CAPITULO 1

INTRODUCCION

1.1 Motivación

La energía es el motor que impulsa a la sociedad moderna. La mayor cantidad de energía utilizada, se suministra en forma de energía eléctrica limpia, confiable y directamente, transformable en calor, luz y fuerza motriz. Debido a la creciente demanda de energía eléctrica se han construido redes eléctricas complejas alrededor del mundo.
La operación exitosa de un sistema de potencia depende en gran medida de la capacidad de los ingenieros para proporcionar un servicio confiable e ininterrumpido a los consumidores. La confiabilidad del suministro de potencia implica más que la mera disponibilidad de la energía. Idealmente, a los consumidores se les debe proporcionar energía eléctrica a frecuencia y voltaje constantes. En términos prácticos esto significa que tanto el voltaje como la frecuencia deben mantenerse dentro de tolerancias pequeñas, de modo que el equipo de los usuarios pueda operar satisfactoriamente. Por ejemplo, una caída de voltaje del 10-15% o una reducción de la frecuencia del sistema 1-2 Hertz puede conducir al frenado de motores. Así, la calidad del servicio puede describirse mediante: *a)* control de la frecuencia dentro de tolerancias; *b)* control de voltaje dentro de tolerancias; *c)* continuidad del servicio.

En el pasado, las compañías eléctricas eran sistemas aislados operados como entidades individuales. Con el paso del tiempo, se extendieron hasta cubrir grandes áreas geográficas. Por otro lado, el incremento de demanda y la búsqueda en la economía de la operación favorecieron la interconexión entre sistemas de potencia vecinos, ayudando a compartir reservas y a suministrar asistencia mutua en casos de emergencia.

La ventaja económica de la interconexión es que se comparten los requerimientos de reserva para enfrentar cambios de carga súbitos e inesperados. La interconexión también permite tomar ventaja de las fuentes de energía más económicas, y puede resultar más barato comprar energía que utilizar los propios recursos durante ciertos períodos de tiempo.

La interconexión puede mejorar la confiabilidad a través del soporte mutuo entre compañías durante emergencias. Sin embargo, este mejoramiento sólo se da si el sistema de transmisión permanece intacto ante tales emergencias. Si los enlaces entre sistemas no son suficientemente fuertes para mantener el sincronismo (generadores con la misma velocidad eléctrica) al ocurrir un disturbio, el sistema interconectado se divide y funcionará como entidades aisladas. Al problema de mantener la operación síncrona de los generadores del sistema de potencia se llama *sincronismo*. El sistema se dice estable si todas las máquinas síncronas interconectadas permanecen en sincronismo después de un disturbio, de otra manera es inestable.

La estabilidad transitoria en sistemas de potencia se ha analizado por muchos años y junto con las restricciones térmicas y de voltaje, es uno de los índices importantes del funcionamiento del sistema de potencia, tanto en la etapa de planificación como en la etapa de operación. En la etapa de planificación se analizan diferentes opciones de localización y selección de equipo con el objeto de minimizar costos y mantener la confiabilidad de la red en el futuro. En esta etapa hay diversas opciones que deben ser estudiadas por lo cual la cantidad de análisis para tomar una decisión puede ser excesiva.
La operación del sistema difiere de la planificación en que el tiempo para una respuesta está limitado y las opciones para tomar una acción son reducidas, los analistas y operadores tienen solo días, horas o minutos para tomar decisiones. Así, resulta crítica una solución rápida y confiable, y puede darse un conflicto entre rapidez de cálculo y precisión de resultados.

La posible implementación del cálculo de estabilidad en tiempo real constituye un problema extremadamente arduo. Es indispensable la utilización de técnicas que reduzcan el tiempo y el esfuerzo de analisis y cálculo, por lo que la rapidez aparece como una cualidad indispensable en la evaluación de la estabilidad transitoria.
Para propósitos de estabilidad en sistemas eléctricos de potencia, se acepta universalmente el enfoque de simulación en el tiempo, debido a que no hay limitaciones en el modelado y se dispone de la respuesta en el tiempo de todas las variables del sistema. Este enfoque requiere de gran cantidad de cálculos que consumen mucho tiempo de cómputo y de interpretación de resultados. De ahi que sea muy importante investigar el problema de la dimensionalidad y la reducción de cálculos.

En el análisis de estabilidad generalmente se utiliza una perturbación crítica desde el punto de vista de seguridad, y se requieren múltiples corridas para obtener datos y tomar decisiones. Esto hace esencial desarrollar técnicas que permitan acelerar el proceso. Existen Básicamente dos posibles;

a) El enfoque de hardware, que consiste en utilizar computadoras más potentes y más sofisticadas. Por ejemplo, el empleo de procesadores en paralelo, lo que requeriría de una reformulación adecuada del problema y una modificación drástica de los algoritmos existentes.
b) El enfoque de reducción, que consiste en disminuir los tiempos de cálculo y esfuerzos de análisis al reducir el tamaño del sistema tratado, esto es, construir un sistema equivalente de menor dimensión que garantice una precisión de resultados.
c) Ecléctico, es decir, una combinación de a) y b).

Este trabajo se sitúa dentro del contexto de disminución de tiempo de cálculo y esfuerzo de análisis. Específicamente, es de interés la reducción del número de ecuaciones

diferenciales que representan la dinámica del sistema. Otra línea de investigación se enfoca sobre la reducción del tamaño de la red (equivalentes estáticos).

1.2 Modelos de orden reducido

Históricamente, el análisis de estabilidad transitoria se desarrolló utilizando el modelo clásico de la máquina síncrona, donde sólo se modela la dinámica del rotor. En décadas pasadas se prestó mucha importancia a tratar de reproducir fenómenos de interés mediante simulación. Es así como se desarrollaron modelos de máquina síncrona refinados y sistemas de excitación más elaborados. Parece entonces paradójico que actualmente se dediquen esfuerzos para simplificar tales modelos. Algunas de las razones son las siguientes:

Simplificar el análisis del sistema. Es más sencillo visualizar fenómenos con la menor cantidad de variables posible. Los modelos completos de sistemas físicos complicados generalmente consisten de un gran número de ecuaciones no-lineales. Es común tener cientos de estas ecuaciones para la descripción completa de un sistema de potencia. Esto hace que el modelo sea extremadamente difícil de usar para discernir las interacciones dinámicas básicas que ocurren en el sistema; el análisis y el diseño de controladores pueden llegar a ser virtualmente imposible. Al enorme costo computacional asociado con el manejo de un gran número de ecuaciones, debe agregarse los problemas numéricos que pueden resultar del posible mal condicionamiento del sistema de ecuaciones. Una causa frecuente de dificultades numéricas es la presencia de patrones dinámicos con escalas de tiempo muy diversas. A esta condición generalmente se conoce como la *rigidez* del modelo.

El análisis, simulación o diseño de los sistemas de control automático, es mucho más sencillo y computacionalmente más eficiente hacerlo en sistemas de orden reducido que para uno de gran dimensión. Este punto es de suma importancia en el análisis dinámico de

sistemas eléctricos de potencia ya que debido a la gran cantidad de generadores y controles que conforman la red, los costos computacionales, el tiempo de cálculo y esfuerzo de interpretación de resultados son enormes.

Así, es atractivo utilizar modelos de orden reducido y/o equivalentes de máquinas y sistemas de control. Sin embargo, los resultados obtenidos con el modelo reducido no deberán diferir apreciablemente de los resultados para el caso completo. Por ende, es importante que un método de reducción permita evaluar la calidad del modelo (desviación entre el modelo reducido y el original) y es responsabilidad del ingeniero la selección adecuada del orden del modelo reducido.

Es común en ingeniería utilizar modelos matemáticos reducidos y más sencillos que los modelos refinados del sistema físico. Un paso frecuente en el proceso de simplificación del modelo es la linealización del sistema de ecuaciones alrededor de un punto de operación. Por otra parte se debe tener cuidado cuando se obtienen conclusiones acerca del sistema real a partir del modelo linealizado. Sin embargo, muchas propiedades importantes del modelo no-lineal pueden inferirse del análisis del modelo linealizado, en particular lo relativo a la estabilidad.

La principal ventaja de los modelos linealizados sobre los reales (no-lineales), es que las herramientas matemáticas disponibles para el análisis y control de sistemas LIT (lineales, invariantes en el tiempo) son más simples y más desarrolladas que para sistemas no-lineales variantes en el tiempo.

Las simplificaciones de los modelos LIT se dirigen frecuentemente a producir modelos LIT de orden reducido que retengan algunas propiedades cualitativas y cuantitativas clave de los sistemas originales. En muchos casos lo que es realmente necesario no es una

simplificación del modelo en sí, sino un procedimiento simplificado para extraer eficiente y exactamente del modelo, en forma útil y condensada, la información cualitativa y cuantitativa requerida para una situación particular.

Otra forma de simplificación explota el hecho de que en muchas situaciones prácticas los cambios de algunos de los parámetros en el tiempo (o aun la estructura del modelo) ocurren a una relación mucho más lenta que el proceso dinámico de interés. Se obtienen buenas aproximaciones para sistemas lentamente variantes en el tiempo mediante el análisis de las ecuaciones en momentos convenientemente espaciados en el tiempo, asumiendo que los parámetros variantes en el tiempo permanecen fijos en el tiempo dado.

Los enfoques comunes para el análisis de sistemas de gran escala pueden dividirse de forma amplia en dos clases:

a) una basada en la intuición física y en la experiencia sobre el sistema;

b) la otra, dependiente de las propiedades matemáticas y numéricas de su modelo.

El primer enfoque típicamente usa nociones *ad hoc* de la experiencia ingenieril pertinente al campo particular de aplicación, mientras que las nociones típicas utilizadas en el segundo enfoque se basan en conceptos matemáticos formales y manipulaciones numéricas que no dependen de la aplicación. En este trabajo se prefiere y se maneja el segundo enfoque.

La mayoría de las metodologías existentes para reducción de orden presuponen un modelo lineal, invariante en el tiempo y de parámetros concentrados. Estos sistemas generalmente quedan representados mediante la forma normal de variables de estado:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{1.1}$$

en donde las matrices A, B, C y D son de dimensiones (n x n), (n x m), (p x n) y (p x m), respectivamente. Siendo n el número de estados, m el número de entradas y p el número dc salidas.

Si el modelo (1.1) es irreducible (realización mínima), es decir, completamente controlable y observable, un modelo de orden reducido será:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A_r z + B_r u \\ y &= C_r z + D_r u \end{aligned} \tag{1.2}$$

en donde A_r, B_r, C_r y D_r son de dimensiones (r x r), (r x m), (p x r) y (p x m), respectivamente. Obviamente $r < n$, o aún, $r \ll n$. En caso de que el sistema (1.1) no fuera irreducible, existiría una reducción trivial, la parte no-controlable y/o no-observable [39]. El procedimiento para obtener el sistema reducido $\{ A_r, B_r, C_r, D_r \}$ a partir del modelo original $\{ A, B , C, D \}$ es lo que constituye la particularidad de un método.

1.3 Revisión histórica de los métodos para construir modelos de orden reducido

Uno de los primeros intentos para obtener un modelo de orden reducido de un sistema de potencia fué propuesto por Brown y co-autores [1], en 1969. Este método, basado en un trabajo anterior con analizadores de redes, usa un conjunto de factores para obtener cargas y generadores equivalentes para el área externa (en el sentido que el subsistema es externo al de estudio ó interés particular), dejando intacto el subsistema de estudio. Los resultados obtenidos mediante el método fueron poco exactos y no confiables ya que el método fué ideado sobre una base heurística, y estuvo limitado por el poco desarrollo de la computación en ese tiempo.

En los primeros dos artículos sobre equivalentes dinámicos modales, que fueron llamados equivalentes electromecánicos [31], el SEP se divide en tres partes: el sistema de estudio, el sistema que lo rodea y el resto. Como el efecto del sistema restante sobre el sistema de estudio es pequeño, se sugiere sea representado por unos cuantos generadores equivalentes con modelos simplificados. El principal problema fue la simplificación del sistema intermedio que se considera suficientemente remoto del lugar de disturbio, pero que tiene una influencia importante sobre el sistema en estudio. La idea es derivar equivalentes

simples para el sistema intermedio a través de análisis valores característicos.

En 1970, Elangovan y Kuppurajulu propusieron un método basado en análisis modal [3]. Este método estuvo motivado en un trabajo sobre la simplificación de sistemas lineales de Davison [2]. El método representa la respuesta transitoria del sistema mediante dos modelos reducidos diferentes, cada uno de ellos para un período de tiempo diferente, uno donde prevalece la respuesta lenta y el otro donde prevalece la respuesta rápida. Además, este algoritmo requiere obtener primeramente la versión linealizada de las ecuaciones del sistema alrededor de un punto de equilibrio específico, y luego usar el conocimiento previo del comportamiento en el tiempo aproximado de las variables de estado para construir un modelo reducido; esta es la mayor desventaja del método. Por otro lado, los resultados son satisfactorios desde un punto de vista ingenieril.

Casi simultáneamente con el trabajo de Davison, Chang y Adibi propusieron un método basado en análisis de coherencia [7]. Este método utiliza un modelo clásico de máquina síncrona y las cargas como admitancias constantes. Además, el sistema se divide en subsistemas de estudio y externo. Los generadores se modelan como fuentes de corriente variantes en el tiempo, en paralelo con las reactancias transitorias. El objetivo principal del método es formar grupos de generadores que oscilan juntos, reteniendo aquellos nodos que pertenecen al subsistema en estudio y el generador referencia de cada grupo coherente. El resto de los nodos de carga y de generación son eliminados mediante simple manipulación algebráica del sistema de ecuaciones de flujos de carga. Finalmente, la simulación del sistema de potencia se efectúa utilizando el modelo de orden reducido. Un inconveniente del método es que las nuevas variables de estado no corresponden a variables reales del sistema de potencia y así no puede utilizarse el algoritmo como parte de un programa de estabilidad convencional.

Dos años más tarde, en 1973, Lee y Schweppe propusieron un método basado en reconocimiento de patrones [8]. El método usa los conceptos de distancia eléctrica (basado en las admitancias de transferencia de la red) y una distancia de reflexión que se diseña para medir los efectos dinámicos de un generador sobre la estabilidad del sistema en estudio. El objetivo del algoritmo es obtener un conjunto de generadores distribuidos en tres círculos concéntricos: máquinas que son severamente afectadas, menos afectadas y muy poco afectadas por una falla, de acuerdo con un factor de distancia del ángulo de oscilación aproximado mediante $1/2\ a\ t^2$, donde t es la duración de la falla, y a es la aceleración durante el período de falla. La aceleración es calculada a partir de la diferencia entre las potencias mecánica y eléctrica durante ese período dividida por la inercia de la máquina. Las dos distancias electromecánicas se usan para calcular un conjunto de medidas de coherencia que eventualmente determinan los grupos de generadores coherentes en el círculo exterior. El algoritmo para dividir la red es de tipo heurístico, pero lo importante es que se presenta la idea del uso de medidas de distancia electromecánicas para formar equivalentes dinámicos.

Otro método basado en análisis modal se propuso en 1975 por Van Ness y co-autores [6]. Requiere el cálculo del eigensubespacio del sistema obtenido de la linealización de las ecuaciones para el sistema original. El modelo de orden reducido se forma al seleccionar los modos más dominantes, esto es, aquellos modos cercanos al origen del plano complejo. La exactitud en la reducción de orden del modelo se mejora al minimizar la diferencia entre los eigenvectores del modelo original y los eigenvectores del modelo de orden reducido. La principal aplicación para la cual se ideó el método fué la sintonización y diseño de las unidades de control de la máquina síncrona bajo pequeños disturbios (esto es, estabilidad estacionaria). No se hicieron intentos para agrupar generadores coherentes y reducir el orden del sistema de potencia.

En 1978 Podmore [10] y Podmore-Germond [11] proponen un método de simulación lineal basado en el concepto de coherencia . El método ha tenido considerable aceptación y se basa en la excursión angular máxima entre generadores bajo condiciones transitorias, usando curvas de oscilación obtenidas de una manera simplificada para identificar los grupos coherentes de generadores. El algoritmo requiere del almacenamiento y la comparación de las curvas obtenidas del modelo linealizado, para diferentes localizaciones de la falla en el sistema. Esta es su mayor desventaja a causa de la gran cantidad de tiempo y memoria usada para procesar toda esta información. La técnica también hace uso del concepto de subsistemas externo y de estudio y se obtiene un equivalente sólo para aquellos generadores que pertenecen al subsistema externo.

Un año más tarde, Pai y Adgoankar propusieron una técnica de identificación de coherencia basada en análisis modal [15]. La técnica usa un modelo lineal del sistema para calcular la eigenestructura. Las ecuaciones diferenciales ordinarias linealizadas se dividen entonces en dos ecuaciones matriciales separadas en el espacio de estado, una para el período de falla y otra para el período postfalla. Para este último sistema de ecuaciones se obtiene una solución cerrada al usar la respuesta modal para sistemas lineales [32]. La solución de las ecuaciones del sistema postfalla se usan para calcular un conjunto de medidas de coherencia, que junto con una regla de reconocimiento transitiva usada en el método de simulación lineal determina los grupos de generadores coherentes en el sistema externo. La regla transitiva se puede describir brevemente como sigue: si el generador a es coherente con el b, y b es coherente con el generador c, entonces a es coherente con c. Una de las características que hacen atractivo al método es que no recurre al almacenamiento y comparación de las curvas de oscilación para diferentes localizaciones de falla. En su lugar hace uso del conjunto de medidas de coherencia, un criterio de coherencia (esto es, dos generadores se dicen coherentes si su máxima diferencia angular es menor que un umbral de coherencia especificado, ϵ, que generalmente está entre 3° y

5°).

Años más tarde aparecieron cuatro métodos que a juicio del autor son formales, relevantes y aplicables a una red eléctrica como el Sistema Eléctrico Nacional.

En 1981 Pérez Arriaga y co-autores propusieron un método denominado análisis modal selectivo para obtener reducción de modelos [5,44]. Este algoritmo usa un modelo con entrada cero obtenido del sistema linealizado y requiere el cálculo de la eigenestructura del sistema. Esta se divide entonces en el conjunto de modos relevantes y menos relevantes. La principal aplicación en sistemas de potencia es en la solución de ecuaciones diferenciales rígidas, resultantes del modelado de las unidades generadoras y sus sistemas de control.

También en 1981, Moore propuso una de las técnicas más importantes hasta ahora en reducción de modelos [16], la que se ha aplicado con éxito a la simplificación del modelo de generador en estudios máquina-barra infinita [17] y se utiliza también para obtener índices de coherencia de generadores [18].

En México se han desarrollado esfuerzos que conduzcan a la formación de equivalentes estáticos y dinámicos [19,44,68,69,70,72,73] confiables. En [19] se presentan las formulaciones generalizadas de los equivalentes Ward y REI, con aplicaciones a una red real. La eliminación de nodos de carga se presenta en [44,68,69,70], y se logra sumando a los nodos vecinos parte de la carga del nodo eliminado. Esto se realiza ponderando la distribución de la carga en base a la distancia eléctrica. Los resultados de aplicación a estudios de flujos de carga y de carácter dinámico han sido muy satisfactorios. Para los equivalentes dinámicos en [72,73] se presentan resultados sobre la coherencia de generadores en una central eléctrica. También, se presentan expresiones para el cálculo directo de los parámetros del generador equivalente.

Se han reportado muchas técnicas más para identificar coherencia. Rudnick [45] utiliza la relación de cambio de la energía cinética de generadores durante la falla. Hiyama [46] usa el método de respuesta a la frecuencia para los modelos linealizados del sistema de potencia. Algunos otros métodos emplean el enfoque de función de Liapunov [47]. Estos métodos no han recibido mucha atención debido a su complejidad.

Otra técnica reportada en la literatura es la de equivalentes dinámicos estimados. Este enfoque obtiene equivalentes dinámicos a través de estimación, usando sólo información del sistema en estudio. En tal caso, a diferencia del enfoque modal o de coherencia, no se requiere información sobre el sistema externo. Dentro de este contexto ha habido proposiciones que hacen uso de un disturbio intencional para la estimación del equivalente dinámico externo [48]. La idea es emplear *mediciones* de las desviaciones de voltaje terminal ΔV_t, potencia eléctrica ΔPe, y la velocidad $\Delta\omega$ en los nodos frontera del sistema en estudio ante un disturbio aplicado dentro de éste. Empleando un modelo linealizado del SEP se calculan los parámetros equivalentes de las máquinas que se localizan en los nodos frontera al minimizar el error entre las mediciones y los valores calculados con el modelo equivalente de máquina (por ejemplo un modelo clásico). El inconveniente del método para una condición fuera de línea es la necesidad de simular un disturbio en la zona de estudio para obtener *mediciones* en los nodos frontera. Además, el problema de minimización no es trivial.

En 1991 R. Belhomme publica un trabajo que hace uso de diversas medidas de distancia electromecánicas con el fin de clasificar los generadores que se ven más afectados ante una contingencia [49,50]. El trabajo tiene el mérito de considerar no solo una contingencia, sino una zona de contingencias (o un conjunto de condiciones de operación). La rapidez y facilidad de cálculo de estas distancias hacen pensar en una posible implementación en tiempo real. Esta técnica se comenta en el capítulo 4.

Actualmente se está considerando la aplicación de redes neuronales al problema de equivalentes dinámicos. Se pretende que puedan obtenerse equivalentes válidos para cualquier contingencia y condición de operación [51].

1.4 Estructura del trabajo

En esta tesis se exponen técnicas para la reducción de orden de los modelos utilizados en el estudio de fenómenos electromecánicos en sistemas eléctricos de potencia. Se emplean modelos con el propósitos de llevar a cabo estudios de estabilidad transitoria, para los que el tiempo de interés es de algunos ciclos, y en los que es de suma importancia la observación del comportamiento que experimentan los rotores de cada máquina respecto a los demás.

En el capítulo 1 se presenta la motivación para obtener modelos de orden reducido. Se incluye una revisión de los principales métodos que han surgido sobre equivalentes dinámicos y se comenta la utilidad de un trabajo de esta naturaleza.

En el capítulo 2 se comentan las principales técnicas que se han empleado para obtener equivalentes estáticos y dinámicos. Se presentan metodologías para la identificación de grupos coherentes. Estas han sido seleccionadas debido a su generalidad y factibilidad para su implementación computacional. Se presentan las características que debe cumplir un equivalente para que pueda ser aplicado en sistemas eléctricos reales. Así mismo, se analiza la ecuación de oscilación y las diferentes representaciones para las cargas.

El capítulo 3 considera el problema máquina regulada-barra infinita. En este capítulo se describen técnicas para la reducción de modelos de dos elementos: el generador y el sistema de excitación. Para el generador se proponen la técnica de realizaciones

balanceadas y de la ecuación de oscilación equivalente. La aplicación se ilustra al modelo completo de máquina síncrona (que incluye el transitorio en estator) y con los excitadores Tipo 1 y ST2 del IEEE. De los resultados obtenidos para la máquina síncrona, surge de manera natural la utilización del concepto de ecuación de oscilación equivalente.

Para los sistemas de excitación se aplican dos técnicas para verificar el grado de reducción (realizaciones balanceadas y perturbaciones singulares). Usando estas técnicas de manera semejante, pueden reducirse otros modelos linealizados de sistemas de excitación.

Una manera de disminuir la cantidad de ecuaciones diferenciales a resolver en estudios multimáquina es agregar todas las máquinas que componen una central eléctrica. Para el caso de la máquina equivalente se han desarrollado expresiones analíticas que facilitan el cálculo de sus parámetros. En este contexto, también se ilustra la obtención de sistemas de excitación equivalentes. Los parámetros equivalentes se obtienen de un ajuste de curvas de respuesta a la frecuencia. Se analizan dos casos de agregación de generadores en centrales eléctricas: con tres y cuatro máquinas reguladas contra barra infinita y con carga local. En cada caso se efectúa el análisis modal respectivo y se comparan los resultados de simulación ante una falla trifásica para el sistema original y el reducido.

El valor práctico de un trabajo sobre equivalentes dinámicos es la aplicación en estudios multimáquina, por lo que en el capítulo 4 se expone en una forma clara las principales condiciones teóricas para que se presente coherencia y se obtienen conclusiones para casos simplificados. Se estudian a detalle metodologías para identificar generadores coherentes. De las cuatro metodologías analizadas, dos no consideran la inclusión explícita de una falla mientras las otras dos sí.

De la combinación de resultados de las metodologías para identificar grupos coherentes,

se propone un algoritmo que divide la red en tres zonas diferentes: *a)* Zona de estudio; *b)* Zona intermedia; *c)* Zona externa.

Con la aplicación de medidas de distancia electromecánicas, se determinan los generadores que se ven más afectados ante una falla. Esta técnica permite clasificar la afectación de los generadores para una falla localizada dentro de una región o para diferentes condiciones de operación.

Se propone una metodología para formar equivalentes dinámicos válidos para una zona de contingencias, basada en medidas de distancia, resultados de métodos para identificar grupos coherentes y el algoritmo propuesto para dividir la red en zonas.

En el capítulo 5 se utiliza la metodología propuesta y se obtienen equivalentes dinámicos para seis áreas que forman parte del Sistema Eléctrico Nacional, y se comparan los resultados obtenidos con la red original y con la red reducida al efectuar estudios de estabilidad transitoria. Para la red del sistema eléctrico nacional se realiza un análisis modal selectivo, considerando el modelo clásico de la máquina síncrona, que permite calcular los modos que pueden excitarse en la red así como asociarlos a las máquinas. Asimismo, se efectúa el análisis modal para los equivalentes dinámicos obtenidos, como una forma de comprobar la preservación de los modos en que participan las máquinas no agregadas.

Las técnicas propuestas se implementaron en programas de cómputo realizados a propósito y han sido probados con una red real, obteniendo resultados satisfactorios.

El capítulo 6 presenta las conclusiones y aportaciones de este trabajo, así como recomendaciones para futuras investigaciones.

CAPITULO 2

GENERALIDADES SOBRE EQUIVALENTES DE SISTEMAS ELECTRICOS

Introducción

En este capítulo se presenta un panorama general sobre la reducción de modelos para estudios dinámicos en sistemas eléctricos de potencia. Se resumen las principales técnicas para la formación de equivalentes estáticos. Asimismo, se presentan los principales enfoques para la obtención de equivalentes dinámicos. Se comentan los métodos empleados en este trabajo para la identificación de generadores coherentes.

Se resumen las principales representaciones de las cargas, así como la importancia de la severidad de las perturbaciones en la red. Finalmente, se presenta la ecuación de oscilación de los generadores y se exponen las características deseables en una metodología para la obtención de equivalentes.

2.1 Reducción de modelos en sistemas de potencia

Las redes eléctricas son consideradas como uno de los sistemas de control más grandes y complejos de los que existen en la actualidad. Están conformados por elementos interconectados de diversa naturaleza: eléctricos, electrónicos, térmicos, hidráulicos, etc. Cada uno de estos de diferente tipo y con diferente tecnología. Para la planeación, operación y control del sistema eléctrico de potencia se requieren numerosos estudios de diversa índole.

El desarrollo de la sociedad ha traido como consecuencia considerables avances tecnológicos y científicos que han posibilitado realizar estudios que antes eran impensables. Pero al mismo tiempo han aparecido nuevos problemas en las redes interconectadas que constituyen interesantes retos para los estudiosos del área electroenergética.

En este trabajo se aborda un tópico importante para el análisis de redes eléctricas interconectadas, conocido como estudio de equivalentes dinámicos.

Los equivalentes dinámicos se ubican dentro del área de los estudios de fenómenos electromecánicos en donde están comprendidos los problemas de estabilidad (de diferente tipo), sincronismo, control carga-frecuencia y otros. Es decir, en todos aquellos fenómenos donde interviene de forma importante la dinámica de los generadores síncronos conectados a una red eléctrica.

El objetivo general de los equivalentes dinámicos es la obtención de un sistema reducido que tenga un comportamiento cercano al original. Las ventajas del sistema reducido son claras: análisis simplificado al tener menos variables; cálculos más rápidos; mayor posibilidad de realizar otros estudios o emplear otras técnicas a partir del modelo simplificado.

La reducción de un sistema eléctrico se puede conseguir mediante una combinación de reducciones en las partes estáticas de la red (elementos pasivos) o en las partes dinámicas de la red (generadores, controles y cargas dinámicas). Un equivalente dinámico considera reducciones en los elementos dinámicos, descritos mediante ecuaciones diferenciales; en caso contrario se considera equivalente estático. Los elementos dinámicos individuales pueden ser reducidos de orden en su formulación matemática y además pueden ser agregados, reduciendo el número de elementos.

La reducción de orden de los elementos y/o la agregación deberá de preservar cercanamente las variables de interés del sistema original. El proceso de reducción total del sistema involucra combinaciones de equivalente pasivo - equivalente activo - agregación, hasta conseguir el equivalente de interés.

El equivalente dinámico de interés deberá ser especificado de acuerdo al estudio, necesidad o deseo del analista. Lo específico del equivalente permitirá seleccionar el detalle en el modelado de los elementos que intervienen en el caso base y el grado de agregación dinámica y estática.

La formación de equivalentes dinámicos puede ser de diversa índole: obtención del equivalente de menor orden de la red total; equivalente de un área geográfica; equivalente formado por plantas de interés; equivalente para análisis de las líneas de enlace entre sistemas; equivalentes de sistemas de control automático, o bién una combinación de todos los mencionados.

En este trabajo se describen, analizan y se proponen metodologías y algoritmos que permiten reducir de orden los elementos dinámicos, así como su agregación y posterior simplificación hasta obtener el equivalente deseado o especificado por el analista.

Inicialmente, la mayoría de los estudios dinámicos en sistemas de potencia se basaron en modelos máquina-barra infinita y fueron satisfactorios. Con el incremento de la interconexión de centrales eléctricas, los estudios dinámicos se complicaron.

Los sistemas eléctricos interconectados son sistemas de gran escala. Para efectuar estudios sobre la red, en régimen de estado estable o dinámico, los cálculos son costosos computacionalmente. Con los avances computacionales actuales, es posible realizar esos estudios en un tiempo razonable. Sin embargo, además del tiempo de ejecución, otro factor

que afecta directamente en las formulaciones de gran escala es la enorme cantidad de resultados que deben interpretarse para tomar decisiones adecuadas.
Así, es importante que en los estudios de grandes redes se maneje la menor cantidad de información posible, y que esa información sea confiable. Con esto y apoyados con herramientas computacionales modernas, es posible aligerar el trabajo intensivo que debe realizar el analista durante la planeación y operación del sistema.

En estudios de sistemas de potencia es conveniente efectuar reducciones en la formulación en dos aspectos: *a)* a nivel sistema, al agrupar nodos de carga y nodos de generación; *b)* a nivel de elementos, en los modelos de generador, sistemas de control y modelos de carga.

Existe un aspecto fundamental que se debe cumplir en cualquier reducción. La red reducida debe ser capaz de proporcionar resultados de voltajes, ángulos de fase y flujos de potencia en líneas entre los nodos que se conservan, tan cercanos como sea posible a los que se obtienen con la red original. Es decir, debe preservarse la precisión de resultados respecto al caso base.

Para la reducción de nodos de carga existen diversas técnicas, dos de ellas ampliamente conocidas: *a)* el equivalente Ward [64]; *b)* el equivalente REI (Equivalente Radial e Independiente) [52]. En este trabajo se empleó con éxito el método REDUC [44,68,69,70]. Este método permite agregar la carga del nodo eliminado a los nodos vecinos, con base en una ponderación de distancia eléctrica. Se ha probado que esta técnica de reducción permite disminuir en un 50% el tiempo de cálculo para estudios de flujos de carga y estabilidad transitoria, conservando una precisión de resultados satisfactoria [44,68,69,70].

La agrupación de generadores para formar máquinas equivalentes es un problema mucho más complicado, ya que deben tomarse en cuenta diversos aspectos como la estructura de la red, las condiciones de operación, el efecto de una falla sobre los generadores, etc. Hasta

la fecha no se ha podido determinar con precisión la manera en que estos aspectos combinados influyen en el comportamiento coherente de los generadores, por lo que se han propuesto diversas formas para agruparlos en equivalentes, disminuyendo con esto la cantidad de ecuaciones a resolver y la información que debe analizarse.
Las reducciones que se han comentado son a nivel del sistema. Enseguida se comenta sobre la reducción de modelos para elementos específicos.

Un modelo completo de generador es aquel que incluye la dinámica del estator. En estudios de estabilidad transitoria las variables de interés principal son las variables de origen electromecánico y los voltajes transitorios. Así, es conveniente emplear modelos de generador en los que se preserven los modos que involucran a esas variables.
Aun más, en los estudios de dinámicos generalmente existe un grupo pequeño de generadores que se ven fuertemente involucrados ante una perturbación, y el resto de ellos con pequeños cambio. Esto permite emplear modelos detallados para generadores cercanos a la falla, y donde es importante conocer su comportamiento en el tiempo en forma precisa. Para los demás generadores es posible utilizar modelos simplificados.

Para estudios de estabilidad transitoria existe otro elemento importante; el sistema de excitación. Este elemento se modela en aquellas máquinas donde se desea mayor precisión de resultados, es decir, las máquinas más influenciadas por la perturbación.
Es posible reducir el orden de los modelos de sistemas de excitación, tratando de conservar la dinámica lenta del sistema, utilizando como variable de salida el voltaje de campo E_{fd}.

Resumiendo, la reducción del modelo para un estudio de estabilidad transitoria puede efectuarse en varios aspectos, cada uno de los cuales involucra características particulares. Aunque el tiempo de ejecución de un estudio no varía linealmente con la cantidad de ecuaciones a resolver, la reducción de la mitad de nodos de carga y la mitad de nodos de generación en un sistema de grandes dimensiones, puede representar un ahorro de

alrededor del 75% del tiempo de estudio para el sistema original. Aunado a esto se tiene la ventaja de manejar una cantidad menor de información.

Para la utilización efectiva de un equivalente es importante definir un área de interés, donde se desea analizar el comportamiento de todas las variables del sistema y los generadores, y un área externa que representa la parte del sistema que puede ser representada por un modelo reducido y donde no es de interés el comportamiento individual de los elementos. Un procedimiento común es considerar en detalle sólo el sistema local bajo estudio, y representar los sistemas externos mediante equivalentes. Los equivalentes estáticos para estudios de flujos de carga están bien desarrollados, mientras que los equivalentes para estudios dinámicos todavía son objeto de investigación.

2.2 Requerimientos

Se acepta que un modelo equivalente apropiado deberá cumplir ciertos requerimientos en precisión y esfuerzo computacional. Un conjunto mínimo es el siguiente:

a) El equivalente, visto desde sus fronteras, debe representar confiablemente el comportamiento del sistema de potencia que se reduce.

b) El sistema equivalente debe reproducir tan cercanamente como sea posible la naturaleza física del sistema de potencia que se reduce.

c) El equivalente debe ser suficientemente flexible para manejar cambios de estado del sistema y ser válido en un intervalo amplio de aplicaciones.

d) El equivalente debe ser compatible con los procedimientos computacionales usados para resolver problemas cotidianos en la red.

e) El equivalente debe asegurar soluciones matemáticas factibles.

f) La red reducida debe contener el menor número de nodos que sea posible.

El sistema de potencia a reducir puede dividirse en dos partes:

a) El subsistema lineal, formado por los elementos estáticos, como son: líneas de transmisión, transformadores, reactores y capacitores, así como las admitancias, que representan el efecto capacitivo de las líneas y los taps de transformadores.

b) El subsistema no-lineal, formado por elementos dinámicos, esto es generadores y cargas.

El interés principal en este trabajo es analizar el efecto de la interacción electromecánica de los generadores del sistema externo sobre el área de interés bajo investigación, esto es, la formación de equivalentes dinámicos.

2.3 Equivalentes para el subsistema lineal [52, 19].

Los nodos se clasifican en esenciales y no esenciales, de acuerdo con su importancia en la red que se va a reducir. Si el equivalente se va a conectar a un sistema de potencia real u otro equivalente, entonces los nodos frontera constituirán un conjunto mínimo de nodos esenciales. Pueden incluirse otros nodos en esta categoría, dependiendo de criterios de sensitividad, comportamiento del equivalente e importancia, Figura 2.1.
Si el equivalente no es parte de un sistema interconectado, los nodos esenciales incluirán los generadores más importantes y todos los demás nodos e inyecciones se tratarán como no esenciales.

2.3.1 Equivalente Ward

Los equivalentes convencionales fueron introducidos por Ward [64]. La base para los equivalentes tipo Ward es la representación de la generación y las cargas en el sistema externo como inyecciones de corriente constante.

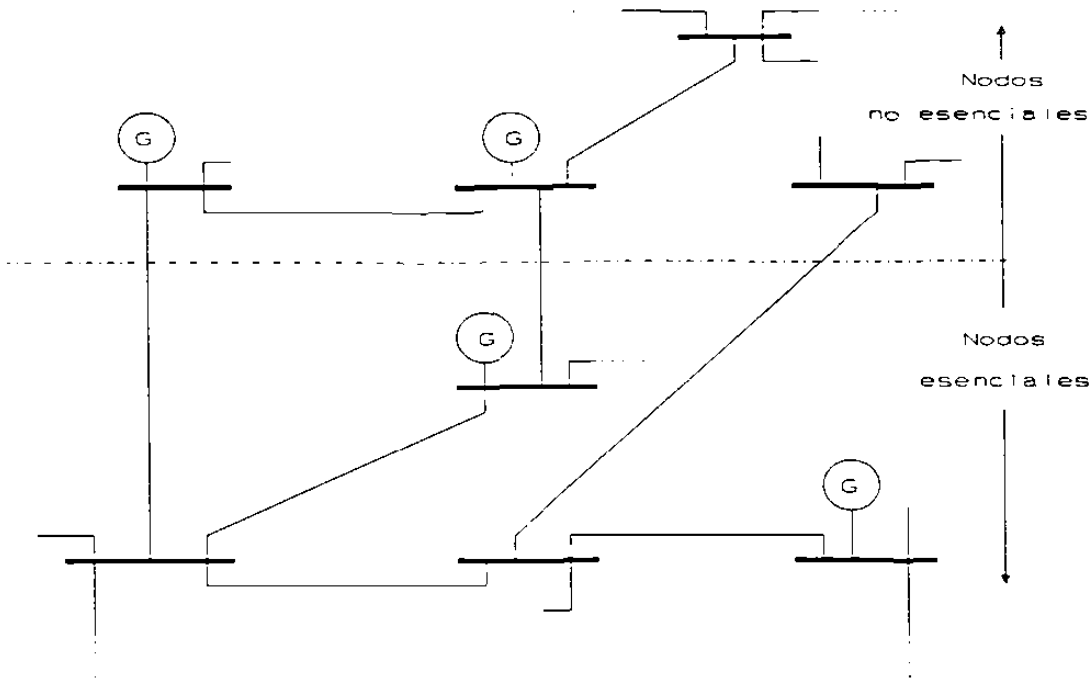

Fig. 2.1 División de la red en nodos esenciales y no esenciales

Las relaciones entre corrientes inyectadas, voltajes nodales y admitancias nodales pueden escribirse como:

$$\begin{bmatrix} I_{NE} \\ I_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{NE,NE} & Y_{NE,E} \\ Y_{E,NE} & Y_{E,E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{NE} \\ V_E \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

donde los subíndices E y NE se refieren a nodos esenciales y no esenciales, respectivamente.

Con la consideración de que $Y_{NE,NE}$ es no-singular, la eliminación de los nodos no esenciales puede describirse simbólicamente por:

$$I_E = \left(Y_{E,E} - Y_{E,NE}\, Y_{NE,NE}^{-1}\, Y_{NE,E}\right) V_E + Y_{E,NE}\, Y_{NE,NE}^{-1}\, I_{NE} \tag{2.2}$$

La ecuación se abrevia como:

$$I_E = Y_E V_E + I_E' \tag{2.3}$$

donde Y_E es la matriz de admitancia nodal del equivalente pasivo e I_E' es un vector de corrientes que se sobrepone en los nodos esenciales. Las corrientes I_E , I_E' se calculan para un caso base y se convierten a inyecciones de potencia.

El equivalente puede separarse en:

- Una parte lineal, formada por las admitancias equivalentes entre los nodos esenciales E y elementos en derivación equivalentes entre los nodos E y la referencia común.
- Una parte no-lineal, compuesta por inyecciones equivalentes en los nodos esenciales E.

2.3.2 Equivalente REI

En el equivalente REI [52], el concepto más importante es la *red de balance de potencia cero*. Esta red se introduce entre los nodos que se eliminan y los nodos creados.

Los equivalentes REI tienen como característica agrupar un conjunto de nodos en un nodo equivalente. En general, pueden haber diferentes nodos REI tanto de carga como de generación.

Para ilustrar la formación de la red de balance de potencia cero, se asume un generador equivalente y una carga equivalente. Se enfatiza que no se restringirá a priori el número y la naturaleza de los nodos ficticios. Una definición y selección apropiadas de estos elementos es la clave en la formación de un equivalente exacto y confiable. Los pasos

generales para crear un equivalente REI son:

a. Definir el conjunto de nodos que se retienen (nodos esenciales) y los que se eliminan (no esenciales).

b. Analizar las inyecciones nodales en los nodos no esenciales y definir el patrón de agregación para generación y carga.

c. Construir la red de balance de potencia cero.

d. Construir la matriz Y_{nodal} del modelo extendido.

e. Eliminar todos los nodos con inyección cero, excepto aquellos que son esenciales.

La red de balance de potencia cero se construye a través del siguiente procedimiento:

a) Para cada nodo no esencial, dividir la potencia compleja inyectada en partes que serán agregadas como generadores ficticios (GF) y cargas ficticias (CF), respectivamente.

b) Reemplazar las inyecciones nodales anteriores con admitancias equivalentes $Y^{o}_{j(i)}$ dadas por:

$$Y^{o}_{j(i)} = - \frac{S^{*}_{j(i)}}{V^{2}_{j(i)}} \tag{2.4}$$

c) Extender la red original agregando los nodos ficticios CF y GF, dos nodos neutros ficticios o' y o" y las admitancias ficticias Y_{CF} y Y_{GF}, como sigue:

$$Y_{CF(GF)} = - \frac{S^{*}_{j(i)}}{V^{2}_{(CF)(GF)}} \tag{2.5}$$

$$S_{CF(GF)} = \sum_{jo'(io'')} S_{jo'(io'')} \tag{2.6}$$

$$I_{CF(GF)} = - \sum_{jo'(io'')} I_{jo'(io'')} \tag{2.7}$$

$$V_{CF(GF)} = \frac{S^*_{CF(GF)}}{I^*_{(CF)(GF)}} \tag{2.8}$$

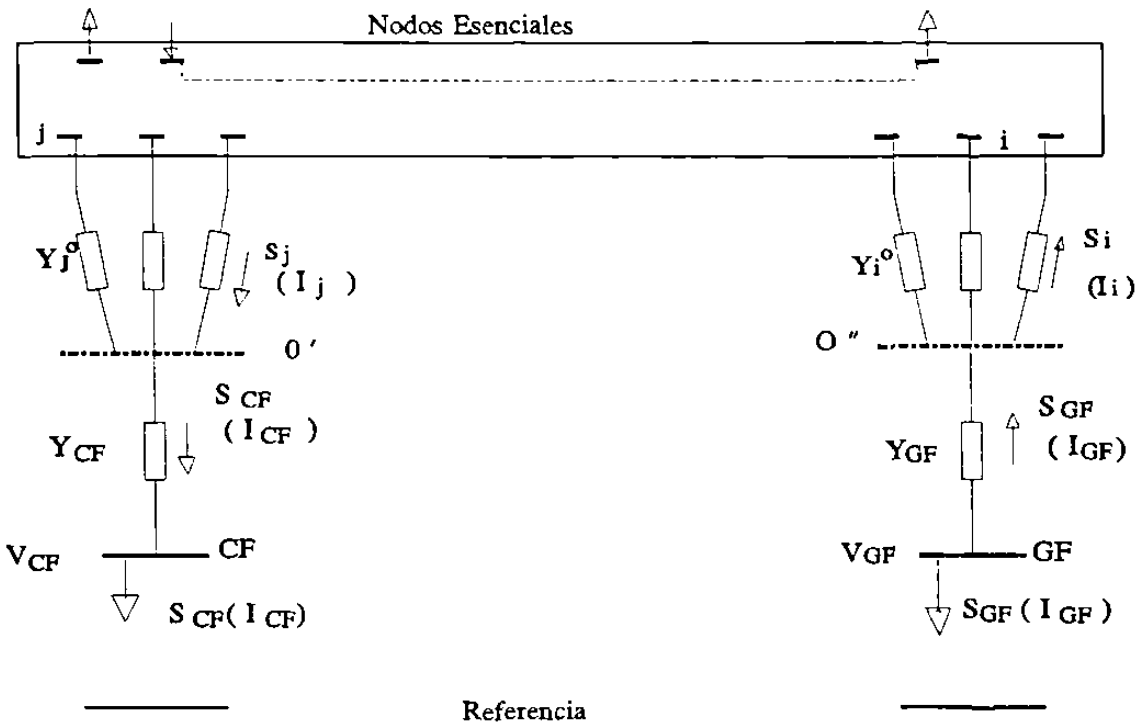

Fig. 2.2 Esquema del equivalente REI

donde jo'(io") son índices asociados con aquellas partes de las inyecciones nodales que se agregan. La red que conecta los nodos ficticios CF y GF con los nodos no esenciales j e i es la red de balance de potencia cero. Esto se ilustra en la Figura 2.2.

Una vez agrupados los nodos no esenciales en el nodo CF y GF es posible eliminar los nodos del área externa, manteniendo sólo los nodos equivalentes (CF) (GF).

2.3.3 Equivalente REDUC [44]

Este método es importante porque permite reducir el sistema y sólo retener puntos de

interés en una o varias zonas y/o áreas de estudio, sin necesidad de definir toda el área a reducir en un solo grupo de nodos. Es decir, el equivalente y el área de interés pueden estar mezclados.

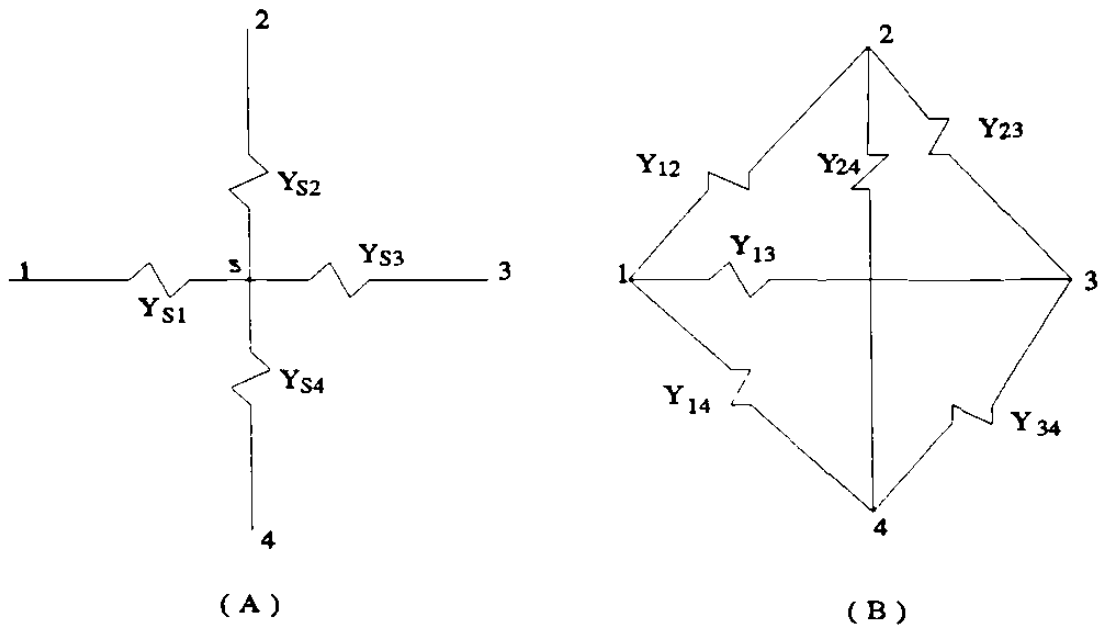

Fig. 2.3 Eliminación de nodos

Eliminación de nodos. La eliminación nodal puede lograrse mediante transformaciones delta estrella o viceversa, como se ilustra en la Figura 2.3. Se debe notar que al eliminar el nodo S se crean ramas ficticias entre todos los nodos conectados a S.

Para la obtención de las ramas equivalentes se aplica la ecuación de la eliminación Gaussiana:

$$Y_{ij} = \frac{Y_{si}\, Y_{sj}}{Y_{ps}} \quad , \quad i \neq j \tag{2.9}$$

$$Y_{ps} = \sum_{k=1}^{n} Y_{sk} \qquad s \neq k \tag{2.10}$$

donde n es el número de ramas y Y_{ps} es la admitancia propia para el nodo S.

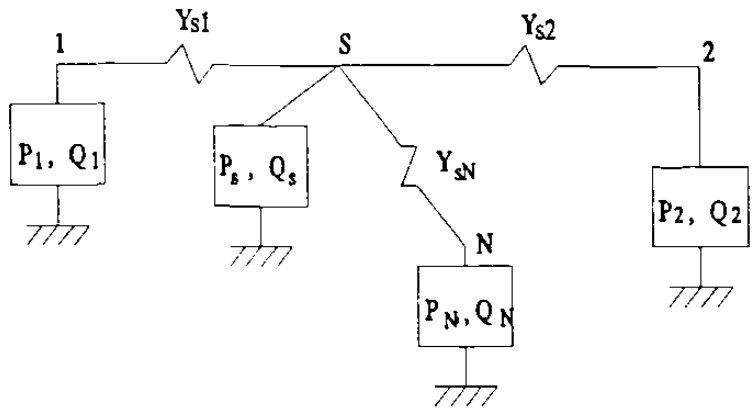

Fig. 2.4 Representación de las cargas antes de eliminar el nodo S

La eliminación de los nodos de carga se ilustra con la ayuda de la Figura 2.4, donde S es el nodo a eliminar. La carga se distribuye a los nodos vecinos de la siguiente manera:

a) Se calcula la admitancia propia del nodo S.

b) Se pondera la carga (P_s , Q_s) de acuerdo con la distancia eléctrica de sus nodos vecinos:

$$Y_{ps} = Y_{s1} + Y_{s2} + \dots + Y_{sn} \tag{2.11}$$

c) Se agrega la carga a cada nodo vecino:

$$\Delta \left(P_{sm} \ , \ Q_{sm}\right) = \frac{Y_{sm}(P_s \ , \ Q_s)}{Y_{ps}} \tag{2.12}$$

$$(P_m \ , \ Q_m)' = (P_m \ , \ Q_m) + \Delta(P_{sm} \ , \ Q_{sm}) \tag{2.13}$$

La red reducida se muestra en la Figura 2.5. De una forma similar es posible distribuir los elementos en derivación.

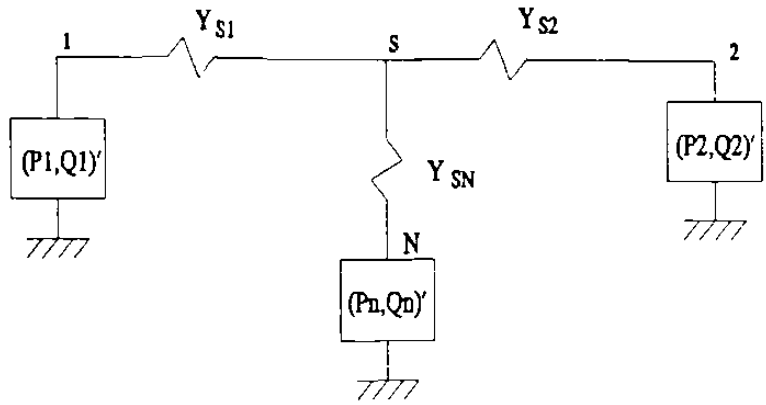

Fig. 2.5 Carga (P_s , Q_s) distribuida a sus nodos vecinos.

Una vez que se realiza la distribución de las cargas y elementos en derivación, se procede a eliminar los nodos no esenciales.

2.4 Equivalentes para el subsistema no-lineal (generadores)

Los enfoques principales en la obtención de equivalentes dinámicos para los estudios de estabilidad son tres: *a)* el enfoque modal, que conserva los principales eigenvalores del sistema externo; *b)* el enfoque de coherencia, que separa las máquinas en grupos y en cada grupo combina las máquinas en una equivalente al considerar que oscilan en fase; *c)* el enfoque de estimación, que deriva los equivalentes para el sistema externo a través de estimación.

2.4.1 Enfoques modales

Existen diversos métodos modales, todos cercanamente relacionados, basados en la característica de que la respuesta dinámica total de un *sistema lineal* se compone de *bloques dinámicos elementales*, los así llamados *modos naturales* del sistema. Considere un sistema

lineal descrito por el conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\dot{x} = A\,x \tag{2.14}$$

con el estado inicial $x(o)$. La solución de este conjunto de ecuaciones es de la forma

$$x(t) = e^{At}\,x(o) \tag{2.15}$$

o, en forma de componentes:

$$x_i\,(t) = \alpha_{i1}\,e^{\lambda_1 t} + \alpha_{i2}\,e^{\lambda_2 t} + \,.\,.\,\alpha_{in}\,e^{\lambda_n t} \quad (i = 1,2,...n) \tag{2.16}$$

El i-ésimo componente, x_i, del vector n-dimensional **x** se compone de n términos exponenciales, $e^{\lambda_k t}$ (modos naturales). La importancia del j-ésimo modo, $e^{\lambda_j t}$, en la componente x_i, depende de la magnitud del factor de amplitud α_{ij} y de la parte real del eigenvalor λ_j. Estos factores a su vez dependen del estado inicial **x**(o). Es posible mediante la elección apropiada de **x**(o) *bloquear o no excitar* completamente todos los modos en la respuesta x(t).

Típicamente, en casos reales, ciertos modos naturales dominan la respuesta por las siguientes razones:

a. La condición inicial es tal que favorece (excita) ciertos modos más que otros.
b. Algunos modos decaen lentamente debido a que el eigenvalor correspondiente, λ_j, tiene una magnitud pequeña (o, en el caso de un modo complejo, tiene una parte real pequeña).

Como resultado, aquellos modos que tienen una amplitud pequeña o decaen muy rápido pueden despreciarse porque no participan de manera importante en el proceso dinámico de interés, de esta forma el conjunto de ecuaciones resultante puede ser considerablemente menor que el conjunto original.

Varios investigadores han aplicado el método de reducción modal al análisis de procesos

transitorios en sistemas de potencia [4,5,31]. Estos trabajos están estrechamente relacionados y difieren sólo en la manera de determinar el problema de la dominancia.

Estos métodos en sentido estricto sólo pueden aplicarse a sistemas lineales, en cambio la respuesta del sistema ante grandes disturbios es no-lineal. Para manejar esta limitante se ha sugerido un enfoque que al menos en un sentido conceptual es apropiado [31].

En la vecindad de una falla las oscilaciones de los rotores son de gran magnitud y las ecuaciones del rotor son no-lineales. Lejos de la falla las amplitudes disminuyen y las ecuaciones pueden linealizarse. Esto puede compararse con la propagación de las ondas sobre la superficie del agua; a una cierta distancia del disturbio toman una forma armónica suave. Por lo tanto, el método de reducción modal sólo se aplica al grupo lineal de ecuaciones dinámicas.

Los métodos basados en el cálculo de eigenvalores requieren un esfuerzo de cómputo considerable para identificar los valores característicos, los modelos y el grupo dominante entre ellos.

En los primeros estudios sobre equivalentes modales, equivalentes electromecánicos [31], el sistema eléctrico se dividió en tres partes: el sistema en estudio; el sistema que lo rodea (intermedio) y el sistema externo. Como los datos para la parte externa de un gran sistema eran difíciles de obtener (en sistemas interconectados), y el efecto sobre el sistema en estudio es secundario, se sugirió la representación mediante unos cuantos generadores equivalentes con modelos simplificados.

El proceso general para derivar equivalentes dinámicos del sistema externo mediante este enfoque modal es como sigue [31]:

a) Las ecuaciones de estado del sistema externo se describen por ecuaciones diferenciales no-lineales:

$$\dot{x} = F(x, v_t) \tag{2.17}$$

donde **x** es el vector de estado y $\mathbf{v}_t$ el vector de voltajes terminales de los nodos con conexión al área intermedia.

b) Las ecuaciones (2.17) se linealizan bajo la suposición de que un disturbio dentro del área de estudio se manifiesta ligeramente en el sistema externo. Las ecuaciones del sistema externo pueden escribirse como:

$$\Delta\dot{x} = A\ \Delta x + B\ \Delta v_t \tag{2.18a}$$

$$\Delta\ i_t = C\ \Delta x' + D\ \Delta v_t \tag{2.18b}$$

donde $\Delta x'$ es un subconjunto de Δx, Δi_t son las desviaciones en las corrientes terminales, A, B, C y D son matrices de coeficientes; las desviaciones de corriente pueden encontrarse de un estudio de flujos de carga.

c) La matriz característica A se diagonaliza usando los eigenvectores de A, resultando

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \Lambda z + E\Delta V_t \\ z &= T\Delta x \end{aligned} \tag{2.19}$$

donde z es el nuevo vector de estado, Λ la matriz diagonal de eigenvalores del sistema, E una nueva matriz de coeficientes para ΔV_t, y T la matriz de transformación que se constituye usando los eigenvectores de A.

d) Despreciando los eigenvalores con amortiguamiento rápido y los de alta frecuencia, manteniendo sólo los eigenvalores principales, resulta un sistema externo de orden menor.

Los métodos modales empleados en este trabajo son [9,12,13,14,26,27,33,34]:

i) método de descomposición en *r* áreas coherentes;

ii) método modal-coherente.

El primero es un método que utiliza la noción de coherencia lenta, esto es, la coherencia con respecto a r modos lentos del sistema. Así, se espera que las máquinas equivalentes de las áreas reproduzcan tan cercanamente como sea posible los r modos más lentos. En términos de perturbaciones singulares esto significa que constituyen el subsistema lento, mientras el subsistema rápido representa las oscilaciones intermáquina dentro de cada área.

El método modal-coherente está basado en la aplicación de un disturbio en la potencia mecánica de las máquinas proporcional al cuadrado de las inercias respectivas. Bajo este disturbio, los grupos coherentes quedan determinados por los coeficientes del par de sincronización ponderados inercialmente, y se identifican mediante una medida de coherencia rms. Ya que los coeficientes del par de sincronización también determinan la estructura modal del sistema, los equivalentes modal y modal-coherente son semejantes.

2.4.2 Métodos de coherencia

Los equivalentes basados en coherencia han recibido mayor atención que los modales. La coherencia es el término usado para describir la tendencia de las máquinas interconectadas a oscilar en fase. Los generadores síncronos tienen una dinámica de rotor coherente cuando están interconectados con líneas fuertes.

La característica de coherencia se ha usado por los ingenieros de sistemas de potencia para simplificar el análisis dinámico de sistemas grandes, para hacer fáciles y entendibles los fenómenos, que de otra manera pueden ser de difícil comprensión. Este enfoque puede ser particularmente útil en la descripción de la dinámica de sistemas de control carga-frecuencia multiárea [53, 54].

La utilidad del concepto de coherencia se debe al hecho de que pueden identificarse grupos de generadores que tienen una tendencia a oscilar en fase bajo la mayoría de las fallas lejanas eléctricamente. El problema central en estos métodos es cómo identificar esos grupos. Esto ha conducido a *observar* el comportamiento en el tiempo de las desviaciones de los ángulos de rotor, una vez liberada la perturbación. Esto es, el objetivo es comparar el comportamiento de los ángulos y decidir si los generadores son coherentes. Para esto uno de los primeros enfoques se basó en realizar simulación en el tiempo sobre una versión linealizada del sistema y hacer una comparación de las curvas de desplazamiento angular para identificar los grupos de generadores que oscilan en fase. Esta técnica representa una carga computacional fuerte, por lo que después surgieron técnicas basadas en la solución de las ecuaciones linealizadas del rotor de las máquinas. Una vez que se tiene la solución en el tiempo, debe enfrentarse el problema de la manera en que se identifican los generadores coherentes. La mayoría de las técnicas basadas en coherencia hacen uso de una *medida de coherencia*, definida fundamentalmente como la diferencia entre los ángulos de rotor de las máquinas para las cuales se desea conocer si oscilan en fase.

Una vez identificados los grupos de generadores que oscilan en fase, el enfoque clásico de equivalente por coherencia considera los siguientes aspectos [10,11]:

Nodo equivalente. Todos los generadores pertenecientes al mismo grupo coherente se conectan a un nodo equivalente a través de transformadores ideales, cada uno con una relación de transformación compleja, para hacer coincidir los voltajes terminales y ángulos de fase con los del nodo equivalente. Las relaciones complejas son:

$$a_j = \frac{V_i}{V_t} \quad , \quad j = 1,\ldots,n \tag{2.20}$$

donde V_j y V_t son los voltajes fasoriales de las máquinas individuales y el voltaje del nodo equivalente, respectivamente. El voltaje del nodo equivalente puede elegirse tomando el voltaje de cualquier nodo individual o el valor promedio del grupo coherente.

Dinámica del rotor. Las ecuaciones mecánicas de las máquinas individuales de un grupo se escriben como sigue (ω en p.u.):

$$2H_j \left[\frac{d\omega_j}{dt}\right] = Pm_j - Pe_j - D_j\,\omega_j \quad , \quad j = 1,\ldots,n \tag{2.21}$$

Como las velocidades de todas las máquinas en un grupo coherente son las mismas, las ecuaciones mecánicas agregadas pueden escribirse:

$$\left[\sum_j 2H_j\right] \frac{d\omega}{dt} = \sum_j Pm_j - \sum_j Pe_j - \left[\sum_j D_j\right] \omega \quad , \quad j = 1,\ldots,n \tag{2.22}$$

Nótese que todas las ecuaciones de (2.21) deben escribirse en una misma base. Se sugiere que los generadores síncronos se modelen mediante reactancias detrás de voltajes constantes, y que los sistemas de excitación, gobernador y turbina se desprecien en el modelo [10,11]. En esta formulación las ecuaciones de la máquina son:

$$\begin{aligned} 2H_j \frac{d\Delta\omega_j}{dt} &= \Delta Pm_j - \Delta Pe_j - D_j\,\Delta\omega_j \\ \frac{d\Delta\delta_j}{dt} &= (\omega_0)\ \Delta\ \omega_j \end{aligned} \tag{2.23}$$

y la ecuación de potencias es:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_G \\ \Delta P_L \\ \Delta Q_G \\ \Delta Q_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\theta \\ \Delta E \\ \Delta V \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

que se aproxima por

$$\begin{bmatrix} \Delta P_G \\ \Delta P_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_G}{\partial \delta} & \frac{\partial P_G}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \theta} & \frac{\partial P_L}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

basado en la suposición de que la potencia real y reactiva pueden desacoplarse, y que

$$\Delta E \approx 0 \ , \ \frac{\partial P_G}{\partial V} \approx 0 \ , \ \frac{\partial P_L}{\partial V} \approx 0 \tag{2.26}$$

En estas ecuaciones, P_G, Q_G, E y δ son la potencia real, la potencia reactiva, el voltaje y el ángulo de los nodos internos de generación, y P_L, Q_L, V y θ corresponden a los de los nodos de carga.

Empleando el modelo lineal simplificado y aplicando el algoritmo de integración trapezoidal, el tiempo de cómputo requerido para determinar la equivalencia por coherencia se reduce drásticamente. El amortiguamiento del sistema es afectado por la simplificación del modelo, no así la frecuencia de oscilación.

En este trabajo se emplean dos métodos que hacen uso de la eigenestructura para obtener la respuesta en el tiempo (ecuación 2.14) y se clasifican como métodos de coherencia porque hacen uso de medidas de distancia para identificar los grupos coherentes. A diferencia de los métodos modales, es posible representar una falla trifásica agregando una admitancia de gran magnitud al elemento diagonal del nodo fallado. Los métodos se han denominado:

a) Método de coherencia mediante aceleración constante.

b) Método de coherencia mediante series de Taylor.

Para ambos métodos de coherencia pueden hacerse las consideraciones siguientes:

a) Debido a la disponibilidad de interruptores de alta velocidad (3 ciclos), los tiempos de liberación de una falla son bastante reducidos, por lo que el cambio angular de los rotores no es significativo. Esto hace que la coherencia se determine principalmente en el período de postfalla, (Figura 2.8).

b) Para estudiar el período de postfalla, es necesario determinar la condición *inicial* para este período, lo cual requiere el cálculo del período de falla. Este cálculo se facilita al suponer que durante la falla la aceleración de las máquinas es constante.

c) La identificación de los grupos coherentes se hace mediante la definición de medidas de distancia.

Así, la diferencia importante entre estos métodos es la forma de obtener la respuesta del vector $\delta(t)$ (ángulos del rotor). El *método de aceleración constante* lo hace mediante el manejo de los eigenvalores y eigenvectores izquierdos y derechos. El *método de series de Taylor* emplea una expansión en series de Taylor de la matriz de transición de estado, e^{At}.

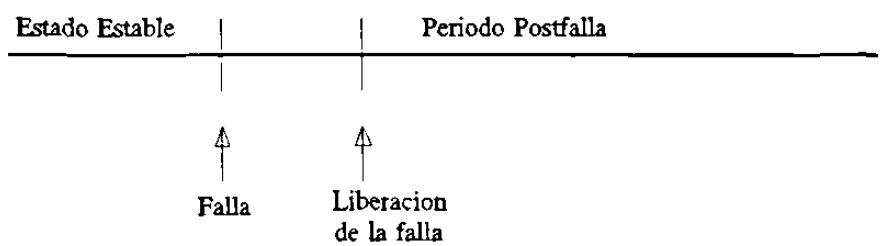

Fig. 2.6 Período de interés

2.4.3 Equivalentes dinámicos estimados [48]

El tercer enfoque para obtener equivalentes dinámicos del sistema externo se basa en utilizar estimación, emplea información sólo del sistema en estudio. En tales casos, a

diferencia de los enfoques modal y coherente, no se requiere información del sistema externo. Esto es muy deseable, ya que en el sistema externo están involucradas muchas máquinas, cargas y líneas, y los datos son difíciles de obtener. Este método presenta buenas perspectivas para derivar equivalentes dinámicos con un cálculo en línea para fijar la seguridad del sistema.

En el proceso, se emplea una función de máxima verosimilitud y un filtro de Kalman [8]. Para las mediciones en línea, tomadas en los nodos frontera del sistema, se aplica un filtro pasa-bajos para filtrar el ruido. El procedimiento general se muestra en la Figura 2.7.

Se construye una función de verosimilitud δz, que es la diferencia entre la medición en línea z y la medición estimada $\hat{z}$. Se optimiza la función y se encuentra un nuevo vector de

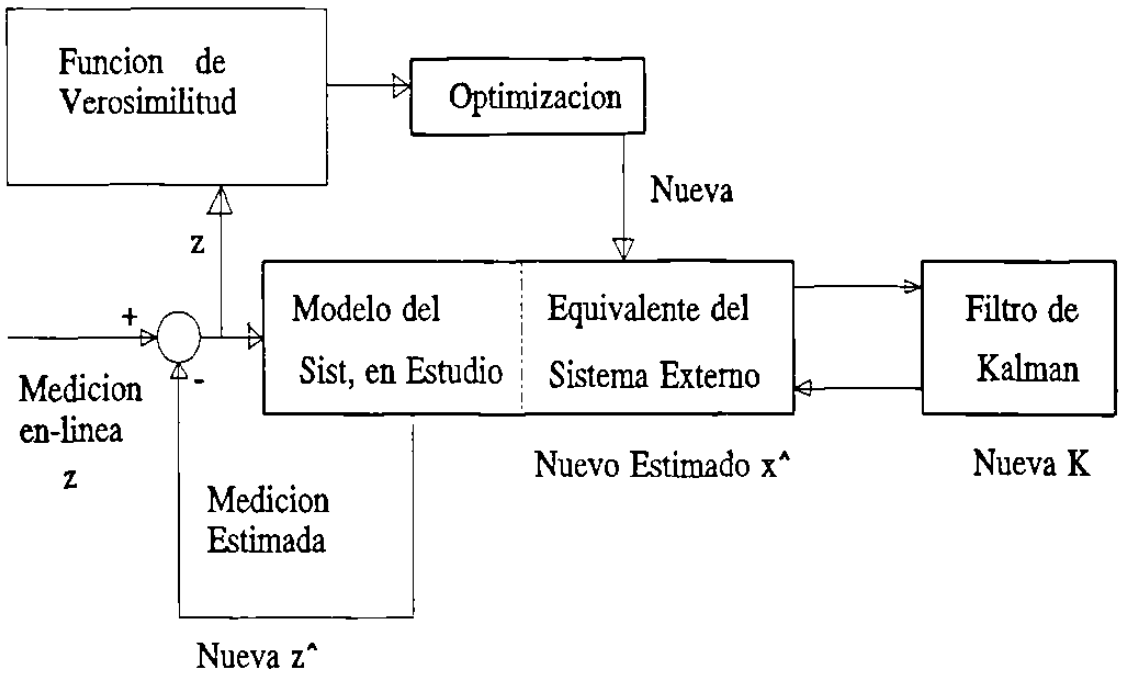

Fig. 2.7.- Identificación mediante máxima verosimilitud

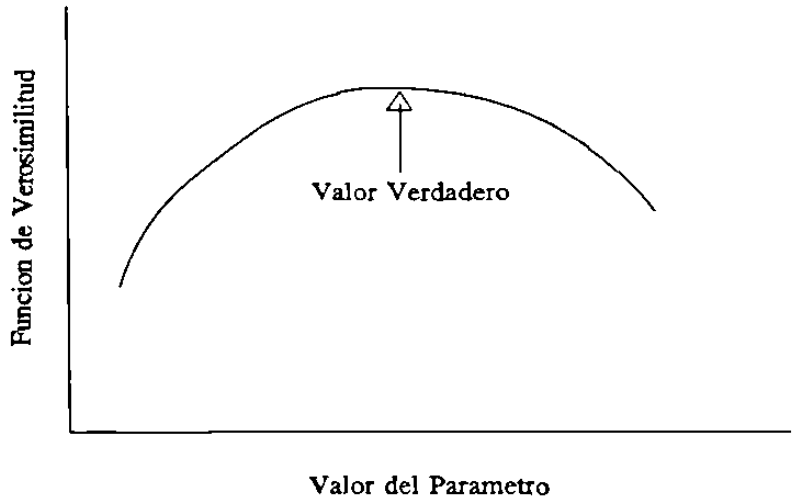

Fig. 2.8: Función de verosimilitud para un parámetro

parámetros α para estimar un nuevo estado del sistema $\hat{x}$. La ganacia del filtro de Kalman K se calcula en cada paso, lo que de por sí requiere muchas iteraciones. Se predice una nueva medición $\hat{z}y$ se compara con la medición en línea z en cada instante para dar un nuevo residuo δz. El proceso se repite hasta que la función de verosimilitud alcanza su máximo, obteniéndose los mejores valores de parámetros estimados. Una función de verosimilitud típica de un parámetro dado se muestra en la Figura 2.8. La matemática requerida en el proceso es compleja.

En este trabajo no se consideran técnicas para equivalentes basadas en estimación, debido a que hacen uso de *mediciones* en nodos frontera del sistema, ya que su objetivo es la determinación de equivalentes en línea. En este trabajo se forman equivalentes para la red nacional en una condición fuera de línea.

2.5 Cargas [55]

El comportamiento dinámico de los sistemas de potencia es dependiente de la respuesta

de las cargas; por esta razón su adecuada representación influye en los resultados del análisis y, por ende, en las conclusiones de los estudios. El comportamiento de las cargas, en términos generales, es función de la frecuencia y del voltaje. Algunas formas comunes de modelar las cargas son mediante: *a)* Potencia constante; *b)* Corriente constante; *c)* Impedancia constante. En estos casos, como su nombre lo indica, los nodos de carga quedarán representados en forma de potencia, corriente o impedancia, en sus valores de prefalla.

El tipo de impedancia constante es el más utilizado (aunque no es necesariamente la forma más exacta) en los estudios de estabilidad, debido a la sencillez en la representación y a las características de convergencia de los algoritmos de solución. Es el modelo que se utiliza en este trabajo. La representación matemática para estas cargas se indica por la expresión

$$Y_c \, V = I \tag{2.27}$$

donde Y_c permanece constante durante el estudio, y se calcula con los valores de potencia y voltaje complejos específicos previos a la perturbación.

Una manera cualitativa de explicar el efecto de tal representación es como sigue [52]. Considere un nodo con voltaje V y una carga $P_L + j\,Q_L$. Si la carga se representa mediante la admitancia estática $G_L - j\,B_L$, se tiene:

$$G_L - j\,B_L = \frac{P_L}{V^2} - j\,\frac{Q_L}{V^2} \tag{2.28}$$

Durante un proceso transitorio la magnitud del voltaje V y la frecuencia cambiarán, el cambio en voltaje se refleja en las potencias real y reactiva de la carga, mientras el cambio en la frecuencia del nodo no se refleja en las cargas. En otras palabras, este modelo asume $P_L \propto V^2$, $Q_L \propto V^2$, donde las potencias son independientes de la frecuencia. Suponga que el proceso transitorio se inicia por una falla en la red de transmisión. Inicialmente, la falla causa una reducción de la potencia de salida en la mayoría de los generadores, provocando que sus rotores se aceleren y la frecuencia tienda a crecer. Al

mismo tiempo, la falla en la red de transmisión generalmente causa una reducción en los voltajes nodales próximos a la falla. En el modelo de admitancias constantes, la potencia de la carga decrece considerablemente ($P_L \alpha V^2$), y el incremento en la frecuencia no causa un aumento en la potencia de la carga. En sistemas reales la reducción de la potencia no es proporcional a V^2, sino a un exponente menor de 2. Así, el modelo da una potencia de carga menor que la esperada durante la falla y mayor que la nominal después de liberada.

Al emplear cargas y generadores equivalentes existen problemas para los cuales no se tiene una respuesta satisfactoria. Por ejemplo, las inyecciones equivalentes pueden no representar una realidad física y consecuentemente el manejar los nodos equivalentes como tipo (P-V), tipo (P-Q) o tipo compensador puede no tener una base real. Esto es particularmente problemático en la respuesta de reactivos del equivalente para cambios en el sistema interno o el que se ha reducido. Una posible explicación a esto es que por lo general la potencia reactiva se genera o absorbe de acuerdo con la ley de variación:

$$Q = KV^2 \tag{2.29}$$

mientras que la característica potencia real inyectada-voltaje es relativamente plana.

2.6 Ecuación de oscilación

Para identificar coherencia en sistemas multimáquina el modelo de generador usado es el clásico, debido a que las variables de interés son fundamentalmente los desplazamientos angulares de los rotores de las máquinas. La ecuación de oscilación es,

$$\frac{2H_i}{\omega_0}\ddot{\delta}_i(t) = Pm_i - Pe_i \tag{2.30}$$

donde se desprecia la potencia de amortiguamiento, y la potencia mecánica (Pm) se asume constante en su valor de prefalla. En adelante se considera la velocidad angular ω_0 = 1 p.u. de tal forma que las potencias son numéricamente iguales a los pares, y se usa

$M_i \triangleq \frac{2H_i}{\omega_0} P_b$ donde P_b es la potencia base. Para calcular Pe, considere una red general que consta de n máquinas y N nodos excluyendo el nodo de referencia (tierra). La siguiente ecuación matricial relaciona el voltaje nodal (a tierra) con las inyecciones de corriente de los generadores:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{ll} & Y_{lg} \\ Y_{gl} & Y_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_l \\ E_g \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

donde I_g es el vector de corrientes de generador de orden n x 1; E_g es el vector de voltajes internos de generador de orden n x 1; V_l es el vector de voltaje terminal de generadores y buses de carga de orden N x 1; Y_{gl} , Y_{gg} , Y_{lg} , Y_{ll} son submatrices de dimensiones apropiadas.

De la ecuación matricial en (2.31), se eliminan todos los nodos que no son de generación aplicando eliminación Gaussiana. Así, se obtiene la siguiente ecuación que relaciona los voltajes de generación internos con las corrientes [55]:

$$I_g = Y_{nodal} E_g \tag{2.32}$$

donde $Y_{nodal} = Y_{gg} - Y_{gl} Y_{ll}^{-1} Y_{lg}$.

Es pertinente hacer notar lo siguiente:

a) La ecuación matricial (2.32) representa n ecuaciones algebráicas lineales, mientras la ecuación de la red original (2.31) es de orden (n + N). Generalmente N es mucho mayor que n, y aquí es donde se nota la gran influencia que tiene la reducción de la red en los cálculos.

b) Realmente no se realiza una inversión matricial para obtener Y_{nodal} , sino que se utiliza

la reducción de Kron.

c) Los elementos de Y_{nodal} incluyen las impedancias de carga en derivación y las reactancias transitorias de los generadores.

d) En estudios de estabilidad, hay tres períodos de interés, a saber; períodos de prefalla, falla y postfalla (Figura 2.8). Para cada período debe usarse una Y_{nodal} diferente que refleje cualquier operación de cambio topológico en la red.

De la expresión $Pe_i = Re\{ E_i I^*_i \}$ y usando (2.32) para sustituir I_i se obtiene Pe_i,

$$Pe_i = \sum_{k=1}^{n} E_i E_k Y_{ik} Cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \tag{2.33}$$

donde $\mathbf{E}_j = E_j \angle \delta_j$, $\mathbf{Y}_{ik} = Y_{ik} \angle \theta$, y $\mathbf{Y}_{ik}$ es el elemento (i,k) de Y_{nodal}. Así, la ecuación de oscilación de la i-ésima máquina tiene la forma:

$$\ddot{\delta}_i = \frac{Pm_i}{M_i} - \sum_{k=1}^{n} \frac{E_i E_k Y_{ik}}{M_i} Cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \tag{2.34}$$

Para un sistema de n máquinas se requieren n ecuaciones similares a (2.34). Estas n ecuaciones son ecuaciones diferenciales no-lineales de segundo orden relacionadas entre sí. No existe solución analítica para este conjunto de ecuaciones diferenciales. De hecho, aún para el caso simple de un sistema máquina-barra infinita, la solución no puede expresarse en términos de funciones elementales. El enfoque más común para determinar la estabilidad es integrar las ecuaciones de oscilación numéricamente utilizando una computadora digital.

Como sería bastante tedioso y costoso computacionalmente el tratar de identificar grupos coherentes de generadores, mediante el análisis de las curvas de oscilación obtenidas al resolver numéricamente el conjunto de ecuaciones diferenciales, la mayoría de las técnicas

actuales para identificación de coherencia hacen uso de la teoría de sistemas lineales y utilizan la versión linealizada de tales ecuaciones, haciendo uso de las consideraciones siguientes [11]:

a) Los grupos coherentes de generadores son independientes del tamaño del disturbio. Por tanto, la coherencia puede determinarse considerando un modelo linealizado del sistema.

b) Los grupos coherentes son independientes del grado de detalle en los modelos de las unidades generadoras. Por tanto, se considera un modelo clásico de máquina síncrona y se ignoran los sistemas de control.

c) El comportamiento coherente de un grupo de generadores no se afecta al cambiar el tiempo de liberación de la falla. Esto es válido para tiempos cortos de falla [56].

d) Ya que los coeficientes de amortiguamiento D, que describen los pares producidos por los devanados del rotor, no afectan significativamente la frecuencia de los modos naturales del sistema, pueden despreciarse en el modelo clásico de la máquina.

2.7 Perturbaciones

Debe hacerse una distinción entre perturbaciones grandes y las pequeñas. Una falla en la red de transmisión o la pérdida de una unidad generadora de gran tamaño son ejemplos de grandes perturbaciones. En estos casos las máquinas síncronas pueden perder sincronismo asintóticamente. La capacidad del sistema para soportar un disturbio depende del punto de operación en el momento en que ocurre la falla. Cambios en la carga del sistema, en la asignación de unidades generadoras, en las interconexiones de la red, o el tipo de protección, pueden dar resultados completamente diferentes en un estudio de estabilidad para el mismo disturbio. La estabilidad depende fuertemente de la magnitud y

localización del disturbio y del estado inicial o la condición de operación del sistema.

El problema de estabilidad de las máquinas síncronas bajo la acción de cambios pequeños se denomina *estabilidad de estado estable o estacionaria*, y su estudio se basa en propiedades intrínsecas del sistema tales como inercias, coeficientes de sincronización, estructura de la red, etc.

La estabilidad transitoria y estacionaria son aspectos que deben abordarse para planear y operar el sistema exitosamente. Esto debe ser así, a pesar de que los problemas se han separado, por una conveniencia de manejar las aproximaciones y suposiciones hechas en los tratamientos matemáticos de los dos problemas. Sin embargo, en un gran sistema interconectado debe estudiarse el efecto de un disturbio en un período largo de tiempo, generalmente varios segundos y, en ocasiones, algunos minutos. Los estudios de estabilidad para períodos largos, requieren la simulación de algunos componentes que se desprecian en los estudios de estabilidad transitoria.

En este trabajo una perturbación o contingencia en el sistema produce una condición anormal de operación o un cambio en la configuración de la red. Generalmente para los estudios en el tiempo se consideran sólo fallas trifásicas, por ser las fallas más severas que pueden ocurrir en el sistema eléctrico.

La severidad de la perturbación asegura o no la validez de los modelos linealizados. Es decir, si la perturbación es severa, se presentará una excursión grande de variables, lo cual provocará seguramente regímenes de operación dentro de las características no lineales de los diferentes elementos.

La localización de una perturbación provoca fundamentalmente la desintegración de grupos coherentes, sobre todo aquellos eléctricamente cercanos a ella. Por el contrario, los

generadores más alejados generalmente siguen oscilando en grupos. Por lo tanto, los resultados de las técnicas para identificar grupos coherentes que no consideran la inclusión de una contingencia son diferentes de los que sí la consideran, básicamente en cuanto a los generadores más cercanos a la falla.

2.8 Sistemas equivalentes

En estudios de estabilidad transitoria para sistemas eléctricos el proceso para la formación de equivalentes dinámicos contempla lo siguiente.

El primer aspecto a considerar es la definición de la zona de interés o de estudio. En esta zona de interés se localizan los nodos de carga y generación en los que se tiene un interés particular y que deben conservarse intactos. Es decir, todos estos nodos no son objeto de agrupación. El sistema equivalente que resulte será un equivalente visto desde esta zona. Para esta zona pueden considerarse modelos de generadores y sistemas de excitación detallados. La definición de la zona de interés generalmente está determinada por los generadores, por lo que es posible que dentro de ella existan nodos de carga que no sean importantes y que pueden eliminarse.

Una vez definida la zona de estudio, es posible agrupar los nodos de carga de la zona exterior, conservando en forma individual sólo aquellos nodos que a juicio del analista sean importantes.

Para los generadores de la zona externa es factible agrupar en una máquina equivalente los generadores que forman una central eléctrica. Después se efectuan estudios sobre identificación de generadores coherentes, para decidir la posible agrupación de generadores equivalentes de centrales eléctricas. Se recomienda tener cuidado de no agrupar generadores importantes; esto es, generadores que aportan mayor potencia a la red y los

generadores más influenciados por una perturbación en la zona de estudio. Se deberá emplear algún índice que indique el grado de reducción que puede lograrse sin un deterioro sustancial de la precisión de los resultados. Los generadores que quedan en la zona externa forman el equivalente dinámico visto desde la zona de interés o de estudio. Para estos generadores es posible utilizar modelos simplificados.

Cuando no se requieren detalles del comportamiento de generadores en un central eléctrica, es posible calcular generadores equivalentes para ellas, incluyendo las de la zona de interés.

2.9 Hacia una metodología general

Para obtener equivalentes dinámicos aplicables a sistemas reales que puedan ser empleados en la diversidad de situaciones y condiciones operativas, es necesario contar con una metodología que cumpla con las siguientes características:

a) *Aplicable a sistemas reales*. Este es un requisito primordial, ya que si se emplea una metodología que represente una enorme carga computacional y que ocupe mucho tiempo de cómputo o que sea demasiado compleja cuando se aplica a un sistema de gran escala, pierde su atractivo.

b) *Formal*. Desde un punto de vista científico es necesario que una metodología tenga un sustento sólido para la mayoría de sus argumentos, porque cuando estos son de carácter heurístico, puede ocurrir que funcione para algunos casos y no funcione para otros.

c) *Confiable*. Con esto se quiere indicar que la metodología propuesta debe dar resultados de calidad, de tal forma que el analista tenga confianza de aplicarla en todo momento.

d) *Implementable*. En esta época en el ámbito de la ingeniería eléctrica difícilmente puede

aceptarse una técnica que no se traduzca en software accesible a cualquier persona, y que arroje resultados de fácil interpretación para el analista, independientemente de la complejidad de la red.

e) *General*. La metodología debe permitir al usuario seleccionar la zona de estudio que desee y reducir a equivalentes el resto del sistema.

f) *Flexible*. La metodología debe permitir la adaptación de los avances que se vayan presentando sobre reducción de modelos. Además, debe considerar aspectos para lograr una futura implementación en línea.

2.10 Resumen del capítulo

a) Se presenta la problemática general en la formación de equivalentes dinámicos para sistemas eléctricos, así como las consideraciones generales para la solución del problema.
b) Se ha considerado la importancia de las cargas y de las técnicas de reducción de la red. Se presentan los métodos de reducción de equivalentes de red más comunes.
c) Se presentan los enfoques generales en la obtención de equivalentes dinámicos en redes eléctricas y se hace una breve descripción de ellos.
d) Se señalan los requerimientos generales que deben cumplir las metodologías para la identificación de grupos de generadores coherentes en sistemas reales y se hace un esbozo de la metodología propuesta.

CAPITULO 3

EQUIVALENTES DE CENTRALES ELECTRICAS

Introducción

Una vez que se define el área de interés, es posible iniciar el proceso de reducción.
En el proceso de reducción de modelos para estudios de estabilidad transitoria, la eliminación de nodos de carga se realiza tratando de conservar solo los nodos que se consideren importantes debido a su localización o a un interés particular. Esto es válido para la zona interna y externa. La mayoría de las veces el modelo de los generadores del área externa puede reducirse a un modelo de segundo orden que preserva cercanamente el modo electromecánico. Ya que generalmente una central se compone de dos unidades o más y debido a su cercanía eléctrica (ver sección 4.2), casi siempre es posible agregarlas en una sola. Al llevar a cabo estas reducciones, se obtiene una reducción importante de tiempo de cálculo. Así, la cantidad de ecuaciones diferenciales a manejar se reduce en la mitad o más, con el consecuente ahorro de tiempo de cálculo y facilidad de interpretación de resultados.

Este capítulo trata sobre la reducción de orden de modelos para estudios máquina-barra infinita. En la reducción se han empleado dos técnicas: realizaciones balanceadas y la ecuación de oscilación equivalente. También se presentan aplicaciones para la reducción de sistemas de excitación, haciendo uso de dos técnicas: realizaciones balanceadas y perturbaciones singulares.

Para los parámetros del generador equivalente se resume el método de ajuste de curvas de respuesta a la frecuencia y se propone una modificación a éste. Se presentan resultados que

ilustran la agregación de las máquinas reguladas de una central eléctrica.

3.1 Generalidades Sobre Reducción de Centrales

En el proceso de reducción de modelos para estudios de estabilidad, la agregación de los generadores que componen una central eléctrica tiene un papel importante, ya que generalmente las centrales están constituidas de dos o más unidades generadoras y es posible agregarlas en una equivalente. La unidad equivalente preservará la dinámica electromecánica externa a la central, es decir voltaje terminal, flujo de potencia en las líneas conectadas a la central y frecuencia. La dinámica interna, oscilaciones locales entre unidades, no podrá observarse en el equivalente. Esto significa que el equivalente será válido para perturbaciones externas a la planta, las cuales no excitan los modos de oscilación locales.

Cuando se desea analizar la dinámica interna de la central o la influencia de una unidad o sistema de control en los modos de oscilación, la central no deberá agregarse.

Los generadores agregados estarán representados por modelos del mismo orden. El modelo del generador equivalente puede ser reducido posteriormente de acuerdo a las técnicas que se analizarán en este capítulo. Las técnicas además permiten obtener modelos reducidos de los sistemas de control automático para cada generador o para el generador equivalente.

La decisión de la consideración o no del sistema de control automático depende del estudio a realizar, del analista o de la definición del área de estudio.

Debe comentarse que las técnicas empleadas para la reducción de modelos se aplican a sus versiones linealizadas, pero los resultados se han aplicado a los modelos no-lineales y ante

grandes perturbaciones, obteniendo resultados satisfactorios.

El concepto de agregar generadores de una central eléctrica puede aplicarse para la agregación de generadores que componen un área coherente, y el equivalente será válido para cualquier perturbación siempre y cuando no excite los modos de oscilación entre las máquinas del mismo grupo coherente específico. Esto se aplica a cualquier grupo coherente del área externa, como se mostrará en el siguiente capítulo.

3.2 Método de las realizaciones balanceadas.

El método de realizaciones balanceadas consiste en una transformación de coordenadas con el fin de que los estados sean igualmente controlables y observables [16]. Uno de los criterios para reducir los modelos es la eliminación de estados casi no-controlables y/o casi no-observables, por lo que, cuando el sistema de ecuaciones está balanceado, se tiene mayor certeza en eliminar los estados que contribuyen poco a la respuesta del sistema.

El fundamento teórico para balancear los sistemas dinámicos lineales tiene su sustento en el álgebra lineal. Cada matriz T de dimensiones $n \times m$ puede factorizarse como

$$T = U \Sigma V^* \tag{3.1}$$

donde U es una matriz unitaria de dimensiones $n \times n$; V una matriz de dimensiones $m \times m$ unitaria, y Σ una matriz de dimensiones $n \times m$ que tiene la forma especial (cuando $n > m$),

32611

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & \\ & \sigma_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_r \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & \mathbf{0} & & \end{bmatrix}$$

y σ_i son las raíces cuadradas no negativas de los eigenvalores de la matriz $T^t T$. Si T es de rango completo, entonces todos los σ_i serán diferentes de cero. Si el rango (r) de T es menor que m, entonces sólo los primeros r elementos diagonales serán diferentes de cero, en cuyo caso T puede factorizarse como

$$T = \begin{bmatrix} U_r & U_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r^* \\ V_k^* \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

donde $\Sigma_r = \text{diag}\,(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_r)$ y U_r, U_k, V_r, V_k son submatrices de las matrices unitarias U y V.

Los valores singulares tienen la propiedad importante de que si T se perturba ligeramente, $T_\Delta = T + \Delta T$, entonces los valores singulares de T_Δ serán cercanos a los valores singulares de T. Así, si T es de rango $r < m$, entonces la descomposición de la transformación T_Δ resulta en,

$$T_\Delta = \begin{bmatrix} U_{r\Delta} & U_{k\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{r\Delta} & 0 \\ 0 & \Sigma_{k\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{r\Delta}^* \\ V_{k\Delta}^* \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

donde los valores singulares de $\Sigma_{k\Delta}$ serán pequeños comparados con los valores singulares de $\Sigma_{r\Delta}$, por lo que $T = U_{r\Delta}\ \Sigma_{r\Delta}\ V_{r\Delta}^*$ será una buena aproximación de la transformación original $T = U_r\, \Sigma_r\, V_r^*$.

Las representaciones balanceadas de sistemas de dimensión finita, lineales e invariantes en el tiempo, comúnmente se usan para aproximar un modelo de alto orden a uno de orden menor. La representación balanceada se define sólo para sistemas asintóticamente estables [16].

Dado el sistema lineal invariante en el tiempo,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\, x(t) &= A\, x(t) + B\, u(t) \\ y(t) &= C\, x(t) \end{aligned} \tag{3.4}$$

existen dos transformaciones de interés. Una es la transformación $T_c\,(t_1)$ de un estado inicial, $x(t_0)$, a un estado subsecuente, $x(t_1)$, bajo la influencia de una entrada $u(t)$. La otra es la transformación $T_o(t_1)$ desde un estado inicial $x(t_0)$ a una salida subsecuente, $y(t_1)$, sin entrada. La primera transformación proporciona información acerca de la controlabilidad del sistema; la segunda acerca de la observabilidad. Si el sistema tiene estados no controlables o no observables, entonces el espacio de estado puede interpretarse como degenerado o de rango no pleno.

Los modelos linealizados de sistemas de potencia aquí discutidos se suponen controlables y observables. De interés particular son los estados casi no controlables o casi no observables. Para un sistema de n-ésimo orden, lineal e invariante en el tiempo y asintóticamente estable, con función de transferencia matricial G(s), una realización mínima de $G(s) = C\,(sI-A)^{-1}\,B$ es internamente balanceada si {A, B, C} satisface las siguientes ecuaciones de Lyapunov:

$$\begin{aligned} A\Sigma + \Sigma A^t + BB^t &= 0 \\ A^t\Sigma + \Sigma A + C^tC &= 0 \end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\Sigma = diag\left[\sigma_1\,,\ \sigma_2\,,\dots,\sigma_n\right] \quad , \ \sigma_i \geq \sigma_{i+1} > 0$$

$$i = 1,2,\dots,n-1$$

La matriz Σ es tanto el grammiano de controlabilidad como de observabilidad y σ_i son sus

valores singulares.

Para $t_0 = 0$, la transformación de una condición inicial dada $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$, con entrada $\mathbf{u}(t)$, a $\mathbf{x}(t_1)$ se describe mediante

$$x(t_1) = e^{At_1}x_0 + \int_0^{t_1} e^{A(t_1-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

Para el caso especial donde $\mathbf{x}(t_0) = 0$, y $\mathbf{u}(t) = \delta(t)\ \bar{u}$, donde $\bar{u}$ es un vector de magnitudes impulso:

$$x(t_1) = e^{At_1}\ B\ \bar{u}$$

Puede mostrarse que el rango de $T_c\ (t_1)$ es igual al rango de $W_c\ (t_1)$ [18,23], donde la matriz $W_c(t_1)$ se define por

$$W_c^{\ 2}(t_1) = \int_0^{t_1} e^{A\tau}BB^t e^{A^t\tau}d\tau$$

Similarmente, para el caso sin excitación,

$$y(t_1) = C\ e^{At_1}\ x_0$$

Así, el kernel de $T_o(t_1)$ es igual al kernel de $W_o(t_1)$, donde

$$W_o^{\ 2}(t_1) = \int_0^{t_1} e^{A^t\tau}\ C^t\ C\ e^{A\tau}\ d\tau$$

Si una descomposición en valores singulares de $W_c(t_1)$ es tal que

$$W_c(t_1) = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & \\ & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^t \\ V_2^t \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

donde los valores singulares de Σ_1 son mucho más grandes que los de Σ_2 , entonces el número de estados casi no controlables es igual a la dimensión de Σ_2. Un argumento similar es válido para $W_o(t_1)$.

La magnitud de los valores singulares puede interpretarse como la fortaleza de los estados individuales, esto es, los valores singulares de los grammianos de controlabilidad y observabilidad miden la proporción en la cual un estado se ve influenciado por las entradas y las condiciones iniciales. Es posible que un estado particular aparezca fuerte desde la perspectiva de controlabilidad y débil desde la perspectiva de observabilidad. Un estado dado puede, por ejemplo, ser amplificado fuertemente por la matriz B y al mismo tiempo atenuado fuertemente por la matriz C, o viceversa. Balancear el sistema es un método de igualar las *medidas* de controlabilidad y observabilidad de un estado. Si el sistema descrito por (3.4) es una realización mínima, el balance se logra al encontrar una transformación, $x(t) = T\,z(t)$ tal que para el sistema

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \hat{A}z(t) + \hat{B}u(t) \\ y(t) &= \hat{C}z(t) \end{aligned} \tag{3.7}$$

el grammiano de controlabilidad $\hat{W}_c(t)$ y el de observabilidad $\hat{W}_o(t)$ son idénticos. Los grammianos de controlabilidad y observabilidad de (3.4) y (3.7) se relacionan como se indica

$$\begin{aligned} \hat{W}_c^{\,2}(t_1) &= T^{-1}\, W_c^{\,2}(t_1)\, (T^{-1})^t \\ \hat{W}_o^{\,2}(t_1) &= T^t\, W_o^{\,2}(t_1)\, T \end{aligned}$$

La transformación T deseada puede obtenerse como sigue. Sean:

$$W_c^{\,2}(t_1) = U_c(t_1)\, \Sigma_c^2(t_1)\, U_c^{\,t}(t_1)$$

$$W_o^{\,2}(t_1) = U_o(t_1)\, \Sigma_o^2(t_1)\, U_o^{\,t}(t_1)$$

las descomposición en valores singulares de los dos grammianos del sistema no-balanceado (3.4). Si se define

$$H(t_1) \triangleq \Sigma_o(t_1)\, U_o^{\,t}(t_1)\, U_c(t_1)\, \Sigma_c(t_1) \tag{3.8}$$

con descomposición en valores singulares

$$H(t_1) = U_H(t_1)\ \Sigma_H(t_1)\ V_H^t(t_1) \tag{3.9}$$

y se elige

$$\begin{aligned} T &= U_o(t_1)\ \Sigma_o^{-1}(t_1)\ U_H(t_1)\ \Sigma_H^{1/2}(t_1) \\ &= U_c(t_1)\ \Sigma_c(t_1)\ V_H(t_1)\ \Sigma_H^{-1/2}(t_1) \end{aligned} \tag{3.10}$$

con álgebra matricial se puede mostrar que

$$\begin{aligned} W_c^2(t_1) &= \left[\Sigma_H^{1/2}(t_1) V_H^t(t_1) \Sigma_c^{-1}(t_1) U_c^t(t_1)\right]\left[U_c(t_1)\Sigma_c^2(t_1)U_c^t\right]\left[U_c(t_1)\Sigma_c^{-1}(t_1)V_H(t_1)\Sigma_H^{1/2}(t_1)\right] \\ &= \Sigma_H(t_1) = W_o^2(t_1) \end{aligned} \tag{3.11}$$

Mediante un ordenamiento descendente de los valores singulares de $H(t_1)$, esto es, de los elementos diagonales de $\Sigma_H(t_1)$, el modelo balanceado (3.7) puede dividirse en dos subsistemas, uno asociado con los valores singulares más grandes y otro asociado con los más pequeños:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} \hat{C}_1 & \hat{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.12}$$

El modelo de orden reducido es el subsistema asociado con los valores singulares más grandes, $A_{11} \in \mathbb{R}^{r \times r}$:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \hat{A}_{11} z_1 + \hat{B}_1 u \\ y &= \hat{C}_1 z_1 \end{aligned} \tag{3.13}$$

$\{\hat{A}_{11}, \hat{B}_1, \hat{C}_1\}$ es una buena aproximación del sistema $\{A, B, C\}$ si

$$\sigma_r \gg \sigma_{r+1}$$

Se tiene la siguiente propiedad: Los subsistemas $\{A_{ii}, B_i, C_i\}$, $i = 1,2$, son asintóticamente estables si $\sigma_r > \sigma_{r+1}$ [65].

Así, una vez conocidos los elementos de la matriz $\Sigma_H(t_1)$ y ordenados en forma descendente, es posible la eliminación de los estados que son casi no-observables y casi no-controlables.

3.2.1 Algoritmo para obtener una realización balanceada

a. Si el sistema es estable, expresar el modelo a reducir en la forma de variables de estado, ecuación 3.4. De lo contrario no es posible balancear el sistema.
b. Calcular los grammianos de controlabilidad y observabilidad.
c. Descomponer en valores singulares los grammianos calculados en el inciso *b*.
d. Con los factores de la descomposición del inciso *c*, calcular la matriz H, ecuación 3.8.
e. Descomponer la matriz H en valores singulares.
f. La matriz de valores singulares Σ_H, ecuación 3.11, contiene la información sobre el posible grado de reducción del modelo.

En sistemas de potencia, las formulaciones linealizadas para sistemas máquina-barra infinita, multimáquina y sistemas de control, permiten aplicar el método de realizaciones balanceadas para obtener modelos de menor orden que reducen los problemas de dimensionalidad y dan ventaja en la rapidez de cálculo e interpretación de resultados.

3.3 Reducción del modelo máquina-barra infinita

Los estudios más simplificados de estabilidad en sistemas de potencia son aquellos que se componen de una máquina conectada a una barra infinita a través de una línea de transmisión. A continuación se presenta la aplicación de técnicas de reducción de modelos al sistema máquina-barra infinita.

3.3.1 Aplicación de las realizaciones balanceadas

Se emplea una formulación linealizada de la máquina síncrona conectada a una barra infinita a través de una línea de transmisión, Figura 3.1, las ecuaciones se muestran en

(3.14), donde cada elemento a_{ij} y b_{ij} depende de los parámetros de la máquina y del punto de operación del sistema [61].

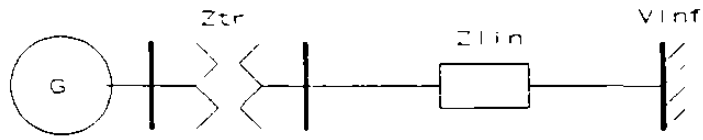

Fig. 3.1 Sistema Máquina-Barra Infinita

Se desea obtener el modelo reducido para una máquina que opera a una potencia real de 0.85 pu, una potencia reactiva de 0.25 pu y con los parámetros que se muestran en la Tabla 3.1.

Los eigenvalores del sistema para estas condiciones se muestran en la Tabla 3.2. Mediante análisis modal selectivo se asocia cada modo con las variables de estado del sistema [5]. Se nota la presencia de valores característicos con parte real muy grande, lo que sugiere una posible eliminación de los estados asociados, ya que su presencia es notoria sólo en los instantes inmediatamente posteriores a una perturbación.

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta i_d\\ \Delta i_q\\ \Delta\psi_f\\ \Delta\psi_g\\ \Delta\psi_{kd}\\ \Delta\psi_{kq}\\ \Delta\delta\\ \Delta\omega\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28}\\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 & a_{35} & 0 & 0 & 0\\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} & 0 & a_{46} & 0 & 0\\ a_{51} & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} & 0 & 0 & 0\\ 0 & a_{62} & 0 & a_{64} & 0 & a_{66} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta i_d\\ \Delta i_q\\ \Delta\psi_f\\ \Delta\psi_g\\ \Delta\psi_{kd}\\ \Delta\psi_{kq}\\ \Delta\delta\\ \Delta\omega\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{13} & 0\\ 0 & 0\\ b_{33} & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & b_{82}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta E_{fd}\\ \Delta Tm\end{bmatrix} \qquad (3.14)$$

Tabla 3.1 Parámetros del generador (valores en p.u. Base 100 MVA)	
R_{tr} = 0.0400	X_{tr} = 0.200
R_{lin} = 0.0250	H = 9.920 s
X_{lin} = 0.1250	R_a = 0.00001
X''_d = 0.07878	X''_q = 0.07730
X'_d = 0.09606	X'_q = 0.33940
X_d = 0.5909	X_q = 0.58180
T''_{d0} = 0.042 s	T''_{q0} = 0.042 s
T'_{d0} = 6.0 s	T'_{q0} = 1.50 s

Tabla 3.2 Eigenvalores para modelo completo máquina- barra infinita.	
Eigenvalor	Estados asociados
-60.89 $\pm j$ 375.66	Δi_d , Δi_q
-39.10	$\Delta\psi_{kq}$
-25.81	$\Delta\psi_{kd}$
-0.27 $\pm j$ 6.44	$\Delta\delta$, $\Delta\omega$
-0.78	$\Delta\psi_g$
-0.27	$\Delta\psi_f$

Procediendo a balancear la realización {A,B,C}, se obtiene el grammiano (ordenado en forma descendente):

$$G = diag\ [\ 17.815\ 17.760\ 0.2797\ 0.02348\ 2.458e\text{-}3\ 2.0053e\text{-}4\ 9.8238e\text{-}6\ 8.7722e\text{-}6\ ]$$

de donde puede observarse que $\sigma_2 \gg \sigma_3$, lo que indica que el sistema puede reducirse a dos estados, sin gran deterioro de resultados respecto al modelo de octavo orden.

En la Tabla 3.3 se muestran los eigenvalores cuando se eliminan 4 y 6 estados. Nótese la preservación del modo asociado a las variables mecánicas $\Delta\delta$ y $\Delta\omega$.

El comportamiento de las variables $\Delta\delta$ y $\Delta\omega$ del sistema original y los sistemas reducidos para un escalón unitario y un impulso en la potencia mecánica se muestran en las Figuras (3.2)-(3.4), donde también se presenta la norma infinito (max $|V_i|$) de la diferencia puntual entre el modelo original y el reducido.

Puede notarse la gran similitud de comportamiento entre el sistema original y el reducido; en particular, puede considerarse que el modelo de cuarto orden es suficiente para representar el fenómeno electromecánico para un disturbio. Sin embargo, cuando no se requiere gran exactitud en los resultados, el modelo de segundo orden es apropiado por su menor carga computacional. Además debe considerarse que el modelo de segundo orden es apropiado para tiempos de estudio de primer ciclo y que la diferencia con respecto a modelos de mayor orden está en el amortiguamiento de las oscilaciones. De las gráficas, puede observarse la similitud de resultados para todos los modelos, en particular durante el primer ciclo.

Tabla 3.3 Eigenvalores preservados al reducir el modelo original	
Modelo reducido a 4 estados	
Eigenvalores	*Estados asociados*
-0.27 $\pm j$ 6.43	$\Delta\delta$, $\Delta\omega$
-0.78	$\Delta\psi_g$
-0.26	$\Delta\psi_f$
Modelo reducido a 2 estados	
-0.27 $\pm j$ 6.43	$\Delta\delta$, $\Delta\omega$

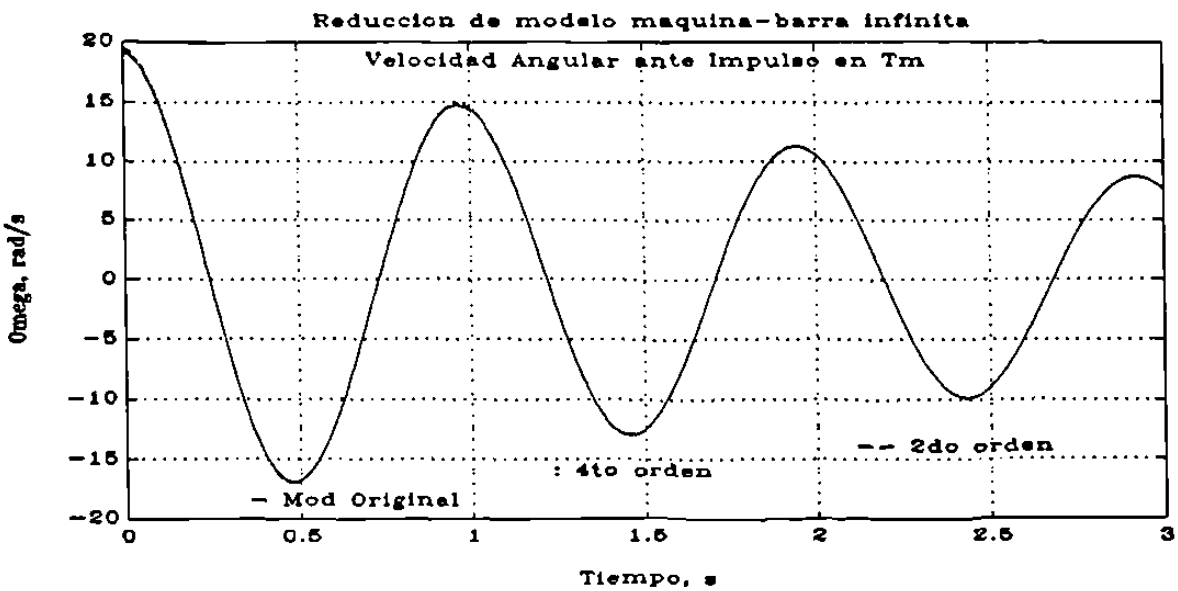

Fig. 3.2 $\Delta\omega$ *ante impulso en Tm.* $\|\Delta\omega - \Delta\omega_4\|_\infty = 0.1843$ *y* $\|\Delta\omega - \Delta\omega_2\|_\infty = 0.4346$

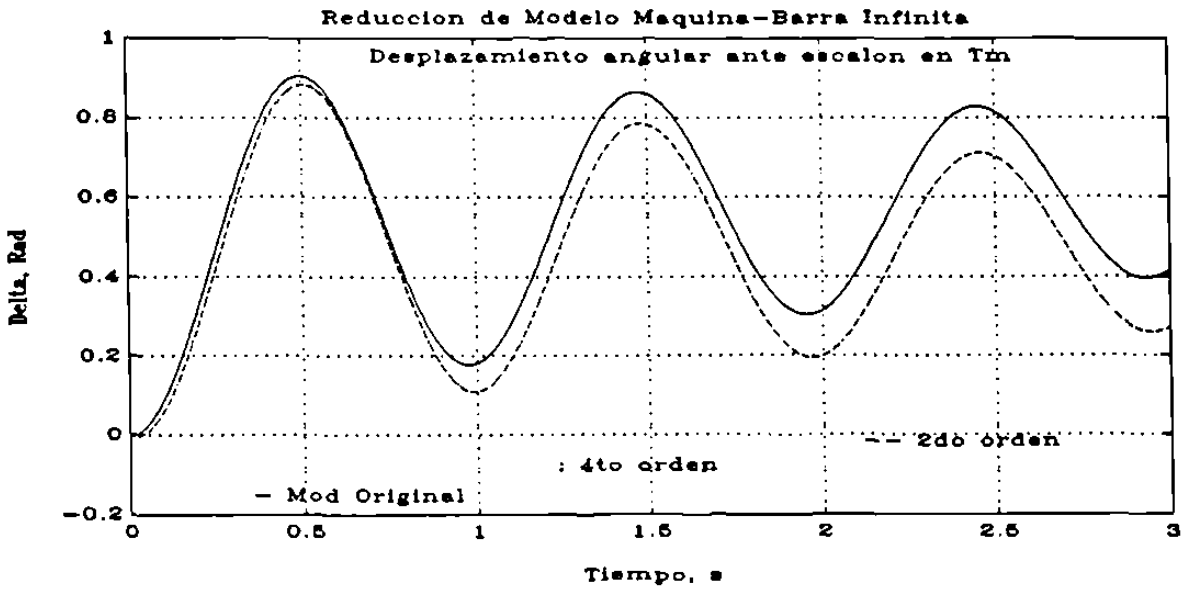

Fig. 3.3 $\Delta\delta$ *ante escalón en Tm.* $\|\Delta\delta - \Delta\delta_4\|_\infty = 7.88\ e\text{-}5$ *y* $\|\Delta\delta - \Delta\delta_2\|_\infty = 0.1438$

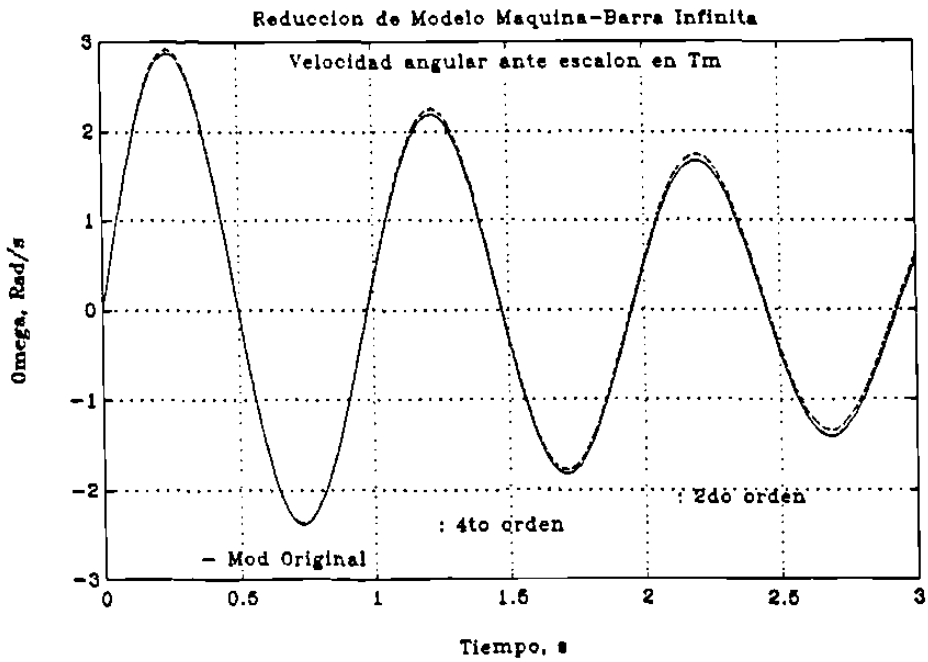

Fig. 3.4 $\Delta\omega$ *ante escalón en Tm.* $\|\Delta\omega - \Delta\omega_4\|_\infty = 0.0043$ *y* $\|\Delta\omega - \Delta\omega_4\|_\infty = 0.0741$

Una de las características del modelo reducido mediante realizaciones balanceadas, es que

preserva el modo mecánico (asociado a $\Delta\delta$ - $\Delta\omega$). Sin embargo, debido a la transformación de ejes coordenados que se lleva a cabo, la realización queda expresada en una forma poco útil para extraer los parámetros equivalentes de un modelo de segundo orden; esto es, la reactancia transitoria X'_d y el factor de amortiguamiento D. Es esto lo que motivó la búsqueda de un factor de amortiguamiento D equivalente que, utilizado en el modelo clásico, permita obtener resultados similares a los obtenidos con un modelo de cuarto orden, tema que se comenta en el siguiente inciso.

3.3.2 Ecuación de oscilación equivalente [59]

El proceso transitorio electromecánico estará más fielmente representado mientras mejor modelados estén los componentes de par que intervienen en la ecuación de oscilación (par mecánico y eléctrico). A continuación se resume una metodología para disminuir el sistema de ecuaciones diferenciales para un modelo de generador síncrono linealizado, a una ecuación equivalente de segundo orden que incluye la influencia del proceso transitorio electromagnético de los circuitos de rotor.

Aunque es posible utilizar representaciones de orden superior, se considera suficiente emplear una representación de cuarto orden para un sistema máquina-barra infinita, cuyas ecuaciones linealizadas son [61]:

$$
\begin{aligned}
p\Delta E'_q &= \frac{1}{T'_{do}}\left[\Delta E_{fd} - K_1\Delta E'_q - K_2\Delta E'_d - K_3\Delta\delta\right] \\
p\Delta E'_d &= \frac{1}{T'_{qo}}\left[K_4\Delta E'_q - K_5\Delta E'_d + K_6\Delta\delta\right] \\
p\Delta\delta &= \Delta\omega \\
p\Delta\omega &= \frac{1}{2H_j}\left[\Delta T_m - D\Delta\omega - K_7\Delta E'_d - K_8\Delta E'_q - K_9\Delta\delta\right]
\end{aligned}
\tag{3.15}
$$

donde p es el operador derivada d/dt; las constantes K_1, ...,K_9 dependen de los parámetros de la máquina y del punto de operación; D es el coeficiente de amortiguamiento del rotor; T'_{do} y T'_{qo} son las constantes de tiempo de los devanados del rotor en circuito abierto; H_j es la constante de inercia; ΔT_m es la desviación en potencia mecánica.

Transformando (3.15) al dominio de la frecuencia se tiene [57],

$$\begin{aligned} (1 + sT'_{do})\Delta E'_q + (X_d - X'_d)\Delta I_d &= \Delta E_{fd} \\ (1 + sT'_{qo})\Delta E'_d + (X_q - X'_q)\Delta I_q &= 0 \end{aligned} \tag{3.16}$$

donde

$$\Delta I_q = \frac{R_e \Delta E'_q - (X_e + X'_d)\Delta E'_d + V_\infty \left[R_e Sen\delta_0 + (X_e + X'_d) Cos\delta_0\right]\Delta\delta}{R_e^2 + (X_e + X'_q)(X_e + X'_d)} \tag{3.17a}$$

$$\Delta I_d = \frac{Re\,\Delta E'_d + (Xe + X'_q)\Delta E'_q + V_\infty \left[(Xe + X'_q) Sen\delta_0 - Re\, Cos\delta_0\right]\Delta\delta}{Re^2 + (Xe + X'_q)(Xe + X'_d)} \tag{3.17b}$$

$R_e + jX_e$ es la impedancia externa en pu; X'_d , X'_q son las reactancias de máquina en pu; V_∞ es la magnitud del voltaje en la barra infinita (pu); δ_0 es el ángulo de carga inicial (rad); R_a es la resistencia de armadura.

Al sustituir (3.17) en (3.16) se obtiene,

$$\begin{aligned} (a_{11} + pT'_{do})\Delta E'_q + a_{12}\Delta E'_d + b_{11}\Delta\delta &= \Delta E_{fd} \\ a_{21}\Delta E'_q + (a_{22} + pT'_{qo})\Delta E'_d + b_{22}\Delta\delta &= 0 \end{aligned} \tag{3.18}$$

donde

$$a_{11} = 1 + \frac{(X_d - X'_d)X'_{qe}}{R_{xx}}$$

$$a_{12} = \frac{(X_d - X'_d)R_e}{R_{xx}}$$

$$b_{11} = \frac{(X_d - X'_d)\left[X'_{qe}V_{d\infty} - R_e V_{q\infty}\right]}{R_{xx}}$$

$$a_{22} = 1 + \frac{(X_q - X'_q)X'_{de}}{R_{xx}}$$

$$a_{21} = -\frac{(X_q - X'_q)R_e}{R_{xx}}$$

$$b_{22} = -\frac{(X_q - X'_q)\left[R_e V_{d\infty} + X'_{de}V_{q\infty}\right]}{R_{xx}}$$

$$V_{q\infty} = V_\infty \text{ Cos } \delta_0$$
$$V_{d\infty} = V_\infty \text{ Sen } \delta_0$$
$$X'_{qe} = X_e + X'_q$$
$$X'_{de} = X_e + X'_d$$
$$R_{xx} = X'_{qe}\, X'_{de} + R_e^2$$

Debe notarse que esta metodología permite la inclusión de los efectos de controles (a través de ΔE_{fd} y ΔT_m). Resolviendo (3.18) para $\Delta E'_d$ y $\Delta E'_q$:

$$\Delta E'_d = \frac{\left[a_{21}b_{11} - b_{22}(a_{11} + pT'_{do})\right]\Delta\delta - a_{21}\Delta E_{fd}}{(a_{11} + pT'_{do})(a_{22} + pT'_{qo}) - a_{12}a_{21}}$$

$$\Delta E_q' = \frac{\left[a_{12}b_{22} - b_{11}(a_{22} + pT_{qo}')\right]\Delta\delta + (a_{22} + pT_{qo}')\Delta E_{fd}}{(a_{11} + pT_{do}')(a_{22} + pT_{qo}') - a_{12}a_{21}}$$

si se define

$$N_1(p) = a_{21}\, b_{11} - b_{22}\, A_{11}(p)$$
$$N_2(p) = a_{12}\, b_{22} - b_{11}\, A_{22}(p)$$
$$A_{22}(p) = a_{22} + p\, T'_{qo}$$
$$A_{11}(p) = a_{11} + p\, T'_{do}$$
$$AA(p) = A_{11}(p)\, A_{22}(p) - a_{12}\, a_{21}$$

Entonces los voltajes transitorios se pueden escribir como:

$$\Delta E_d' = \frac{N_1(p)\Delta\delta - a_{21}\Delta E_{fd}}{AA(p)}$$
$$\Delta E_q' = \frac{N_2(p)\Delta\delta - A_{22}(p)\Delta E_{fd}}{AA(p)} \qquad (3.19)$$

La expresión del par eléctrico para el modelo linealizado de cuarto orden puede escribirse como:

$$\Delta T_e = I_{d0}\Delta E_d' + I_{q0}\Delta E_q' + \left[E_{d0}' + (X_q' - X_d')I_{q0}\right]\Delta I_d + \left[E_{q0}' + (X_q' - X_d')I_{d0}\right]\Delta I_q \qquad (3.20)$$
$$= I_{d0}\Delta E_d' + I_{q0}\Delta E_q' + K_{ed}\Delta I_d + K_{eq}\Delta I_q$$

con

$$K_{ed} = E'_{d0} + (X'_q - X'_d)I_{q0}$$
$$K_{eq} = E'_{q0} + (X'_q - X'_d)I_{d0}$$

El subíndice 0 indica condición inicial. Sustituyendo (3.17) en (3.20):

$$\Delta T_e = \left[I_{d0} + \frac{K_{ed}R_e - K_{eq}X'_{de}}{R_{xx}} \right] \Delta E'_d + \left[I_{q0} + \frac{K_{ed}X'_{qe} + K_{eq}R_e}{R_{xx}} \right] \Delta E'_q +$$
$$+ \left[\frac{K_{ed}\left(X'_{qe}V_{d\infty} - R_eV_{q\infty}\right) + K_{eq}\left(R_eV_{d\infty} + X'_{de}V_{q\infty}\right)}{R_{xx}} \right] \Delta\delta$$

esto es

$$\Delta T_e = C_1\ \Delta E'_d + C_2\ \Delta E'_q + C_3\Delta\delta \tag{3.21}$$

Cuando se consideran sistemas de excitación y estabilización se puede escribir

$$\Delta E_{fd} = G_{em}(p)\ \Delta\omega - G_{ex}(p)\ \Delta V_t \tag{3.22a}$$
$$G_{em}(p) = G_{ex}(p)\ G_{es}(p) \tag{3.22b}$$

Siendo ΔV_t el cambio en la magnitud de voltaje terminal; $G_{ex}(p)$ la función de transferencia del excitador; $G_{es}(p)$ la función de transferencia del estabilizador de potencia que retroalimenta la velocidad $\Delta\omega$.

También es posible expresar el incremento de magnitud de voltaje terminal como:

$$\Delta V_t = \frac{V_{d0}}{V_{t0}}\ \Delta V_d + \frac{V_{q0}}{V_{t0}}\ \Delta V_q \tag{3.23}$$

con

$$\Delta V_d = C_4\ \Delta E'_q + C_5\ \Delta E'_d + C_6\ \Delta\delta$$
$$\Delta V_q = C_7\ \Delta E'_q + C_8\ \Delta E'_d + C_9\ \Delta d$$

$$C_4 = 1 - \frac{X'_d\ X'_{qe}}{R_{xx}}$$

$$C_5 = -\frac{X_d' R_e}{R_{xx}}$$

$$C_6 = -\frac{X_d' \left[X_{qe}' V_{d\infty} - R_e V_{q\infty}\right]}{R_{xx}}$$

$$C_7 = \frac{X_q' R_e}{R_{xx}}$$

$$C_8 = 1 - \frac{X_q' X_{de}'}{R_{xx}}$$

$$C_9 = \frac{X_q' \left[R_e V_{d\infty} + X_{de}' V_{q\infty}\right]}{R_{xx}}$$

Sustituyendo (3.22) en (3.19) se tiene,

$$\Delta E_d' = \frac{N_1(p)\Delta\delta - a_{21}\left[G_{em}(p)\Delta\omega - G_{ex}(p)\Delta V_t\right]}{AA(p)} \tag{3.24a}$$

$$\Delta E_q' = \frac{N_2(p)\Delta\delta - A_{22}(p)\left[G_{em}(p)\Delta\omega - G_{ex}(p)\Delta V_t\right]}{AA(p)} \tag{3.24b}$$

Utilizando ΔV_t de (3.23) en (3.24) se forman las ecuaciones,

$$\left[AA(p) - a_{21} C_{10} G_{ex}(p)\right]\Delta E_d' - a_{21} C_{11} G_{ex}(p)\Delta E_q' =$$

$$\left[N_1(p) - p a_{21} G_{em}(p) + a_{21} C_{12} G_{ex}(p)\right]\Delta\delta$$

$$\left[C_{10}A_{22}(p)\,G_{ex}(p)\right]\Delta E'_d + \left[AA(p) + C_{11}A_{22}(p)\,G_{ex}(p)\right]\Delta E'_q =$$
$$\left[N_2(p) + pA_{22}(p)\,G_{em}(p) - C_{12}A_{22}(p)\,G_{ex}(p)\right]\Delta\delta$$

donde

$$C_{10} \triangleq \frac{V_{d0}}{V_{t0}}C_8 + \frac{V_{q0}}{V_{t0}}C_5$$
$$C_{11} \triangleq \frac{V_{d0}}{V_{t0}}C_7 + \frac{V_{q0}}{V_{t0}}C_4$$
$$C_{12} \triangleq \frac{V_{d0}}{V_{t0}}C_9 + \frac{V_{q0}}{V_{t0}}C_6$$
$$p\,\Delta\delta = \Delta\omega$$

Resolviendo estas ecuaciones para $\Delta E'_d$ y $\Delta E'_q$ en función de $\Delta\delta$:

$$\Delta E'_d = \frac{\left[N_1(p) - a_{21}\left(p\,G_{em}(p) - C_{12}G_{ex}(p)\right)\right]AA(p) + C_{11}\left[N_1(p)A_{22}(p) + a_{21}N_2(p)\right]G_{ex}(p)}{AA(p)\left[AA(p) + \left(C_{11}A_{22}(p) - a_{21}C_{10}\right)G_{ex}(p)\right]} \tag{3.25a}$$

$$\Delta E'_q = \frac{\left[N_2(p) + A_{22}(p)\left(p\,G_{em}(p) - C_{12}G_{ex}(p)\right)\right]AA(p) - C_{10}\left[N_1(p)A_{22}(p) + a_{21}N_2(p)\right]G_{ex}(p)}{AA(p)\left[AA(p) + \left(C_{11}A_{22}(p) - a_{21}C_{10}\right)G_{ex}(p)\right]} \tag{3.25b}$$

Haciendo uso de (3.25) y (3.21) en la ecuación de oscilación ($\Delta Tm = 0$):

$$2\,H_j\,p^2\,\Delta\delta + C_1\,\Delta E'_d + C_2\,\Delta E'_q + C_3\,\Delta\delta + D\,p\,\Delta\delta = 0$$

Sustituyendo $\Delta E'_d$, $\Delta E'_q$ y agrupando, resulta

$$\Big\{ \Big[\left(2H_j\, p^2 + Dp + C_3\right) AA(p) + C_1 N_1(p) + C_2 N_2(p) \Big] AA(p) +$$
$$+ p \left[C_2 A_{22}(p) - C_1 a_{21} \right] AA(p) G_{em}(p) +$$
$$+ \Big[\Big\{ \left(2H_j\, p^2 + Dp + C_3\right)\left(C_{11} A_{22}(p) - a_{21} C_{10}\right) + C_1 a_{21} C_{12} - C_2 C_{12} A_{22}(p) \Big\} AA(p) +$$
$$+ \left(a_{21} N_2(p) + A_{22}(p) N_1(p)\right) \left(C_1 C_{11} - C_2 C_{10}\right) \Big] G_{ex}(p) \Big\} \Delta\delta = 0 \quad (3.26)$$

Esta es la ecuación de oscilación equivalente, que incluye la influencia del sistema de excitación y del estabilizador.

Considerando un modelo de excitador Tipo 1 sin estabilizador de potencia $G_{es} = 1$, se tiene

$$\frac{\Delta E_{fd}}{\Delta V_t} = G_{ex}(p) = \frac{K_a (1 + pT_f)}{(K_e' + pT_e)(1 + pT_a)(1 + pT_f) + pK_a K_f} \quad (3.27)$$

donde K_x y T_x representan las ganancias y constantes de tiempo propias del modelo; K'_e incluye K_e más un término por saturación. Al sustituir (3.27) en (3.26) se llega a una expresión del tipo.

$$[\ 2\ H_j\ p^2 + Q\ (p)\ ]\ \Delta\delta = 0 \quad (3.28)$$

El término Q(p) representa el incremento de par resultante (de aceleración) que incluye los efectos del proceso transitorio electromagnético del rotor y la influencia del regulador de voltaje. El par $Q(\omega)$ puede expresarse en sus componentes real e imaginaria. A la componente de par en fase con el ángulo $Re\{\ Q\ (\omega)\ \}$ se le conoce como *par de sincronización.* El coeficiente de sincronización $S(\omega)$ es numéricamente igual al par de sincronización. A la componente de par en cuadratura con el desplazamiento

angular Im{ Q (ω) } se le conoce como *par asíncrono*. El coeficiente de amortiguamiento se le define por la expresión:

$$D(\omega) = \frac{1}{\omega} Im\{Q(\omega)\} \tag{3.29}$$

La condición para que esta ecuación equivalente refleje fielmente el proceso transitorio electromecánico, es que los coeficientes de sincronización S(ω) y de amortiguamiento D(ω) sean calculados al valor de la frecuencia natural de oscilación electromecánica del rotor. Como ésta es una variable a determinar, podrá obtenerse empleando un método iterativo.

Al tener el valor final de $\lambda = \alpha \pm j\,\omega$, se evalúa (3.29) para obtener el valor del coeficiente $D_{equivalente}$, que junto con la reactancia X'_d propia de la máquina, determinan un modelo lineal equivalente de segundo orden. El modelo toma en cuenta los efectos del proceso transitorio electromagnético del rotor y del regulador de voltaje; aun más, la ventaja de esta metodología se manifiesta en que es posible utilizarla para sistemas multimáquina [57].

Los resultados que se obtienen con esta técnica al llevar a cabo simulaciones no lineales usando un modelo de cuarto orden y la ecuación de oscilación equivalente para un cortocircuito en la barra infinita, se muestran en las Figuras 3.5 y 3.6, donde se ilustran el comportamiento angular y el par eléctrico.

Debe notarse la similitud de resultados obtenidos; en especial el par eléctrico calculado con la ecuación equivalente es bastante semejante al calculado con el modelo original.

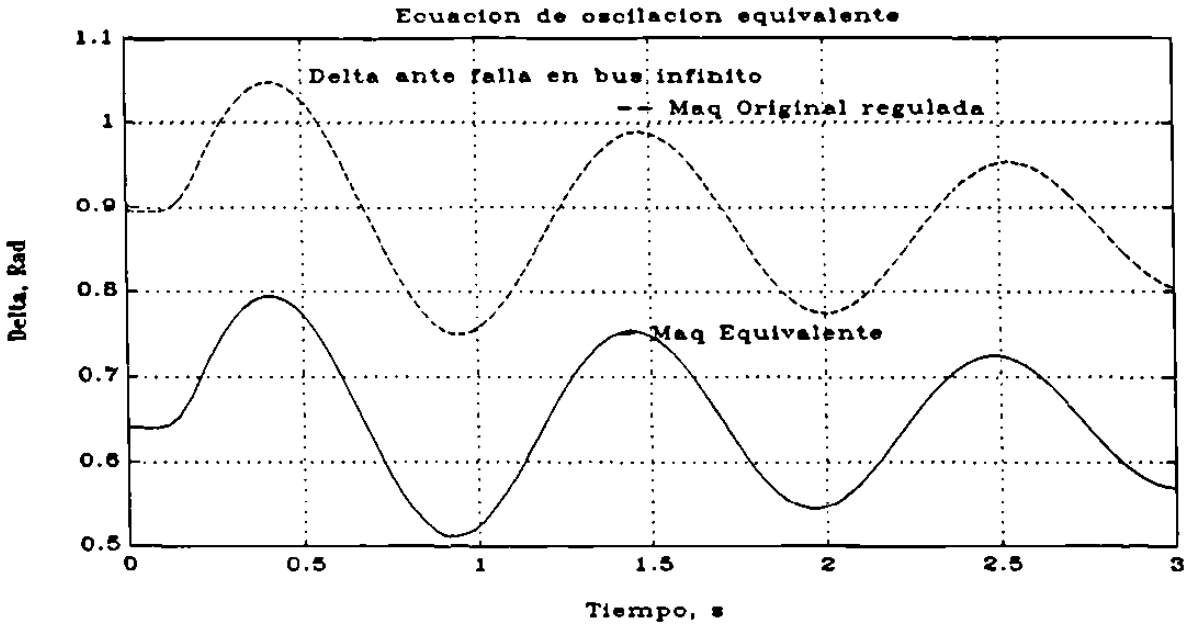

Fig. 3.5 Desplazamiento angular para los modelos original y equivalente

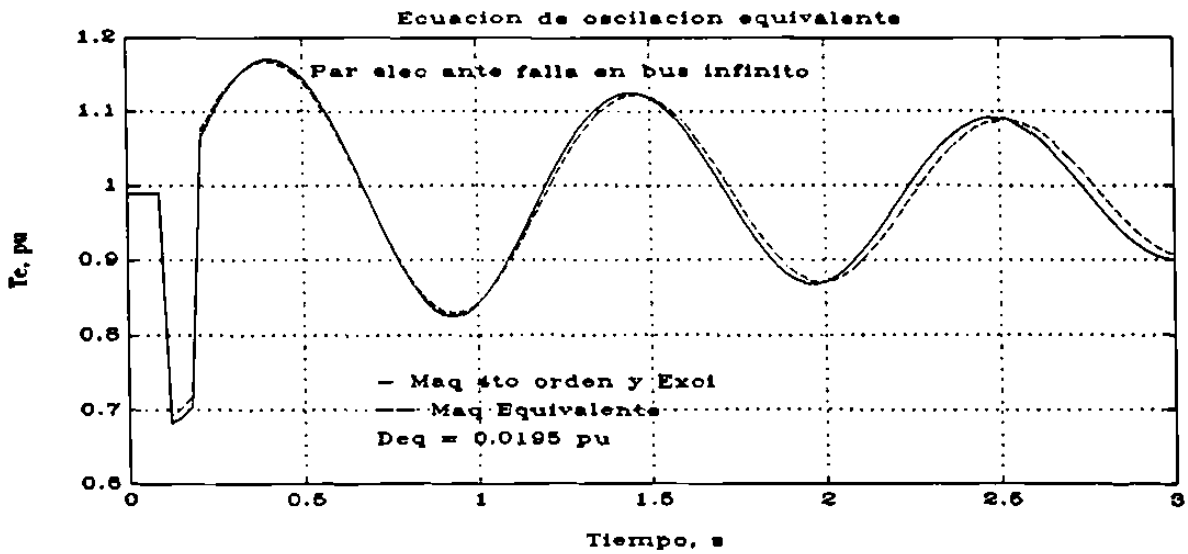

Fig. 3.6 Par eléctrico modelo original y equivalente $\| Te_{orig} - Te_{equiv} \|_{\infty} = 0.02$

La diferencia entre las curvas de desplazamiento angular se debe a las diferentes condiciones iniciales de la variable δ para el modelo de cuarto orden y el modelo

equivalente de segundo orden. El modo mecánico preserva el valor de - 0.2898 $\pm$ j 5.884.

3.3.3 Algoritmo para la ecuación de oscilación equivalente

El algoritmo para la formación de la ecuación de oscilación equivalente para un modelo máquina-barra infinita es el siguiente.

a. Formular un modelo en el dominio de la frecuencia para la máquina síncrona.
b. Formular modelos en el dominio de la frecuencia para los elementos de control que vayan a considerarse.
c. Se obtienen las expresiones para las corrientes en los ejes directo y cuadratura, tomando en cuenta la red de transmisión, ecuación (3.17).
d. Se sustituyen las corrientes calculadas en el inciso *c* en las expresiones para los voltajes transitorios de la máquina, y se resuelve para los voltajes, ecuación (3.19).
e. Se emplean las corrientes calculadas en el inciso *c* y los voltajes del inciso *d* en la ecuación del par eléctrico, que quedará expresado en función de ΔTm, ΔE_{fd} y $\Delta\delta$.
f. La inclusión de los controles podrá realizarse a través de las variables ΔTm y ΔE_{fd}. Deberá simplificarse la expresión del par eléctrico hasta que sólo sea función de $\Delta\delta$, ecuación (3.28), con lo cual se tiene la ecuación de de oscilación equivalente.

3.3.4 Otros métodos de reducción para sistemas máquina-barra infinita

Existen otras metodologías para abordar este problema, entre las que sobresalen la de perturbaciones singulares [66] y la de variedad integral [67]. En este último caso los resultados han sido pobres al trabajar con un modelo semejante al (3.15), ya que para obtener resultados satisfactorios en la preservación del modo mecánico, se debe hacer una aproximación más allá del término de orden dos en una expansión en serie de Taylor, sobre todo cuando la constante de tiempo T'_{qo} no es lo suficientemente pequeña [57,67].

El empleo de la técnica de realizaciones balanceadas ha permitido corroborar que es posible emplear el modelo de segundo orden de máquina síncrona durante el primer ciclo de oscilación, si no se requiere demasiada precisión de resultados para una simulación. Además, ha permitido enfatizar la importancia del amortiguamiento en el modelo de segundo orden. Es decir, es posible utilizar un modelo de segundo orden con un factor de amortiguamiento adecuado para representar un modelo de máquina de mayor orden.

Así, de las técnicas que se han empleado para este propósito, la ecuación de oscilación equivalente presenta características muy atractivas, ya que permite analizar el efecto que los sistemas de control tienen sobre el modo mecánico, y es posible realizar una extensión al caso multimáquina [59].

3.4 Reducción de modelos de sistemas de excitación

Otro de los modelos importantes a reducir es el de los sistemas automáticos de excitación de los generadores. A continuación se presentan procedimientos para la reducción de dos modelos de sistemas de excitación, aplicando las técnicas de realizaciones balanceadas y perturbaciones singulares para obtener modelos de orden inferior.

3.4.1 Excitador Tipo 1 del IEEE

Este es un sistema de excitación común, los resultados que aquí se obtienen corresponden a un sistema de excitación autoexcitado con amplificación estática tipo Mag-A-Stat, Figura 3.7. La ecuación (3.30) muestra la versión linealizada del excitador Tipo 1, donde el factor S_e toma en cuenta el efecto de saturación. En la Tabla 3.4 se ilustran parámetros característicos.

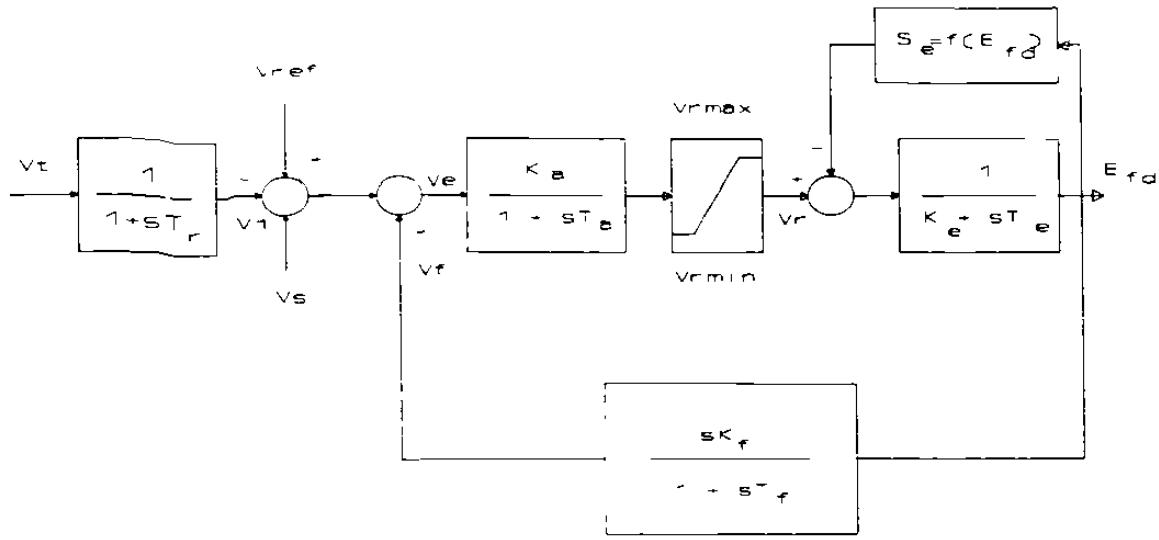

Fig. 3.7 Sistema de excitación Tipo 1 para reguladores de acción contínua

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta v_1\\ \Delta v_r\\ \Delta v_f\\ \Delta E_{fd}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{-1}{T_r} & 0 & 0 & 0\\ \frac{-K_a}{T_a} & \frac{-1}{T_a} & \frac{-K_a}{T_a} & 0\\ 0 & \frac{K_f}{T_e T_f} & \frac{-1}{T_f} & \frac{K_f K_e'}{T_e T_f}\\ 0 & \frac{1}{T_e} & 0 & \frac{-K_e'}{T_e}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta v_1\\ \Delta v_r\\ \Delta v_f\\ \Delta E_{fd}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{1}{T_r} & 0\\ 0 & \frac{K_a}{T_a}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta v_t\\ \Delta v_{ref}\end{bmatrix} \tag{3.30}$$

donde $K_e' \triangleq K_e + Se_o\,(1 + BE_{fdo})$. $Se \triangleq A_{ex}\, e^{B_{ex} E_{fd}}$ es el coeficiente de saturación; A_{ex}, B_{ex} son constantes.

Tabla 3.4 Parámetros del Excitador	
T_r = 0.015 s	K_a = 400.0 pu
T_a = 0.05 s	K_e = -0.170 pu
T_e = 0.95 s	K_f = 0.04 pu
T_f = 1.0 s	A_{ex} = 0.0027 pu
B_{ex} = 0.3857 pu	V_{ref} = 1.165 pu
E_{fd0} = 1.493 pu	

Tabla 3.5 Valores característicos para modelo de excitador Tipo 1.		
Eigenvalor sin saturación	*Eigenvalor con saturación*	*Estados Asociados*
-10.416 $\pm j$ 15.646	-10.419 $\pm j$ 15.649	ΔV_r , ΔV_f
0.01013	0.00967	ΔE_{fd}
-66.667	-66.667	ΔV_1

Los resultados del análisis modal para los parámetros y condiciones de operación especificadas se muestran en la Tabla 3.5. Este caso es interesante, ya que pone de manifiesto la existencia de un valor característico inestable (debido a una ganancia K_e negativa), que inhibe la posible reducción del modelo a un orden inferior al tercero. Básicamente sólo el estado asociado al bloque de medición, que presenta un eigenvalor bastante rápido, es factible de ser eliminado.

Como se puede observar de la Tabla 3.5, el efecto de la saturación sólo afecta al modo asociado a la variable ΔE_{fd}, que es el modo inestable. Puede ocurrir que con diferentes

condiciones de operación y valores de K_e (negativos) este modo sea negativo, en cuyo caso podría efectuarse una reducción mayor. Por lo tanto, en este trabajo se considera que para valores de K_e negativos, el excitador Tipo 1 es irreducible, excepto por el bloque de medición.

Existen dos modos conjugados bastante amortiguados (primer renglón de la Tabla 3.5), por lo que para ganancias K_e positivas es posible aproximar casi de una manera exacta *la parte lenta* (dominante después de que la dinámica rápida prácticamente ha desaparecido) del modelo de excitador Tipo 1 mediante un bloque de atraso-adelanto, representado en la forma normal de variables de estado por la siguiente expresión :

$$\begin{aligned} \dot{x}_{eq} &= A_r x_{eq} + B_r u \\ y &= \Delta E_{fd} = C_r x_{eq} + D_r u \end{aligned} \tag{3.31}$$

En la ecuación (3.31) el estado x_{eq} es un estado equivalente y la variable de interés es la salida ΔE_{fd}.

Debido a la amplia utilización que se le ha dado a este modelo de sistema de excitación, se han propuesto expresiones para reducir su representación, dentro de las que sobresale la que emplea técnicas de perturbaciones singulares, [66]:

$$\Delta E_{fd} \approx \left[\frac{K_a}{K_e} - \frac{T_f}{K_f} \right] \left[\frac{1 + sT_f}{1 + \dfrac{sK_a K_f}{K_e}} \right] \Delta V_T \tag{3.32}$$

A manera de ilustración, se consideran los siguientes parámetros para el modelo linealizado (no se incluye el efecto de la saturación):

T_f = 1.0 s	K_f = 0.16 pu
T_e = 0.5 s	K_e = 1.0 pu
K_a = 100.0 pu	T_a = 0.05 s

El análisis modal se muestra en la Tabla 3.6. Tratando de preservar solo el modo lento, mediante realizaciones balanceadas, se obtienen las expresiones (3.33).

Tabla 3.6 Análisis modal

Valores característicos	*Estados asociados*
-11.472 $\pm j$ 23.856	ΔV_r , ΔV_f
-0.0571	ΔE_{fd}
-66.6667	ΔV_1

$$\begin{aligned} \dot{x}_{eq} &= -0.0571 x_{eq} + [1.955 \;\; -1.954] \begin{bmatrix} \Delta V_T \\ \Delta V_{ref} \end{bmatrix} \\ y = \Delta E_{fd} &= -2.7641 x_{eq} + [-5.3869 \;\; 5.477] \begin{bmatrix} \Delta V_T \\ \Delta V_{ref} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.33}$$

La función de transferencia entre ΔE_{fd} y ΔV_T es:

$$\frac{5.387s + 5.711}{s + 0.0571}$$

Para el caso de la aproximación por perturbaciones singulares (3.32) se tiene

$$\frac{5.859(s + 1)}{(s + 0.0625)}$$

Nótese que la preservación del modo lento es prácticamente exacta en el caso de la aproximación mediante realizaciones balanceadas y difiere un poco en el caso de perturbaciones singulares (0.0571 contra 0.0625). En las Figuras 3.8 y 3.9 se muestra el comportamiento del voltaje de campo ΔE_{fd} ante impulsos en el voltaje terminal V_T y en el voltaje de referencia V_{ref}, respectivamente utilizando la representación balanceada. Se debe notar la preservación del estado estable a pesar de que el modelo reducido no contempla el proceso transitorio. Esto es, se preserva la dinámica lenta que domina la respuesta después que el transitorio desaparece. Así, se considera que el excitador Tipo 1 no es reducible para valores de la constante del excitador K_e negativa. Para el caso de K_e positiva, el modelo es reducible a un primer orden que preserva la dinámica lenta, lo cual asegura que después de un disturbio que no provoca pérdida de sincronismo, el voltaje final alcanzado tendrá un valor muy semejante al emplear el modelo original y el reducido.

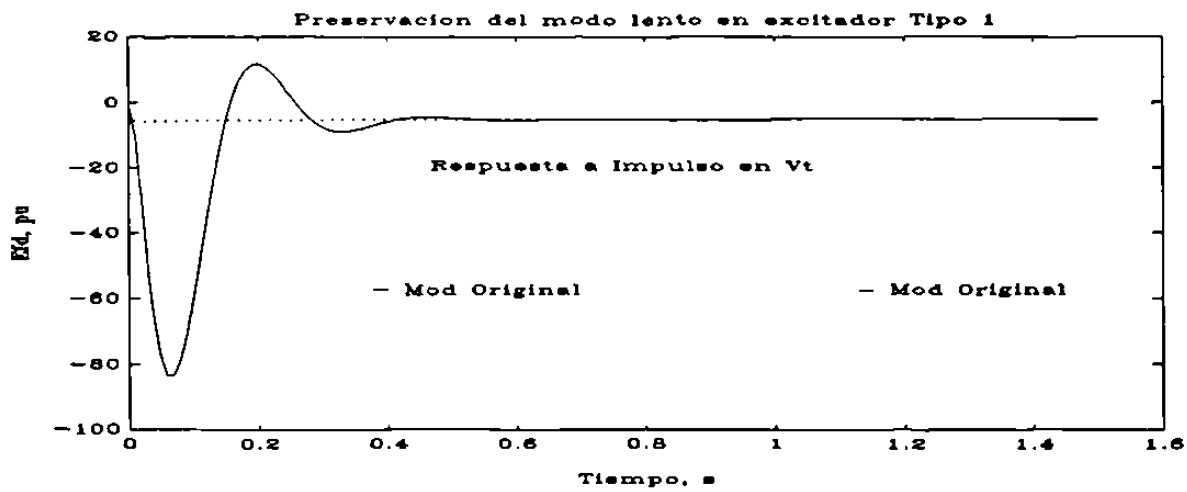

Fig. 3.8 Variación de E_{fd} como respuesta a un impulso en el voltaje terminal

3.4.2 Excitador Tipo ST2 del IEEE

El diagrama de bloques para el excitador tipo ST2 se muestra en la Figura 3.10 y (3.34) es su versión linealizada, a partir de la cual se intenta una reducción de modelo. También en este caso la variable de salida de interés es el voltaje de campo ΔE_{fd}. Aunque existen varias

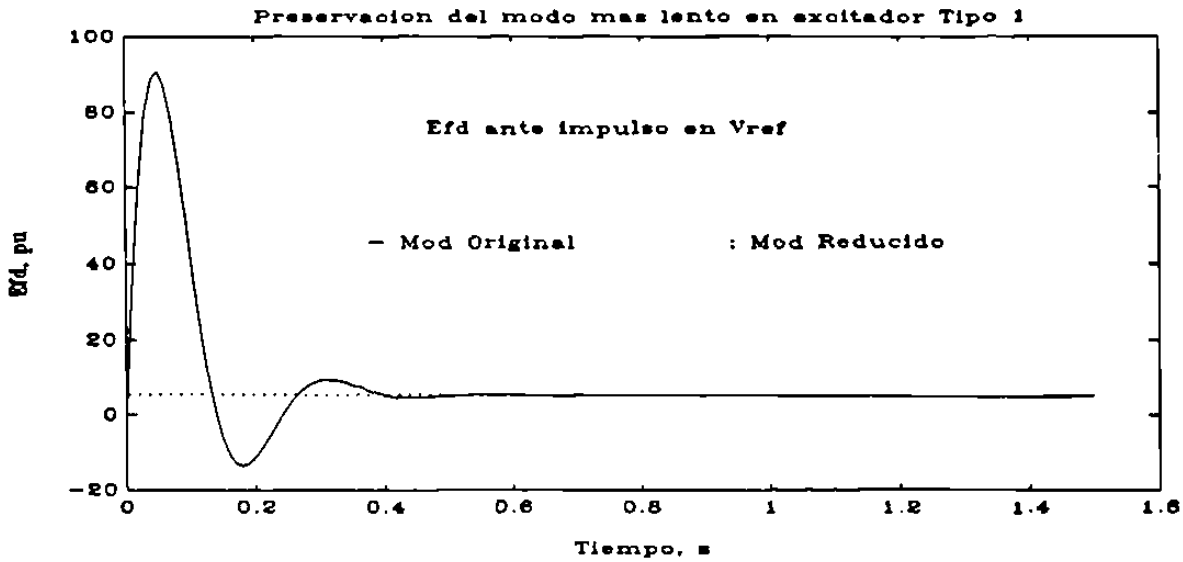

Fig. 3.9 E_{fd} *ante impulso en el voltaje de referencia*

señales de entrada, la de mayor interés en este caso es la que corresponde al voltaje terminal V_T. Para ilustrar el grado de reducción que puede lograrse en este modelo de excitador, se consideran los parámetros que se muestran en la Tabla 3.7.

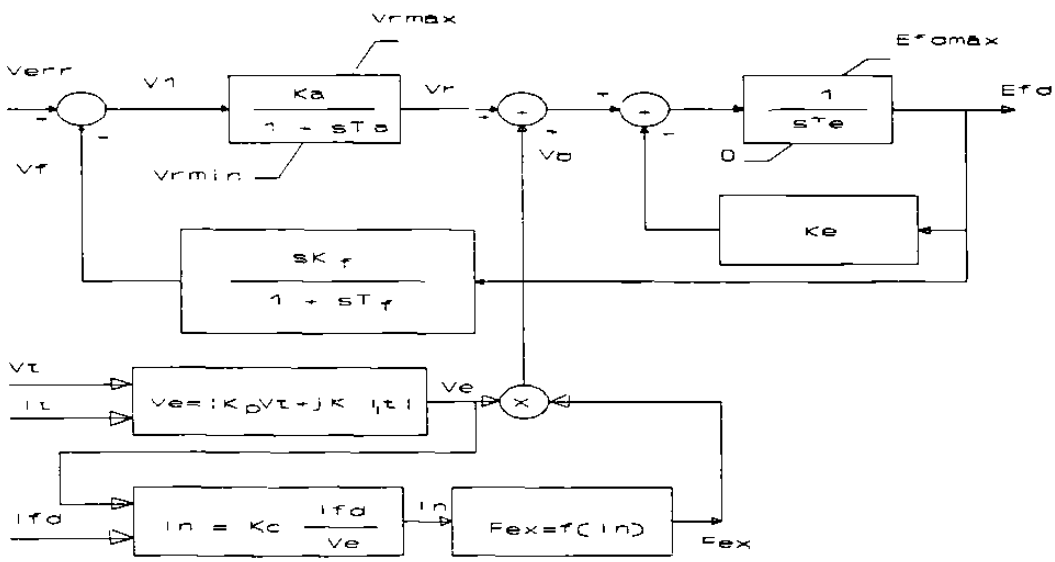

Fig. 3.10 *Sistema Tipo ST2. Sistema de excitación estático con fuente de alimentación compuesta (de voltaje y corriente).*

Tabla 3.7 Parámetros para el excitador ST2		
K_a = 400.0 pu	T_f = 1.0 s	T_a = 0.02 s
K_e = 1.0 pu	K_f = 0.03 pu	K_p = 5.0 pu
K_c = 0.75 pu	V_{ref} = 0.948 pu	T_e = 0.80 s

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Delta v_r \\ \Delta E_{fd} \\ \Delta v_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_a} & 0 & \frac{-K_a}{T_a} \\ \frac{1}{T_E} & \frac{-K_e}{T_e} & 0 \\ \frac{K_f}{T_e T_f} & \frac{-K_e K_f}{T_e T_f} & \frac{-1}{T_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_r \\ \Delta E_{fd} \\ \Delta v_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-K_a}{T_a} \\ \frac{K_p}{T_e} \\ \frac{K_f K_p}{T_e T_f} \end{bmatrix} \Delta v_t \tag{3.34}$$

La Tabla 3.8 muestra la existencia de dos modos muy rápidos, lo que es indicio de una posible eliminación de estados, preservando sólo los asociados a los modos lentos. Después de balancear la realización, resulta el grammiano:

$$G = Diag\ [\ 184.23\ 16.890\ 3.618]$$

Tabla 3.8 Análisis modal para excitador Tipo ST2	
Valores característicos	*Estados asociados*
-26.089 $\pm j$ 13.392	ΔV_r , ΔV_f
-0.07268	ΔE_{fd}

Los dos últimos valores singulares son inferiores al primero y se elige la eliminación de dos estados, con la preservación del modo lento según indica el modelo reducido:

$$A_r = -0.0727 \ , \ B_r = 5.179 \ , \ C_r = -5.179 \ , \ D_r = -26.543 \ .$$

El diagrama de bloques correspondiente a este caso se muestra en la figura 3.10a.

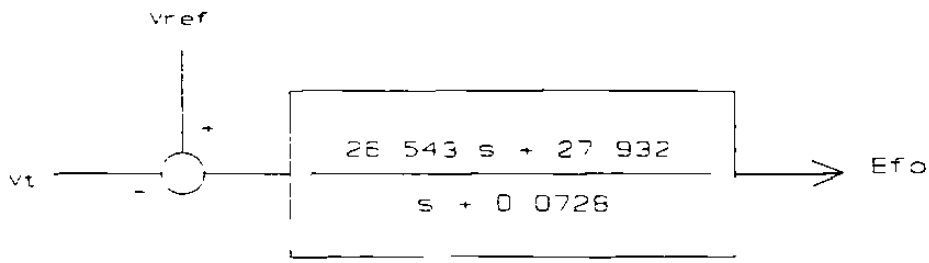

Fig. 3.10a Modelo reducido del excitador Tipo ST2

La formulación es la siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{dx_{eq}}{dt} &= \frac{1}{T_{aeq}}\left[-x_{eq} + K_{aeq}(\Delta V_{ref} - \Delta V_t)\right] \\ \Delta E_{fd} &= x_{eq} + K_{beq}(\Delta V_{ref} - \Delta V_t) \end{aligned} \tag{3.35}$$

Donde x_{eq} es el estado equivalente, K_{aeq} y K_{beq} son constantes equivalentes. La salida de interés es ΔE_{fd}.

Los resultados obtenidos para el voltaje terminal y el desplazamiento angular de una simulación no-lineal en un sistema máquina regulada-barra infinita se comparan en las Figuras 3.11 y 3.12. Se utiliza el excitador ST2 con los parámetros del ejemplo anterior y su equivalente. El generador se representa con un modelo de sexto orden [60].

Como puede observarse de las figuras, que simulan una perturbación en la barra infinita, se tiene una buena aproximación de los resultados al utilizar el modelo equivalente, sobre todo en la tendencia hacia el estado estable por la conservación del modo lento.

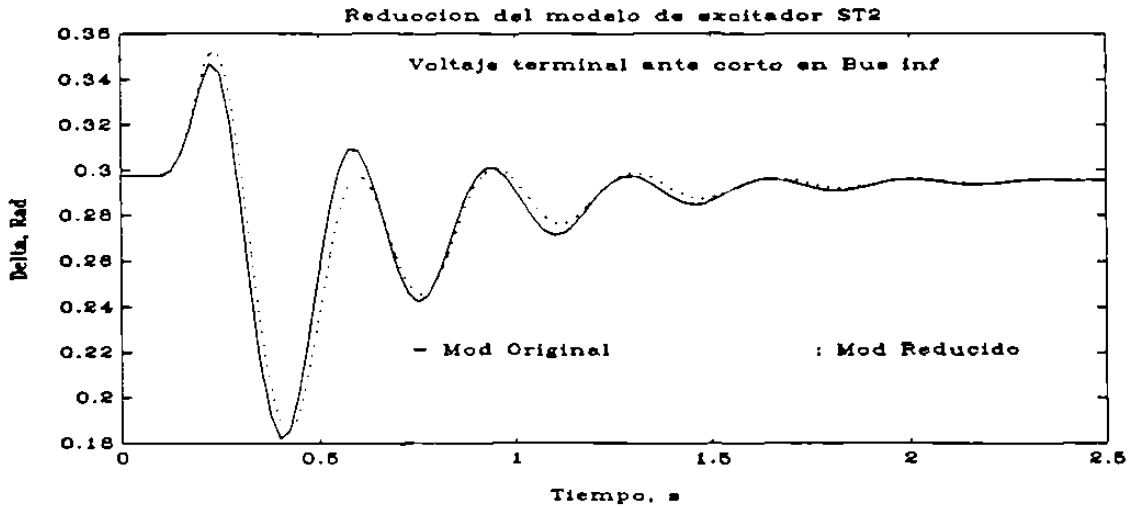

Fig. 3.11 Desplazamiento angular para modelo de excitador original y reducido
$\| \delta_{orig} - \delta_{equiv} - \|_{\infty} = 0.015$

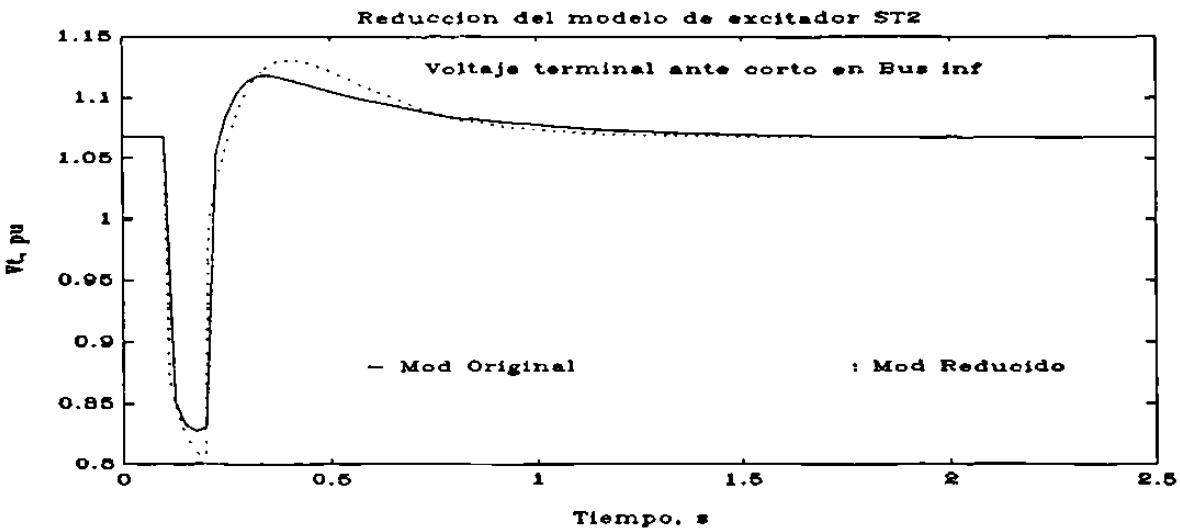

Fig. 3.12 Voltaje terminal para modelo original y reducido

La aplicación de esta técnica al sistema de excitación ST2 ha sido satisfactoria ya que se logra una reducción de dos estados, siendo el modelo original de tres. Asimismo, se considera que es posible emplear las realizaciones balanceadas para la reducción de los modelos de otros sistemas de excitación y sistemas de gobernación de velocidad.

3.5 Equivalentes de centrales

La agregación de máquinas que pertenecen a una misma planta generadora tiene una importancia primordial, y ya que generalmente una central se compone de dos unidades o más, y debido a su cercanía eléctrica (ver sección 4.2), casi siempre es posible agregarlas en una sola. Así, la cantidad de ecuaciones diferenciales a manejar se reduce sustancialmente.

Esto tiene su fundamento en el comportamiento coherente de las unidades generadoras, debido a una indiscutible cercanía eléctrica que las hace oscilar en fase, para la mayoría de los disturbios que ocurren en la red.

El objetivo de un equivalente por central es formar equivalentes útiles para estudios de estabilidad ante perturbaciones de la red para un tiempo de interés de unos cuantos segundos y cuyas variables fundamentales son los desplazamientos angulares de las máquinas. Se ha utilizado un modelo de generador de cuarto orden por considerar que es un modelo apropiado [61], válido para realizar estudios para tiempos superiores a un segundo.

Para ilustrar el proceso de agregación de unidades generadoras que pertenecen a una central eléctrica se hace uso de un sistema máquina-barra infinita, como el que se presenta en la figura 3.13. Se estudian dos casos: caso I, tres máquinas reguladas; caso II, cuatro máquinas reguladas. En los dos casos se han utilizado modelos de sistema de excitación Tipo 1, aunque la metodología empleada no queda limitada a este caso. El procedimiento es general y puede usarse para agregar cualquier modelo de control de excitación y velocidad.

Para agregar generadores, se deben resolver los problemas siguientes: *a*) determinar la magnitud del voltaje del nuevo generador equivalente; *b*) calcular los parámetros del generador y sistema de excitación equivalentes.

Se utiliza un modelo entrada-salida del generador que relaciona corrientes y voltajes en los ejes d y q [11]. La técnica está fundamentada en la idea de que el generador equivalente debe suministrar una cantidad de potencia igual a la suma de las aportaciones de potencia de las máquinas individuales.

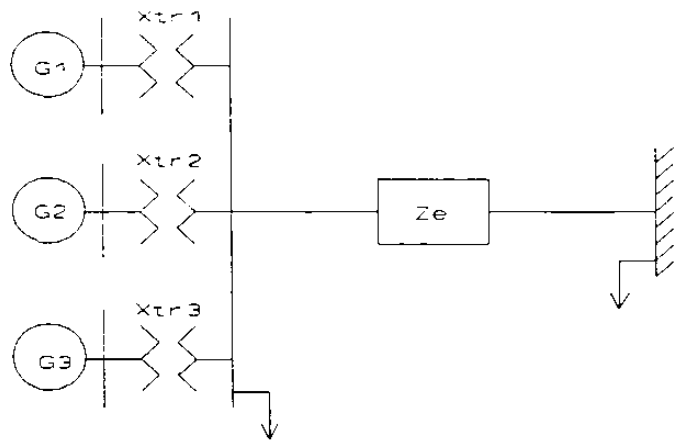

Fig. 3.13 Sistema de estudio tres máquinas-barra infinita

3.5.1 Técnica de ajuste de curvas para agregar generadores [11]

A través del manejo de las funciones de transferencia voltaje/corriente para los generadores y de la condición de conservación de la potencia generada, mediante un ajuste de curvas de respuesta en frecuencia que involucran las expresiones (3.36), es posible obtener los parámetros del generador equivalente.

$$Y_{dq} = -\frac{1 + sT'_{do}}{X_d + sX'_d T'_{do}}$$

$$Y_{qd} = \frac{1 + sT'_{qo}}{X_q + sX'_q T'_{qo}} \tag{3.36a}$$

$$Y_{df} = \frac{1}{X_d + sX'_d T'_{do}}$$

$$Y_{DD} = -\sum_j (Y_{daj} + Y_{qdj}) Sen(\phi_j) Cos(\phi_j)$$

$$Y_{DQ} = \sum_j Y_{daj} Cos^2(\phi_j) - Y_{qdj} Sen^2(\phi_j) \tag{3.36b}$$

$$Y_{QD} = \sum_j -Y_{daj} Sen^2(\phi_j) + Y_{qdj} Cos^2(\phi_j)$$

$$Y_{QQ} = -Y_{DD}$$

$$Y'_{DQ} = -Y_{DD} Sen(2\Delta\theta) - Y_{QD} Sen^2(\Delta\theta) + Y_{DQ} Cos^2(\Delta\theta)$$

$$Y'_{QD} = -Y_{DD} Sen(2\Delta\theta) + Y_{QD} Cos^2(\Delta\theta) - Y_{DQ} Sen^2(\Delta\theta) \tag{3.36c}$$

La magnitud de voltaje del nodo generador equivalente se toma como el promedio de los voltajes de los nodos que han de agregarse o se toma uno cualquiera de los voltajes de generador que se van a agregar. En este procedimiento se incluyen transformadores defasadores para preservar el estado estable, lo cual trae consigo la necesidad de emplear una matriz de admitancia nodal asimétrica, con la consecuente ampliación de los requerimientos de cómputo.

3.5.2 Técnica Simplificada

A continuación se describe una técnica directa y simplificada que se obtiene a partir de la formulación tradicional, mediante el siguiente procedimiento. Al aplicar los teoremas de valor inicial y valor final a las expresiones (3.36c) permiten calcular directamente las reactancias y las constantes de tiempo del modelo de máquina equivalente, por medio de (3.37)-(3.42), en función de las reactancias, constantes de tiempo y condiciones de operación (ϕ_j) de los generadores individuales que se agregan. Estas expresiones evitan el ajuste de curvas, con el consecuente ahorro de tiempo y esfuerzo de cómputo.

$$Y_D^* = \frac{1}{X_D^*} = \sum_i^n \frac{1}{X_{di}} Cos^2\,(\phi_i - \Delta\theta) + \frac{1}{X_{qi}} Sen^2(\phi_i - \Delta\theta) \tag{3.37}$$

$$Y_D^{*\prime} = \frac{1}{X_D^{*\prime}} = \sum_i^n \frac{1}{X'_{di}} Cos^2\,(\phi_i - \Delta\theta) + \frac{1}{X'_{qi}} Sen^2(\phi_i - \Delta\theta) \tag{3.38}$$

$$Y_Q^* = \frac{1}{X_Q^*} = \sum_i^n \frac{1}{X_{qi}} Cos^2\,(\phi_i - \Delta\theta) + \frac{1}{X_{di}} Sen^2\,(\phi_i - \Delta\theta) \tag{3.39}$$

$$Y_Q^{*\prime} = \frac{1}{X_Q^{*\prime}} = \sum_i^n \frac{1}{X'_{qi}} Cos^2\,(\phi_i - \Delta\theta) + \frac{1}{X'_{di}} Sen^2\,(\phi_i - \Delta\theta) \tag{3.40}$$

$$T_{D0}^{\prime *} = \frac{1}{\omega X_D^{\prime *}} \sqrt{\frac{X_D^*}{\sum_j^n \frac{X_{dj}\,Cos\,\phi_j}{X_{dj}^2 + (\omega X'_{dj} T'_{doj})^2}} - (X_D^*)^2} \tag{3.41}$$

$$\omega\, T_{Q0}^{\prime *} = \sqrt{\frac{X_Q^* \left[Re\{Y'_{QD}\} X_Q^* - 1\right]}{X_Q^{*\prime} \left[1 - Re\{Y'_{QD}\} X_Q^{*\prime}\right]}} \tag{3.42}$$

donde $Re\{Y'_{QD}\} = \dfrac{X_Q^* + \left(\omega T_{QO}^{*\prime}\right)^2 X_Q^{*\prime}}{X_Q^{*2} + \left(\omega X_Q^{*\prime} T_{QO}^{*\prime}\right)^2}$; X_{di}, X_{qi}, X'_{di}, X'_{qi}, son las reactancias de las máquinas que se van a agregar; generalmente ϕ_i se toma igual al ángulo de carga para la condición de operación dada y $\Delta\theta$ se calcula como sigue:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\arctan\left[\frac{\sum_i^n \left(\frac{1}{X'_{qi}} - \frac{1}{X'_{di}}\right) Sen(2\phi_i)}{\sum_i^n \left(\frac{1}{X'_{qi}} - \frac{1}{X'_{di}}\right) Cos(2\phi_i)}\right] \tag{3.43}$$

Conociendo la frecuencia de oscilación ω de la máquina equivalente, se calcula $T_{DO}^{*\prime}$ y $T_{QO}^{*\prime}$ para ese punto. Como generalmente esto no es así, $T_{DO}^{*\prime}$ y $T_{QO}^{*\prime}$ se obtienen ponderando los diferentes valores calculados en términos de magnitudes de ω; dentro del intervalo típico de frecuencias de oscilación de los fenómenos electromecánicos: 0.5 - 3 Hz.

Así, las expresiones (3.37) - (3.42) proporcionan los valores de los parámetros de la máquina equivalente de una manera clara y rápida en comparación con la técnica de ajuste de curvas propuesta en [11], pero obteniendo resultados semejantes [57]. En cuanto al voltaje que debe tomar el nodo generador equivalente, a diferencia de Germond-Podmore [11], que sugieren la inclusión de transformadores defasadores, con el objeto de conservar el estado estable de la red haciendo sólo ligeros cambios en el archivo de datos del sistema, aquí se propone calcular un *transformador equivalente* con relación de transformación unitaria que también preserva el estado estable de prefalla en la red; esto para no alterar los programas de análisis que consideran una matriz de admitancias nodal simétrica y conservar las ventajas computacionales que esto implica. El cálculo de la reactancia del

transformador equivalente está basado en la conservación de la potencia reactiva. A manera de ilustración, considere que se van a agregar las tres máquinas mostradas en la Figura 3.13, las pérdidas de potencia reactiva son:

$$X_{th} \mid I_{total} \mid^2 = X_{tr1} \mid I_1 \mid^2 + X_{tr2} \mid I_2 \mid^2 + X_{tr3} \mid I_3 \mid^2 \qquad (3.44)$$

Por lo tanto

$$X_{th} = \frac{X_{tr1} \mid I_1 \mid^2 + X_{tr2} \mid I_2 \mid^2 + X_{tr3} \mid I_3 \mid^2}{\mid I_{total} \mid^2} \qquad (3.45)$$

$$I_{total} = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_j = \left(\frac{S_j}{V_{gj}} \right)^*$$

donde S_j es la potencia compleja entregada por la j-ésima máquina y V_{gj} es su valor de voltaje, Xtr_j es la reactancia del j-ésimo transformador, por donde circula la corriente I_j y X_{th} es la reactancia del *transformador equivalente*

Con este valor de reactancia, el voltaje terminal de la máquina equivalente es

$$V_{th} = V_l + j\, X_{th}\, I_{total} \qquad (3.46)$$

donde V_l es el voltaje del nodo de alta. De esta manera, el diagrama de la red equivalente se ilustra en la Figura 3.14.

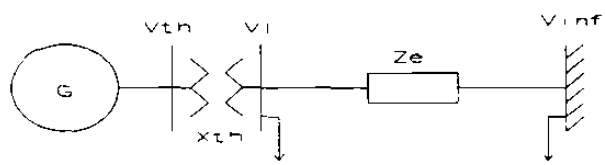

Fig. 3.14 Red reducida correspondiente a la Fig. 3.13

Así, las expresiones (3.37)-(3.42) agilizan el cálculo de los parámetros de los generadores

equivalentes que representan las centrales eléctricas compuestas por dos generadores o más.

3.5.3 Agregación de sistemas de excitación [11]

Para la agregación de sistemas de excitación no existe una técnica simplificada para obtener los parámetros equivalentes correspondientes, debido a que se plantean menos ecuaciones que incógnitas, por lo que el procedimiento seguido es el ajuste de curvas de respuesta a la frecuencia. La metodología usada para agregar excitadores es la siguiente:

a) Se obtiene una función de transferencia para cada excitador (ignorando las no-linealidades) de la forma,

$$\Delta E_{fdj}(s) = GE_j(s)\,\Delta V_T(s) \tag{3.47}$$

donde el voltaje terminal V_T es la entrada común a cada sistema de excitación y $\Delta V_T = V_{ref} - V_T$ es el error de voltaje, siendo V_{ref} el voltaje de referencia.

b) Los voltajes de campo E_{fd}, aplicados a los modelos de máquina síncrona individuales, resultan en una contribución a la corriente total, denotada como $\Sigma\,\Delta i_D$:

$$\Sigma\,\Delta i_{D\,j}(s) = \Sigma\,[\,Y_{d\,f\,j}(s)\,\mathrm{Cos}\,(\phi_j)\,GE_j(s)\,]\,\Delta V_T(s) \tag{3.48a}$$

que puede reescribirse como

$$\frac{\sum \Delta i_{Dj}(s)}{\Delta V_T(s)} = \sum_j \left[Y_{d\,f\,j}(s)\;Cos(\phi_j)\;GE_j(s)\right] \tag{3.48b}$$

c) La función de transferencia equivalente viene dada como:

$$GE^*(s) = \frac{\Delta E_{fd}}{\Delta V_T} = \sum_j \left[\frac{Y_{dfj}(s)}{Y^*_{DF}(s)} Cos\,\phi_j \right] GE_j(s) \tag{3.49}$$

En esta etapa Y_{DF}^* (s) es conocida a partir de los parámetros de la máquina equivalente.

$$Y^*_{DF} = \frac{1}{X^*_D + sX^{*\prime}_D T^{*\prime}_{D0}}$$

d) El procedimiento de cálculo de los parámetros del excitador equivalente consiste en minimizar el error entre $GE^*(s)$ y el lado derecho de (3.49). En la Figura 3.15 se muestra un ajuste mediante mínimos cuadrados.

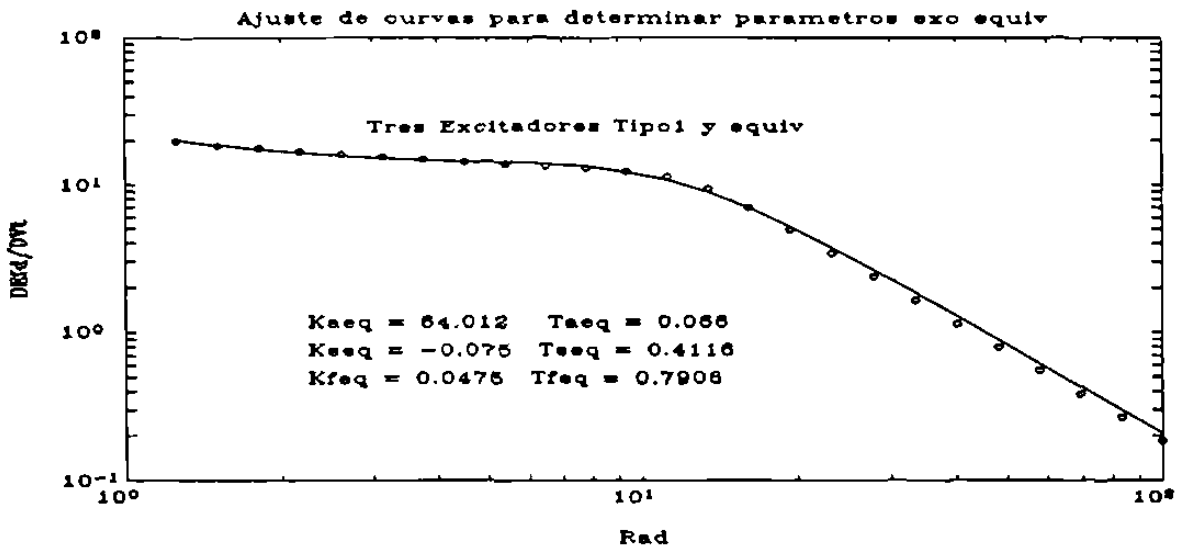

Fig. 3.15 Ajuste de curva típico para el excitador equivalente

La técnica que se presenta es general, por lo que se puede utilizar con cualquier modelo de sistema de excitación e incluso los modelos para cada máquina podrían ser diferentes, en cuyo caso se propondrá un modelo para el sistema de excitación equivalente, procediendo a calcular los parámetros correspondientes, minimizando la diferencia que representa la ecuación (3.49). En este trabajo se emplean modelos Tipo 1 cuya función de transferencia viene dada por (despreciando el bloque de medición, $\tau_r = 0$):

$$\frac{\Delta E_{fd}}{\Delta V_T} = \frac{K_a(1 + s\tau_f)}{(1 + s\tau_a)(K_e + s\tau_e)(1 + s\tau_f) + K_a K_f s}$$

Una vez obtenidos los valores de parámetros del excitador equivalente, resta por incluir las no-linealidades. En el caso del excitador Tipo 1 se procede como se muestra a continuación.

En cada sistema de excitación que se agregará, se supone una entrada escalón igual al límite del regulador (Figura 3.16). Para esta entrada en cada sistema de excitación la salida en el sistema de excitación equivalente es:

$$E_{fd} = \frac{1}{s} \sum_j \left[\frac{\dfrac{V_{r\max j}}{(K_e + Se)_j}}{1 + \dfrac{s\tau_{ej}}{(K_e + Se)_j}} \right] W_j(s) \tag{3.50}$$

donde W_j (s) es la expresión

$$\frac{Y_{dfj}(s)}{Y^*_{DF}(s)} Cos\,\phi_j$$

que representa un *factor de ponderación* que toma en cuenta los parámetros de la máquina síncrona a la cual están conectados los sistemas de excitación.

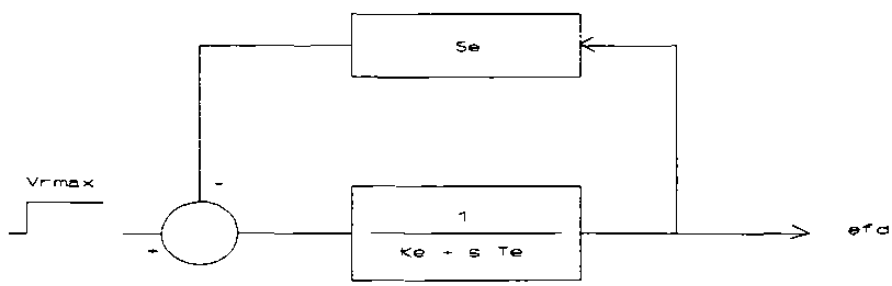

Fig. 3.16 Modelo de excitador simplificado para una entrada escalón grande

Utilizando el teorema del valor final e inicial en (3.50)

$$\lim_{t \to +0} \frac{dE_{fd}}{dt} = \sum_j \frac{V_{r\max j}}{\tau_{ej}} W_j(s \to j\infty)$$

Para el modelo equivalente, el mismo límite es $V^*_{r\max} / \tau^*_e$. Por lo tanto,

$$V^*_{r\max} = \tau^*_e \left[\sum_j \frac{V_{r\max j}}{\tau_{ej}} W_j(s \to j\infty) \right] \tag{3.51}$$

También

$$\lim_{t \to \infty} e_{fd}(t) = \sum_j \frac{V_{r\max j}}{(K_e + Se_{\max})_j} W_j(0) = E^*_{FD\max} \tag{3.52}$$

Para el modelo equivalente, el mismo límite es:

$$\frac{V^*_{r\max}}{K^*_e + Se^*_{\max}} = E^*_{FD\max} \tag{3.53}$$

de donde se determina $Se^*_{\max}$.

Asumiendo una relación exponencial para la función de saturación $Se(E_{fd})$, en cada excitador se dan dos valores discretos de E_{fd} generalmente en E_{fdmax} y 0.75 E_{fdmax}. Determinado $Se^*_{\max}$ de (3.53), para obtener otro punto de la función se propone la siguiente relación que ha dado resultados satisfactorios [57]:

$$\frac{Se^*_{\max}}{Se^*_{.75\max}} = \frac{\sum_j \frac{Se_{\max j}}{Se_{.75\max j}} E_{fd\max j}}{\sum_j E_{fd\max j}} \tag{3.54}$$

Una vez determinados Se^{*}_{max} y $Se^{*}_{.75\ max}$ se pueden calcular las constantes A_{ex} y B_{ex} de la función de saturación equivalente

$$Se = A_{ex}\ e^{Bex\ Efd} \tag{3.55}$$

mediante [25]:

$$A_{ex} = \frac{Se^{*\,4}_{.75\,max}}{Se^{*\,3}_{max}} \quad , \quad B_{ex} = \frac{4}{E_{fd\,max}}\ Ln\left[\frac{Se^{*}_{max}}{Se^{*}_{.75\,max}}\right]$$

Así, es posible agregar los sistemas de excitación de los generadores que se agrupan, para obtener un modelo equivalente que regula el voltaje del generador equivalente. Existe la posibilidad de agregar diferentes modelos de sistemas de excitación y obtener un modelo equivalente particular. En las Tablas 3.9 a 3.12 se muestran los parámetros de las máquinas y sistemas de excitación Tipo 1 utilizados en las simulaciones en este estudio. Los parámetros correspondientes a las máquinas se especifican en una base de 100 MVA y 115 KV, (las resistencias de armadura se consideran cero). En general, los parámetros de los sistemas de excitación han sido seleccionados de tal manera que el voltaje terminal tenga solo 2-3 sobrepasos ante un escalón en el voltaje de referencia con la máquina operando en vacío [57]. Se ha considerado un factor de amortiguamiento D igual a cero y modelos de cuarto orden para los generadores.

3.5.4 Procedimiento para agregar generadores de centrales eléctricas

A continuación se propone un procedimiento a seguir para agregar los generadores de una central eléctrica.

a. Calcular el voltaje del nodo generador y la reactancia del transformador equivalente, Figura 3.13, de acuerdo a las expresiones (3.45)-(3.46).
b. Los parámetros del generador equivalente pueden calcularse de acuerdo con las expresiones (3.37)-(3.42) para un modelo de cuarto orden. Cuando se consideran modelos clásicos, es una buena aproximación calcular la reactancia transitoria como el paralelo de las reactancias transitorias de las máquinas que se agregan.
c. Si se van a agrupar sistemas de excitación, los parámetros del sistema de excitación equivalente se obtienen al minimizar la diferencia que representa la ecuación (3.49), donde $GE_j(s)$ es la función de transferencia (3.47) para cada sistema de excitación que se agrega, y $GE^*(s)$ es la correspondiente función de transferencia del modelo de excitador que se propone.
d. Para sistemas de excitación Tipo 1, si se consideran las no-linealidades, éstas pueden calcularse empleando las expresiones (3.53)-(3.55).

3.5.5 Central eléctrica con tres máquinas

A continuación se presenta la aplicación de la metodología propuesta al caso de una central compuesta por tres generadores y se muestran los resultados obtenidos. Se asume que las máquinas están entregando diferentes potencias S_i, Figura 3.17.
Condiciones de estado estable:

$S_1 = 2.31804 + j\,0.78285$ pu

$S_2 = 1.20 + j\,0.31067$ pu

$S_3 = 2.70 + j\,0.9479$ pu

$V_1 = 1.01 \angle 0^o$

$V_2 = 1.0 \angle -1.334^o$

$V_3 = 1.01 \angle -0.1859^o$

$V_\infty = 0.9517 \angle -11.4011^o$ pu

Carga local $= 0.65 + j\,0.10$ pu

Carga barra infinita $= 5.50 + j\,0.75$ pu

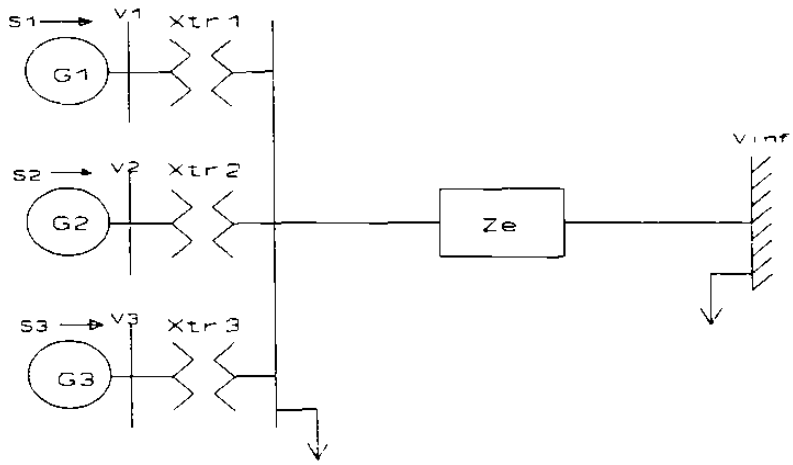

Fig. 3.17 Sistema de estudio

Impedancia de transformadores y línea:

$$X_{tr1} = j\ 0.02963 \text{ pu}$$

$$X_{tr2} = j\ 0.0375 \text{ pu}$$

$$X_{tr3} = j\ 0.02424 \text{ pu}$$

$$Z_{línea} = 0.002 + j\ 0.0225 \text{ pu}$$

Se desea obtener un generador equivalente de cuarto orden y un sistema de excitación equivalente del mismo tipo.

Tabla 3.9 Caso I. Parámetros de máquinas. Base 100 MVA

	Maq 1	*Maq 2*	*Maq 3*	*Maq equiv*
X_d (pu)	0.015425	0.018076	0.01787	5.678e-3
X_q (pu)	0.014699	0.01744	0.01759	5.488e-3
X'_d (pu)	0.002323	0.00260	0.002905	8.633e-4
X'_q (pu)	0.002223	0.004040	0.01099	1.268e-3
T'_{do} (s)	4.8	5.9	6.0	5.444
T'_{qo} (s)	0.5	0.540	1.5	0.476
H (s)	11.15	6.34	9.92	27.41

Tabla 3.10 Caso I. Parámetros de sistemas de excitación Tipo 1				
	Exc 1	*Exc 2*	*Exc 3*	*Exc Equiv*
K_a (pu)	100.0	30.0	100.0	64.0118
τ_a (s)	0.1	0.06	0.05	0.06607
K_e (pu)	-0.02	-0.0465	-0.170	-0.0748
τ_e (s)	0.35	0.52	0.95	0.4116
K_f (pu)	0.05	0.0832	0.04	0.0475
τ_f (s)	1.0	1.0	1.0	0.7906
A_{ex} (pu)	0.1154	0.0012	0.0027	0.00517
B_{ex} (pu)	0.7128	1.2639	0.3857	1.2018

Tabla 3.11 Caso II. Parámetros de máquinas			
	Maqs 1 y 2	*Maqs 3 y 4*	*Maq equiv*
X_d (pu)	0.01773	0.018076	4.4754e-3
X_q (pu)	0.01686	0.01744	4.2858e-3
X'_d (pu)	0.00253	0.00260	6.416e-4
X'_q (pu)	0.00363	0.004040	9.5653e-4
T'_{do} (s)	8.97	5.9	7.0541
T'_{qo} (s)	0.5	0.540	0.5175
H (s)	5.96	6.34	24.60

Tabla 3.12 Caso II. Parámetros de excitadores Tipo 1			
	Excs 1 y 2	*Excs 3 y 4*	*Exc Equiv*
K_a (pu)	30.0	30.0	29.663
τ_a (s)	0.1	0.06	0.0790
K_e (pu)	-0.0601	-0.0465	-0.06495
τ_e (s)	0.6758	0.52	0.5670
K_f (pu)	0.1080	0.0832	0.09351
τ_f (s)	0.95	1.0	0.9584
A_{ex} (pu)	0.0016	0.0012	0.001374
B_{ex} (pu)	1.6349	1.2639	1.4277

La última columna de la Tabla 3.9 muestra los valores de los parámetros del generador equivalente calculados con las expresiones (3.37) a (3.42) para la condición de operación citada. La última columna de la Tabla 3.10 presenta los valores correspondientes al sistema de excitación equivalente. Nótese para este caso que los valores de parámetros se sitúan por

lo general entre los valores extremos de los parámetros de los excitadores que se agregan. En las Figuras 3.18 a 3.20 se puede observar el comportamiento del voltaje terminal, ángulo de carga y flujo de potencia real en la línea para el sistema original y para el sistema equivalente ante una falla en la barra infinita. Nótese que la frecuencia de oscilación de los ángulos y el flujo está determinado por las máquinas de mayor inercia (1 y 3) en el caso menos amortiguado. El comportamiento del ángulo y el voltaje de la máquina equivalente es prácticamente un promedio del comportamiento de los ángulos y voltajes de las máquinas individuales. La conservación del estado estable y el cálculo adecuado de los parámetros de la máquina y del sistema de excitación equivalentes ayudan a una buena reproducción del flujo de potencia en la línea.

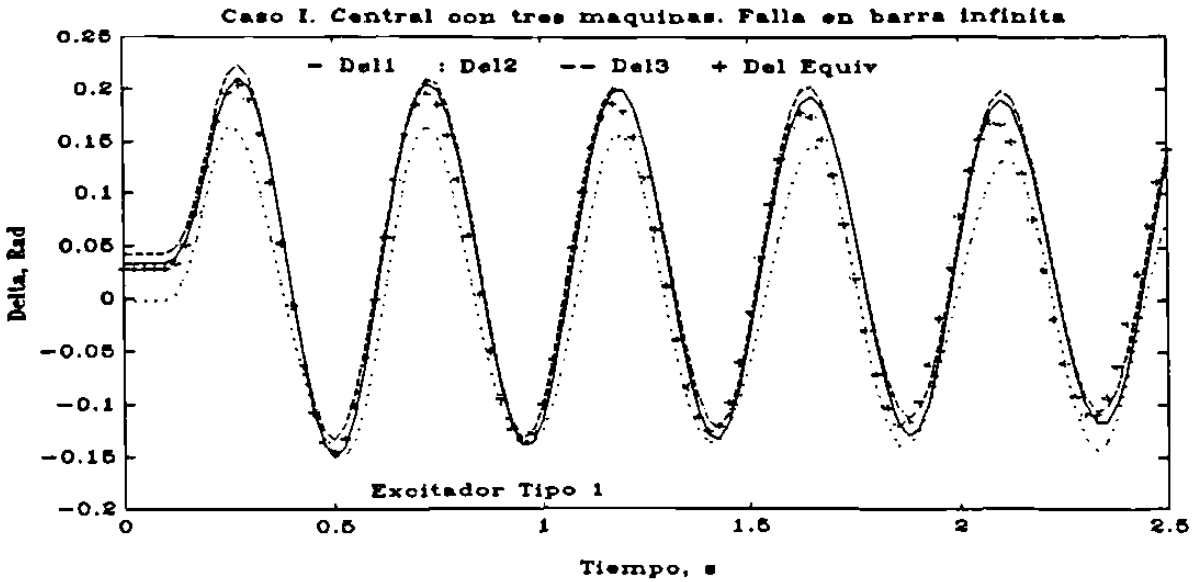

Fig. 3.18 Caso I. Desplazamiento angular ante falla en la barra infinita

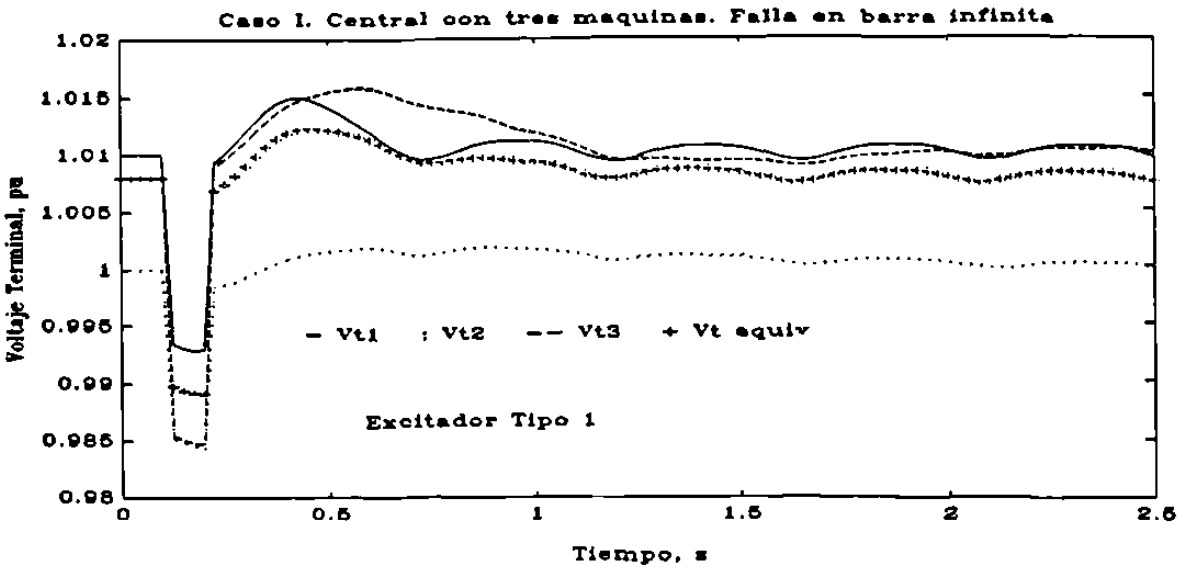

Fig. 3.19 Caso I. Voltaje terminal ante falla en la barra infinita

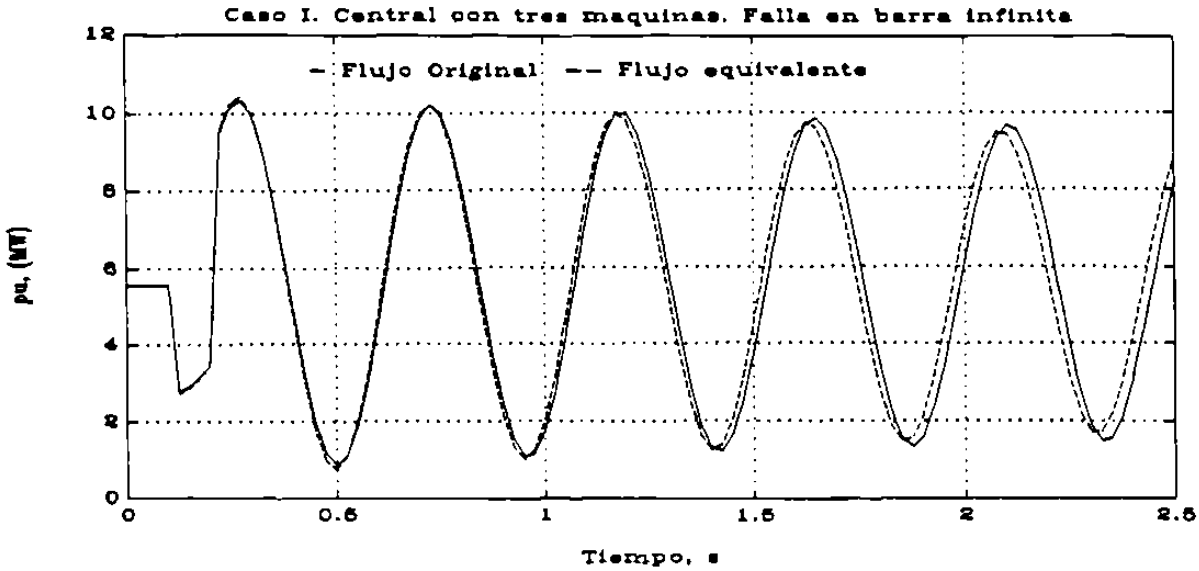

Fig. 3.20 Caso I. Flujo en la línea. $\| P_{ij\ orig} - P_{ij\ equiv} \|_{\infty} = 1.2$

Tabla 3.13 Análisis modal Caso I. Máquinas no-reguladas	
Eigenvalores	*Estados asociados*
-0.2706 $\pm j$ 25.736	δ_2 , ω_2
-0.2145 $\pm j$ 23.163	δ_1, ω_1, δ_3, ω_3
-0.0769 $\pm j$ 13.781	δ_1, ω_1, δ_3, ω_3
-2.0290	E'_{q1}
-1.8637	E'_{q2}
-0.6722	E'_{q3}
-0.2833	E'_{d1}
-0.1989	E'_{d2}, E'_{d3}
-0.2436	E'_{d2}, E'_{d3}

En la Tabla 3.13 se presenta el análisis modal respectivo sin considerar sistemas de excitación. Puede notarse que el modo de mayor frecuencia de oscilación y el más amortiguado se asocia con la segunda máquina y que los otros dos modos mecánicos están principalmente relacionados con las máquinas 1 y 3. En relación a los modos asociados con los voltajes transitorios, sus valores están relacionados con las constantes de tiempo: los modos para E'_q con T'_{do} y para E'_d con T'_{qo}. De las simulaciones puede notarse que los modos mecánicos son prácticamente iguales cuando se incluyen sistemas de excitación.

Para el caso de fallas en las terminales de las máquinas, no se recomienda hacer equivalentes de centrales, ya que muy probablemente se presenten oscilaciones entre máquinas de la misma central. Por ejemplo, los modos segundo y tercero de la Tabla 3.13 indican una oscilación entre las máquinas uno y tres para el caso de una central con tres generadores.

3.5.6 Central eléctrica con cuatro máquinas

En este caso se eligen pares de máquinas iguales, con los parámetros que se muestran en la Tabla 3.11, donde también se presentan los de la máquina equivalente. Los parámetros de los sistemas de excitación se muestran en la Tabla 3.12. y se han seleccionado de tal manera que la respuesta del voltaje terminal, ante un escalón en el voltaje de referencia, tenga pocos sobrepasos cuando la máquina opera en vacío [57]. A continuación se muestran los parámetros de los elementos de transmisión y las condiciones de estado estable para este estudio.

Impedancias de transformadores y línea:

$$X_{tr1} = X_{tr2} = j\,0.040 \text{ pu}$$

$$X_{tr3} = X_{tr4} = j\,0.03125 \text{ pu}$$

$$Z_{línea} = 0.006 + j\,0.040 \text{ pu}$$

Condiciones de operación en prefalla:

$S_1 = S_2 = 1.16706 + j\,0.35041$ pu

$S_3 = S_4 = 1.300 + j\,0.43994$ pu

$V_1 = V_2 = 1.0 \angle 0^o$

$V_3 = V_4 = 1.0 \angle -0.3519^o$

$V_\infty = 0.9239 \angle -13.5564^o$

Carga local : $0.450 + j\,0.05$ pu

Carga barra infinita : $4.35 + j\,0.40$ pu

El análisis modal correspondiente se muestra en la Tabla 3.14. El hecho de no considerar los sistemas de excitación en este análisis se debe principalmente a que éstos no influyen significativamente en los modos mecánicos de las máquinas, independientemente de la selección de sus parámetros. Puede notarse que debido a la condición de operación *por pares*, los modos tienden también a aparecer por pares. A semejanza de la Tabla 3.13 los modos de origen mecánico son complejos conjugados y los de origen eléctrico son reales; los relacionados con los voltajes transitorios E'_q más pequeños que los relacionados con E'_d como corresponde a las constantes de tiempo τ'_{do} y τ'_{qo}. Las Figuras 3.21 a 3.23 muestran las variables ángulo de carga, flujo de potencia real y voltaje terminal, ante una falla en la barra infinita.

Nótese que la frecuencia de oscilación de los ángulos del rotor y del flujo de potencia real corresponde a la que determinan las máquinas en el caso menos amortiguado.

Tabla 3.14 Caso II. Análisis modal 4 generadores no regulados	
Eigenvalores	*Estados asociados*
-0.0549 $\pm j$ 11.9187	δ_1, ω_1, δ_2, ω_2, δ_3, ω_3, δ_4, ω_4
-0.3181 $\pm j$ 27.7003	δ_1, ω_1, δ_2, ω_2, δ_3, ω_3, δ_4, ω_4
-0.3440 $\pm j$ 28.8237	δ_3, ω_3, δ_4, ω_4
-0.2964 $\pm j$ 26.7257	δ_1, ω_1, δ_2, ω_2
-2.0137	E'_{d1} , E'_{d2}
-2.0140	E'_{d1} , E'_{d2}
-1.8670	E'_{d3} , E'_{d4}
-1.8674	E'_{d3} , E'_{d4}
-0.2174	E'_{q3} , E'_{q4}
-0.1302	E'_{q1} , E'_{q2}
-0.1511	E'_{q1} , E'_{q2}
-0.2464	E'_{q3} , E'_{q4}

El abatimiento del voltaje depende poco de los parámetros, sin embargo su estabilización, después de liberada la falla, tiene una gran influencia de la constante de tiempo del lazo interno τ_f y de la ganancia del amplificador K_a.

Es interesante corroborar la noción intuitiva de la oscilación en fase de las máquinas de una misma planta ante una perturbación que ocurre en la red, lo que permite sugerir su agrupación en una sola máquina equivalente que preserva cercanamente el voltaje en terminales y los flujos en las líneas conectadas al nodo de alto voltaje.

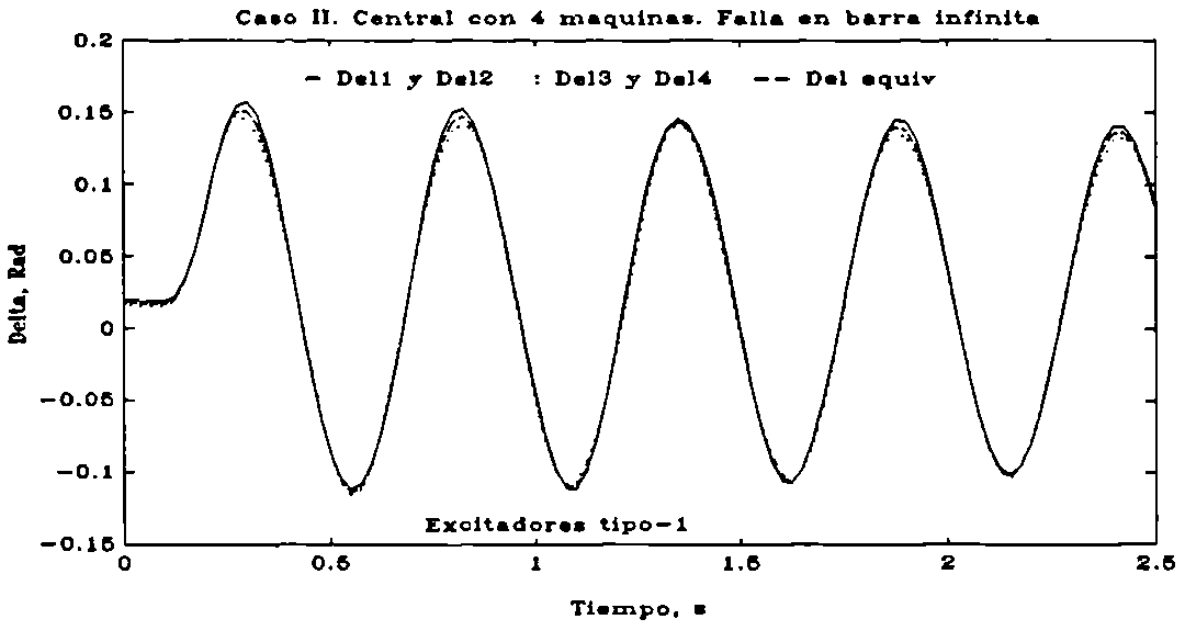

Fig. 3.21 Caso II. Desplazamiento angular para máquinas individuales y equivalente

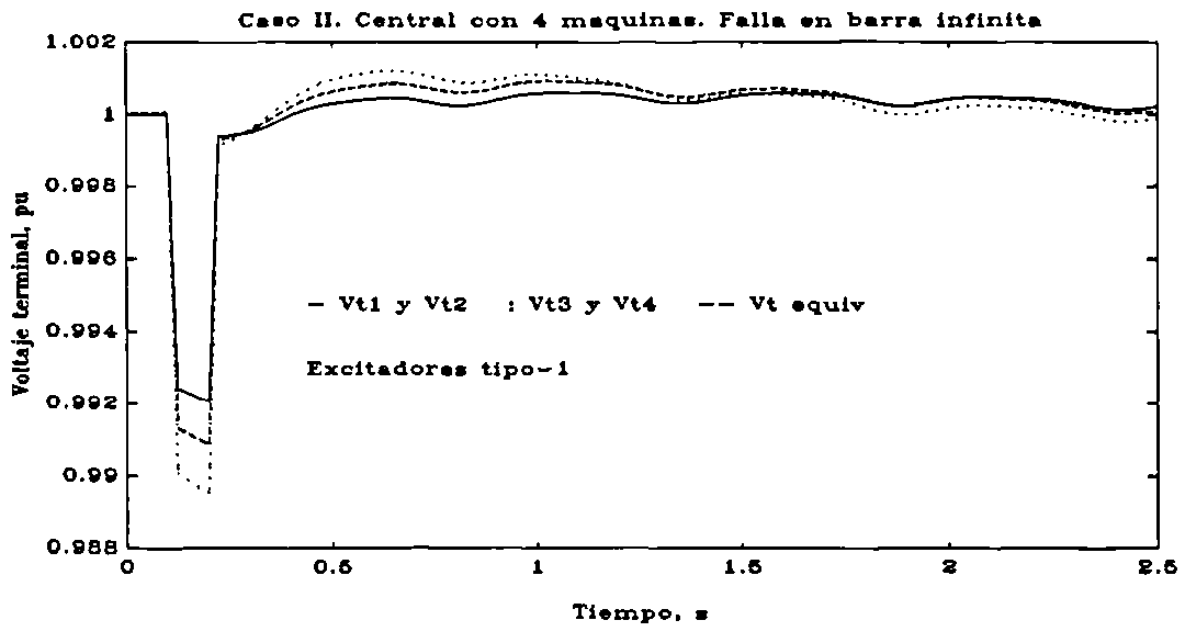

Fig. 3.22 Caso II. Voltaje terminal para máquinas individuales y equivalente

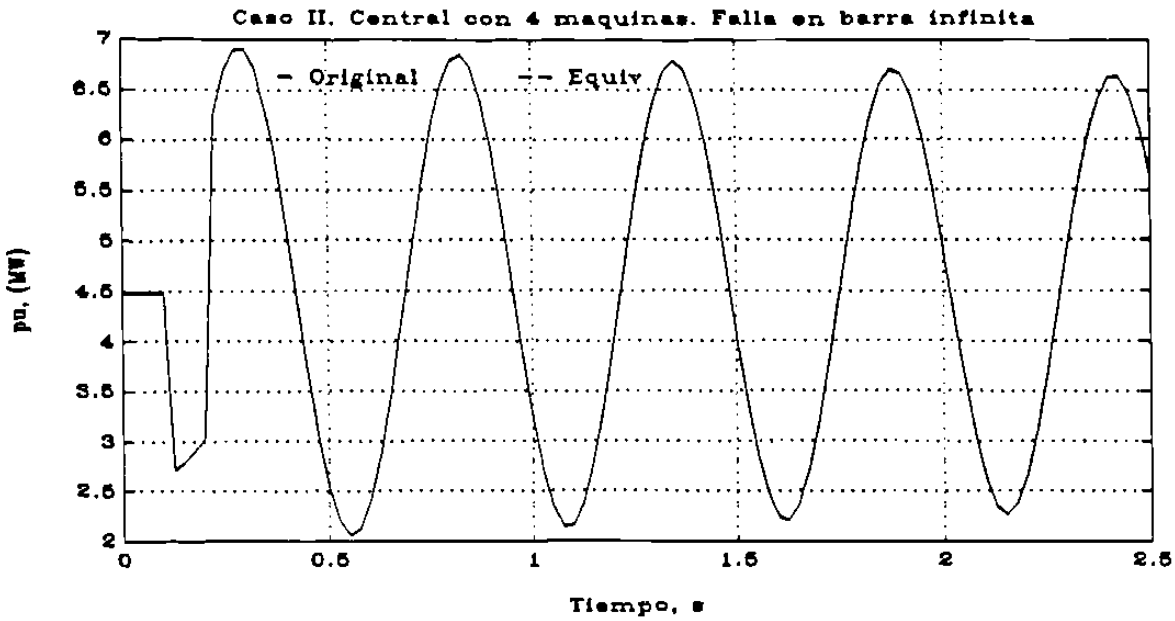

Fig. 3.23 Caso II. Flujo en la línea. $\| P_{ij\ orig} - P_{ij\ equiv} \|_{\infty} = 0.2$

Los parámetros de la máquina y del sistema de excitación equivalentes dependen del punto de operación, lo que induce a pensar en la necesidad de calcularlos para cada punto de operación. Sin embargo, los resultados obtenidos ante una diversidad de condiciones de operación, indican que los parámetros no cambian significativamente de valor ante cambios moderados del punto de operación.

3.6 Resumen del capítulo

En este capítulo se han presentado técnicas para la reducción de orden en las formulaciones que representan centrales eléctricas con dos generadores o más.

La técnica de realizaciones balanceadas se recomienda como una herramienta aplicable en la reducción de modelos para estudios máquina-barra infinita y de los sistemas de excitación. Para los sistemas de excitación puede lograrse en forma muy cercana la preservación de los modos lentos.

La técnica de la ecuación de oscilación equivalente reduce a un modelo de segundo orden

el sistema máquina regulada-barra infinita y es posible hacer análisis de la influencia que tienen los sistemas de control sobre el modo mecánico. El beneficio principal es su posible empleo para estudios multimáquina.

Se proponen expresiones que disminuyen el esfuerzo y tiempo de cálculo respecto a técnicas tradicionales para el cálculo de los parámetros del generador equivalente y el cálculo del voltaje en ese nodo equivalente.

La técnica sugerida para agregar generadores y controles de una central eléctrica ha dado resultados satisfactorios al aplicarla en diversos estudios.

El análisis modal para generadores de una central eléctrica, muestra la presencia de modos de oscilación máquina barra-infinita (por ejemplo la máquina de menor inercia en el caso de tres generadores) y oscilaciones entre generadores.

La agregación de generadores de una central eléctrica representa una disminución considerable (50% o más) de ecuaciones diferenciales en un estudio de estabilidad transitoria. Esto se basa en la aplicación de teoremas de coherencia que indican la posibilidad de agrupar en uno solo los generadores eléctricamente cercanos, como se verá en el siguiente capítulo.