

TM

2665

PCFM

1983

P4



1020071019

DEDICATORIA

A MIS PADRES Y HERMANOS

A CRISTINA VILLARREAL NAVARRO

Y A QUIENES HAN SACRIFICADO EL BIENESTAR PROPIO Y DE
SUS FAMILIAS POR UN IDEAL

RECONOCIMIENTO.

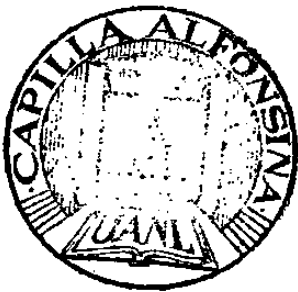
Agradezco el apoyo académico brindado por el licenciado M.C. CARLOS FLORES JAUREGUI, catedrático de la Universidad Autónoma de Nuevo León y mi asesor en la elaboración de este trabajo.

Agradezco, asimismo, profundamente al DR. THOMAS L. BAUER y AL DR. ANDREJ H. PRADZYNKI; el primero, supervisor del Reactor Nuclear y profesor de la Universidad de Texas en Austin y el segundo químico del Laboratorio del Reactor Nuclear y profesor de la misma institución, quienes me asesoraron en la investigación desarrollada durante mi estancia en dicha Universidad.

Igualmente expreso mi agradecimiento al DR. FEDERICO RODRIGUEZ, catedrático de la Universidad Autónoma de Nuevo León, por su valiosa orientación académica en la realización de este trabajo de investigación; y a todos los que de una u otra forma hicieron posible su conclusión.

José Nicolás Pecina Cruz.

74
26651
FCFM
1983
P4



153091

DETERMINACION DE CROMO EN SUERO DE BOVINOS MEDIANTE
EL METODO DE ANALISIS POR ACTIVACION CON NEUTRONES.

INVESTIGACION DESARROLLADA EN EL LABORATORIO DEL REAC
TOR NUCLEAR TRIGA MARK I DEL DEPARTAMENTO DE INGENIERIA NU
CLEAR. ESCUELA DE INGENIERIA MECANICA. UNIVERSIDAD DE TE
XAS EN AUSTIN, E.U.A. VERANO DE 1981.

TRABAJO PRESENTADO POR JOSÉ NICOLAS PECINA CRUZ, PARA
OBTENER EL GRADO DE MAESTRIA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD
EN INGENIERIA NUCLEAR.

DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES.
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO MATEMATICAS,
UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
SEPTIEMBRE DE 1983.

DETERMINACION DEL CONTENIDO DE CROMO EN SUERO DE BOVINOS
MEDIANTE EL METODO DE ANALISIS POR ACTIVACION CON NEUTRO
NES.

A B S T R A C T O

Existen algunas investigaciones que se han realizado en diferentes países en las cuales se ha demostrado que al aumentar la ración de cromo en los alimentos proporcionados a algunas ratas (1) se observan variaciones en la asimilación de glucosa en sus células. Este hecho motivó a algunos investigadores de la Facultad de Veterinaria de la Universidad de Zacatecas a experimentar con bovinos con la idea de incrementar el peso de estos.

Tales investigaciones pretenden encontrar la cantidad óptima de cromo que debe ser administrada a los bovinos sin provocar su muerte por envenenamiento. La dificultad de determinar trazas en cantidades menores de partes por millón (p.p.m.) por los métodos químicos conocidos, despertó en ellos el interés de utilizar un método físico muy preciso. Como lo es el Análisis por Activación con Neutrones, (A.A.N.).

En este trabajo fueron irradiadas tres muestras de suero, de un mililitro cada una en las que se suponía existía

cromo en las siguientes proporciones 0 p.p.m., 5 p.p.m. y 40 p.p.m. puesto que se había incrementado la ración de cromo en las proporciones anteriores a los bovinos bajo estudio. No obstante, se obtuvieron cantidades mucho más pequeñas: como fueron 0.07 p.p.m. en la muestra testigo, 0.16 p.p.m. en la muestra para la cual se suponía una concentración de 5 p.p.m. y 0.66 p.p.m. en la muestra para la cual se creía existía una concentración de cromo de 40 p.p.m.

Se realizaron dos irradiaciones con dos propósitos; una con el fin de determinar si existía o no cromo en la muestra testigo; ya que en la primera irradiación no se detecto absolutamente nada, el otro propósito era comparar los resultados obtenidos en ambas irradiaciones. En la segunda irradiación se incrementó la cantidad de suero mante niéndose casi el mismo tiempo de irradiación.

Las muestras fueron irradiadas en el soporte rotatorio llamado Lazy Susan de un reactor Triga Mark I; el flujo en esta parte del reactor fue del orden de 10^{14} n/cm²-s. El tiempo de irradiación en la primera exposición fue de 2.5 horas y en la segunda fue de 2 horas. Las muestras fueron contadas en un detector Ge(Li) de 34.98 cm³ de volumen activo.

I N D I C E

Pág.

PORTADA

RECONOCIMIENTO

INTRODUCCION 1

CAPITULOS:

I EXPERIMENTO.....	6
II PRECISION Y SENSIBILIDAD.....	10
III RESULTADOS Y DISCUSION.....	11
IV CALCULO DEL FLUJO TERMICO, EPITERMICO Y TOTAL EN EL LAZY SUSAN DEL REACTOR TRIGA MARK I.....	14
V DETERMINACION CUANTITATIVA DE LA INTERFERENCIA DEBI DO A LA REACCION $^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$	23
VI DETERMINACION DE LA EFICIENCIA DEL DETECTOR DE GE(LI).....	31
VII DEDUCCION DE LAS ECUACIONES IMPLICADAS EN EL CALCULO DE LA EFICIENCIA ABSOLUTA, INTRINSECA Y RELATIVA DE FOTOPICO DEL DETECTOR GE(LI).....	40
VIII AJUSTE MEDIANTE EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS DE LA FUNCION PARA LA EFICIENCIA PROPUESTA POR A.AHMAD Y P.W. GRAY.....	50
IX PRUEBAS ESTADISTICAS DE AJUSTE E INTERVALOS DE CON- FIANZA PARA LA EFICIENCIA.....	53
X PROGRAMA FORTRAN QUE AJUSTA LA CURVA DE LA EFICIEN- CIA Y CALCULA LA MATRIZ DE VARIANZA.....	58

XI CALCULO DE LAS CANTIDADES DE CROMO PRESENTES EN LAS MUESTRAS DE SUERO..... 65

APLICACIONES..... 81

SUGERENCIAS..... 82

APENDICES

I DEDUCCION DE LA ECUACION PARA CALCULAR TRAZAS DE ELEMENTOS SIN EL USO DE STANDARDS Y DE UNA ECUACION IMPLICADA EN EL CALCULO DEL FLUJO..... 84

REFERENCIAS..... 91

I N T R O D U C C I O N

El análisis por activación con neutrones consiste en someter a un bombardeo de neutrones los elementos que componen una muestra y enseguida registran en un detector de rayos gamma elementos que son sensibles a sufrir una reacción $X (n, \gamma) Y$, de esto se concluye inmediatamente que no todos los elementos que componen una muestra pueden ser detectados por este método sino sólo aquellos que tengan cierta probabilidad de sufrir este tipo de reacción nuclear: llamada captura radiactiva.

Existe otro método físico que es aplicado en la determinación de trazas de elementos: llamado fluorescencia de rayos X y consiste en excitar los niveles atómicos más ligados con la consecuencia emisión de los rayos X característicos del elemento excitado. Aunque con este método siempre es posible determinar trazas de elementos, no proporciona la precisión obtenida mediante el análisis por activación con neutrones. Una inconveniencia que puede presentar el método de análisis por activación con neutrones en la determinación de la concentración de algún elemento en una muestra, es que éste no posea una probabilidad suficiente grande de sufrir captura radiactiva y entonces para activarlo es necesario un tiempo de irradiación demasiado

prolongado y esto puede provocar que elementos de menor interés y más sensibles a la captura radiactiva se activen demasiado, haciendo imposible su manejo.

En este caso particular, en el cual se desea determinar cromo en una muestra de suero, la gran cantidad de sodio presente en este tipo de muestra orgánica, alcanza un grado de activación muy alto, la cual imposibilita detectar el fotópico del cromo formado por la emisión de un rayo gamma de 320 kev. Así que fue necesario dejar decaer la muestra por un tiempo de alrededor de cuatro semanas dando oportunidad a que decayera el sodio y otros elementos de vida media corta que producían un background demasiado pronunciado.

La selección en esta investigación del método de Análisis por Activación Neutrónica (A.A.N.) se debe principalmente a que con este método se ha reportado en algunos artículos una sensibilidad en la detección de cromo del orden de 5×10^{-11} gr (2), mientras que con el método de fluorescencia de rayos X la sensibilidad reportada ha sido del orden de 1.1 partes por billón (p.p.b.). (3).

Otra ventaja que presenta el método de activación por neutrones es su relativa sencillez en el cálculo de la ma-

sa de los elementos mediante el conocimiento de la masa de los elementos standard que son irradiados conjuntamente con la muestra.

Es posible calcular la masa de los elementos en una muestra sin utilizar ningún elemento standard (4) la única inconveniencia que existe es que la fórmula para hacer este cálculo depende del flujo en el reactor, la eficiencia y otros parámetros, los cuales deben ser calculados con bastante exactitud. Si deseamos obtener resultados muy precisos en la determinación de las masas de los elementos presentes en la muestra.

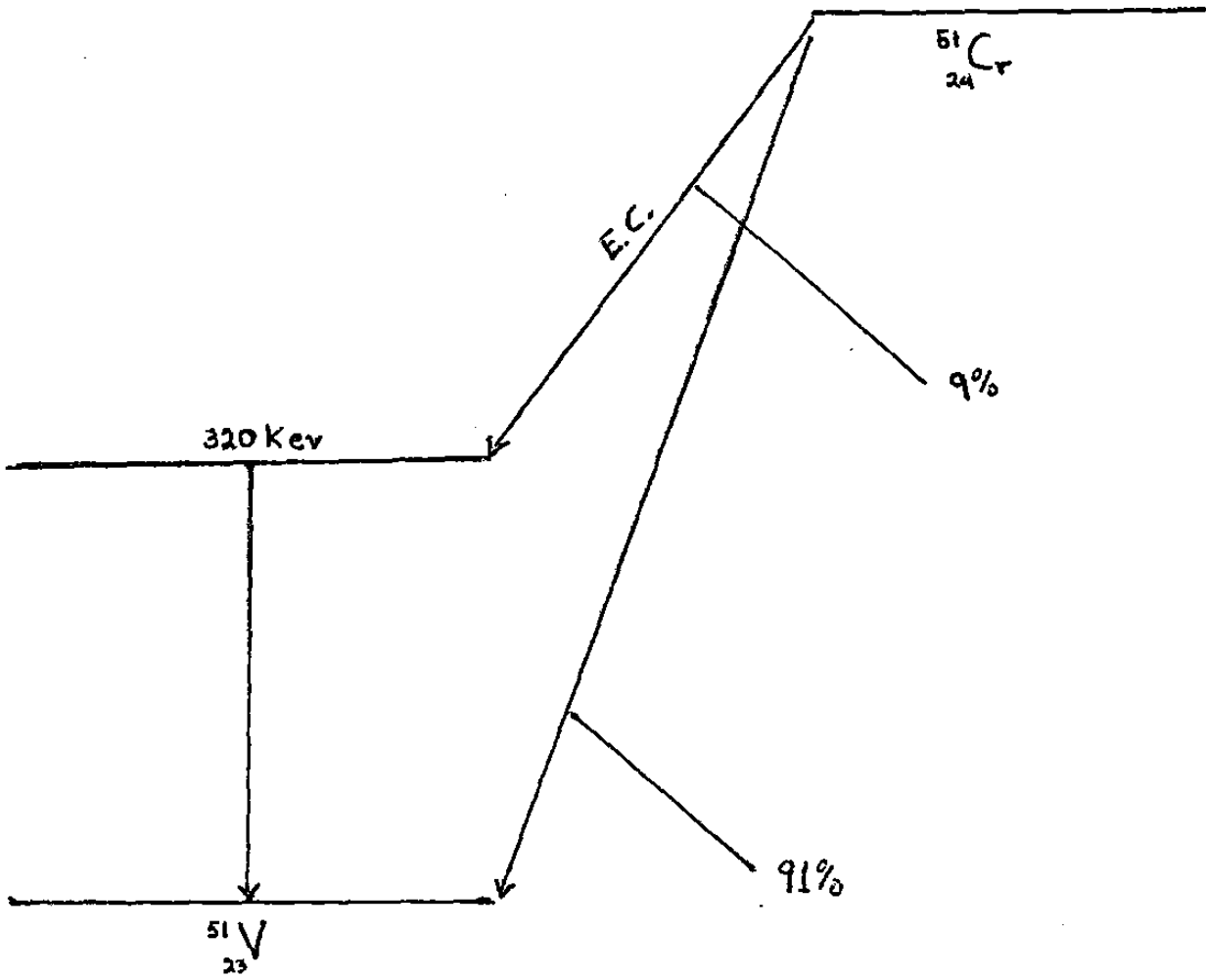
En este trabajo se produjo una interferencia despreciable debido al hierro presente en la muestra causada por la reacción $^{34}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$, pero fue posible determinar el orden de esta interferencia en la determinación de cromo gracias a la aplicación de la fórmula para determinar masas de los elementos en una muestra sin utilizar elementos standards.

La reacción mediante la cual determinamos la masa de cromo con la muestra de suero fue $^{50}\text{Cr}(n,\gamma)^{51}\text{Cr}$, el Cromo-50 captura un neutrón formándose el núcleo compuesto Cromo-51, el cual decae al capturar un electrón orbital con la emi-

si3n de un rayo gamma de 320 kev., transformándose en Vanadio-51.

La gráfrica de decaimiento muestra que la emisi3n gamma ocurre con una probabilidad del 9% por desintegraci3n del núcleo compuesto.

La eficiencia del detector fue calculada con una precisi3n mejor del 0.05%. El modelo utilizado en el cálculo de eficiencia es el descrito por J. Cline (9) y la utilizaci3n de la ecuaci3n propuesta por A. Ahmad y P.W. Gray (4) ellos reportan una precisi3n mejor del 1%, no obstante la precisi3n fue mejorada (21) mediante la aplicaci3n del algoritmo de Montante (8) en la resoluci3n de las ecuaciones normales que resultan en el ajuste por el método de mínimos cuadrados de la funci3n para la eficiencia de A. Ahmad y P.W. Gray.



Gráfica que muestra la desintegración del Cromo-51 en Vanadio-51. (5).

EXPERIMENTO

Irradiación y Preparación.

La irradiación fue llevada a cabo en recipientes de polietileno denominados polyvials; estos fueron lavados con jabón especial para remover residuos radiactivos y agua potable, continuando el proceso con agua ionizada y una solución de ácido nítrico hasta finalizar con agua ionizada y ácido cítrico.

Los polyvials fueron secados durante 72 horas a una temperatura de 20°C.

Para colocar las muestras de suero en los polyvials se utilizaron micropipetas de 1 ml. y 0.1 ml. El suero fue encapsulado en tres polyvials, siendo sellados los dos polyvials más internos, evitando así una posible fuga o contaminación de la muestra. El tiempo de irradiación fue en la primera exposición de 2.5 horas y en la segunda de 2 horas. En la primera irradiación se colocaron tres muestras de 1 ml. de suero cada una, siendo estas: la muestra testigo que fue marcada con el número 372, la cual se suponía no contenía cromo. Una muestra marcada con el número 22, para la que se creía contenía una concentración de cro

mo de 5 p.p.m. Por último la muestra marcada con el número 94, cuya concentración de cromo se presumía era de 40 p.p.m.. Las muestras y el standard el cual contenía 5 μ gr. de cromo en una solución de $K_2 Cr_2 O_2$ fueron colocadas en Lazy Susan.

La segunda irradiación se realizó con unas copias de las primeras muestras, pero se aumentó la cantidad de suero. La muestra testigo con 4.6 ml. fue marcada con el número 104; la muestra para la cual se suponía una concentración de cromo de 5 p.p.m. con 3.4 ml., fue marcada con el número 72; y la última con 3.0 ml. marcada con el número 91 y cuya concentración se creía era de 40 p.p.m.

El standard, marcado con el número 308 con una concentración de cromo de 1 mgr. y las muestras anteriores se irradiaron durante 2 horas en el Lazy Susan.

El flujo del reactor calculado en el Lazy Susan con una muestra de Zirconio fue de $4.68 \pm 1.03 \times 10^{-8}$ n/cm² -s.

La potencia del reactor de 250 kw. se mantuvo en un 94% los primeros 32 minutos y en un 100% los últimos 28 minutos ya que la muestra de Zirconio fue irradiada durante 1 hora.

En la irradiación de las muestras se mantuvo la misma potencia y el Lazy Susan rotando a una velocidad uniforme para conservar un flujo constante.

Las muestras fueron contadas a 3 cm. de distancia fuente-detector, en un detector de Ge(Li) cuyo volumen activo era de 34.98 cm^3 , el sistema de conteo era un analizador Multicanal adaptado a una microcomputadora Nova-800 la cual podía localizar 150 fotópicos en 4096 canales del espectro del detector Ge(Li) con una rapidez de 1000 canales/min. (6).

Las muestras se dejaron decaer por 4 semanas. Una de ellas, que fue utilizada en el cálculo de la interferencia $^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$, se dejó decaer por 45 días, siendo el tiempo de conteo de las muestras hasta de 72 horas.

Se determinó experimentalmente la eficiencia del detector Ge(Li) a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12 y 13 cm. de distancia fuente-detector, las fuentes utilizadas fueron ^{133}Ba , ^{60}Co , ^{137}Cs , ^{152}Eu y ^{226}Ra . Se elaboró un programa que ajusta por el método de mínimos cuadrados la función de A. Ahmad y P.W. Gray (4) para la eficiencia, además dicho programa calcula el coeficiente de correlación lineal múltiple, la desviación standard, la matriz de varianza y hace la prueba

de chi-cuadrada para la bondad de ajuste.

El programa fue corrido en una computadora CYBER 70-12 y el tiempo de ejecución del programa es de 11.42 segundos.

PRECISION Y SENSIBILIDAD

Con este procedimiento es posible determinar cantidades tan bajas de cromo como 5×10^{-8} gr. (2), la única posible interferencia bajo las circunstancias dadas es debido a la reacción $^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$. No obstante, no se presentaron interferencias serias, pues la cantidad de cromo producida por la reacción $^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$ durante la irradiación y el tiempo de decaimiento fue de 6.80×10^{-18} gr/ml. la cual resulta despreciable si se compara con la cantidad mínima de cromo calculada en las muestras irradiadas que fue de $7.81 \pm 4.88 \times 10^{-8}$ gr. para la muestra testigo.

La distribución del flujo fue homogénea, pues el Lazy Susan se mantuvo girando obteniendo en promedio un flujo constante con la posición.

La geometría en la colocación de las muestras no varió, no obstante, se determinó la eficiencia absoluta de fotópico del detector con varias fuentes: ^{133}Ba , ^{60}Co , ^{137}Cs , ^{152}Eu y ^{226}Ra . Se obtuvo una precisión mejor del 0.05%.

RESULTADOS Y DISCUSION

Los resultados de las concentraciones de cromo en p.p.m. calculadas en la primera y segunda irradiación se muestran en las siguientes tablas:

PRIMERA IRRADIACION		
CONCENTRACIONES DE CROMO EN P.P.M.		
Muestra I (372)	Muestra II (22)	Muestra III (94)
0	0.1579 ± 0.0679	0.6666 ± 0.1577

SEGUNDA IRRADIACION		
CONCENTRACIONES DE CROMO EN P.P.M.		
Muestra I (104)	Muestra II (72)	Muestra III (91)
0.07441 ± 0.04644	0.1737 ± 0.0604	0.2857 ± 0.0229

En la muestra I se creía que no había cromo, ya que este suero se obtuvo de los bovinos cuando aún no se les administraba cromo en los alimentos, en la muestra II se estimaba una concentración de cromo de 5 p.p.m. puesto que

se les proporcionó en los alimentos y en la muestra III se suponía que el aumento de cromo en la ración de alimentos conduciría a una concentración de éste de 40 p.p.m.

El análisis químico utilizado fue la absorción atómica, pero este método proporciona una gran incertidumbre cuando se pretenden calcular concentraciones por debajo de 40 p.p.m.

Las muestras III, marcadas con el número 94 en la primera irradiación y con el 91 en la segunda, no concuerdan con bastante exactitud. No obstante, los resultados obtenidos en la primera irradiación deben ser más precisos que los de la segunda, puesto que, las muestras de la primera irradiación eran de menos volumen y por lo tanto las variaciones en el flujo de neutrones al penetrar la muestra son mucho menores.

El flujo fue calculado por el método de los dos detectores, éste, es descrito en el capítulo V. Y fue calculado dos veces, puesto que, en la primera la potencia del reactor fue muy variable y por lo tanto, el valor obtenido de esta forma no se podía considerar muy preciso, así que, se volvió a irradiar una muestra de Zirconio y la potencia se mantuvo prácticamente constante e igual que cuando fueron

irradiadas las muestras de suero.

La precisión en la determinación de trazas de elementos exige precisión en el cálculo de la eficiencia, ésta precisión fue mejorada (25) de 1% al 0.05% al aplicar el algoritmo de Montante (8) en la resolución de las ecuaciones normales que resultan al ajustar por mínimos cuadrados la ecuación de la eficiencia propuesta por A. Ahmad y P.W. Gray (4) cuya forma es:

$$\epsilon_{fic} = \{A_1 + A_2 \ln E + A_3 (\ln E)^2 + A_4 (\ln E)^3 + A_5 (\ln E)^5 + A_6 (\ln E)^7\} /$$

El procedimiento para determinar la eficiencia absoluta y relativa de fotópico es descrito en el capítulo VII.

El cálculo de las concentracuibes de cromo en las muestras se descubren en el capítulo XII.

CALCULO DEL FLUJO TERMICO Y EPITERMICO EN EL LAZY SUSAN
DEL REACTOR TRIGA MARK I.

La determinación de los flujos térmico (ϕ_{th}), epitérmico (ϕ_e) y total (ϕ_t), se realizó mediante el método de irradiación de dos detectores con una muestra de zirconio. Este método se describe a continuación:

Sea R_1 la razón de interacción por átomo en el detector 1 debido a los neutrones térmicos y epitérmicos incidiendo en él y sea R_2 la razón de interacción por átomo en el detector 2.

Si ϕ_{th}, ϕ_e son los flujos térmicos y epitérmicos en el Lazy Susan del reactor entonces.

$$R_1 = \phi_{th} \sigma_{01} + \phi_e I_1 \text{ para el detector 1} \quad (1)$$

$$R_2 = \phi_{th} \sigma_{02} + \phi_e I_2 \text{ para el detector 2} \quad (2)$$

Donde σ_{01}, σ_{02} son las secciones transversales microscópicas del detector 1 y 2 de la reacción en consideración (captura radiactiva) para los neutrones térmicos y I_1 y I_2 son las secciones transversales microscópicas de interacción para los neutrones epitérmicos.

Resolviendo dichas ecuaciones por el método de suma y

resta o cualquier otro, tenemos que:

$$Q_{th} = \frac{R_1 I_2 - R_2 I_1}{\sigma_{01} I_2 - \sigma_{02} I_1} \quad (3)$$

y

$$Q_e = \frac{R_2 \sigma_{01} - R_1 \sigma_{02}}{\sigma_{01} I_2 - \sigma_{02} I_1} \quad (4)$$

La muestra de zirconio fue colocada en el Lazy Susan donde fueron colocadas las muestras de suero de bovino y el standard de cromo.

Se supuso el flujo de neutrones uniforme en el Lazy Susan ya que este se mantenía girando y las muestras eran muy pequeñas.

La muestra de zirconio tenía un peso de 18.1 gramos, el tiempo de irradiación fue de 1 hora, la potencia del reactor 250 kw. se mantuvo en un 92%.

La actividad de saturación A_{∞} por átomo que es igual a la razón de interacción por átomo R , esta dada por*

$$R = \frac{\lambda (C-B)}{\epsilon_{\lambda}(1-e^{-\lambda t_0}) (e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2}) R_{\gamma} N_0 A} \quad (5)$$

*Véase su deducción en el apéndice I.

donde

P = Probabilidad de emisión gamma

λ = Constante de desintegración

ϵ_A = Eficiencia absoluta del fotópico

t₀ = Tiempo de irradiación

t₁ = Tiempo en que se inició el conteo en el detector Ge(Li)

t₂ = Tiempo en que se finalizó el conteo en el detector Ge(Li)

C = Area del fotopico o número total de cuentas registradas por unidad de tiempo.

B = Backgroundo o número de cuentas por unidad de tiempo debido al background

A = Abundancia del isotopo

No = Número de isotopos radiactivos al sacar la muestra de Zr del reactor

Las reacciones obtenidas en la irradiación son ^{96}Zr (n, γ) ^{97}Zr y ^{94}Zr (n, γ) ^{95}Zr así que los dos detectores son ^{95}Zr y ^{97}Zr .

Datos:

^{95}Zr , $T_{\frac{1}{2}} = 1572$ horas.

^{97}Zr , $T_{\frac{1}{2}} = 16.8$ horas.

$t_0 = 1$ hora

$t_2 = t_1 - 8000$ segundos (tiempo de conteo de la muestra radiactiva)

$m(\text{Zr}) = 18.1$ mg.

TABLA DE DATOS UTILIZADOS EN
LA DETERMINACION DEL FLUJO DEL REACTOR

Isótopo	Energía KeV.	Abundancia	Eficiencia Absoluta a 5 cm. fuente-detector	Sección Transversal Térmica Epitérmica (barns) I (barns)	Cuentas Registradas en t _c = 8000 sg. C - B
⁹⁶ Zr	658.17	2.80%	2.0427X10 ⁻³	0.020 5.0	30881
⁹⁴ Zr	724.18	17.40%	1.7825X10 ⁻³	0.055 0.3	4833

La eficiencia absoluta y la eficiencia intrínseca del detector Ge(Li) donde se llevó a cabo la medición, se determinó a 3 cm. de distancia fuente-detector para cualquier energía.

Así que utilizando la aproximación de J. Cline (9) fue posible determinar la eficiencia absoluta a 5 cm. de distancia fuente-detector. Para las energías 658.174 kev. de los rayos gamma emitidos por ⁹⁷Zr y ⁹⁵Zr respectivamente. La aproximación de J. Cline tiene la siguiente forma:

$$E_a(E, D, H) = \frac{E_I(E)}{4\pi \{ [P_1(E) + D]^2 + f(E, H) \}}$$

Para mayor detalle vea el punto correspondiente a la determinación de la eficiencia.

$t_1 = 69.95$ horas (tiempo en el cual decayó la muestra antes de realizarse el conteo).

La ecuación (5) puede reescribirse sustituyendo $t_2 = t_1 + (t_2 - t_1)$ como:

$$R = \frac{\lambda (C-B)}{\epsilon_{\lambda} P_y N_0 a (1-e^{-\lambda t_0}) (1-e^{-\lambda(t_2-t_1)}) e^{-\lambda t_1}} \quad (6)$$

donde

$$N_0 = \frac{m}{W_{at}} \cdot N_{AV}$$

W_{at} = Peso atómico de la muestra

Calculamos la razón de interacción para Zr^{96}

$$R_1 = \frac{(0.693) (30881 \text{ cuentas})}{16.8h} \times \frac{1}{(2.04 \cdot 27 \cdot 10^{-3}) (1) (18.1 \cdot 602 \cdot 10^{20} \frac{\text{At}}{\text{mol}} \cdot \text{gr}) (0.028) (1 - e^{-\frac{0.693}{16.8h} \cdot 1h})}$$

$$R_1 = 9.448 \times 10^{-10} \text{ Int/hora-atom} \quad)$$

$$R_1 = 2.624 \times 10^{-13} \text{ Int/sg-atom}$$

$$\sigma_{R_1} = 0.4907 \times 10^{-13} \text{ Int/sg-atom}$$

$$(1 - e^{-\frac{0.693}{16.8h} \cdot 2.22h}) e^{-\frac{0.693}{16.8h} \cdot 69.95h}$$

Hagamos el mismo cálculo pero ahora para el ^{94}Zr .

$$R_2 = \frac{0.693}{(1572h)} (4833 \text{ cuentas})$$

$$(1.7825 \times 10^{-3}) (1) \frac{(18.1 \times 6.02 \times 10^{20} \text{ atom/mol. gr}) (0.174)}{91.22 \text{ /mol}} (1 - e^{-\frac{0.693}{1572h} \cdot h})$$

$$R_2 = 1.375 \times 10^{-10} \text{ Int/hora-atom}$$

$$R_2 = 3.821 \times 10^{-14} \text{ Int/sg-atom}$$

$$\sigma_{R_2} = 0.4662 \times 10^{-14} \text{ Int/sg-atom}$$

$$\frac{(1 - e^{-\frac{0.693}{1572h} \times 2.22h}) e^{-\frac{0.693}{1572h} \times 69.95h}}$$

$$Q_{th} = \frac{(2.624 \times 10^{-13} \text{ Int/sg-atom} (0.3 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) - (3.821 \times 10^{-14} \text{ Int/sg-atom}) (5.0 (0.02 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) (0.3 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) - (0.055 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) (5.0 \times 10^{-24} \text{ cm}^2))$$

$$Q_{th} = 4.1758364 \times 10^{10} \text{ neut/cm}^2\text{-sg} \quad \frac{\text{X } 10^{-24} \text{ cm}^2}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{Q_{th}} = 1.0248794 \times 10^{10} \text{ neut/cm}^2\text{-sg}$$

De la ecuación (4) el flujo epitérmico esta dado por:

$$Q_e = \frac{(3.821 \times 10^{-14} \text{ Int/sg-atom} (0.02 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) - (2.624 \times 10^{-13} \text{ Int/sg-atom}) (0.020 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) (0.30 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) - (0.055 \text{ cm}^2 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) (5.0 \times 10^{-24} \text{ cm}^2))$$

$$Q_e = 5.08096665 \times 10^{10} \text{ neut/cm}^2\text{-sg} \quad \frac{0.055 \times 10^{-24} \text{ cm}^2}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{Q_e} = 1.0038885 \times 10^{10} \text{ neut/cm}^2\text{-sg}$$

Así que el flujo total en el Lazy Susan será:

$$Q_t = Q_{th} + Q_e = 4.1758364 \times 10^{10} \text{ neut/cm}^2\text{-sg} + 5.0809665 \times 10^{10} \text{ neut/cm}^2\text{-sg}$$

$$Q_{\text{total}} = 4.68 \pm 1.01 \times 10^{-11} \text{ n/cm}^2\text{-s}$$

Las desviaciones estandard para las razones de interacción por átomo R_1 y R_2 , lo mismo que para los flujos térmico, epitérmico y total se calcularon aplicando la fórmula de propagación del error (10) al realizar una o varias operaciones y esta dada por

$$\sigma_u^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \dots$$

Donde $u(x,y,z,\dots)$ es una función que depende de las cantidades medibles y que poseen cierta incertidumbre.

En nuestros cálculos anteriores los parámetros que llevan asociado cierto error en la medida, son las cuentas registradas del fotópico, del background y la eficiencia respectivamente. En este trabajo se desarrolla un programa que ajusta con bastante precisión los valores medidos de la eficiencia; así mismo, calcula también la matriz de varianza, la cual nos permite determinar el intervalo de confianza para cualquier valor de la eficiencia este programa se describe en el capítulo X.

La desviación standard para la razón de cuentas registradas del fotópico, así como para el background lo re

porta un programa que aproxima a una Gaussiana los pulsos producidos al interaccionar la radiación con el detector Ge(Li), dicho programa integra el área del fotópico y reporta el porcentaje de error en la integración. Este algoritmo fue desarrollado por el Dr. T. L. Bauer en colaboración con el Dr. E. Linn Draper Jr. (6)

Se pueden encontrar otros algoritmos que integran el área del fotópico (vea la referencia 17).

La desviación estandard para los 30881 pulsos fue de $\sqrt{C-b}=5774.7$ así también para los 4833 pulsos fue $\sqrt{C-b}=589.6$. Las desviaciones estandards para las eficiencias $\epsilon=3.6905 \times 10^{-3}$ $\epsilon=3.1564 \times 10^{-3}$ correspondientes a las energías 658.27 kev. y 724.18 kev. respectivamente fueron muy pequeñas e igual a 1.47×10^{-7} y 1.12×10^{-7} con un nivel de confianza del 99.9%.

DETERMINACION CUANTITATIVA DE LA INTERFERENCIA DEBIDO A LA REACCION $^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$.

En este trabajo fue posible detectar ^{59}Fe el cual se produce en la reacción $^{58}\text{Fe}(n,\gamma)^{59}\text{Fe}$ y emite rayos gamma de 1098.6 kev. y 1291.1 kev. el primero, que fue el detectado, es emitido con una probabilidad de emisión por desintegración P_γ de 100% y el segundo con $P_\gamma=80\%$. Se utilizó el registro de cuentas producido en el detector por el rayo gamma de 1098.6 kev. de energía, puesto que, tiene una probabilidad mayor de emisión gamma por desintegración y por lo tanto el registro de cuentas es más definido.

Aplicando la fórmula para calcular la concentración de un elemento sin el uso de un elemento standard (4)*

$$m = \frac{\lambda(C-B)W_{at}}{\phi \sigma P_\gamma \epsilon N_{AV} a (1-e^{-\lambda t_i})(1-e^{-\lambda t_c})e^{-\lambda t_d}} \quad (7)$$

es posible determinar la masa de fierro presente en la muestra de suero antes de la irradiación.

λ = Constante de desintegración del elemento.

C-B= Cuentas registradas por el detector sin el background.

W_{at}= Peso atómico de la muestra.

ϕ = Flujo total en la posición del reactor donde ocurre

* Vea su deducción en el apéndice I.

la irradiación.

P_γ = Probabilidad de emisión de un rayo gamma por cada desintegración.

ϵ = eficiencia absoluta del detector.

N_{av} = número de avogadro.

a = abundancia del isotopo que sufre la reacción.

t_i = tiempo de irradiación de la muestra.

t_c = tiempo en el cual se realiza el conteo de la muestra.

t_d = tiempo en el cual decayó la muestra antes de ser contada.

La muestra se dejó decaer por 45 días para que decayeran los elementos de vida media corta como son el ^{24}Na y ^{82}Br presentes en la muestra de suero y así disminuir la interferencia de la radiación dispersada por las paredes del blindaje.

Los datos utilizados en el cálculo de la masa de hierro, mediante la reacción $^{58}\text{Fe}(n,\gamma)^{59}\text{Fe}$ son los siguientes:

$$\sigma_\gamma = 1.2 \text{ barns}$$

$$a = 0.33\%$$

$$T_{\frac{1}{2}} = 45.1 \text{ días}$$

$$W_{at} = 55.847 \text{ gr/mol}$$

a = abundancia del isotopo que sufrirá la reacción

$$\phi = (4.6839331 + 1.0297843) \times 10^{10} \text{ neut/cm}^2\text{-sg}$$

$$P_y = 100\%$$

$$N_{av} = 6.02 \times 10^{23} \text{ átomos/mol}$$

$$C-B = 252$$

$$t_c = 63.8 \text{ h}$$

$$t_i = 2.5 \text{ h}$$

$$t_d = 1-82.2 \text{ h}$$

$$\epsilon = 6.68487 \times 10^{-4} \pm 8.44 \times 10^{-8}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (7) obtenemos para la masa del hierro el valor de $104.7 \pm 34.7 \times 10^{-6} \text{ gr}$ es decir esta cantidad de masa de hierro se hallaba en un mililitro de suero antes de ser irradiado.

Calculemos ahora la cantidad de átomos de cromo-51 que se producen al desintegrarse el ^{54}Fe por la reacción $^{54}\text{Fe}(n, \alpha)^{51}\text{Cr}$, después de haber sido extraída la muestra de suero del reactor.

Sea

N = número de átomos de ^{51}Cr producidos por el decaimiento del ^{54}Fe después de un tiempo t de haber sido irradiado.

$$N = \int_{t=0}^{t=t_d} A(t) dt$$

Pero

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

Entonces

$$N = \int_{t=0}^{t=t_d} A_0 e^{-\lambda t} dt = \left[\frac{A_0}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_{t=0}^{t=t_d} = \frac{A_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_d})$$

Ya que la actividad inicial del isotopo ^{54}Fe después de haber sido irradiada la muestra de suero está dada por*

$$A_0 = R(1 - e^{-\lambda t_i})$$

Donde

R = razón de interacción

λ = constante de decaimiento

t_i = tiempo de irradiación

Así que

$$N = \frac{R(1 - e^{-\lambda t_i})}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_d})$$

Y como

$$R = \phi \sigma N_1$$

* Vea apéndice I

N_1 = número de átomos de fierro-54, presentes en la muestra de suero irradiada

σ = sección transversal microscópica para la reacción $^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$

$$N_1 = \frac{A_{\text{Fe-54}} \cdot M_{\text{Fe}} \cdot N_{\text{Av}}}{W_{\text{at-Fe}}}$$

M_{Fe} = masa del fierro presente en la muestra antes de ser irradiada.

Por lo tanto

$$N = \frac{\sigma M_{\text{Fe}} N_{\text{Av}}}{W_{\text{at-Fe}}} (1 - e^{-\lambda t_i}) (1 - e^{-\lambda t_d})$$

Pero

$$N = \frac{A_{\text{Cr-50}} \cdot M_{\text{Cr}} \cdot N_{\text{Av}}}{W_{\text{at-Cr}}}$$

$A_{\text{Cr-50}} \cdot M_{\text{Cr}}$ = masa del isótopo Cr-51 producida por la reacción $^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$ después de transcurrido un tiempo t_d de haber sido irradiada la muestra de suero.

$W_{\text{at-Cr}}$ = peso atómico del cromo

N_{Av} = número de Avogadro

Sustituyendo y despojando para M_{cr}

$$M_{cr} = \frac{\phi \sigma A_{fe-54} \cdot M_{fe} \cdot \lambda_{Wat-cr}}{\lambda_{Wat-fe} \cdot Acr-50} (1 - e^{-\lambda t_i}) (1 - e^{-\lambda t_d}) \quad (8)$$

Los datos son los siguientes:

$$\phi = 4.6839331 \times 10^{10} \text{ neut/cm}^2\text{-sg}$$

$$\sigma = 0.37 \text{ mb}$$

$$Acr-50 = 4.31\%$$

$$A_{fe-54} = 5.84\%$$

$$M_{fe} = 63.8 \times 10^{-6} \text{ gr}$$

$$\lambda_{Wat-fe} = 55.847 \text{ gr/mol}$$

$$\lambda_{Wat-cr} = 51.996 \text{ gr/mol}$$

$$T_{1/2} - Fe^{54} = 2.7 \text{ años}$$

$$t_i = 2.5 \text{ horas}$$

$$t_d = 1146 \text{ horas}$$

Sustituyendo estos datos encontramos que la masa de cromo producida por la desintegración $^{54}\text{Fe}(n, \alpha)^{51}\text{Cr}$ después de haber sido extraída del reactor la muestra de 1 ml. de suero es $6.8 \times 10^{-18} \text{ gr/ml}$.

Es posible también calcular la masa de cromo que se produce por la reacción $^{54}\text{Fe}(n, \alpha)^{51}\text{Cr}$ durante el tiempo que dura la irradiación siendo esta igual a 4.83×10^{-21}

gr/ml., sumando ambas masas esta es la que se produce en el tiempo de irradiación más la que se produce en el tiempo de decaimiento, obtenemos que la masa total de cromo producida debido a la reacción $^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$ es de 6.80483×10^{-18} gr/ml; esta masa es insignificante comparada con la masa de cromo mínima calculada mediante la reacción $^{50}\text{Cr}(n,\gamma)^{51}\text{Cr}$ que fue del orden de 10^{-8} gr/ml.

Concluimos por lo tanto que la interferencia producida por la reacción $^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$ es despreciable.

El cálculo del cromo producido durante la irradiación se obtuvo mediante la integración de la ecuación.

$$A(t) = R(1 - e^{-\lambda t})$$

Y haciendo unas sustituciones muy simples se llega a la ecuación.

$$M_{\text{Cr}} = \frac{\varphi \sigma a_1 m_1 W a t_2}{a_2 \lambda W a t_1} (t\lambda + e^{-\lambda t} - 1) \quad (9)$$

φ = Flujo en el lugar que se colocó la muestra

σ = Sección transversal microscópica para la reacción $\text{Fe}^{54}(n,\alpha)\text{Cr}^{51}$

a_1 = abundancia del cromo-50

a_2 = abundancia del fierro-54

m_1 = masa del fierro en la muestra antes de su irradiación.

W_{at_1} = Peso atómico del cromo

W_{at_2} = Peso atómico del fierro

λ = constante de desintegración de la reacción $Fe^{54}(n,\alpha)Cr^{51}$

De esta ecuación (9) se obtuvo el valor de 4.83×10^{-21} gr/ml.

DETERMINACION DE LA EFICIENCIA DEL DETECTOR DE Ge(Li).

Se calculó experimentalmente las eficiencias de fotópico absoluta e intrínseca del detector de Ge(Li) a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12 y 13 cm. de distancia entre fuente y detector, utilizando como fuentes standards ^{133}Ba , ^{137}Cs y ^{60}Co .

Un experimento similar al anterior se realizó también, pero únicamente a 3 cm. de distancia para calcular las eficiencias de fotópico absoluta, intrínseca y relativa y utilizando como standards en un caso ^{133}Ba , ^{137}Cs , ^{60}Co y ^{152}Eu . Y en otro caso ^{226}Ra : en este último sólo se calculó la eficiencia realativa.

La aproximación o modelo utilizado en el cálculo de la eficiencia es el descrito por J.E. Cline (9).

Una vez que se calculó la eficiencia para cada energía de los rayos gammas emitidos por las fuentes standards se realizó un ajuste mediante el método de mínimos cuadrados con la función propuesta por A. Ahmad y P.W. Gray (4) la cual tiene un rango de validez de 50 kev. a 2754 kev. Estos autores han reportado precisiones mejores de el 1% dentro del rango de energías de 120 kev. a 1826 kev. pero sin tomar en cuenta el último término de la ecuación. La ecuación tiene la forma:

$$\epsilon = \left\{ a_1 + a_2 \ln E + a_3 (\ln E)^2 + a_4 (\ln E)^3 + a_5 (\ln E)^5 + a_6 (\ln E)^7 \right\} / E$$

Utilizando el algoritmo del ingeniero Montante (8) al resolver las ecuaciones normales productos de la regre si o n ha sido posible mejorar esta precisi3n haci3ndola me jo r del 0.05%.

En 3ste mismo capitulo abundaremos m3s acerca de las ventajas que trae consigo la aplicaci3n del algoritmo del ingeniero Montante.

Describimos a continuaci3n el modelo de J.E. Cline para el c3lculo de la eficiencia: en esta aproximaci3n, el detector es considerado como un punto cuya localiza- ci3n es una funci3n de la energ3a de los rayos gamma y cu ya resp ue sta es una funci3n del desplazamiento sufrido por la fuente puntual desde el eje de simetr3a del detector cil3ndrico. Un diagrama esquem3tico del desplazamiento sufrido por la fuente puntual se muestra en la figura 1. En el modelo, la eficiencia absoluta de detecci3n de fot3 p ico para rayos gamma procedentes de una fuente puntual est3 dada por.

$$\epsilon_a(E, D, H) = \frac{\epsilon_I(E)}{4\pi \left\{ [P_1(E) + D]^2 + f(H, E) \right\}} \quad (10)$$

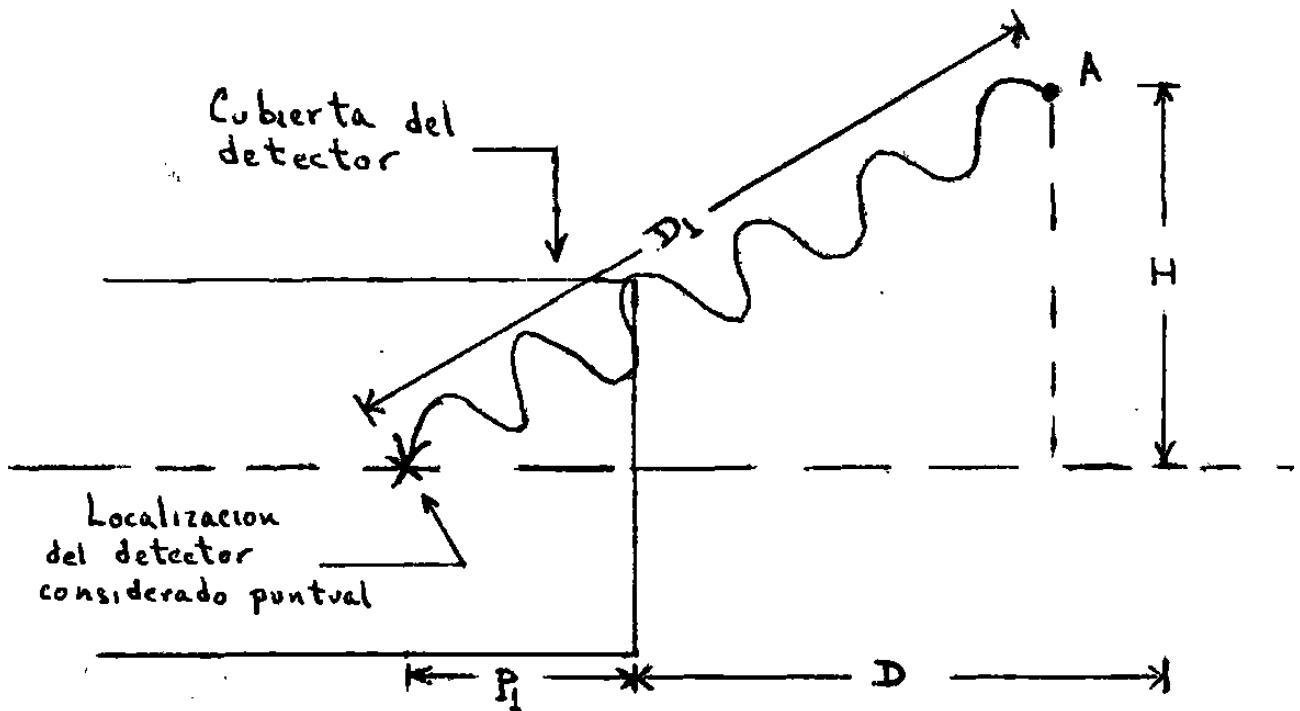


Figura 1. Diagrama esquemático del modelo puntual de detector, mostrando la localización del detector para una fuente localizada en el punto A. D_1 es la distancia real desde la fuente al detector y es usada en el cálculo de absorción del rayo gamma.

Donde.

E = energía del rayo gamma

D = proyección sobre el eje de simetría del detector cilíndrico, de la distancia que existe entre la fuente y el detector considerado como un punto.

H = distancia perpendicular de la fuente al eje de simetría del detector.

$P_1(E)$ = Penetración efectiva de los rayos gamma en el detector y localización del detector puntual dentro de la cubierta.

$f(H,E)$ = función que describe la respuesta a la fuente localizada fuera del eje del detector.

ϵ_I = factor de normalización llamado la eficiencia intrínseca.

La función $P_1(E)$ es una función que se incrementa suavemente con la energía y refleja el aumento en la profundidad promedio cuando la energía del rayo gamma crece. El factor de normalización (eficiencia intrínseca), tiene unidades de área. La forma de la funcional del factor que describe la respuesta a la fuente fuera del eje de simetría fue determinada por J.E. Cline a través de una serie de ensayos, la función usada es una serie de potencias de cuarto orden dada por.

$$f(H,E) = A_1(E) H + A_2(E) H^2 + A_3(E) H^3 + A_4(E) H^4$$

donde A_1 , A_2 , A_3 y A_4 , son funciones de la energía y son parámetros experimentalmente determinables. El valor de la función $f(H,E)$ es el cuadrado de la distancia aparente de la fuente puntual al eje de simetría del detector. Para un detector puntual verdadero localizado como se muestra en la figura 1, el valor de esta función debería ser igual a H^2 .

En este trabajo en el cual se desea determinar la cantidad de cromo en el suero de bovinos, las mediciones se realizaron sobre el eje de simetría del detector para trabajar con el menor número de variables y así obtener mayor precisión, así que hicimos $f(H,E) = 0$, lo cual además simplifica bastante los cálculos en la eficiencia.

El volumen activo del detector de Ge(Li) fue de 34.98 cm^3 , la geometría del cristal era cilíndrico coaxial de extremo cerrado (closed-end coaxial). El cristal era mantenido a una temperatura de 77° K mediante nitrógeno líquido almacenado en un tanque de 5 litros, el cual enfría el cristal Ge(Li) manteniendo sus características físicas de detector.

Los datos físicos y de operación del detector canberra # 7229 261R, coaxial cerrado en un extremo, se dan a continuación:

Datos físicos: Cryostat de configuración horizontal.

46.5 mm. de diámetro

12 mm. diámetro del núcleo .p

22 mm. de longitud

193 gramos

15.9 cm² de área activa

5 mm. del hueco al borde de la cubierta.

Datos de operación:

4000 volts de voltaje de operación

12 Pf de capacitancia

0.01 namp de corriente de fuga

0.91 kev. de FWHM a 1.22 kev.

1.65 kev. de FWTM a 1.22 kev.

1.99 kev. de FWHM a 1.33 kev.

3.68 kev. de FWTM a 1.33 kev.

31:1 del fopico el fopico compton

6.6% de eficiencia relativa al Na I

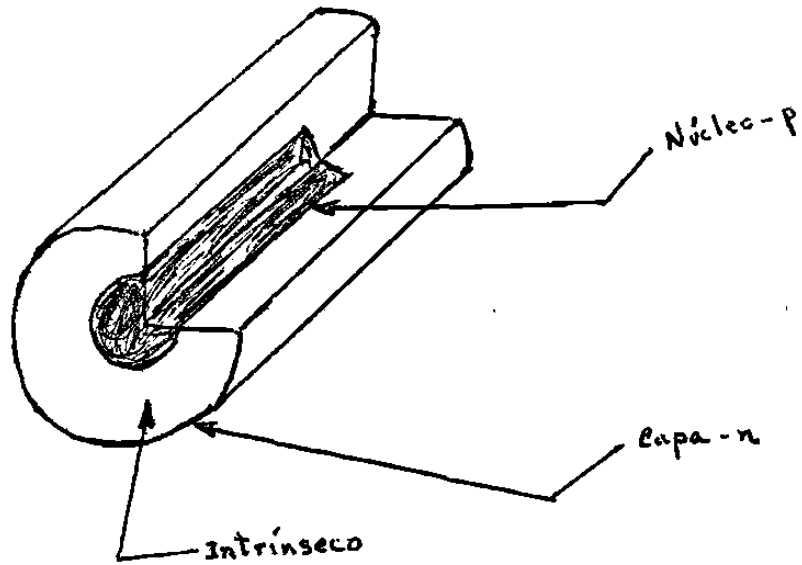


Figura 2. Detector de Ge(Li) coaxial cerrado en un extremo.

El analizador multicanal se hallaba adaptado a una microcomputadora NOVA - 800 la cual podía localizar 150 picos en 4096 canales del espectro del detector Ge(Li) con una rapidez de 1000 canales/min (6).

Los parámetros para el detector fueron determinados en un tiempo de conteo de alrededor de 3 días.

Se elaboró un programa fortran para ajustar por mínimos cuadrados la curva de la eficiencia a la función propuesta por Ahmad y Gray.

El programa fue corrido en una CYBER 70-12 requiriendo un tiempo para el cálculo de las constantes de la ecuación de alrededor de 7 segundos, al agregarle una subrutina que grafica la curva de la eficiencia en escala lineal y otras dos subrutinas para el cálculo de la matriz de varianza se llevó alrededor de 11.42 segundos.

El programa se realizó siguiendo el algoritmo tradicional (11) para lograr la reducción de Gauss - Jordan, haciendo esta misma pero, mediante el algoritmo desarrollado por Montante (8) hubo fuertes variaciones en los coeficientes de la ecuación de la eficiencia, siendo más precisos los coeficientes calculados por el algoritmo de Montante.

Es muy importante el algoritmo en la reducción de Gauss - Jordan, ya que la matriz del sistema de ecuaciones lineales está formada por elementos muy grandes y muy pequeños y los errores por redondeo son bastante considerables y repercuten en la precisión calculada para la eficiencia; también es recomendable utilizar una computadora grande, es decir que trabaje bastante dígitos de lo contrario puede ocurrir que en una de las operaciones que realiza la computadora ocurra una división entre cero y el programa sea abortado.

Podemos concluir que el aumento en la precisión en la eficiencia obtenido en este trabajo con respecto al obtenido por Ahmad y Gray se debe principalmente en haber seleccionado el algoritmo de Montante.

DEDUCCION DE LAS ECUACIONES IMPLICADAS EN EL CALCULO DE LAS EFICIENCIAS ABSOLUTA, INTRINSECA Y RELATIVA DEL DETECTOR Ge(Li).

1).- Eficiencia absoluta e intrínseca.

De acuerdo con la aproximación de J.E. Cline la eficiencia absoluta para un rayo gamma de energía E, a una distancia D de la cubierta del detector sobre el eje de simetría y a una distancia H perpendicular al eje de simetría del detector cilíndrico esta dada por.

$$\epsilon_a(E,D,H) = \frac{\epsilon_I(E)}{4\pi \{ [P_1(E) + D]^2 + f(H,E) \}}$$

Se consideró $f(H,E) = 0$, puesto que las mediciones se realizaron sobre el eje de simetría por lo tanto.

$$\epsilon_a(E,D,0) = \frac{\epsilon_I(E)}{4\pi [P_1(E) + D]^2}$$

Si $D = 0$

$$4\pi [P_1(E)]^2 \cdot \epsilon_a(E,D,0) = \epsilon_I(E)$$

Pero

$$\epsilon_a(E,0,0) = \frac{\text{Cuentas registradas sobre la cubierta del detector}}{\text{Rayos gamma emitidos por la fuente}}$$

Sea

$$R(0) = \epsilon_A(E,0,0)$$

Entonces

$$\epsilon_I(E) = 4\pi R(0) \cdot [P_1(E)]^2 \quad (11)$$

Determinemos $P_1(E)$

$$\epsilon_a(E,D,0) = \frac{\epsilon_I(E)}{4\pi[P_1(E) + D]^2}$$

$$\epsilon_a(E,D,0) = \frac{\epsilon_I(E)}{4\pi[P_1(E) + D]^2}$$

$$4\pi\epsilon_a(E,D,0) \cdot [P_1(E) + 2D P_1(E) + D^2] = \epsilon_I(E)$$

Sustituyendo $\epsilon_I(E)$

$$4\pi\epsilon_a(E,D,0) \cdot [P_1^2(E) + 2D P_1(E) + D^2] = 4\pi R(0) [P_1(E)]^2$$

Reordenando, factorizando y sustituyendo

$\epsilon_A(E, D, 0)$ por $R(D)$

$$P_1^2(E) \cdot \left[1 - \frac{R(0)}{R(D)}\right] + 2D P_1(E) + D^2 = 0$$

Sea

$$\alpha = \frac{R(0)}{R(D)} = \frac{\text{cuentas observadas}}{\text{Rayos gamma emitidos por la fuente}} \quad D=0$$
$$\alpha = \frac{R(0)}{R(D)} = \frac{\text{cuentas observadas}}{\text{Rayos gamma emitidos por la fuente}} \quad D=D$$

Entonces

$$\alpha = \frac{\text{cuentas observadas}/D=0}{\text{cuentas observadas}/D=D}$$

Sustituyendo

$$P_1^2(E) [1 - \alpha] + 2D P_1(E) + D^2 = 0$$

Resolviendo para $P_1(E)$

$$P_1(E) = \frac{-2D \pm \sqrt{4D^2 - 4(1 - \alpha) D^2}}{2(1 - \alpha)} = -\frac{D \pm D\sqrt{\alpha}}{1 - \alpha}$$

De la definición de α , se concluye que esta es

$\alpha > 1$, así que.

$$P_1(E) = \frac{-D(1 - \sqrt{\alpha})}{1 - \alpha}$$

Sería negativo y no tendría ninguna interpretación física (ver. figura 1).

Así que la única solución para $P_1(E)$ sería.

$$P_1(E) = \frac{-D(1 + \sqrt{\alpha})}{1 - \alpha} = \frac{-D(1 + \sqrt{\alpha})}{1 - \alpha} \cdot \frac{1 - \sqrt{\alpha}}{1 - \sqrt{\alpha}} = \frac{-D(1 - \alpha)}{(1 - \alpha)(1 - \alpha)}$$

$$P_1(E) = \frac{D}{\sqrt{\alpha} - 1} \quad (12)$$

$P_1(E)$ se calculó haciendo mediciones a una distancia cero de la fuente y a distancias 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12 y 13 cm. de la fuente. Utilizando como fuentes standards ^{133}Ba , ^{137}Cs y ^{60}Co .

$P_1(E)$ se calculó también a 3 cm. de distancia fuente-detector, utilizando como fuente standard el ^{152}Eu .

Una vez calculada $P_1(E)$ mediante la ecuación (12), es posible calcular la eficiencia intrínseca con la ecuación

(11) y la eficiencia absoluta queda dada por:

$$\epsilon_a(E, D, 0) = \frac{\epsilon_I(E)}{4\pi [P_1(E) + D]^2} \quad (13)$$

2).- Eficiencia relativa.

La eficiencia relativa se define como :

$$\epsilon_{rel} = \frac{\text{Eficiencia absoluta para cualquier valor de la energía}}{\text{Eficiencia absoluta para un valor específico de la energía}}$$

Así que

$$\epsilon_{rel} = \frac{\frac{\text{cuentas observadas}}{\text{rayos gamma emitidos}}/E}{\frac{\text{cuentas observadas}}{\text{rayos gamma emitidos}}/E=E_1}$$

$$\epsilon_{rel} = \frac{(\text{observadas}) E}{(\text{observadas}) E_1} \frac{(\text{rayos gamma emitidos}) E_1}{(\text{rayos gamma emitidos}) E}$$

$$\epsilon_{rel} = \frac{(\text{obs})E}{(\text{obs})E_1} / \frac{(\text{rayos gamma emitidos})E}{(\text{rayos gamma emitidos})E_1} \quad (14)$$

Pero

$$\frac{(\text{rayos gamma emitidos})E}{(\text{rayos gamma emitidos})E_1} = \frac{P_y \cdot A(t)}{P_{y_1} A_1(t)} \quad (15)$$

Donde

P_y = Probabilidad de emisión de un rayo gamma de energía E por desintegración.

$A(t)$ = Actividad de la fuente

Si se trata de la misma fuente, es decir

$$A(t) = A_1(t)$$

Entonces

$$\frac{(\text{rayos gamma emitidos})_E}{(\text{rayos gamma emitidos})_{E_1}} = \frac{P_y}{P_{y_2}} = I_{rel}$$

I_{rel} = Intensidad relativa

Concluyendo

$$\epsilon_{rel} = \frac{(\text{cuentas observadas})_E}{(\text{cuentas observadas})_{E_1}} / I_{rel} \quad (16)$$

Una vez calculada la curva de la eficiencia relativa la eficiencia absoluta se obtiene por

$$\epsilon_{rel} = \frac{\epsilon_a(E, D, H,)}{\epsilon_a(E_1, D, H)}$$

$$\epsilon_a(E, D, H) = \epsilon_{rel} \cdot \epsilon_a(E_1, D, H) \quad (17)$$

Como se puede apreciar la sencillez de la ecuación (16) en el cálculo de la eficiencia relativa permite calcular mediante la ecuación (17), la curva de la eficiencia absoluta de una manera relativamente simple, lo único es que sea seleccionada una sola fuente standard (vea la ecuación 15) que emita una gran cantidad de rayos gamma, el Radio-226 y sus productos de desintegración es uno de los radioisotopos que satisfacen bastante bien esta condición, ya que el Radio-226 y sus productos de desintegración se encuentran en equilibrio secular, es decir sus actividades son iguales (12), otro radioisotopo para el que se calculó también su eficiencia relativa fue el Eu^{152} .

Enseguida se muestran (Tabla I) los valores de la eficiencia absoluta e intrínseca a 3 cm. de distancia fuente-detector utilizando como fuentes standards ^{133}Ba , ^{137}Cs , ^{60}Co y ^{152}Eu .

También se muestra en las tablas II y III los valores de la eficiencia relativa, para las fuentes standards ^{226}Ra y ^{152}Eu .

T A B L A I

TABLA QUE MUESTRA LOS VALORES DE LA EFICIENCIA DE FOTOPICO INTRINSECA Y ABSOLUTA A 3CM. DE DISTANCIA FUENTE-DETECTOR, UTILIZANDO COMO STANDARDS ^{123}Ba , ^{137}Cs , ^{60}Co y ^{154}Eu .

ISOTOPO	E (kev)	D(Cm)	$P_1(E)$	$\epsilon_I(\text{Cm}^2)$	ϵ_a
^{133}Ba	80.998	3	3.25	1.29×10^1	2.89×10^{-2}
^{133}Ba	160.605	3	3.63	3.57×10^1	6.51×10^{-2}
^{133}Ba	276.397	3	3.70	5.70×10^1	1.06×10^{-2}
^{133}Ba	302.851	3	3.20	5.13	1.15×10^{-2}
^{133}Ba	356.005	3	2.45	2.19	5.72×10^{-3}
^{133}Ba	383.851	3	1.93	2.11	7.52×10^{-3}
^{137}Cs	661,638	3	2.31	1.26	3.49×10^{-3}
^{60}Co	1173.208	3	2.96	3.88	9.56×10^{-4}
^{60}Co	1332.491	3	2.63	2.70	7.34×10^{-4}
^{152}Eu	344	3	4.51	2.30	3.25×10^{-3}
^{152}Eu	779	3	4.65	8.44×10^{-1}	1.15×10^{-3}
^{152}Eu	965	3	5.06	7.43×10^{-1}	9.11×10^{-4}
^{152}Eu	1087	3	4.13	5.48×10^{-1}	8.58×10^{-4}
^{152}Eu	1113	3	4.35	5.34×10^{-1}	7.86×10^{-4}
^{152}Eu	1408	3	4.23	3.51×10^{-1}	5.35×10^{-4}

T A B L A I I

TABLA DE EFICIENCIA RELATIVA, UTILIZANDO COMO STANDARDS
EL ^{226}Ra EN EQUILIBRIO CON SUS PRODUCTOS DE DESINTEGRACION
 ^{214}Pb Y ^{214}Bi .

ISOTOPO	ENERGIA DE LOS RAYOS GAMMA (kev.)	INTENSIDAD RELATIVA (%)	EFICIENCIA RELATIVA
^{226}Ra	186.211	9.00	10.37
^{214}Pb	241.981	16.06	4.046
^{214}Pb	295.213	42.01	2.485
^{214}Pb	351.921	80.42	1.984
^{214}Bi	609.312	100	1
^{214}Bi	768.356	10.90	6.259×10^{-1}
^{214}Bi	934.061	6.93	6.973×10^{-1}
^{214}Bi	1120.287	32.72	4.988×10^{-1}
^{214}Bi	1238.110	12.94	4.3126×10^{-1}
^{214}Bi	1377.669	8.87	4.5946×10^{-1}
^{214}Bi	1509.228	4.78	4.4438×10^{-1}
^{214}Bi	1729.595	6.29	2.9348×10^{-1}
^{214}Bi	1764.494	34.23	3.067×10^{-1}
^{214}Bi	1847.420	4.52	2.9414×10^{-1}
^{214}Bi	2118.551	2.53	1.8942×10^{-1}

T A B L A I I I

TABLA DE LA EFICIENCIA RELATIVA UTILIZANDO COMO FUENTE
STANDARD ^{152}Eu .

ENERGIA (kev)	INTENSIDAD RELATIVA (%)	EFICIENCIA RELATIVA
244.7	36.6	10.68
344.3	127.2	5.87
411.1	10.71	4.57
444.0	15.00	4.45
488.7	1.984	3.45
58.3	2.24	3.05
678.6	2.296	3.82
688.7	4.12	2.10
778.9	62.6	2.19
867.4	20.54	2.63
964.0	70.4	1.66
1085.8	48.7	1.80
1112.1	65.0	1.44
1212.9	6.67	1.40
1408.0	100	1
1457.6	2.52	1.38

AJUSTE MEDIANTE EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS DE LA FUNCION PARA LA EFICIENCIA PROPUESTA POR A. AHMAD Y P.W. GRAY.

La función propuesta por A. Ahmad y P.W. Gray tiene la forma.

$$F(X) = \sum_{j=1}^{n=6} a_j \cdot f_j(X) \quad (18)$$

Sea $D(a_j)$ la suma de los cuadrados de las desviaciones existentes entre $f(X)$ calculada y $f(X)$ observada (7).

$$D(a_1, a_2, a_3, \dots, a_6) = \sum_i^n (f(X_i) - \sum_{j=1}^{n=6} a_j f_j(X_i))^2$$

Mínimizando $D(a_j)$.

$$\frac{\partial D(a_j)}{\partial a_k} = \frac{\partial}{\partial a_k} \sum_i^n (F(X_i) - \sum_{j=1}^{n=6} a_j f_j(X_i))^2 = 0$$

$$-2 \sum_i (f(X_i) - \sum_j a_j f_j(X_i)) f_k(X_i) = 0$$

$$\sum_i f(X_i) f_k(X_i) = \sum_j a_j \sum_i f_j(X_i) f_k(X_i)$$

$$\text{Sea } T_k = \sum_i f(X_i) f_k(X_i)$$

$$S_{kj} = S_{jk} = \sum_i f_j(X_i) f_k(X_i) \quad (19)$$

Así que las ecuaciones normales quedan dadas por

$$T_k = \sum_j a_j S_{kj} \quad (20)$$

Escribiéndolas en forma matricial y resolviendo para las a_j

$$\begin{aligned} T &= SA \\ S^{-1}T &= S^{-1}SA \\ A &= S^{-1}T \end{aligned} \quad (21)$$

Esto es

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & S_{26} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ S_{61} & S_{62} & \cdot & \cdot & \cdot & S_{66} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ T_6 \end{pmatrix}$$

Como la ecuación de la eficiencia es

$$\epsilon = \left\{ a_1 + a_2 \ln E + a_3 (\ln E)^2 + a_4 (\ln E)^3 + a_5 (\ln E)^5 + a_6 (\ln E)^7 \right\} / E$$

Entonces

$$f_1(E) = \frac{1}{E}$$

$$f_2(E) = \frac{\ln E}{E}$$

$$f_3(E) = \frac{(\ln E)^2}{E}$$

$$f_4(E) = \frac{(\ln E)^3}{E}$$

$$f_5(E) = \frac{(\ln E)^5}{E}$$

$$f_6(E) = \frac{(\ln E)^7}{E}$$

La única condición que se debe satisfacer para que se pueda minimizar la ecuación (18) es que las funciones $f_j(X)$ sean fuertemente linealmente independientes (13) y en nuestro caso lo son.

PRUEBAS ESTADÍSTICAS DE AJUSTE E INTERVALOS DE CONFIANZA
PARA LA EFICIENCIA.

Para calcular el intervalo de confianza para la eficiencia hacemos lo siguiente (26).

El valor predicho de

$$\hat{\epsilon} = a_1 f_1(E) + a_2 f_2(E) + \dots + a_6 f_6(E)$$

Es una estimación de

$$\epsilon = a_1 f_1(E) + a_2 f_2(E) + \dots + a_6 f_6(E)$$

La varianza de ,

$V[a_1 f_1(E) + a_2 f_2(E) + \dots + a_6 f_6(E)]$, es

$$f_1^2(E)V(a_1) + f_2^2(E)V(a_2) + \dots + f_6^2(E)V(a_6) + 2f_2(E) \cdot f_1(E)COV(a_2, a_1)$$

$$+ \dots + 2f_6(E)f_5(E)COV(a_6, a_5)$$

Esta expresión puede ser escrita en notación matricial como sigue, donde $C = (f^t \cdot f)^{-1}$.

$$V(\hat{\epsilon}) = \sigma^2 (E^T C f_0) = \sigma^2 [f_1(E_0) + f_2(E_0) + \dots + f_k(E_0)]$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1k} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{k1} & C_{k2} & \dots & C_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(E_0) \\ f_2(E_0) \\ \vdots \\ f_k(E_0) \end{bmatrix}$$

Donde E_0 es el valor particular de la energía para el cual se quiere calcular el intervalo de confianza para la eficiencia.

Así que, con $1-\alpha$ como límite de confianza para el valor medio verdadero de ϵ en E_0 está dado por

$$\hat{\epsilon} \pm t \{ (n-p-1), 1-\frac{1}{2}\alpha \} . S \sqrt{f_0^T C f_0} \quad (22)$$

Donde

n = número de puntos

p = número de parámetros en la función de regresión

$n-p-1$ = grados de libertad de la distribución << t students >>

$t \{ (n-p-1), 1-\frac{1}{2}\alpha \}$ = distribución << t students >>

$$S^2 = \sum_i (\epsilon_{obs_i} - \epsilon_{calc_i})^2 / (n-q) \quad (23)$$

ϵ_{obs_i} = Eficiencia observada

ϵ_{calc_i} = Eficiencia calculada con la ecuación de regresión

El coeficiente de correlación, que nos da una idea del grado de correlación que existe entre la eficiencia y las funciones $f_j(E)$ está dado por (7).

$$R^2 = 1 - S^2/S_y^2 \quad (24)$$

Donde

$$S_y^2 = \sum_i (\epsilon_{obs_i} - \bar{\epsilon})^2 / (n-1) \quad (25)$$

$\bar{\epsilon}$ = Promedio de los valores observados de la eficiencia

El valor del coeficiente de correlación lineal múltiple en el ajuste de la curva para la eficiencia absoluta con fuentes standards ^{133}Ba , ^{60}Co , ^{137}Cs y ^{152}Eu considerando la eficiencia observada para 15 rayos gamma de diferentes energías fue $R^2 = 0.990033467$, esto es, casi igual a la unidad, así que los puntos experimentales se ciñen bastante a la curva teórica propuesta.

Para obtener una medida cuantitativa del ajuste se realizó la prueba de chi-cuadrada dada por

$$\chi^2 = \sum_i (\epsilon_{obs_i} - \epsilon_{cal_i})^2 / \epsilon_{cal_i} \quad (26)$$

Donde

ϵ_{obs_i} = Eficiencia observada o experimental

ϵ_{cal_i} = Eficiencia calculada con la ecuación de regresión.

El valor obtenido de chi-cuadrada en el ajuste de la eficiencia fue $\chi^2 = 0.0015591134$.

El número de grados de libertad para la distribución chicuadrada estan dados por

$$v = N - m - 1$$

Donde

N= número de puntos experimentales

m= número de parámetros de la ecuación de regresión

El valor de $v = 15 - 6 - 1 = 8$ con este número de grados de libertad y para los valores críticos de $\chi^2_{0.9995} = 27.9$ y $\chi^2_{0.0005} = 0.710$ vemos que $\chi^2 < \chi^2_{0.9995}$ y $\chi^2 < \chi^2_{0.0005}$ (14), es decir, con un nivel de significación de 0.05% la eficiencia absoluta observada concuerda con la eficiencia absoluta calculada mediante la ecuación de A. Ahmad y P.W.

Gray,

Concluimos por consiguiente que la precisión obtenida es mejor del 0.05%.

PROGRAMA FORTRAN QUE AJUSTA LA CURVA DE LA EFICIENCIA Y CALCULA LA MATRIZ DE VARIANZA PARA CADA VALOR DE EFICIENCIA.

Se elaboró un programa Fortran que calcula los coeficientes de la ecuación propuesta por A. Ahmad y P.W. Gray para la eficiencia, este programa también calcula la matriz de varianza para cada valor de la eficiencia. El valor de esta matriz al ser multiplicado por la distribución <<t students>> nos proporciona el intervalo de confianza (26).

PROGRAM CALIBR(INPUT,OUTPUT)

PROGRAMA QUE AJUSTA MEDIANTE EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS LA CURVA DE LA EFICIENCIA DE UN DETECTOR DE RADIACION GAMA DE GE(LI)

AUTOR: JOSE N. PECINA CRUZ

EL PROGRAMA PRINCIPAL GENERA UN SISTEMA DE ECUACIONES CON 6 INCOGNITAS DICHO SISTEMA SON LAS ECUACIONES NORMALES QUE SE OBTIENEN DESPUES DE HACER EL DESARROLLO MATEMATICO CORRESPONDIENTE AL AJUSTE

LA SUBROUTINA LA CUAL ES EL ALGORITMO DEL ING. MONTANTE RESUELVE DICHO SISTEMA. CUYAS SOLUCIONES SON LOS COEFICIENTES DE LA FUNCION EFICIENCIA DEL DETECTOR

LA ECUACION DE LA EFICIENCIA PROPUESTA ES $EP = (A1 + A2 * LNE + A3 * (LNE ** 2) + A4 * (LNE ** 3) + A5 * (LNE ** 5) + A6 * (LNE ** 7)) / E$ LOS COEFICIENTES A1, A2, A3, A4, A5, A6 SON LAS SOLUCIONES DE LAS ECUACIONES NORMALES

LA SEGUNDA SUBROUTINA ES UN GRAFICADOR EN ESCALA LINEAL

EL INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA EFICIENCIA ES CALCULADO CON LA MATRIZ DE VARIANZA. ESTA LA DETERMINAN LAS DOS PENULTIMAS SUBROUTINAS Y LAS ULTIMAS INSTRUCCIONES DEL PROGRAMA PRINCIPAL EL PROGRAMA TAMBIEN HACE LA PRUEBA DE CHI-CUADRADA PARA BONDAD DE AJUSTE Y CALCULA EL COEFICIENTE DE CORRELACION Y LA DESVIACION ESTANDAR

LA ULTIMA SUBROUTINA CALCULA LA EFICIENCIA Y SU MATRIZ DE VARIANZA AL PROPORCIONAR AL PROGRAMA LOS VALORES DE LAS ENERGIAS

EFICIENCIA ABSOLUTA A 3CM DE DISTANCIA FUENTE DETECTOR FUENTES STANDARDS
BA 133 CS 137 CO 60 EU 152

```

DOUBLE PRECISION F(6,25),S(6,6),C(12,12),T(20),X(20),EP(50),
- EPS(50),E(2000),X2(2000),Y2(2000),Y(2000),V(1,6),VARM(20),G(20),
- YI(10)
DPEXRF(A)=(X(1)+X(2)*(ALOG(A))+X(3)*(ALOG(A)**2)+X(4)*(ALOG(A)**3)
- *X(5)*(ALOG(A)**5)+X(6)*(ALOG(A)**7))/A
READ I,N,M,N1,M4,N3
DO 100 I=1.6
T(I)=0.0
DO 100 J=1.6
100 S(I,J)=0.0
PRINT 83
DO 2 I=1,N
2 READ *, E(I),EPS(I)
DO 18 J=1,N
18 PRINT 14,E(J),FRS(J)
DO 4 I=1,N
W=E(I)
F(1,I)=1.0/W
F(2,I)=(ALOG(W))/W
F(3,I)=(ALOG(W)**2)/W
F(4,I)=(ALOG(W)**3)/W
F(5,I)=(ALOG(W)**5)/W

```

```
4 F(6,I) = ((ALOG(W))**7)/W
DO 5 K=1,N1
DO 15 I=1,N
15 T(K) = T(K) + EPS(I) * E(K,I)
DO 7 J=1,6
DO 7 K=1,6
DO 7 I=1,N
7 S(J,K) = S(J,K) + F(J,I) * F(K,I)
DO 4 I=1,6
14 S(I,7) = T(I)
CALL MONT(S,X,F,M,N1,N)
CHISO = 0.0
DO 87 I=1,N
Z = E(I)
EP(I) = DPEXRF(Z)
87 CHISO = CHISO + ((EPS(I) + EP(I))**2)/EP(I)
PRINT 8
DO 79 I=1,N
79 PRINT 8, E(I), EP(I)
PRINT 16
PRINT 17, CHISO
N2 = 1329
M2 = 4H*
M6 = 80
M7 = 1408
DO 72 I=M6,M7
E(I) = I
ZJ = E(I)
Y(I) = DPEXRF(ZJ)
X2(I) = SNGL(E(I))
72 Y2(I) = SNGL(Y(I))
CALL GRPF(N2,X2,Y2,M2)
CALL GETC(F,C,N,N1)
CALL INVC(C,M,M4,N1)
AVER = 0.0
DO 19 I=1,N
19 AVER = AVER + EPS(I)
AVER = AVER/N
SY = 0.0
SE = 0.0
DO 20 I=1,N
SY = SY + (EPS(I) - AVER)
20 SE = SE + (EPS(I) - FP(I))
SESQ = (SE**2)/(N-1)
SYSQ = (SY**2)/(N-1)
RSQ = 1 - SYSQ/SESQ
DEST = SQRT(SESQ)
PRINT 21
PRINT 22, DEST, RSQ
DO 76 K=1,N
DO 81 J=1,N1
81 V(K,J) = 0.0
VARMAT = 0.0
DO 80 J=1,N1
L = N1 + J
DO 80 I=1,N1
80 V(K,J) = V(K,J) + F(I,K) * C(I,L)
```

```

DO 77 I=1,N1
77 VARMAT=VARMAT+V(K,I)*F(I,K)
VARMAT=SQRT(VARMAT)
VARMAT=VARMAT*DEST
PRINT 3
PRINT *,VARMAT
76 CONTINUE
PRINT 6
CALL MVFFI(C,G,DEST,N1,N3,VARM)
DO 75 J=1,N3
ZK=G(J)
75 VI(J)=DPEXPF(ZK)
DO 73 I=1,N3
73 PRINT 5,G(I),VI(I)
DO 74 I=1,N3
PRINT 7
70 FORMAT(///,10X,18HMATRIZ DE VARIANZA)
74 PRINT *,VARM(I)
16 FORMAT(///,10X,22HPRUEBA DE CHI CUADRADA)
17 FORMAT(//,10X,F20,10)
1 FORMAT(5I3)
83 FORMAT(//,20X,37HENERGIA Y EFICIENCIA ANTES DEL AJUSTE//)
11 FORMAT(45X,2F20,10)
8 FORMAT(1H1,/,10X,39HENERGIA Y EFICIENCIA DESPUES DEL AJUSTE)
88 FORMAT(//,10X,2F20,10)
21 FORMAT(///,10X,64HDESVIACION STANDARD Y COEFICIENTE DE CORRELACION
- LINEAL MULTIPLE)
22 FORMAT(///,20X,2F20,16)
3 FORMAT(///,10X,18HMATRIZ DE VARIANZA)
6 FORMAT(///,10X,45HEFICIENCIA PARA ALGUNOS VALORES DE LA ENERGIA//)
5 FORMAT(15X,2F20,10)
STOP
END

```

IC REFERENCE MAP (R=J)

SN	TYPE	RELOCATION			
	REAL		6124	C	DOUBLE ARRAY
	REAL		5334	DEST	REAL
	DOUBLE	ARRAY	6704	EP	DOUBLE ARRAY
	DOUBLE	ARRAY	5340	F	DOUBLE ARRAY
	DOUBLE	ARRAY	5313	I	INTEGER
	INTEGER		5316	K	INTEGER
	INTEGER		5307	M	INTEGER
	INTEGER		5311	M4	INTEGER
	INTEGER		5324	M7	INTEGER
	INTEGER		5310	N1	INTEGER
	INTEGER		5312	N3	INTEGER
	REAL		6014	S	DOUBLE ARRAY
	REAL		5331	SESO	REAL


```
SUBROUTINE MONI(A,X,E,M,N1,N)
DOUBLE PRECISION A(6*8),B(6*6),X(20),XI(20),AI(6*B),E(50)
DO 99 I=1,N1
DO 99 J=1,N1
99 AI(I,J)=A(I,J)
PRINT 5
DO 8 I=1,N1
6 PRINT *,( #, #A#, I, #7#, #=#, A(I,M))
IT=I
IR=I
P=1
IC=0
8 IF(IR.GT.N1) GO TO 9
IF(IT.EQ.IR) GO TO 20
GO TO 7
20 IC=IC+1
DO 21 J=1,M
21 B(IC,J)=A(IC,J)
16 IR=IR+1
GO TO 8
7 DO 22 J=1,M
22 B(IR,J)=((A(IT,IT)*A(IR,U))-A(IR,IT)*A(IT,J))/P
GO TO 16
9 P=A(IT,IT)
IT=IT+1
IF(IT.GT.N1) GO TO 25
IR=1
DO 27 I=1,N1
DO 27 J=1,M
27 A(I,J)=R(I,J)
GO TO 8
25 PRINT 4
C=B(1,1)
DO 42 I=1,N1
X(I)=B(I,M)/C
42 PRINT 43,I,X(I)
PRINT 30
DO 35 I=1,N1
XJ=0.0
DO 36 J=1,N1
36 XJ=XJ+AI(I,J)*X(J)
XI(I)=XJ
35 PRINT *,( #, #A#, I, #7#, #=#, XI(I))
5 FORMAT(7//.25X.58HTERMINOS INDEPENDIENTES DEL SISTEMA DE ECUACIONES
-S NORMALES)
40 FORMAT(7//.23X.43HSOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES NORMALES//)
43 FORMAT(21X.1HA.12.3H = ,F30.15)
30 FORMAT(//.30X.12HCOMPROBACION,//)
END
```

```
SUBROUTINE GETC(F,C,N,N1)
DOUBLE PRECISION F(6,25),C(12,12)
DO 2 J=1,N1
DO 2 K=1,N1
2 C(J,K)=0.0
DO 3 J=1,N1
DO 3 K=1,N1
DO 3 I=1,N
3 C(J,K)=C(J,K)+F(J,I)*F(K,I)
END
```

```

SUBROUTINE INVC(A1,M,M4,N1)
DOUBLE PRECISION A1(12,12),BI(12,12),B(12,12)
DO 1 I=1,N1
DO 1 J=1,N1
IF(I.EQ.J) GO TO 4
BI(I,J)=0.0
GO TO 1
4 BI(I,J)=1.0
1 CONTINUE
DO 2 I=1,N1
DO 2 J=M,M4
K=J-N1
2 A1(K,J)=BI(I,K)
IT=1
IR=1
P=1
IC=0
8 IF(IR.GT.N1) GO TO 9
IF(IT.EQ.IR) GO TO 20
GO TO 7
20 IC=IC+1
DO 21 J=1,M4
21 B(IC,J)=A1(IC,J)
16 IR=IR+1
GO TO 8
7 DO 22 J=1,M4
22 B(IR,J)=((A1(IT,IT)*A1(IR,J))-(A1(IR,IT)*A1(IT,J)))/P
GO TO 16
9 P=A1(IT,IT)
IT=IT+1
IF(IT.GT.N1) GO TO 25
IR=1
DO 26 I=1,N1
DO 26 J=1,M4
26 A1(I,J)=B(I,J)
GO TO 8
25 DIV=B(1,1)
DO 28 I=1,N1
DO 28 J=1,M4
28 A1(I,J)=B(I,J)/DIV
END

```

SYMBOLIC REFERENCE MAP (R=1)

INTS
MC

SN	TYPE	RELOCATION				
	DOUBLE	ARRAY	F.P.	700	B	DOUBLE ARRAY
	DOUBLE	ARRAY		237	DIV	REAL
	INTEGER			236	IC	INTEGER
	INTEGER			233	IT	INTEGER
	INTEGER			232	K	INIEGER

```

SUBROUTINE MVEFI(C,G,DEST,N1,N3,VARM)
DOUBLE PRECISION C(I2,I2),R(6,25),V(1,6),VARM(20),G(20)
DO 84 I=1,N3
84 READ *,G(I)
DO 1 I=1,N3
W1=G(I)
R(1,I)=1.0/W1
R(2,I)=(ALOG(W1))/W1
R(3,I)=(ALOG(W1))**2/W1
R(4,I)=(ALOG(W1))**3/W1
R(5,I)=(ALOG(W1))**5/W1
1 R(6,I)=(ALOG(W1))**7/W1
DO 2 K=1,N3
DO 3 J=1,N1
3 V(K,J)=0.0
DO 4 J=1,N1
L=N1+J
DO 5 I=1,N1
4 V(K,J)=V(K,J)+R(I,K)*C(I,L)
VARM(K)=0.
DO 6 I=1,N1
6 VARM(K)=VARM(K)+V(K,I)*R(I,K)
W3=VARM(K)
VARM(K)=SQRT(W3)
2 VARM(K)=VARM(K)*DEST
END
    
```

REFERENCE MAP (R=1)

SN	TYPE	RELOCATION					
	DOUBLE	ARRAY	F.P.	0	DEST	REAL	F.P.
	DOUBLE	ARRAY	F.P.	161	I	INTEGER	
	INTEGER			163	K	INTEGER	
	INTEGER			0	N1	INTEGER	F.P.
	INTEGER		F.R.	167	R	DOUBLE	ARRAY
	DOUBLE	ARRAY		0	VARM	DOUBLE	ARRAY
	REAL			166	W3	REAL	F.P.

MODE
FREE

TYPE ARGS
REAL 1 LIBRARY SQRT REAL 1 LIBRARY

0 2 0 3
0 6 0 84

CALCULO DE LAS CANTIDADES DE CROMO PRESENTES EN LAS MUESTRAS DE SUERO.

1. Deducción de las ecuaciones que intervienen en el cálculo de las cantidades de cromo presentes en las muestras.

De la ecuación*

$$A_0 = A_{\infty} (1 - e^{-\lambda t_0})$$

Donde

A_{∞} = la actividad de saturación que es igual a la razón de producción R.

t_0 = tiempo de irradiación de la muestra

λ = constante de desintegración

A_0 = Actividad después de ser irradiada la muestra

Así que:

$$A_0 = R (1 - e^{-\lambda t_0})$$

Pero

$$R = \phi \sigma N$$

* Vea apéndice I

Donde

ϕ = flujo total del reactor en el punto donde se coloca la muestra.

σ = sección transversal microscópica de activación

N = número de átomos del isotopo que se desea activar.

Pero N a su vez está dada por

$$N = \frac{am}{W_{at}} N_{av}$$

Donde

a = abundancia del isotopo que sufrirá la reacción

m = masa de la muestra irradiada

W_{at} = peso atómico del isotopo

N_{av} = número de Avogadro

Sustituyendo tenemos que

$$A_0 = \frac{\phi \sigma am N_{av}}{W_{at}} (1 - e^{-\lambda t_0}) \quad (27)$$

Si A_{oc} y A_{od} son las actividades iniciales de la muestra conocida y desconocida respectivamente entonces.

$$\frac{A_{odes} = \frac{Q_{des} \sigma_{des} a_{des} M_{des} \text{Nav Wat con } (1 - e^{-\lambda_{des} t_{des}})}{A_{ocon} = \frac{Q_{con} \sigma_{con} a_{con} M_{con} \text{Nav Wat des } (1 - e^{-\lambda_{con} t_{con}})}{1}} \quad (28)$$

Si se trata del mismo elemento, como ocurre en nuestro caso que deseamos determinar cromo e irradiamos la muestra de suero conjuntamente con un standard de cromo, tenemos que

$$\frac{A_{odes} = M_{des}}{A_{ocon} = M_{con}} \quad (29)$$

Calculemos la actividad en términos de la razón de cuentas registradas por el detector Ge(Li). De la definición de la eficiencia absoluta.

$$\epsilon_{ab} = \frac{\text{razón de pulsos registrados}}{\text{razón de rayos gamma emitidos por la fuente}}$$

Esto es

$$\epsilon_{ab} = \frac{(C-B)/dt}{P_y A(t)} \quad (30)$$

C-B= pulsos registrados restando el background

dt= tiempo de conteo de la muestra (diferencial)

P_y= probabilidad de emisión del rayo gamma que produce el pulso

$A(t)$ = Actividad de la muestra

Despejando C-B y calculando el número de pulsos que se producen de t_1 a t_2 , donde t_1 es el tiempo en que ha decaído la muestra hasta antes de ser contada y t_2 es el tiempo que ha decaído la muestra hasta el momento de finalizar su conteo.

$$C-B = \int_{t_1}^{t_2} \epsilon_{ab} P_y A(t) dt$$

Integrando y sustituyendo t_c por $t_2 - t_1$ y t_1 por t_d , tenemos que

$$C-B = \frac{\epsilon_{ab} P_y A_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_c}) e^{-\lambda t_d}$$

$$A_0 = \frac{\lambda (C-B)}{\epsilon_{ab} P_y (1 - e^{-\lambda t_c}) e^{-\lambda t_d}} \quad (31)$$

Sustituyendo y cancelando en la ecuación (28)

$$M_{des} = \frac{(C-B)_{des} (1 - e^{-\lambda t_{ccon}}) e^{-\lambda t_{dcon}}}{(C-B)_{con} (1 - e^{-\lambda t_{cdes}}) e^{-\lambda t_{ddes}}} \cdot M_{con} \quad (32)$$

2. Sustitución de datos para determinar las cantidades de cromo presentes en las muestras de suero.

La tabla IV es la matriz de posibles elementos presentes

en el suero de bovinos y la tabla V muestra los datos de irradiación.

T A B L A I V

MATRIZ DE ELEMENTOS MAS PROBABLES EN EL SUERO DE BOVINO

Productos de la Activación Térmica	Abundancia (%)	Vida Media	Captura Neutrónica Sección Transversal (barns)	Radiación y Energía de los Rayos Gamma (kev)
$^{50}\text{Cr}(n,y)^{51}\text{Cr}$	4.31	27.8d	17	320 (9%)
$^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$	5.84	2.7y	3.7×10^{-4}	320 (9%)
$^{81}\text{Br}(n,y)^{82}\text{Br}$	49.48	35.87h	3	776.6 (100%) 554.3 (80%) 619.0 (50%)
$^{23}\text{Na}(n,y)^{24}\text{Na}$	100	15h	0.4	1368.4 (90%) 2753.6 (100%)
$^{82}\text{Se}(n,y,\beta^-)^{83}\text{Br}$	9.19	2.33h	0.004	530 (1.4%) 520.7 -
$^{41}\text{K}(n,y)^{42}\text{K}$	6.8	12.52h	1.2	1524.7 (100%) 312.9 (1%)
$\text{Fe}^{58}(n,y)^{59}\text{Fe}$	0.31	45.6d	1.1	143 (0.8%) 192.5 (4%) 1098.6 (100%) 1291.5 (80%)

T A B L A V

DATOS DE IRRADIACION DE LAS PRIMERAS MUESTRAS IRRADIADAS

Número de la muestra	Fecha de irradiación	Arranque del Reactor	Apagado del Reactor	Tiempo de decaimiento hasta iniciar el conteo	Tiempo de conteo	Número de pulsos Registrados	Observaciones
265	7-julio-1981	13:35:00	16:05:00	534.92h	11.11h	5203	Standard la concentración de cromo en una solución K ₂ Cr ₂ O ₇ fue de 5 µgr./ml.
372	7-julio-1981	13:35:00	16:05:00	648.15h	11.11h	0	El análisis químico arrojó una concentración de 0 p.p.m. ya que esta es la muestra testigo.
22	7-julio-1981	13:35:00	16:05:00	485.92h	11.11h	164	El análisis químico arrojó una concentración de cromo de 5 p.p.m.
94	7-julio-1981	13:35:00	16:05:00	509.47h	11.11h	689	El análisis químico arrojó una concentración de cromo de 40 p.p.m.

En la muestra 372, que fue el testigo, es decir: el suero extraído de los bovinos sin aún haber incrementado la dosis de cromo en los alimentos ingeridos por estos, no se detectó cromo bajo las condiciones de irradiación, que fueron: 2.5 horas de tiempo de irradiación y 1 mililitro de suero irradiado. Mas adelante veremos que al aumentar la cantidad de la muestra irradiada se hizo posible detectar cromo en la muestra testigo.

Calculemos el cromo detectado en la muestra 22 que su puestamente contenía una concentración de 5 p.p.m. según el análisis químico.

Para esto utilizaremos los datos de la tabla V y la ecuación (32), el standard será la muestra cuya masa es conocida 5 μ gr./ml. y la muestra 22 será la muestra desconocida cuya masa determinaremos.

$$M_{des} = \frac{(164) e^{-\frac{\ln 2}{667.2h} \times 405.92h}}{(5203) e^{-\frac{\ln 2}{667.2h} \times 534.42h}} (5 \mu\text{gr/ml})$$

$$M_{des} = 1.658 \times 10^{-1} \mu\text{gr.}$$

$$M_{des} = 1.658 \times 10^{-7} \text{ gr/ml}$$

El error o desviación standard en la medida en una ecuación de la forma

$$u = A \frac{x}{y}$$

Está dado por (10)

$$\left(\frac{\sigma_u}{u}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 \quad (33)$$

Donde x,y son los pulsos registrados y σ_x , σ_y sus desviaciones standards respectivas, A es una constante.

El programa que registrará el número de pulsos ajusta dichos pulsos a una gaussiana y reporta el porcentaje de error involucrado en la integración del fotópico.

El porcentaje de error al registrar los 5203 pulsos es de 11.4%, así que $\sigma_y = 593.142$ y el porcentaje de error reportado al registrar los 164 pulsos es de 41.3%, así que $\sigma_x = 67.732$ sustituyendo en la ecuación (33), tenemos que

$$\left(\frac{\sigma_u}{u}\right)^2 = \left(\frac{593.142}{5203}\right)^2 + \left(\frac{67.732}{164}\right)^2$$

$$\frac{\sigma_u}{u} = 0.428$$

$$\sigma_u = (0.428) (1.658 \times 10^{-7} \text{ gr/ml.})$$

$$\sigma_u = 7.104 \times 10^{-8} \text{ gr/ml.}$$

Así es que la masa del cromo presente en la muestra 22 estará dada por

$$m = 1.658 \pm 0.710 \times 10^{-7} \text{ gr/ml.}$$

y como la densidad del suero utilizado con el experimento fue de $\rho = 1.05 \pm 0.01 \text{ gr/ml.}$, entonces calculando la desviación standard para un cociente tenemos:

$$m = 1.579 \pm 0.679 \times 10^{-1} \text{ p.p.m.}$$

Ahora calcularemos en la misma forma la masa de cromo que contenía la muestra 94, la cual según el análisis químico debía contener una concentración de cromo de 40 p.p.m.

$$m = \frac{(689) e^{-\frac{1u^2}{667.2h}} \quad 509.47h}{(5203) e^{-\frac{1u^2}{667.2h}} \quad 534.92h} \cdot (5 \times 10^{-6} \text{ gr})$$

$$m = 7.00 \times 10^{-7} \text{ gr/ml.}$$

Como el porcentaje de error al hacer la integración del fotópico es de 20.7% entonces $\sigma_x = 142.623$ y calculando

σ_u mediante la ecuación (33) tenemos que

$$\sigma_u = 1.654 \times 10^{-7} \text{ gr/ml.}$$

Así que

$$m = 7.00 \pm 1.654 \times 10^{-7} \text{ gr/ml.}$$

Esto es

$$m = 6.666 \pm 1.577 \times 10^{-1} \text{ p.p.m.}$$

Se realizó una segunda irradiación con el objeto de determinar si existía cromo en la muestra testigo aumentando el contenido de suero en cada polyvial.

Se irradiaron un mililitro del standard con una concentración de cromo de 1 mg/ml.; 4.6 ml de la muestra testigo; 3.4 ml. de suero de la que se pretendía tenía una concentración de 5 p.p.m. y por último 3 ml. de la muestra que se creía tenía 40 p.p.m.

El tiempo de irradiación fue de 2 horas. La potencia del reactor se mantuvo en 94.5% de 250 kw. que es aproximadamente la misma que en la primera irradiación, esto con el objeto de conservar el mismo flujo.

La comparación entre las dos irradiaciones no sería muy adecuada ya que estas últimas muestras contenían un mayor volumen y por lo tanto cabría esperar ciertas variaciones en la activación de las muestras, ya que el flujo neutrónico variaría en mayor proporción al penetrar en la muestra más voluminosa.

En la tabla VI se muestran los datos de irradiación.

Las masas se determinaron con la ecuación (32).

T A B L A V I

DATOS DE IRRADIACION DE LAS SEGUNDAS MUESTRAS IRRADIADAS

Número de la muestra	Fecha de irradiación	Arranque del Reactor	Apagado del Reactor	Tiempo de Decaimiento hasta iniciar el conteo	Tiempo de conteo	Número de pulsos Registrados C-B	Observaciones
308	24-Julio-1981	14:26	16:26	643.32h	5.55h	562119	Muestra tandard con una concentración de cromo de 1 µgr/ml. en una solución K ₂ Cr ₂ O ₇
104	24-Julio-1981	14:26	16:26	601.82h	11.11h	421	El análisis químico predijo una concentración de 0 p.p.m. ya que esta es la muestra tipo
72	24-Julio-1981	14:26	16:26	676.82h	11.11h	672	El análisis químico predijo una concentración de cromo de 5 p.p.m.
91	24-Julio-1981	14:26	16:26	652.32h	11.11h	1010	El análisis químico predijo una concentración de cromo de 40 p.p.m.

Para la muestra 104, que es el testigo, la cual supuestamente no contiene cromo

$$m = \frac{(421) (1 - e^{-\frac{1u2}{667.2h} \times 5.55h}) e^{-\frac{1u2}{667.2h} \times 643.33h}}{(562119) (1 - e^{-\frac{1u2}{667.2h} \times 11.11h}) e^{-\frac{1u2}{667.2h} \times 601.82h}} \cdot (1 \times 10^{-3} \text{ gr})$$

$$m = 3.594 \times 10^{-7} \text{ gr/4.6ml.}$$

$$m = 7.813 \times 10^{-8} \text{ gr/ml.}$$

Mediante la ecuación (33)

$$\sigma = 4.876 \times 10^{-8} \text{ gr/ml.}$$

$$m = 7.813 \pm 4.876 \times 10^{-8} \text{ gr/ml.}$$

Esto es

$$m = 7.441 \pm 4.644 \times 10^{-2} \text{ p.p.m.}$$

Para la muestra 72 que según el análisis químico con tiene una concentración de 5 p.p.m.

$$m = \frac{(672) (1 - e^{-\frac{1n2}{667.2h} \times 5.55h}) e^{-\frac{1n2}{667.2h} \times 643.33h}}{(562119) (1 - e^{-\frac{1n2}{667.2h} \times 11.11h}) e^{-\frac{1n2}{667.2h} \times 676.82h}} \cdot (1 \times 10^{-3} \text{ gr})$$

$$m = 6.201 \times 10^{-7} \text{ gr}$$

$$m = 1.824 \times 10^{-7} \text{ gr/ml.}$$

$$\sigma = 6.344 \times 10^{-8} \text{ gr/ml.}$$

$$m = 1.824 \pm 0.6344 \times 10^{-7} \text{ gr/ml.}$$

Así que

$$m = 1.737 \pm 0.604 \times 10^{-1} \text{ p.p.m.}$$

Para la muestra 91 que de acuerdo con el análisis químico contiene 40 p.p.m.

$$m = \frac{(1010) \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{667.2h} \times 5.55h}\right) e^{-\frac{\ln 2}{667.2h} \times 643.33h}}{(562119) \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{667.2h} \times 11.11h}\right) e^{-\frac{\ln 2}{667.2h} \times 652.32h}} (1 \times 10^{-3} \text{ gr})$$

$$m = 9.00 \times 10^{-7} \text{ gr.}$$

$$m = 3.00 \times 10^{-7} \text{ gr/ml.}$$

$$\sigma = 8.493 \times 10^{-8} \text{ gr/ml.}$$

$$m = 3.00 \pm 0.849 \times 10^{-7} \text{ gr/ml.}$$

Esto es

$$m = 2.857 \pm 0.229 \times 10^{-1} \text{ p.p.m.}$$

El método químico utilizado en la determinación de la concentración de cromo en las muestras fue el de absorción atómica, la no concordancia en los resultados arrojados por el método de activación de neutrones, se debe a que con el método químico de absorción atómica no se pueden determinar cantidades tan bajas y arroja una gran incertidumbre en los resultados, básicamente el investigador que realizó el análisis químico se basó fundamentalmente en el incremento en la ración de cromo en los alimentos que proporcionó a los bovinos bajo investigación.

La segunda irradiación se llevó a cabo con unas segundas muestras, las cuales fueron enviadas de Zacatecas a Austin, asegurando el investigador que se trataban de copias de las primeras muestras, no obstante las muestras que según el análisis químico deberían de contener 40 p.p.m. de cromo difieren por un factor de 2 aproximadamente.

APLICACIONES.

El método de activación de neutrones ha sido aplicado con bastante éxito en un sinnúmero de casos, A. Ahmad y P.W. Gray desarrollan un trabajo para calcular masas sin el uso de standards y comparan sus resultados con los resultados obtenidos con el uso de standards encontrando diferencias que son comparables al error estadístico.

Esta técnica ha sido aplicada con bastante éxito en la determinación de cromo en la piel (2), suero (15) y sangre (17) de seres humanos y en proteínas (16). El único problema que se presenta es que no todos los elementos son sensibles a sufrir una reacción $X(n,\gamma)Y$.

Existen una gran variedad de artículos en los que se ha aplicado con éxito esta técnica, no dejando ningún lugar a duda su precisión y sencillez.

La determinación de trazas de elementos orgánicos puede presentar la presencia de reacciones que interfieran en la medición como: $^{54}\text{Fe}(n,\alpha)^{51}\text{Cr}$ pero siempre es posible medir el grado de interferencia, ya sea calculando con standards o sin ellos.

SUGERENCIAS.

Es recomendable cuando se desea determinar trazas de elementos de vida media larga en materia orgánica separar el sodio, pues se activa fácilmente produciendo un background muy pronunciado, que hace en ocasiones imposible calcular con precisión otros elementos debido al grado de actividad que alcanza. En este trabajo fue necesario dejar decaer la muestra de suero por mas de 4 semanas para disminuir el background producido por el sodio.

Es importante entender el programa que ajusta los pulsos del detector a una gaussiana y conocer el nivel de significación del ajuste, puesto que algunos elementos producen pulsos que al ajustarlos a una gaussiana no lo hacen bastante bien y puede ocurrir que el fotópico no sea leído por la computadora debido al nivel de significación que se exige, así que se debe tener criterio estadístico para permitir un nivel de significación menor. Esto precisamente hizo que por alrededor de un mes no pudiera calcularse la eficiencia, ni detectarse el pico del cromo por exigir un nivel de significación muy grande el cual evitaba que la computadora integrara las áreas de algunos fotópicos: entre ellos el del cromo, reportando la inexistencia de este elemento en la muestra y la inexistencia de algunos fotópicos correspondientes a rayos gamma emitidos por el ^{133}Ba y

algunas fuentes standards utilizadas en el cálculo de la eficiencia.

Si se desea calcular masas de elementos de vida media corta, es preciso determinar una curva de eficiencia ya sea relativa o absoluta de fotópico, puesto que en ocasiones se tiene que variar la geometría por el grado de activación de las muestras. Si se desea por otro lado determinar elementos de vida media larga, es necesario tener una curva de la eficiencia absoluta de fotópico ya que en ocasiones no es posible conocer con certeza la matriz de la muestra y para algunos elementos de interés no se irradian standards por ignorar su existencia. Para determinar la masa de un elemento sin el uso de elementos standards es necesario tener una curva de la eficiencia absoluta de fotópico.

A P E N D I C E I

DEDUCCION DE LA ECUACION PARA CALCULAR TRAZAS DE ELEMENTOS SIN EL USO DE STANDARDS Y DE UNA ECUACION IMPLICADA EN EL CALCULO DEL FLUJO.

Vamos a deducir las ecuaciones (5), (7) y algunas otras que se derivan del mismo principio.

Consideremos una muestra delgada de tal manera que la probabilidad de interacción para cualquier neutron es mucho menor que la unidad, para así poder considerar el flujo de neutrones a través de la muestra casi constante. La razón de interacción R responsable de la activación producida por la muestra esta dada por:

$$R = \phi \sum_{act} V$$

ϕ = flujo promedio de neutrones sobre la superficie de la hoja

\sum_{act} = Sección transversal de activación promediada sobre la superficie de la hoja

V = volumen de la muestra

Cuando una muestra es irradiada, las especies nucleares que se activan también sufren decaimiento. La razón

de decaimiento está dada simplemente por λN , donde N es el número de átomos radiactivos presentes en un determinado tiempo t y λ es la constante de desintegración de la especie radiactiva en cuestión.

La razón de cambio $N(t)$ está dada por.

$$\frac{dN}{dt} = \begin{array}{l} \text{los núcleos que se} \\ \text{activan} \end{array} - \begin{array}{l} \text{los núcleos que se} \\ \text{desintegran} \end{array}$$

$$\frac{dN}{dt} = R - \lambda N \tag{34}$$

Y resolviendo la ecuación (34).

$$\frac{dN}{dt} + \lambda N = R$$

Consideraremos a R constante lo cual implica que el flujo no varía durante la exposición multiplicando por un factor de integración.

$$e^{\lambda t} \left(\frac{dN}{dt} + \lambda N \right) = R e^{\lambda t}$$

De aquí que.

$$\frac{d}{dt} (N e^{\lambda t}) = R e^{\lambda t}$$

$$N e^{\lambda t} = R \int e^{\lambda t} dt + C_1$$

$$N e^{\lambda t} = \frac{R}{\lambda} e^{\lambda t} + C$$

Con la condición de que $N=0$ en $t=0$, tenemos que.

$$0 = \frac{R}{\lambda} + C$$

$$C = - \frac{R}{\lambda}$$

$$N e^{\lambda t} = \frac{R}{\lambda} e^{\lambda t} - \frac{R}{\lambda}$$

Así que

$$N = \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \tag{35}$$

Como la actividad está dada por λN entonces.

$$A = R(1 - e^{-\lambda t})$$

Esta actividad inducida crece con el tiempo y se aproxima asintóticamente a la actividad de saturación (vea gráfica) para un tiempo de irradiación infinito dado por.

$$A_{\infty} = R = \phi \Sigma_{act} V$$

Tiempos de exposición de tres o cuatro veces la vida media de la actividad inducida son suficientes para llevar la actividad de la muestra dentro de 6 al 12 por ciento del valor de saturación.

Supongamos que t_0 es el tiempo durante el cual se irradió la muestra, así que durante ese tiempo la hoja adquirió una actividad dada por.

$$A_0 = A_{\infty} (1 - e^{-\lambda t_0}) \quad (36)$$

Si la muestra es contada en un detector el número de pulsos se calcula de la siguiente forma:

Sea ϵ_{ab} , la eficiencia absoluta de fotópico del detector.

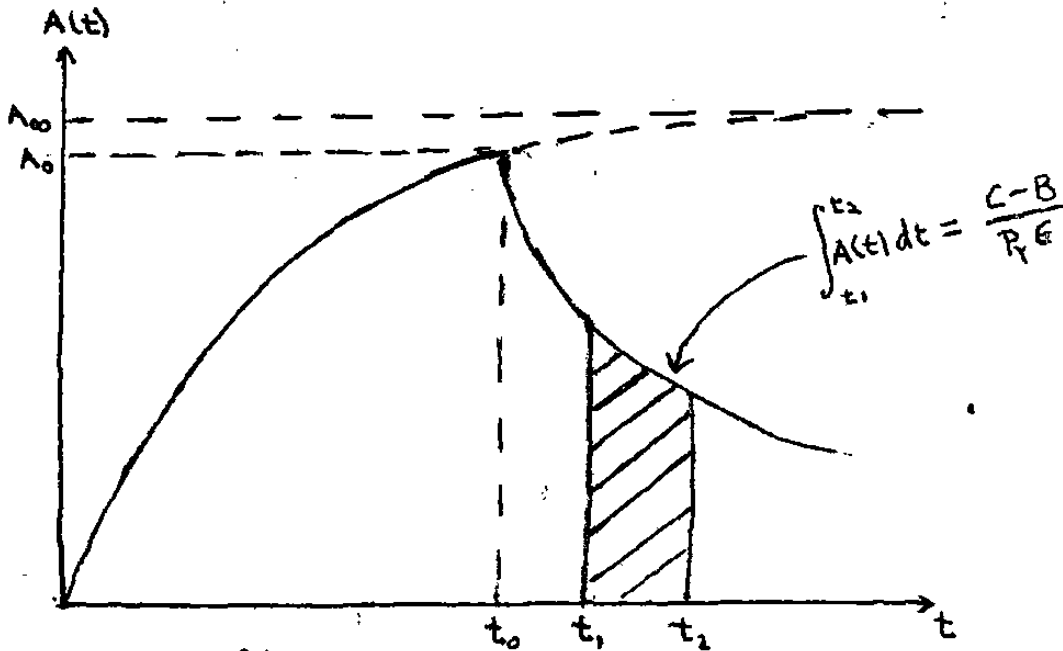
$$\epsilon_{ab} = \frac{\text{número de pulsos registrados}}{\text{rayos gamma emitidos y causantes de los pulsos}}$$

Así que si P_γ , A , C y B son la probabilidad de emisión gamma del rayo, la actividad de la muestra, el número de pulsos registrados y el background, respectivamente, tendremos que.

$$\epsilon_{ab} = \frac{(C-B)/dt}{P_\gamma A(t)}$$

Donde dt es el tiempo en que se realiza el registro.

Despejando e integrando de t_1 a t_2 , donde $t_c = t_2 - t_1$ es el tiempo de conteo de la muestra



$$C-B = P_y \epsilon_{ab} \int_{t_1}^{t_2} A(t) dt$$

$$C-B = \frac{P_y \epsilon_{ab} A_0}{\lambda} (e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2})$$

Sea $t_d = t_1$ que el tiempo que decayó la muestra hasta antes de ser contada sustituyendo t_d , t_c y A_0 por (36).

$$C-B = \frac{P_y \epsilon_{ab} A_0 (1 - e^{-\lambda t_0})}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_c}) e^{-\lambda t_d}$$

$$A\omega = \frac{\lambda (C-B)}{P_y \epsilon_{ab} (1-e^{-\lambda t_0}) (1-e^{-\lambda t_c}) e^{-\lambda t_d}}$$

Es decir

$$R = \frac{\lambda (C-B)}{P_y \epsilon_{ab} (1-e^{-\lambda t_0}) (1-e^{-\lambda t_c}) e^{-\lambda t_d}} \quad (5 A)$$

Que es la ecuación (5)

Ahora desarrollemos la fórmula que nos permite calcular la masa de un elemento sin ningún standard: esto es, la ecuación (7).

Como

$$R = \phi \Sigma_{act} V$$

y

$$\Sigma_{act} = \frac{\sigma N}{V}$$

donde

σ = sección transversal microscópica de interacción

N = número de átomos presentes en el volumen V

$$R = \phi \sigma N \tag{37}$$

Pero

$$N = \frac{am}{W_{at}} \cdot N_{av}$$

donde

a = abundancia del isotopo activado

W_{at} = peso atómico del elemento

N_{av} = número de Avogadro

m = masa del elemento antes de ser activado

Sustituyendo N en la ecuación 37 y la ecuación (37) en la ecuación (5 A) y despejando m obtenemos la ecuación (7).

$$m = \frac{\lambda(C-B) W_{at}}{\phi \sigma P_y \epsilon_{ab} a N_{av} (1-e^{-\lambda t_i}) (1-e^{-\lambda t_c}) e^{-\lambda t_d}} \tag{7 A}$$

R E F E R E N C I A S

1. I.W.F. Davidson and W.L. Blackwell
Proc. Soc. Exp. - Biol. Med., 127,66 (1968).

2. W.J. Van Kooten, J.W.H. Mal.
R.K, Universiteit, Nijmegen and
J.J.M. de Goeig and J.P.W. Houtman
Reactor Institute, Delft,
Netherlands (1972).

3. A.H. Pradzynski. R.E. Henry, J.S. Stewart
Determination of P.P.B. Concentrations of Transition
Metals by Radiosotope-excited energy-dispersive X-ray
Spectrometry Nuclear Reactor Laboratory Dept. of Mechan
ical Engineering, University of Texas at Austin.
J. Radional. chem. 32 (1976).

4. A. Ahmad, P.W. Gray, T.D. Mac Mahon, M. Macwani.
University of London Reactor Centre, Silwood Park, As-
cot, Berkshire, SL5 7PY, England (1981).

5. Radiological Health Handbook
U.S. Dept. of Healt Education, and Welfare
Burea of Radiological Health
Rockville, Maryland 20852 (1970).

6. T.L. Bauer and F. Linn Draper JR.
Nuclear Reactor Laboratory, Mechanical Engineering Dept.
University of Texas, Austin, Texas (1979).

7. Bernard Ostle
Estadística Aplicada
Editorial Limusa (1979).

8. Ing. Montante, Algoritmo de Montante Aplicado en la Solución de un Sistema de Ecuaciones lineales, Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Autónoma de Nuevo León (1978).

9. J.E. Cline
A Technique of Gamma-Ray Detector Absolute Efficiency and Calibration for Extended Sources
Science Applications Inc., Rockville, Md. (1979).

10. Glenn F. Knoll
Radiation Detection and Measurement
John Wiley & Sons (1979).

11. Thomas R. Mc. Calla
Introduction To Numerical Methods and Fortran Programming
John Wiley and Sons, Inc., New York, London Sydney. (1967).

12. Arthur R. Foster and Robert L. Wright Jr.
Basic Nuclear Engineering, Allyn and Bacon Inc. (1968).

13. Erwin Kreyszig
Matemáticas Avanzadas para Ingenierfa
Volumen I
Editorial Limusa (1962).

14. Murray R. Spiegel
Estadística
Mc. Graw Hill (1969).

15. R. Malvano, U. Rosa and P. Grosso
Determination of Some Trace Elements in Human
Serum-Albumin by Neutron-Activation Analysis
Sorian, Centro Ricerche Nucleari, Salvggia (1966).

16. K. Fritze, R. Robertson
Instrumental and Radiochemical Neutron Activation Ana-
lysis Techniques for Protein Bound Trace Metals In Hu-
man Serum Department of Chemistry, Mc Master Universi
ty, Hamilton, Ontario (Canadá) (1968).

17. William A. Haller and Royston H. Filby
Washington State University, Pullman, Washington 99163

Louis A. Rancitelli Battelle Northwest Laboratory,
Richland Washington 99352
Determination of Elemental Concentrations in Blood by
Neutron Activation Analysis (1968).

18. John R. Lamarsh
Introduction To Nuclear Reactor Theory
Addison-Wesley Publishing Company (1966).
19. R. Gunnink and J.E. Niday, Computerized Quantitative
Analysis by Gamma Ray Spectrometry Vol. 1 Description
of the Gamma1 Program, USAEC Report UCRL-51061 (Vol. 1),
University of California, NTIS, (1972).
20. J.D. Buchanan
Activation Analysis with a Triga Reactor
General Atomic Division of General Dynamics
John Jay Hopkins Laboratory for Pure and Applied Science
P.O. Box 608, San Diego 12 California (1961).
21. W.H. Zimmer
What Affects a Gamma Spectrum
Systems Application Studies
EG&G ORTEC
Physical Sciences Division (1978).

22. William Zimmer

Analytical Software-Minimum Detectable Activity and
Peaked Background Correction

EG&G ORTEC

Physical Science Division

Systems Application Studies (1977)

23. J.A. Cooper

Factor Determining the ultimate Detection Sensitivity
of Ge(Li) Gamma-Ray Spectrometers

Battelle Memorial Institute Pacific Northwest Laborator
ies Richlan, Washington 00352 (1981).

24. M. Ordogh

A. Complex Neutron Activation Method For the Analysis
of Biological Materials

Central Research Institute for Physic, Budapest (Hun-
gary) Radional. Chem. 46 (1978).

25. José N. Pecina C.

Presentación de un Método para el cálculo de la eficienci
cia de un detector Ge(Li)

Tesis para obtener el grado de Licenciado en Física

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Universidad Autónoma de Nuevo León (1982).

26. N. Draper y H. Smith
Applied Regression Analysis
Ed. John Wiley (1966).

