

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



TECNICAS DE CONTROL
BASADAS EN PASIVIDAD APLICADAS A UN
MOTOR DE INDUCCION

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTRICA
CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

P R E S E N T A :

MARIA DEL CARMEN PACHECO ARTEAGA

MONTERREY, N. L.

OCTUBRE DE 1994

TM

Z5853

.M2

FIME

1994

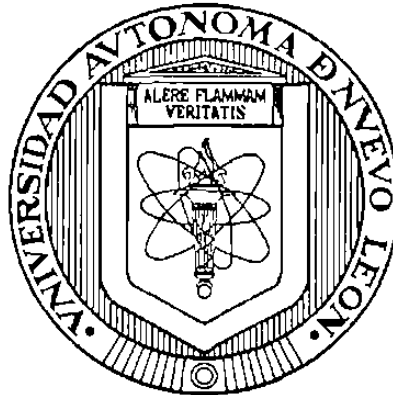
P3



1020070686

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



**TECNICAS DE CONTROL
BASADAS EN PASIVIDAD APLICADAS A UN MOTOR DE
INDUCCION**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTRICA
CON ESPECIALIDAD EN CONTROL**

PRESENTA:

MARIA DEL CARMEN PACHECO ARTEAGA

MONTERREY, N. L.

OCTUBRE DE 1994

TM
25853
.M2
FINE
1994
P3




FONDO TESIS

166796

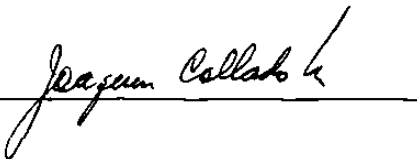
**TECNICAS DE CONTROL
BASADAS EN PASIVIDAD APLICADAS A UN MOTOR
DE INDUCCION**

Los miembros del Comité aprueban la Tesis de
Maestría de María del Carmen Pacheco Arteaga

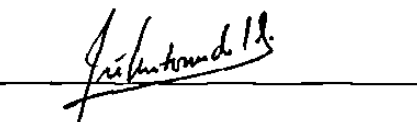
Dr. Jesús de León Morales
Asesor



Dr. Joaquín Collado Moctezuma



Dr. José Antonio de la O Serna



Dedicado con mucho cariño a

Emilio,

*quien siempre me acompaño y apoyo a
lo largo de la realización de este trabajo.*

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León.

A la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Al *Dr. Jesús de León Morales* por su asesoría y dedicación.

Al *Dr. Joaquín Collado Moctezuma* y al *Dr. José Antonio de la O Serna* por sus comentarios.

Al *Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos* por su interés y sus comentarios.

A mis *compañeros y amigos*, y a mis *muestrs* del programa doctoral por sus enseñanzas y por su apoyo en la realización de este trabajo.

RESUMEN

El principal objetivo de este trabajo es aplicar algunas técnicas de control no-lineal para controlar un motor de inducción. Resolviendo además, también mediante herramientas de control no-lineal, los problemas que se presentan al aplicar un algoritmo que requiere del conocimiento de todos los parámetros y la medición completa del estado.

Algunas de las técnicas consideradas aquí, procuran aprovechar las propiedades del modelo matemático que representa las dinámicas de un motor de inducción, principalmente las propiedades de entrada-salida y de disipación de energía, otras metodologías estudiadas, como el algoritmo de Slotine-Li, sirven para hacer una comparación en el desempeño de los controladores propuestos.

Estas técnicas parten del análisis del modelo en representación Euler-Lagrange, donde para controlar se requiere del uso de un observador de estado (forma afín en el estado). En el análisis del modelo en cascada se empleará un observador también en cascada.

INDICE

CAPITULO	1	INTRODUCCION	1
	1.1	Resultados Recientes	2
	1.2	Observabilidad y Controlabilidad para sistemas no-lineales	3
	1.3	Robots	5
	1.4	Presentación del contenido de la tesis	6
CAPITULO	2	MODELO DEL MOTOR	8
	2.1	Mecánica Clásica	8
	2.2	Modelo del Motor	9
	2.3	Modelo Euler-Lagrange	11
	2.3.1	Representación en un Modelo dq	14
	2.3.2	Modelo No-lineal Afín en el Control	16
CAPITULO	3	ALGORITMO DE CONTROL	19
	3.1	Definición de controlabilidad	19
	3.2	Esquemas de Control Basados en Pasividad	21
	3.2.1	Propiedad de Pasividad del Modelo del Motor de Inducción	23
	3.2.2	Control del Par Generado	25
	3.2.3	Estabilización de Sistemas en Cascada	29
	3.3	Algoritmo de Slotine-Li	37
	3.4	Simulaciones	40
	3.4.1	Seguimiento en el Par Generado	40
	3.4.2	Estabilización del Sistema en Cascada	42
	3.4.3	Algoritmo de Slotine-Li	43

	3.5	Conclusiones	44
CAPITULO	4	OBSERVADORES	45
	4.1	Definición de Observabilidad	46
	4.2	Observadores	47
	4.2.1	Observador No-lineal para una clase de Sistemas No-Lineales	47
	4.2.2	Observador No-Lineal en Cascada	52
	4.2.3	Observador de Velocidades	58
	4.3	Simulaciones	59
	4.3.1	Control del Par con Observador para una clase de sistemas	59
	4.3.2	Control del Par con Observador en Cascada	61
	4.4	Conclusiones	63
CAPITULO	5	ESTIMACION DE PARAMETROS	64
	5.1	Control de la Velocidad	65
	5.2	Ley de Control con Esquema Adaptable	70
	5.3	Resultados y Simulaciones	74
	5.3.1	Control de la Velocidad	74
	5.3.2	Control de la Velocidad con Esquema Adaptable	75
	5.4	Conclusiones	77
CONCLUSIONES			78
		Comentarios	78
		Perspectivas	79
REFERENCIAS			81

INDICE DE FIGURAS

CAPITULO 3

- Fig. 3.1 Sistema en cascada 30
- Fig. 3.2 Interconexión de operadores pasivos 30
- Fig. 3.3 Seguimiento en el par eléctrico 41
- Fig. 3.4 Velocidad angular del rotor 41
- Fig. 3.5 Corrientes en el estator 41
- Fig. 3.6 Corrientes en el rotor 41
- Fig. 3.7 Corrientes del motor i_{sd} , i_{sq} , i_{rd} , i_{rq} 42
- Fig. 3.8 Velocidad angular del rotor 42
- Fig. 3.9 Estabilización del par eléctrico en un valor deseado 43
- Fig. 3.10 Seguimiento en el par eléctrico 43
- Fig. 3.11 Velocidad angular del rotor 43
- Fig. 3.12 Seguimiento en las corrientes 43

CAPITULO 4

- Fig. 4.1 Par eléctrico 60
- Fig. 4.2 Par mecánico y su observación 60
- Fig. 4.3 Corriente en el eje directo del rotor 60
- Fig. 4.4 Corriente en el eje cuadratura del rotor 60
- Fig. 4.5 Corrientes en el estator 61
- Fig. 4.6 Velocidad angular y su observación 61
- Fig. 4.7 Par eléctrico 61
- Fig. 4.8 Par mecánico y su estimado 61
- Fig. 4.9 Corriente en el eje directo del estator 62

Fig.	4.10	Corriente en el eje cuadratura del estator	62
Fig.	4.11	Corriente en el eje directo del rotor	62
Fig.	4.12	Corriente en el eje cuadratura del rotor	62
Fig.	4.13	Velocidad angular y su observación	62

CAPITULO 5

Fig.	5.1	Seguimiento en la velocidad	74
Fig.	5.2	Resistencia del rotor y su estimación	75
Fig.	5.3	Seguimiento en la velocidad	75
Fig.	5.4	Observación de la velocidad	75
Fig.	5.5	Corriente i_{ed} y su estimado	76
Fig.	5.6	Corriente i_{eq} y su estimado	76
Fig.	5.7	Corriente i_{rd} y su estimado	76
Fig.	5.8	Corriente i_{rq} y su estimado	76
Fig.	5.9	Par mecánico y su estimado	76

Nomenclatura

M	Variedad del Espacio-Estado
U	Espacio de Funciones de Entrada
\mathcal{U}	Conjunto de Entradas Admisibles
\mathbb{R}^n	Espacio de números reales de dimensión n
\mathcal{C}^∞	Conjunto de funciones continuamente diferenciables
I_n	Matriz identidad de dimensión $n \times n$
O_n	Matriz de ceros de dimensión $n \times n$
$GL(n, \mathbb{R})$	Grupo Lineal General (formado de todas las matrices reales positivas no-singulares de dimensión $n \times n$)
$\lambda_{\min}(A)$	valor característico mínimo de A (matriz hermítica)

Lista de variables

T	par eléctrico
T_L	par mecánico
i_{sd}	componente d de corriente en el estator
i_{sq}	componente q de corriente en el estator
i_{rd}	componente d de corriente en el rotor
i_{rq}	componente q de corriente en el rotor
V_{sd}	componente d del voltaje en el estator
V_{sq}	componente q del voltaje en el estator
L_s	inductancia en el estator

L_r	inductancia en el rotor
L_{sr}	inductancia mutua
R_s	resistencia en el estator
R_r	resistencia en el rotor
ω	velocidad angular del rotor
ω_a	frecuencia primaria
θ_r	posición angular del rotor
b	amortiguamiento del motor
v	número de pares de polos
J	Inercia del rotor

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Los motores de corriente directa son muy utilizados debido a que el par y el flujo pueden ser fácilmente controlados, manipulando las corrientes de campo y de armadura. Sin embargo, la existencia de conmutador y escobillas representan desventajas ya que requieren de mantenimiento periódico, así que no pueden ser utilizados en ambientes corrosivos, además de tener una capacidad limitada en operaciones de alta velocidad y alto voltaje. Para sobrellevar estos problemas se han empleado los motores de inducción con estructura simple y robusta, de mayor economía, intentando obtener un desempeño igual o mejor que el de los motores de corriente directa. Estas características convierten al motor de inducción en una área de aplicación de mucha importancia en la industria, por lo que su estudio resulta de gran interés.

Además de esto, junto con algunos de los problemas más importantes que presenta para su control, tales como:

- i) El modelo dinámico del sistema es no-líneal.
- ii) Dos de los estados (corrientes en el rotor) no son medibles por lo general, y
- iii) Los parámetros del rotor, como es el caso de la resistencia, varían considerablemente debido al calentamiento con un efecto correspondiente significativo sobre las dinámicas del sistema.

por lo que el motor de inducción representa un tema de estudio de gran interés.

1.1 RESULTADOS RECIENTES

Antes de que la teoría de control no-lineal fuera desarrollada, eran muy utilizadas en aplicaciones las técnicas de linealización y de desacoplamiento de entrada-salida, las cuales requieren del conocimiento del vector de estado para transformar un sistema no-lineal de múltiples entradas en uno lineal y controlable.

Las aplicaciones indican que mientras las no-linealidades no sean exactamente modeladas, los parámetros involucrados no serán conocidos con precisión. Por ello han surgido estudios de versiones adaptables de linealización de entrada-salida y por retroalimentación de estado, ya que se requiere la cancelación de las no-linealidades que contienen parámetros desconocidos.

Con el desarrollo de las técnicas no-lineales se han propuesto algunas para el control del motor de inducción, tales como retroalimentación de estado no-lineal y cambio de coordenadas del espacio-estado no-lineal, Marino-Valigi [9] emplean estas técnicas para construir un control desacoplante y linealizante exacto en el que no se requiere conocer el par de carga y la resistencia del rotor.

Diversas metodologías han surgido para el control del motor de inducción, en las que se intenta llevar la máquina a un funcionamiento óptimo, resolviendo el problema de requerimiento del exacto conocimiento de todos los parámetros.

Además de la implementación de esquemas adaptables, han sido también muy utilizados los observadores en el problema del motor de inducción. Dote [10] utiliza la retroalimentación de las variables de estado a partir de un observador bilineal, el cual asigna los polos de un modelo de orden reducido, estabilizándolo alrededor de un punto de operación en estado estable.

En un trabajo más reciente, Ortega-Espinosa [7] obtienen una nueva representación para el modelo del motor de inducción en su forma Euler-Lagrange, en el cual aplican una metodología de diseño del controlador, aprovechando las propiedades de disipación de energía de la estructura del modelo. Utilizan un observador de estado no-lineal para reconstruir el estado, y consideran un esquema adaptable que no requiere el exacto conocimiento de la resistencia del rotor y del par de carga.

La ventaja de representar el motor de inducción en forma similar a la de un robot es la de aplicar las técnicas clásicas para el control del robot al problema del control del motor. En este trabajo se intenta llevar a cabo esto, además de introducir un observador tipo Kalman para una clase de sistemas no-lineales desarrollado por Hammouri-De León [13]. También a modo de comparación se aplicó al modelo la técnica presentada por Berghuis-Lohnberg-Nijmeijer [14], quienes utilizan control de par calculado para robots combinado con un observador lineal. En un estudio posterior extienden el observador empleando un controlador basado en pasividad.

1.2 OBSERVABILIDAD Y CONTROLABILIDAD PARA SISTEMAS NO-LINEALES

La observabilidad, alcanzabilidad y controlabilidad son herramientas claves en el análisis del comportamiento de los sistemas para resolver los problemas de control de estos.

A diferencia de los sistemas lineales, en los sistemas no-lineales no hay una metodología para hacer uso de estas herramientas de análisis ya que no pueden ser aplicadas universalmente.

La observabilidad, en el caso tanto de sistemas lineales como de los no-lineales, estudia la posibilidad de estimar los estados partiendo del conocimiento de la salida del sistema para una función de entrada dada. El concepto, generalmente utilizado para la

observabilidad de sistemas no-lineales, se basa en la deficiencia del sistema (o que sea inadecuadamente representado) para distinguir entre dos estados donde algún control genera efectos observables diferentes.

La controlabilidad estudia la posibilidad de conducir el estado por medio de una entrada aplicada. El problema general de la controlabilidad es que, para un conjunto de puntos dados, estos puedan ser alcanzados desde un estado inicial en un intervalo finito, y equivalentemente en la alcanzabilidad que para un estado final deseado pueda ser alcanzado desde un estado inicial.

En el estudio de la controlabilidad para sistemas no-lineales, la tendencia más simple es la linealización, la cual no siempre es satisfactoria, ya que mediante la linealización un sistema no-lineal puede perder mucho de la estructura del sistema, en particular un sistema no-lineal puede ser controlable, mientras que su linealización no lo sea. Por ello se requiere aplicar técnicas sistemáticas para llevar el sistema a una representación que preserve la estructura de entrada-salida del modelo.

Debido a que los sistemas no-lineales pueden ser mucho más ricos y complejos que los sistemas lineales, su análisis es mucho más difícil. Matemáticamente, esto se refleja en que las ecuaciones no-lineales no pueden ser resueltas analíticamente y por lo tanto es mucho más difícil entender completamente el comportamiento de un sistema no-lineal. Además, herramientas matemáticas poderosas como las transformadas de Laplace y de Fourier no pueden ser aplicadas.

No existen procedimientos sistemáticos para el diseño de sistemas de control no-lineal, en vez de eso, existen herramientas poderosas de análisis y diseño, cada una aplicable a una clase particular de problemas de control no-lineal. En este trabajo el objetivo es aplicar diferentes técnicas de diseño de control no-lineal al caso específico del motor de inducción.

Para poder aplicar estas técnicas, se dará especial importancia a la forma de representar el modelo matemático del motor de inducción.

1.3 ROBOTS

Típicamente, el diseño de control para robots se basa en las ecuaciones dinámicas Euler-Lagrange:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1.1)$$

donde $D(q)$ es la matriz de inercia, $g(q)$ las fuerzas gravitacionales, $C(q, \dot{q})\dot{q}$ las fuerzas centrípetas y de coriolis, el vector q representa las coordenadas generalizadas (juntas del robot) y τ es la fuerza generalizada (función de entrada).

Los algoritmos de control para el robot se basan en algunas propiedades del modelo dinámico del manipulador muy importantes, tales como:

- i) La matriz de inercia $D(q)$ es simétrica positiva definida, la cual satisface

$$\alpha \leq D(q) \leq \beta \quad \alpha, \beta > 0$$

- ii) La matriz $N(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{D}(q) - C(q, \dot{q})$ es antisimétrica para una particular $C(q, \dot{q})$ escogida, la cual no es única y siempre existe, es decir

$$z^T N(q, \dot{q}) z = 0 \quad \forall z$$

- iii) Dados cualquier x, y en \mathbb{R}^n , entonces

$$C(q, x)y = C(q, y)x$$

La estructura (1.1) es localmente equivalente a un modelo lineal, en este caso, como se ha demostrado, un controlador PD puede estabilizar no solo esta estructura, sino también las dinámicas completas del robot de Lagrange (en el sentido de estabilidad

de Lyapunov), debido a las propiedades de pasividad que posee el modelo del manipulador.

Se han desarrollado diversas técnicas para resolver el problema del control del robot, particularmente de seguimiento de trayectoria. En este trabajo, representando el motor de inducción en forma similar a la de un robot, se obtiene la ventaja de poder aplicar estas técnicas y algunos métodos clásicos empleados para el control del robot al problema del control del motor.

1.4 PRESENTACIÓN DEL CONTENIDO DE LA TESIS

En el capítulo 1, se considera el modelado del motor de inducción. En especial, se busca una representación, adecuada para propósitos de control, de este sistema electro-mecánico, que como tal, su modelado involucra considerar las dinámicas eléctricas (ecuaciones de voltaje) y por otro lado las mecánicas (leyes de Newton). Una manera relativamente fácil y sobre todo provechosa para lograr el objetivo de este trabajo es la de relacionar las ecuaciones diferenciales que describen estas dinámicas por medio de las ecuaciones de Lagrange.

Esta representación, obtenida en el capítulo 1, será de gran utilidad en el capítulo 2, donde se presentan diferentes esquemas para controlar el motor, principalmente aquellos que aprovechan las propiedades de disipación de energía de la representación Euler-Lagrange.

Para solucionar el problema de la medición incompleta del estado, representado por las corrientes en el estator y rotor, se presentará en el capítulo 3 distintos observadores que dependen directamente de la forma en que se represente el modelo. El primer observador es uno afín en el estado dado en [13], el cual se obtiene al reescribir el modelo en variables de estado, de modo que este pertenezca a la clase de

sistemas no-lineales referida en [13]. El segundo observador es uno obtenido en cascada, donde se construye uno para la parte mecánica (velocidad angular y par mecánico) que depende del segundo subsistema formado por un observador para la parte eléctrica (corrientes en el estator y en el rotor), con lo cual se podrá resolver el problema de medición en las corrientes en el estator y estimar el par de carga. Por último, en esta sección se presenta brevemente el observador de velocidades utilizado en robótica y su aplicación al caso del motor de inducción.

En el capítulo 4. se presenta un esquema de control más completo donde se propone el uso de una ley adaptable con la cual se resuelve el problema de estimación de la resistencia del rotor que, como antes se mencionó, varía con el calentamiento del rotor. En este esquema, también se resuelve el problema del control de la velocidad angular del rotor, además de utilizar un observador para obtener las corrientes del rotor (no medibles) y estimar el par de carga.

Finalmente, en la sección de conclusiones se resumirán los resultados obtenidos a lo largo de este trabajo y algunas perspectivas del mismo.

MODELO DEL MOTOR

2.1 MECÁNICA CLÁSICA

Las ecuaciones que describen un sistema electro-mecánico complicado, tal como un robot manipulador, pueden ser expresadas eficientemente a través del uso de un método desarrollado por el matemático francés Lagrange. Las ecuaciones diferenciales que resultan de este método son derivadas de las leyes de Newton del movimiento.

Las leyes de Kirchoff para escribir las ecuaciones diferenciales de redes eléctricas y las leyes de Newton para las ecuaciones de movimiento de sistemas mecánicos pueden ser aplicadas, dependiendo de la relativa complejidad del sistema. En muchos casos existen sistemas que combinan componentes eléctricos y mecánicos. El uso de las ecuaciones de Lagrange proporciona un procedimiento para manipular una amplia clase de sistemas físicos, no importa que tan compleja sea su estructura.

El principio fundamental de este procedimiento es la representación del sistema por un conjunto de coordenadas q_i ($i= 1, 2, \dots, n$), una por cada grado de libertad del sistema, la cual incorpora las restricciones al sistema (las interconexiones entre las partes del sistema). Después de definir las coordenadas generalizadas, la energía cinética total del sistema T es expresada en términos de estas coordenadas y de sus derivadas, y la energía potencial total V es expresada en términos de las coordenadas únicamente.

La función Lagrangiano esta formada como:

$$L = T(q, \dot{q}) - V(q) \quad (2.1)$$

Las ecuaciones de movimiento deseadas son derivadas utilizando las ecuaciones de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

donde Q_i representa las fuerzas externas al sistema (Pares y fuerzas en sistemas mecánicos y fuentes de voltaje o corriente en circuitos eléctricos) o que se derivan de una función escalar de energía.

Cada ecuación de (2.2) será una ecuación de segundo orden, y el conjunto de estas un sistema dinámico con "n" grados de libertad.

La principal ventaja de las ecuaciones de Lagrange es el uso de un procedimiento simple y sistemático, eliminando la necesidad de considerar separadas las leyes de Kirchhoff para aspectos eléctricos y de Newton para los aspectos mecánicos del sistema.

2.2 MODELO DEL MOTOR

La máquina asíncrona o máquina de inducción representa una de las formas más utilizadas de máquinas electro-mecánicas de corriente alterna. Esta puede ser construida sin conexiones físicas a los circuitos del rotor. Las corrientes del rotor son generadas debido al acoplamiento magnético entre el estator y rotor, y llega a ser extremadamente robusta, confiable, y relativamente, de económico mantenimiento.

Al igual que la máquina síncrona, la máquina de inducción puede funcionar como generador o como motor, pero principalmente es utilizada como motor. Grandes

máquinas de inducción operan generalmente desde un sistema de suministro de tres fases balanceado. Por lo tanto, aquí es considerado un motor de inducción teniendo tres fases de devanados de estator y tres de devanados de rotor.

Para la obtención de un modelo del motor de inducción se asumen algunas consideraciones que lo simplifican y que generalmente se admiten en funcionamiento normal. Mediante el uso de una transformación de tres a dos fases, es derivado un modelo ab de dos fases equivalente del modelo trifásico, el cual puede ser analizado en términos de un modelo dq obtenido de una transformación ab a dq . Utilizando transformaciones inversas, los resultados del análisis del modelo dq pueden ser relacionados al modelo ab de dos fases e incluso al motor trifásico.

Considerando que el motor es balanceado, o sea que las resistencias e inductancias de cada fase del estator son iguales, y de igual forma en cada fase del rotor, las ecuaciones electro-magnéticas del motor son las siguientes:

$$\Sigma_{abc} : \left\{ \begin{array}{l} V_{as} = \frac{d\psi_{as}}{dt} + R_s i_{as} \\ V_{bs} = \frac{d\psi_{bs}}{dt} + R_s i_{bs} \\ V_{cs} = \frac{d\psi_{cs}}{dt} + R_s i_{cs} \\ V_{ar} = \frac{d\psi_{ar}}{dt} + R_r i_{ar} \\ V_{br} = \frac{d\psi_{br}}{dt} + R_r i_{br} \\ V_{cr} = \frac{d\psi_{cr}}{dt} + R_r i_{cr} \end{array} \right.$$

donde V , ψ , R , i denotan voltaje, flujo, resistencia y corriente respectivamente, los subíndices indican la fase correspondiente y si esta pertenece al rotor o al estator.

La parte mecánica esta dada por:

$$J \dot{\omega} + b \omega = T - T_L$$

donde ω representa la velocidad angular del rotor, T el par eléctrico o par generado por la máquina y T_L el par de carga o par mecánico. Las constantes J y b denotan la inercia y el amortiguamiento.

La matriz de transformación [19] que lleva a un modelo ab (solamente para excitaciones trifásicas balanceadas):

$$T_{ab} = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \end{pmatrix} = T_{ab} \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{pmatrix}$$

así los voltajes en el estator equivalentes a dos fases son dados por:

$$\begin{pmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \end{pmatrix} = T_{ab} \begin{pmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{pmatrix}$$

2.3 MODELO EULER-LAGRANGE

Una manera alternativa de obtener las ecuaciones del modelo [19] es iniciar con el modelo ab y derivarlas directamente de las ecuaciones de Lagrange.

Con la definición de las energías del sistema, se puede establecer el modelo del motor en forma Euler-Lagrange, semejante a la de un robot, cuya estructura ha sido bastante estudiada y técnicas bien definidas para controlarlo han sido desarrolladas. También resultan de gran interés, en esta representación, las propiedades de entrada-salida y de disipación de energía derivadas de ella.

Considere el anterior motor de inducción trifásico con las mismas consideraciones, representado en un modelo de dos fases conocido como modelo *ab*, el cual considera dos bobinas en el estator y dos en el rotor, cada par en dos ejes ortogonales *a*, *b*; en el estator son fijos y en el rotor están girando a la velocidad angular ω_r . Siguiendo el procedimiento descrito anteriormente para obtener un modelo Euler-Lagrange se definen las coordenadas generalizadas para un modelo de este tipo:

$$q_{ab} \triangleq [q_{as} \ q_{bs} \ q_{ar} \ q_{br} \ \theta_r]^T$$

formado por las cargas eléctricas en *a* y *b* para el estator y rotor, respectivamente y por la posición angular del rotor.

Considerando la definición (2.1), el Lagrangiano obtenido en [19] está dado por la energía cinética del sistema:

$$L(q_{ab}, \dot{q}_{ab}) = \frac{1}{2} \dot{q}_{ab}^T D_{ab}(q_{ab}) \dot{q}_{ab} \quad (2.3)$$

donde:

$$D_{ab}(q_{ab}) = \begin{bmatrix} D_{ab_e}(q_{ab}) & : & 0 \\ 0 & : & J \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}, \quad D_{ab_e}(q_{ab}) = \begin{bmatrix} L_s \mathbb{I}_2 & L_{sr} U^T(\theta_r) \\ L_{sr} U(\theta_r) & L_r \mathbb{I}_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4},$$

$$U(\theta_r) = \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \text{sen}\theta_r \\ -\text{sen}\theta_r & \cos\theta_r \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

L_s , L_r y L_{sr} representan las inductancias del estator, rotor y la inductancia mutua,

respectivamente, y J es la inercia del rotor. Las fuerzas generalizadas son dadas por:

$$Q_{ab} = M \begin{bmatrix} V_a^s \\ V_b^s \end{bmatrix} - R \dot{q}_{ab} - \xi$$

con:

$$M \triangleq \begin{bmatrix} \mathbb{I}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 2}, \quad R \triangleq \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}, \quad \xi \triangleq [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -T_L]^T \in \mathbb{R}^5 \quad (2.4)$$

$$R_c \triangleq \begin{bmatrix} R_s \mathbb{I}_2 & 0 \\ 0 & R_r \mathbb{I}_2 \end{bmatrix}$$

donde V_a^s , V_b^s son los voltajes en el estator en los ejes a y b respectivamente.

Aplicando las ecuaciones Euler-Lagrange se obtiene el modelo ab :

$$\Sigma_{ab} : \left\{ D_{ab}(q_{ab}) \ddot{q}_{ab} + C_{ab}(q_{ab}, \dot{q}_{ab}) \dot{q}_{ab} = Q_{ab} \right.$$

Donde la matriz C_{ab} , cuya selección no es única, es escogida para satisfacer la propiedad de las matrices antisimétricas:

$$z^T [\dot{D}_{ab}(q_{ab}) - 2C_{ab}(q_{ab}, \dot{q}_{ab})] z = 0, \quad \forall z \in \mathbb{R}^5$$

la cual resultó como sigue:

$$C_{ab}(q_{ab}, \dot{q}_{ab}) \triangleq \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{D}_{ab,c}(q_{ab}) & : & c_{ab}(q_{ab}) \\ \dots & \dots & \dots \\ -c_{q^k}^l(q_{ab}) & : & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$$

$$c_{ab}(q_{ab}) \triangleq \frac{L_{sr}}{2} \begin{bmatrix} -\dot{q}_{ab3} \text{sen}\theta_r - \dot{q}_{ab4} \text{cos}\theta_r \\ \dot{q}_{ab3} \text{cos}\theta_r - \dot{q}_{ab4} \text{sen}\theta_r \\ -\dot{q}_{ab1} \text{sen}\theta_r + \dot{q}_{ab2} \text{cos}\theta_r \\ -\dot{q}_{ab1} \text{cos}\theta_r - \dot{q}_{ab2} \text{sen}\theta_r \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$$

Diversas representaciones pueden ser obtenidas mediante cambios de coordenadas. Note que las matrices en Σ_{ab} dependen del ángulo del rotor, una manera de simplificarlas es refiriéndolas al marco de referencia dq .

2.3.1 Representación en un Modelo dq

Para la obtención del modelo dq , donde el marco de referencia gira a la frecuencia angular del suministro de energía, la frecuencia primaria ω_a , se define la matriz de rotación [7]:

$$T(\theta_r, \theta) \triangleq \begin{bmatrix} U(\theta) & 0 & : 0 \\ 0 & U(\theta - \theta_r) & : 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & : 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$$

$$\dot{\theta} = \omega_a$$

entonces, las derivadas de las coordenadas y las fuerzas generalizadas proyectadas en el eje dq se definen como:

$$\dot{q} \triangleq T(\theta_r, \theta) \dot{q}_{ab}, \quad Q \triangleq T(\theta_r, \theta) Q_{ab}$$

Se puede demostrar que el modelo obtenido en el marco de referencia dq de la coordenada es el siguiente [7]:

$$\Sigma_{dq} : \begin{cases} D\ddot{q} + C(\dot{q}, u_3)\dot{q} + R\dot{q} = Mu + \xi \\ y = h(\dot{q}) \end{cases} \quad (2.5)$$

donde

$$\dot{q} \triangleq (i_{sd} \ i_{sq} \ i_{rd} \ i_{rq} \ \omega)^T \in \mathbb{R}^5 \quad u \triangleq \begin{pmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

cuya notación es dada al final del capítulo en la tabla 2.1, y las matrices D , $C(\dot{q}, u_3)$ y R están dadas por:

$$D = \begin{pmatrix} D_e & 0 \\ 0 & vJ \end{pmatrix}, \quad C(\dot{q}, u_3) = \begin{pmatrix} C_e(u_3, \omega) & -c(\dot{q}) \\ c^T(\dot{q}) & 0 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} R_e & 0 \\ 0 & vb \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$\text{y} \quad M \triangleq \begin{pmatrix} \mathbb{1}_2 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 2}$$

con:

$$D_e \triangleq \begin{pmatrix} L_s \mathbb{I}_2 & L_{sr} \mathbb{I}_2 \\ L_{sr} \mathbb{I}_2 & L_r \mathbb{I}_2 \end{pmatrix}, \quad C_e(u_3, \omega) \triangleq \omega_s \begin{pmatrix} L_s J_2 & L_{sr} J_2 \\ L_{sr} J_2 & L_r J_2 \end{pmatrix}$$

$$c(\dot{q}) = v \left((L_s \dot{q}_2 + L_{sr} \dot{q}_4) \quad -(L_s \dot{q}_1 + L_{sr} \dot{q}_3) \quad 0 \quad 0 \right)^T$$

donde D representa la matriz de inercia del sistema y la matriz J_2 es una matriz antisimétrica de la forma:

$$J_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

La frecuencia de deslizamiento ω_s está dada por:

$$\omega_s = u_3 - v \dot{q}_5, \quad u_3 \hat{=} \omega_a \quad (2.7)$$

Las matrices R_e , ξ son las definidas en (2.4) y el par eléctrico está dado por la siguiente ecuación:

$$T = L_{sr} (\dot{q}_2 \dot{q}_3 - \dot{q}_1 \dot{q}_4) \quad (2.8)$$

Este modelo del motor de inducción, puede reescribirse en coordenadas d - q :

$$\begin{pmatrix} R_s + L_s p & -u_3 L_e & L_{sr} p & -u_3 L_{sr} \\ u_3 L_s & R_s + L_s p & u_3 L_{sr} & L_{sr} p \\ L_{sr} p & -(u_3 - v \dot{q}_5) L_{sr} & R_r + L_r p & -(u_3 - v \dot{q}_5) L_r \\ (u_3 - v \dot{q}_5) L_{sr} & L_{sr} p & (u_3 - v \dot{q}_5) L_r & R_r + L_r p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$J \ddot{q}_5 + b \dot{q}_5 = L_{sr} (\dot{q}_2 \dot{q}_3 - \dot{q}_1 \dot{q}_4) - T_L$$

donde p es el operador de derivada $\frac{d}{dt}$.

2.3.2 Modelo No-Lineal Afín en el Control

Debido al uso más frecuente de una representación más general, como la forma afín en el control, se escribirá el vector de estado como:

$$\bar{x} = \bar{q}$$

$$\text{donde } \bar{x} = \begin{pmatrix} x \\ \omega \end{pmatrix}, \quad x = (i_{sd} \ i_{sq} \ i_{rd} \ i_{rq})^T$$

El modelo Σ_{dq} se reescribe como:

$$\begin{pmatrix} D_e & \underline{0} \\ 0 & vJ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_e(u_3, \omega) & -c(x) \\ c^T(x) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_e & \underline{0} \\ 0 & vb \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_2 \\ \underline{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{0} \\ -vT_L \end{pmatrix}$$

donde $\underline{0}$ es una matriz de ceros de las dimensiones adecuadas. Dado que la matriz D_e es no singular y escogiendo:

$$M\bar{u} = Mu - c(x)\omega$$

$$\bar{u} = u - M_s c(x)\omega \quad M_s = (M^T M)^{-1} M^T = M^T$$

M_s es la pseudoinversa de M . Separando la parte mecánica y la parte eléctrica, el modelo se reescribe como:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_1(x) + G(x)\bar{u} \\ \dot{\omega} = f_2(x, \omega) \end{cases} \quad (2.10)$$

donde

$$f_1(x) = \omega_s \begin{pmatrix} -\frac{L_r}{\delta} R_s x_1 - x_2 + \frac{L_{sr}}{\delta} R_r x_3 \\ x_1 - \frac{L_r}{\delta} R_s x_2 + \frac{L_{sr}}{\delta} R_r x_4 \\ \frac{L_{sr}}{\delta} R_s x_1 - \frac{L_s}{\delta} R_r x_3 + x_4 \\ \frac{L_{sr}}{\delta} R_s x_2 - x_3 - \frac{L_s}{\delta} R_r x_4 \end{pmatrix}, \quad G(x) = \begin{pmatrix} \frac{L_r}{\delta} & 0 \\ 0 & \frac{L_r}{\delta} \\ -\frac{L_{sr}}{\delta} & 0 \\ 0 & -\frac{L_{sr}}{\delta} \end{pmatrix}$$

$$f_2(x, \omega) = -\frac{b}{J}\omega - \frac{1}{vJ}c(x)^T x - T_L$$

y $\delta = L_s L_r - L_{sr}^2$ es la raíz del determinante de D_e .

El sistema en forma más general puede ser expresado como:

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}) + G(\bar{x}) \bar{u} \quad (2.11)$$

donde:

$$f(\bar{x}) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x, \omega) \end{pmatrix}, \quad G(\bar{x}) = \text{diag}(G_1(x), 0)$$

Tabla 2.1 Lista de Símbolos

T_L	par mecánico	L_{sr}	inductancia mutua
i_{sd}	componente d de corriente en el estator	R_s	resistencia en el estator
i_{sq}	componente q de corriente en el estator	R_r	resistencia en el rotor
i_{rd}	componente d de corriente en el rotor	ω	velocidad angular del rotor
i_{rq}	componente q de corriente en el rotor	ω_a	frecuencia primaria
V_{sd}	componente d del voltaje en el estator	θ_r	posición angular del rotor
V_{sq}	componente q del voltaje en el estator	b	amortiguamiento del motor
L_s	inductancia en el estator	ν	número de pares de polos
L_r	inductancia en el rotor	J	Inercia del rotor

ALGORITMO DE CONTROL

INTRODUCCIÓN

En este capítulo se trata de presentar diferentes técnicas del control no-lineal, las cuales son aplicadas para resolver el problema de control del motor de inducción. Antes que nada se dará una definición de controlabilidad para sistemas no-lineales, ya que es una característica esencial de los sistemas. Debido a que, en el caso del motor de inducción, distintas situaciones se presentan (modos de operación) en el requerimiento del funcionamiento del sistema, se considerarán en este trabajo dos problemas en el control del motor, su estabilización y el problema de seguimiento. En la sección 3.2, se presentarán diferentes esquemas que se basan en la propiedad de pasividad del modelo del motor de inducción, tratando de resolver el problema de seguimiento en el par generado, además de mostrar un esquema para la estabilización del sistema representándolo como dos sistemas interconectados en cascada. En el tercer punto, para resolver el problema de seguimiento exacto se presentará el algoritmo de Slotine-Li, aplicándolo al modelo del motor de inducción representado en forma Euler-Lagrange.

3.1 DEFINICIÓN DE CONTROLABILIDAD

Para poder establecer el problema general de la controlabilidad en los sistemas no-lineales, considere el siguiente sistema no-lineal afín en la entrada:

$$\Sigma : \left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i, \quad u = (u_1, \dots, u_m) \in U \subset \mathbb{R}^m \end{array} \right.$$

donde U es el espacio de funciones de entrada, x son coordenadas locales en una variedad suave M (variedad del espacio-estado) $\subset \mathbb{R}^n$ y f, g_1, \dots, g_m son campos vectoriales sobre M .

Considérese las siguientes suposiciones acerca del espacio U y del conjunto de controles admisibles:

i) El espacio de funciones de entrada U es tal que el conjunto de campos vectoriales asociados al sistema Σ

$$\mathcal{F} = \left\{ f + \sum_{i=1}^m g_i u_i \mid (u_1, \dots, u_m) \in U \right\}$$

contiene los campos vectoriales f, g_1, \dots, g_m .

ii) El conjunto de funciones de entrada admisibles \mathcal{U} consiste de funciones constantes a pedazos, las cuales son continuas por la derecha.

Si $u(\cdot)$ es una función de entrada constante a pedazos entonces para t suficientemente pequeño, existe una solución $x(t)$ única de Σ . Para garantizar que existen soluciones únicas para entradas más generales se requerirá la condición local de Liptchitz sobre el campo vectorial f , es decir, existe una vecindad N de x_0 en M tal que para cada entrada $u(\cdot) \in \mathcal{U}$ se tiene:

$$\|f(x, u(t)) - f(z, u(t))\| \leq K \|x - z\| \quad \forall x, z \in N$$

y para toda $t \in (t_0 - \epsilon, t_0 + \epsilon)$, donde $K > 0$ y $\epsilon > 0$ son constantes y la norma $\|\cdot\|$ denota la norma Euclídeana.

La única solución de Σ en $t \geq 0$, $t \in [0, T]$, para una función de entrada (control) particular $u(\cdot)$ y condición inicial $x(0) = x_0$ es denotada como $x(T, 0, x_0, u)$. Entonces, se define lo siguiente.

Definición 3.1 [1]: El sistema Σ se dice *controlable* si para algún par de puntos x_1, x_2 en M , existe un tiempo T finito y una función de control admisible $u_{[0, T]} \in U$, tal que:

$$x(T, 0, x_1, u) = x_2.$$

■

Para la definición general de alcanzabilidad para sistemas no-lineales considere la definición de conjunto alcanzable en [1]. Si M es un subespacio de \mathbf{R}^n , entonces considere las siguientes definiciones para controlabilidad y alcanzabilidad.

Definición 3.2 [16]: Un estado x_0 en M del sistema Σ se dice que será *controlable en el tiempo* $t_0 \in \mathbf{R}$ si existe un $t_1 \geq t_0$ y una función de entrada admisible $u_{[t_0, t_1]} \in U$, tal que:

$$x(t_1, t_0, x_0, u) = 0$$

El sistema Σ se dice *controlable* si para cada estado x_0 que pertenece a M es controlable para todo $t_0 \in \mathbf{R}$.

■

Definición 3.3 [16]: Un estado x_0 en M del sistema Σ se dice que será *alcanzable en* $t_0 \in \mathbf{R}$ si existe un $t_1 \leq t_0$ y una función de entrada admisible $u_{[t_0, t_1]} \in U$, tal que:

$$x(t_0, t_1, 0, u) = x_0$$

La variedad del espacio-estado M del sistema Σ se dice *alcanzable* si para cada estado x_0 en M es alcanzable para todo $t_0 \in \mathbf{R}$.

■

El análisis de controlabilidad es crucial debido no solo al concepto, sino especialmente a su importancia en la estabilidad y en el diseño del control.

3.2 ESQUEMAS DE CONTROL BASADOS EN PASIVIDAD

En el estudio de sistemas físicos, tales como una red eléctrica y maquinas eléctricas, el concepto de energía resulta de gran utilidad para deducir el comportamiento del sistema.

También en el análisis de estabilidad, es muy útil manejar este concepto para estudiar las propiedades del modelo matemático de un proceso general, como es el caso de los sistemas disipativos. Estos sistemas se definen [15] como sistemas para los cuales una función de energía de entrada y una de energía almacenada pueden ser encontradas, con la propiedad de que siempre disipará energía.

Existen diferentes tipos de sistemas disipativos, los cuales se definen de acuerdo al tipo de suministro de entrada (energía de entrada) del sistema. Una importante clase de sistema disipativo es la clase de sistemas pasivos, en los cuales, como en el caso de las redes eléctricas, la energía de entrada está dada por el producto de la entrada y la salida del sistema.

Una clase de controladores que surge de este concepto puede ser llamada "controladores basados en pasividad", debido a que explotan las propiedades de pasividad de las dinámicas del sistema. Comparado con los métodos de linealización, lo que se espera de estos esquemas, usualmente llamados controladores pasivos, es tener mejores propiedades robustas ya que no dependen de la exacta cancelación de las no-linealidades del sistema como en el caso de la linealización exacta, la que depende de la estructura del modelo.

Para el diseño de estos controladores, básicamente se intenta preservar las propiedades de entrada-salida y de disipación de energía inherentes del modelo, entonces considere las siguientes definiciones que serán empleadas en los esquemas de control

presentados en esta sección.

Definición 3.4 [17]: Considere el sistema no-lineal de la forma:

$$\Sigma_d : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + G(x)u, & x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m \\ y = h(x), & y \in \mathbb{R}^p \end{cases}$$

Con suministro de energía w , se dice que el sistema es *disipativo* si y solo si $V(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, llamada función de energía almacenada, es una función definida positiva en el estado, para toda u , x soluciones del sistema de ecuaciones y para todo $t > 0$, se tiene

$$\int_0^t w(\tau) d\tau \geq V(x(t)) - V(x(0))$$

El sistema se dice que será *pasivo* si este es disipativo con suministro de energía dado por el producto interior $w = \langle u, y \rangle = y^T u$ y la función de energía V satisface $V(0) = 0$. ■

Definición 3.5 [5]: Una función $\beta: [0, a) \rightarrow [0, \infty)$ se dice que pertenece a la clase \mathcal{K} si esta es estrictamente creciente y $\beta(0) = 0$. ■

Definición 3.6 [12]: Considere el sistema no-lineal de la forma Σ_d , se dice que la aplicación $H: u \rightarrow y$ es *estrictamente pasiva* en relación con las funciones $V(x)$ y $\beta(x)$ si y solo si $V(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es una función definida positiva en el estado, $\beta(\cdot): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ es una función de clase \mathcal{K} para toda u , y , x soluciones del sistema de ecuaciones y para todo $t > 0$, se tiene

$$\int_0^t y^T u dt \geq V(x(t)) - V(x(0)) + \int_0^t \beta(|x|) dt$$

■

3.2.1 Propiedad de Pasividad del Modelo del Motor de Inducción

Proposición 3.7 [7]: El modelo del motor de inducción Σ_{dq} (2.5) define un mapeo estrictamente pasivo entre los voltajes del estator y las corrientes del estator. ■

Demostración: La función de energía total del motor de inducción, dada por el Hamiltoniano, puede ser expresada como sigue:

$$H(\dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T D \dot{q}$$

derivando en el tiempo, con par de la carga igual cero:

$$\dot{H}(\dot{q}) = \dot{q}^T (-\{C(\dot{q}, u_3) + R\} \dot{q} + M u)$$

donde $C(\dot{q}, u_3)$ es una matriz antisimétrica y satisface la propiedad:

$$\dot{q}^T C(\dot{q}, u_3) \dot{q} \equiv 0, \quad \forall \dot{q}$$

$$\dot{H}(\dot{q}) = \dot{q}^T M u - \dot{q}^T R \dot{q}$$

integrando a ambos lados de la ecuación anterior, resulta

$$H(t) - H(0) + \int_0^t \dot{q}^T R \dot{q} d\tau = \int_0^t \dot{q}^T M u d\tau$$

con $y \triangleq M^T \dot{q}$, $\beta(\dot{q}) \triangleq \lambda_{\max}(R) \dot{q}^2$

$$H(t) - H(0) + \int_0^t \beta(\dot{q}) d\tau \leq \int_0^t y^T u d\tau$$

El modelo define un mapeo estrictamente pasivo entre los voltajes del estator u_1, u_2 y las corrientes i_{sd}, i_{sq} con $\beta(\dot{q})$ una función de clase λ . □

Esta propiedad de disipación de energía de entrada-salida, además de ser útil para el diseño del control, puede interpretarse físicamente en la máquina de inducción, ya que todos los sistemas pasivos son estables [15], como una característica de estabilidad donde para una entrada de voltaje acotada (energía eléctrica de entrada), la energía mecánica entregada por el sistema será acotada también debido a los términos de disipación (resistencias y amortiguamiento).

Dos esquemas que se basan en esta propiedad de estricta pasividad serán mostrados enseguida. El primer esquema intenta resolver el problema de seguimiento para el modelo del motor de la forma Σ_{dq} y el segundo trata de garantizar la estabilidad asintótica del sistema.

3.2.2 Control del Par Generado

El objetivo de esta metodología aplicada al control del motor de inducción es construir una ley de control a partir de las propiedades estudiadas del modelo, tal que el par generado siga una señal de referencia, asumiendo que el par de la carga es conocido, obteniendo así un controlador que regula el par asintóticamente.

Considere el sistema Σ_{dq} :

$$\Sigma_{dq} : \begin{cases} D\dot{q} + C(q, u_3)\dot{q} + R\dot{q} = Mu + \xi \\ y = h(q) \end{cases} \quad (3.1)$$

Definiendo la ecuación de error:

$$e \triangleq \dot{q} - \dot{q}_d \quad (3.2)$$

donde \dot{q}_d es el valor deseado de \dot{q} .

Reescribiendo el sistema (3.1) en términos del error de seguimiento, se tiene que:

$$D\dot{e} + C(\dot{q}, u_3)e + Re = \psi, \quad \text{donde } D = D^T > 0 \quad (3.3)$$

$$\psi \triangleq M\ddot{u} - (D\ddot{q}_d + C(\dot{q}, u_3)\dot{q}_d + R\dot{q}_d) + \xi$$

y la ecuación de par deseado es:

$$T_d = L_{sr}(\dot{q}_{d2}\dot{q}_{d3} - \dot{q}_{d1}\dot{q}_{d4}) \quad (3.4)$$

Escogiendo el término ψ idéntico a cero, se podrá obtener una ley de control tal que las propiedades de estabilidad del sistema se preservan y sea el punto de equilibrio $e=0$ estable. Para verificar estabilidad asintótica se establece lo siguiente.

Proposición 3.8: Considere el sistema en lazo cerrado (3.2):

$$D\dot{e} + C(\dot{q}, u_3)e + Re = \psi$$

Escogiendo el vector $\psi \equiv 0$, entonces, el error de seguimiento converge asintóticamente a cero. ■

Demostración: Seleccionando la función Lyapunov H_d y derivando con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de (3.2), se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} H_d &= \frac{1}{2}e^T D e \\ \dot{H}_d &= e^T D \dot{e} \\ &= -e^T \{ C(\dot{q}, u_3) + R \} e \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde $e^T C(\dot{q}, u_3)e = 0 \forall e$, ya que $C(\dot{q}, u_3)$ es antisimétrica y $R = R^T > 0$.

$$\dot{H}_d = -e^T R e \leq 0$$

lo que implica que $e \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

□

Sólo queda resolver:

$$M \ddot{u} - (D \dot{q}_d + C(q, u_3) \dot{q}_d + R \dot{q}_d) + \xi \equiv 0 \quad (3.6)$$

Las entradas de control u_1 , u_2 y los valores deseados de las corrientes serán obtenidos de (3.6) debido a que no pueden ser seleccionados arbitrariamente, ya que el número de entradas es menor al número de estados. Por lo tanto el grado de libertad es dos, así u_1 y u_2 determinan \dot{q}_{d1} y \dot{q}_{d2} . Esta selección de ψ en las ecuaciones del motor, puede interpretarse, para la parte eléctrica, como un balance de voltajes igualados a cero.

Considere el siguiente conjunto de valores de las coordenadas del modelo

$$\dot{q}_{d3} = 0, \dot{q}_{d4} = \gamma$$

como referencias a las corrientes en el rotor, sustituyéndolos en (3.6), resulta

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \ddot{u}_1 + \omega_s \{ L_s \dot{q}_{d2} + L_{sr} \beta \} + v(L_s \dot{q}_2 + L_{sr} \dot{q}_4) \dot{q}_{d5} - R_s \dot{q}_{d1} \\ \psi_2 &= \ddot{u}_2 - \omega_s \{ L_s \dot{q}_{d1} \} - v(L_s \dot{q}_1 + L_{sr} \dot{q}_3) \dot{q}_{d5} - R_s \dot{q}_{d2} \\ \psi_3 &= \quad + \omega_s \{ L_{sr} \dot{q}_{d2} + L_r \beta \} \\ \psi_4 &= \quad - \omega_s \{ L_{sr} \dot{q}_{d1} \} - R_r \beta \\ \psi_5 &= - \{ v J \dot{q}_{d5} + v((L_s \dot{q}_2 + L_{sr} \dot{q}_4) \dot{q}_{d1} - (L_s \dot{q}_1 + L_{sr} \dot{q}_3) \dot{q}_{d2}) + v b \dot{q}_{d5} - v T_L \} \end{aligned}$$

de donde se obtienen los siguientes valores de referencia:

$$\dot{q}_{d1} = -\frac{y_d}{L_{sr}\gamma}$$

$$\dot{q}_{d2} = -\frac{L_r}{L_{sr}}\gamma$$

$$\ddot{q}_{d5} = -\frac{1}{J}(b\dot{q}_{d5} + (L_s\dot{q}_2 + L_{sr}\dot{q}_4)\dot{q}_{d1} - (L_s\dot{q}_1 + L_{sr}\dot{q}_3)\dot{q}_{d2} + T_L)$$

donde γ es una constante. Note que \dot{q}_{d1} , \dot{q}_{d2} , \dot{q}_{d3} , \dot{q}_{d4} están acotadas y esto garantiza que \dot{q}_{d5} es también acotada. Además \dot{q}_{d5} tiende al punto de equilibrio de \dot{q}_5 , el cual es estable.

Aplicando las leyes de control en lazo cerrado al modelo de inducción:

$$\begin{aligned} u_1 &= - (L_s\dot{q}_{d2} + L_{sr}\dot{q}_{d4})\omega_s - (L_s\dot{q}_2 + L_{sr}\dot{q}_4)v\dot{q}_{d5} - \frac{R_s}{L_{sr}}y_d \\ u_2 &= (L_s\dot{q}_{d1} + L_{sr}\dot{q}_{d3})\omega_s + (L_s\dot{q}_1 + L_{sr}\dot{q}_3)v\dot{q}_{d5} - \frac{R_s L_r}{L_{sr}}\gamma \end{aligned} \quad (3.8)$$

la frecuencia de deslizamiento resulta una constante:

$$\omega_s = \frac{R_r \gamma}{L_{sr} \dot{q}_{d1}}$$

Entonces el vector ψ tenderá a cero, y bajo estas leyes de control el sistema en lazo cerrado converge hacia la referencia deseada con todas las señales acotadas y con estabilidad interna.

Para reducir la sensibilidad a ciertos parámetros que determinan el amortiguamiento natural del sistema, (como los de la matriz R) se añade un término proporcional en los controles anteriores.

$$\begin{aligned} u_1 &= -(L_s \dot{q}_{d2} + L_{sr} \dot{q}_{d4}) \omega_s - (L_s \dot{q}_2 + L_{sr} \dot{q}_4) v \dot{q}_{d5} - \frac{R_s}{L_{sr} \gamma} y_d - k_p e_1 \\ u_2 &= (L_s \dot{q}_{d1} + L_{sr} \dot{q}_{d3}) \omega_s + (L_s \dot{q}_1 + L_{sr} \dot{q}_3) v \dot{q}_{d5} - \frac{R_s L_r}{L_{sr}} \gamma - k_p e_2, \quad k_p > 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Estas leyes de control requieren de la retroalimentación completa del vector de estado, el cual no es totalmente medible, así que se propondrá el uso de un observador de estado en el capítulo 4.

3.2.3 Estabilización de Sistemas en Cascada

Dados dos sistemas globalmente asintóticamente estables (GAS), si se conectan en cascada, generalmente este sistema aumentado no es un sistema GAS. Sin embargo, se ha demostrado en estudios recientes, [12], requerimientos más restrictivos hacen que el sistema en cascada sea GAS. Debido a eso, se requiere del establecimiento de condiciones para la estabilización global de sistemas en cascada.

El siguiente resultado [12], demuestra que la estabilidad global de un sistema en cascada, como el que se muestra en la figura 3.1, puede lograrse si el primer sistema Σ_2 es estrictamente pasivo para una salida y_2 la cual expande una parte del campo vectorial del segundo sistema Σ_1 (es decir, la parte del campo vectorial de Σ_1 que pertenece al espacio generado por el conjunto de salidas de Σ_2). También muestra las propiedades de disipación de energía, de la dependencia entre el campo vectorial de Σ_1 y la salida y_2 (que define un mapeo pasivo) de Σ_2 , necesarias para lograr la estabilización global.

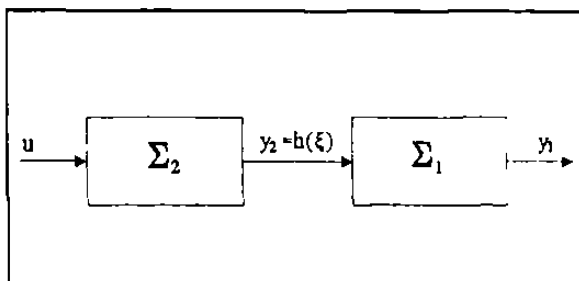


Fig. 3.1 Sistema en cascada.

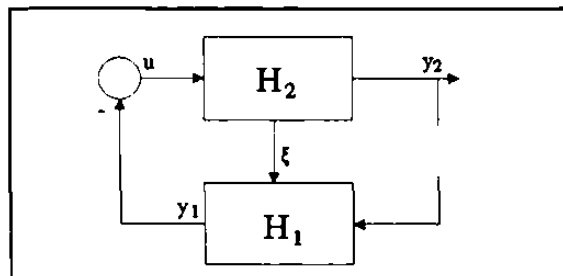


Fig. 3.2 Interconexión de operadores pasivos

Considere el sistema no-lineal en cascada:

$$\Sigma_C : \begin{cases} \dot{x} = f(x, \xi), & x \in \mathbb{R}^n, \xi \in \mathbb{R}^v & (a) \\ \dot{\xi} = m(\xi) + G(\xi)u, & u \in \mathbb{R}^m & (b) \end{cases} \quad (3.10)$$

donde $f: \mathbb{R}^{n+v} \rightarrow \mathbb{R}^n$, $m: \mathbb{R}^v \rightarrow \mathbb{R}^v$ y $G: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^v$ pertenecen a C^∞ , y asuma que:

A1) El sistema $\dot{x} = f(x, 0)$, $x \in \mathbb{R}^n$ tiene en $x=0$ un punto de equilibrio globalmente asintóticamente estable (GAS).

A2) El sistema $\dot{\xi} = m(\xi)$ también es GAS.

Con el propósito de determinar una ley de control $u(x, \xi)$ tal que el sistema Σ_C resulte una interconexión retroalimentada de dos operadores estrictamente pasivos, se considerará la siguiente proposición. Entonces, la estabilidad asintótica global del sistema en lazo cerrado será determinada por la propiedad de pasividad estricta del mapeo en la retroalimentación del lazo.

Proposición 3.9 [12]: Considere el sistema en cascada (3.10) bajo la hipótesis A1, Σ_C es estabilizable si:

A2') el subsistema (3.10b) define un operador estrictamente pasivo $H_2: u \rightarrow y$ para una salida $y = h(\xi): \mathbb{R}^v \rightarrow \mathbb{R}^m$, la cual satisface la condición de expansión:

$$f(x, \xi) - f(x, 0) = \sum_{j=1}^m y_j f_j(x, \xi) \quad (3.11)$$

para algunas funciones $f_j: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^v \rightarrow \mathbf{R}^n$, $j = 1, \dots, m$. Además, una ley estabilizante está dada por:

$$u_j(x, \xi) \triangleq -\nabla_x V(x)^T f_j(x, \xi), \quad j = 1, \dots, m \quad (3.12)$$

■

Demostración: Definiendo para el sistema (3.10b) un operador $H_2: u \rightarrow y$, como:

$$H_2 : \begin{cases} \dot{\xi} = m(\xi) + G(\xi)u \\ y = h(\xi) \end{cases}$$

el cual, bajo la condición A2' es estrictamente pasivo, es decir, de la definición 3.4:

$$\int_0^t y^T u \, d\tau \geq V_2(\xi(t)) - V_2(\xi(0)) + \int_0^t \beta_2(|\xi|) \, d\tau \quad (3.13)$$

Bajo las condiciones de expansión y A1 se puede definir para el sistema (3.10a) un operador $H_1: y \rightarrow v$, donde la entrada de (3.10b) estará dada por la salida del subsistema (3.10a) y la salida de (3.10b) es escogida como:

$$H_1 : \begin{cases} \dot{x} = f(x, 0) + \sum_{j=1}^m y_j f_j(x, \xi) \\ v_j = \nabla_x V_1^T f_j(x, \xi), \quad j = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

entonces,

$$\begin{aligned} \int_0^t v^T y \, d\tau &= \sum_{j=1}^m \int_0^t \nabla_x V_1^T f_j(x, \xi) y_j \, d\tau \\ &= \int_0^t \nabla_x V_1^T \left(\sum_{j=1}^m f_j(x, \xi) y_j \right) \, d\tau \\ &= \int_0^t \nabla_x V_1^T [\dot{x} - f(x, 0)] \, d\tau \end{aligned}$$

$$\int_0^t v^T y \, d\tau = V_1(x(t)) - V_1(x(0)) + \int_0^t \beta_1(|x|) \, d\tau \quad (3.14)$$

donde:

$$\beta_1(|x|) = - \int_0^t \nabla_x V_1 f(x, 0) \, d\tau$$

es una función de clase \mathcal{K} , cuya existencia está garantizada por la condición de estabilidad A1. Por lo tanto, H_2 es también un operador estrictamente pasivo.

Seleccionando la ley de control (3.11):

$$\begin{aligned} u_j(x, \xi) &= -v_j \\ u_j(x, \xi) &= -\nabla_x V(x)^T f_j(x, \xi), \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (3.15)$$

se obtiene una interconexión retroalimentada de operadores pasivos, como la representada en la figura 3.2, para $y_1 = v$ $y_2 = y$.

Para probar que el sistema general es GAS, se propone la siguiente función candidato de Lyapunov:

$$V_T(t) = V_1(t) + V_2(t)$$

De las ecuaciones anteriores (3.13), y utilizando (3.15) se obtiene que:

$$V_1(t) + V_2(t) \leq V_1(0) + V_2(0) - \int_0^t \beta_1(|x|) \, d\tau - \int_0^t \beta_2(|\xi|) \, d\tau$$

entonces,

$$V_T(t) - V_T(0) \leq - \int_0^t \beta_T(\tau) d\tau$$

donde $\beta_T(t) = \beta_1(|x|) + \beta_2(|\xi|)$

$$\begin{aligned} \dot{V}_T(t) &\leq -\beta_T(t), & \beta_T(t) &> 0 \quad \forall t \\ \dot{V}_T(t) &< 0 \end{aligned}$$

Satisface la condición de Lyapunov para estabilidad asintótica. La prueba también puede ser completada utilizando el teorema 6 de [18] donde se da una conexión precisa entre "disipatividad" y estabilidad asintótica.

□

Caso del motor de inducción

Reescribiendo las ecuaciones del sistema del motor de inducción Σ_{NI} , se obtiene el siguiente sistema en cascada:

$$\Sigma_C^* : \begin{cases} \dot{x} = f_2(x, \xi), & x \in \mathbb{R}, \xi \in \mathbb{R}^4 \\ \dot{\xi} = f_1(\xi) + G(\xi)\bar{u}, & \bar{u} \in \mathbb{R}^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(a)} \\ \text{(b)} \end{array}$$

donde:

$$\begin{aligned} x &= \omega \\ \xi &= x = (i_{sd} \ i_{sq} \ i_{rd} \ i_{rq})^T \end{aligned}$$

Escogiendo la entrada como en (2.10):

$$\bar{u} = u - \bar{M}^T c(x)\omega \quad (3.16)$$

donde $\bar{M}^T = [\mathbb{I}_2 \ 0_2]$ y las siguientes matrices se escriben como en (2.11)

$$f_1(\xi) = \omega_s \begin{pmatrix} -\frac{L_r}{\delta} R_s \xi_1 - \xi_2 + \frac{L_{sr}}{\delta} R_r \xi_3 \\ \xi_1 - \frac{L_r}{\delta} R_s \xi_2 + \frac{L_{sr}}{\delta} R_r \xi_4 \\ \frac{L_{sr}}{\delta} R_s \xi_1 - \frac{L_s}{\delta} R_r \xi_3 + \xi_4 \\ \frac{L_{sr}}{\delta} R_s \xi_2 - \xi_3 - \frac{L_s}{\delta} R_r \xi_4 \end{pmatrix}, \quad G(\xi) = \begin{pmatrix} \frac{L_r}{\delta} & 0 \\ 0 & \frac{L_r}{\delta} \\ -\frac{L_{sr}}{\delta} & 0 \\ 0 & -\frac{L_{sr}}{\delta} \end{pmatrix}$$

$$f(x, \xi) = -\frac{b}{J}x + \frac{1_{sr}}{J}\{\xi_2\xi_3 - \xi_1\xi_4\} - \frac{1}{J}T_L.$$

la frecuencia de deslizamiento ω_s será considerada constante y $\delta = L_s L_r - L_{sr}^2$ es la raíz del determinante de D.

En el caso del motor de inducción, el cual es estable, se busca la estabilización del sistema en un valor de referencia deseado, aprovechando la propiedad de pasividad del modelo (proposición 3.7), se obtendrá una ley para esta clase de sistemas en cascada utilizando el resultado anterior. Nótese que el modelo del motor de inducción representado bajo esta forma, se caracteriza por tener un subsistema que está formado por un conjunto de ecuaciones diferenciales, las cuales representan la dinámica de las corrientes y un segundo subsistema que determina la dinámica de la velocidad angular del motor.

Reescribiendo el sistema Σ_C^* como:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} D_e \dot{\xi} + C_c(\xi) \xi + R_e \xi = \bar{M} \bar{u} & (a) \\ \dot{x} = -\frac{b}{J}x + \frac{1_{sr}}{J}(\xi_2 \xi_3 - \xi_1 \xi_4) - \frac{T_L}{J} & (b) \end{cases}$$

Bajo esta nueva representación, considerando cero par de carga ($T_L=0$), se calculará la ley de control estabilizante. Primero se verificarán las condiciones para que sea esto posible.

A1)

$$f_2(x, 0) = -\frac{b}{J}x \quad b, J > 0$$

entonces, $f_2(x, 0)$ es GAS.

A2') $\Sigma_{NL}(a)$ define un mapco pasivo entre u_1, u_2 y las salidas:

$$\begin{aligned} y_1 &\triangleq \xi_1 \\ y_2 &\triangleq \xi_2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Para las cuales se satisface la propiedad de expansión (3.11) de la aplicación $f_2(x, \xi)$:

$$f_2(x, \xi) - f_2(x, 0) = \frac{L_{sr}}{J}(\xi_2 \xi_3 - \xi_1 \xi_4) = \sum_{j=1}^2 y_j f_{2j}(x, \xi)$$

donde resulta que:

$$\begin{aligned} f_{21} &= -\frac{L_{sr}}{J}\xi_4 \\ f_{22} &= \frac{L_{sr}}{J}\xi_3 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Para calcular la ley de control estabilizante considere la siguiente función candidato de Lyapunov:

$$V(x) = \frac{1}{2}x^2 \quad (3.21)$$

la cual es una función de Lyapunov para $\dot{x} = f_2(x, 0)$, donde:

$$\dot{V}(x) = -\frac{b}{J}x^2 \leq 0, \quad b, J > 0$$

Utilizando (3.12), la ley de control retroalimentada para la interconexión de los operadores pasivos resulta ser:

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{L_{sr}}{J}x\xi_4 \\ \frac{L_{sr}}{J}x\xi_3 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Note que esta ley estabilizante depende de ξ_3 y de ξ_4 que representan las corrientes en el rotor, las cuales no son medibles. Para resolver este problema, se requerirá utilizar el observador que se describirá en el capítulo 4.

Con esta ley de control y considerando el par de carga nulo el sistema es estabilizado en el punto de equilibrio $\dot{q}=0$, al variar la carga el punto de equilibrio de la velocidad es modificado. Para resolver el problema de regulación del sistema, el modelo se reescribe en función del error como en (3.2):

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} D_c \dot{e}_c + C_c(u_3, x) e_c + R_c e_c = \bar{M} \bar{u} & (a) \\ \dot{x} = -\frac{b}{J}x + \frac{l_{sr}}{J}(\xi_2 \xi_3 - \xi_1 \xi_4) - \frac{T_L}{J} & (b) \end{cases}$$

donde: $e_c = \xi - \xi_d$ con ξ_d el valor deseado de ξ y

$$\bar{u} = \bar{u} - \bar{M}^T \{ D_c \dot{\xi}_d + C(u_3, x) \xi_d + R_c \xi_d \}$$

de tal forma que la nueva representación preserve las propiedades de disipación de energía del sistema en cascada. Entonces, este caso se reduce al método anterior de control pasivo de la sección 3.2.1 donde el controlador resultante es la ley de control (3.8) más un término de corrección dado por (3.22).

3.3 ALGORITMO DE SLOTINE-LI

Considere el caso cuando se requiere seguir una trayectoria deseada en vez de alcanzar un punto deseado. El problema de seguimiento de trayectoria, en el espacio de las coordenadas generalizadas, consiste en seguir una trayectoria deseada variante en el tiempo $q_d(t)$ y sus derivadas sucesivas $\dot{q}_d(t)$ y $\ddot{q}_d(t)$ que describen la velocidad deseada y aceleración deseada, respectivamente. Un simple controlador PD no siempre puede satisfacer las demandas dinámicas de seguimiento de trayectoria efectivamente, debido a esto se considerará el siguiente esquema para llevar a cabo un control de seguimiento de trayectoria exacto.

Para el modelo (3.1), considere el término de error de velocidad:

$$s \triangleq \dot{q} - \dot{q}_r = \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q} \quad (3.23)$$

donde $\dot{q}_r \triangleq \dot{q}_d - \Lambda \tilde{q}$ es el vector de referencia de velocidad formado por el corrimiento de velocidad deseada con respecto al error de seguimiento de posición $\tilde{q} = q - q_d$ y Λ es una matriz diagonal definida positiva. Esta manipulación de notación permite trasladar las propiedades relacionadas con la energía a propiedades de control de trayectoria.

El término s conlleva información acerca de q , \dot{q} ya que (3.23) puede ser vista como una ecuación diferencial de primer orden en \tilde{q} con s como una entrada, de la siguiente forma:

$$\dot{\tilde{q}} = -\Lambda \tilde{q} + s \quad (3.24)$$

Así, asumiendo condiciones iniciales acotadas, demostrando que s es acotada se demuestra también que el error de seguimiento de posición y de seguimiento de

velocidad son acotados y por lo tanto q y \dot{q} ; en forma similar la solución de (3.24) tenderá a cero si s tiende a cero.

Para el sistema en lazo cerrado, se puede demostrar que el error de seguimiento tiende a cero verificando la condición de Lyapunov.

Caso del motor de inducción

Reescribiendo las ecuaciones que describen el modelo del motor de inducción en la representación Euler-Lagrange Σ_{dq} , se tiene:

$$D\ddot{q} + C(\dot{q}, u_3)\dot{q} + R\dot{q} = \tau + \xi, \quad \tau = Mu \quad (3.25)$$

Asumiendo que la perturbación en la carga es conocida, considere la siguiente ley de control:

$$\tau = D\ddot{q}_r + C(\dot{q}, u_3)\dot{q}_r + R\dot{q}_r - \xi - K_D s \quad (3.26)$$

donde K_D es una matriz diagonal definida positiva.

Empleando esta ley de control, el sistema Σ_{dq} en lazo cerrado resulta:

$$D[\ddot{q} - \ddot{q}_r] + C(\dot{q}, u_3)[\dot{q} - \dot{q}_r] + R[\dot{q} - \dot{q}_r] + K_D s = 0$$

y utilizando las definiciones anteriores, se puede reescribir como:

$$Ds + C(\dot{q}, u_3)s + Rs + K_D s = 0 \quad (3.27)$$

la cual resulta una ecuación no-lineal de primer orden en términos de s .

Proposición 3.10: Considere el sistema en lazo cerrado (3.27), con el control dado por (3.26), entonces, los errores de seguimiento \tilde{q} , $\dot{\tilde{q}}$ convergen asintóticamente a cero si

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0$$

■

Demostración: Considere la siguiente función de Lyapunov:

$$V_s = \frac{1}{2} s^T D(q) s + \tilde{q}^T P \tilde{q} \quad (3.28)$$

donde $P = P^T = \Lambda K_D > 0$ (diagonal), define formalmente una función candidato de Lyapunov, la cual depende de los errores de seguimiento.

Procediendo como en (3.5), es fácil demostrar que la derivada en el tiempo de V a lo largo de las soluciones de (3.27) resulta ser:

$$\dot{V}_s = -s^T (R + K_D) s + 2\tilde{q}^T P \dot{\tilde{q}} \quad (3.29)$$

utilizando (3.23)

$$\begin{aligned} \dot{V}_s &= -s^T R s - (\dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q})^T K_D (\dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q}) + 2\tilde{q}^T \Lambda^T K_D \dot{\tilde{q}} \\ &= -s^T R s - \dot{\tilde{q}}^T K_D \dot{\tilde{q}} - \dot{\tilde{q}}^T K_D \Lambda \tilde{q} - \tilde{q}^T \Lambda K_D \dot{\tilde{q}} - \tilde{q}^T \Lambda K_D \Lambda \tilde{q} + 2\tilde{q}^T \Lambda K_D \dot{\tilde{q}} \\ &= -s^T R s - \dot{\tilde{q}}^T K_D \dot{\tilde{q}} - \tilde{q}^T \Lambda K_D \Lambda \tilde{q} < 0 \end{aligned}$$

Note que ahora la derivada de (3.28) depende de los errores de velocidad y posición, lo cual garantiza que el error de seguimiento converge asintóticamente a cero.

□

3.4 SIMULACIONES

La estabilización del motor fue analizada por medio de simulaciones, así como el funcionamiento de la ley de control. Las simulaciones fueron hechas para un motor de inducción de jaula de ardilla de cuatro polos, utilizando los siguientes valores numéricos, empleados en [7]:

Tabla 3.1 Valores Numéricos

$R_s = 0.687 \Omega$	$L_s = 81.3 \text{ mH}$
$R_r = 0.842 \Omega$	$J = 0.03 \text{ Kg-m}^2$
$L_s = 84.0 \text{ mH}$	$b = 0.01 \text{ Kg-m}^2/\text{seg.}$
$L_r = 85.2 \text{ mH}$	

3.4.1 Seguimiento en el Par Generado

Las simulaciones del sistema bajo la ley de control (3.9), fueron hechas considerando un valor constante en el par de carga de 50 N-m, con un valor de estado estable en el par generado (T) de 25 N-m y las condiciones iniciales $\dot{q} = [-21.87, -14.8, 0, 14.1, 1750]^T$.

Las gráficas presentadas en la figura 3.3, muestran la respuesta del par controlado, para dos experimentos utilizando una ganancia del término proporcional (k_p) de 0 y 10, ante un cambio tipo escalón en la referencia (T_d) del par eléctrico, inicialmente $T_d = 25 \text{ N-m}$ y en $t = 0.05 \text{ seg}$ se aplicó $T_d = 50 \text{ N-m}$.

En la figura 3.4, se presenta la respuesta de la velocidad angular.

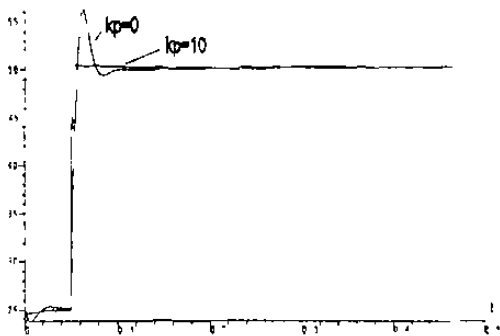


Fig. 3.3 Seguimiento en el par eléctrico

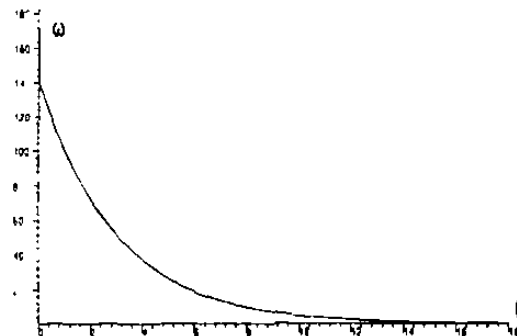


Fig. 3.4 Velocidad angular del rotor.

En la figura 3.5 y en la figura 3.6, se muestra la respuesta de las corrientes en el estator y las corrientes en el rotor, respectivamente, para las correspondientes simulaciones considerando diferente ganancia proporcional de 0, 10.

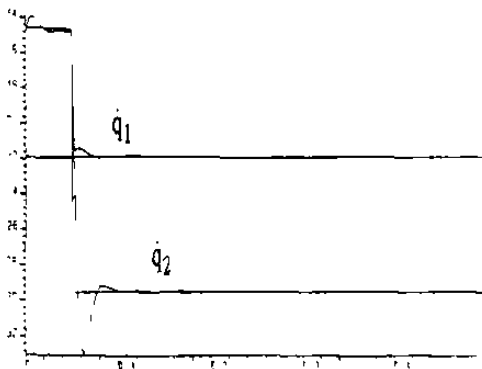


Fig. 3.5 Corrientes en el estator

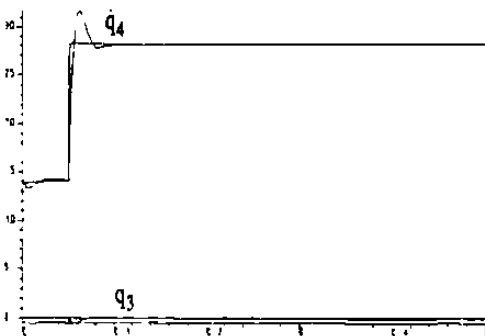


Fig. 3.6 Corrientes en el rotor

3.4.2 Estabilización del Sistema en Cascada

En las siguientes figuras se muestra, para un valor de $T_L=0$, como las corrientes son estabilizadas utilizando (3.22).

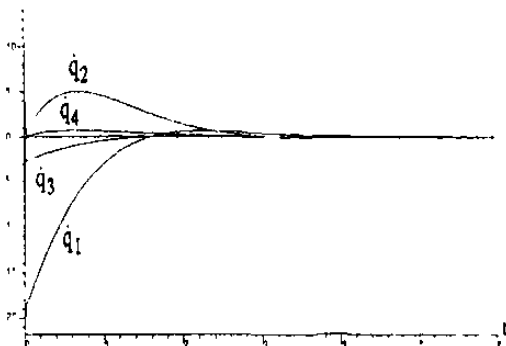


Fig. 3.7 Corrientes del motor i_{sq} , i_{cd} , i_{rq} , i_{rd}

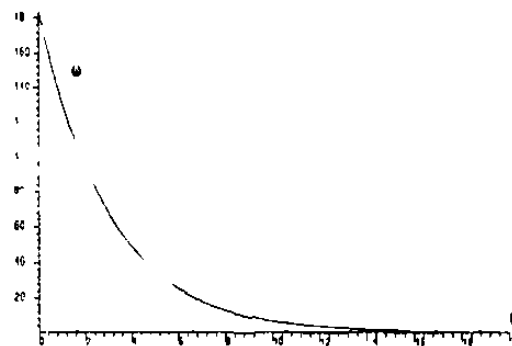


Fig. 3.8 Velocidad angular del rotor ω .

Con el fin de probar esta metodología en el seguimiento de un escalón de referencia en el par eléctrico, se obtuvo el siguiente resultado:

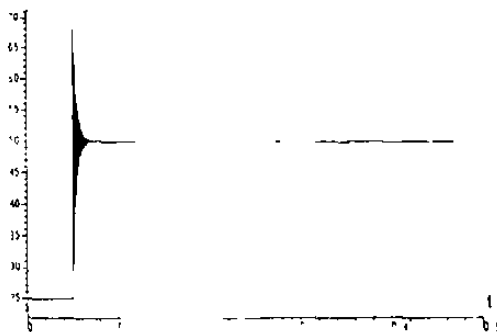


Fig. 3.9 Estabilización del par eléctrico en un valor deseado.

3.4.3 Algoritmo de Slotine-Li

Las simulaciones son obtenidas aplicando la ley de control (3.26) para lograr un exacto seguimiento, utilizando los valores de referencia calculados en (3.7). De la misma forma que en las simulaciones anteriores, inicialmente el valor deseado (T_d) para el seguimiento de un escalón en el par generado de 25 N-m a un valor deseado de 50 N-m y considerando el par de carga (T_l) constante de 50 N-m.

En seguida se muestra el resultado obtenido bajo este esquema de control, con las mismas condiciones iniciales para el vector de estado que en la sección 3.4.1, para los valores de $K_D = \text{diag}\{20, 20, 20, 20, 20\}$ y $\Lambda = I_5$, asumiendo que todo el vector de estado es medible.

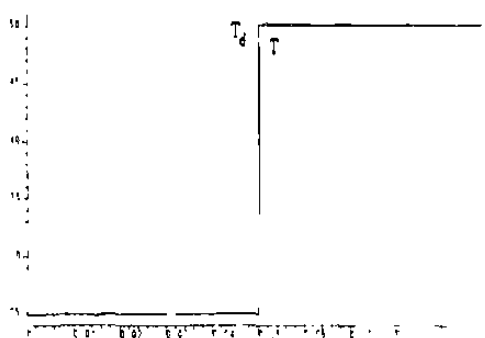


Fig. 3.10 Seguimiento en el par eléctrico

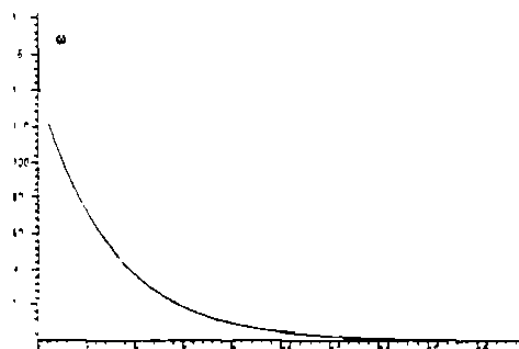


Fig. 3.11 Velocidad angular del rotor.

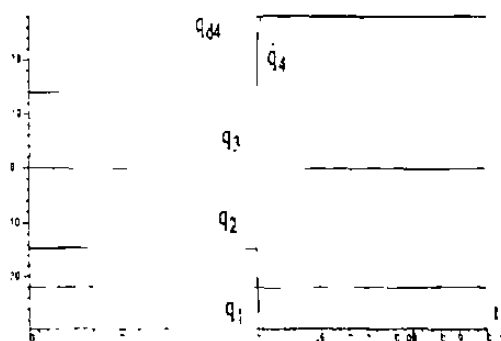


Fig. 3.12 Seguimiento en las corrientes.

Se puede apreciar que, en este caso, el seguimiento no es muy exacto.

3.5 CONCLUSIONES

En este capítulo, se analizaron las propiedades de entrada-salida del sistema descrito por las ecuaciones Euler-Lagrange. Dado que este sistema define un mapeo estrictamente pasivo, resulta ser estable con un punto de equilibrio globalmente asintóticamente estable, que será distinto de cero para una función de entrada $u(\cdot)$ distinta de cero.

En los resultados de simulación, se aprecia como el principal objetivo, el de seguimiento en el par eléctrico, fue alcanzado asintóticamente, así como el control de las corrientes, utilizando cualquiera de los esquemas de control propuestos. También se puede apreciar que el controlador basado en pasividad presentado en la sección 3.2 tiene un mejor desempeño que el calculado para estabilizar sistemas en cascada.

Por último, se puede concluir que el algoritmo de Slotine-Li no es aplicable al caso del motor de inducción, debido a que este depende de la retroalimentación (conocimiento) del vector q , el cual representa las cargas eléctricas en los conductores del estator y el rotor (\dot{q} representa las corrientes), lo cual no es físicamente realizable.

INTRODUCCIÓN

Existen muchos sistemas en los cuales un desempeño aceptable puede ser alcanzado retroalimentando sólo las variables de estado accesibles para la medición. Frecuentemente no es posible lograr esto utilizando únicamente las variables medibles. Si el sistema es observable es posible estimar aquellas variables de estado que no son directamente medibles, utilizando los datos de medición disponibles. Con el uso de los estimados de las variables de estado, en lugar de emplear las mediciones, usualmente puede alcanzarse ese desempeño aceptable del sistema. En muchas circunstancias resultan ser preferibles en vez de las mediciones directas, debido a que el error introducido por los instrumentos que proporcionan estas mediciones puede ser más grande que el error en la estimación de estas variables, como en el caso del robot, el cual será mencionado más adelante.

Un sistema dinámico cuyas variables de estado son los estimados de las variables de otro sistema es llamado observador del sistema último. Este término fue introducido por D. Luenberger en 1963. Luenberger demostró que, para algún sistema lineal observable, un observador puede ser diseñado teniendo la propiedad de que el error de estimación (la diferencia entre el estado del sistema original y del estado del observador) puede hacerse cero tan rápido como se desee.

En los sistemas no-lineales la aplicación es la misma pero en diferente forma, ya que se puede aplicar un observador lineal al sistema linealizado, siempre y cuando esto sea factible; de otra forma un observador no-lineal tendría que ser dado para un caso específico. Otra manera es llevar el sistema a una forma canónica observable para la cual ya exista una estructura del observador no-lineal, tal es el caso del observador no-lineal para una clase de sistemas afines en el estado presentados en [13], el cual es presentado en la sección dos. Después se definirán otros tipos de observador para un sistema Euler-Lagrange.

4.1 DEFINICIÓN DE OBSERVABILIDAD

Para poder definir la observabilidad en sistemas no-lineales se requiere de las siguientes consideraciones y definiciones, en la misma forma que en el capítulo 3.

Considere el siguiente sistema no-lineal afín en la entrada:

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i & u = (u_1, \dots, u_m) \in U \subset \mathbb{R}^m \end{cases}$$

donde U es el espacio de funciones de entrada, x son coordenadas locales en una variedad suave M (variedad del espacio-estado) y f, g_1, \dots, g_m son campos vectoriales suaves sobre M , bajo la misma suposición hecha en el capítulo 3 acerca del espacio U y del conjunto de controles admisibles. Sea el mapeo de salida:

$$y_i = h_i(x) \quad i = 1, 2, \dots, p$$

donde $h = (h_1, \dots, h_p): M \rightarrow Y = \mathbb{R}^p$ es un mapeo suave.

El término $y(t, 0, x_0, u)$ denota la salida de Σ para u con condición inicial $x(0) = x_0$ y $t \geq 0$.

Definición 4.1 [1]: Dos estados $x_1, x_2 \in M$ se dice que serán *indistinguibles* si para cada función de entrada admisible u , la salida $y(t, 0, x_1^0, u)$ de Σ para $x(0) = x_1^0$ y la salida $y(t, 0, x_2^0, u)$ de Σ para $x(0) = x_2^0$, son idénticas sobre su dominio común. ■

Definición 4.2: El sistema Σ se dice *observable* si para cada x_1, x_2 indistinguibles implica que $x_1 = x_2$. ■

Nótese que esta definición no significa que toda $u(\cdot)$ distinga puntos de M . Sin embargo, si la función de salida es la suma de una función del estado inicial y una función de la entrada, como en sistemas lineales, entonces si alguna entrada distingue dos estados iniciales toda $u(\cdot)$ lo hará.

4.2 OBSERVADORES

En esta sección se estudia la aplicación de los observadores para resolver el problema de control en las distintas representaciones del modelo del motor consideradas en este trabajo.

4.2.1 Observador No-Lineal para una clase de Sistemas No-Lineales

El sistema de la forma:

$$\Sigma_{AF}: \begin{cases} \dot{x} = A(u,y) x + \varphi(u,y) \\ y = C x \end{cases}$$

es un sistema no-lineal en una forma canónica observable, donde $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $y(t) \in \mathbf{R}^p$, $u(t) \in \mathbf{R}^m$; $A(u,y)$ es una matriz que depende no-linealmente sobre u, y ; C es una matriz constante y $\varphi(u, y)$ es vector no-lineal dependiente de u, y .

Note que para una función de entrada fija $u(t)$ y una función de salida $y(t)$, Σ_{AF} es un sistema lineal variante en el tiempo.

Sea la matriz $\phi_u(t, t_0)$ la única solución de $\frac{d}{dt}\phi_u(t, t_0) = A(u, y)\phi_u(t, t_0)$ en $GL(n, \mathbb{R})$, tal que $\phi_u(t, t) = \mathbb{I}$, donde \mathbb{I} es la matriz identidad, y $\phi_u(t, t_0) = \phi_u(t_0, t)^{-1} \forall t \geq t_0$. Además, la matriz:

$$W_{[t, t_1]}(u) = \int_t^{t_1} \phi_u^*(\tau, t) C^* C \phi_u(\tau, t) d\tau$$

es el Gramiano de observabilidad sobre $[t, t_1]$.

Contrariamente a los sistemas lineales, la observabilidad de los sistemas no-lineales depende de la entrada, por eso se hace notar lo siguiente.

Definición 4.3 [20]: Una entrada $u(\cdot)$ es *universal*, si ella distingue toda pareja de puntos x_1, x_2 distintos ($x_1 \neq x_2$).

■

Si $u(\cdot)$ es universal sobre $[t, t_1]$ entonces $W_{[t, t_1]}(u)$ es una matriz simétrica definida positiva. Además, una entrada universal $u(\cdot)$ tiene la propiedad de siempre que dos estados son distinguidos por una entrada, ellos son distinguidos por $u(\cdot)$.

Debido a que no existe un observador no inicializado, ver [13], para este tipo de entradas se define el siguiente tipo de entradas que mantienen estas propiedades.

Definición 4.4: Una entrada $u \in \mathcal{U}$ es *regularmente persistente* para Σ_{AF} si existen $t_1 > 0$, $t > 0$ y $\alpha > 0$ tales que:

$$W_{[t, t_1]}(u) \geq \alpha \mathbb{I} \quad \forall t_1 \geq t$$

■

Teorema 4.5: Si $u(\cdot)$ es regularmente persistente, entonces el sistema definido por:

$$O_{AP} : \begin{cases} \dot{z} = A(u,y)x + \varphi(u,y) - PC^T[Cz-y] \\ \dot{P} = \theta P + PA^T + AP - P^T C^T C P \end{cases}$$

es un observador no inicializado para $\Sigma_{\forall t}$. Donde $\theta \in \mathbf{R}^+$, $z(t) \in \mathbf{R}^n$ y $P \in PS(n, \mathbf{R})$ (el conjunto de matrices definidas positivas de dimensión $n \times n$ de $GL(n, \mathbf{R})$). Más precisamente, la norma del error de observación $\|e(t)\|$ tiende exponencialmente a cero.

$$|e(t)| \leq k e^{-\frac{\theta}{2}t}$$

■

Demostración: Sea $e(t) = z(t) - x(t)$ y la ecuación diferencial del error:

$$\dot{e} = \{A(u,y) - PC^T C\} e,$$

Considerando la siguiente función de Lyapunov

$$V = e^T P^{-1} e, \quad (4.1)$$

derivando con respecto al tiempo, entonces

$$\dot{V} = \dot{e}^T P^{-1} e + e^T \frac{d}{dt}[P^{-1}] e + e^T P^{-1} \dot{e} \quad (4.2)$$

y

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[P^{-1}] &= -P^{-1} \dot{P} P^{-1} \\ &= -P^{-1} \{\theta P + A^T(u,y)P + PA(u,y) - PC^T C P\} P^{-1} \\ &= -\theta P^{-1} - P^{-1} A^T(u,y) - A(u,y) P^{-1} + C^T C \end{aligned}$$

Reemplazando estos resultados en (4.2),

$$\begin{aligned}\dot{V} &= e^T \{A^T(u,y) - C^T C P\} P^{-1} e - e^T P^{-1} \{A(u,y) - P C^T C\} e \\ &\quad + e^T \{-\theta P^{-1} - P^{-1} A^T(u,y) - A(u,y) P^{-1} + C^T C\} e,\end{aligned}$$

$$\dot{V} = -\theta e^T P^{-1} e - e^T C^T C e, \quad e^T C^T C e \geq 0$$

$$\dot{V} \leq -\theta e^T P^{-1} e = -\theta V,$$

$$V(t) \leq V(0) e^{-\theta t}$$

Como u es regularmente persistente, resulta que

$$P^{-1} > \alpha I$$

siendo α una constante positiva. Entonces,

$$V(t) = e^T P^{-1} e > \alpha \|e\|^2$$

$$\alpha \|e\|^2 < V(0) e^{-\theta t}$$

$$\|e(t)\| \leq k \|e(0)\| e^{-\frac{\theta}{2} t}$$

donde $k = \sqrt{\frac{V(0)}{\alpha}}$ y la velocidad de convergencia es seleccionada arbitrariamente por el parámetro θ .

□

Aplicación al Motor de Inducción

Uno de los problemas en el control del motor de inducción es la medición incompleta del estado, ya que típicamente las únicas variables del sistema disponibles son i_{sd} , i_{sq} y ω , mientras que los flujos en el rotor requieren para su medición de la instalación de sensores ó de transductores de efecto Hall en el estator lo cual no es posible, en general, para máquinas de jaula de ardilla.

Además, existe el problema de estimación del par mecánico y de la resistencia del rotor, los cuales se consideran constantes pero desconocidos, debido a el caso de variaciones en la carga que podrían ser sensadas pero usualmente en la practica se prefiere obtener un estimado, en vez de utilizar transductores, y en el caso de la resistencia a causa del calentamiento en el rotor ésta varia hasta un rango de $\pm 50\%$ de su valor nominal.

Con el objetivo de solucionar el problema de la medición incompleta del estado y el desconocimiento del par mecánico, se propone la construcción de un observador asumiendo que la resistencia del rotor es un parámetro conocido. En el capítulo 5, se considerará el caso donde se requiere estimar esta última.

Para la aplicación del observador O_{AF} , requiere de las ecuaciones dinámicas que describen el sistema más un término de corrección. En este caso, con el propósito de dar una solución al problema de la estimación del par mecánico, se define un nuevo vector de estado:

$$x \triangleq (\omega_r, i_{rd}, i_{rq}, T_L)^T \quad (4.3)$$

Con el cual, se puede demostrar fácilmente que reescribiendo las ecuaciones de Σ_{dq} (2.5), el sistema puede representarse de la forma Σ_{AF} , donde:

$$A(u, y) \triangleq \begin{pmatrix} 0 & \frac{L_{sr}}{J}y_3 & -\frac{L_{sr}}{J}y_2 & -\frac{1}{J} \\ 0 & R_s \frac{L_r}{\delta} & (u_3 - v \frac{L_{sr}L_r}{\delta}y_1) & 0 \\ 0 & -(u_3 - v \frac{L_{sr}L_r}{\delta}y_1) & R_s \frac{L_s}{\delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

donde $\delta = L_{sr}^2 - L_s L_r$, es la raíz del determinante de D.

Con la ecuación de salida (que contiene los términos medibles):

$$y_1 = Cx = \omega$$

donde:

$$C \triangleq (1, 0, 0, 0)$$

y la matriz de inyección de la salida:

$$\varphi(u, y) \triangleq \begin{pmatrix} -\frac{h}{J} y_1 \\ -R_s \frac{I_{sr}}{\delta} y_2 - \frac{I_{sr} I_s}{\delta} y_3 y_1 - \frac{L_{sr} L_s}{\delta} u_2 \\ \frac{I_{sr} I_s}{\delta} y_2 y_1 + R_s \frac{I_{sr}}{\delta} - \frac{L_{sr}}{\delta} u_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Los estados $y_2 = i_{sd}$, $y_3 = i_{sq}$ son considerados como variables conocidas en todo tiempo, (salidas de otro subsistema).

Bajo esta nueva representación del sistema, la cual se puede demostrar que es observable, se propone el uso de un observador de estado no-lineal de la forma O_{AF} con

$$z \triangleq [\hat{\omega}_r, \hat{i}_{rd}, \hat{i}_{rq}, \hat{T}_1]^T$$

representa el estado observado.

De acuerdo al teorema 4.1, este observador converge asintóticamente al vector de estado (4.3) para un valor de θ fijo.

4.2.2 Observador en cascada

Para resolver el problema de medición del vector de estado en el motor de inducción y con el propósito de estimar el par de carga también, se construye un observador en cascada: un observador para el modelo de la parte mecánica que estimará el par de carga, el cual a su vez, depende de la parte eléctrica del sistema. La estimación del vector de estado de la parte eléctrica será obtenida usando un segundo observador.

Considere el modelo del Motor de inducción (2.9), simplificándolo resulta que:

$$\Sigma : \begin{cases} D_e \dot{x} + C_A(u_3, \omega) x + R_e x = \bar{M} u \\ \dot{\omega} = -\frac{b}{J} \omega + \frac{l_{sr}}{J} \{x_2 x_3 - x_1 x_4\} - \frac{1}{J} T_L \end{cases} \quad (4.4)$$

donde $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (i_{sd}, i_{sq}, i_{rd}, i_{rq})^T$ y

$$C_A(u_3, \omega) x = C_e(u_3, \omega) x - c(x) \omega = \begin{pmatrix} L_s u_3 J_2 & L_{sr} u_3 J_2 \\ L_{sr}(u_3 - v\omega) J_2 & L_r(u_3 - v\omega) J_2 \end{pmatrix} x$$

con la matriz antisimétrica: $J_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Observador de corrientes

Considere la parte eléctrica del sistema, la cual está expresada de la forma:

$$D_e \dot{x} + (C_A(u_3, \omega) + R_e) x = \bar{M} u$$

Un observador para este subsistema es:

$$D_e \dot{z} + (C_A(u_3, \omega) + R_e) z = \bar{M} u + (F + K_1) C_1^T (C_1 z - y_1) \quad (4.5)$$

donde $K_1 = K_1^T > 0$ y de la ecuación de salida la matriz C_1 está dada por:

$$y_1 = C_1 x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; \quad C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Y la matriz F es seleccionada como:

$$F = \begin{pmatrix} 0_2 & 0_2 \\ L_{sr} v \omega_2 & 0_2 \end{pmatrix}, \quad F C_1^T C_1 = F$$

tal que:

$$\begin{aligned} C_A - F &= \begin{pmatrix} L_s u_3^T J_2 & L_{sr} u_3^T J_2 \\ L_{sr} u_3^T J_2 & L_r (u_3 - v \omega) J_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} L_s u_3 J_2 & L_{sr} u_3 J_2 \\ -L_{sr} u_3^T J_2 & L_r (u_3 - v \omega) J_2 \end{pmatrix} = \tilde{C}_A(u_3, \omega) \end{aligned}$$

la cual resulta ser una matriz antisimétrica.

Definiendo el error de observación como:

$$E = z - x \quad (4.6)$$

el sistema en función del error resulta:

$$D_e \dot{E}_o + (C_A - \{F + K\} C_1^T C_1 + R_e) E_o = 0 \quad (4.7)$$

Proposición 4.6: Considere el sistema (4.4). Entonces

$$D_e \dot{z} + (C_A(u_3, \omega) + R_e) z = \bar{M} u + (F + K_1) C_1^T (C_1 z - y_1) \quad (4.8)$$

es un observador para (Σ) . Además, el error de observación E_o tiende a cero asintóticamente. ■

Demostración: Sea

$$V_O(E_o) = \frac{1}{2} E_o^T D_e E_o \quad (4.9)$$

una función de Lyapunov candidato para (4.7). Derivando (4.9) con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de (4.7):

$$\begin{aligned} \dot{V}_O(E_o) &= E_o^T D_e \dot{E}_o \\ &= E_o^T \{-(\dot{C}_\lambda + \tilde{K} + R_c) E_o\}, \quad \tilde{K} = K_1 C_1^T C_1 \\ \dot{V}_O(E_o) &= - E_o^T \{R_c + \tilde{K}\} E_o \leq 0 \end{aligned}$$

Entonces el sistema (4.7) es asintóticamente estable y el error E_o converge a cero. ■

Observador del Par Mecánico

Asumiendo que T_L es constante, las ecuaciones de la parte mecánica del modelo del motor se pueden reescribir como:

$$\dot{\omega} = -\alpha_1 \omega - \alpha_2 \{x_2 x_3 - x_1 x_4\} - \alpha_3 T_L \quad (4.10)$$

donde:

$$\alpha_1 = \frac{h}{J}, \quad \alpha_2 = \frac{L_{sr}}{J} \text{ y } \alpha_3 = \frac{1}{J}$$

La ecuación (4.10) puede expresarse matricialmente como sigue:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = A\eta + \varphi(\omega, x) \\ y_2 = C_2 \eta = \omega \end{cases} \quad (4.11)$$

donde:

$$\eta = \begin{bmatrix} \omega \\ T_L \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi(\omega, x) = \begin{bmatrix} -\alpha_1 \omega + \alpha_2 \{x_2 x_3 - x_1 x_4\} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Debido a que la matriz A es constante para este sistema se tiene el siguiente resultado.

Proposición 4.7: Considere los subsistemas (4.7) y (4.11) que describen la parte eléctrica y la parte mecánica del motor respectivamente, un observador para estos subsistemas es:

$$O_c : \begin{cases} D_e \dot{z} + (C_A(u_3, \omega) + R_e)z = \bar{M}u + (F + K)C_1^T(C_1 z - y_1) \\ \dot{\hat{\eta}} = A\hat{\eta} + \varphi(\omega, z) - K_2 C_2^T(C_2 \hat{\eta} - y_2) \end{cases} \quad (4.12)$$

donde K_2 es una matriz constante definida positiva de la forma:

$$K_2 = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \\ k_2 & k_3 \end{pmatrix}$$

Además, definiendo los errores de observación como:

$$\begin{aligned} E_o &= z - x \\ e_o &= \hat{\eta} - \eta \end{aligned} \quad (4.13)$$

y cuyas ecuaciones dinámicas están dadas por:

$$D_e \dot{E}_o + (C_A - \{F + K\}C_1^T C_1 + R_e)E_o = 0 \quad (4.14a)$$

$$\dot{e}_o = \tilde{A}e_o + \varphi(\omega, z) - \varphi(\omega, x) \quad (4.14b)$$

donde:

$$\tilde{A} = A - K_2 C_2^T C_2$$

Entonces los errores $e_o(t)$ y $E_o(t)$ convergen hacia cero cuando t tiende al infinito. ■

Demostración: Para analizar la convergencia del error, considere la siguiente función :

$$V_1(t) = \frac{1}{2}E_o^T D_e E_o + e_o^T P e_o \quad (4.15)$$

donde P es solución de la ecuación de Lyapunov:

$$\tilde{A}^T P + P \tilde{A} = -Q, \quad Q = Q^T > 0$$

Derivando a lo largo de las trayectorias de (4.14), se tiene

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(t) &= E_o^T D_e \dot{E}_o + e_o^T \{\tilde{A}^T P + P \tilde{A}\} e_o + 2e_o^T P \{\varphi(\omega, z) - \varphi(\omega, x)\} \\ &\leq -E_o^T \{R_e + \tilde{K}\} E_o - e_o^T Q e_o + 2\|e_o\| \|P\| \|\varphi(\omega, z) - \varphi(\omega, x)\|\end{aligned}$$

Asumiendo que $\|\varphi(\omega, z) - \varphi(\omega, x)\| \leq k^* \|E_o\|$ y $\|P\| = \delta_1 > 0$

$$\dot{V}_1(t) \leq -E_o^T \{R_e + \tilde{K}\} E_o - e_o^T Q e_o + 2\delta_1 k^* \|e_o\| \|E_o\| \quad (4.17)$$

donde aplicando la desigualdad de Young:

$$\|e_o\| \|E_o\| = \left(\frac{\|e_o\|}{\delta} \right) (\delta \|E_o\|) \leq \frac{1}{2} \delta^2 \|E_o\|^2 + \frac{1}{2\delta^2} \|e_o\|^2$$

para δ arbitrario, se obtiene:

$$\dot{V}_1(t) \leq -\|E_o\|^2 \lambda_{\min}(R_e + \tilde{K}) - \lambda_{\min}(Q) \|e_o\|^2 + \left\{ \frac{1}{2} \delta^2 \|E_o\|^2 + \frac{1}{2\delta^2} \|e_o\|^2 \right\} 2\delta_1 k^*$$

$$\dot{V}_1(t) \leq -\{\lambda_{\min}(R_e + \tilde{K}) - \delta_1 \delta^2 k^*\} \|E_o\|^2 - \{\lambda_{\min}(Q) - \frac{\delta_1 k^*}{\delta^2}\} \|e_o\|^2$$

donde \tilde{K} , δ son escogidas tal que:

$$\begin{aligned}\delta_1 k^* &< \delta^2 < \frac{\lambda_{\min}(R_e + \tilde{K})}{\delta_1 k^*}, \quad \lambda(Q) = 1 \\ \Rightarrow \dot{V}_1(t) &< 0\end{aligned}$$

Entonces, los errores de observación E_o y e_o convergen asintóticamente a cero.

□

El observador que resulta para (4.4) es uno en cascada de la forma:

$$O_c : \begin{cases} D_e \dot{z} + (C_A(u_3, \omega) + R_e)z = \bar{M}u + (F + K)C_1^T(C_1z - y_1) \\ \dot{\hat{\eta}} = A\hat{\eta} + \varphi(\omega, z) - K_2C_2^T(C_2\hat{\eta} - y_2) \end{cases} \quad (4.18)$$

4.2.3 Observador de Velocidades

Para la estructura Σ_{dq} (2.5) se han propuesto otra clase de observadores, similares a los utilizados en robótica. En el caso del robot, con el propósito de evitar la mala calidad de las mediciones de velocidad o del requerimiento de costosos transductores. En [14] intentan resolver el problema de control de seguimiento del robot resolviendo a la vez el problema de la medición del vector de velocidad \dot{q} utilizando solo las mediciones del vector de posición q .

El diseño de este observador depende del sistema resultante en lazo cerrado. Se propone modificar el conocido Controlador de Par Calculado (*CTC*), reemplazando la velocidad real por un estimado desde un observador lineal. Basándose en la idea de que este controlador linealiza el sistema, se obtiene un controlador que consiste en el Controlador de Par Calculado en combinación con un observador de velocidades lineal.

Un resultado similar es obtenido combinando este observador de velocidades con un controlador basado en pasividad (*PBC*), el cual preserva el mapeo de entrada-salida pasivo en lazo cerrado sin linealizar el sistema.

Esta metodología podría ser aplicada al problema del motor de inducción, ya que se desea conocer los valores de las corrientes del modelo, que en este caso, forman el vector de velocidades, pero esto resulta ser imposible debido a que se requiere la retroalimentación del vector q que representa las cargas eléctricas a través de los conductores del estator y rotor, lo cual impide su realización.

4.4 SIMULACIONES

En las siguientes simulaciones se considera el caso donde, para controlar el motor de inducción, se resuelve la incompleta medición de los estados y la estimación del par de carga utilizando los observadores estudiados a lo largo de este capítulo.

La convergencia del observador es analizada por medio de las siguientes gráficas, las cuales fueron obtenidas para el motor de inducción cuyos valores de los parámetros son los utilizados en el capítulo 3 (Tabla 3.1).

Considerando un valor constante en el par de carga de 50 N-m, las condiciones iniciales $\hat{q}(0) = [-21.87, -14.8, 0, 14.1, 1750]$ y $T = 25$ N-m. Las simulaciones muestran un cambio tipo escalón en la referencia del par eléctrico (T_d), inicialmente de 25 N-m y en $t = .05$ se aplica $T_d = 50$ N-m.

4.4.1 Control de par con Observador para una clase de sistemas

En esta sección se considera el caso del control del par generado utilizando el controlador (3.9) para $k_p = 20$ y el observador O_{AT} con las siguientes condiciones iniciales:

$$\begin{aligned}\hat{\omega}(0) &= 200, \\ \dot{\hat{q}}_3(0) &= -5, \\ \dot{\hat{q}}_4(0) &= 20, \\ \hat{T}_l(0) &= 45\end{aligned}$$

En la figura 4.1 se muestra el par generado que resulta de la aplicación de la ley de control empleando los valores de las corrientes en el estator observados para $\theta = 700$.

En la figura 4.2, se presenta la estimación del par mecánico considerando una carga constante de 50 N-m. Aquí se puede apreciar, comparando con la figura 4.6, como a partir de que el valor estimado de ω converge al valor de esta, ocurre un transitorio en la observación del par mecánico hasta alcanzar el valor real.

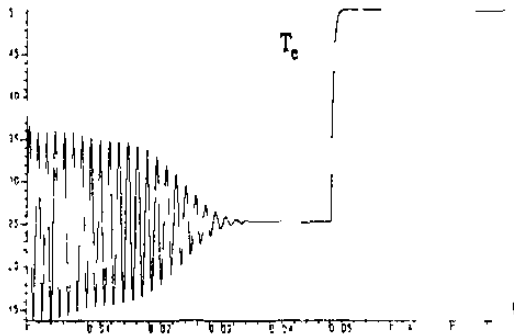


Fig. 4.1 Par eléctrico.

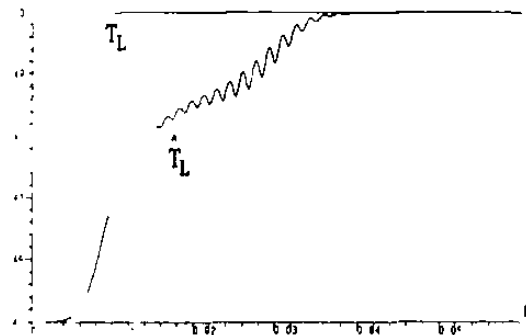


Fig. 4.2 Par mecánico y su observación.

En las figuras 4.3 y 4.4 se muestran las corrientes en el rotor i_{sd} y i_{sq} , respectivamente, junto con los estados observados de estas. La magnitud de las oscilaciones en la respuestas de los estados observados dependen del valor de θ , entonces estos transitorios son el resultado obtenido con este valor muy grande, escogido para tener una respuesta rápida. Esto es requerido ya que la velocidad de respuesta es afectada por la convergencia de la salida, la cual corresponde a la parte mecánica del sistema, es decir, a las dinámicas lentas.

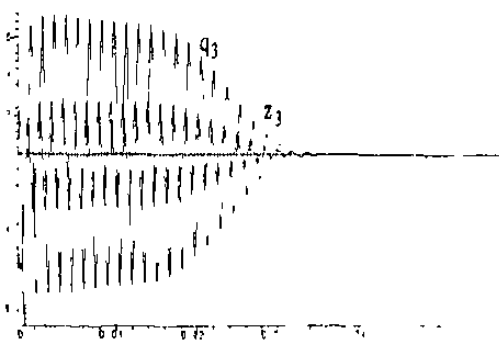


Fig. 4.3 Corriente en el eje directo del rotor

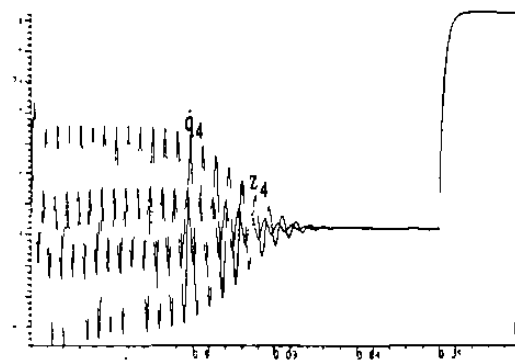


Fig. 4.4 Corriente en el eje cuadratura del rotor

El comportamiento de las corrientes en el estator i_{sd} y i_{sq} , ante estas perturbaciones, es mostrado en la figura 4.5. Finalmente, la velocidad angular del rotor y su valor observado se presentan en la figura 4.6.

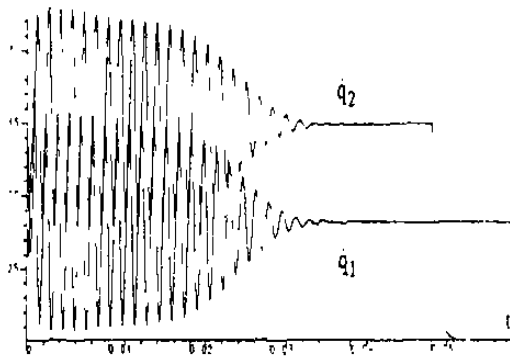


Fig. 4.5 Corrientes en el estator.

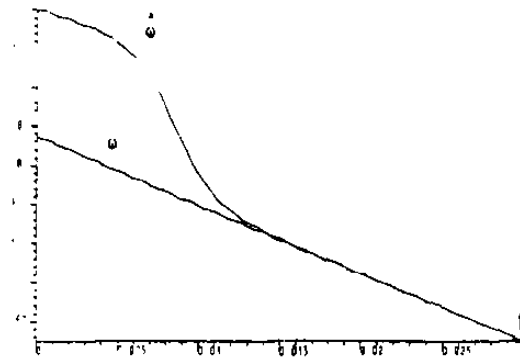


Fig. 4.6 Velocidad angular y su observación.

Este observador tiene la ventaja de que una vez que observa el valor correcto del estado, lo sigue exactamente.

4.4.2 Control del par con Observador en Cascada

Las siguientes gráficas son obtenidas bajo las mismas condiciones del punto anterior y la misma ley de control utilizando ahora, el observador calculado en la sección 4.2.2 para las ganancias del observador $K_1 = \text{diag}\{2, 2, 2, 2\}$ y $k_1 = 100$, $k_2 = -100$.

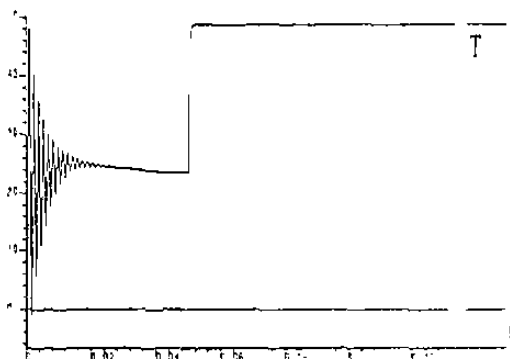


Fig. 4.7 Par eléctrico.

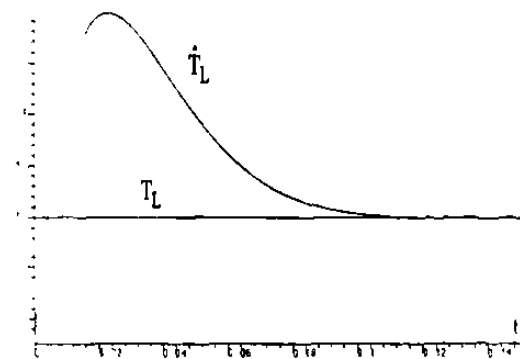


Fig. 4.8 Par mecánico y su estimado.

Se puede apreciar que a fin de obtener una respuesta rápida en la convergencia de este observador, se presentaron transitorios con oscilaciones más amplias que utilizando el observador anterior O_{VF} , además se requiere del ajuste de más parámetros.

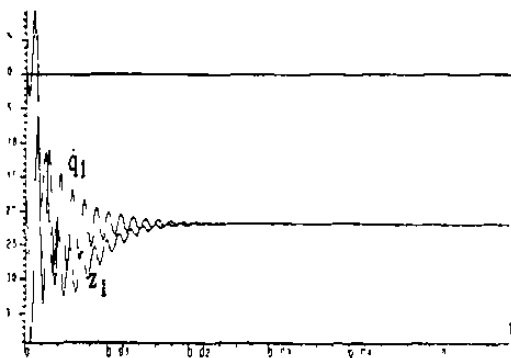


Fig. 4.9 Corriente en el eje directo del estator

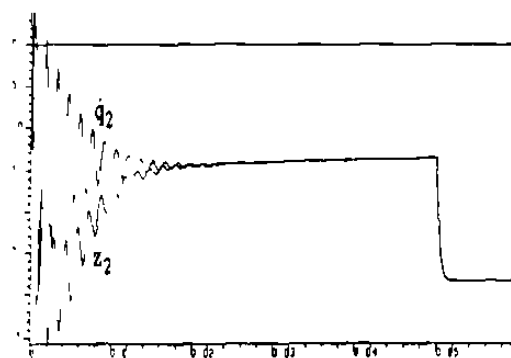


Fig. 4.10 Corriente en el cuadratura del estator

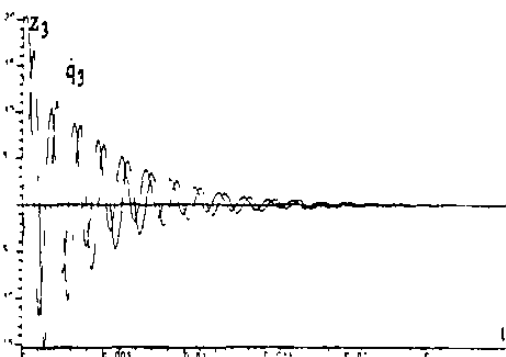


Fig. 4.11 Corriente en el eje directo del rotor

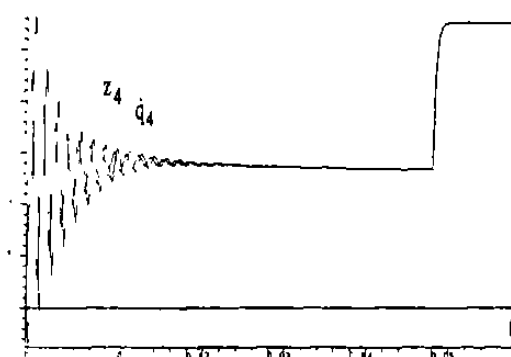


Fig. 4.12 Corriente en el cuadratura del rotor.

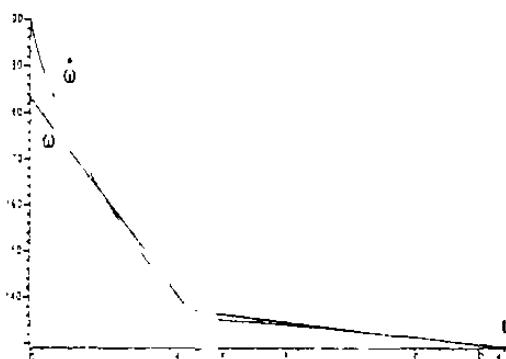


Fig. 4.13 Velocidad angular y su observación.

4.5 CONCLUSIONES

En este capítulo se presentaron diferentes tipos de observadores aplicables al modelo del motor de inducción. El observador O_{AF} es uno para una clase de sistemas no-lineales y el observador O_C es construido en cascada, para preservar la estructura Euler-Lagrange en la parte eléctrica, la cual converge a los valores verdaderos independientemente de la función de entrada.

Los observadores O_{AF} y O_C , como se demostró, resuelven el problema de estimación del par de carga, y se probó además que convergen asintóticamente a los valores reales, como se puede apreciar también en las simulaciones. Sin embargo, en las simulaciones se puede ver como el desempeño del observador afín en el estado O_{AF} es mejor comparado con el observador en cascada O_C , el cual tiene la desventaja de tener un transitorio de mayor amplitud. También se mostró el observador de velocidades, utilizado en robótica, el cual a pesar de que cumple con la estructura del motor de inducción, como ya se mencionó antes, no es aplicable a este caso.

CONTROL CON ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

INTRODUCCIÓN

En el capítulo 3, se propuso una ley de seguimiento que permite controlar el par generado por el motor de inducción, utilizando las propiedades de pasividad, considerando la medición completa del estado y el conocimiento de parámetros constantes como es el par mecánico y la resistencia del rotor. En el capítulo 4, para el mismo caso de control del par, se utilizó un observador no-lineal para obtener los estados no disponibles, además de estimar el par de carga. En este capítulo se considerará el control de un motor de inducción. Asumiendo que se desconocen el par mecánico y la resistencia del rotor, se calculará una ley de control que nos permita llevar la señal de la velocidad angular a una referencia dada, utilizando las técnicas basadas en pasividad presentadas en la sección 3.2.1.

Este capítulo está organizado de la siguiente manera: en la sección 5.1, se obtendrá una ley de control, basada en la propiedad de pasividad del motor de inducción, que regulará la velocidad angular. Finalmente, dado que la resistencia del rotor varía considerablemente durante la puesta en operación del motor, se propone un esquema adaptable para su estimación, que será presentado en la sección 5.2. Además de utilizar el observador en cascada presentado en la sección 4.2 para estimar el vector de estado el cual se considera que no es completamente medible. Resultados en simulación son presentados en la sección 5.3, donde se combinan todos los esquemas anteriores.

5.1 CONTROL DE LA VELOCIDAD

El problema de control puede ser formulado como sigue:

Se desea calcular una ley de control de seguimiento en la velocidad angular. Para ello, nótese que la ecuación dinámica que la describe no presenta una entrada con la cual pueda ser manipulada directamente. Por lo anterior, se propone controlarla, llevando las corrientes del motor a valores adecuados que permitan realizar el seguimiento en la velocidad, tomando en cuenta únicamente las entradas de voltaje.

Para este propósito se consideran las siguiente suposiciones:

- A1) Los parámetros del motor son conocidos exactamente excepto la resistencia del rotor R_r .
- A2) El par mecánico es considerado constante.
- A3) Las corrientes del estator y la velocidad angular son medibles.

Bajo esta condiciones, se diseñará una ley de control tal que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega = \omega_r$$

con todas las señales acotadas.

Considere el modelo del motor (2.9) descrito por:

$$D\dot{\bar{x}} + C(\bar{x}, u_1)\bar{x} + R\bar{x} = M u + \xi \quad (5.1)$$

donde las matrices D , $C(\bar{x}, u_1)$, R , M y los vectores \bar{x} , u , ξ son dados en (2.6) y (2.9).

Reescribiendo la ecuación (5.1) y separando la parte mecánica y la parte eléctrica del sistema, como en (4.15), el sistema resulta de la forma:

$$\Sigma : \begin{cases} D_e \dot{x} + C_e(u_3, \omega) x - c(x) \omega + R_e x = \bar{M} u \\ \dot{\omega} = -\frac{b}{J} \omega + \frac{1}{J} \{x_2 x_3 - x_1 x_4\} - \frac{1}{J} T_L \end{cases} \quad (5.2)$$

Debido a que se desea que el subsistema que representa la parte eléctrica del sistema general mantenga las propiedades de la estructura del sistema general, se escoge una entrada de la forma:

$$u = -\bar{M}^{-1} c(x) \omega + \bar{u} \in \mathbb{R}^2 \quad (5.3)$$

entonces, el sistema resultante es el siguiente:

$$\Sigma : \begin{cases} D_e \dot{x} + C_e(u_3, \omega) x + R_e x = \bar{M} \bar{u} \\ \dot{\omega} = -\frac{b}{J} \omega + \frac{1}{J} \{x_2 x_3 - x_1 x_4\} - \frac{1}{J} T_L \end{cases} \quad (5.4)$$

Considere la siguiente definición del error de seguimiento en las corrientes:

$$E = x - x_d$$

donde $x_d = (x_{d1}, x_{d2}, x_{d3}, x_{d4})^T$ es el valor deseado de x . La parte eléctrica puede reescribirse como:

$$D_e (\dot{x} - \dot{x}_d) + C_e(u_3, \omega) (x - x_d) + R_e (x - x_d) = \bar{M} \bar{u} - \{D_e \dot{x}_d - C_e(u_3, \omega) x_d + R_e x_d\}$$

en terminos del error, resulta:

$$D_e \dot{E}_c + C_e(u_3, \omega) E_c + R_e E_c = \psi \quad (5.5)$$

donde:

$$\psi = \bar{M}\bar{u} - \{ D_c \dot{x}_d + C_e(u_3, \omega) x_d + R_e x_d \}$$

Seguindo la metodología utilizada en 3.2.2, se escogerá el término ψ igual a cero para garantizar la convergencia del error de seguimiento a cero en la ecuación (5.5).

Proposición 5.1: Considere el sistema que representa al motor de inducción, descrito por (5.2). Además, aplicando los controles definidos por

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &= -u_3 \{ L_s x_{d2} + L_{sr} x_{d4} \} + R_s \beta \\ \bar{u}_2 &= u_3 \{ L_s \beta \} + R_s x_{d2} \end{aligned} \quad (5.6)$$

donde x_d es escogida tal que $\psi \equiv 0$. Entonces, bajo estas condiciones

$$\omega(t) \rightarrow \omega_r,$$

donde ω_r es un valor constante de referencia dado. ■

Demostración: La parte mecánica se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\dot{\omega} = -\frac{b}{J}\omega + f(E_c) + \zeta$$

donde:

$$\zeta = \frac{1}{J} \{ L_{sr} (x_{d2} x_{d3} - x_{d1} x_{d4}) - T_L \} \quad (5.7)$$

$$f(E_c) = \frac{1}{J} \{ x_2 x_3 - x_1 x_4 - (x_{d2} x_{d3} - x_{d1} x_{d4}) \} \quad (5.8)$$

Reescribiendo (5.8) en función del error E_c , resulta:

$$\begin{aligned} f(E_c) &= \frac{L_{sr}}{J} \{ x_2 x_3 - x_1 x_4 - (x_{d2} x_{d3} - x_{d1} x_{d4}) \} + (x_2 x_{d3} + x_1 x_{d4}) - \\ &\quad (x_2 x_{d3} + x_1 x_{d4}) + (x_{d2} E_{c3} + x_{d1} E_{c4}) - (x_{d2} E_{c3} + x_{d1} E_{c4}) \} \\ &= \frac{L_{sr}}{J} \{ E_{c2} E_{c3} + E_{c2} x_{d3} + x_{d2} E_{c3} - (E_{c1} E_{c4} + E_{c1} x_{d4} + x_{d1} E_{c4}) \} \end{aligned}$$

$$f(E_c) = \frac{I_{ref}}{J} \left(\frac{1}{2} E_c^T L E_c + x_d^T L E_c \right) \quad (5.9)$$

donde

$$L = \begin{pmatrix} 0 & J_2 \\ -J_2 & 0 \end{pmatrix}$$

Note que $f(E_c) \rightarrow 0$ cuando $E_c \rightarrow 0$, entonces la solución $\omega(t)$ de

$$\dot{\omega} = -\frac{b}{J}\omega + \zeta$$

será obtenida como sigue,

$$\begin{aligned} \left\{ \dot{\omega} + \frac{b}{J}\omega \right\} e^{\frac{b}{J}t} &= \zeta e^{\frac{b}{J}t} \\ \frac{d}{dt} \left\{ \omega e^{\frac{b}{J}t} \right\} &= \zeta e^{\frac{b}{J}t} \end{aligned}$$

integrando con respecto al tiempo desde 0 hasta t:

$$\omega(t)e^{\frac{b}{J}t} - \omega(0) = \frac{J}{b} \zeta [e^{\frac{b}{J}t} - 1] \quad (5.10)$$

$$\omega(t) = \frac{J}{b} \zeta - \left[\frac{J}{b} \zeta + \omega(0) \right] e^{-\frac{b}{J}t}$$

cuando $t \rightarrow \infty$, $\omega(t) = \alpha^{-1}\zeta$ donde $\alpha = b.J$. Entonces, escogiendo:

$$\zeta = \alpha \omega_r, \quad \omega(t) \rightarrow \omega_r \quad (5.11)$$

donde ω_r representa el valor de referencia constante de ω . Para poder acelerar la convergencia de la velocidad angular, la cual depende de la frecuencia natural del sistema, se le añade un término de corrección a ζ de la forma:

$$\zeta = \alpha \omega_r - k_\omega (\omega - \omega_r) \quad (5.12)$$

donde k_ω es una constante positiva. Entonces ζ tenderá a un valor constante.

Escogiendo los siguientes valores deseados de las corrientes:

$$\begin{aligned}x_{d1} &= \beta \\x_{d3} &= 0\end{aligned}\tag{5.13}$$

donde β es una constante. Sustituyendo estos valores en (5.7) se obtiene:

$$\zeta = -\frac{1}{J} \{ L_{sr} x_{d4} \beta + T_L \} \rightarrow x_{d4} = -\frac{1}{L_{sr} \beta} \{ J \zeta + T_L \}$$

debido a que x_d será seleccionada constante, entonces con $\frac{d}{dt} x_d = 0$ el vector ψ resulta:

$$\psi_1 = \tilde{u}_1 + u_3 \{ L_s x_{d2} + L_{sr} x_{d4} \} - R_s x_{d1}$$

$$\psi_2 = \tilde{u}_2 - u_3 \{ L_s x_{d1} + L_{sr} x_{d3} \} - R_s x_{d2}$$

$$\psi_3 = \omega_s \{ L_{sr} x_{d2} + L_r x_{d4} \} - R_r x_{d3}$$

$$\psi_4 = -\omega_s \{ L_{sr} x_{d1} + L_r x_{d3} \} - R_r x_{d4}$$

además, con la selección de:

$$\begin{aligned}x_{d2} &= -\frac{L_r}{L_{sr}} x_{d4} \\ \omega_s &= \frac{R_r}{L_{sr} \beta} x_{d4}\end{aligned}\tag{5.14}$$

finalmente ψ tiene la forma

$$\psi_1 = \tilde{u}_1 + u_3 \{ L_s x_{d2} + L_{sr} x_{d4} \} - R_s \beta$$

$$\psi_2 = \tilde{u}_2 - u_3 \{ L_s \beta \} - R_s x_{d2}$$

$$\psi_3 = 0$$

$$\psi_4 = 0$$

de donde, escogiendo la ley de control (5.6) resulta que $\psi = 0$.

Con esta ψ seleccionada y de acuerdo a la proposición 3.8 el error E_c converge asintóticamente a cero, entonces por (5.10) y (5.11) la velocidad ω tenderá a la referencia ω_r .

□

Note que estos controles dependen de valores conocidos. Sólo x_{d4} depende de T_L , el cual no es conocido. Haciendo uso de un observador se estimará el valor de T_L . Ver capítulo 2 sección 2.2.

5.2 LEY DE CONTROL CON ESQUEMA ADAPTABLE

En esta sección, se considera el caso donde se requiere la estimación de la resistencia del rotor, la cual, como se mencionó antes, se considera constante pero desconocida, ya que esta varía hasta un 50% de su valor nominal. Para resolver esto, se calculará una ley de control adaptable que estimará el valor real de este parámetro en base al error de seguimiento del controlador. Más adelante, se presentará el esquema total de control que resulta de la ley de control calculada en la sección anterior con el esquema adaptable y el observador no-lineal en cascada (4.18) para observar el par mecánico que se requiere en el controlador (5.3) con (5.6).

Considere el modelo del motor de inducción (5.2):

$$\Sigma : \begin{cases} D_e \dot{x} + C_e(u_3, \omega) x + R_e x = \bar{M} \bar{u} \\ \dot{\omega} = -\frac{h}{J} \omega + \frac{l_{sr}}{J} \{x_2 x_3 - x_1 x_4\} - \frac{1}{J} T_L \end{cases}$$

donde \bar{u} esta dada en (5.3).

El error de adaptación en la resistencia del rotor es denotado como:

$$\tilde{p} = p - \hat{p} \quad (5.15)$$

donde p representa el parámetro que se desea estimar (R_r) y \hat{p} el estimado.

Reescribiendo el modelo de la parte eléctrica del motor el sistema (5.4) resulta:

$$\Sigma : \begin{cases} D_e \dot{x} + C_c(u_3, \omega) x + \bar{R}_e x + \varphi(x)p = \bar{M}\bar{u} \\ \dot{\omega} = -\frac{b}{J}\omega + \frac{1}{J}\{x_2 x_3 - x_1 x_4\} - \frac{1}{J}T_L \end{cases} \quad (5.16)$$

donde:

$$\bar{R}_e = \text{diag}(R_s I_2, 0_2)$$

$$\varphi(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & x_3 & x_4 \end{pmatrix}^T = Nx, \quad N = \begin{pmatrix} 0_2 & 0_2 \\ 0_2 & I_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

Note que $R_e = \bar{R}_e + Np$.

En términos del error de seguimiento y el error de adaptación la parte eléctrica del modelo (5.16) se reescribe como sigue:

$$\begin{aligned} D_e \dot{E}_c + C_c(u_3, \omega) E_c + \bar{R}_e E_c + Nx_p - Nx_d \hat{p} &= \bar{M}\bar{u} \\ - \{D_c \dot{x}_d + C_c(u_3, \omega) x_d + \bar{R}_e x_d + Nx_d \hat{p}\} & \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} Nx_p - Nx_d \hat{p} &= Nx_p - Nx_d p + Nx_d p - Nx_d \hat{p} \\ &= NF_c p + Nx_d \tilde{p} \end{aligned}$$

entonces,

$$\begin{aligned} D_e \dot{E}_c + C_e(u_3, \omega) E_c + \bar{R}_e E_c + NE_c p - Nx_d \tilde{p} &= \psi \\ \psi &= \bar{M}\bar{u} - \{D_e \dot{x}_d + C_e x_d + \bar{R}_e x_d + Nx_d \hat{p}\} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Proposición 5.2: Sea el error de seguimiento en la velocidad angular:

$$e_c = \omega - \omega_r \quad (5.17)$$

Considere el sistema en lazo cerrado bajo el control (5.6) y el término de corrección $K_P E_c$ para la parte eléctrica y $\zeta = -\alpha \omega_r + k_\omega e_c$ para la parte mecánica:

$$\Sigma_c: \begin{cases} D_e \dot{E}_c + C_e(\omega, x) E_c + \bar{R}_c E_c + N E_c p - N x_d \dot{p} = K_P E_c \\ \dot{e}_c = -(\alpha + k_\omega) e_c + f(E_c) \end{cases}$$

donde:

$$K_P = k_p \begin{pmatrix} \mathbb{I}_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}, \quad k_p > 0$$

seleccionando x_d como en (5.13), (5.14) y con la ley adaptable:

$$\frac{d}{dt} \dot{p} = v x_d^T N^T E_c \quad (5.19)$$

entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega - \omega_r) = 0$$

■

Demostración: Considere la siguiente función de Lyapunov:

$$V_2(t) = \frac{1}{2} E_c^T D_e E_c + \frac{1}{2} e_c^2 + \frac{1}{2v} \dot{p}^2 \quad (5.20)$$

derivando a lo largo de las trayectoria de Σ_c

$$\begin{aligned}\dot{V}_2(t) &= E_c^T D_e \dot{E}_c + e_c \dot{e}_c + \frac{1}{v} \dot{\tilde{p}} \frac{d}{dt} \tilde{p} \\ &= -E_c^T \{K_p + C_c(\dot{q}, u_3) + \bar{R}_c - Np\} E_c + E_c^T N x_d \dot{\tilde{p}} - e_c(\alpha + k_\omega) e_c + e_c f(E_c) + \frac{1}{v} \dot{\tilde{p}} \frac{d}{dt} \tilde{p}\end{aligned}$$

utilizando (5.9) y (5.19), y recordando que $R_e = \bar{R}_e + Np$

$$\dot{V}_2(t) = -E_c^T (R_e + K_p) E_c - (\alpha + k_\omega) e_c^2 + \frac{1_{sr}}{J} (e_c x_d^T L E_c + \frac{1}{2} e_c E_c^T L E_c) \quad (5.21)$$

Asumiendo que $\rho = \left| \frac{1_{sr}}{J} x_d^T L \right|$ y $\bar{\lambda}(\omega) = \omega - \omega_r \left\| \frac{1_{sr}}{2J} L \right\| \geq 0$

$$\dot{V}_2(t) \leq -(\lambda_{\min}(R_e + K_p) - \bar{\lambda}(\omega)) \|E_c\|^2 - (\alpha + k_\omega) \|e_c\|^2 + \rho \|e_c\| \|E_c\|$$

$$\dot{V}_2(t) \leq - \begin{pmatrix} \|E_c\| \\ \|e_c\| \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \lambda_{\min}(R_e + K_p) - \bar{\lambda}(\omega) & -\frac{\rho}{2} \\ -\frac{\rho}{2} & (\alpha + k_\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \|E_c\| \\ \|e_c\| \end{pmatrix}$$

se puede escoger K_p y k_ω tal que: $\{\lambda_{\min}(R_e + K_p) - \bar{\lambda}(\omega)\} > 0$,

$$\left\{ (\lambda_{\min}(R_e + K_p) - \bar{\lambda}(\omega))(\alpha + k_\omega) - \left(\frac{\rho}{2}\right)^2 \right\} > 0$$

entonces $\dot{V}_2(t) < 0$ y aplicando el teorema de Lasalle, los errores E_c , e_c y \tilde{p} convergen a cero asintóticamente. □

Para retroalimentar aquellos estados no disponibles (x_3 , x_4) y el parámetro T_L , se hará uso del observador en cascada presentado en la sección 4.2.

5.3 RESULTADOS Y SIMULACIONES

Las simulaciones fueron hechas para un motor de inducción con los valores de sus parámetros estan dados en la tabla 3.1 y considerando que el par de carga (T_L) es un parámetro constante con una ganancia del controlador $k_p=10$ y $T_L=10$. Para condiciones iniciales del estado en el origen:

$$\omega(0) = 0$$

$$x(0) = [0, 0, 0, 0]^T$$

5.3.1 Control de la velocidad

El resultado obtenido considerando que todos los parámetros son conocidos y todos los estados medibles fue el siguiente, aplicando cambios tipo escalón en la referencia de la velocidad (ω_r) y $k_\omega = .1$:

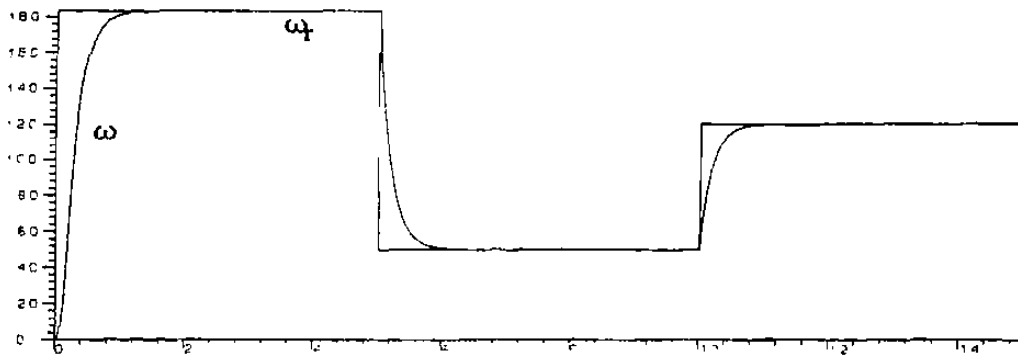


Fig. 5.1 Seguimiento en la velocidad.

Bajo la consideración de que el par de carga es desconocido y constante, y asumiendo que el vector de estado no está completamente disponible para medición, se obtuvieron los siguientes resultados para las condiciones iniciales de los observadores:

$$\hat{\eta}(0) = [183.54, 5]^T$$

$$z(0) = [21, 10, 0, -10]^T$$

bajo las mismas condiciones de las simulaciones anteriores pero con $k_\omega = .15$.

5.3.2 Control de la Velocidad utilizando Observador y Esquema Adaptable

Las simulaciones son obtenidas para una ganancia del control adaptable (v) inicial de .1 y en $t=.05$ de .15, y para la ganancia del observador de corrientes $K_2 = \text{diag}\{5, 5, 5, 5\}$ y una ganancia del observador del par de carga de $k_1 = 25$, $k_2 = -1$. Bajo las mismas condiciones iniciales de las simulaciones del punto anterior, utilizando una ganancia en el esquema adaptable.

La figura 5.2 representa la resistencia del rotor y su adaptación ante los cambios en la velocidad.

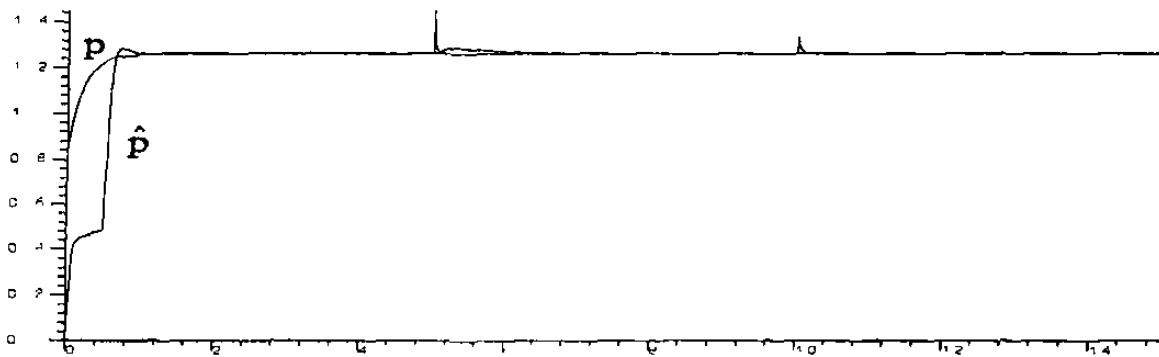


Fig. 5.2 Resistencia del rotor y su estimación

Las figuras 5.3 y 5.4 muestran la respuesta de la velocidad angular y su estado observado $\hat{\omega}$.

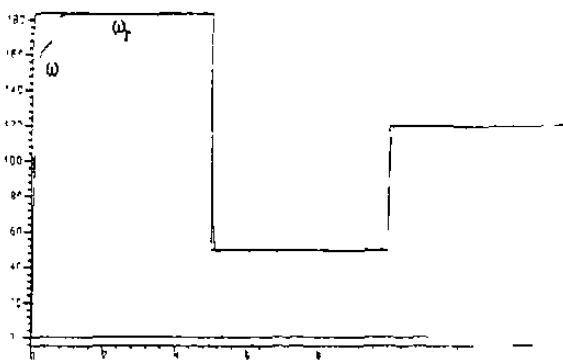


Fig. 5.3 Seguimiento en la velocidad utilizando observador y ley adaptable.

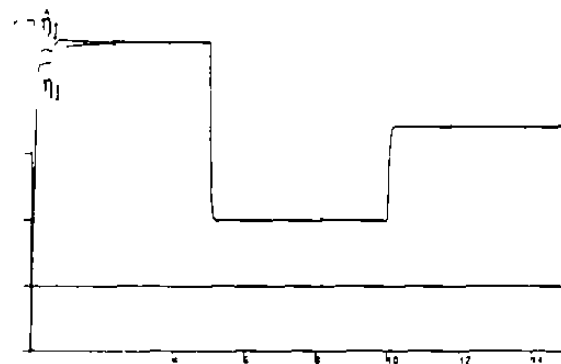


Fig. 5.4 Observación de ω

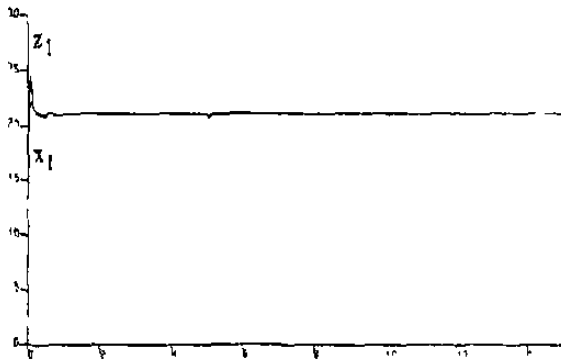


Fig. 5.5 Corriente i_{sd} y su estimado.



Fig. 5.6 Corriente i_{sq} y su estimado.

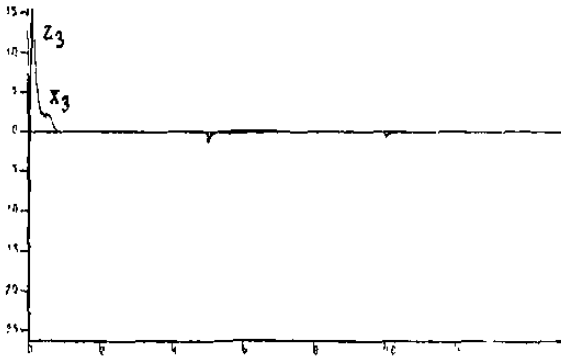


Fig. 5.7 Corriente i_{rd} y su estimado.

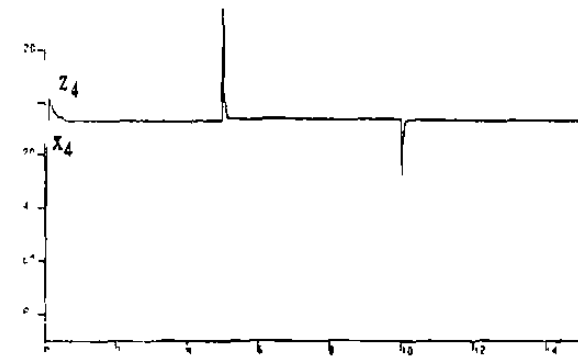


Fig. 5.8 Corriente i_{rq} y su estimado.

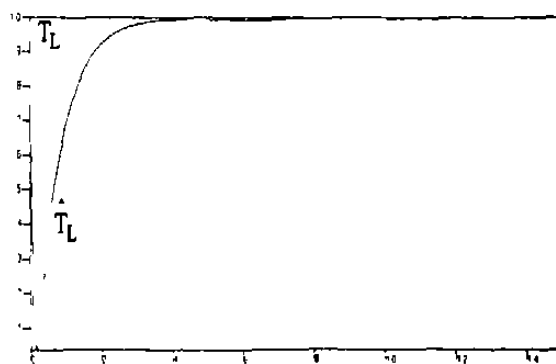


Fig. 5.9 Par mecánico T_L y su valor estimado.

Estas simulaciones se hicieron para un caso de análisis, pero en realidad el valor inicial en la ley adaptable deberá ser distinto de cero ya que se conoce el valor nominal de esta y en el observado de la velocidad debe arrancar en cero igual que en el sistema.

5.4 CONCLUSIONES

En este capítulo se consideró la estimación de la resistencia del rotor utilizando una ley de adaptación, la cual fue obtenida a partir del cálculo de una ley de control para resolver el problema de control de velocidad del motor. Este controlador se obtuvo basándose en la metodología presentada en la sección 3.2.2, para el control del par a partir de la propiedad de disipación de energía del modelo Euler-Lagrange.

Para la estimación de las corrientes en el rotor del motor y del par mecánico se utilizó el observador en cascada presentado en la sección 4.2 que preserva las propiedades de la estructura del modelo. Como se puede apreciar en las simulaciones, este observador tiene un desempeño aceptable.

También se presentaron simulaciones donde se prueba la convergencia del esquema total de control a sus valores deseados (objetivos de control), en este caso para controlar la velocidad angular del rotor.

CONCLUSIONES

COMENTARIOS

En este trabajo se presentaron algunas técnicas de control no-lineal para resolver el problema de control del motor de inducción, el principal resultado es el esquema de control obtenido en el capítulo 5, en el cual se logró el cálculo de una ley de control para la velocidad angular del rotor, además de estimar la resistencia del rotor utilizando una ley adaptable y emplear un observador para eliminar la necesidad de medir el par de carga. En las simulaciones se muestran resultados bastante aceptables del sistema bajo este esquema general, en comparación con otro método muy utilizado para sistemas descritos por esta clase ecuaciones (modelo Euler-Lagrange) para realizar seguimiento.

Entre los objetivos alcanzados,

- 1) Se analizó el problema de control de seguimiento en el par generado, utilizando algunas propiedades del modelo y comparándolo con un esquema diseñado para lograr seguimiento.
- 2) El problema de control de seguimiento en la velocidad angular del rotor, fue resuelto empleando un esquema similar al utilizado para controlar el par.
- 3) El problema de la medición del vector de estados (corrientes en el rotor), se resolvió probando diferentes observadores y comparándolos.
- 4) Se obtuvo un esquema adaptable para estimar la resistencia del rotor.

- 5) Se consiguió eliminar la medición del par de carga construyendo un observador para el vector de la parte mecánica (velocidad, par mecánico).

Además se puede concluir que la metodología del control basado en pasividad es la más recomendable por su robustez, proporcionada por la propiedad de antisimetría, ya que en presencia de perturbaciones preserva la estabilidad.

PERSPECTIVAS

Se propone como trabajo futuro, un estudio de las propiedades del modelo del motor, que puedan ser aprovechadas para el desarrollo de nuevos esquemas de control, o la búsqueda de nuevas representaciones donde no exista la necesidad de linealizar el modelo y no se pierda información o robustez al controlarlo.

Un estudio de interés teórico resultaría del análisis de esquemas de control y propiedades de pasividad más generales.

Otra forma de aplicar estas técnicas podría ser considerando el modelado del motor de inducción bajo condiciones de saturación, donde esto puede resultar posible ya que no se requiere que la matriz de inercia, la cual sería principalmente modificada, sea constante.

Quizá una futura aplicación sea emplear esta metodología, en el control del par generado, para controlar robots constituidos en sus partes móviles por motores de inducción.

También se podría estudiar la posibilidad de la implementación de alguno de los esquemas estudiados, para controlar un motor de inducción, siendo el último esquema considerado el más recomendable ya que resuelve la mayor parte de los problemas para

controlar la velocidad, y con un comportamiento bastante aceptable del resto de las variables, además de aprovechar las propiedades de disipación de energía del sistema.

Otro caso de consideración para un estudio posterior, podría ser probar esta metodología de control bajo la consideración de que el sistema trifásico sea desbalanceado, ya sea en el rotor o en el estator, puesto que en esta circunstancia, la transformación del modelo trifásico a dos fases (Modelo *ab*) pierde su validez. Por lo general, el desbalanceo (si no es provocado) en la práctica es despreciable, por eso en este trabajo se considera que, bajo esta condición, el algoritmo de control (que junto con el observador y la ley adaptable ya es bastante robusto) mantendrá un desempeño aceptable.

REFERENCIAS:

- [1] H. Nijmeijer, A. van der Schaft. "Nonlinear Dynamical Control Systems". Springer-Verlag, N.Y. 1990.
- [2] C. A. Desoer, M. Vidyasagar. "Feedback Systems: Input-Output Properties". Academic press, N.Y., 1975.
- [3] J. J. E. Slotine, W. Li. "Applied Nonlinear Control". Prentice-Hall, 1991.
- [4] J. J. D'Azzo, C. H. Houpis. "Linear Control Systems Analysis and Design", 3rd. Edition, McGraw-Hill, 1988.
- [5] H. K. Khalil, "Nonlinear Systems". McMillan, 1992.
- [6] P. C. Krause. "Analysis of Electric Machinery". McGraw-Hill, 1987.
- [7] R. Ortega, G. Espinosa. "Torque Regulation of Induction Motors", *Automatica*, Vol 29, No. 3, May 1993.
- [8] R. Ortega, C. Canudas. "Nonlinear Control of Induction Motors: Torque Tracking with Unknown Load Disturbance", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol 38, No. 11, November 1993.
- [9] R. Marino, S. Peresada, P. Valigi. "Adaptive Input-Output Linearizing Control of Induction Motors", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 38, No.2, February 1993.
- [10] Y. Dote. "Stabilization of Controlled Current Induction Motor Drive Systems Via New Nonlinear State Observer", *IEEE Trans. on Industrial Electronic*, Vol. 27, No.2, May 1980.
- [11] G.C. Verghese, S. R. Sanders. "Observers for Flux Estimate in Induction Machines", *IEEE Trans. on Industrial Electronic*, Vol. 35, No.1, February 1988.
- [12] R. Ortega. "Passivity Properties for Stabilization of Cascaded Nonlinear System", *Automatica*, Vol. 27, No. 2, pp 423-424, 1991.
- [13] H. Hammouri, J. De León. "Observer Synthesis for State-Affine Systems". *IEEE Int. Conference on Decision and Control*. Honolulu, Hawaii, 1990.

- [14] H. Berghuis, P. Lönberg, H. Nijmeijer. "Tracking Control of Robots Using Only Position Measurements". IEEE Proc. Conference on Decision and Control. Brighton, England, 1991.
- [15] D. Hill, P. Moylan. "The Stability of Nonlinear Dissipative Systems". IEEE Trans. on Automatic Control, No.10. October 1976.
- [16] D. Hill, P. Moylan. "Dissipative Dynamical Systems: Basic Input-Output and State Properties". Vol. 309, No.5. May 1980.
- [17] C. Byrnes, A. Isidori, J. Willems. "Passivity, Feedback Equivalence, and the Global Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems". Trans. on Automatic Control, No.11, November 1991.
- [18] D. Hill, P. Moylan. "Connections Between Finite-Gain and Asymptotic Stability". IEEE Trans. on Automatic Control, No.5, October 1980.
- [19] S. Seely. "Electromechanical Energy Conversion". McGraw-Hill, NY, 1962.
- [20] J. De León, T. Chorot. "On Observers for a class of Nonlinear Systems". Université Claude Bernard Lyon I, reporte técnico.

