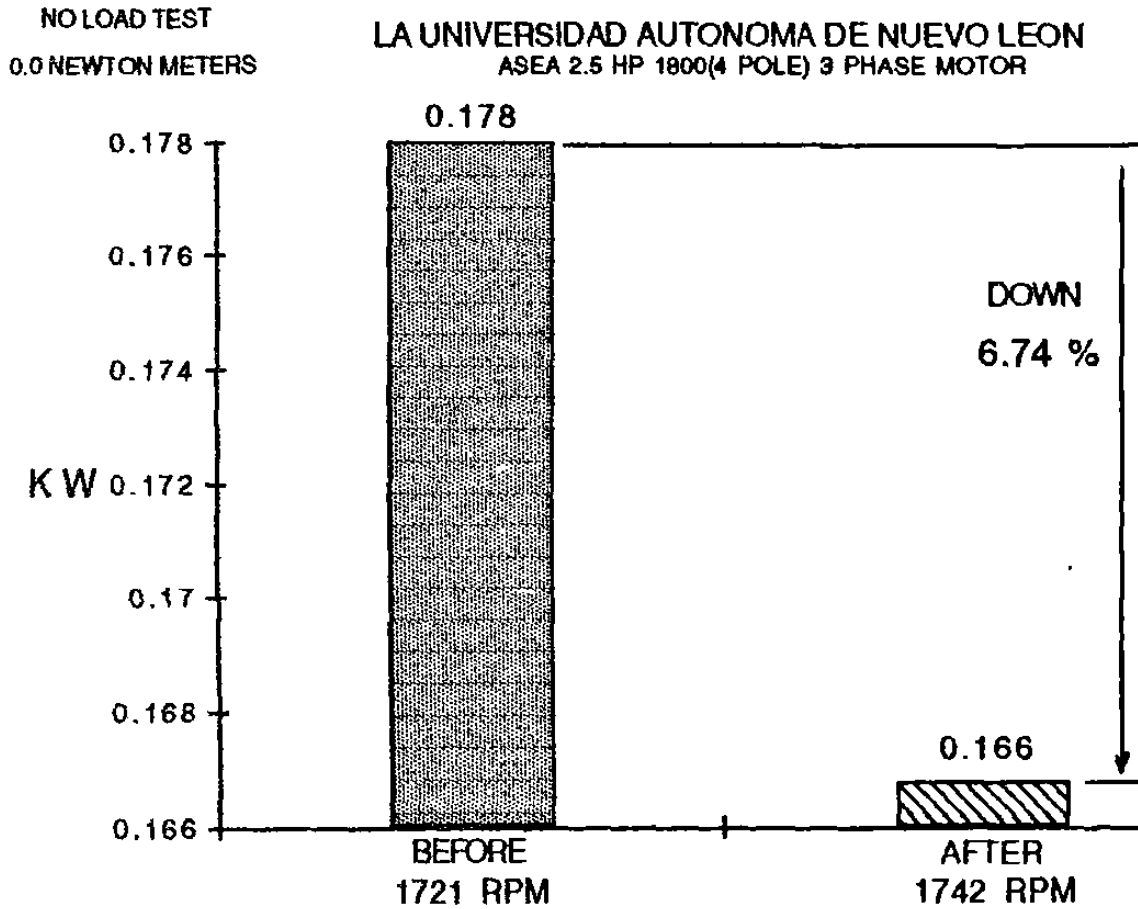


Fig. 7.4 AHORRO EN LA POTENCIA DE ENTRADA AL EFECTUAR EL REDISEÑO

7.2.2 MOTOR CON MEDIA CARGA (4.75 a 5 new M).

Todas las pruebas hechas por ellos y nosotros se realizaron cargando mecánicamente al motor en un dinamómetro del Laboratorio de Máquinas Eléctricas de la propia Facultad. Para propósitos de enseñanza tiene un comportamiento aceptable, sin embargo en casos

LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
ASEA 2.5 HP 1800(4 POLE) 3 PHASE MOTOR

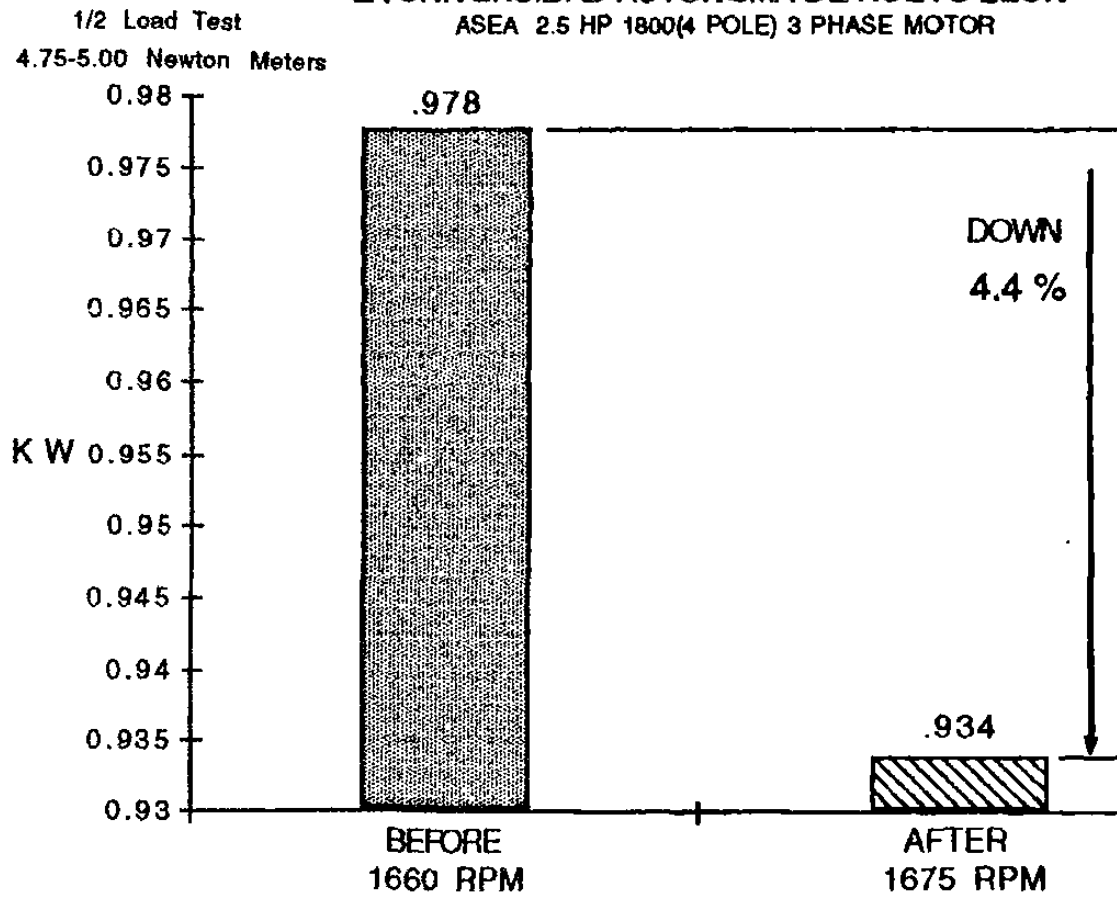


Fig. 7.5 RESPUESTA EN POTENCIA DE ENTRADA

Por las razones expuestas, debe darse su justo valor a la gráfica de la Figura 7.5.

como éste, cuando se desea comprobar una mejoría de eficiencia tan pequeño (4% máximo) es obvio que no lo podemos utilizar como referencia. Esto, es válido para las mediciones de ellos y las de nosotros. Por lo mismo, ellos hablan de un par de salida de 4.75 a 5.00 new.M. Si tomamos la lectura de abajo con respecto a la de arriba estamos hablando de un 5% de variación y por lo tanto, la precisión a la hora de obtener la eficiencia se pierde.

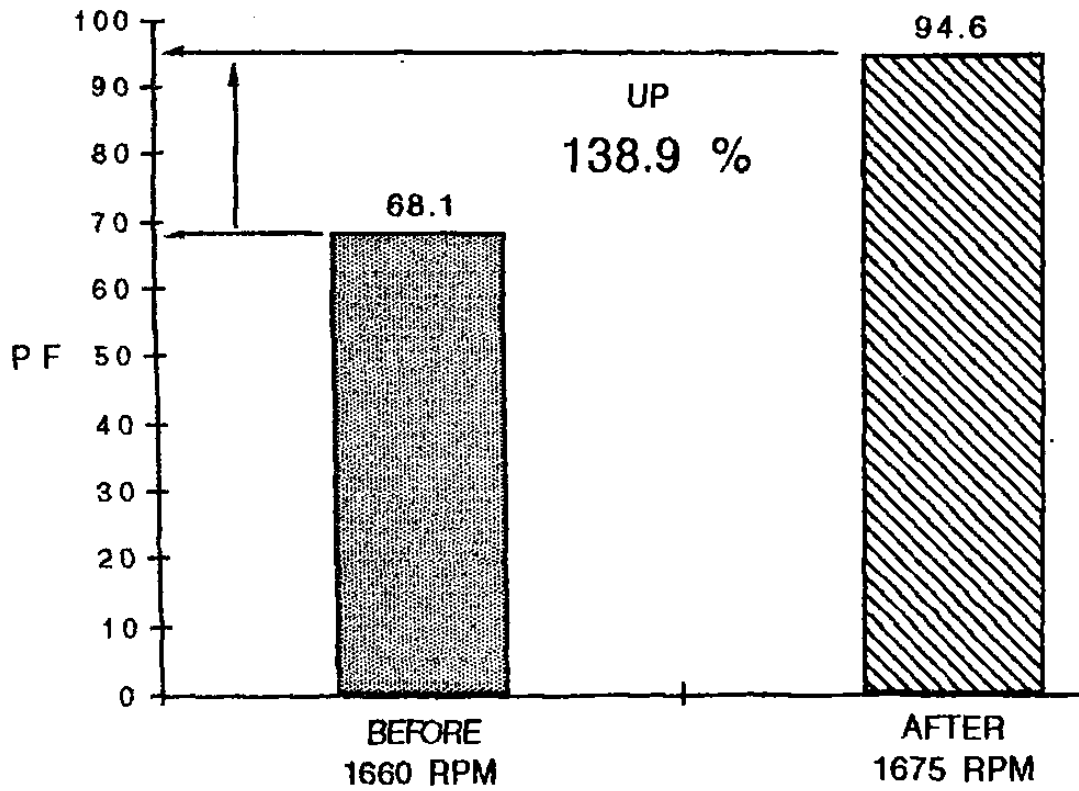
La poca confiabilidad del dinamómetro y el estrecho margen de mejoría en eficiencia que desean ellos mostrarnos francamente nos hacen descalificar las conclusiones respecto de éste parámetro para ellos y para nosotros. Sin embargo, si podemos poner énfasis en otros y principalmente, en la disminución de la corriente después del rediseño. Como consecuencia de la corrección del Factor de Potencia.

El rediseño que hicieron del devanado flotante puede admitir carga con cualquier valor de capacitancia. Si la tesis sobre la resonancia de la rama de excitación es cierta, existe sólo un valor de capacitancia para crear dicho efecto. Ellos escogieron un valor de 2 microfaradios.

En las figuras 7.5, 7.6 y 7.7 se presentan las gráficas correspondientes al comportamiento de Kw de entrada, corriente y Factor de Potencia.

LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVA LEON
ASEA 2.5 HP 1800(4 POLE) 3 PHASE MOTOR

1/2 Load Test
4.75-5.00 Newton Meters



ig. 7.6 RESPUESTA EN EL FACTOR DE POTENCIA

LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
ASEA 2.5 HP 1800(4 POLE) 3 PHASE MOTOR

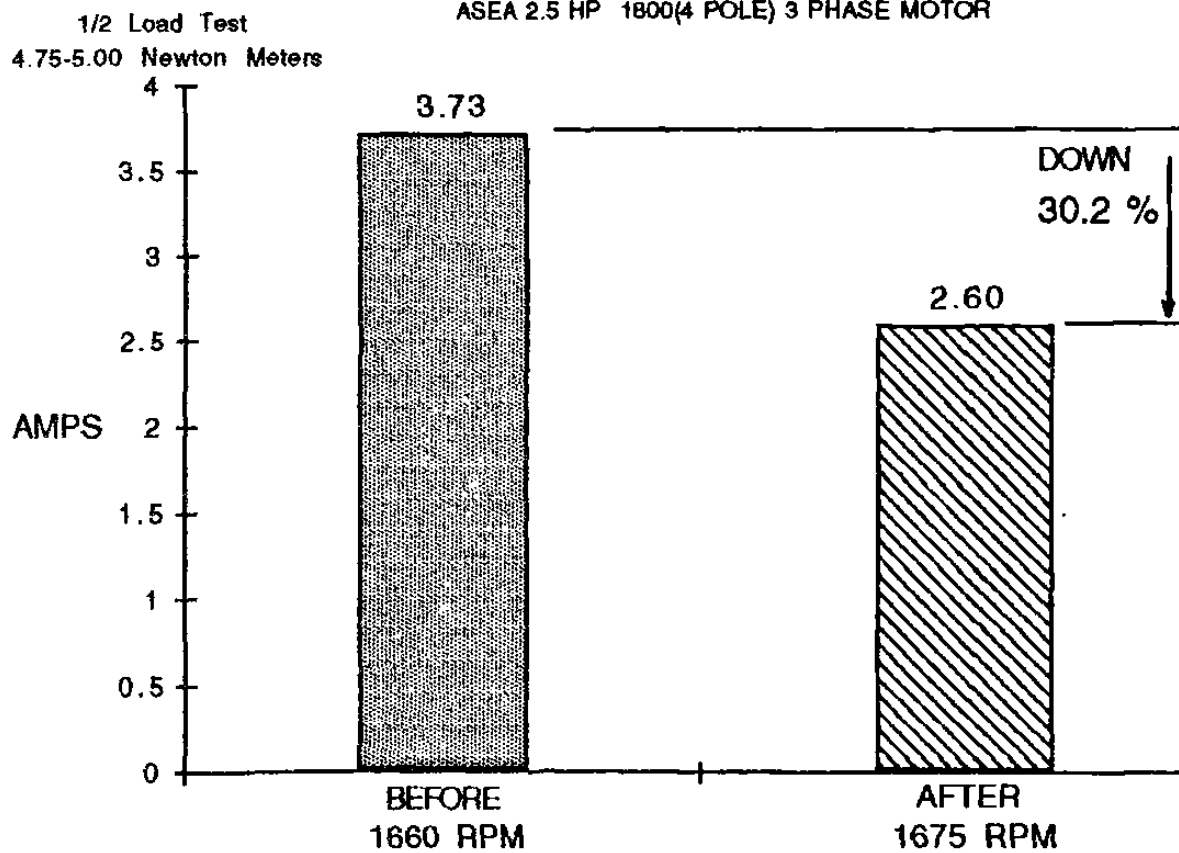


Fig. 7.7 REDUCCION DE LA CORRIENTE DEL MOTOR

Se conocen gráficas también de la respuesta que hubo en los KVAR, de la regulación de voltaje a la entrada del motor, de los KVA,S sin embargo, 2 de ellas se obtienen de las ya mostradas y, la de variación de voltaje no le concedemos espacio pues como dijimos no depende solamente de la cantidad y cualidad de la carga sino también de la regulación de la fuente.

7.2.3 MOTOR A PLENA CARGA (9.75-10 New-m)

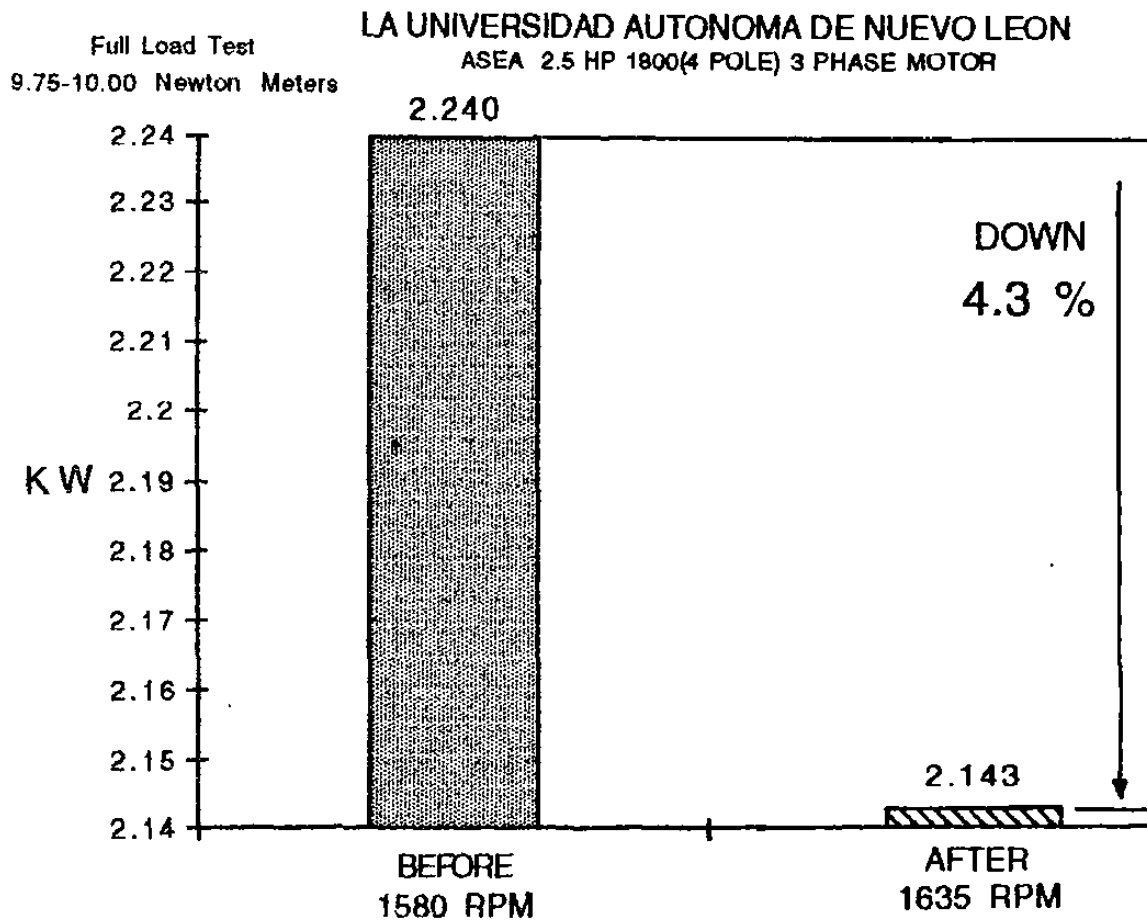


Fig. 7.8 RESPUESTA EN POTENCIA (PLENA CARGA)

LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
ASEA 2.5 HP 1800(4 POLE) 3 PHASE MOTOR

Full Load Test
9.75-10.00 Newton Meters

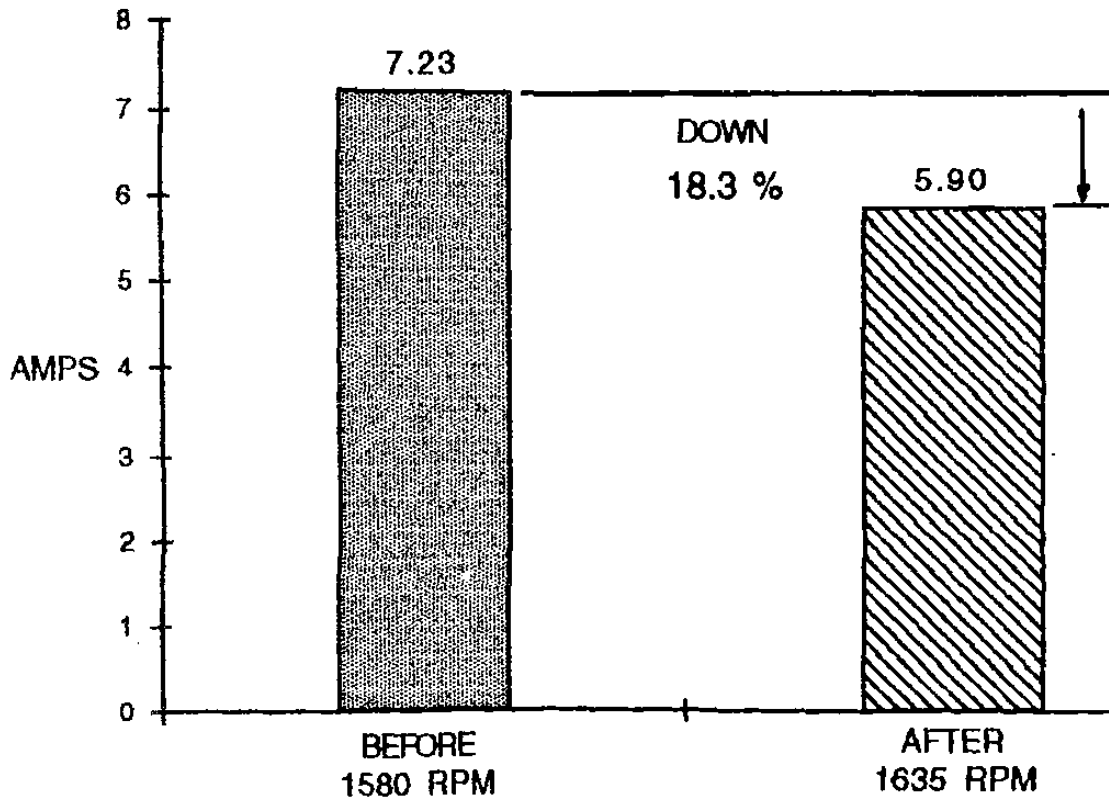


Fig. 7.9 RESPUESTA EN CORRIENTE (PLENA CARGA)

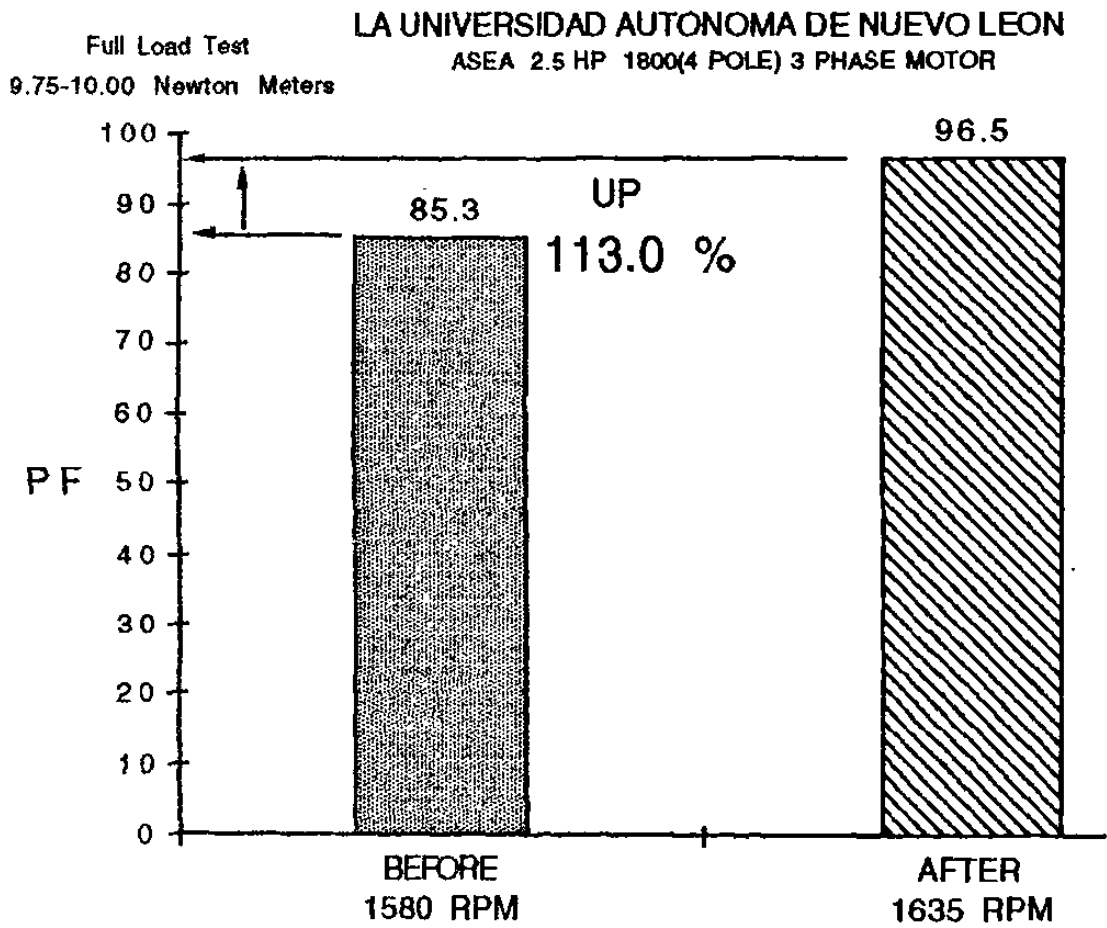


Fig. 7.10 RESPUESTA EN EL FACTOR DE POTENCIA (PLENA CARGA)

7.3 PRUEBAS REALIZADAS POR NOSOTROS

7.3.1 GENERALIDADES. El propósito perseguido por nuestras pruebas consistió originalmente en verificar los resultados obtenidos por los autores del rediseño sin embargo, fuimos un poco más allá pues efectuamos los experimentos primero, con un motor similar que no fué alterado y le llamamos Motor Standard y, posteriormente hicimos pruebas con el rediseñado pero tomando lecturas con 5 valores distintos de carga capacitiva entre ellos, el valor escogido por los rediseñadores (2.Mfd).

Nuestros resultados son presentados mediante 2 tabulaciones, una para cada motor en donde obtuvimos resultados para 6 distintos valores de carga mecánica, desde lo que consideramos plena carga hasta llevar los motores a vacío. Las conclusiones se sintetizan en el último punto, pensamos que no tienen valor científico si las comparamos con las obtenidas por ellos pues está de por medio la precisión de los aparatos de medición pero sin duda si son útiles para observar las diferencias entre el Motor Standard y el rediseñado (Siempre que se usen en los mismos lugares para que los desajustes se manifiesten por igual en ambos motores). Ver Figs. 7.11 y 7.12.

VOLTS (Línea)	Amperes (Fase)	Potencia (Watts)	Par (Nt-Mt)	Velocidad (R.P.M.)	Factor de Potencia	% Eficiencia
220	7.7	2550	10.5	1636	0.87	70.5
220	6.5	2040	8.6	1674	0.825	73.9
220	5.3	1610	6.85	1701	0.798	75.78
220	4.4	1180	4.85	1731	0.700	74.5
220	3.3	510	1.65	1774	0.410	60
220	3.1	200	0	1797	0.170	-

Figura 7.11

TABULACION PARA EL MOTOR STANDARD

PAR	10.5 (PLENA CARGA)	8.6	6.85	4.85	1.65	0 (VACIO)	Méd
I	7.30	6	4.95	3.8	2.5	2.15	1
	7.1	5.78	4.65	3.38	2.2	1.15	2
	6.87	5.5	4.55	3.25	2.38	0.6	2.2
	6.9	5.64	4.48	3.40	2.5	0.8	3
	7.48	6.45	5.55	4.55	3.25	2.55	5
W A T T S	2490	2000	1580	1110	420	180	1
	2540	2050	1650	1180	600	150	2
	2580	2050	1680	1190	510	110	2.2
	2570	2090	1680	1240	520	210	3
	2810	2360	1980	1480	780	420	5
R P M	1660	1685	1700	1740	1780	1790	1
	1660	1685	1715	1740	1770	1795	2
	1650	1675	1705	1735	1773	1795	2.2
	1615	1660	1700	1735	1765	1795	3
	1595	1640	1680	1720	1770	1798	5
F. P.	.895	.875	.838	.766	.44	.22	1
	.938	.931	.931	.916	.716	.34	2
	.985	.978	.969	.961	.56	.480	2.2
	.977	.972	.984	.957(+)	.546(+)	.688(+)	3
	.986(+)	.96(+)	.936(+)	.854(+)	.63(+)	.432(+)	5
%	73.3	75.8	77.2	79.6	73.2		1
	71.8	74	74.5	74.8	50.96		2
	70.3	73.6	72.8	74	60		2.2
	69.1	71.5	72.6	71	58.6		3
	62.4	62.6	60.1	59	39		5

Fig. 7.12 TABLACION PARA EL MOTOR REDISEÑADO

OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES

En base a pruebas realizadas en ambos motores observamos :

- 1.- El motor Unity Plus tiene una notable reducción en la corriente a plena carga la cual es de 94.8 a 89.2% con respecto al motor standard, este porcentaje se reduce hasta que en vacío alcanza únicamente el 19.35%.
- 2.- El Unity Plus eleva o mejora en cualquier condición de carga el factor de potencia incluso puede pasar a ser capacitivo, pero esto reduce la eficiencia debido a que esto incrementa la corriente.
- 3.- Con respecto a la velocidad, en vacío prácticamente se mantiene igual a la del motor standard y se incrementa ligeramente a plena carga (1.45%) en valores de 1 a 2.2 f, pero para valores mayores, esta se reduce, lo cual hace que el motor entregue una potencia de salida menor al standard.
- 4.- La potencia de entrada al motor prácticamente es la misma o con muy poca mejoría, sin embargo la potencia se eleva al colocar capacitores mayores. Lo cual provoca pérdida de eficiencia.
- 5.- De la Figura 7.12 se observa que el capacitor de 1 f es donde el motor es más eficiente un 2.5% más que en standard, sin embargo conforme se incrementa el valor del capacitor esta mejoría se reduce hasta volverse menos eficiente lo cual indica que hay un valor óptimo que no es donde se tiene el mejor factor de potencia o la mínima corriente en el motor que es lo que los rediseñadores buscan.

- 6.- En la exposición presentada del Unity Plus se nos decía que se tenía una reducción de armónicas lo cual con pruebas de laboratorio en ambos motores comprobamos que esto no ocurrió.
- 7.- No se apreció disminución de ruido del motor Unity Plus con respecto al standard.

De las observaciones efectuadas podemos concluir que el motor Unity Plus presenta una pequeña mejoría de eficiencia lo cual reduce energía, sin embargo presenta las siguientes desventajas :

- a) Incremento en el costo inicial de la reparación alcanza un 40% más que en el standard.
- b) Mayor probabilidad de falla debido a que se coloca un devanado adicional que induce alrededor de 3 veces el voltaje del devanado primario lo cual puede ocasionar falla en aislamiento.
- c) Aunado a lo anterior la posible falla en los capacitores.

Esto probablemente explique porqué la aplicación de esta tecnología que tiene desde 1976 no haya tenido aceptación práctica.

BIBLIOGRAFIA: Máquinas de Corriente Continua.

Autor: Michael Liwschitz - Garik, Clyde C. Whipple.

Editorial: C.E.C.S.A., Marzo 1985.

Máquinas de Corriente Alterna.

Autor: Michael Liwschitz - Garik, Clyde C. Whipple.

Editorial: C.E.C.S.A., Abril 1971.

Material Didáctico para un Curso de Máquinas Sincrónicas.

Tesis Autores Diversos: Biblioteca de la F.I.M.E.-U.A.N.L.

Circuitos Magnéticos y Transformadores.

Autor: Profesores del M.I.T.

Editorial: REVERTE', 1976.

Folletos del Motor Unity Plus.

Autor: Surak Electric, Inc., 1989.

Licencias: R.E.M.C. América Inc.

40 East So. Temple

Suite 300

Salt Lake City, Utah 84111

(801) 521-65-65.

GLOSARIO DE SIMBOLOS

A continuación se enlistan las abreviaturas utilizadas en esta Tesis.

A	Area o sección transversal de un circuito magnético: A_m en el material, A_a , área del aire (metro cuadrado).
a	Razón de transformación de voltaje, del primario al secundario en un transformador.
B	Inducción o densidad magnética.
bm	Susceptancia del flujo principal (Mhos).
C	Capacidad (Faradios).
di	Diferencial de la corriente (Amperes).
dt	Diferencial de tiempo (Segundos).
E E_1 E_2	Voltaje interno o inducido: E_1 , voltaje en el primario de un transformador, en el secundario (Volts).
F,f	Fuerza Magnética (Newton).
fep	Factor de efecto peculiar
fs	Factor de saturación.
fpl	Factor de potencia en el secundario.

fpL	Factor de potencia en la carga.
Gc	Conductancia de la pérdida del núcleo (Mhos).
H	Campo magnético (Amperes, vueltas por metro ó Lenz).
I_1	Corriente en el primario (Amperes).
I_2	Corriente en el secundario (Amperes).
I_L'	Corriente de la carga referido al primario (Amperes).
I_{ex}	Corriente de excitación (Amperes).
I_o	Corriente de vacío o corriente sin carga.
Kdp_1	Factor de paso del primario o del estator
Kdp_2	Factor de paso del secundario o rotor
L	Coficiente de autoinducción magnética (Henrios o Henry)
Lm	Longitud media del flujo magnético (Mts.)
M	Coficiente de inducción mutua (Henrios)
M1, m1	Número de fases del estator

M2, m2	Número de fases del rotor
N	Número de vueltas en la bobina: N_1 en el primario, N_2 en el secundario.
N_s	Velocidad síncrona
Po	Potencia en vacío o sin carga (Watts)
Pg	Pérdida en el entrehierro (Watts)
Pov	Pérdida en el cobre o devanados (Watts)
Phyf	Pérdida en histéresis y focault (Watts)
Pfe. rot	Pérdida en el hierro rotacionales (Watts)
R	Resistencia de los devanados: R resistencia del primario R_2 resistencia del secundario (Ohms).
R^1	Resistencia reflejada o referida al: R_1^1 resistencia del primario reflejada al secundario, R_2^1 resistencia del secundario reflejada al primario.
Rc	Resistencia equivalente de la pérdida del núcleo (Ohms).
RcA	Resistencia equivalente a la componente alterna (Ohms)
RcD	Resistencia equivalente a la corriente directa(Ohms).

R_H	Resistencia del devanado de alta tensión (Ohms).
R_X	Resistencia del devanado de baja tensión (Ohms).
Reg.	Regulación (%).
	Reluctancia del medio (amp/vueltas/weber).
S	Deslizamiento de la velocidad relativa entre el flujo giratorio y el rotor.
S_L el	Potencia aparente: S_L en la carga (KVA), S_1 en el primario o entrada S_2 en secundario o salida.
V	Voltaje en terminales (Volts).
V_o	Voltaje en vacío (Volts).
V_L	Voltaje en la carga (Volts).
V_1	Voltaje en el primario (Volts).
V_2	Voltaje en el secundario (Volts).
v	Velocidad del conductor (rev/min).
X_{L1}	Reactancia de dispersión del flujo del primario (Ohms).
X_{L2}	Reactancia de dispersión del flujo del secundario (Ohms).

X_m	Reactancia equivalente del flujo magnético principal (Ohms).
X_{LX}	Reactancia de dispersión del devanado de baja tensión (Ohms).
X_{LH}	Reactancia de dispersión del devanado de alta tensión (Ohms).
X_{L2}^1	Reactancia del secundario reflejada al primario (Ohms).
X_{L1}^1	Reactancia del primario reflejada al secundario (Ohms).
Z_1	Impedancia del primario (Ohms).
Z_2	Impedancia del secundario (Ohms).
α	Proporcional a:
π	Eficiencia (%).
ϕ	Flujo magnético (Weber).
ϕ_{L1}	Flujo magnético de fuga del devanado 1 (Weber).
ϕ_{L2}	Flujo magnético de fuga del devanado 2 (Weber).
ϕ_{11}	Flujo magnético promedio por espín del devanado 1 (Weber).
ϕ_{22}	Flujo magnético promedio por espín del devanado 2 (Weber).

φ_{12}	Flujo magnético mutuo a través del devanado 1 (Weber).
φ_{21}	Flujo magnético mutuo a través del devanado 2 (Weber).
λ_{11}	Flujo magnético enlazado por devanado 2 producido por la corriente 1 (Weber).
λ_{22}	Flujo magnético enlazado por devanado 1 producido por la corriente 2 (Weber).
λ_{12}	Flujo magnético enlazado por devanado 1, creado por la corriente 2 (Weber).
λ_{21}	Flujo magnético enlazado por devanado 2 creado por la corriente 1 (Weber).
μ	Permeabilidad del medio (Tesla/lenz).
θ	Angulo de factor de potencia

