CAPITULO 4

METODOS PARA DETERMINAR EQUIVALENTES DINAMICOS EN SISTEMAS ELECTRICOS

Introducción

En este capítulo se aborda el problema de la agregación de generadores equivalentes de las diferentes centrales eléctricas. Como cada generador tiene diferente localización dentro de la red, la agregación ya no es inmediata como para el caso de una central y es necesario emplear técnicas de identificación de generadores coherentes para formar grupos que puedan reducirse y tener la menor pérdida de precisión posible. Se analizan en detalle diversas técnicas para identificar grupos de generadores coherentes, algunas basadas en métodos modales y otras en métodos de coherencia. Se emplea un algoritmo basado en medidas de distancia electromecánicas para la delimitación de las zonas de estudio. Se presenta una metodología que conjuga las ventajas de las técnicas más relevantes para obtener equivalentes dinámicos en sistemas reales.

4.1 Equivalente dinámico

El estudio de estabilidad transitoria se describe mediante un cierto número de variables de estado y la dinámica se rige por ecuaciones diferenciales no-lineales. Estas variables de estado provienen de la formulación de las máquinas síncronas, y algunas veces de las cargas (motores, grandes consumidores) o de otros elementos (compensadores estáticos, controles) cuando se consideran modelos más refinados. Por las razones mencionadas en el capítulo 2, las metodologías para identificar grupos coherentes hacen uso del modelo clásico de

máquina síncrona.

La mayor parte de las técnicas de identificación de coherencia entre generadores asumen una división conceptual de la red en dos partes:

a) La zona en estudio, que comprende la región de interés que se ha de conservar intacta, donde se producen las perturbaciones y donde se deben utilizar modelos más detallados.

b) La zona externa, donde no se aplican perturbaciones y es posible realizar una reducción del modelo dinámico.

Un enfoque simplista para aminorar el problema de la dimensionalidad sería despreciar el sistema externo y desarrollar el estudio de estabilidad transitoria sobre el sistema interno solamente. En general, el acoplamiento existente entre los sistemas externo e interno, debido a las líneas de enlace, no es lo suficientemente débil para permitir tal decisión.

Una solución más razonable al problema de la dimensionalidad es encontrar algún método sistemático para reducir el tamaño del modelo del sistema externo. Idealmente, la reducción debe hacerse de tal manera que el impacto que el sistema externo tiene sobre el comportamiento del sistema interno, se preserve con respecto a los disturbios que ocurran dentro del área de estudio. Un modelo de orden reducido del sistema externo que reúna este objetivo se denomina un *equivalente dinámico*.

Los métodos para construir modelos de orden reducido para estudios de estabilidad transitoria pueden clasificarse de una forma amplia en cuatro grupos:

a) Equivalentes basados en factores de distribución [8].

b) Equivalentes basados en análisis modal [4,13,14,31].

c) Equivalentes basados en análisis de coherencia [10,11,12].

d) Equivalentes basadas en técnicas de perturbaciones singulares [13,14].

El propósito de esas metodologías es la identificación de grupos de generadores coherentes, es decir, los generadores que es factible agregarlos en equivalentes.

Generalmente se definen dos grados de coherencia. Si $\delta_i(t) - \delta_j(t) = C_{ij}$ para $0 < t < t_0$ donde C_{ij} es una constante, entonces los generadores son estrictamente coherentes. Si la diferencia angular es aproximadamente verdadera, esto es, si $\delta_i(t) - \delta_j(t) \approx C_{ij}$, entonces se dice que los generadores son coherentes.

La coherencia se ve afectada, entre otras cosas por la configuración de la red, el lugar de la perturbación y las condiciones de operación.

Generalmente las metodologías para obtener los grupos coherentes no indican la pérdida de precisión respecto al modelo original, que experimenta el sistema equivalente durante la agregación de los grupos. Por lo tanto, es importante emplear técnicas que permitan obtener índices para decidir hasta donde puede agregarse, y evitar una pérdida de precisión sustancial de resultados. Otra forma de mantener la precisión de resultados es conservar intactos la mayoría de los generadores que, por su cercanía eléctrica o grado de coherencia, se ven involucrados fuertemente ante una perturbación.

Por lo general, la determinación del área de estudio y externa se hace de manera arbitraria, o bien resulta de consideraciones geográficas, económicas o del procedimiento de identificación. Una práctica común, en países donde el suministro de energía es por medio de varias compañías, consiste en elegir como área de estudio la red que depende de una cierta compañía eléctrica, y como sistema externo, las redes vecinas. En el caso de una red

con diversos subsistemas, cada uno de ellos puede considerarse como sistema en estudio y los demás como sistema externo. Así, dado que el área de estudio generalmente se elige a priori, la reducción del modelo se efectúa sobre el sistema externo, al agrupar aquellos generadores que oscilen en fase (sean coherentes). Sin embargo, puede suceder que en el sistema externo se localicen generadores con una fuerte relación dinámica respecto a generadores del sistema interno. Si esos generadores se agregan, se pierde información importante. Por lo tanto, es conveniente la utilización de una zona intermedia entre el sistema interno y el sistema externo, con el fin de preservar la dinámica importante para el sistema interno.

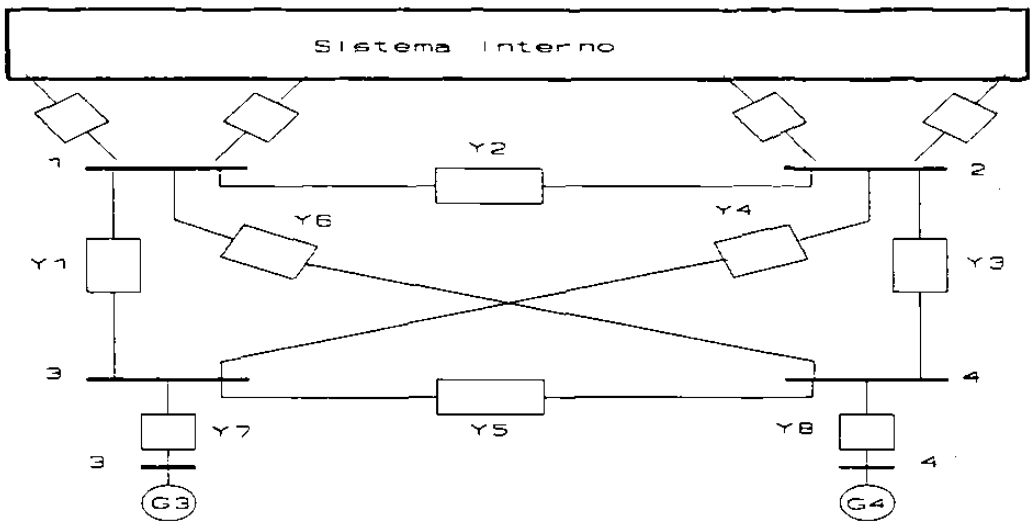
4.2 Condiciones teóricas sobre coherencia

Se presentan algunas condiciones teóricas que deben cumplirse en el sistema eléctrico de potencia para que un grupo de generadores se comporte en forma coherente.

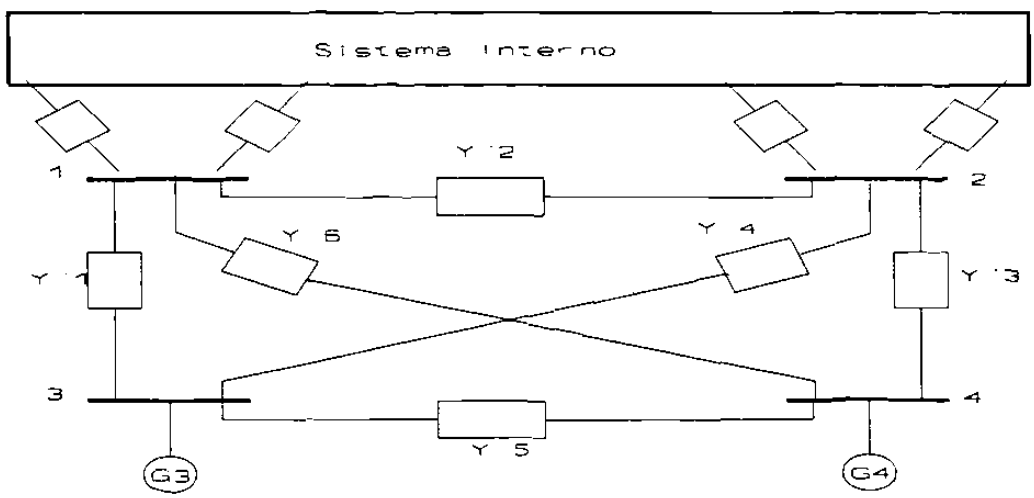
4.2.1 Coherencia geométrica estricta (CGE) [20]

Considérese el sistema de potencia de la Figura 4.1a. Sean los generadores G_3 , G_4 y las admitancias $y_1,..., y_8$ parte del sistema externo. Los nodos 1 y 2 son nodos frontera entre el sistema interno y externo. Los generadores G_3 y G_4 en el sistema externo serán considerados como fuentes de voltaje constantes (E_3 y E_4) , detrás de las reactancias transitorias correspondientes.

Si existen ciertas condiciones estructurales en el sistema de potencia en $t = 0^-$ entonces, independientemente del tipo de disturbio en el sistema interno para $t = 0$, los generadores G_3 y G_4 permanecerán estrictamente coherentes para todo $t \geq 0$. Las condiciones que deben cumplirse en el sistema de la Figura 4.1 en $t = 0^-$ son [20]:



(a)



(b)

Fig. 4.1 *Grupo externo de dos generadores. (a) Red original y (b) Red después de eliminar los nodos terminales generadores*

$$\frac{|E_3|}{M_3} Y_{31} e^{-j(\delta_3^o - \delta_4^o)} = \frac{|E_4|}{M_4} Y_{41} \tag{4.1a}$$

$$\frac{|E_3|}{M_3} Y_{32} e^{-j(\delta_3^o - \delta_4^o)} = \frac{|E_4|}{M_4} Y_{42} \tag{4.1b}$$

donde, $M_k = 2H_k$ considerando la velocidad angular $\omega_0 = 1$, son los momentos de inercia de los generadores y H_k es la constante de inercia; $\delta_3{}^\circ$ y $\delta_4{}^\circ$ los ángulos de fase de los voltajes internos E_3 y E_4 respectivamente, en $t = 0^-$.

Expresando las admitancias $\mathbf{Y}_{ik}$ en forma polar como $\mathbf{Y}_{ik} = |Y_{ik}|\, e^{j\gamma ik}$ y multiplicando la ecuación (4.1a) por $|E_1|e^{j(\delta_1^o-\delta_4^o)}$ y la ecuación (4.1b) por $|E_2|e^{j(\delta_2^o-\delta_4^o)}$ se obtiene:

$$\frac{|E_1||E_3||Y_{31}|e^{j(\delta_1^o-\delta_3^o+\gamma_{31})}}{M_3} = \frac{|E_1||E_4||Y_{41}|e^{j(\delta_1^o-\delta_4^o+\gamma_{41})}}{M_4} \tag{4.1c}$$

$$\frac{|E_2||E_3||Y_{32}|e^{j(\delta_2^o-\delta_3^o+\gamma_{32})}}{M_3} = \frac{|E_2||E_4||Y_{42}|e^{j(\delta_2^o-\delta_4^o+\gamma_{42})}}{M_4} \tag{4.1d}$$

Ahora la ecuación (4.1c) puede reescribirse como

$$\frac{|E_1||E_3||Y_{31}|}{M_3}[Cos(\delta_1^o-\delta_3^o+\gamma_{31})+jSen(\delta_1^o-\delta_3^o+\gamma_{31})]$$

$$= \frac{|E_1||E_4||Y_{41}|}{M_4}[Cos(\delta_1^o-\delta_4^o+\gamma_{41})+jSen(\delta_1^o-\delta_4^o+\gamma_{41})]$$

Igualando las partes reales de esta expresión resulta

$$\frac{|E_1||E_3||Y_{31}|\,Cos(\delta_1^o-\delta_3^o+\gamma_{31})}{M_3} = \frac{|E_1||E_4||Y_{41}|\,Cos(\delta_1^o-\delta_4^o+\gamma_{41})}{M_4}$$

Ahora $|E_1||E_3||Y_{31}|\,Cos(\delta_1^o-\delta_3^o+\gamma_{31})$ y $|E_1||E_4||Y_{41}|\,Cos(\delta_1^o-\delta_4^o+\gamma_{41})$ son los coeficientes del par de sincronización entre los buses 1-3 y 1-4, respectivamente, en $t = 0^-$. Las condiciones (4.1) muestran que para que los generadores 3 y 4 oscilen en forma coherente después del disturbio, los coeficientes de sincronización entre el nodo 1 y los nodos 3 y 4 deberán ser proporcionales a su respectivo momento de inercia. Lo mismo ocurre para los coeficientes de sincronización entre el nodo 2 y los nodos 3 y 4. El

resultado es que cuando tenga lugar un disturbio en el sistema interno, la cantidad de energía de disturbio entregada por cada nodo frontera a los generadores del sistema externo, es promediada por las inercias de los generadores, de modo que todos los generadores del grupo externo se aceleran en la misma proporción y permanecerán perfectamente coherentes para todo $t \geq 0$.

Se puede generalizar el sistema mostrado en la Figura 4.1 al caso de n generadores en el sistema externo y m barras frontera. En el caso general, las condiciones para la coherencia perfecta, que en los sucesivo se denominará coherencia geométrica estricta (CGE), son:

$$\frac{E_i}{M_i} Y_{ik} \, e^{-j(\delta_i^o - \delta_n^o)} = \frac{E_n}{M_n} Y_{nk} \tag{4.2}$$

$$i = 1,2,...,n-1 \ (\textit{nodos externos}) \ ; \ k = 1,2,...,m \ (\textit{nodos frontera})$$

Si un grupo de generadores fuera estrictamente coherente, entonces sería posible reemplazar el grupo por un solo generador equivalente, que preserva perfectamente la respuesta del grupo ante un disturbio fuera de él.

Un punto importante es que si las condiciones (4.2) se satisfacen, entonces, desde la perspectiva del resto del sistema, *el grupo estrictamente coherente de n generadores se comporta como una sola máquina.* Esto trae consigo una reducción importante en el número de ecuaciones del modelo dinámico.

Los generadores 3 y 4 de la Figura 4.1 pueden ser coherentes sin satisfacer las condiciones de CGE. Específicamente, estos dos generadores pueden ser coherentes si la admitancia Y_5' de la Figura 4.1b es muy grande en relación con las otras admitancias Y_1', Y_3', Y_4' y Y_6'. De hecho en el límite, cuando Y_5' es infinitamente grande, los generadores 3 y 4 llegan a ser estrictamente coherentes. Esto es, si los nodos 3 y 4 son el mismo nodo. Pudiera pensarse que esto no debiera considerarse, ya que las admitancias reales no son

infinitamente grandes. *Sin embargo, este caso particular puede considerarse el de una central eléctrica*, en donde los generadores están conectados al nodo de alto voltaje a través de la reactancia del transformador, que es pequeña comparada con los enlaces de transmisión de la red. Este resultado es un argumento formal para la agregación de generadores de una central eléctrica. En adelante se considerará inmediata la agregación de generadores de una central, salvo que exista un interés particular para conservarla intacta.

Las condiciones (4.2), que definen la coherencia geométrica estricta (CGE), son idealizadas en el sentido de que probablemente nunca serán satisfechas en un sistema de potencia real, pero es interesante notar que las condiciones (4.2) se cumplen cercanamente en el caso trivial, es decir, cuando las admitancias Y_{ik} son muy pequeñas. Así, las condiciones (4.2) explican conceptualmente el hecho empírico bien conocido de que *los generadores alejados eléctricamente del disturbio se aceleran juntos,* aunque sus inercias sean ampliamente diferentes. Este resultado permite tener confianza en el empleo de medidas de distancia para catalogar aquellos generadores eléctricamente lejanos a la falla, como candidatos a ser agregados en equivalentes.

4.2.2 Coherencia estricta por sincronización (CES). [29]

Considérese otra vez un grupo específico de n generadores conectados al resto del sistema de potencia a través de un conjunto de m nodos frontera y supóngase que los disturbios son externos al grupo específico.

Si se escribe la ecuación de oscilación del i-ésimo generador como

$$\ddot{\delta}_{in} = \ddot{\delta}_i - \ddot{\delta}_n = \frac{Pm_i - Pe_i}{M_i} - \frac{Pm_n - Pe_n}{M_n}$$

al expresar $\ddot{\delta}_{in} = \ddot{\delta}_i - \ddot{\delta}_n$ en términos de las potencias resulta [29]

$$\tilde{\delta}_{in} = Re\{ \sum_{k=1}^{m} ([\frac{E_n}{M_n} Y^*_{kn} - \frac{E_i}{M_i} Y^*_{ki} e^{j(\delta_i - \delta_n)}]V_k e^{j(\delta_n - \delta_k)}$$

$$- [\frac{E^o_n}{M_n} Y^*_{kn} - \frac{E^o_i}{M_i} Y^*_{ki} e^{j(\delta^o_i - \delta^o_n)}] V^o_k e^{j(\delta^o_n - \delta^o_k)})\}$$

$$- Re\{ \sum_{j=1}^{n} ([\frac{E_n}{M_n} Y^*_{jn} - \frac{E_i}{M_i} Y^*_{ji} e^{j(\delta_i - \delta_n)}]E_j e^{j(\delta_n - \delta_j)} \tag{4.3}$$

$$- [\frac{E^o_n}{M_n} Y^*_{jn} - \frac{E^o_i}{M_i} Y^*_{ji} e^{j(\delta^o_i - \delta^o_n)}] E^o_j e^{j(\delta^o_n - \delta^o_j)})\}$$

En la ecuación, el índice j = 1, ..., n, indica nodos del sistema externo y k = 1, ..., m, indica nodos frontera. Considérese (4.3) para el generador 1 en el grupo específico. Si se divide esta ecuación por Y^*_{21}, la admitancia que conecta al generador 1 con el 2 en el grupo, y considerando que $| Y^*_{21} | \rightarrow \infty$. El lado izquierdo de (4.3) tiende a cero y todos los términos del lado derecho también, excepto aquellos que contienen Y^*_{21}. Así, (4.3) se reduce a

$$0 = Re \{ - \frac{E_1 E_2}{M_1} e^{j(\delta_1 - \delta_2)} + \frac{E^o_1 E^o_2}{M_1} e^{j(\delta^o_1 - \delta^o_2)} \} \tag{4.4}$$

Ya que $E_i = E^0_i$, i = 1, 2,..., n esta expresión se reduce a

$$0 = e^{j(\delta_1 - \delta_2)} - e^{j(\delta^o_1 - \delta^o_2)}$$

o, de manera semejante

$$\delta_1 - \delta_2 = \delta^o_1 - \delta^o_2$$

Así, los generadores 1 y 2 del grupo específico son estrictamente coherentes.

Procediendo de manera similar para el generador 2, y haciendo $Y^*_{32} \rightarrow \infty$ resulta:

$$\delta_2 - \delta_3 = \delta^o_2 - \delta^o_3$$

de modo que los generadores 1, 2 y 3 son ahora coherentes por transitividad. Procediendo de esta manera, en el i-ésimo paso se agrega el generador $i + 1$ al grupo al permitir que $| Y^{*}_{i+1,i} | \rightarrow \infty$. Después de $n - 1$ pasos el grupo de n generadores será estrictamente coherente.

El caso práctico, por supuesto, no permite conexiones infinitamente robustas. Sin embargo, es factible encontrar un grupo de n máquinas cuyas interconexiones sean muy grandes en relación con las interconexiones entre el grupo y el resto del sistema de potencia: entonces el análisis precedente para coherencia estricta por sincronización (CES) es cercanamente verdadero. También, la aproximación será mejor si el número de nodos frontera entre el grupo y el resto del sistema es pequeño. La coherencia por sincronización (no estricta) es lo típico en sistemas reales.

4.3 Método basado en perturbaciones singulares [13,14,33,34]

Este es un método sistemático para agrupar en áreas las máquinas de un sistema de potencia. El concepto de área que se utiliza se basa en la observación de que durante el proceso transitorio, después de liberada la perturbación, generalmente se observa que las máquinas cercanas a la localización de la falla responden con oscilaciones rápidas entre sí, mientras que las más distantes a la falla oscilan en fase con dinámica lenta. El enfoque consiste en definir las áreas mediante la agrupación de máquinas que exhiben este fenómeno de coherencia lenta. El permitir que las máquinas de una misma área difieran en su dinámica rápida hace posible retener el mismo agrupamiento de áreas para diferentes localizaciones de falla. Por lo tanto, el objetivo es encontrar la manera de determinar los grupos de generadores que conforman las áreas. Una vez identificados estos grupos el método asegura que se preservan los r modos más lentos del sistema.

Este método utiliza la noción de coherencia lenta, esto es, la coherencia con respecto a r modos lentos del sistema; el método usa propiedades de la separación en escalas de tiempo aplicadas a estudios de perturbaciones singulares [36]. Así, la coherencia lenta puede interpretarse como un requisito de que las máquinas equivalentes de las áreas reproduzcan, tan cercanamente como sea posible, los r modos más lentos (asociados a las oscilaciones entre áreas). En términos de perturbaciones singulares esto significa que constituyen el subsistema lento, mientras que el subsistema rápido representa las oscilaciones entre máquinas dentro de cada área. El modelo utilizado tiene la forma siguiente:

$$\ddot{x} = -\frac{1}{2}\,\omega_o\, T^{-1}\, K\, x = A\, x \tag{4.5}$$

donde

$$x_i = \Delta\delta_i$$

$$T = Diag\ \{H_1, H_2, ..., H_n\} \tag{4.6}$$

$$K = (k_{ij})$$

$$k_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} E_i\, E_j\, B_{ij}\, Cos(\delta_i - \delta_j)\ |_{\delta^*} \tag{4.7a}$$

$$k_{ij} = -E_i\, E_j\, B_{ij}\, Cos(\delta_i - \delta_j)\ |_{\delta^*}\ ,\quad j \neq i \tag{4.7b}$$

donde δ_i es el ángulo del rotor de la i-ésima máquina; ω_o es la velocidad angular base (rad/s); E_j es la magnitud del voltaje atrás de la reactancia transitoria; B_{ij} es la susceptancia de los elementos de la matriz Y_{nodal} reducida a los nodos terminales de los generadores; H_i es la constante de inercia del i-ésimo generador.

Por tanto, en lugar de manejar un sistema de orden 2n x 2n se utiliza una matriz característica A de orden n x n. Esta es una ventaja importante que permite hacer un análisis para sistemas de potencia de grandes dimensiones. Algunas propiedades importantes de los eigenvalores de la matriz característica A son:

a) A tiene un eigenvalor cero cuyo eigenvector es

$$v_0 = [1,1,...,1]' \tag{4.8}$$

Esta propiedad resulta de la relación $A\,v_o = 0$, que se observa de (4.7), ya que la suma de cada renglón en $A = (a_{ij})$ es

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 0 \ , \quad i = 1,2,...,n \tag{4.9}$$

b) Para la matriz K simétrica, aplicable en redes sin transformadores defasadores, A es diagonalizable ya que es similar a la matriz simétrica

$$-\frac{1}{2}\,\omega_0 \quad T^{-1/2}\,K\,T^{-1/2}$$

donde $T^{1/2}$ es la matriz que se forma con la raíz cuadrada de los elementos de T. Así, todos los eigenvalores λ_i de A son reales. Esto implica que los eigenvalores del sistema de segundo orden (4.5) son $\pm\sigma$, donde

$$\sigma = \sqrt{\lambda_i} \tag{4.10}$$

El doble eigenvalor $\sigma_i = 0$ corresponde al movimiento agregado de los ángulos y velocidades de las máquinas.

La definición de coherencia que se utiliza en este método es la siguiente:

Definición 4.1. Los estados x_i y x_j del sistema $\dot{x} = A\,x$ son σ_a-coherentes, esto es, coherentes

con respecto a r modos de A, σ_a , si y sólo si ninguno de esos modos es observable desde $y_j(t)$, donde

$$y_j(t) = x_j(t) - x_i(t) = c_j\, x(t) \tag{4.11}$$

los únicos elementos diferentes de cero del vector c_j son el i-ésimo elemento con valor -1 y el j-ésimo con valor de 1. De aquí, se puede particularizar para los r modos más lentos.

Definición 4.2. Dados los r eigenvalores más pequeños en magnitud (modos más lentos) de la matriz A en (4.5), las máquinas i e j son *lentamente coherentes* si para todo t y cualquier condición inicial, sus ángulos $x_i(t)$ y $x_j(t)$ satisfacen

$$x_i(t) - x_j(t) = z_{ij}(t) \tag{4.12}$$

donde $z_{ij}(t)$ no contiene ninguno de los r modos más lentos. Un área coherente está formada por todas aquellas máquinas coherentes una con otra.

Estas definiciones de coherencia pueden interpretarse como una propiedad de los renglones de la matriz U de orden n x r de los eigenvectores asociados a los modos lentos. Las máquinas i e j son coherentes si los renglones i e j de U son idénticos. Para expresar esto algebráicamente, considere las columnas de una matriz U de orden n x r como una base del eigensubespacio de los modos lentos con rango r. Entonces los r-modos son no-observables desde y_j si y sólo si

$$c_j\, U = 0 \tag{4.13}$$

esto es, x_i y x_j son coherentes si y sólo si el i-ésimo y el j-ésimo renglón de U son idénticos. Esta condición proviene del hecho de que cada renglón $\mathbf{u}_k$ de U pondera la contribución de los r-modos al estado correspondiente x_k , k = 1,..., n. Ya que el rango de U es igual a r , el número más pequeño posible de grupos diferentes que contienen renglones idénticos de U es r. Por lo tanto, el número más pequeño posible de áreas coherentes (grupos de estados

coherentes) es r.

Se nota que en esta definición las máquinas de diferentes áreas no pueden ser coherentes, esto es, un área coherente no puede dividirse en más áreas. Una máquina individual puede constituir un área si no es coherente con alguna otra.

Aunque las definiciones *4.1* y *4.2* no requieren que el número de áreas coherentes sea igual al número de modos lentos, los sistemas con esta propiedad, denominados r-desagregables, son de particular interés para la separación en escalas de tiempo. El estudio de sistemas r-desagregables es un paso esencial para el análisis de los sistemas más comunes, los *casi-desagregables*, es decir, sistemas con áreas casi-coherentes más que coherentes.

Definición 4.3. Las máquinas i e j son casi-coherentes si en la *definición 4.2* la contribución de los modos lentos en $z_{ij}(t)$ es pequeña. Un área casi-coherente consiste de todas las máquinas que son casi-coherentes unas con otras. Un sistema r casi-desagregable consiste de r áreas casi-coherentes.

Para un sistema desagregable la matriz U tiene exactamente r grupos distintos, cada uno de ellos con renglones idénticos de U. Cualquier conjunto de r renglones distintos puede usarse como un *conjunto referencia*. Los correspondientes r estados no-coherentes son los *estados referencia*. Cada uno de los restantes $n - r$ renglones es idéntico a un renglón referencia y cada uno de los $n - r$ estados restantes es coherente con un estado referencia, es decir, pertenece a su área, ver Figura 4.2.

En cada área se elige una máquina arbitraria como referencia. Los ángulos de las máquinas referencia se consideran como componentes de un r-vector $\mathbf{x}^1$, mientras todos los otros ángulos forman el $(n - r)$-vector $\mathbf{x}^2$. La ecuación (4.12) sugiere el uso de una matriz de agrupación L_g para asignar las máquinas a las áreas. El elemento (i, j) de L_g es 1 si las

máquinas x^1_j y x^2_j pertenecen a la misma área, y es cero en caso contrario. Así, dados x^1_j, x^2_j y L_g las áreas se determinan unívocamente. Sin embargo, dadas las áreas no hay una única elección de x^1 y x^2 y, por lo tanto, pueden existir diversas L_g. Usando L_g, (4.12) escrita en forma más compacta es

$$x^2(t) - L_g\, x^1(t) = z^2(t) \tag{4.14}$$

donde las componentes de $z^2(t)$ son las correspondientes funciones $z_{ij}(t)$.
La ecuación (4.14) es un caso especial de una transformación de coordenadas más general,

$$\begin{bmatrix} x^1 \\ z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -L & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \end{bmatrix} = T_l \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

donde la matriz L de orden $(n\text{-}r) \times r$ no necesariamente es una matriz de agrupación. La sustitución de (4.15) en (4.5), esto es en $\dot{x} = A\,x$, resulta en

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}^1 \\ \ddot{z}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & A_{12} \\ R(L) & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^1 \\ z^2 \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

donde $B_1 = A_{11} + A_{12}\,L$, $B_2 = A_{22} - L\,A_{12}$, $R(L) = A_{22}\,L - L\,A_{11} - L\,A_{12}\,L + A_{21}$ y A_{11}, ..., A_{22} son submatrices de A. Es de particular interés la matriz L que satisface

$$R(L) = A_{22}\,L - L\,A_{11} - L\,A_{12}\,L + A_{21} = 0 \tag{4.17}$$

y

$$|\,\lambda_j(B_1)\,| < |\,\lambda_i(B_2)\,| \tag{4.18}$$

para todo i = 1, 2,..., $n - r$ y j = 1, 2,..., r. Tal matriz L se denomina *dicotómica* y se denota por L_d. Se sabe que para una A diagonalizable la ecuación generalizada de Riccati (4.17)

puede tener a lo más una solución dicotómica $L = L_d$ [14]. En general, un ordenamiento diferente de las variables de estado en $\mathbf{x}^1$ y $\mathbf{x}^2$ resulta en una L_d diferente. El conjunto de soluciones dicotómicas L_d para todas las posibles elecciones de $\mathbf{x}^1$ y $\mathbf{x}^2$ se denota por D.

La siguiente propiedad de un sistema *r*-desagregable relaciona L_d con una matriz de agrupación L_g.

Teorema 4.1 En un sistema de *n* máquinas sean $\mathbf{x}^1$ los ángulos de *r* máquinas no-coherentes y $\mathbf{x}^2$ los ángulos de las otras $n - r$ máquinas. Este sistema es *r*-desagregable si y sólo si la solución dicotómica $L = L_d$ de la ecuación correspondiente $R(L) = 0$ es una matriz de agrupación L_g, esto es, si y sólo si

$$L_d = L_g \tag{4.19}$$

Suponga ahora que se sabe que un sistema es *r*-desagregable, pero no se conocen sus áreas. El *teorema 4.1* puede ayudar a encontrarlas. Primero, se hace una elección de $\mathbf{x}^1$ y $\mathbf{x}^2$, que a su vez definen la ecuación correspondiente $R(L) = 0$. Si la elección de $\mathbf{x}^1$ no contiene máquinas coherentes, esta ecuación tendrá la solución dicotómica L_d, que es la matriz de agrupación necesaria para encontrar las áreas. Si $\mathbf{x}^1$ contiene máquinas coherentes, L_d no existirá. Esto significa que tendría que hacerse una nueva elección de $\mathbf{x}^1$ y resolver una nueva ecuación $R(L) = 0$.

Si el sistema no es *r*-desagregable, entonces ninguna matriz de agrupación L_g cumplirá $R(L_g) = 0$. Por ende, $\mathbf{z}^2$ en (4.14) contendrá modos rápidos y lentos, esto es

$$z^2 = z_f^2 + z_s^2 \tag{4.20}$$

Para sistemas casi-desagregables existe $\mathbf{x}^1$ y una aproximación a L tal, que $\mathbf{z}_s^2$ es pequeña. Reescribiendo (4.14) para las partes lentas:

$$x_s^2 - L_g\, x_s^1 = z_s^2 \tag{4.21}$$

Ahora el problema consiste en encontrar $\mathbf{x}^1$ y L_g tales, que se minimice alguna norma del error de coherencia lenta $\mathbf{z}^2_s$. Con $L = L_d$ resulta:

$$x^2_s - L_d\, x^1_s = 0 \tag{4.22}$$

Sustituyendo (4.22) en (4.21) se obtiene

$$z^2_s = (L_d - L_g)\, x^1_s \tag{4.23}$$

Una conclusión importante es que el error de coherencia lenta $|\, \mathbf{z}^2_s \,|$ relativo a la magnitud $|\, \mathbf{x}^1_s \,|$, de la respuesta lenta de las máquinas referencia, está acotada por $\| L_d - L_g \|$, esto es

$$\frac{|\, z^2_s \,|}{|\, x^1_s \,|} \leq \| L_d - L_g \| , \tag{4.24}$$

donde la norma usada es la norma infinito:

$$\| L \|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^{r} |\, L_{ij} \,| , \quad i = 1,\ldots,n \tag{4.25}$$

El subíndice de la norma se omite, pero se sobreentiende que es la norma infinito. Nótese que (4.24) es cero para sistemas *r*-desagregables. Para sistemas casi-desagregables (4.24) motiva una búsqueda de $\mathbf{x}^1$ y L_g que produzcan la norma $\| L_d - L_g \|$ más pequeña. En principio, ésta búsqueda involucra la comparación de todas las posibles matrices de agrupación L_g con las soluciones dicotómicas L_d, correspondientes a todas las posibles elecciones de las máquinas referencia $\mathbf{x}^1$.

La mejor elección de $\mathbf{x}^1$ es la que produce la norma mínima. Cuando el orden del sistema es grande, esta búsqueda exhaustiva sería computacionalmente prohibitiva. Debido a las propiedades del conjunto D (conjunto de soluciones L), establecidas en los lemas que se presentan a continuación, puede evitarse esa búsqueda exhaustiva. El algoritmo presentado

en esta sección calcula un solo elemento del conjunto D, que no necesariamente minimiza $\| L_d - L_g \|$, pero determina sin ambigüedades las áreas. A continuación se enuncian los lemas sin demostración; estas pueden consultarse en [14].

Lema 4.1. Cada elemento L_d de D tiene la siguiente propiedad

$$\sum_{j=1}^{r} L_{dij} = 1 \ , \quad i = 1,2,\ldots,n-r \tag{4.26}$$

es decir, la suma de los elementos de los renglones de L_d es 1.

De (4.26), si todos los elementos de L_d son mayores o iguales a cero, entonces $\| L_d \|$ es 1 y es la norma más pequeña que puede lograrse para cualquier L_d en D. Además, ya que el único elemento diferente de cero en cualquier renglón de L_g es 1, cualquier matriz de agrupación L_g tiene norma igual a 1. Así, para minimizar $\| L_d - L_g \|$ una condición necesaria es que $\| L_d \|$ sea cercana a 1. Esto motiva encontrar una L_d con una norma pequeña en lugar de una L_d que minimice $\| L_d - L_g \|$.

El siguiente resultado indica cómo $\| L_d \|$ depende de la elección de las máquinas referencia.

Lema 4.2. Si los ángulos de un conjunto dado de máquinas referencia se ordenan como componentes de $\mathbf{x}^1$ y todos los ángulos de las otras máquinas como $\boldsymbol{x}^2$, y las columnas de la matriz U de orden n x r, entonces:

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

forman una base del eigensubespacio de los modos lentos, donde la matriz U_1 de dimensión $r \times r$ es no singular, entonces:

$$L_d = U_2 \, U_1^{-1} \tag{4.28}$$

es la única solución dicotómica de la ecuación de Riccati (4.17). Además, si $\bar{U}_1$ y $\bar{U}_2$ se obtienen mediante intercambio de renglones de U_1 por renglones de U_2, es decir, mediante una permutación $\bar{U} = Q\,U$ de los renglones de U, con tal que $\bar{U}_1$ sea no singular, el elemento de D correspondiente es $\bar{L}_d = \bar{U}_2 \, \bar{U}_1^{-1}$.

El lema muestra que para calcular todos los elementos L_d de D se necesita una sola matriz U. Adicionalmente, multiplicando ambos lados de (4.27) por U_1^{-1} se nota que

$$U \, U_1^{-1} = \begin{bmatrix} I \\ L_d \end{bmatrix} \tag{4.29}$$

es también una base para el eigensubespacio de los modos lentos. En el caso *r*-desagregable, U_1 será singular si dos máquinas de la misma área están en $\mathbf{x}^1$. En los sistemas casi-desagregables U_1 será casi singular si dos máquinas casi coherentes están en $\mathbf{x}^1$. Esto se debe al hecho de que los dos renglones involucrados son casi idénticos. Cuando U_1 es casi singular, $\| U_1^{-1} \|$ es grande, resultando en una L_d grande. Así, se deben buscar los *r* renglones más grandes y con mayor independencia lineal de U. Esto resultaría en una U_1 con una norma grande, tal que $\| L_d \|$ de (4.28) sea pequeña.

Así, el método maneja una matriz característica A de orden n x n y requiere el cálculo de los eigenvalores y los eigenvectores asociados a los *r* eigenvalores más lentos (de menor frecuencia), con los cuales se forma la matriz U. Se requiere dividir el sistema en *r* áreas, cada una formada por un conjunto de generadores coherentes entre sí. Para formar las áreas se requiere identificar un generador referencia para cada una de ellas. Los generadores referencia serán aquellos asociados a los *r* renglones más grandes (con mayor independencia lineal) en la matriz U. Todos los demás generadores quedarán asociados a alguno de los

referencia, de acuerdo a la matriz L_d.

4.3.1 Resumen del algoritmo

Los r renglones con mayor independencia lineal, son aquellos para los que sus vectores representativos tienen los mayores ángulos de separación (θ) entre sí:

$$\theta = \arccos \frac{<x,y>}{\|x\| \; \|y\|}$$

Para encontrar el conjunto de los r renglones más linealmente independientes se utiliza eliminación Gaussiana. Durante la eliminación, los renglones y columnas de U se permutan de modo que en la posición (1,1) esté el elemento de magnitud mayor. Se debe que permutar los renglones de U es equivalente a cambiar el ordenamiento de las máquinas. El elemento (1,1) de U se usa como el pivote para desarrollar el primer paso de la eliminación Gaussiana. Luego, se elige el elemento más grande de la submatriz $(n\text{-}1) \times (r\text{-}1)$ de la U reducida y se utiliza como pivote para el siguiente paso de la eliminación. La eliminación termina en r pasos y las máquinas correspondientes a los primeros r renglones de la matriz U final se designan como las máquinas referencia. En este proceso de eliminación, los renglones que tienen elementos pequeños no se usan para pivotear porque estos elementos pequeños son el resultado de la eliminación con renglones casi idénticos y que ya fueron usados como renglones pivote. Por ende, este algoritmo no coloca dos máquinas casi-coherentes juntas como máquinas referencia.

Para el conjunto de máquinas referencia encontrado por el algoritmo, L_d se calcula de la expresión (4.28),

$$U_1^t \, L_d^t = U_2^t \tag{4.30}$$

utilizando la factorización LU de U_1 obtenida de la eliminación Gaussiana. El siguiente paso es encontrar una L_g que se aproxime a L_d , esto es, encontrar las máquinas pertenecientes a cada área. Se examina cada elemento de L_d y si el elemento positivo más grande es el j-ésimo elemento en el renglón i, entonces en la matriz L_g el elemento (i, j) es 1. La matriz L_g resultante minimiza $\| L_d - L_g \|$.

Resumiendo el algoritmo:

a) Determinar el número de áreas (*r*).
b) Calcular una matriz base U para un ordenamiento dado de las variables de estado *x*.
c) Aplicar eliminación Gaussiana con pivoteo completo a U y obtener el conjunto de máquinas referencia.
d) Calcular L_d para el conjunto de máquinas referencia elegido en el paso *c*. Construir la matriz L_g y encontrar las máquinas en cada área.

La principal carga computacional está en el paso *b*. Sin embargo, sólo se requiere un eigensubespacio parcial U de la matriz característica A, como esta es similar a una matriz simétrica, el cálculo de eigenvalores y eigenvectores está bien condicionado [62].

Este algoritmo de agrupación que encuentra L_d de norma pequeña se sustenta en una interpretación geométrica para sistemas casi-desagregables. Para estos sistemas, los vectores renglón de U correspondientes a las máquinas en la misma área son casi idénticos. En otras palabras, los vectores renglón de las máquinas pertenecientes a la misma área se agrupan en un cono, Fig. 4.2. Estos conos son angostos para sistemas casi-desagregables y degeneran en líneas para sistemas desagregables. El papel de la eliminación Gaussiana es seleccionar los vectores con mayor independencia lineal, uno de cada cono, que se consideran como los vectores referencia para las áreas. Las entradas en L_d son las proyecciones de los otros vectores sobre los vectores referencia.

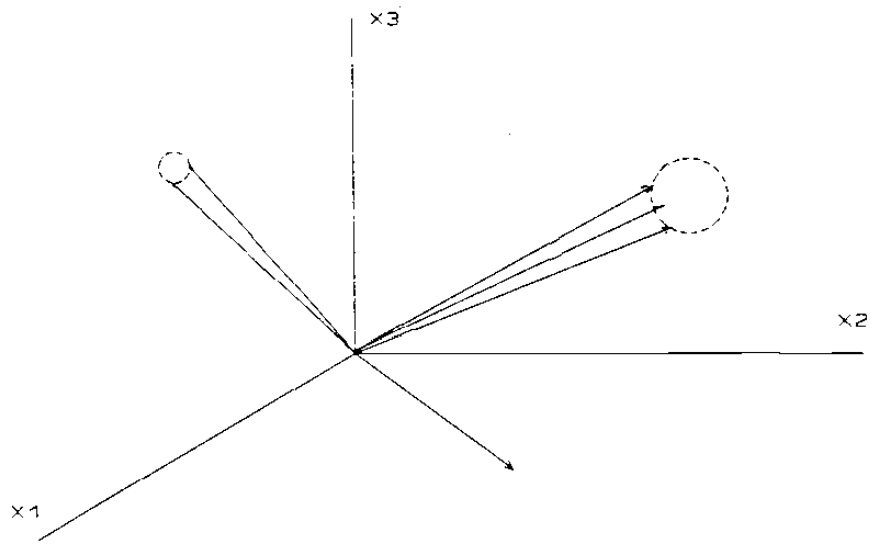


Fig. 4.2 Representación esquemática de la formación de tres áreas

El algoritmo presentado tiene un sustento formal, pero presenta ciertos inconvenientes que lo hacen poco práctico. Las desventajas más notorias son:

a) La necesidad de una suposición a priori del número de áreas.
b) El cálculo de eigenvalores y eigenvectores del sistema.

Existe una técnica para determinar la matriz L_d basada en técnicas de perturbaciones singulares, de tal manera que no es necesario encontrar el eigensubespacio para aplicar el algoritmo anterior [35]. Esta modificación se utilizó en este trabajo, obteniendo resultados con el algoritmo original y el modificado, con un ahorro computacional considerable en este último al no tener que calcular la eigenestructura.
La *rapidez* del algoritmo modificado ha permitido utilizar varios valores de *r* y seleccionar el que tiene la norma más pequeña (4.25). El algoritmo modificado se resume como sigue.

a. Se inicia con la matriz expandida de orden 2n x n:

$$\Gamma_{(0)} = \begin{bmatrix} \Psi_1(A) \\ I_n \end{bmatrix}$$

donde A es la matriz característica, I_n la matriz identidad de orden n x n y $\Psi_1(s)$ el polinomio característico para los r eigenvalores más lentos. Sin embargo, una aproximación común con resultados satisfactorios es tomar $\Psi_1(s) = s^r$.

b. Seleccionar el elemento mayor (en valor absoluto) de $\Psi_1(A)$ y localizarlo en la posición (1,n) mediante permutación de renglones y columnas de $\Gamma_{(0)}$ obteniendo $\Gamma_{(1)}$. Los renglones del bloque inferior n x n luego se permutan, en el orden de las columnas de $\Gamma_{(0)}$, para recobrar la matriz I_n. Los componentes del estado se permutan de la misma manera que las columnas de $\Gamma_{(0)}$.

c. La última columna de $\Gamma_{(1)}$ se sustrae de las n-1 primeras columnas para tener ceros en los n-1 primeros elementos del primer renglón. En esta etapa la matriz $\Gamma_{(1)}$ tiene la forma:

$$\Gamma_{(1)} = \begin{bmatrix} 0_{1n-1} & z(1) \\ X(1) & y(1) \\ Q(1) & r(1) \end{bmatrix}$$

d. Se repite el procedimiento (pasos *b* y *c*) para el bloque restante (n-1) x (n-1) de $\Psi_{(1)}(A)$, y así sucesivamente, llegando a la matriz $\Gamma_{(i)}$ en el i-ésimo paso. El procedimiento finaliza con la forma:

$$\Gamma_{(n)} = \begin{bmatrix} 0_r & 0 \\ I_r & 0 \\ L_{n-r,r} & N \end{bmatrix}$$

donde se presenta directamente la matriz L.

4.4 Método modal-coherente

Esta metodología para identificar generadores coherentes se fundamenta en el cálculo de las desviaciones angulares de los rotores de los generadores, ante un disturbio generalizado en la potencia mecánica de las máquinas, para lo cual se auxilia de una medida de coherencia (rms). Así, a diferencia de la técnica anterior, este método si considera un disturbio para identificar los generadores coherentes. Sin embargo, el disturbio no se simula en la red, sino que se utiliza un disturbio en la potencia mecánica de los generadores, tratando de asemejar la aceleración que estos experimentos ante una falla en la red. El método es general y se plantea con un enfoque probabilístico.

Se considera una red con N nodos de generación y K nodos de carga. La ecuación de oscilación linealizada tiene la forma

$$\begin{aligned} \frac{2H_i}{\omega_0}\frac{d}{dt}\Delta\omega_i(t) &= \Delta Pm_i(t) - \Delta Pg_i(t) - D_i\Delta\omega_i(t) \\ \frac{d}{dt}\Delta\delta_i(t) &= \Delta\omega_i(t) \quad , \quad i = 1, 2, ..., N \end{aligned} \tag{4.31}$$

donde i es el subíndice para el i-ésimo generador; N es el número de generadores en el sistema; Δ es el símbolo que denota incremento; H_i es la constante de inercia; D_i es el factor de amortiguamiento (pu); ω_i es la velocidad angular del generador (rad/s); ω_0 es la velocidad angular base; δ_i es el ángulo del rotor del generador (rad); Pm_i es la potencia mecánica de entrada (pu); Pg_i es la potencia eléctrica de salida (pu). En adelante se considera $M_i = (2 H_i)/\omega_0$, con $\omega_0 = 1$.

Seleccionando al N-ésimo generador como la referencia angular, la ecuación para el ángulo $\Delta\delta_i$ y la red pueden escribirse como

$$\frac{d}{dt}\,\Delta\hat{\delta}_i(t) = \frac{d}{dt}\Delta\delta_i(t) - \frac{d}{dt}\,\Delta\delta_N(t) \qquad (4.32a)$$
$$= \Delta\omega_i(t) - \Delta\omega_N(t)\ ,\quad i = 1,\ 2\ ,\ldots,\ N-1$$

y

$$\begin{bmatrix} \Delta Pg \\ \Delta Pl \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial Pg}{\partial\hat{\delta}} & \dfrac{\partial Pg}{\partial\hat{\theta}} \\ \dfrac{\partial Pl}{\partial\hat{\delta}} & \dfrac{\partial Pl}{\partial\hat{\theta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{\delta} \\ \Delta\hat{\theta} \end{bmatrix} \qquad (4.32b)$$

donde, $\hat{\delta}_i = \delta_i - \delta_N$, i = 1, 2,..., N-1; $\hat{\theta}_j = \theta_j - \delta_N$, j = 1, 2,..., K, siendo θ_j los ángulos de fase en los nodos de carga. ΔPl son variaciones en la potencia real de la carga.

Además de eliminar el eigenvalor en el origen, el esquema de referencia angular permite que las ecuaciones (4.32b) de la red, en el marco de referencia del generador N, tengan solución única para $\Delta\hat{\delta}$ y $\Delta\hat{\theta}$, dados los valores de ΔPg y ΔPl.
Si se supone que para cada generador se cumple una relación constante de factor amortiguamiento / inercia,

$$\sigma = \frac{D_i}{M_i} = constante\ ,\ i = 1,2,\ldots,N \qquad (4.33)$$

entonces las ecuaciones diferenciales (4.31), (4.32) pueden escribirse como

$$\dot{x}(t) = A\ x(t) + B\ u(t) \qquad (4.34)$$

donde

(4.35)

y,

$$M = \begin{bmatrix} M_1^{-1} & & & -M_N^{-1} \\ & M_2^{-1} & & -M_N^{-1} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & M_{N-1}^{-1} & -M_N^{-1} \end{bmatrix} \tag{4.36}$$

La suposición de un amortiguamiento uniforme resulta en una pérdida de generalidad. Sin embargo, la suposición se justifica parcialmente al reconocer que las relaciones de amortiguamiento a inercia son típicamente pequeñas y los cálculos se facilitan sin un deterioro sustancial de resultados.

La matriz de coeficientes de pares de sincronización T y la matriz de reflexión L se obtienen cuando se expresan las ecuaciones ΔPg en términos de $\Delta\hat{\delta}$ y ΔPl, resultando

$$T = \frac{\partial Pg}{\partial \hat{\delta}} - \left[\frac{\partial Pg}{\partial \hat{\theta}}\right] \left[\frac{\partial Pl}{\partial \hat{\theta}}\right]^{-1} \left[\frac{\partial Pl}{\partial \hat{\delta}}\right]$$

$$L = \frac{\partial Pg}{\partial \hat{\theta}} \left[\frac{\partial Pl}{\partial \hat{\theta}}\right]^{-1}$$

$$\Delta Pg = T\Delta\hat{\delta} + L\Delta Pl$$

Para esta técnica se asume que la condición inicial del modelo lineal (4.34) es aleatoria con valor esperado y covarianza

$$E\ \{x(0)\} = 0$$
$$E\ \{x(0)\ x^t(0)\} = V_x(0) \tag{4.37}$$

ya que las desviaciones esperadas de un estado de operación son cero, pero la varianza de tales desviaciones no necesariamente es cero.

La entrada compuesta de las desviaciones en la potencia de carga, ΔP_l, y de las desviaciones de potencia mecánica, ΔP_m, puede utilizarse para representar las siguientes perturbaciones: *a)* pérdida de generación; *b)* pérdida de carga; *c)* disparo de líneas; *d)* cortocircuitos.

A semejanza de la mayoría de los métodos de coherencia, este método usa una medida que es función de las desviaciones angulares, para cuantificar el grado de coherencia entre cualquier par de máquinas. La medida de coherencia rms entre las barras internas de los generadores k y l, basada en la descripción probabilística del disturbio, se define mediante [21,26,27]:

$$C_{kl}(t) = \sqrt{\frac{1}{t^n} \int_0^t E\ \{\ [\Delta\delta_k(\tau) - \Delta\delta_l(\tau)]^2\ \}\ d\tau} \tag{4.38}$$

siendo E el operador esperanza matemática. La medida es un indicativo de la energía promedio de las diferencias en las desviaciones angulares. El entero n es 1 para un corte de carga y disparo de generación o línea, y 0 si ocurre una falla eléctrica. El entero se elige de modo que el radical sea finito y diferente de cero para un intervalo de observación infinito.

El cálculo de la medida rms se facilita mediante la utilización de una magnitud intermedia, $S_x(t)$, que es una matriz simétrica de orden 2N - 2 y se define en términos del vector de estado del modelo lineal como:

$$S_x(t) = \frac{1}{t^n} \int_0^t E \{ x(\tau)\, x^t(\tau) \}\, d\tau \quad . \tag{4.39}$$

La medida de coherencia entre cada par de generadores k y l, definida por (4.38), depende sólo de los ángulos del generador. Por tanto, $C_{kl}(t)$ se determina por la submatriz superior izquierda de $S_x(t)$. Definiendo la matriz superior izquierda de orden (N-1) x (N-1) de $S_x(t)$ como $\hat{S}_x(t)$, la medida de coherencia $C_{kl}(t)$ se relaciona con los elementos de $\hat{S}_x(t)$ por [27,29],

$$C_{kl}(t) = \begin{cases} \sqrt{[\hat{S}_x(t)]_{kk} - [\hat{S}_x(t)]_{kl} - [\hat{S}_x(t)]_{lk} + [\hat{S}_x(t)]_{ll}} \\ \sqrt{[\hat{S}_x(t)]_{kk}} \qquad k \neq N \ , \ l = N \\ \sqrt{[\hat{S}_x(t)]_{ll}} \qquad l \neq N \ , \ k = N \end{cases} \tag{4.40}$$

Aunque es posible considerar varios disturbios, para los propósitos de identificación de máquinas coherentes es interesante considerar un disturbio escalón en la potencia mecánica de los generadores. Para las entradas escalón es posible calcular [29]:

$$S_x(t) = \frac{1}{t} A^{-1} \int_0^t [e^{A\tau} W_1 e^{A^t\tau} - e^{A\tau} W_1 - W_1 e^{A^t\tau} + W_1]\, d\tau\, A^{-1^t} \tag{4.41}$$

donde

$$W_1 \triangleq B\, [R_1 + m_1 m_1^t]\, B^t \tag{4.42}$$

para disturbios escalón en potencia mecánica, m_1 y R_1 tienen la forma:

$$m_1 = \begin{bmatrix} m_{11} \\ 0 \end{bmatrix} \ , \ R_1 = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

donde m_{11} es el valor medio del disturbio y R_{11} es la covarianza.

Cuando t tiende a infinito, los primeros tres términos en la integral (4.41) tienden a cero,

ya que el modelo del sistema se supone *asintóticamente estable*, resultando:

$$S_x(\infty) = A^{-1}\ W_1\ A^{-1^t} = [A^{-1}B]\ [R_1 + m_1 m_1^t]\ [A^{-1}B]^t \tag{4.44}$$

para la matriz A dada en (4.35), A^{-1} es

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\sigma(MT)^{-1} & -(MT)^{-1} \\ I & 0 \end{bmatrix} \tag{4.45}$$

y usando la matriz B dada también en (4.35)

$$A^{-1}\ B = \begin{bmatrix} -(MT)^{-1}M & -(MT)^{-1}ML \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

sustituyendo (4.43) en (4.44), la matriz S_x sobre un intervalo de tiempo muy grande $S_x(\infty)$, para disturbios escalón en potencia mecánica estará dada por

$$S_x(\infty) = \begin{bmatrix} [(MT)^{-1}M]\ [R_{11} + m_{11}m_{11}^t]\ [(MT)^{-1}M]^t & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.46}$$

De la ecuación (4.46), la matriz superior izquierda de $S_x(\infty)$ que determina la medida de coherencia entre cada par de generadores se define como $\hat{S}_x(\infty)$ y está dada por

$$\hat{S}_x(\infty) = [(MT)^{-1}M][m_{11}m_{11}^t + R_{11}]\ [(MT)^{-1}M]^t\ . \tag{4.47}$$

esta expresión es válida tanto para disturbios probabilísticos como determinísticos. Para disturbios determinísticos:

$$m_{11} = \Delta Pm\ ;\ R_{11} = 0$$

De la ecuación (4.47) se observa que la medida de coherencia rms será una función sólo de la estructura del sistema para cualquier disturbio que satisfaga:

$$m_{11}m_{11}^t + R_{11} = I \tag{4.48}$$

esta condición se satisface cuando el disturbio en ΔPm es ZMIID (Zero Mean, Independent, Identically Distributed), esto es:

$$m_{11} = 0 \quad , \quad R_{11} = I$$

Sustituyendo (4.48) en (4.47) resulta

$$\hat{S}_x(\infty) = [(MT)^{-1}M]\,[(MT)^{-1}M]^t \tag{4.49}$$

la cual muestra que cuando el disturbio en la potencia mecánica es ZMIID, la medida de coherencia rms es la función inversa generalizada de los coeficientes del par de sincronización, de tal manera que los grupos coherentes se determinan básicamente por la robustez de las líneas.

Otro disturbio de interés es aquel que resulta en la forma

$$M\,(m_{11}m_{11}^t + R_{11})\,M^t = I$$

en cuyo caso

$$\hat{S}_x(\infty) = [(MT)^{-1}]\,[(MT)^{-1}]^t \tag{4.50}$$

así, la medida de coherencia se determina por las inercias de los generadores y los coeficientes de los pares de sincronización, por lo que los grupos coherentes se determinan por la robustez de la línea, ponderada con las inercias de los generadores en los extremos de las líneas. El disturbio que satisface (4.50) es

$$m_{11} = 0 \quad , \quad R_{11} = Diag\ \{\ M_1^2,\ M_2^2,\ldots,\ M_{N-1}^2\ ,\ 0\ \} \tag{4.51}$$

el cual es dependiente de la elección del generador referencia usado para establecer el modelo de estado. Puede obtenerse un resultado independiente de la referencia, permitiendo que la covarianza del disturbio en ΔPm sea [29]:

$$R_{11} = Diag\ \{\ M_1^2,\ M_2^2,\ldots,\ M_{N-1}^2,\ M_N^2\ \} \tag{4.52}$$

Como los coeficientes del par de sincronización ponderados inercialmente también determinan la estructura modal del sistema, los equivalentes modal y coherente derivados de la medida de coherencia rms y del disturbio (4.52), serán muy semejantes. No serán exactamente iguales, a menos que los generadores coherentes estén tan estrechamente unidos que la medida de coherencia entre ellos sea cero. Así, la medida de coherencia rms

y el disturbio (4.52) pueden capturar tanto la estructura modal como la coherente del sistema. El disturbio definido en (4.52) se denomina *disturbio modal.*

Así, para construir un equivalente coherente basado solamente en la estructura del sistema y usando un solo disturbio para identificar grupos coherentes es necesario un disturbio de tipo probabilístico.

Los resultados anteriores sugieren que puede construirse un equivalente *modal-coherente* que combine las características de los equivalentes modal y coherente. Las propiedades del equivalente modal-coherente son:

a) No se requieren los eigenvalores del sistema para construir el equivalente.
b) Los eigenvalores del equivalente se aproximan cercanamente a los eigenvalores del sistema retenido por el equivalente modal, basado en el mismo disturbio, y la medida de coherencia rms [9,27,29].
c) El equivalente es útil para estudiar cualquier disturbio que en el exterior de los grupos coherentes agregados en el equivalente.
d) Se retiene la estructura del sistema de potencia y el equivalente puede usarse con programas existentes de estabilidad transitoria.

Este es un método formal que hace uso de un disturbio en cada generador para simular la aceleración que experimenta ante una falla en la red, y que requiere un mínimo esfuerzo computacional para identificar los grupos coherentes. Así, no es necesario llevar a cabo simulaciones con el sistema de potencia y analizar el comportamiento angular de los rotores de las máquinas para decidir acerca de la coherencia.
Los grupos coherentes que se determinan usando el disturbio modal y la medida rms dependen sólo de los parámetros del sistema y no son sensitivos al tipo o localización de

algún disturbio particular.

Aunque no se requiere la eigenestructura, a primera vista parece que existen dificutades computacionales al requerir el cálculo de la matriz MT y su inversa. Sin embargo, puede probarse que la matriz $\hat{S}_x$, evaluada para el disturbio modal, es igual a la suma de las matrices $\hat{S}_x^k$, evaluadas para una secuencia particular de disturbios.

$$\hat{S}_x = \sum_{k=1}^{N} \hat{S}_x^k$$

donde

$$\begin{aligned} \hat{S}_x^k &= \left[(MT)^{-1}M\right]\left[\Delta Pm^k \Delta Pm^{k\,T}\right]\left[(MT)^{-1}M\right] \\ \left\{\Delta Pm^k\right\}_i &= 0 \quad , \quad i \neq k \\ &= M_k \quad , \quad i = k \\ k \ , \ i &= 1,2,\ldots,N \end{aligned} \tag{4.52a}$$

y puede mostrarse que

$$\hat{S}_x^k = \left[\Delta\delta^k(\infty)\right]\left[\Delta\delta^k(\infty)^T\right] \tag{4.52b}$$

con lo cual no es necesario emplear la matriz MT y su inversa, sino las ecuaciones de la red,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta Pg^{\,k}(\infty) \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta\theta^k(\infty) \\ \Delta\delta^k(\infty) \end{bmatrix} \tag{4.52c}$$

donde $\Delta Pg^k(\infty)$ son perturbaciones en la potencia de las máquinas, J es el jacobiano ángulo-potencia, y debe resolverse la ecuación para los ángulos.

El algoritmo para evaluar la medida de coherencia rms para el disturbio modal puede resumirse como sigue.

a. Hacer k = 1 y $\hat{S}_x = 0$.

b. Determinar ΔPm^k de (4.52a).

c. Determinar $\Delta Pg^k(\infty)$ usando

$$\Delta Pg^{k}(\infty) = \Delta Pm^{k} - \left[\frac{M_k}{\sum_{j=1}^{N} M_j} \right] \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_N \end{bmatrix}$$

d. Resolver (4,52c) para $\Delta\delta^k(\infty)$.

e. Calcular S_x^k usando (4.52b) y corregir,

$$\hat{S}_x = \hat{S}_x + \hat{S}_x^k$$

f. Si k = N, parar y calcular la medida de coherencia rms. De otra manera, hacer k = k+1 y regresar al paso *b.*

g. Una vez que se tienen las medidas de coherencia entre cada par de generadores,se ordenan de menor a mayor y se sigue el procedimiento descrito en la sección 4.5.4 para identificar los grupos coherentes.

4.5 Método de coherencia [38]

A continuación se presenta otro de los métodos empleados en este trabajo y que está basado en coherencia. A diferencia de los dos anteriores, este método permite tomar en cuenta explícitamente una falla trifásica. El modelo linealizado después de reducir la red a nodos generador se expresa como:

$$\dot{x} = A\,x + B\,u \tag{4.53}$$

donde

y las variables son las que se describen en la sección 4.4.

La elección de estas variables de estado conduce a las siguientes expresiones matriciales:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ \bar{A} & 0 \end{bmatrix} \tag{4.54}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B} \end{bmatrix} \tag{4.55}$$

donde las matrices $\bar{A}$ y $\bar{B}$ están dadas por:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2H_1}\frac{\partial Pe_1}{\partial \delta_1} & -\frac{1}{2H_1}\frac{\partial Pe_1}{\partial \delta_n} \\ -\frac{1}{2H_n}\frac{\partial Pe_n}{\partial \delta_1} & -\frac{1}{2H_n}\frac{\partial Pe_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix}_{(x_0, u_0)} \tag{4.56}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2H_1} & & \\ & \frac{1}{2H_2} & \\ & & \frac{1}{2H_n} \end{bmatrix} \tag{4.57}$$

Después de un manejo algebráico, los elementos fuera de la diagonal de $\bar{A}$ definen los coeficientes de par de sincronización entre los nodos i - j como

$$Ps_{ij} \quad \frac{\partial Pe_i}{\partial \delta_j} \qquad 2H_i \ \bar{a}_{ij}$$

Algunas propiedades bien conocidas de las matrices A y Ā son: *a)* En ausencia de amortiguamiento, los eigenvalores de Ā son todos reales y no positivos. *b)* El rango de Ā es (n-1). *c)* Ā tiene un eigenvalor cero. *d)* Los eigenvalores de A son la raíz cuadrada de los eigenvalores de Ā. *e)* El eigenvalor cero de Ā tiene un eigenvector no cero asociado, cuyos elementos son todos idénticos.

Generalmente el ángulo y la velocidad angular de los rotores de cada uno de los (n-1) generadores se refieren al ángulo y velocidad δ_n y ω_n, respectivamente. Este enunciado es válido sólo para amortiguamiento uniforme (es decir, D_i / $2H_i$ igual para todas las máquinas). En el caso de que el amortiguamiento no sea uniforme, la reducción en el número de variables de estado es sólo en uno.

Una desventaja importante de los métodos estudiados en las secciones anteriores es no tomar en consideración la localización explícita de la falla. Intuitivamente, se sabe que la localización tiene un efecto importante en las potencias acelerantes experimentadas por las diferentes máquinas durante la falla y, por tanto, sobre la coherencia de las máquinas. Así, existe la necesidad de contar con métodos directos de identificación de grupos coherentes para diferentes localizaciones de la falla. Para lograr esto, se necesita un modelo matemático que represente el sistema en diferente condición. Para este fin, se consideran tres intervalos de interés: *a)* la condición prefalla para $t < 0$; *b)* La condición de falla para $0 < t < t_{cl}$; *c)* La condición postfalla para $t_{cl} < t < \infty$.

El tiempo de liberación de falla es t_{cl} y el interés principal está en el periodo de postfalla. Sin embargo, se requieren los períodos anteriores para determinar los valores iniciales de las variables; estos valores reflejarán los efectos de la localización de la falla.

El sistema parte del equilibrio en el estado de prefalla, lo cual establece un conjunto de

voltajes y ángulos de máquina, salidas de potencia eléctrica y entradas de potencia mecánica. Este punto de operación puede utilizarse para escribir las ecuaciones de estado linealizadas

$$\dot{x} \quad A_1 x \quad B_1 u \ . \tag{4.58}$$

Estas ecuaciones difieren de las anteriores en que la n-ésima ecuación (n corresponde a la máquina con la inercia más grande) se resta de las primeras (n-1) ecuaciones en cada uno de los dos conjuntos de ecuaciones (ángulos y velocidades). Así, los ángulos de rotor y velocidades están referidos a los de la n-ésima máquina, resultando en 2(n-1) ecuaciones. Se hace notar que la matriz A_1 en (4.58) incorpora la matriz de admitancia de la red sin falla.

Cuando ocurre una perturbación en t = 0, el resultado es un cambio en la red eléctrica y consecuentemente en la matriz de admitancias. Esto resulta en una condición en $t = 0^+$ en la cual los voltajes y ángulos de las máquinas son los mismos que en la condición de predisturbio, pero las salidas de potencia eléctrica son diferentes como resultado del cambio en la red eléctrica. Por ende, cada máquina experimenta una potencia acelerante igual a la diferencia entre la potencia mecánica y la nueva potencia eléctrica de salida. Esta potencia acelerante se supondrá constante a través del período de falla y se indica conceptualmente en la Figura 4.3. Esto es, se supone que la potencia acelerante que se presenta en los generadores debido al cambio en la red, puede representarse como un cambio en potencia mecánica (el vector **u** en (4.53) es la desviación en potencia mecánica) sin requerir modificar la matriz de admitancia nodal.

En el período de postfalla puede usarse la red de prefalla, ya que sólo se considerarán fallas trifásicas liberada sin cambio en la red, si se supone un sistema estable, las condiciones de equilibrio son las mismas que en el período de predisturbio. Así, el sistema de postfalla puede describirse mediante la siguiente expresión (ya que la desviación en

potencia mecánica durante ese período es cero):

$$\dot{x} \quad A_1 x \quad ; x_p \quad x(t_{cl}) \qquad t \geq t_{cl} \tag{4.59}$$

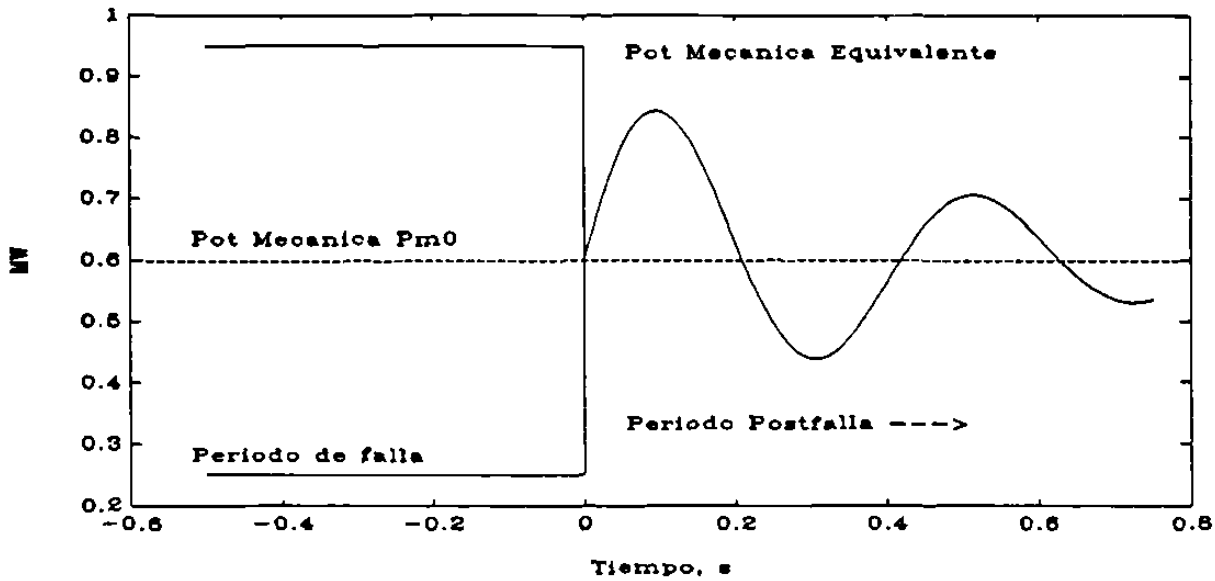


Fig. 4.3 Area de aceleración equivalente

x_p son las condiciones iniciales del período postfalla. Se utiliza la matriz A_1 de la condición de prefalla y así sólo se requiere una matriz característica A_1. Con el modelo del sistema así establecido, el siguiente paso es definir un índice de coherencia, que facilitará la identificación de grupos coherentes en el sistema. Más adelante se propone un índice de coherencia basado en el valor rms de la excursión angular de $\Delta\delta_{in}$.Es posible encontrar la solución explícita para (4.58) y (4.59) como

$$x(t) \quad \int_0^t e^{A_1(t \quad \tau)} B_1 \, u(\tau) \, d\tau \qquad (0 \leq t \leq t_{cl}) \tag{4.60}$$

y

$$x(t) \quad e^{A_1(t \quad t_{cl})} x(t_{cl}) \qquad (t \geq t_{cl}) \tag{4.61}$$

donde la matriz $e^{A_1(t-t_{cl})}$ puede calcularse haciendo uso de la base que diagonaliza a la matriz A_1 [32,38].

4.5.1 Potencias acelerantes

La salida de potencia eléctrica en $t = 0^-$ (un instante antes de que ocurra el disturbio) está dada por

$$Pe_i(0^-) = |E_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |E_i| \, |E_j| \, |Y_{ij}| \, Cos[\theta_{ij} - \delta_{ij}(0^-)]$$

donde $|Y_{ij}| \angle\theta_{ij}$ es el (i, j)-ésimo elemento de la matriz de admitancia de prefalla. Ya que el ángulo del rotor no puede cambiar instantáneamente,

$$\delta_{ij}(0^+) = \delta_{ij}(0^-) = \delta_{ij}^0 \quad , \forall\, i, j$$

Además, el voltaje interno $|E_i|$ y la potencia mecánica Pm_i ($i = 1, 2..., n$) se suponen constantes sobre el período $0 \leq t \leq t_{cl}$. Esto conduce a una potencia acelerante Pac_i para $0 \leq t \leq t_{cl}$ dada por:

$$Pac_i = Pe_i(0^-) - Pe_i(0^+) \qquad (i = 1,2,...,n) \tag{4.62}$$

donde

$$Pe_i(0^+) = |E_i|^2 G_{ii}^f + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |E_i| \, |E_j| \, |Y_{ij}^f| \, Cos[\theta_{ij}^f - \delta_{ij}^o] \tag{4.63}$$

$$i = 1,2,...,n$$

En la ecuación (4.63), $|Y_{ij}^f| \angle \theta_{ij}^f = G_{ij}^f + j\, B_{ij}^f$ es el (i, j)-ésimo elemento de la matriz

de admitancias durante el período de falla. Después de algunas simplificaciones algebráicas de (4.62) se obtiene:

$$Pac_i = \Delta G_{ii} \mid E_i \mid^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} \mid E_i \mid \mid E_j \mid [\Delta G_{ij} \, Cos(\delta_{ij}^0) + \Delta B_{ij} \, Sen(\delta_{ij}^o)] \qquad (4.64)$$

donde

$$\Delta G_{ii} = G_{ii}^0 - G_{ii}^f$$
$$\Delta G_{ij} = G_{ij}^0 - G_{ij}^f$$
$$\Delta B_{ij} = B_{ij}^0 - B_{ij}^f$$

Los superíndices "o" y "f" denotan los estados de prefalla y de falla, respectivamente.

4.5.2 Respuesta modal

La solución explícita para el período de falla está dada por [32,38]

$$x(t) = e^{A_1 t} x(0) + \int_0^t e^{A_1 (t-\tau)} B_1 \, u(\tau) \, d\tau \qquad (0 \leq t \leq t_{cl}) \qquad (4.65a)$$

que se reduce a

$$x(t) = \int_0^t e^{A_1 (t-\tau)} B_1 \, u(\tau) \, d\tau \qquad (0 \leq t \leq t_{cl}) \qquad (4.65b)$$

porque $\mathbf{x}(0) = 0$.

La solución cerrada para el período de postfalla es

$$x(t) = e^{A_1 (t - t_{cl})} x(t_{cl}) \qquad t \geq t_{cl} \qquad (4.66)$$

y adoptando un nuevo tiempo de referencia para el intervalo $[t_{cl}, \infty)$ tal que $t' = t - t_{cl}$,

(4.66) se puede escribir como

$$x(t') = e^{A_1 t'} x_p \qquad t' \geq 0 \tag{4.67}$$

donde $\mathbf{x}_p = \mathbf{x}(t_{cl})$ y $e^{A_1 t'} = I_{n-1}$ en $t' = 0$.

La representación modal de las ecuaciones (4.65) y (4.67) es [32]:

$$x(t) = \sum_{i=1}^{2n-2} \left[\int_0^t < q_i, Bu(\tau) > e^{\lambda_i (t-\tau)} d\tau \right] p_i \qquad (0 \leq t \leq t_{cl}) \tag{4.68}$$

$$x(t') = \sum_{i=1}^{2n-2} < q_i, x(0) > e^{A_1 t'} p_i \qquad (t' \geq 0) \tag{4.69}$$

donde λ_i , p_i y q_i son los i-ésimos eigenvalores y los eigenvectores de A_1 respectivamente, es decir,

$$A_1 p_i = \lambda_i p_i$$

$$A_1 q_i = \lambda_i^* q_i$$

$$i = 1, 2, \ldots, n-1$$

y con el requisito adicional sobre p_i y q_j de que el producto interno

$$< p_i , q_j > = \epsilon_{ij} \quad , i , j = 1,2,\ldots,n-1 \tag{4.70}$$

donde $\epsilon_{ij} = 0$ si $i \neq j$ y $\epsilon_{ij} = 1$ si $i = j$.

En (4.68) los vectores q_i y $\mathbf{Bu}$ son invariantes en el tiempo, lo que permite escribir

$$x(t) = \sum_{i=1}^{2n-2} \left[\int_0^t e^{\lambda_i(t-\tau)}\, d\tau \right] < q_i \,,\, B\, u > p_i \qquad (0 \le t \le t_{cl}) \tag{4.71}$$

Suponiendo que los eigenvalores λ_i de A_1 se han ordenado de modo que $\lambda_i = \lambda^*_{n-1+i}$ (i = 1, 2,..., n-1) y analizando la respuesta debida a los eigenvalores λ_1 y λ_n, se puede inferir la solución completa para x(t) en (4.71), debido a los 2(n-1) eigenvalores. La contribución de estos dos eigenvalores a la respuesta modal total es:

$$\left[\int_0^t e^{\lambda_1(t-\tau)}\, d\tau \right] < q_1 \,,\, B\, u > p_1 + \left[\int_0^t e^{\lambda_n(t-\tau)}\, d\tau \right] < q_n \,,\, B\, u > p_n$$

que puede reescribirse como

$$2\, Re \left[\left\{ \int_0^t e^{\lambda_1(t-\tau)}\, d\tau \right\} < q_1 \,,\, B\, u > p_1 \right] \tag{4.72}$$

porque $\lambda_1 = j\,\omega_1$ y $\lambda_n = -j\,\omega_1$. Una simplificación adicional en (4.72) conduce a

$$\left[\frac{1}{\omega_1}\right] Sen(\omega_1 t) \left[< q_1' \,,\, Bu > p_1' + < q_1'' \,,\, Bu > p_1'' \right] +$$
$$\left[\frac{1}{\omega_1}\right] \{1 - Cos(\omega_1 t)\} \left[< q_1'' \,,\, Bu > p_1' - < q_1' \,,\, Bu > p_1'' \right]$$

donde

$$p_i = p_i' + j\, p_i''$$
$$2\, q_i = q_i' + j\, q_i''$$
$$i = 1, 2, \ldots, 2(n-1)$$

La aplicación del procedimiento anterior a los (n-1) pares de eigenvalores permite escribir (4.71) en una forma más compacta como:

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n-1} [\gamma_i'' \; p_i' - \gamma_i' \; p_i''] \left[\frac{1-Cos(\omega_i t)}{\omega_i}\right]$$
$$+ \sum_{i=1}^{n-1} [\gamma_i' \; p_i' + \gamma_i'' \; p_i''] \left[\frac{Sen(\omega_i t)}{\omega_i}\right] \qquad (0 \le t \le t_{cl}) \tag{4.73}$$

donde

$$\gamma_i' \triangleq < q_i' \; , Bu > \quad y \quad \gamma_i'' \triangleq < q_i'' \; , Bu >$$

Escribiendo (4.73) en forma matricial se obtiene,

$$x(t) = \Gamma \; \omega(t) \qquad (0 \le t \le t_{cl}) \tag{4.74}$$

La matriz Γ se define como

$$\Gamma = \left[\Gamma_1' : \Gamma_1'' : \cdots : \Gamma_i' : \Gamma_i'' : \cdots : \Gamma_{n-1}' : \Gamma_{n-1}''\right]$$

donde los vectores columna Γ_i' y Γ_i'' están dados por:

$$\Gamma_i' = (\frac{1}{\omega_i}) \left[\gamma_i'' \; p_i' - \gamma_i' \; p_i''\right]$$

$$\Gamma_i'' = (\frac{1}{\omega_i}) \left[\gamma_i' \; p_i' + \gamma_i'' \; p_i''\right]$$

$$i = 1, 2 ,..., n-1 \; .$$

Además, el vector $\omega(t)$ se define como

$$\omega(t) = [(1 - Cos \; \omega_1 t) \; | \; Sen \; \omega_1 t \; | ...| \; (1 - Cos \; \omega_{n-1} t) \; | \; Sen \; \omega_{n-1} t \;]^t$$

El principal uso de (4.74) está en la determinación de las condiciones iniciales del estado

de postfalla, es decir $x(t_{cl})$.

Siguiendo un procedimiento similar, la solución de postfalla se expande en términos de los eigenvectores p_i y los vectores recíprocos q_i y las condiciones iniciales $\mathbf{x}_p = \mathbf{x}(t_{cl})$ para obtener:

$$x(t') = \sum_{i=1}^{n-1} \left[I_i' \; Cos\,\omega_i t' + I_i'' \; Cos\,\omega_i t' \right] p_i' + \tag{4.75}$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1} \left[I_i'' \; Cos\,\omega_i t' - I_i' \; Sen\,\omega_i t' \right] p_i'' \qquad (t' \geq 0)$$

donde los escalares I_i' e I_i'' son

$$I_i' \triangleq < q_i' \; , x_p >$$

$$I_i'' \triangleq < q_i'' \; , x_p >$$

$$i = 1,2,\ldots,n-1$$

La ecuación (4.69) puede escribirse como:

$$x(t') = T \; \Omega(t') \; , \qquad t' \geq 0 \tag{4.76}$$

donde

$$T = \left[T_1' \; : \; T_1'' \; : \cdots : \; T_i' \; : \; T_i'' \; : \cdots : \; T_{n-1}' \; : \; T_{n-1}'' \right]$$

con

$$T_i' = I_i' \; p_i' + I_i'' \; p_i''$$

$$T_i'' = I_i'' \; p_i' - I_i' \; p_i''$$

$$i = 1,2,\ldots,n-1 \; .$$

El vector $\Omega(t')$ está dado por:

$$\Omega(t') = [\ \text{Cos}\ \omega_1 t' \ |\ \text{Sen}\ \omega_1 t' \ |\ \ldots |\ \text{Cos}\ \omega_{n-1} t' \ |\ \text{Sen}\ \omega_{n-1} t'\ ]^t$$

Así, en este método el problema de identificar los generadores coherentes consiste en resolver el conjunto de ecuaciones diferenciales linealizadas, que representan el comportamiento angular de las máquinas en los períodos de falla y postfalla. Aunque el período de interés para los propósitos de coherencia es el postfalla, se requiere resolver las ecuaciones durante el período de falla para calcular las condiciones iniciales del período postfalla, $\mathbf{x}_p = \mathbf{x}(t_{cl})$.

Para la solución de las ecuaciones diferenciales es necesario obtener la eigenestructura de la matriz característica A_1 de dimensión n x n, ecuación (4.58). Una vez que se tiene la eigenestructura, y debido a que los eigenvalores se presentan en pares conjugados, la solución de las ecuaciones quedan expresadas en forma analítica como muestra (4.74) y (4.76) en función de eigenvectores y frecuencias de oscilación. Con la solución en el tiempo, sólo hace falta identificar los grados de coherencia entre las máquinas.

4.5.3 Medida de coherencia [38]

Para tiempos de liberación de falla típicos la diferencia en los ángulos de rotor entre $t=0^+$ y $t = t_{cl}$ es muy pequeña. Por ello se considera que es suficiente examinar sólo la respuesta de postfalla para determinar la coherencia entre generadores. Para determinar si dos generadores i e j son coherentes, es común examinar la diferencia angular entre las variables de estado $\Delta\delta_{in}(t)$ y $\Delta\delta_{jn}(t)$.

De la ecuación (4.76) se tiene $\Delta\delta_{in} = < \mathbf{r}_i , \Omega(t') >$ y $\Delta\delta_{jn} = < \mathbf{r}_j , \Omega(t') >$, resultando:

$$\Delta\delta_{in} = < \mathbf{r}_i , \Omega(t') > \tag{4.77a}$$

Un posible criterio de coherencia sería:

$$|\Delta\delta_{ij}| = |\Delta\delta_{in} - \Delta\delta_{nj}| \leq \epsilon \quad , \quad t'[0,\infty) \tag{4.77b}$$

donde r_i y r_j son los renglones i e j de los primeros (n-1) renglones de T. Pero debido a la naturaleza del problema, se sugiere el uso del valor rms de $\Delta\delta_{ij}$ como una medida de coherencia. El valor rms de $\Delta\delta_{ij}$ es

$$\begin{aligned} \Delta\delta_{ij\ (rms)} &= \sqrt{\frac{(r_{i1}-r_{j1})^2 + (r_{i2}-r_{j2})^2 + \cdots + (r_{i(2n-2)}-r_{j(2n-2)})^2}{2}} \\ &= \frac{\| r_i - r_j \|_2}{\sqrt{2}} \end{aligned} \tag{4.77c}$$

Un criterio de coherencia apropiado es

$$\frac{\| r_i - r_j \|_2}{\sqrt{2}} \leq \varepsilon$$

donde ϵ es una cota sobre el valor rms de la desviación angular $\Delta\delta_{ij}$. Se obtiene un índice de coherencia normalizado α_{ij} de (4.77c) al dividir por $\| r_k \|_2 / \sqrt{2}$, donde k es el renglón con la máxima norma. El índice de coherencia se define de la manera siguiente:

$$\alpha_{ij} = \frac{\| r_i - r_j \|_2 / \sqrt{2}}{\| r_k \|_2 / \sqrt{2}} = \frac{\| r_i - r_j \|_2}{\| r_k \|_2} \tag{4.78}$$

y el criterio de coherencia se establece como

$$\frac{\| r_i - r_j \|_2}{\| r_k \|_2} \leq \varepsilon' \tag{4.79}$$

donde $\epsilon' = \epsilon \sqrt{2} / \| r_k \|_2$.

La ecuación (4.79) describe una medida de coherencia que es fácil de calcular y que permite la identificación de coherencia entre pares de generadores, sin tener que evaluar y comparar las curvas de oscilación en el período de interés. Adicionalmente, la reciprocidad en la identificación de coherencia asegura que $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ de modo que sólo se requiere calcular (n-1)(n-2)/2 índices de coherencia.

4.5.4 Algoritmo de agrupación

El algoritmo de agrupación que se aquí se emplea se denomina *transitivo*, debido a que requiere que un generador asignado a un grupo coherente sea coherente con cada generador en el grupo. Por tanto, el uso de la regla transitiva evita agrupar generadores no coherentes entre sí.

El proceso se inicia con el ordenamiento tabular de los (n-1)(n-2)/2 índices de coherencia de menor a mayor. La determinación de los grupos coherentes comienza al permitir que cada uno de los (n-1) generadores del sistema original represente un grupo coherente que contiene exactamente un generador. El generador referencia se considera un grupo coherente por sí mismo. Entonces se reduce el número de grupos coherentes a partir de la posición 1 (esto es, el primer elemento en la tabla) y se une cada par de generadores en un solo grupo, con tal que se satisfaga el umbral de coherencia. El algoritmo procede, a través de las posiciones subsiguientes en la tabla, uniendo grupos coherentes al usar la regla de reconocimiento de coherencia transitiva, y finalizando cuando el umbral ϵ' especificado ya no se cumple.

El algoritmo para el método expuesto, puede resumirse de la siguiente manera.

a. Calcular el estado estable.
b. Construir la matriz característica A_1, ecuación (4.58), y calcular la eigenestructura.
c. Calcular las potencias acelerantes en t = 0+, ecuación (4.64).
d. Calcular las condiciones iniciales para el período postfalla, $\mathbf{x}_p = \mathbf{x}(t_{cl})$, ecuación (4.74).
e. Calcular la matriz T, ecuación (4.76), para el período postfalla.
f. Localizar en la matriz T el renglón con la máxima norma euclidiana.
g. Calcular las medidas de coherencia, ecuación (4.79), empleando la tolerancia ϵ'.
h. Ordenar las medidas de coherencia de menor a mayor, y formar los grupos coherentes de acuerdo al procedimiento de agrupación transitivo.

4.5.5 Método de coherencia empleando series de Taylor [42,58]

En este trabajo se ha aplicado otra técnica de coherencia semejante a la presentada en esta sección. Una de las diferencias principales es el empleo de una expansión en serie de Taylor de la matriz de transición de estados para calcular la respuesta en el tiempo de las variables del modelo linealizado. La técnica también considera la inclusión explícita de una falla trifásica.

También se considera una aceleración angular constante durante el período de falla (esto es, una variación lineal con el tiempo), permitiendo linealizar las ecuaciones de oscilación para el período de falla. Para la i-ésima máquina el ángulo y la velocidad del rotor en el tiempo de liberación de la falla $t = t_{cl}$, se puede expresar mediante:

$$\omega_i(t_{cl}) = \dot{\omega}_i(0^+)t_{cl}$$

$$\delta_i(t_{cl}) = \delta_i(0) + \frac{1}{2}\dot{\omega}_i(0^+)t_{cl}^2$$

La solución en el tiempo para las desviaciones angulares de los rotores se expresa como sigue:

$$\Delta\delta_j(t) = \omega_{j0}t + \dot{\omega}_{j0}^{+}\frac{t^2}{2!} + <A_j,\omega_{j0}>\frac{t^3}{3!} + <A_j,\dot{\omega}_{j0}^{+}>\frac{t^4}{4!} + \ldots$$

donde A_j es el j-ésimo renglón de la matriz característica A. Una vez que se tiene la solución en el tiempo para las desviaciones angulares $\Delta\delta_i(t)$, se emplea una medida de coherencia con el fin de ayudar en la identificación de los generadores coherentes:

$$WMSE[i,j] \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T \left[\Delta\delta_i(t) - \Delta\delta_j(t)\right]^2 W(t)dt$$

donde, WMSE es el error medio cuadrático ponderado y W(t) es una función positiva de ponderación.

Para evaluar las medidas de coherencia, no se emplean las expresiones $\Delta\delta_i(t)$ directamente, sino que se realiza una transformación de polinomios que facilita su cálculo.

El método no requiere la eigenestructura, aunque si es necesario efectuar gran cantidad de operaciones matriciales.

4.6 Comparación de las técnicas para identificar grupos coherentes

A continuación se presenta un resumen crítico de las metodologías consideradas con la finalidad de mostrar sus características importantes, hacer una interpretación física de las relaciones matemáticas esenciales, y señalar sus ventajas y desventajas.

Las metodologías tienen como un objetivo importante prever (visualizar) los desplazamientos angulares de los rotores, para determinar grupos coherentes sin necesidad de efectuar simulaciones en el tiempo. La forma en que cada metodología aborda este problema es diferente en cada caso.

Se ha observado que en transitorios multimáquina después de un disturbio algunas

máquinas tienen la tendencia a oscilar juntas. Esas máquinas coherentes se agrupan en áreas coherentes que luego se representan mediante máquinas equivalentes.

La mayoría de los criterios de coherencia identifican estados coherentes que son dependientes del disturbio, y simultáneamente tratan de cubrir dos aspectos:

a) Seleccionar los modos que el disturbio o un conjunto de disturbios excitan.

b) Encontrar los estados con el mismo contenido de los modos excitados.

El método de perturbaciones singulares se enfoca sólo al segundo aspecto. Esto es, como encontrar los estados coherentes para un conjunto dado de r modos.

El método separa el conjunto de generadores del sistema en r grupos coherentes. El método requiere que los estados sean coherentes con respecto a un conjunto de modos σ_a (definición 4.1) del sistema. Así la técnica asegura que al agregar cada grupo en un generador equivalente, el sistema equivalente contendrá los r modos σ_a del sistema original.

Cuando σ_a son los modos dominantes y σ_a^c (complemento de σ_a) son los modos de alta frecuencia y bién amortiguados. Así, si se desprecia, la respuesta debida a los modos de σ_a^c que no son dominantes, entonces $y_j(t)$ en (4.11) es cero, y los estados x_i y x_j son coherentes con respecto a σ_a. El concentrarse en los modos σ_a permite estudiar la coherencia independientemente de la localización del disturbio.

El método no considera perturbación alguna, el proceso de identificación se basa fundamentalmente en la estructura de la red, pares de sincronización entre generadores, la condición de operación y las inercias de las máquinas. De particular importancia son los conceptos teóricos sobre las condiciones de coherencia descritas en la sección 4.2, basadas en que la conjugación de la condición de operación, pares de sincronización, estructura de

la red y las inercias de las máquinas, son causa de que un grupo de generadores se comporten coherentemente, y que desde el punto de vista del área de interés o de estudio, ese grupo pueda reemplazarse por un sólo generador equivalente, independientemente del tipo o localización de un disturbio dentro del área de interés. En los sistemas de potencia en donde los estados rara vez son exactamente coherentes, se identifican los estados cercanamente coherentes usando un algoritmo de agrupación, a través de examinar los renglones de la matriz U (4.27). La selección de los estados referencia y el agrupamiento se plantea como un problema de minimización.

El método considera una matriz característica de orden de n x n. El algoritmo modificado no requiere el cálculo de la eigenestructura para la formación de la matriz de agrupación L_g. Por lo tanto el método no es computacionalmente prohibitivo. Puede considerarse que este método usa una medida de coherencia en la norma mínima de la matriz L_d que conduce a la determinación de una matriz de agrupación L_g.

Generalmente las áreas que se forman con el método de perturbaciones singulares contienen máquinas geográficamente cercanas, aunque en algunos casos existen áreas con máquinas geográficamente lejanas. Esto se debe a que esas máquinas están fuertemente acopladas desde un punto de vista eléctrico. Ya que los renglones de la matriz U son semejantes para las máquinas de la misma área, esto es, las formas de comportamiento son semejantes, los movimientos de estas máquinas con respecto a los modos lentos son semejantes. Este fenómeno se denomina *coherencia lenta*. En un sistema de potencia existen conexiones fuertes y débiles. El comportamiento de coherencia lenta se debe a estas conexiones. Es decir, el sistema quedará dividido en *r* áreas con conexiones débiles entre sí, pero fuertes al interior del área. Una propiedad fundamental de la elección de los modos más lentos es que las áreas del sistema se particionan a lo largo de las fronteras más débiles. Por eso pueden existir áreas de una sóla máquina, ya que su enlace a las demás áreas es débil [36].

En el método de perturbaciones singulares es posible considerar el efecto de un disturbio, al construir la matriz característica considerando la condición del estado justamente después de liberada la perturbación, es decir, tomando la condición inicial del período postfalla y no la condición inicial prefalla, para lo cual puede suponerse una aceleración constante durante el período de falla, y emplear expresiones como (4.74) para calcular el estado en el tiempo de liberación de la perturbación (t_{cl}).

El método es independiente de la localización de la falla en tanto que la perturbación aplicada al sistema sea pequeña. De otra forma, los grupos coherentes pueden cambiar para grandes perturbaciones en diferentes puntos.

Los eigenvalores dominantes o lentos se seleccionan mediante la observación de qué tan distantes se localizan los eigenvalores del origen, de modo que entre más lejos estén del origen, más confianza se tiene de que esos eigenvalores pertenecen al subconjunto rápido. Dado que tal selección es un asunto de juicio, debe establecerse un compromiso estre el equivalente dinámico y el número de áreas coherentes en que se particiona el sistema, antes de que se haga alguna separación de eigenvalores.

El método modal-coherente considera una perturbación en la potencia mecánica de los generadores con el fin de examinar el comportamiento de las desviaciones angulares en el tiempo; para esto no se requiere hacer simulación en el tiempo. La coherencia se obtiene de la evaluación de una medida de coherencia *rms* que evalúa la energía promedio asociada a la diferencia del comportamiento en el tiempo entre dos ángulos de rotor i, j. El método se plantea en un marco probabilístico, haciendo uso de la estadística de los diferentes disturbios que puede considerar. Para propósitos de identificación de grupos coherentes, el disturbio más apropiado es una perturbación con una matriz de covarianza diagonal, cuyos elementos son el cuadrado de las inercias de los generadores, y un vector de valores

esperados cero. Un disturbio de esa naturaleza equivale a introducir un escalón en la potencia mecánica de los generadores, con un valor proporcional a su inercia.

El valor esperado de la medida de coherencia rms, evaluada sobre un intervalo grande de tiempo, se relaciona algebráicamente con los parámetros del modelo del sistema de potencia y la estadística del disturbio. El disturbio ZMIID es causa de que la medida de coherencia dependa solamente de los parámetros del sistema. Los grupos coherentes obtenidos con el disturbio ZMIID dependen estrictamente de la robustez de las líneas. Una vez que se construye el modelo, el problema de obtener el equivalente modal-coherente, se reduce a encontrar un procedimiento para calcular la medida de coherencia rms e identificar los grupos coherentes.

Así conceptualmente la evaluación de la medida de coherencia considera la estadística del disturbio. Se hace uso del resultado que indica la matriz que define las medidas de coherencia $\hat{S}_x$, se puede formar como la suma de N-1 matrices $\hat{S}_x^k$. Para el cálculo de $\hat{S}_x^k$ se requiere evaluar las desviaciones de los ángulos de rotor considerando un tiempo de observación grande $\Delta\delta(\infty)$. Así, el algoritmo empleado calcula las medidas de coherencia en base a una secuencia de disturbios. Para cada disturbio en la secuencia, la medida de coherencia depende del estado estable alcanzado por los ángulos del generador. La metodología resulta ser computacionalmente más eficiente que las otras.

Los resultados indican que puede derivarse un equivalente coherente que se aproxime cercanamente a un equivalente modal, cuando se emplea la medida de coherencia rms y el disturbio ZMIID para identificar los grupos coherentes. Esto puede explicarse al reconocer que la medida de coherencia rms se evalúa en función de los coeficientes de sincronización (matriz T), las inercias de los generadores (matriz M) y la estadística del disturbio, que también involucra las inercias. Como la estructura modal del sistema se

determina a través de esos mismos factores, hace que los resultados obtenidos con ambas técnicas sean semejantes. La medida de coherencia rms es la clave para enlazar las técnicas de análisis modal y de coherencia.

La relación del método modal-coherente con el de perturbaciones singulares consiste en que la coherencia entre las máquinas se determina empleando únicamente factores que caracterizan al sistema: la estructura de la red, la inercia de los generadores, fuerzas de sincronización entre generadores y el estado estable. Una diferencia importante entre ambos métodos es que el método modal-coherente requiere evaluar una medida de coherencia para identificar grupos coherentes, mientras que el de perturbaciones singulares emplea la eigenestructura para agrupar los generadores. Se ha mostrado que el modelo de perturbaciones singulares, que descarta los modos de alta frecuencia como no-observables es congruente con el concepto de coherencia por sincronización. De hecho, en el límite cuando el parámetro μ tiende a cero en el modelo de perturbaciones singulares, el resultado es semejante a hacer n-1 enlaces infinitamente robustos [58].

Teóricamente, aplicando el método modal-coherente es posible dividir la red en zonas. Primeramente, empleando un disturbio en todos los generadores, se tendría una visión general de los grupos más estrechamente ligados. Si después se emplea un disturbio que involucre solamente los generadores de la zona de interés o de estudio, los resultados pueden utilizarse como base para delimitar la zona intermedia. Para determinar finalmente la zona intermedia, se sugiere emplear disturbios en los generadores que están en la frontera de la zona intermedia y externa. En este caso, se emplearían las evaluaciones que sean necesarias para delimitar correctamente las zonas.

Los métodos de coherencia analizados consideran una perturbación en la red con el fin de observar el comportamiento en el tiempo de las desviaciones angulares $\Delta\delta_j(t)$ y decidir

sobre la formación de grupos de generadores coherentes. La ventaja del uso de medidas de coherencia estriba en no requerir las curvas del comportamiento postfalla, sino a través de las medidas decidir acerca de la coherencia.

Los métodos de coherencia requieren fundamentalmente información sobre el período postfalla, debido a los tiempos pequeños de liberación de la falla provocan que el desplazamiento de los ángulos del rotor durante la falla sean pequeños. Así, generalmente se supone que durante el período de falla los rotores experimentan una aceleración constante. Esta consideración práctica, facilita el cálculo del estado en el instante de liberación de la falla, t_{cl}. El cálculo del estado involucra la matriz de transición de estado o exponencial e^{At}. Una diferencia importante entre los métodos de coherencia es la manera de manejar la matriz e^{At}. Mientras uno lo hace a través de la eigenestructura, otra emplea una expansión en series de Taylor. Al final lo que importa es el cálculo de las condiciones iniciales del período postfalla y las expresiónes del estado en el tiempo durante ese mismo período.

Otra diferencia entre los métodos de coherencia es la manera de identificar los grupos coherentes. Para esto, se emplean medidas de coherencia haciendo uso de los cálculos efectuados durante el proceso de evaluación.

Computacionalmente los métodos de coherencia analizados involucran gran cantidad de operaciones, debido en un caso a la necesidad del cálculo de la eigenestructura de una matriz característica de orden N x N, y en el otro a la expansión en series de Taylor. No obstante, estos métodos son importantes ya que, a diferencia de los métodos de perturbaciones singulares y modal-coherente, la falla en la red provoca la separación del conjunto de generadores más cercanos a ella. Esto es, la diferencia más importante en cuanto a resultados de las metodologías que incluyen falla en la red con las que no la

incluyen, es que las últimas no proporcionan información de los posibles cambios de coherencia de los generadores electricamente más cercanos a la falla. Ya que la matriz característica y estado del sistema corresponden a la condición de prefalla.
La consideración de falla complica los cálculos y algoritmo. Las perturbaciones pueden ser de diferente tipo y característica, sin embargo con fines de identificación de coherencia es usual emplear una falla trifásica liberada sin cambio en la configuración de la red, de tal forma que no cambia la estructura y valor de la matriz característica, facilitando el calculo del estado de postfalla.

En resumen todos los métodos determinan la coherencia de generadores en base a la matriz característica, el estado estable, la estructura de la red, las inercias, unos consideran una falla en la red y otras no. El período de postfalla el de principal interés, siendo también importante el cálculo del estado en el tiempo de liberación de la falla, t_{cl}.

En conclusión se considera que cuando se desea tener una visión general de la formación de grupos coherentes en un sistema de potencia, es suficiente emplear el método modal-coherente o el de perturbaciones singulares. Cuando se desea tener equivalentes más reales ante fallas, es necesario emplear alguno de los métodos de coherencia.

Uno de los objetivos de este trabajo es formar equivalentes ante zonas de contingencia, por lo que se propone un uso ponderado de los cuatro métodos presentados, para obtener resultados aceptables.

4.7 Aplicación a una red de prueba

A continuación y a manera de ilustración se muestran los resultados obtenidos con los

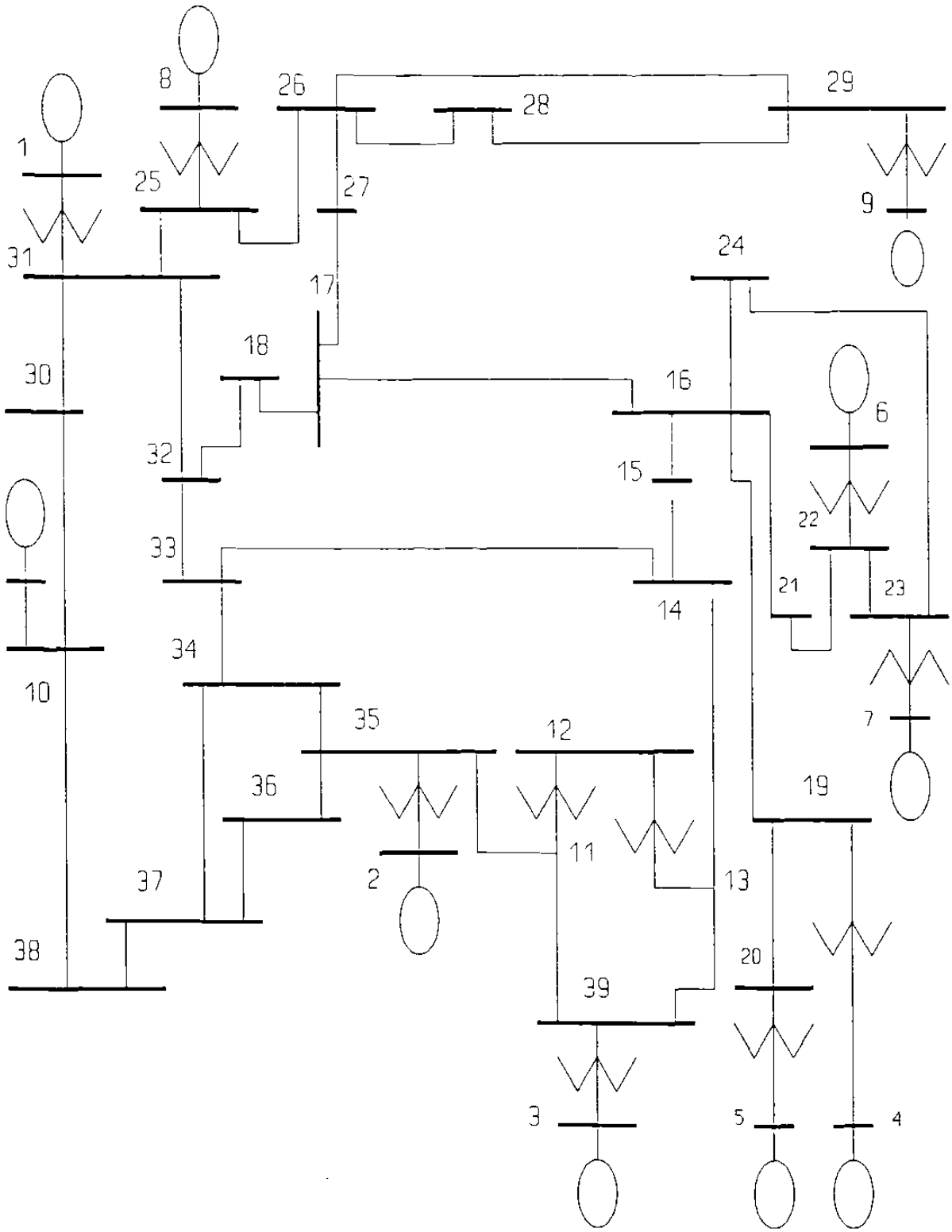


Fig. 4.4 Sistema de prueba Nueva Inglaterra con 39 nodos

métodos descritos, al aplicarlos al sistema de Nueva Inglaterra, consistente de 10 máquinas, 39 nodos y 46 líneas. El diagrama unifilar se muestra en la Figura 4.4 y sus parámetros se presentan en [42]. La intención es mostrar los resultados y conclusiones que pueden derivarse al aplicar las metodologías a esta red.

4.7.1 Resultados del método modal-coherente

Se aplicó un disturbio ZMIID en todos los generadores para identificar los grupos fuertemente interconectados, esto es, los principales grupos que exhiben coherencia fundamentalmente por sincronización. El generador No. 10 se seleccionó como referencia. En la Tabla 4.1 se muestra la agregación de los generadores para el disturbio ZMIID en los 10 generadores.

La Tabla presenta la formación de los grupos coherentes para los diferentes niveles de agregación. Por ejemplo, en el primer nivel, el grupo más fuertemente coherente, se localizan los generadores 6 y 7. Al cambiar el nivel de agregación (descenso en la tabla) se forman nuevos grupos y/o se agregan grupos para formar otro mayor, hasta que finalmente en el último nivel queda un solo grupo. Por supuesto, durante el proceso de agregación los resultados se van desviando respecto al caso base, de ahí la importancia de contar con índices que ayuden a decidir hasta qué nivel puede agregarse sin un deterioro sustancial de resultados.

Considerando que el sistema interno está formado por los generadores 1, 8, 9 y 10, la Tabla 4.2 muestra la agregación de generadores cuando el disturbio se aplica a esas máquinas. Esta es una variante del método y se usa para verificar la formación de grupos fuertemente coherentes vistos desde la zona de estudio.

Tabla 4.1 : Agregación de generadores para disturbio general	
Generadores	Nivel de agregación
6-7	1
1-8; 6-7	2
1-8; 4-6-7	3
1-8; 2-3 4-6-7	4
1-2-3-8; 4-6-7	5
1-2-3-4-6-7-8	6
1-2-3-4-5-6-7-8	7
1-2-3-4-5-6-7-8-9	8

Tabla 4.2: Agregación de generadores para un disturbio en las máquinas 1, 8, 9 y 10.	
Generadores	Nivel de agregación
6-7	1
4-6-7	2
2-3; 4-6-7	3
2-3; 4-5-6-7	4
2-3-8; 4-5-6-7	5
1-2-3-8; 4-5-6-7	6

Para los dos primeros niveles de agregación las medidas de coherencia son pequeñas

(0.0253 y 0.0861). Pudiera esperarse que los resultados del sistema reducido en estos dos niveles sean muy cercanos a los del caso base. La medida de coherencia usada para alcanzar el nivel 3 es 3.56 veces la del nivel 2, pero todavía es pequeña en magnitud (0.3069), de modo que el modelo en el nivel 3 debe ser bueno. La medida de coherencia para el nivel de agregación 4 es 4.15 veces la del nivel 3 y 14.8 veces la del nivel 2. Por tanto, se espera tener un deterioro significativo en la calidad del modelo del sistema reducido a partir del nivel de agregación 4.

4.7.2 Resultados del método de perturbaciones singulares

Para ilustrar la técnica en este caso se seleccionaron dos valores de r (número deseado de áreas coherentes).

a) $r = 3$. Para este valor de r, se obtiene la siguiente matriz de agrupación L_g :

Gen referencia	6	10	9
3	1		
2	1		
1	1		
4	1		
7	1		
8	1		
5	1		

La cual indica que las máquinas se agrupan de la siguiente manera:

Grupo 1 compuesto por las máquinas: 1-2-3-4-5-6-7-8

Grupo 2 compuesto por las máquinas: 9

Grupo 3 compuesto por las máquinas: 10.

Esta clasificación corresponde al séptimo nivel de agregación de la Tabla 4.1, y es de esperarse que con la formación de tres áreas no se reproduzcan con buena aproximación los resultados del caso base.

b) $r = 4$. En este otro caso la agrupación resultante de las máquinas es:

Grupo 1 compuesto por las máquinas: 4-5-6-7
Grupo 2 compuesto por las máquinas: 2-3
Grupo 3 compuesto por las máquinas: 1-8-9
Grupo 4 compuesto por la máquina 10

y presenta similaridades con respecto al tercer nivel de agregación de la Tabla 4.2, ya que los grupos 3 y 4 forman lo que en la sección anterior se declaró como área de estudio.

Cabe señalar que los resultados fueron idénticos al utilizar el algoritmo original (con cálculo de la eigenestructura) y el corregido [58]. También, se demuestra la semejanza de resultados entre estos dos métodos que no consideran explícitamente una falla en la red.

4.7.3 Resultados del método de coherencia considerando aceleración constante

Se ilustra el uso del criterio de coherencia definido en (4.79) para identificar los grupos de generadores coherentes cuando cambia la localización de la falla.

a) Falla trifásica en el nodo 29 con tiempo de liberación $t_{cl} = 0.1$ s (sin apertura de líneas). La referencia es el generador No. 10 y el umbral de coherencia $\epsilon = 0.087$ rad (5

grados eléctricos).

Para este valor de ϵ se formaron los siguientes grupos:

Grupo 1 : máquinas 1-8

Grupo 2 : máquinas 2-3

Grupo 3 : máquinas 4-6-7

Grupo 4 : máquina 5

Grupo 5 : máquina 9

Grupo 6 : máquina 10

Para esta falla, el generador número 9 resulta no coherente con los restantes; para el umbral de coherencia dado y debido a su cercanía a la falla. Nótese que los grupos 1, 2 y 3 son los que se especifican en el cuarto nivel de agregación de la Tabla 4.1.

b) Falla trifásica en el nodo 19 con tiempo de liberación de la falla $t_{cl} = 0.1$ s (sin apertura de líneas); $\epsilon = 0.087$ rad. Para esta falla y el valor de umbral de coherencia establecido, se tiene:

Grupo 1 : máquinas 6-7

Grupo 2 : máquinas 1-2-3-8

Grupo 3 : máquina 4

Grupo 4 : máquina 5

Grupo 5 : máquina 9

Grupo 6 : máquina 10

Esta forma en la agrupación es un resultado directo del cambio en la localización de la falla. Ya que el nodo 19 está cerca de los generadores 4 y 5, era de esperar que estos

generadores no serían coherentes para esta falla. No obstante el grupo más coherente, 6-7, no se desagrega hasta que se considere una falla eléctricamente cercana a esos generadores.

4.7.4 Resultados del método de coherencia utilizando series de Taylor

El disturbio estudiado es una falla trifásica en el nodo 29 durante 0.1 segundos. Eligiendo una tolerancia $\epsilon = 1°$ = 0.0175 rad, se obtienen los siguientes grupos coherentes,

Grupo 1 : máquina 1
Grupo 2 : máquinas 2-3
Grupo 3 : máquina 4-6-7
Grupo 4 : máquina 5
Grupo 5 : máquina 8
Grupo 6 : máquina 9
Grupo 7 : máquina 10

Nótese que al reducir la tolerancia ϵ se separan los generadores 1 y 8, que para una tolerancia $\epsilon = 5°$ habían formado un grupo. Así, la elección de ϵ depende de la rigurosidad del estudio que desea realizarse.
Puede notarse que con el manejo de diferentes metodologías es posible tomar una decisión con cierta confianza, ya que los resultados permiten tener un juicio más preciso sobre la red.

Para esta red eléctrica puede decirse que existen dos grupos fuertemente coherentes: 6-7 y 2-3, y algunos otros (como el 1-8) que, dependiendo de la localización de la falla y requisitos de exactitud, podrían agregarse también.

Así, se considera que las cuatro metodologías son complementarias debido a que algunas no consideran la inclusión explícita de una falla, por lo que sus resultados son de carácter general. Otras consideran una falla en la red, y los grupos de generadores coherentes pueden cambiar con la localización de la falla y el valor de umbral de coherencia. En este trabajo se considera que es conveniente auxiliarse de todos los resultados obtenidos con las diferentes metodologías, para formar equivalentes de calidad.

4.8 Indice de agregación [18,23]

Se hace uso de la técnica de las realizaciones balanceadas para estimar el grado de agregación de grupos de generadores coherentes con el fin de formar equivalentes dinámicos que obtengan resultados confiables.

Considerando las ecuaciones en espacio de estado para un sistema multimáquinas con condiciones iniciales cero, siendo la entrada **u**(t) un vector de impulsos, el grammiano de controlabilidad está dado por:

$$W_c^2 = \int_0^\infty e^{A\tau} B B^t e^{A^t \tau} d\tau = \int_0^\infty x(\tau)\, x^t(\tau)\, d\tau$$

$$W_c^2 = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ W_2^t & W_4 \end{bmatrix} \tag{4.80}$$

Para un sistema de potencia con N generadores, el sistema referido tiene 2N-2 estados. Suponiendo que el sistema contiene generadores perfectamente coherentes, al evaluar (4.80) se obtiene:

$$W_c^2 = \begin{bmatrix} W_{c1}^2 & \\ & W_{c2}^2 \end{bmatrix} \tag{4.81}$$

Para simplificar el análisis y describir gráficamente el comportamiento dinámico de los estados se considera un sistema de tres generadores. Las desviaciones angulares pueden considerarse como un vector de estado bidimensional:

$$x\,(t) = [\, x_1(t) \quad x_2(t)\,]^t$$

Si los generadores son estrictamente coherentes: $x_1(t) = x_2(t)$ y el vector de estado se mueve a lo largo de la línea de 45° ($\theta = 45°$) en el espacio de estado, Figura 4.5. Es evidente que hay una redundancia, ya que el subespacio controlable es sólo unidimensional. Esta redundancia se remueve cuando el sistema coordenado se rota de x_1 - x_2 a L_1 - L_2, como muestra la Figura 4.5. Esto es exactamente lo que hace el sistema balanceado: rota el sistema de coordenadas original en 45°, entonces $x(t)$ estará a lo largo de la línea L_1 y no hay proyección sobre el eje L_2.

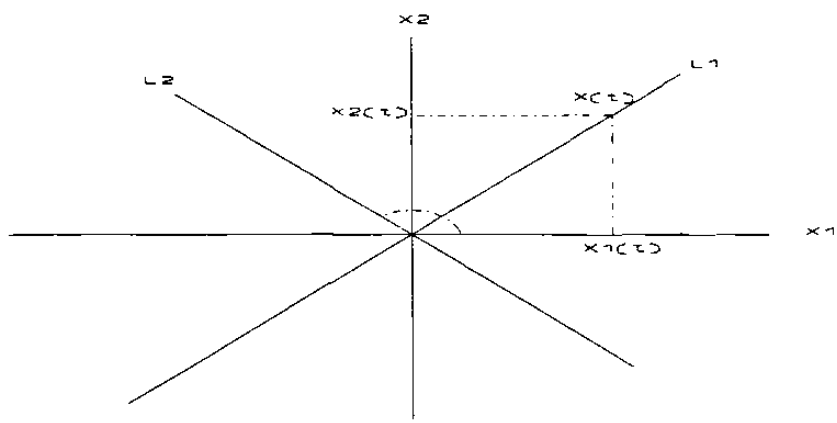


Fig. 4.5 Comportamiento de los estados que representan generadores coherentes

Ahora bien, si los generadores son cercanamente coherentes: $x_1(t) \approx x_2(t)$. Entonces se puede escribir:

$$x_1(t) = x_2(t) + \epsilon(t) \text{ , para } \epsilon(t) \text{ pequeño.}$$

Definiendo

$$k \triangleq \int_0^\infty x_2^2(\tau)d\tau \quad , \quad \varphi \triangleq \int_0^\infty \epsilon(\tau)x_2(\tau)d\tau \quad , \quad c_{12}^2 \triangleq \int_0^\infty \epsilon^2(\tau)d\tau$$

se nota que

$$c_{12}^2 = \int_0^\infty \left[x_1(\tau) - x_2(\tau)\right]^2 d\tau = \int_0^\infty \left[\Delta\delta_1(\tau) - \Delta\delta_2(\tau)\right]^2 d\tau$$

es el cuadrado de la medida de coherencia rms entre los dos generadores. Considerando la descomposición en valores singulares de W^2_{c1} :

$$W^2_{c1} = \mathbf{U}\,\Sigma\,\mathbf{U}^t$$

donde $\mathbf{U} = [\ U_1 \quad U_2\ ]$ contiene los vectores ortonormales que expanden el espacio controlable, esto es, los vectores que definen los ejes del sistema coordenado girado, Figura 4.5. Entonces se cumple que [23]:

$$\sigma_1 \approx 2k + 2\varphi + \frac{c_{12}^2}{2} \quad , \quad \sigma_2 \approx \frac{c_{12}^2}{2} \tag{4.82}$$

donde, σ_1 y σ_2 son los valores singulares de W^2_{c1} . La ecuación (4.82) muestra que la medida de coherencia rms está relacionada directamente con los valores singulares del grammiano de controlabilidad. En el caso de coherencia perfecta $c_{12} = 0$, lo que implica que $\sigma_2 \approx 0$. Así, este valor singular cero implica que la medida de coherencia entre los dos generadores es cero y viceversa. El otro valor singular, σ_1 , está directamente relacionado con la medida de coherencia rms entre el grupo coherente (generadores 1 y 2) y el generador referencia (generador 3), ya que se ha demostrado que [23]:

$$c_{13}^2 \approx c_{23}^2 \approx \frac{\sigma_1}{2}$$

Este último resultado expresa que si el grupo coherente de generadores (generadores 1 y

2) lo es también con el generador de referencia, entonces $\sigma_1 \approx 0$.

Los resultados anteriores pueden extenderse al caso general, esto es, para un grupo de n generadores perfectamente coherentes:

$$\sigma_1 = n \int_0^\infty x^2(\tau) d\tau = nc^2 \quad , \quad \sigma_2 \approx \ldots \approx \sigma_n \approx 0 \tag{4.83}$$

donde

$$x(t) = x_1(t) = \ldots = x_n(t) = \Delta\delta_1(t) = \ldots = \Delta\delta_n(t)$$

y c^2 es el cuadrado de la medida de coherencia rms entre el grupo coherente y el generador referencia.

Este resultado muestra que un grupo de n generadores coherentes resultará en $2n$-2 valores singulares cero. De estos, $n - 1$ son el resultado de iguales desviaciones angulares, y $n - 1$ son el resultado de iguales desviaciones de velocidad. Finalmente, si este grupo es también coherente con el generador referencia, los $2n$ valores singulares serán cero, ya que en este caso no habrá ángulo relativo o desviaciones de velocidad, lo que a su vez resulta en $W^2_c = 0$. Estos $2n$ valores singulares cero simplemente significan que el sistema total, grupo coherente y generador referencia, pueden modelarse adecuadamente con una sola máquina.

De lo anterior se enuncia el siguiente teorema.

Teorema 4.2. Para cada par de generadores con medida de coherencia rms igual a cero, dos valores singulares del grammiano de controlabilidad son cero.

Argumentos similares pueden extenderse al grammiano de observabilidad W^2_o , para

proponer el siguiente teorema:

Teorema 4.3. Para cada par de generadores perfectamente coherentes, dos valores singulares del grammiano de observabilidad son cero. Esta redundancia se elimina en el modelo de orden reducido cuando se agregan esos generadores.

Sin embargo, la coherencia es sólo una condición que puede causar redundancia en los grammianos, ya que desde un punto de vista matemático pueden existir otras condiciones que resulten en una reducción del rango de W^2_c y W^2_o , no necesariamente debido a la coherencia. Esto es, las condiciones estructurales del sistema de potencia podrían causar que los rangos calculados de W^2_c y W^2_o sean inferiores a lo que sugeriría el comportamiento coherente real. Pero desde una perspectiva ingenieril se sabe que las propiedades estructurales del sistema son la causa fundamental de coherencia, es decir, las condiciones de coherencia estricta por sincronización (CES) y coherencia geométrica estricta (CGE).

Esto sugiere en primer lugar que, para todo propósito práctico, el rango del grammiano de controlabilidad es igual al rango del grammiano de observabilidad,

$$\textit{rango}\ (\ W^2_c\ ) = \textit{rango}\ (\ W^2_o\ )$$

y en segundo lugar, que los rangos de las expresiones anteriores se determinan solamente por las propiedades de coherencia.

Como los rangos de W^2_c y W^2_o son iguales y cada uno determina el comportamiento coherente, podría pensarse en utilizar la información del rango de cualquiera de los dos grammianos para determinar la posible reducción de orden. Esta sugerencia es válida para determinar generadores perfectamente coherentes lo que, como se dijo, se refleja en valores singulares cero. El problema surge al tratar de determinar generadores cercanamente

coherentes. En ese caso, las *contribuciones* de los estados del sistema a la controlabilidad u observabilidad pueden ser diferentes. Esta desigualdad de contribuciones, o falta de balance, no está presente en el sistema balanceado y de ahí la necesidad de emplearlo. Así, esta técnica sugiere que se empleen los elementos del grammiano de controlabilidad (observabilidad) de la realización balanceada, como un índice que determina el posible grado de agregación para formar equivalentes dinámicos. Los valores singulares pequeños indican generadores cercanamente coherentes, por lo que esta técnica, junto con las que identifican generadores coherentes, conduce a formar equivalentes de calidad, donde el grado de precisión de resultados es decisión del analista.

A manera de ilustración de los conceptos enunciados, se analizará el sistema de Nueva Inglaterra de 39 nodos y 10 máquinas, Figura (4.4). En la Tabla 4.3 se muestran los valores singulares del grammiano de controlabilidad y observabilidad para el sistema original, y la matriz H definida en (3.8) es:

$$H = \Sigma_o \, U_o^t \, U_c \, \Sigma_c$$

Los resultados muestran la ausencia de valores cero debido a que no hay generadores perfectamente coherentes. Se toma como referencia el generador número 10.

Con base en los teoremas anteriores, cada nivel de agregación debería eliminar un valor singular cero o cercano a cero del sistema balanceado. Este se ilustra en la Tabla 4.4, donde se presentan los valores singulares del sistema original y los correspondientes a los niveles de agregación 1 , 2 y 3. Se hace notar que durante el proceso de agregación los valores singulares no eliminados tenderán a ser cada vez más semejantes, es decir, se irán acercando sus valores. De los resultados en las secciones precedentes se sabe que para el sistema Nueva Inglaterra los generadores más coherentes son: 6-7, 1-8 y 2-3, que son los niveles de agregación que se muestran en la Tabla 4.4. Los eigenvalores correspondientes a los tres niveles de agregación mencionados se muestran en la Tabla 4.5; cada uno de

ellos tiene una parte real de - 0.05, obtenida al suponer una relación D_i / (2 H_i) idéntica para cada generador, y que es necesaria para tener un sistema estable. Nótese la preservación aproximada de los valores característicos durante el proceso de agregación.

Tabla 4.3 Valores singulares de las matrices H, W_c, W_o para el sistema de Nueva Inglaterra

σ (H)	σ (W_c)	σ (W_o)
324.073	263.130	554.590
253.458	230.542	499.925
198.294	223.542	417.441
183.525	206.829	320.508
157.198	197.146	306.773
114.228	176.506	250.303
63.962	160.968	217.159
55.686	153.800	116.385
37.450	135.675	75.813
29.414	14.819	7.064
19.135	5.798	6.379
15.282	4.372	5.872
8.754	3.952	5.504
5.319	3.044	4.983
4.903	2.652	4.855
4.307	2.590	4.680
4.109	2.115	4.461
3.651	1.774	3.775

Tabla 4.4 Valores singulares de H para niveles de agregación 0, 1, 2 y 3

Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
324.073	277.363	206.498	237.651
253.458	237.366	150.859	162.551
198.294	209.639	115.899	145.149
183.525	175.124	108.718	71.365
157.198	126.747	57.155	51.828
114.228	116.713	31.799	42.516
63.962	78.991	29.723	12.418
55.686	35.056	20.841	9.495
37.450	17.371	14.658	7.526
29.414	14.405	13.673	5.944
19.135	7.831	8.369	3.845
15.282	6.334	5.896	2.437
8.754	4.991	4.888	
5.319	4.345	3.866	
4.903	4.093		
4.307	2.672		
4.109			
3.651			

Aunque los valores singulares son indicativos de una posible reducción del modelo, es conveniente emplear alguna representación gráfica que muestre la estimación del deterioro de resultados, respecto al caso base, para los diferentes niveles de agregación. Este tipo de ayuda le sirve al analista de la red para tener una mejor representación del problema y tomar una decisión confiable.

Tabla 4.5 Parte imaginaria de los eigenvalores del sistema de Nueva Inglaterra para los niveles de agregación 0, 1, 2 y 3.

9.749	9.6307	9.127	8.003	7.856	7.029	6.318	5.819	3.800
	9.630	9.135	8.008	7.856	7.047	6.318	5.819	3.766
		9.048	7.937	7.878	6.404	6.222	5.788	3.479
			8.080	7.862	7.535	6.378	5.860	3.733

La Figura 4.6 es una curva que muestra el grado de agregación que puede lograrse para el sistema en estudio. El índice utilizado se define mediante la ecuación:

$$p(i) = \frac{\left\{ \sum_{j=1}^{2i} \sigma_j^2 \right\}^{1/2}}{\left\{ \sum_{k=2i+1}^{2N-2} \sigma_k^2 \right\}^{1/2}} \tag{4.84}$$

Para un sistema de N generadores los 2N - 2 valores singulares de H se ordenan de menor a mayor, y se evalúa (4.84) para i = 1, 2,..., N-2. En el nivel de agregación N - 2, el sistema queda reducido a un equivalente de dos generadores.

Los resultados permiten comprobar que para este sistema no es recomendable efectuar una agregación más allá del tercer nivel, ya que en caso contrario se va deteriorando la calidad del equivalente.

La técnica de realizaciones balanceadas permite obtener índices de agregación que cuantifican la calidad de los equivalentes. Sin embargo, para sistemas de gran escala la carga computacional es costosa, ya que se requiere balancear la realización del modelo y obtener los valores singulares del grammiano del modelo balanceado. No obstante, es

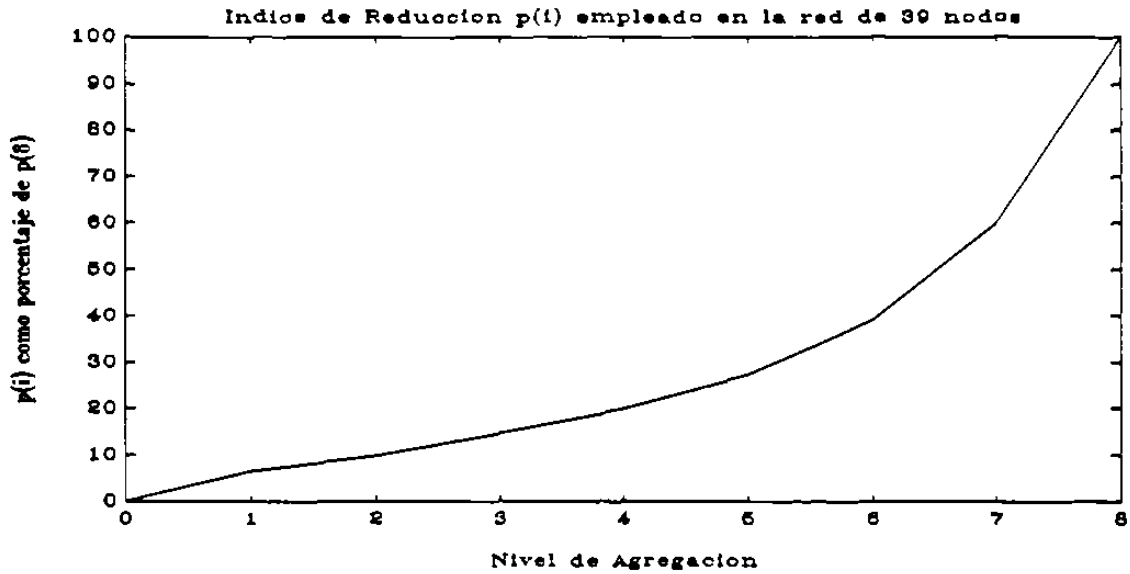


Fig. 4.6 Curva de estimación del grado de agregación para el sistema de Nueva Inglaterra

benéfico el uso de técnicas modernas y bién fundamentadas en los análisis para sistemas eléctricos de potencia.

4.9 Medidas de distancia

Hasta este momento se han presentado técnicas para identificar grupos de generadores coherentes, y se ha descrito una técnica que permite contar con un índice de agregación. Sin embargo, se considera que aún falta por dar un paso que conduzca a la obtención de equivalentes vistos desde cualesquiera nodos de la red, y válidos para una zona de contingencias, ya que en la problemática de equivalentes dinámicos es de gran importancia que la metodología sea válida para diferentes localizaciones de perturbaciones y diferentes condiciones de operación.

Existe gran cantidad de algoritmos para la identificación de grupos de generadores que oscilan juntos. Sin embargo, no existen técnicas claras que permitan dividir la red en áreas

de una manera sistemática y consistente. Al usar exclusivamente los resultados de las metodologías presentadas puede perderse una parte importante de la dinámica, relacionada con generadores estrechamente ligados a los de la zona de estudio. Por lo que en este trabajo se sugiere dividir la red en tres zonas:

a) *La zona de estudio*, dada a priori y formada por los generadores cuyo comportamiento es de interés estudiar.

b) *La zona intermedia*, formada por generadores fuertemente perturbados ante fallas en la zona de estudio, pero que no pertenecen a ella.

c) *La zona externa*, formada por los generadores que resultan poco influidos por perturbaciones dentro de la zona interna o de estudio.

Para abordar este problema se han propuesto técnicas basadas en medidas de distancia electromecánicas, debido a que su cálculo es rápido y sencillo, lo que permite tomar en consideración diferentes nodos de falla o condiciones de operación [8,49,50].

El concepto de medida de distancia descansa en el hecho intuitivo de que, ante una perturbación en algún nodo de la red, existen máquinas que se ven seriamente afectadas y máquinas afectadas en menor medida. Es posible usar diferentes medidas para clasificar la severidad de la perturbación. Ante una falla en un nodo determinado, cada una de ellas produce una clasificación del grado en que cada generador se ve afectado.

Se considera que los generadores menos afectados son los eléctricamente más distantes de la perturbación y pueden formarse con ellos grupos coherentes que pueden agregarse. Vistos desde las cercanías del nodo fallado (zona de interés o de estudio), esos grupos pueden representarse por generadores equivalentes.

Así, la técnica de medidas de distancia normalmente maneja la red con dos zonas: *i*) la de

interés o de estudio; *ii*) la externa, compuesta por todos los generadores eléctricamente lejanos a la falla. En este trabajo se emplea una tercera zona intermedia entre esas dos.

Las medidas de distancia más comunes o elementales (DE) se definen como sigue:

[M1]: Módulo de la admitancia de transferencia después de la falla (*Dyf*). Por definición,

$$Dyf(i) \triangleq | Y_{if} | \tag{4.85}$$

donde *f* es el nodo donde ocurre la falla. *Dyf*(i) está constituida por el módulo del elemento *i-f* de la matriz de admitancia reducida Y_f ; toma en consideración la unión topológica y eléctrica entre el i-ésimo generador y el nodo donde se produce la perturbación.

[M2]: Valor absoluto de la aceleración inicial (*Da*). Para el i-ésimo generador:

$$Da(i) \triangleq | \ddot{\delta}_i(0+) | = \left| \frac{Pm_i - Pe_i(0+)}{2H_i} \right| \tag{4.86}$$

donde t = 0+ es el instante de tiempo inmediatamente posterior a la falla. *Da* es una medida de la importancia que la perturbación tiene sobre la i-ésima máquina justo cuando se presenta. Entre mayor sea *Da*(i) más se ve afectada la i-ésima máquina, y debe considerarse más próxima a la falla. *Da* toma en cuenta los siguientes aspectos: *a*) El punto de funcionamiento inicial, a través de Pm_i y de los voltajes internos E_i y E_j; *b*) la topología durante la falla, a través de los términos de la matriz de admitancias correspondiente; *c*) la severidad de la perturbación [Pm_i - $Pe_i(0+)$] en relación con la capacidad para absorber las variaciones bruscas [$2H_i$].

[M3]: Coeficiente de inercia de las máquinas (Dm).

$$Dm(i) \triangleq 2H_i \tag{4.87}$$

Los coeficientes de inercia son parámetros importantes en la estabilidad transitoria; intervienen durante todo el tiempo de estudio e influyen fuertemente en las trayectorias del

ángulo del rotor. Cuanto más grande sea $Dm(i)$, es más importante la i-ésima máquina. Dm es un parámetro constante de las máquinas que no toma en cuenta el punto de funcionamiento, la configuración de la red, ni el tipo o localización de las perturbaciones. Esta medida es esencialmente un complemento y se combina con las otras medidas de distancia elementales.

Utilizando cada medida de distancia se realiza una clasificación de todas las máquinas de acuerdo con las expresiones (4.85)-(4.87). La combinación de las clasificaciones individuales se denomina *distancia electromecánica compuesta* (DEC).

La combinación de las DE puede realizarse de varias formas y se hace para extraer información ponderada y condensada. La combinación consiste en hacer un recorrido por los ordenamientos de las diferentes DE, comenzando con el nivel de las máquinas clasificadas más próximas a la falla, y seleccionar cada generador nuevo que va apareciendo en el recorrido hasta que todos queden clasificados. Así, la combinación es de tipo *unión* y puede denotarse de la manera siguiente:

$$DEC = \bigcup \{Da,\ Dyf,\ Dm\} \tag{4.88}$$

4.9.1 Reglas de clasificación [49,50]

A continuación se presenta el cálculo de la distancia electromecánica combinada (DEC) a partir de las distancias elementales. La Tabla 4.6 considera las clasificaciones para un sistema de 6 máquinas. Lo primero que debe hacerse es ordenar todas las máquinas de acuerdo con las expresiones (4.85)-(4.87) en orden de cercanía a la falla, comenzando por la que más se ve influenciada.

Tabla 4.6 Cálculo de DEC

Nivel	Da	Dyf	Dm	V_1	Máquinas seleccionadas	DEC	V(DEC)
1	m1	m1	m3	V_1	m1, m3	m1	V_1
2	m2	m6	m1	V_2	m2, m6	m3	-
3	m3	m3	m2	V_3	-	m2	V_2
4	m4	m2	m6	V_4	m4	m6	-
5	m5	m5	m5	V_5	m5	m4	V_4
6	m6	m4	m4	V_6	-	m5	V_5

Las columnas 2-4 de la Tabla 4.6 proporcionan las clasificaciones hipotéticas de las 6 máquinas en orden decreciente de su proximidad a la contingencia y de acuerdo con las medidas *Da, Dyf, Dm,* respectivamente. Por ejemplo, para *Dyf* y el nivel 3, la zona contiene las máquinas m1, m6 y m3.

El procedimiento de unión comienza en el nivel más alto y selecciona cada vez la nueva máquina que aparece en el recorrido. La columna 6 muestra el resultado de este procedimiento de selección. Por ejemplo, en el nivel 2, las tres clasificaciones se componen de las máquinas (m1,m2), (m1,m6) y (m3,m1); su unión contiene las máquinas m1, m3, m2 y m6; de éstas, m2 y m6 aparecen por primera vez en la unión y se seleccionan (porque en el nivel 1 ya aparecieron m1, m3). El proceso se repite con todos los niveles más bajos hasta que se seleccionen todas las máquinas.

Se asignan diferentes prioridades a las distancias elementales: primero *Da*, luego *Dyf* y finalmente *Dm*. Cuando aparecen varias máquinas en el mismo nivel se usan esas

prioridades para clasificarlas. Por ejemplo, en el nivel 1, m1 (que aparece en *Da* y *Dyf*) se clasifica antes que m3 (que aparece en *Dm*). Usando estas prioridades se obtiene la columna 6 (DEC).

En cada nivel (por ejemplo el *l*-ésimo) se calcula el valor

$$V_l = v_l(Da)\ v_l(Dyf)\ v_l(Dm) \tag{4.89}$$

donde $v_l(Dj)$ es el valor normalizado de las distancias elementales *Dj* en el nivel *l*, calculado por (4.85)-(4.87) (columna 5 de la Tabla 4.6). En cada nivel *l* se asigna el valor V_l a la primera máquina seleccionada en ese nivel.

La clasificación anterior permite seleccionar las máquinas que se encuentren suficientemente lejanas del punto de contingencia y concluir que ellas conforman el área externa, es decir máquinas que se ven poco afectadas por la perturbación. Es posible auxiliarse de una gráfica *nivel - V(DEC)* para decidir cuántas y cuáles máquinas son las afectadas. La *calidad* de una DEC se refiere a su capacidad para identificar el número máximo de máquinas que pueden agregarse sin afectar grandemente la exactitud de resultados.

4.9.2 DEC's en una zona de contingencias (DECZ)

Para determinar el área externa válida para una zona de contingencias primeramente se calcula la DEC para cada perturbación considerada y se introduce el concepto de correlación entre clasificaciones proporcionadas por las DEC. El coeficiente de correlación utilizado se expresa mediante:

$$CC = 1 - \frac{6}{n(n^2 - 1)} \sum_{k=1}^{n} [DEC^k(i) - DEC^k(j)]^2 \tag{4.90}$$

Aquí, $DEC^k(i)$ denota la posición de la k-ésima máquina de acuerdo con la clasificación de DEC correspondiente a la i-ésima contingencia. Por construcción, los valores de CC están en el intervalo (-1, +1); +1 corresponde a la correlación ideal (más fuerte) entre dos DEC. La DEC zonal (DECZ) se determina de acuerdo con el procedimiento siguiente:

> *(a)* Suponer que el *centro* de la zona de contingencia (ZC) es un nodo de máquina. Considerar la DEC(ctr) relativa a la contingencia aplicada en ese nodo *central* y determinar la clasificación correspondiente de las máquinas.
> *(b)* Considerar una máquina *candidato*, que probablemente pertenezca a ZC, seleccionada entre aquellas que clasifican como cercanas a la *central*. Clasificar las máquinas de acuerdo con DEC(cand).
> *(c)* Calcular el coeficiente de correlación CC entre las dos clasificaciones anteriores; la máquina *candidata* se considerará que pertenece a ZC si su clasificación DEC(cand) se correlaciona cercanamente con la de DEC(ctr). En este trabajo se considera que esto es válido para CC $\geq$ 0.9.
> *(d)* Considerar otras máquinas *candidato* y repetir los pasos *(ii)* y *(iii)* con cada una de ellas.

Una vez que se han determinado las máquinas que pertenecen a la ZC, se construye la DEC zonal (DECZ), de acuerdo con un procedimiento de unión idéntico al explicado en el inciso anterior. Para la red de Nueva Inglaterra, considerando una falla en el nodo 29, las clasificaciones que resultan se muestran en la Tabla 4.7, de donde puede concluirse que las primeras tres máquinas (1, 9 y 10) quedan clasificadas por aceleración, distancia eléctrica a la falla e inercia, respectivamente.

Debe enfatizarse la importancia que tiene el que esta metodología permita obtener las áreas externas ante diversas contingencias y no sólo para una de ellas. Además, los conceptos son igualmente aplicables a diferentes condiciones de operación, en lugar de aplicarse a zonas de contingencias. En este trabajo se han formado equivalentes para diferentes zonas de contingencias y una condición de operación. Se ha utilizado el algoritmo propuesto en la sección 4.9 y las medidas de distancia en la formación de equivalentes para las áreas de control de la CFE. Estas fueron utilizadas para probar que un área de control

completa, del sistema interconectado, se puede utilizar como zona de contingencias. Para algunas de áreas es preferible la división en dos subáreas y obtener así equivalentes para cada una.

Tabla 4.7 DEC para la red de Nueva Inglaterra al considerar falla en el nodo 29

Da	*Dyf*	*Dm*	*DEC*
1	9	10	1
9	2	2	9
2	10	3	10
6	8	6	2
4	4	9	3
3	6	1	6
5	7	4	8
10	3	7	4
7	1	5	5
8	5	8	7

4.10 Algoritmo para la identificación del área intermedia

La metodología expuesta en el punto anterior permite clasificar las máquinas que forman parte del área externa, una vez especificada el área de estudio. Sin embargo, además del área externa es conveniente utilizar un área intermedia entre la de estudio y la externa, debido a que puede haber máquinas en el área externa que sean fuertemente coherentes

o que tengan una relación importante con máquinas del área de estudio. El no considerar una zona intermedia puede dar lugar a la separación de máquinas pertenecientes a un mismo grupo coherente. Este es por ejemplo, el caso de un grupo coherente en el que algunas de sus máquinas pertenecen al área de estudio y las otras no.

Por supuesto, incluir otra zona resulta en equivalentes con mayor número de máquinas; sin embargo, dado que este estudio es fuera de línea, es más conveniente la exactitud de resultados respecto al caso base que la rapidez de cálculo. Para una futura implementación de equivalentes en línea habrá que lograr un compromiso entre rapidez y precisión.

Una vez seleccionados los generadores de la zona de estudio, el objetivo es la identificación de las máquinas que pertenecen a las zonas intermedia y externa. Para esto, se ha hecho uso de las cuatro técnicas para obtener generadores coherentes y de las medidas de distancia. Estas se han empleado en la delimitación de las zonas de contingencia, con el fin de obtener equivalentes válidos para cualquier localización de la perturbación dentro de esas zonas.

Una vez delimitada la zona se debe verificar que no se separen generadores que, de acuerdo con las clasificaciones obtenidas para grupos coherentes, oscilen junto con los de la zona en estudio. Es decir, no se desea agregar máquinas que sean fuertemente coherentes con las de la zona en estudio.

Para los resultados de grupos coherentes hay que establecer ciertas prioridades: las técnicas de perturbaciones singulares y modal-coherente no consideran específicamente la perturbación y las técnicas mediante coherencia, sí. Por tanto, se les da prioridad a estas últimas.

El algoritmo de identificación de la zona intermedia básicamente consiste en los siguientes pasos:

a. Especificar los generadores de la zona de interés (en este caso, máquinas que pertenecen al área de control para la que se desea obtener el equivalente dinámico).
b. Si las dos clasificaciones de grupos por coherencia (las que incluyen la falla explícitamente) indican que un generador oscila en fase con alguno del área interna, este resultado se tomará como verdadero aunque las otras metodologías indiquen lo contrario, y ese generador pasará a formar parte del área intermedia.
c. Como una variante del caso anterior y con el propósito de hacer flexible el algoritmo, solo cuando tres o más clasificaciones de grupos coherentes indiquen que dos máquinas son coherentes, éstas no deberán separarse. Si cualquiera de ellas es coherente con alguna de la zona de interna, pasará a formar parte del área intermedia. En caso contrario, serán parte del área externa y podrán agregarse en equivalentes.

Para ilustrar el proceso del algoritmo se hará uso de resultados hipotéticos para una red de 10 máquinas. Se emplea una representación tipo matricial para colocar los grupos coherentes resultantes de cada uno de los métodos utilizados. Se supondrá que los resultados de los métodos de perturbaciones singulares y modal-coherente son idénticos. La zona de estudio o de interés la componen los generadores 1 y 8.

Resultados del método de coherencia por aceleración constante:

	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8	m9	m10
G1	1							1		
G2		1	1		1					
G3				1		1	1			
G4									1	1

Resultados del método de coherencia mediante series de Taylor:

	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8	m9	m10
G1	1				1			1		
G2		1	1							
G3				1		1	1			
G4									1	1

Resultados de los métodos de perturbaciones singulares y modal-coherente:

	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8	m9	m10
G1	1							1		1
G2		1	1							
G3				1	1	1	1			
G4									1	

Los arreglos matriciales se pueden interpretar de la manera siguiente. Para los resultados del método de coherencia considerando aceleración constante los grupos coherentes son:

grupo 1: 1-8

grupo 2: 2-3-5

grupo 2: 4-6-7

grupo 1: 9-10

El proceso del algoritmo continúa al hacer un barrido para cada máquina, asociándola con otras de acuerdo con los resultados de los métodos de coherencia. Por ejemplo, para la

máquina número 1: El método de coherencia por aceleración indica que es coherente con la 8; el método de coherencia mediante series de Taylor indica que es coherente con 5 y 8; los otros métodos indican coherencia con 8 y 10. Así, los cuatro métodos indican coherencia de la máquina 1 con la 8; dos métodos muestran coherencia con la 10, y uno indica coherencia con la 5. De manera semejante se analizan las demás máquinas. Por tanto, se puede escribir para todos los grupos:

m1: 8, 5, 8, 8, 10, 8, 10

m2: 3, 5, 3, 3, 3

m4: 6, 7, 6, 7, 5, 6, 7, 5, 6, 7

m9: 10, 10

Ya que dos resultados indican coherencia de la máquina 10 con la 1, aquella pasa a formar parte de la zona intermedia. La máquina 9 es coherente con la 10 y va también a formar parte de la zona intermedia. Los resultados indican que la máquina 5 es coherente con la 1 (una vez), con la 2 (una vez) y con la 4 (dos veces); por tanto, se agrupa con esta última, que a su vez es coherente con la 6 y 7. Las máquinas 2 y 3 forman un grupo fuertemente coherente. Así, la división de la red es la siguiente:

Zona interna = {1, 8}

Zona intermedia = {9-10}

Zona externa = {2-3, 4-5-6-7}

La forma rigurosa del algoritmo no permite agregar grupos dentro de la zona intermedia y si existe ambigüedad de resultados para algún elemento (por ejemplo, la máquina 5 en el caso anterior, que es coherente con diferentes grupos), éste se considera dentro de la

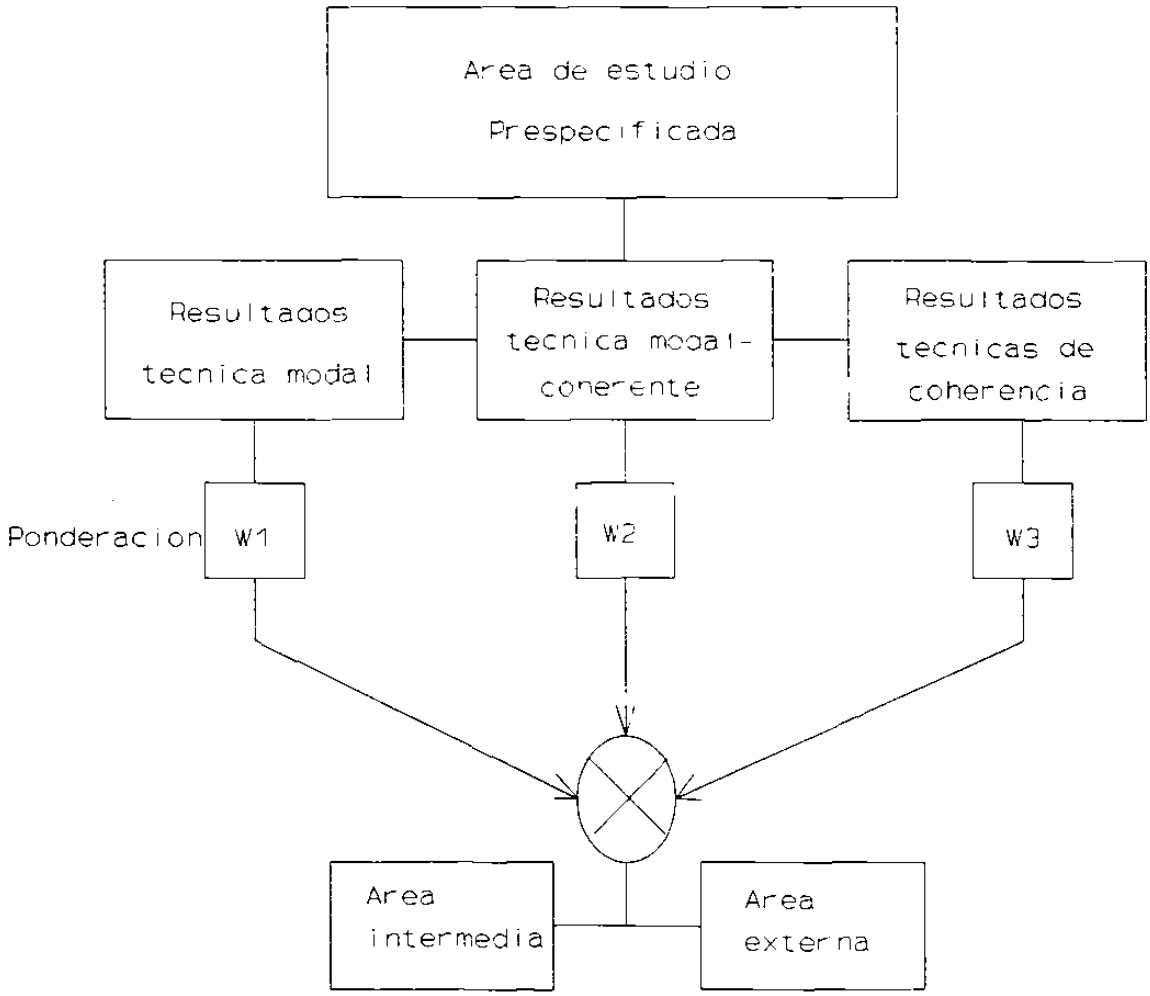


Fig. 4.7 Diagrama esquemático del algoritmo para dividir la red

zona intermedia. Al hacer flexible el algoritmo se permite agregar grupos dentro de la zona intermedia y, para que un elemento forme parte de esta zona, es necesario que tres o más resultados indiquen que es coherente con alguno de la zona de interés.

De esta forma las máquinas del sistema pertenecen a alguna de las siguientes zonas:

Zona Interna: Especificada de antemano.
Zona Intermedia: Máquinas cuya dinámica está muy relacionada con las fallas dentro de la zona interna.
Zona Externa: Grupos de máquinas que pueden agregarse por no tener relación estrecha con las fallas del área interna.

Nótese que el área externa se compone de grupos coherentes y de cada grupo se toma el generador equivalente. La Figura 4.7 es un diagrama ilustrativo del algoritmo presentado, donde las ponderaciones W_i sirven para indicar que se tiene más confianza en los resultados de las metodologías que incluyen una falla trifásica, que en los de aquellas que no lo hacen.

En general, para cada área de la red nacional, dividida en las 3 zonas mencionadas, se ha logrado reducir a 2/3 del total de máquinas en el caso más estricto. Podría lograrse una mayor reducción (1/2) a costa de una disminución en la calidad de los resultados. Esto dependerá del estudio que se desee realizar con los equivalentes.

4.11 Metodología propuesta

A continuación se propone un procedimiento a seguir en la formación de equivalentes dinámicos en sistemas reales. Este procedimiento utiliza las ventajas de las metodologías analizadas en el presente capítulo.

a) Especificación del equivalente. Es importante la especificación del equivalente deseado, siendo necesario definir el área eléctrica, los nodos y líneas a retener, así como la naturaleza de los estudios a realizar, lo que influirá en el grado de reducción de la red en el área de interés o de estudio. Se seleccionan el detalle en el modelado de generadores,

inclusión o no de sistemas de control, para cada zona de la red.

b) *Reducción de la red*. Para la condición de operación de interés, se eliminan todos los nodos de carga que no sean importantes ni sean de interés. El método de eliminación debe ser confiable y el proceso de reducción debe detenerse cuando sea alta la generación de enlaces ficticios. Esto es a juicio del analista.

c) Verificación de factibilidad del sistema de interés y delimitación de la red en zonas. La zona de estudio se define a priori y se compone de todos aquellos generadores que se desea conservar debido a un interés particular. En este trabajo se forman redes equivalentes válidas para cualquier contingencia que ocurra dentro de la zona de estudio. Para lograr esto se hace uso del factor de correlación de las DEC dado en (4.90). Se elige un nodo *central* y varios nodos *candidatos*. Usando las DEC para las fallas trifásicas ocurridas en esos nodos y verificando con los factores de correlación, se decide si es posible formar una zona de contingencias en la que queden incluidos todos los nodos generadores de la zona de interés. De no ser así, se propone dividir la zona de estudio en dos partes y formar un equivalente para cada una de ellas. Se considera que si se forma el equivalente para una zona de interés donde sus nodos de generación no estén fuertemente correlacionados, los resultados respecto al caso base serán de buena calidad o no, dependiendo del nodo en que ocurra la falla.

Una vez que se delimita adecuadamente la zona de estudio, el siguiente paso es obtener los generadores fuera de la zona de interés que son agregables. Se propone que con el objeto de conservar la calidad de los resultados, los generadores que están fuera de la zona de estudio formen dos zonas adicionales: *i)* la zona intermedia, compuesta por generadores relacionados estrechamente con los de la de estudio; *ii*) la zona externa, formada por todos los generadores que son agregables. Dependiendo de la rigurosidad de los estudios a realizar, el algoritmo presentado en la sección 4.9 permite manejar el número de

generadores en la zona intermedia. La zona externa queda formada por grupos coherentes. Puede obtenerse un solo generador equivalente para esta área, o un equivalente por cada grupo coherente geográficamente cercano. Con la utilización de la zona intermedia no es necesario usar un índice de agregación para evitar agregar en exceso, ya que los resultados son de carácter conservador.

d) Agregación de generadores pertenecientes a una misma central. Es recomendable que se agreguen la mayor cantidad posible de los generadores de las centrales dentro del área de estudio. Sin embargo, la decisión la tomará el analista dependiendo del estudio que desee realizar. La agregación de generadores en las centrales impide observar las probables oscilaciones entre generadores de una misma planta, o efectos de los sistemas de control automáticos de los generadores individuales.

La agregación se efectúa utilizando las expresiones (3.37)-(3.46) para la obtención de los parámetros de la máquina equivalente y el voltaje del nodo de generación respectivo. También, se emplean las expresiones (4.1)-(4.5) para calcular las potencias, reactancia e inercia del generador equivalente.

En el caso de generadores con sistema de control, en el Capítulo 3 se ha mostrado la aplicabilidad de la técnica de ajuste de curvas de respuesta a la frecuencia, para la obtención de los parámetros del excitador equivalente. Puede seguirse una técnica semejante para agregar otros tipos de excitadores, estabilizadores o reguladores de velocidad.

e) Agregación de generadores de áreas coherentes. En este estudio se observó que cuando se agregan en equivalentes las máquinas con mayores inercias, se deterioran los resultados de los sistemas reducidos. Por lo que se sugiere no agregar las 4 o 5 máquinas

más grandes en potencia generada y/o en inercia.

Para agregar los generadores de un grupo coherente se emplean las expresiones (5.1)-(5.5) y (5.8)-(5.10) con las que se calculan impedancias para transformadores equivalentes y admitancias en derivación en los nodos de alta, con el fin de preservar el estado estable de la red sin necesidad de usar transformadores defasadores. El voltaje del nodo generador equivalente se elige como el promedio de los voltajes generadores del grupo coherente.

f) Reducción de orden de los modelos de elementos. Esta reducción es opcional de acuerdo a los estudios a realizar así como la precisión requerida. La reducción eliminará el número de variables a analizar y posibilitará la aplicación de otras técnicas o métodos para realizar estudios específicos de interés, como pueden ser la influencia o ajuste de parámetros, etc.

g) Verificación del equivalente. Para comprobar la calidad del equivalente, se hace un análisis modal del sistema reducido y se verifica que se preserven cercanamente los modos en los que intervienen las máquinas del área en estudio. Además, es aconsejable hacer uso de simulaciones en el tiempo. Es de interés observar el comportamiento del ángulo del rotor de las máquinas y los flujos de potencia real en las líneas.

h) Perspectivas. Es posible mejorar la calidad de los equivalentes si en el algoritmo de división de la red se emplea un solo método de identificación de grupos coherentes que permita la inclusión de una falla, y se usan resultados ante diversos nodos de falla dentro de la zona de estudio. Así, puede formarse un equivalente válido ante cualquier contingencia dentro de la zona de interés sin necesidad de que los nodos dentro de ella estén fuertemente correlacionados.

Alternativamente, pueden considerarse equivalentes para diversas condiciones de operación

y ante una falla determinada, en lugar de equivalentes para una zona de contingencias y una condición de operación. La posibilidad de combinar estas dos variantes es un tema de investigación importante.

4.12 Resumen del capítulo

En este capítulo se han presentado las bases teóricas de métodos para identificar grupos coherentes con una base matemática formal, mismos que han sido aplicados a una red eléctrica real. Se han empleado técnicas que aproximan numéricamente un sistema de alto orden a uno de orden menor.

El método de las realizaciones balanceadas ha mostrado ser útil para el cálculo de índices que ayuden a tomar decisiones sobre el grado de agregación de generadores para evitar un deterioro sustancial de los resultados. Sin embargo, en redes de gran tamaño el balanceo de la realización es computacionalmente costoso. Por ello, se considera importante seguir investigando sobre este tipo de índices mediante técnicas menos exigentes en cuanto a recursos computacionales. Para sistemas de potencia con gran cantidad de generadores se propone el siguiente proceso: *i)* Reducir el tamaño del sistema mediante técnicas de equivalentes dinámicos a aproximadamente 30 generadores. *ii)* Aplicar el algoritmo de realizaciones balanceadas al sistema reducido obtenido en *(i)* y calcular los valores singulares del sistema transformado. *iii)* Continuar la reducción usando para este fin los valores singulares del sistema balanceado. El objetivo es que en la primera reducción, paso *i*, se agreguen los generadores cercanamente coherentes (por ejemplo los que conforman una central eléctrica) y que la segunda sirva para evitar sobreagregar, esto es, evitar la consecuente pérdida de calidad en los resultados. Atrás de la técnica de realizaciones balanceadas está la suposición de un modelo asintóticamente estable. Además, los cálculos para el balance de las ecuaciones son bastante costosos computacionalmente. La técnica

es atractiva, pero es conveniente investigar otros índices que sean confiables e indiquen el grado de deterioro de los resultados en el proceso de agregación de los grupos de generadores coherentes. Este es todo un tema de investigación importante.

La agregación de generadores en centrales eléctricas mediante la técnica propuesta reduce significativamente el número de ecuaciones y el tiempo de cálculo para estudios de estabilidad transitoria. La suposición de coherencia entre las máquinas de una misma central ha quedado formalizada con las condiciones de Coherencia Geométrica Estricta. El equivalente obtenido preserva cercanamente el comportamiento del desplazamiento angular *promedio* y de los flujos de potencia en las líneas, como se observa de la comparación de los resultados calculados con la máquina equivalente y con el caso base. Con la utilización del *transformador equivalente* con relación de transformación unitaria se reproducen los resultados del estado estable, y el principal beneficio es no tener que manejar una matriz de admitancias nodal asimétrica, lo cual es ventajoso para las técnicas eficientes de manejo de matrices. La metodología utilizada en la obtención de los parámetros equivalentes de la máquina y sistemas de excitación, presenta resultados satisfactorios y es válida en la agregación de otros sistemas de control (sistemas de gobernación, estabilizadores , otros tipos de sistemas de excitación).
Para las reactancias transitorias de eje directo equivalentes se ha encontrado que sus valores tienden a ser cercanos a los valores de las reactancias paralelo correspondientes. Los parámetros equivalentes de los sistemas de excitación Tipo 1 tienden a situarse entre los valores de los excitadores individuales, y como una primera aproximación podría emplearse un promedio aritmético.

En el capítulo se analizan y clarifican conceptos de diferentes enfoques representativos del problema de identificación de grupos de generadores coherentes, para estudios de estabilidad transitoria. El hecho de disponer de varias opciones para abordar el problema

conduce a la obtención de equivalentes confiables. Las metodologías empleadas se han seleccionado debido a sus argumentos formales y a su aplicabilidad a una red real.

El método modal-coherente es el más accesible y su algoritmo el de menor carga computacional. El disturbio importante es el escalón ZMIID en la potencia mecánica de cada una de las máquinas, proporcional al cuadrado de sus constantes de inercia. Este disturbio, junto con el cálculo de las medidas de coherencia rms entre cada par de generadores, es suficiente para determinar grupos de generadores coherentes sin necesidad de simulación en el tiempo ni el cálculo de la eigenestructura. Los equivalentes modal y coherente derivados de la medida de coherencia rms son semejantes. El método modal-coherente identifica los grupos estrechamente interconectados, y de esos grupos se eliminan las oscilaciones de alta frecuencia. El método modal-coherente presenta otras características, de las cuales la más sobresaliente es la suposición de que las ecuaciones de oscilación linealizadas representan un sistema asintóticamente estable. Esta suposición se introduce para facilitar la tarea en el cálculo de la medida de coherencia. La desventaja de estos métodos es que no se formaliza la manera de elegir un nivel de agregación en el momento de formar los grupos para evitar agregar demasiados generadores.

El equivalente modal tiene el atractivo computacional de manejar un modelo cuya matriz característica **A** no es de orden $2n \times 2n$, sino $n \times n$; esto debido a que desprecia el amortiguamiento de los modos mecánicos y supone una matriz Y_{nodal} simétrica. Se hace notar que los r modos de baja frecuencia se consideran los r modos más lentos de A; esta elección de r a priori es una de las críticas importantes al método. Una vez que se eligen los r modos más lentos, el interés es encontrar una matriz de agrupación L_g que indique cómo quedan conformadas las áreas coherentes. Esto se logra aplicando un algoritmo para determinar la matriz dicotómica L_d sin necesidad del cálculo de la eigenestructura. Esto le da a la técnica un gran atractivo, ya que maneja una matriz característica **A** de $n \times n$. No

obstante, el método tiene las siguientes desventajas: *a)* la elección de *r* a priori; *b)* no es posible obtener una separación en áreas para un disturbio particular.

A semejanza de la metodología modal, los métodos basados en coherencia hacen uso de propiedades para obtener la eigenestructura completa (derecha e izquierda) de la matriz A (2n x 2n) a partir de $\bar{A}$ (n x n). A diferencia de otros métodos, los de coherencia consideran que la localización explícita de la falla es fundamental en las potencias acelerantes experimentadas por las máquinas durante la falla y, por ende, sobre la coherencia de las máquinas. Las consideraciones más importantes del algoritmo de coherencia hacen que sólo sea necesario manejar una matriz característica A, durante todo el estudio, disminuyendo la carga computacional, pero la desventaja es la necesidad del cálculo de los eigenvalores de A_1 de orden (n-1) x (n-1).
Para evitar realizar simulación en el tiempo, se hace uso de la solución modal de las ecuaciones diferenciales a fin de identificar los generadores coherentes. Se hace uso de una medida de coherencia rms, que resulta fácil de calcular una vez determinada la eigenestructura. Con los índices de coherencia y mediante la regla transitiva de reconocimiento de coherencia se eligen los grupos coherentes. El método es ingenioso y relativamente simple pero a pesar de utilizar la matriz A_1, para sistemas de gran escala el costo computacional del cálculo de la eigenestructura es gravoso. Un valor típico del umbral de coherencia ϵ es alrededor de 0.087 rad (5 grados eléctricos).

De las metodologías utilizadas, ninguna de ellas por si sola es suficiente para obtener equivalentes dinámicos que sean aplicables a todo sistema eléctrico con cualquier condición de operación y para cualquier perturbación. Primero, todos los métodos se formulan linealmente, lo que ya de por sí es una limitante porque el problema original de estabilidad transitoria es no-lineal. Segundo, la mayoría de las técnicas están basadas en consideraciones que permiten obtener un algoritmo computacionalmente aplicable y

competitivo.

Se han aplicado medidas de distancia con el objeto de clasificar el grado de severidad que una falla tiene sobre las máquinas. Debido a su facilidad de implementación y rapidez de cálculo estas medidas se han empleado para localizar zonas de estudio, es decir, zonas en las que los efectos eléctricos sobre sus nodos están fuertemente correlacionados, por lo que el equivalente formado para ellas tiene muchas posibilidades de ser único para toda esa zona.

En este capítulo se ha propuesto un algoritmo para dividir la red en las zonas interna, intermedia y externa, con el objeto de construir equivalentes de calidad. La problemática para modelos reducidos en sistemas multimáquinas no es un asunto totalmente resuelto, ya que en él influyen diversos factores (distancias eléctricas, inercias mecánicas, estados de operación, etc.). El algoritmo toma en consideración varios de estos factores a través de los resultados de los métodos de identificación de coherencia, por lo que se obtienen equivalentes dinámicos confiables.

Finalmente se ha propuesto una metodología para formar equivalentes dinámicos, válidos para una zona de contingencia, basada en medidas de distancia y en el algoritmo para dividir la red en zonas, siendo esta metodología aplicable a una red real.