

**Capitulo 1**  
**INTRODUCCION BASICA AL**  
**METODO DE ANALISIS DE ELEMENTO FINITO**

**1.1 HISTORIA.-**

El concepto de análisis de estructuras emergió durante los años de 1850 al 1875, debido a los esfuerzos de Maxwell, Castigliano y Mohr entre otros.

El concepto y metodología de análisis estructural matricial, no tomó forma, si no hasta 80 años más tarde y la cual fué la base de análisis de elemento finito.

El progreso en el desarrollo de la teoría y la técnica analítica fué la base para el análisis de elemento finito, y avanzó muy lentamente de los años 1875 al 1920, debido en gran medida, a limitaciones practicas sobre soluciones de ecuaciones algebraicas.

En 1920 gracias a las aportaciones de Maney y Ostenfeld, de ideas básicas sobre análisis de estructuras y bastidores, se sentaron las bases sobre parametros de desplazamiento.

Hardy Cross introdujó el método de distribución de momentos en 1932, haciendo factible la solución de problemas de análisis estructurales mas complejos.

La computadora digital apareció a principios de los '50s, pero su significado real, teórico y práctico no vino inmediatamente. El procedimiento de análisis de estructuras, en un formato adecuado para la computadora, se debe a la aportación de numerosas personas, entre ellas Argyris y Patton con

publicaciones de análisis de estructuras y análisis continuo y alcanzando el procedimiento de forma matricial.

Anteriormente Courant McHenry y Hrenikoff habian dejado escritos en papel, de la introducción de todos los aspectos básicos del método de elementos finitos. El trabajo de Courant es particularmente significativo porque concierne con otros problemas gobernados por ecuaciones aplicables a otros como situaciones mecánicas estructurales.

La teconología de análisis de elementos finitos tuvo un avance a traves de fases indistintas a mediados de los '50s. Un repaso de este progreso lo da Zienkiewicz. Motivado por la formulación específica de elementos para esfuerzos planares, investigaciones establecieron la relación entre elementos para sólidos, placas en flexión, carcazas delgadas y otras formas estructurales.

## 1.2 TIPOS DE ELEMENTOS.-

Los elementos en que se usa el método de elementos finitos se ilustran en la fig 1.1

Un elemento simple de una estructura puede ser analizádo como una pieza independiente o como un total de piezas, cuando esta en combinación con elementos de diferente tipo, especialmente un elemento placa, usualmente se intenta describir como una membrana rígida.

Aunque el método abarca numerosos tipos de elementos, usaremos solo el tipo de vigas y placas para analizar los miembros de las estrucura.

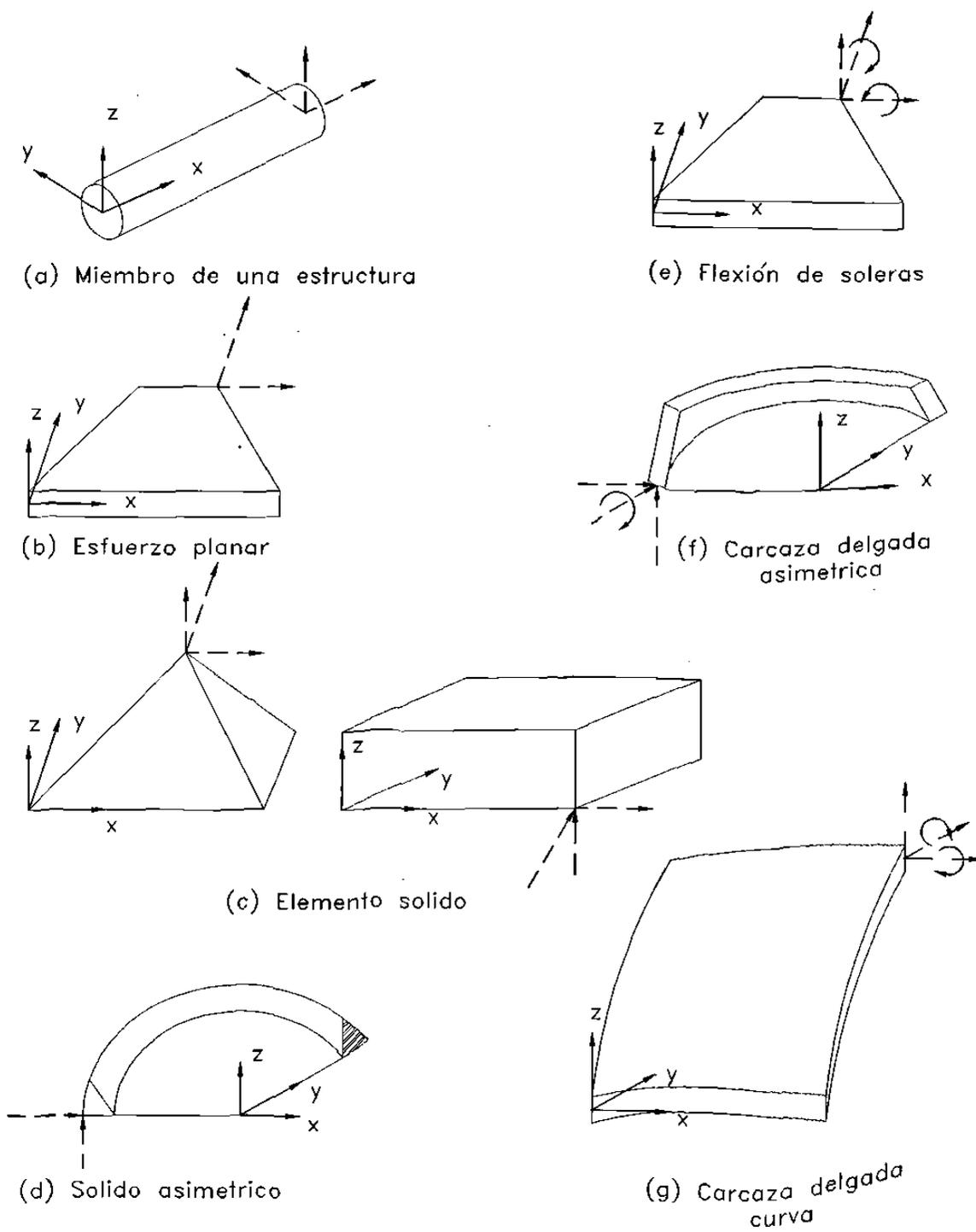


Fig.1.1 Tipos de elementos finitos

En el capítulo siguiente trataremos de dar a conocer los principios básicos, definiciones y procedimientos para el uso del método de elementos finitos en forma analítica.

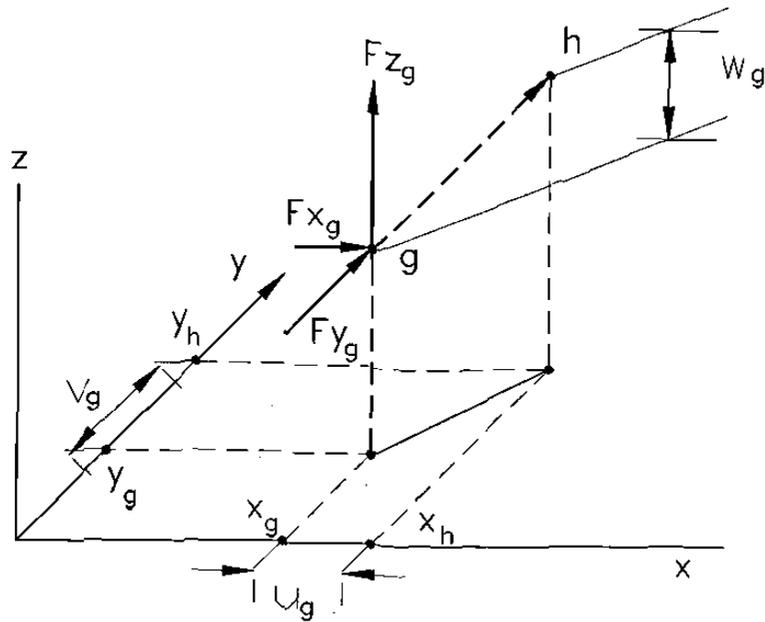
### 1.3 METODO DE ANALISIS DE ELEMENTO FINITO.-

En análisis de problemas de vigas, estructuras, placas delgadas y carcazas delgadas, generalmente se asume que la línea de trabajo esta en la mitad de la viga (vigas y estructuras) o en la mitad de la superficie (placas y carcazas).

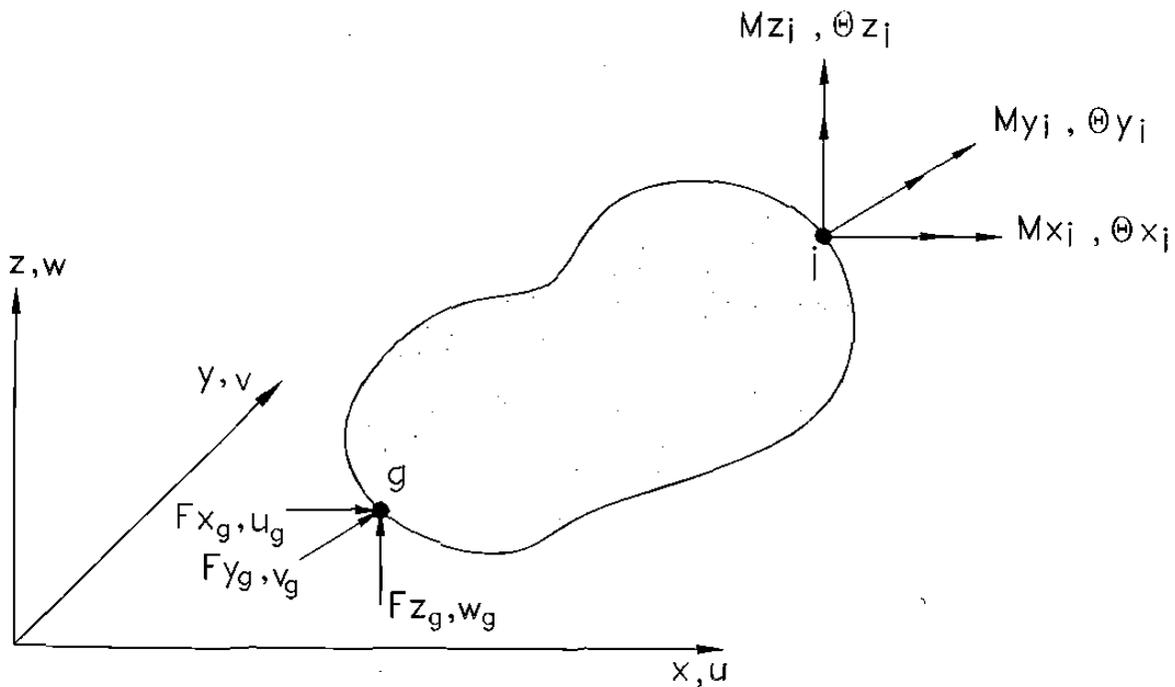
En un cuerpo estructural está acompañado de fuerza y desplazamiento en puntos del cuerpo, y estos puntos son llamados puntos *nodales*. Se conocen también como *uniones*, porque en muchos casos de aplicaciones practicas de análisis de elemento finito, representan puntos de conección de los elementos, formando un total, o global, de modelo analítico de la estructura completa.

Las fuerzas y desplazamientos son listadas en columnas matriciales  $\{F\}$  y  $\{\Delta\}$  respectivamente. Los corchetes,  $\{ \}$ , representan columnas de vectores. Para el elemento de la Fig.1.2 por ejemplo con las fuerzas de traslación en el punto  $g$  y momento en el punto  $j$ .

$$\{F\} \begin{Bmatrix} F_{xg} \\ F_{yg} \\ F_{zg} \\ M_{xj} \\ M_{yj} \\ M_{zj} \end{Bmatrix} \quad \{\Delta\} \begin{Bmatrix} U_g \\ V_g \\ W_g \\ \Theta_{xj} \\ \Theta_{yj} \\ \Theta_{zj} \end{Bmatrix}$$



(a) Desplazamiento del punto g al punto h



(b) Fuerzas y momentos y su desplazamiento correspondiente

Fig.1.2 Fuerza y desplazamiento

Podemos también describir el contenido de un vector como [ ]

• La traspuesta de una matriz esta definida como la matriz

obtenida de intercambiar las filas y las columnas de la matriz antes traspuesta; de acuerdo a esta definición, cuando una matriz de forma de columna es traspuesta produce un vector tipo fila y viceversa. Entonces denotamos a la matriz traspuesta por una  $\mathbb{T}$  de tipo Roman superíndice y podemos alternativamente escribir el vector descrito en la forma

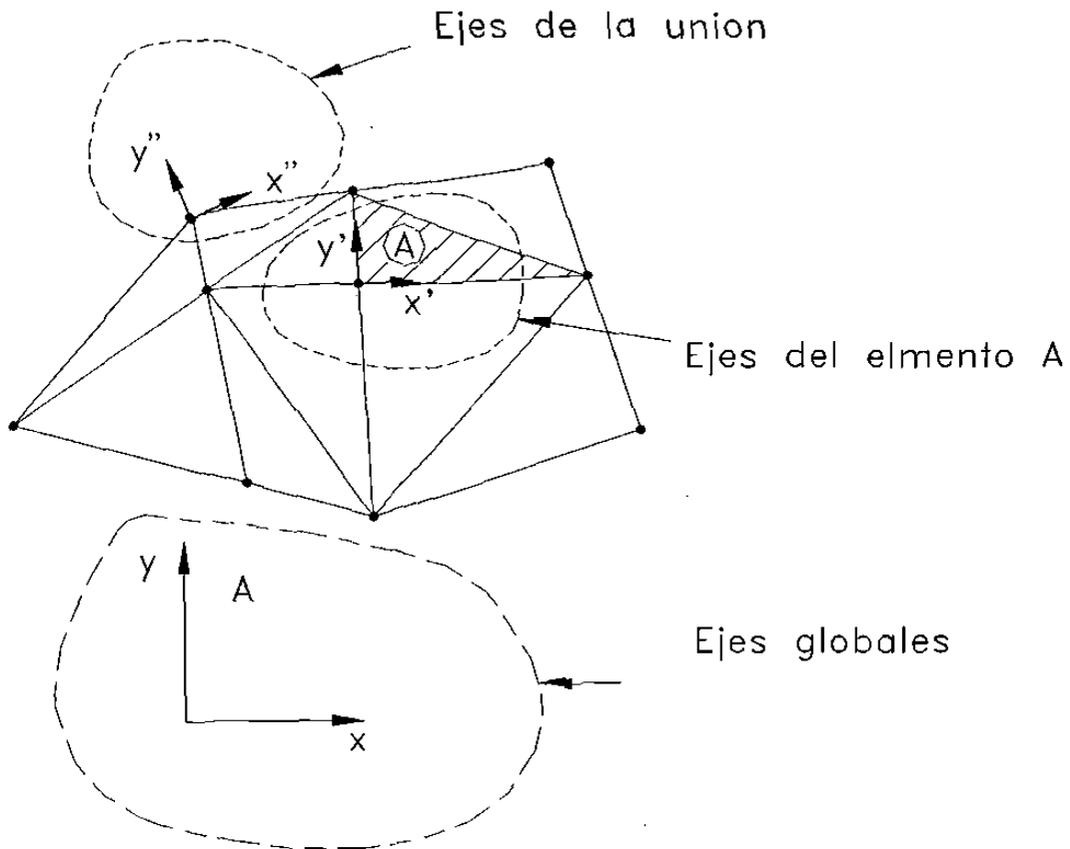
$$\{\mathbf{F}\} = \left[ \begin{array}{cccccc} F_{x_g} & F_{y_g} & F_{z_g} & M_{x_j} & M_{y_j} & M_{z_j} \end{array} \right]^{\mathbb{T}}$$

$$\{\Delta\} = \left[ \begin{array}{cccccc} u_g & v_g & w_g & \theta_{x_j} & \theta_{y_j} & \theta_{z_j} \end{array} \right]^{\mathbb{T}}$$

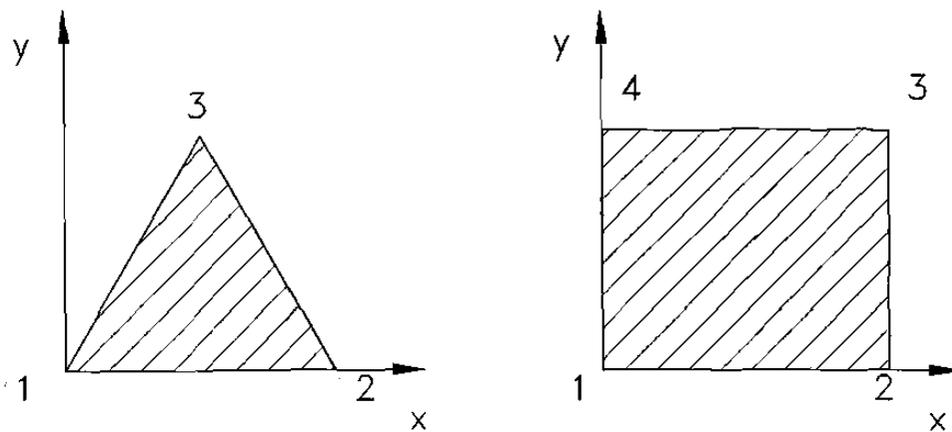
Un valor individual de un vector típico de  $n$  nodos de desplazamiento  $\{\Delta\} = \left[ \Delta_1 \dots \Delta_i \dots \Delta_n \right]^{\mathbb{T}}$ , decimos  $\Delta_i$ , es llamado el *i-esimo grado de libertad* ( d.o.f *degree-of-freedom* en ingles).

En análisis de elemento finito, en los puntos nodales debemos de distinguir su localización con respecto a los ejes coordenados. Los ejes *globales* son establecidos por una estructura completa descrita por muchos elementos finitos. Los ejes *locales* (o del elemento) son fijos al respectivo elemento y entonces el elemento está en general diferencialmente orientado sin una estructura, esos ejes serán en general diferencialmente orientados de un elemento al siguiente. Los ejes de *unión* son definidos como los puntos de *unión* de los elementos y tienen una orientación diferente de alguno o todos los elementos reunidos a la *unión*.

En la Fig.1.3 se puede observar que los ejes de los elementos se identifican por las primas ( $x'$   $y'$ ), y las primas-dobles ( $x''$   $y''$ ) para los ejes de unión.



(a) Tipos de ejes de coordenadas



(b) Esquema de numeración de uniones en ejes de elementos

Fig.1.3 Ejes coordenados y esquema de numeración de uniones

Para la numeración de puntos de unión de elementos finitos planares se designa el numero 1 al nodo más cercano al origen, el

siguiente punto es designado como 2, es decir se numera en contra de las manecillas del reloj.

Podemos escribir las ecuaciones de fuerza-desplazamiento de los elementos como, 1) *ecuaciones de rigidez*, 2) *ecuaciones de flexibilidad*, 3) *ecuaciones de una mezcla de fuerza-desplazamiento*.

Las ecuaciones de *Elemento rigido* son ecuaciones algebraicas lineales en la forma de

$$\{F\} = [k] \{\Delta\}$$

La matriz  $[k]$  es la matriz de el *elemento rigido* y  $\{F\}$  y  $\{\Delta\}$  son los vectores de fuerza y desplazamiento, respectivamente. Note que designamos una matriz rectangular con el simbolo  $[ ]$ . un termino individual de la matriz  $[k]$ ,  $k_{ij}$ , es un coeficiente de *elemento rigido*. Cuando el desplazamiento  $\Delta_j$  es impuesto al valor unitario y todos los otros d.o.f. son mantenidos fijos contra el desplazamiento ( $\Delta_k=0$ ,  $k \neq j$ ), la fuerza  $F_t$  es igual en valor a  $k_{ij}$ .

La ecuación que expresa el *elemento flexible*, para elementos soportados en una manera estable, la unión de desplazamiento ( $\{\Delta_f\}$ ) como una unión de fuerza ( $\{F_f\}$ ); por ejemplo

$$\{\Delta\} = [f] \{F_f\}$$

donde  $[f]$  es la matriz del *elemento flexible*. Un coeficiente individual de flexibilidad  $f_{ij}$ , es el valor de desplazamiento  $\Delta_j$

causado por un valor unitario de la fuerza  $F_j$ . El subíndice  $f$  sobre los vectores de fuerza y desplazamiento denotan que los vectores de fuerza y desplazamiento excluyen componentes relativos a las condiciones de soporte. Por simplicidad no usamos los subíndices  $ff$  sobre la matriz  $[\mathbf{f}]$ .

El formato de mezcla fuerza-desplazamiento define una relación de vectores conteniendo ambos, fuerza y desplazamiento. Si la fuerza y su correspondiente d.o.f. de un elemento están divididos dentro de dos grupos designados por subíndices  $s$  y  $f$ , entonces la forma general de una representación de mezcla, fuerza-desplazamiento, puede escribirse como

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_f \\ \Delta_f \end{Bmatrix} = [\Omega] \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \Delta_s \end{Bmatrix}$$

Una forma de la relación de *mezcla fuerza-desplazamiento* es el formato de matriz de *transferencia*, en la cual la fuerza y desplazamiento al final de una membrana  $(\mathbf{F}_f \Delta_f)$  son transferidos al final opuesto  $(\mathbf{F}_s \Delta_s)$  via la matriz  $[\Omega]$ .

## CAPITULO 2

### ANALISIS DE LAS PIEZAS A REDISEÑAR

#### 2.1 Modelación.-

De las partes que conforman la prensa, tomaremos como base para el análisis y rediseño, solo las partes más importantes, y cuando efectuen el mismo trabajo escogeremos solo una.

Para la modelación de las partes, haremos un croquis y mostraremos los puntos de apoyo y/o fijación, así como las cargas.

Entre las partes importantes se encuentran la estructura superior, que consta de dos placas separadas por soleras que forman una cruz ver la Fig.2.1.

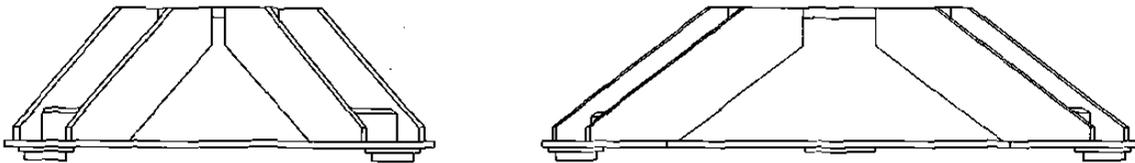


Fig. 2.1 Estructura superior

La presión del piston más el peso de las partes que presan la placa inferior generan una fuerza vertical de 9375 lb. en el centro de la placa superior. La forma que presenta la estructura superior hace que se vea como dos porticos por lo que podemos dividir la carga en dos y la forma final sería como la Fig.2.2.

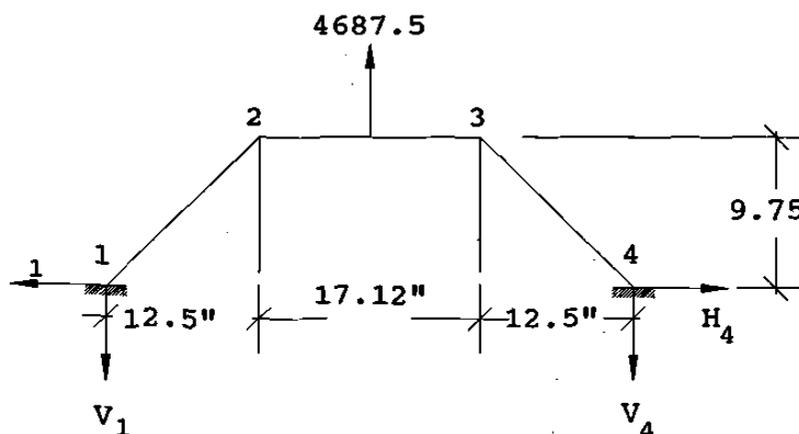


Fig. 2.2 Dimensiones y cargas

De la misma forma podemos modelar las siguientes partes y las iremos presentando una a una en los subcapítulos posteriores.

### 2.2.Procedimiento analítico.-

La estructura superior está fabricada de solera rolada en frío 1020 y de placa de acero A36, la solera es de 1/2" x 5" de ancho y la placa de 3/4" de espesor.

La fuerza total al presionar las tortillas es de 9375 lb dividida en dos secciones tenemos que la fuerza sería de 4687.5 lb.

Primero calcularemos el momento de inercia, con la fórmula siguiente<sup>1</sup>.

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

<sup>1</sup> VER BIBLIOGRAFIA No.4

$$I_{1-2} = I_{3-4} = \frac{0.5(5)^3}{12}(2) = 10.42 \text{ in}^4$$

$$I_{1-2} = I_{3-4} = 433.71 \text{ cm}^4$$

$$I_{2-3} = \frac{2(0.75)^3}{12} = 0.07 \text{ in}^4 = 2.91 \text{ cm}^4$$

Luego obtenemos las constantes de la estructura<sup>1</sup>

$$\phi = \frac{I_{1-2}}{I_{2-3}} \cdot \frac{b}{q}$$

$$\phi = \frac{10.42}{0.07} \times \frac{17.12}{15.857} = 160.7$$

$$C = 1 + \frac{1}{2\phi} = 1.00311$$

de la Fig.3.2 obtenemos que

$$b=17.12 \quad a=12.5 \quad h=9.75 \quad q=15.857$$

ahora calcularemos las reacciones y los momentos de la siguiente manera

$$V_1 = V_2 = \frac{P}{2} = \frac{4687.5}{2} = 2343.75 \text{ lb}$$

$$V_1 = V_2 = 1064.06 \text{ kg}$$

<sup>1</sup>VER BIBLIOGRAFIA No.4 PAG. 51

$$M_2 = M_3 = -\frac{Pb}{8C} = -\frac{(4687.5).(17.12)}{8(1.00311)} = -10,000 \text{ lb-in} = -11,531.6 \text{ kg-cm}$$

$$M_1 = M_4 = \frac{Pb}{16C} = \frac{(4687.5).(17.12)}{16(1.00311)} = 5,000 \text{ lb-in} = 5765.8 \text{ kg-cm}$$

### 2.3 Cálculo por análisis de elementos finitos.-

Existen en la actualidad muchos paquetes (software) de computación utilizados para el análisis de elementos finitos de los cuales podemos mencionar el Cosmos, Libra, Pastran etc., que manejan una cantidad variable de nodos y elementos como el cosmos que maneja hasta 15,000.

Debido a que hemos tenido acceso al paquete Libra, basaremos nuestro calculo en este medio. Mostraremos la manera de como el paquete nos pide los datos y como analizar los resultados ya que solo nos lo muestra en forma de valores, aunque tiene un archivo que al correrlo nos muestra en forma gráfica como se ve la pieza, antes y después de aplicar la carga, pero no muestra los valores en forma gráfica.

La forma en que hay que dar los datos es la siguiente

1. Dibujar los nodos, elementos e identificarlos
2. Hacer la geometría de la pieza con los datos anteriores.
3. Especificar el tipo de elemento a analizar.
4. Dar los datos del material
5. Indicar las condiciones frontera

6. Especificar las cargas nodales
7. En caso necesario, correr el archivo de análisis de esfuerzo.
8. Analizar los valores, y dar los resultados.

#### 2.4 Número de nodos para la precisión de la pieza.-

Primero haremos la figura mostrando los nodos y elementos necesarios para el análisis, ver Fig.2.3

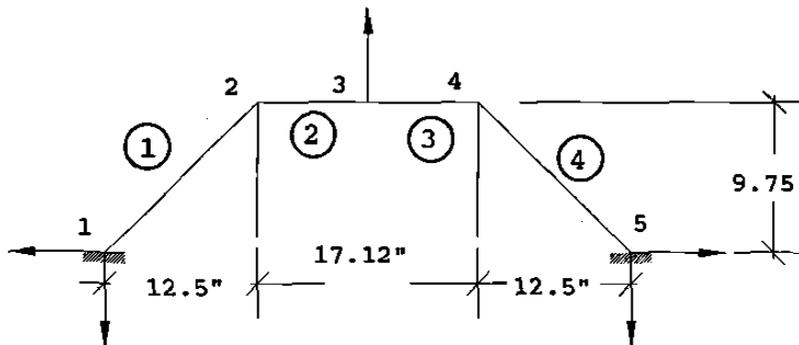


Fig. 2.3 localización de nodos y elemento

Para mostrar la forma en que el paquete nos pide los datos, lo mostraremos indicando el simbolo .

El paquete Libra arranca con el archivo libras.exe, y la primera pantalla nos muestra lo siguiente



LIBRA-STRUCTURAL MAIN MENU

1. CREATE A NEW MODEL FILE

2. EDIT AN EXISTING MODEL FILE
3. EDIT OR REVIEW THE MATERIAL LIBRARY
4. EXIT OPERATING SYSTEM

ENTER OPTION NUMBER:

Ya que vamos a empezar la figura geométrica tecleamos el numero 1 y luego enter (o return). Después nos pide el nombre del archivo y en que lugar va a guardar la información, para nuestro caso le pondremos el nombre de EST01.DAT y lo guardaremos en el drive C. Para el nombre de archivo tenemos 8 digitos o lugares y para la extensión 3.

En seguida nos aparece una pantalla donde pide el numero del elemento y el tipo de elemento. Para nuestro análisis daremos los nodos y elementos antes mencionados y el tipo de elemento sería el de viga en 3d (tipo 3). Los datos de entrada así como los resultados se pueden consultar en el apendice numero 1.



\*\*GEOMETRY INPUT\*\*

ELEMENT NUMBER:

ELEMENT TYPE:

ELEMENT TYPE

SPRING	PLANE/AXISYM	SHELL	SOLID
1. 3D SPRING	4. 3 NODE TRIANGLE	8. 2 NODE AXISYM	12. 3 NODE WEDGE

2. 2D SPRING    5. 6 NODE TRIANGLE    9. 3 NODE TRIANGLE    13. 8 NODE BRICK  
       BEAM        6. 4 NODE QUADRILAT    10. 6 NODE TRIANGLE  
3. 3D BEAM    7. 8 NODE QUADRILAT    11. 8 NODE QUADRILAT

Después de meter datos en la pantalla anterior pregunta por el tipo de material (o ID) con la pantalla siguiente



\*\*\*MATERIAL DEFINITION\*\*\*

1.- SEARCH A MATERIAL LIBRARY    4.- LIST PROPERTIES FOR DEFINED MATERIAL.  
2.- DEFINE A MATERIAL                    5.- LIST MATERIAL IN LIBRARY  
 3.- CHANGE MATERIAL NAME AND/OR PROP.    6.- LIST PROPERTIES FOR MATERIAL  
 YOUR CHOICE:                                TYPE "X" TO EXIT  
                   MATERIAL DEFINED                    MATERIAL NOT DEFINED  
 ENTER MATERIAL ID:

Las propiedades de los materiales son solicitados en el orden siguiente:

PROP(1) = Densidad de masa por unidad de volumen.  
 PROP(2) = Módulo de elasticidad.  
 PROP(3) = Relación de Poisson's.  
 PROP(4) = Coeficiente de expansión térmica.  
 PROP(5) = Módulo de rigidez (cortante).  
 PROP(6) = Conductividad térmica.

PROP(7) = Constante de calor específico.

Para nuestro diseño, el material es acero 1020 donde sus propiedades son

Densidad de masa	$\rho=0.283 \text{ lb/in}^3$
Módulo de elasticidad	$E=30E+6 \text{ lb/in}^2$
Relación de Poisson's	$\mu=0.287$
Coefficiente de expansión térmica	$\alpha=8.4E-6 \text{ in/in-}^\circ\text{F}$
Módulo de rigidez (cortante)	$G=11.5E+6 \text{ lb/in}^2$
Conductividad térmica	$T=27 \text{ Btu/(hr) (ft) (}^\circ\text{F)}$
Constante de calor específico	$cp=0.10 \text{ Btu/(lb) (}^\circ\text{F)}$

Enseguida nos pregunta si queremos ponerle título al archivo, además de otras opciones, mostrando la siguiente pantalla



\*\*TITLES AND OPTIONS\*\*

1st:

2nd:

DATA	BANDWIDTH	PLOT	OUTPUT	STIFFNES	REMOVE
CHECK	OPTIMIZE	FILE	SUPPRESS	DATA	SINGULARITIES
OPT=0	OPT=1	NO	NO	OPT=0	NO

## OPTIONS:

- |                           |                         |
|---------------------------|-------------------------|
| 1. <u>1st TITLE</u>       | 5. PLOT FILE            |
| 2. <u>2nd TITLE</u>       | 6. OUTPUT SUPPRESS      |
| 3. DATA CHECK             | 7. STIFFNESS DATA FILES |
| 4. BANDWIDTH OPTIMIZATION | 8. REMOVE SINGULARITIES |

ENTER OPTIONS NUMBER:           TYPE "X" TO EXIT

Pondremos de título en la primera opción, análisis de elementos finitos y en la segunda opción como estructura superior.

Tenemos el nombre del archivo, la geometría de la pieza con sus nodos y elementos, hemos definido las propiedades de los materiales y hemos puesto el nombre al título del análisis, por último nos falta indicar las condiciones frontera y la aplicación de las cargas nodales.

La siguiente pantalla se refiere a las condiciones frontera, consideremos la pieza como una viga fija en su parte inferior, esto es en el nodo 1 y 5, como la pieza está en dos planos, la fijaremos en "x" y "y".



\*\*\* BOUNDARY AND CONSTRAINING CONDITIONS \*\*\*

BOUNDARY CONDITIONS OPTIONS:

CONSTRAINING CONDITIONS OPTIONS

- |                                       |                                |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| 1. <u>ADD BOUNDARY CONDITIONS</u> (S) | 4. ADD CONSTRAINING SET (S)    |
| 2. LIST BOUNDARY CONDITIONS (S)       | 5. LIST CONSTRAINING SET (S)   |
| 3. DELETE BOUNDARY CONDITIONS (S)     | 6. DELETE CONSTRAINING SET (S) |

CHOOSE OPTION NUMBER:

TYPE "X" TO EXIT

Por último nos aparece una pantalla que nos indica la opción de poner las cargas nodales, en nuestro caso sería de  $Y = -4687.5$  aplicada en el nodo 3.



\*\*\* SOLUTION DATA \*\*\*

- NODAL LOADS: NODAL TEMPERATURES OTHER OPTIONS . SOLUTION SET No.=1
- |               |                    |  |       |
|---------------|--------------------|--|-------|
| 1. <u>ADD</u> | 5. ADD             | 9. REACTION/NODAL LOAD                 | OPT=0 |
| 2. LIST       | 6. LIST            | 10. TEMPERATURE FILE:                  |       |
| 3. DELETE     | 7. DELETE          | 11 LIST ALL CREATED SOLUTION SET       |       |
|               |                    | 12. CREATE O EDIT ANOTHER SOLUTION SET |       |
| FORCES:       |                    | 13 COPY ONE SOLUTION SET TO A NEW SET  |       |
| 4. BODY FORCE | 8.ROTATIONAL FORCE | 14. DELETE A SOLUTION SET              |       |

CHOOSE OPTION NUMBER:

TYPE "X" TO EXIT

Cuando terminamos de dar todos los datos necesarios nos pide que guardemos el archivo o si terminamos la sesión sin salvarlo, entonces teclearemos 1



1. SAVE FILE:
2. EDIT FILE:
3. QUIT WHITOUT SAVING:

Ya que salimos del archivo (libras) arrancamos el que tiene por nombre libsan, para obtener los datos de desplazamiento, reacciones y momentos.

Del apéndice 1 podemos obtener los datos de desplazamiento, momentos y reacciones para este análisis en dos dimensiones; pero hay que hacer una aclaración, sobre la consideración de que tomamos la placa de arriba como una solera, y de ancho, como la separación de las soleras verticales, por lo que los datos obtenidos son aproximados, pero nos sirven para comprobar que el método de análisis de elemento finito da como resultado datos muy cercanos a los obtenidos por métodos convencionales.

Algunos de los resultados obtenidos se presentan a continuación:

NODO	DESPLAZAMIENTO	MOMENTO	REACCIONES...	
			X	Y
1	-	-	-4.025E+03	-2.344E+03
2	-	-9.948E+03	-	-
3	6.230E-02	1.011E+04	-	-
4	-	9.948E+03	-	-
5	-	-	4.025E+03	-2.344E+03

Podemos obtener resultados mas reales si analizamos la pieza en tres dimensiones por el método de análisis de elementos finitos, tomando las soleras como vigas en 3D y la placa como carcaza (shell) de 3 y 4 nodos.

Para analizar la pieza es necesario dibujarla en 3D, ver la Fig.2.4, y localizar los nodos y elementos de los dos tipos de perfil (solera y placa). En la Fig.2.5 (a) podemos observar que en la pieza están localizados los nodos de la solera vista en planta, aunque daremos su localización en "x" "y" y "z".

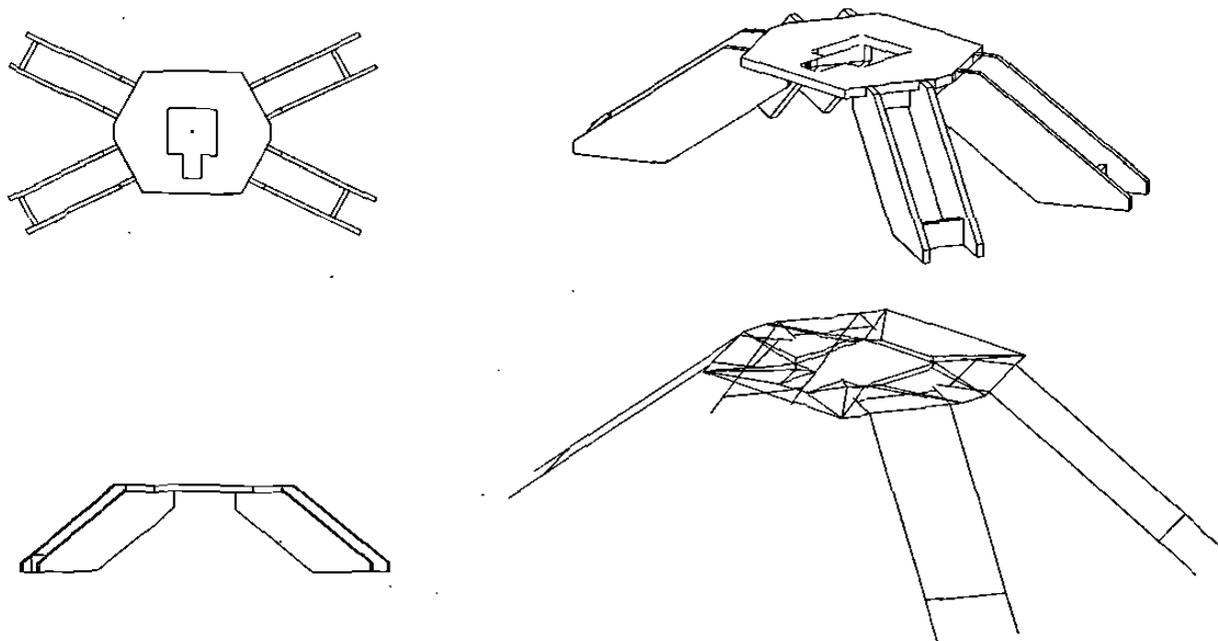


Fig.2.4 Estructura superior

En la Fig.2.5 (b) se localizan los nodos de la placa en la cual tiene nodos comunes como son el 3,7,11,12,19,23,27 y 31, y que nos sirven para unir las piezas en una sola.

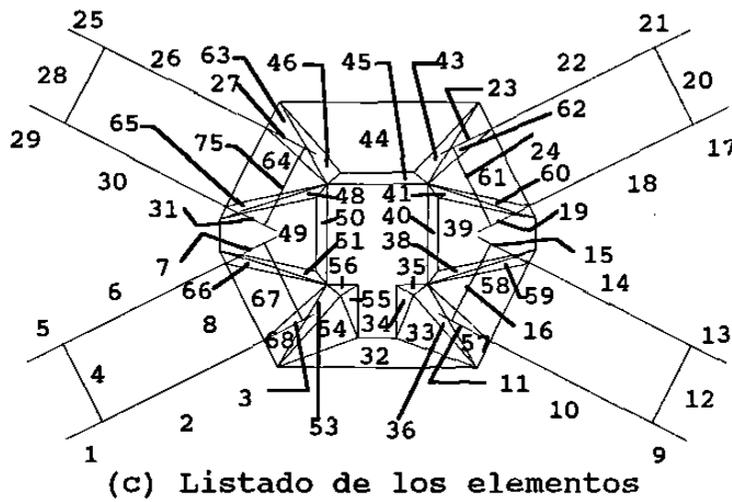
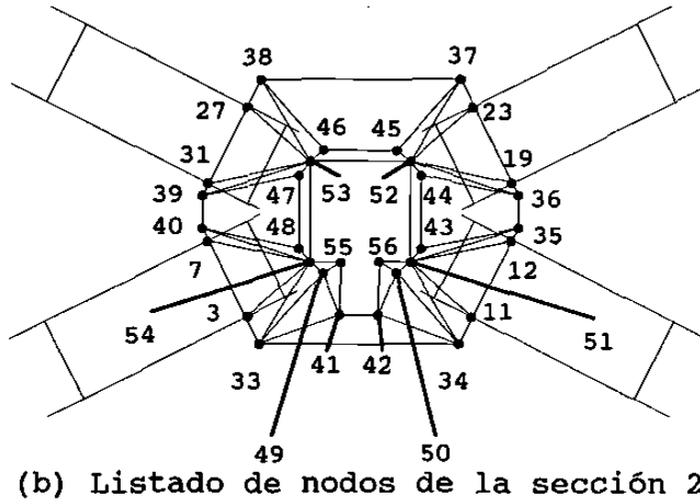
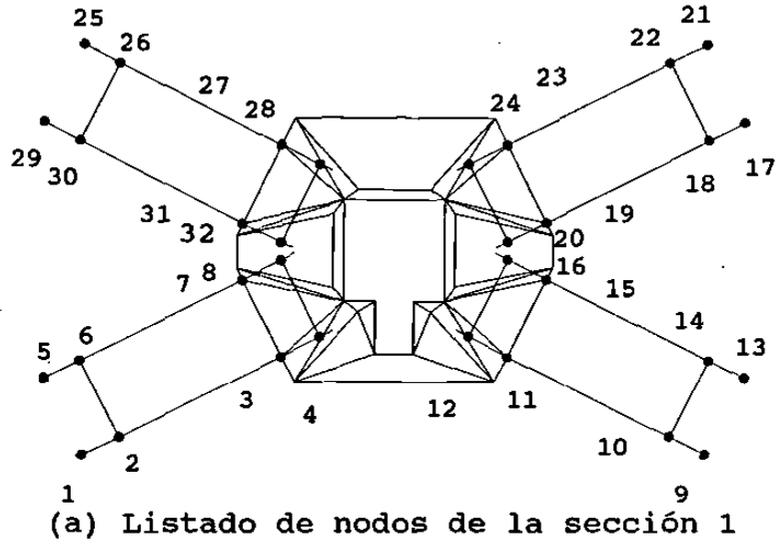


Fig.2.5 Ubicación de nodos y elementos.

La Fig.2.5 (c) muestra todos los elementos, donde podemos mencionar que existen tres tipos de elementos que son viga 3D, carcaza de 3 nodos y carcaza de 4 nodos.

En la forma como se explicó anteriormente se dan los datos que son como sigue:

Para la geometría de la pieza se dan las coordenadas de todos los nodos y se especifican a los elementos a que corresponden, el tipo de elemento y el material. Los datos de entrada se encuentran en el Apendice 1 Pag.A1-7

Los datos generales son:

Izz = 5.21                      Iyy = .052                      Area = 2.5

Espesor = .75

Los puntos de fijación de la pieza son en los tres ejes "x" "y" y "z", en los nodos

1	5	9	13
17	21	25	29

y los nodos de carga serán solo en el eje de las "z" como sigue:

43	44	45	46
47	48	49	50

Una vez que se dieron los datos para analizarlos en tres dimensiones, obtenemos los resultados en el Apendice A1-... de un archivo que se llama EST-3D4K.SOL, de los cuales podemos mencionar los más importantes:

LIBRA Finite Element Program  
Version 3.0 Revision 2

ANALISIS DE ELEMENTOS FINITOS  
ESTRUCTURA SUPERIOR 3D

## DISPLACEMENTS

NODE	DOF 1	DOF 2	DOF 3	DOF 4	DOF 5	DOF 6
46	-2.540E-03	2.025E-04	5.259E-03	-9.152E-04	5.632E-04	.000E+00
47	-2.617E-03	2.245E-04	5.987E-03	-1.403E-04	-2.980E-04	.000E+00
48	-2.735E-03	1.989E-04	6.496E-03	-1.560E-04	-8.535E-04	.000E+00
49	-2.734E-03	1.762E-04	6.948E-03	8.236E-04	1.632E-04	.000E+00
50	-2.372E-03	1.032E-04	4.984E-03	8.230E-04	6.909E-04	.000E+00
51	-2.340E-03	8.243E-05	4.448E-03	3.328E-04	1.716E-03	.000E+00
52	-2.345E-03	1.276E-04	3.502E-03	-5.302E-04	1.163E-03	.000E+00
53	-2.587E-03	2.154E-04	5.918E-03	-5.842E-04	-2.555E-04	.000E+00
54	-2.751E-03	1.801E-04	6.996E-03	2.914E-04	-9.405E-04	.000E+00
55	-2.745E-03	1.928E-04	<u>7.139E-03</u>	9.451E-04	3.883E-04	.000E+00
56	-2.344E-03	1.482E-04	5.965E-03	9.381E-04	4.855E-04	.000E+00

## ELEMENT STRESSES

EL NODE	P1	P2	P3	M1	M2	M3
2 2	-2.957E+03	-2.204E+01	1.771E+02	-4.950E+02	4.404E+02	-1.156E+02
3	2.957E+03	2.204E+01	-1.771E+02	4.950E+02	-2.558E+03	-1.479E+02
14 14	-3.280E+02	-7.456E+01	1.362E+02	8.247E+02	1.291E+03	-2.112E+02
15	3.280E+02	7.456E+01	-1.362E+02	-8.247E+02	-2.921E+03	-6.805E+02
16 11	-4.716E+02	-4.117E+02	-2.043E+02	1.570E+03	-1.653E+03	-7.056E+02
15	4.716E+02	4.117E+02	2.043E+02	-1.570E+03	2.571E+03	-1.145E+03
18 18	-7.793E+02	-8.142E+01	-5.435E+01	-7.756E+02	-1.544E+03	-2.374E+02
19	7.793E+02	8.142E+01	5.435E+01	7.756E+02	2.194E+03	-7.364E+02
24 19	-3.179E+02	3.080E+02	4.538E+02	-1.396E+02	<u>-3.793E+03</u>	9.407E+02
23	3.179E+02	-3.080E+02	-4.538E+02	1.396E+02	1.749E+03	4.462E+02

## REACTION LOADS FOR LOAD CASE 1

NODE	DOF 1	DOF 2	DOF 3	DOF 4	DOF 5	DOF 6
1	-2.121E+03	-1.077E+03	-1.805E+03	.000E+00	.000E+00	.000E+00
5	-6.820E+02	-4.121E+02	-4.087E+02	.000E+00	.000E+00	.000E+00
9	2.568E+03	-1.237E+03	-2.109E+03	.000E+00	.000E+00	.000E+00
13	3.714E+02	-3.554E+02	-2.431E+02	.000E+00	.000E+00	.000E+00
17	6.022E+02	6.254E+02	-4.832E+02	.000E+00	.000E+00	.000E+00
21	2.315E+03	9.017E+02	-1.885E+03	.000E+00	.000E+00	.000E+00
25	-1.908E+03	9.309E+02	-1.604E+03	.000E+00	.000E+00	.000E+00
29	-1.146E+03	6.238E+02	-8.374E+02	.000E+00	.000E+00	.000E+00

## CAPITULO 3

### REDISEÑO DEL BASTIDOR PRINCIPAL POR EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

El concepto de rediseño de la prensa para aumentar su capacidad, es mantener la misma forma de la máquina hasta donde sea posible, por lo que el bastidor principal se dejó con la misma forma aumentando solamente su largo total y el espesor de perfil estructural; su forma final se muestra en la Fig.3.1.

El diseño original está fabricado con perfil estructural de "PTR" y solera comercial; su función principal es soportar todas las partes que conforman el carro, como son el bastidor superior e inferior, las placas superior e inferior, la estructura superior y los pistones.

Tomando en cuenta que el diseño anterior está funcionado perfectamente, analizaremos solo el rediseño, por el método de elementos finitos y si los resultados muestran algún aumento en esfuerzo con respecto a los esfuerzos de trabajo, entonces cambiaremos de perfil estructural, de tamaño o forma; de lo contrario mostraremos los resultados admisibles de esfuerzo y deformación y pasaremos a evaluar la última pieza de este trabajo.

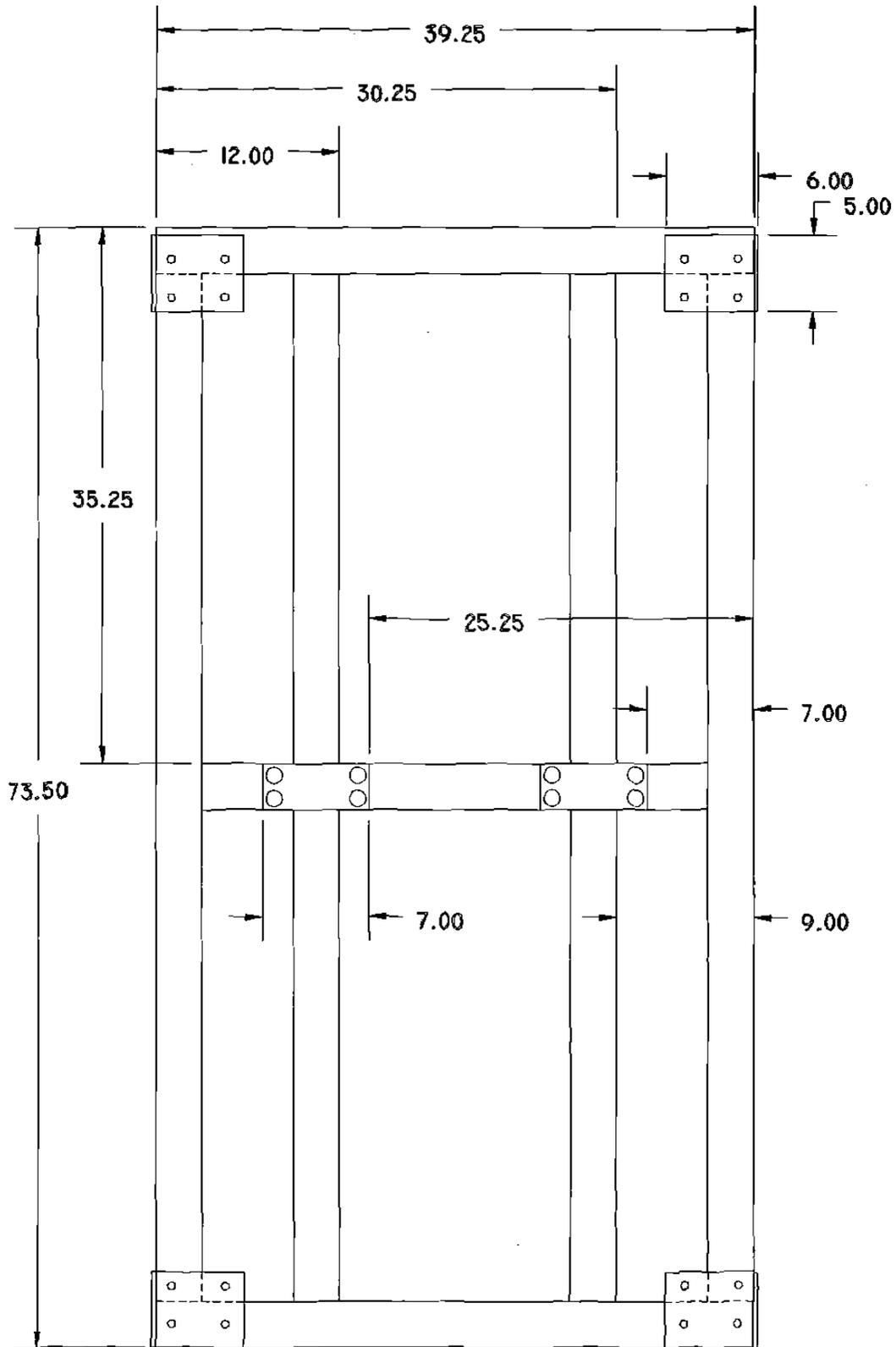
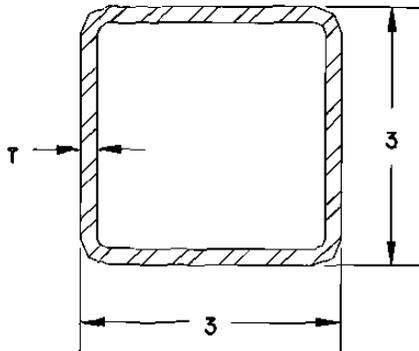


FIG. 3.1 ESTRUCTURA PRINCIPAL

- DATOS DE LOS PERFILES ESTRUCTURALES -

El material de la estructura es un perfil de "PTR" de 3X3 pulgadas con espesor de 0.125 Y 0.188" cuyos momentos<sup>1</sup> y areas son:



PERFIL	AREA	MOMENTO DE INERCIA
3 x 3 x.125	1.397 PULG. <sup>2</sup>	1.896 PULG. <sup>4</sup>
3 x 3 x.188	2.015 PULG. <sup>2</sup>	2.595 PULG. <sup>4</sup>

Calculamos el momento de inercia para la seccion compuesta de "PTR" y solera por el teorema de STEINER:<sup>1</sup>

Obtenemos el centroide de la figura por medio de la formula:

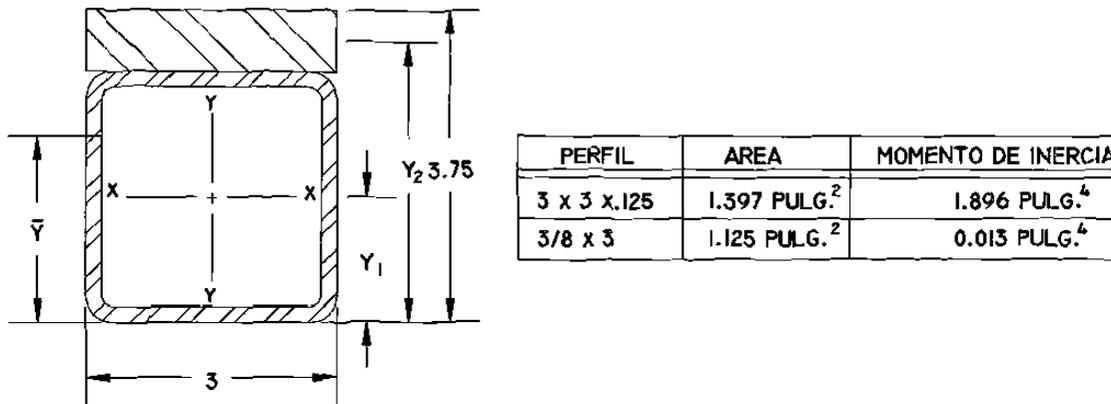
$$\bar{Y} = \frac{A \times LA \times B \times LB}{A + B}$$

$$\bar{Y} = \frac{1.397 \times 1.5 \times 1.125 \times 1.125}{1.397 + 1.125}$$

$$\bar{Y} = 2.25 \text{ pulg.} = 5.72 \text{ cm}$$

Entonces calculamos el momento de Inercia de cada seccion con respecto al centroide de la Fig. siguiente.

<sup>1</sup> VER BIBLIOGRAFIA No.5



$$I'_1 = I_1 + A_1 d^2 = 0.013 + (1.125 \times .935^2) = 0.997$$

$$I'_2 = I_2 + A_2 d^2 = 1.896 + (1.397 \times .750^2) = 2.688$$

$$I_T = I'_1 + I'_2 = 0.997 + 2.688$$

$$I_T = 3.685 \text{ in}^4 = 153.38 \text{ cm}^4$$

Tenemos los momentos de inercia de la pieza, las áreas, y las propiedades del material son las mismas que la pieza anterior, el espesor de la placa inferior es de 3/8".

Para nuestro diseño, el material es acero 1020 donde sus propiedades son

Densidad de masa	$\rho = 0.283 \text{ lb/in}^3$
Módulo de elasticidad	$E = 30 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$
Relación de Poisson's	$\mu = 0.287$
Coefficiente de expansión térmica	$\alpha = 8.4 \times 10^{-6} \text{ in/in-}^\circ\text{F}$
Módulo de rigidez (cortante)	$G = 11.5 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$
Conductividad térmica	$T = 27 \text{ Btu/(hr)(ft)(}^\circ\text{F)}$
Constante de calor específico	$c_p = 0.10 \text{ Btu/(lb)(}^\circ\text{F)}$



Partiendo de la Fig. 3.1 obtenemos los nodos de la pieza completa y la redibujamos, quedando de la forma que nos muestra la Fig. 3.2.

Al meter los datos al paquete Libra nos pide los nodos y elementos, por lo que dibujamos otra figura mostrando los elementos y cuya forma final se ve en la Fig. 3.3. los números *italicos* nos representan los elementos del perfil estructural de "PTR", y los números *normales* las placas inferiores. La localización de los nodos, elementos, materiales, apoyos y cargas las encontramos en el Apéndice 3, pagina. A2-49 al A2-53.

Los nodos donde será soportada la pieza y en la que tendremos las reacciones son:

1	26	29	30
45	3	50	49
10	65	66	70
85	86	12	89

Las cargas están aplicadas hacia abajo con un valor total de 3,300 libras aplicadas en 6 nodos, resultando 550 Lb. por cada nodo en la manera siguiente:

1	3	10	12
5	8		

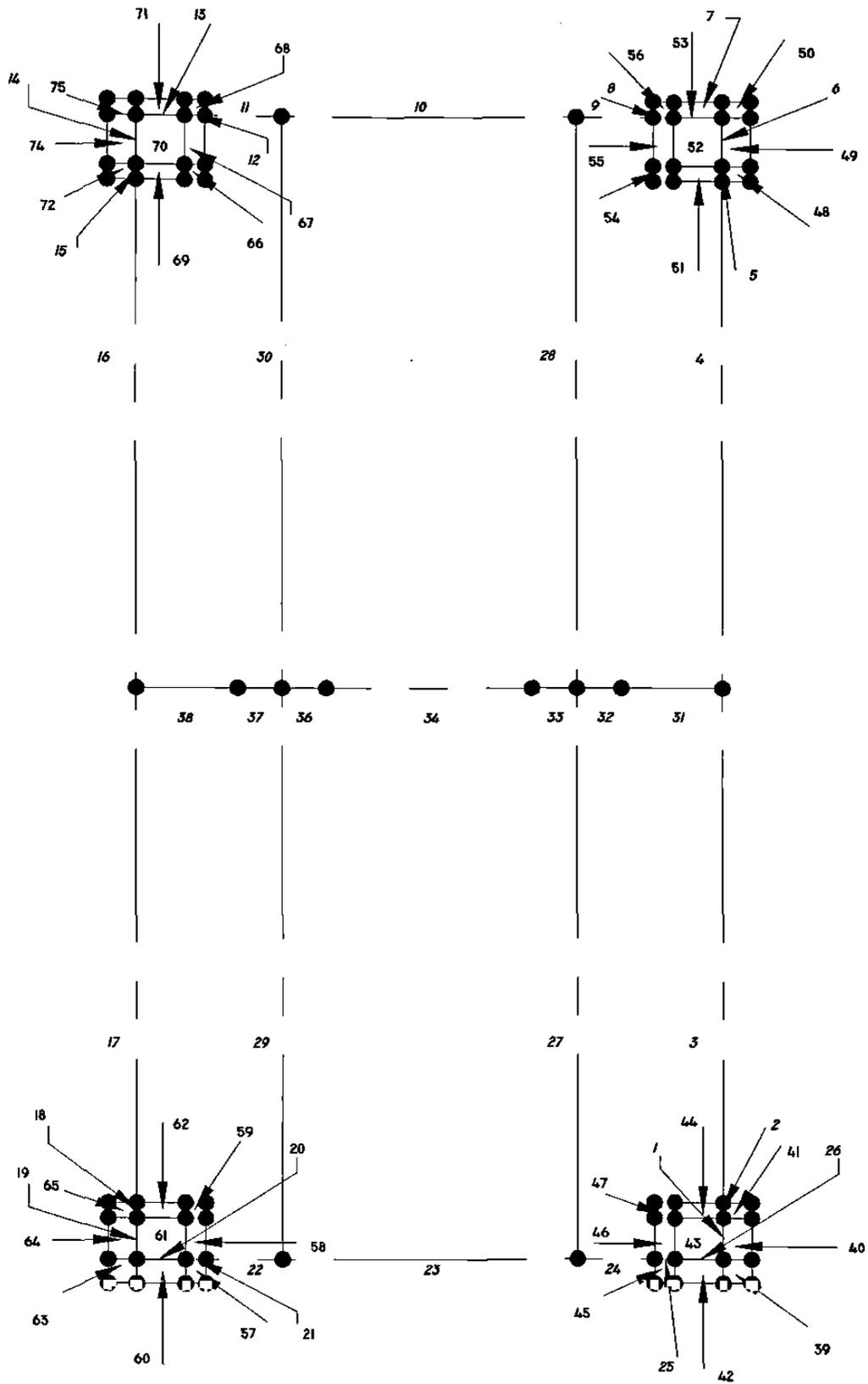


Fig. 3.3 Elementos de Estructura Principal

Tenemos todos los datos suficientes por lo que corremos el paquete de libra y le ponemos los nombres a los archivos de la manera siguiente:

e-sup. archivo conteniendo los datos de entrada

e.sup.sol archivo con la solución del problema

e.sup.pos archivo para mostrar gráficamente la pieza

Después de correr el paquete (software) Libra analizamos los datos (ver Apéndice 2) para encontrar los valores principales de momentos, y deflexión de perfil estructural como sigue:

NODO	DEFLEXION	MOMENTO
5	-1.184E-02	-2.132E+03
8	-1.184E-02	2.132E+03
14	-1.245E-02	1.661E+03
15	-1.245E-02	1.661E+03

Para la sección del perfil estructural, calculamos el esfuerzo mediante la fórmula siguiente:

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{-2132}{3.685} \times 2.25 = 1301.76 \text{ lb/pulg.}^2$$

$$\sigma = 91.52 \text{ kg/cm}^2$$

El esfuerzo de trabajo lo calculamos con un factor de seguridad de 2.5 con la fórmula

$$\sigma_t = \frac{\sigma_y}{FS}$$

Donde

$\sigma_t \Rightarrow$  Esfuerzo de trabajo

$\sigma_y \Rightarrow$  Esfuerzo de cedencia

FS  $\Rightarrow$  Factor de Seguridad

El esfuerzo de cedencia  $\sigma_y$  para un acero estructural 1020 es de  $50,000 \text{ lb/in}^2$ .

$$\sigma = \frac{\sigma_y}{FS} = \frac{50,000}{2.5} = 20,000 \text{ lb/pulg.}^2$$

$$\sigma = 1406.04 \text{ kg/cm}^2$$

Como podemos ver el esfuerzo de trabajo es mayor que el esfuerzo realizado por la pieza estructural, podemos considerar que la pieza está dentro de los esfuerzos permisibles y tomando en cuenta que la prensa necesita una mínima deflección, podemos decir que esta bien diseñada.

## CAPITULO 4

### ANALISIS DE LA PLACA SUPERIOR

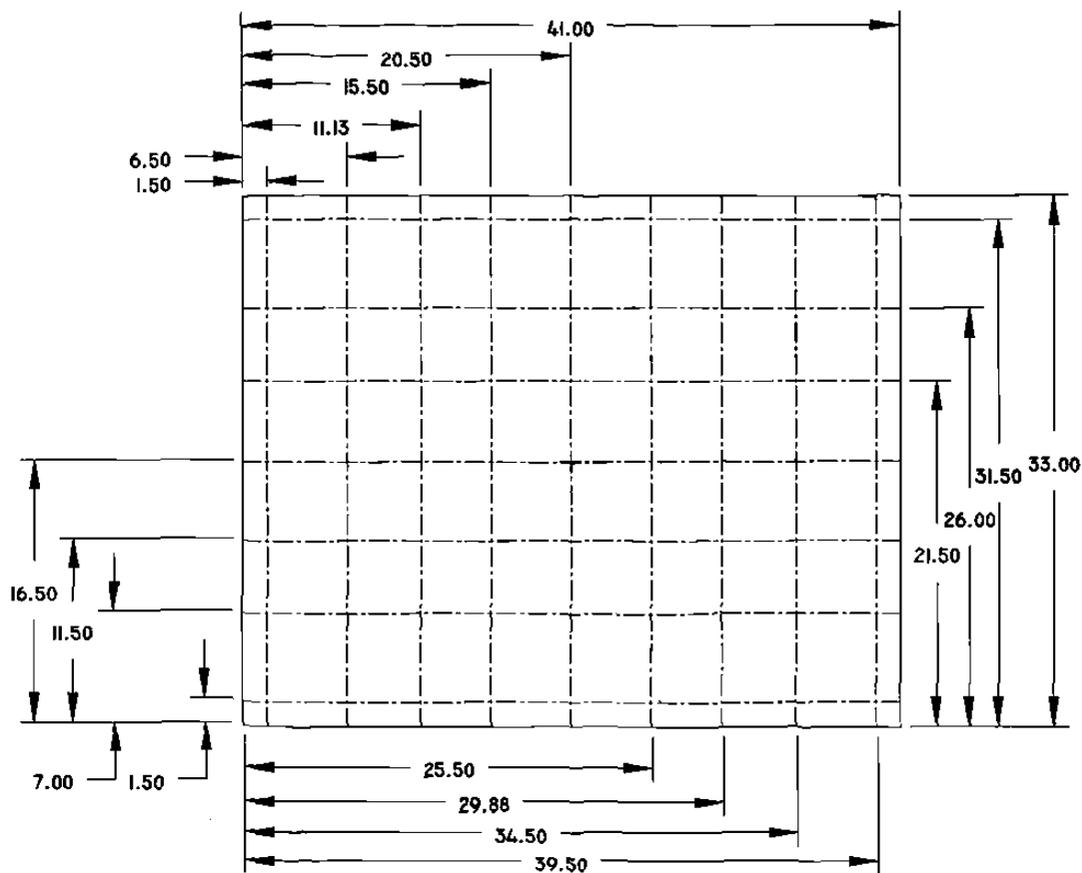
Analizaremos por último la placa superior para complementar la tesis como partes representativas del conjunto de partes que conforman la prensa para la fabricación de tortillas.

La placa es la pieza que presiona los testales (bolitas de masa) para que finalmente formen la tortillas crudas, la cual está sujeta por un bastidor con tacones que son los que le dan presión a la placa y ésta a su vez presiona a la placa fija inferior.

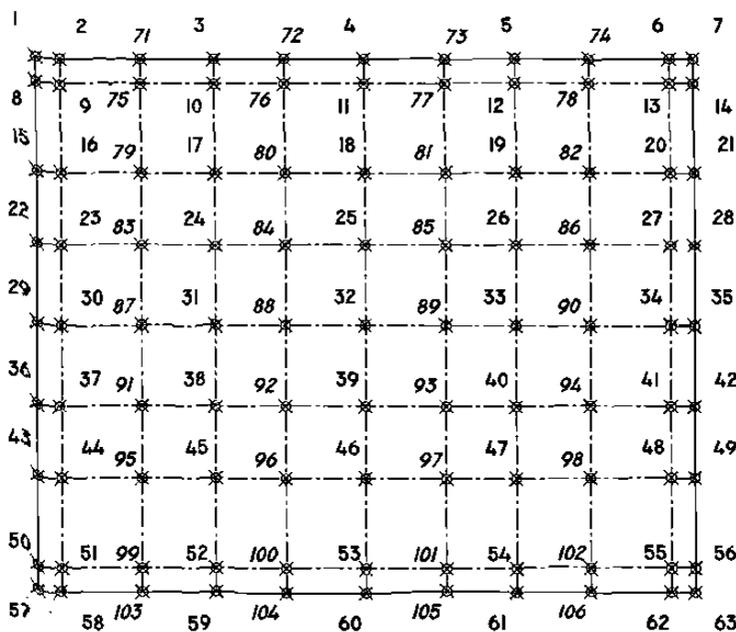
La forma de la placa se muestra en la Fig.4.1. Esta formada por una placa de aluminio de 33 de ancho x 41 pulgadas de largo y con un espesor de 2 pulgadas. Se ha dividido en partes de cuatro lados para considerarlos como elementos de cuatro nodos tipo 11 (ver pagina 18) y así obtener los nodos en la Fig. 4.1 (b) y los elementos en la Fig. 4.2.

Para nuestro análisis consideramos aluminio 6061 T6 cuyas propiedades son:

Densidad de masa	$\rho=0.095 \text{ lb/in}^3$
Módulo de elasticidad	$E=10E+6 \text{ lb/in}^2$
Relación de Poisson's	$\mu=0.330$
Coefficiente de expansión térmica	$\alpha=13.5E-6 \text{ in/in-}^\circ\text{F}$
Módulo de rigidez (cortante)	$G=3.80E+6 \text{ lb/in}^2$
Conductividad térmica	$T=90 \text{ Btu/(hr) (ft) (}^\circ\text{F)}$
Constante de calor específico	$c_p=0.23 \text{ Btu/(lb) (}^\circ\text{F)}$



(A) PLACA SUPERIOR



(B) Nodos

FIG.4.1 NODOS DE PLACA SUPERIOR

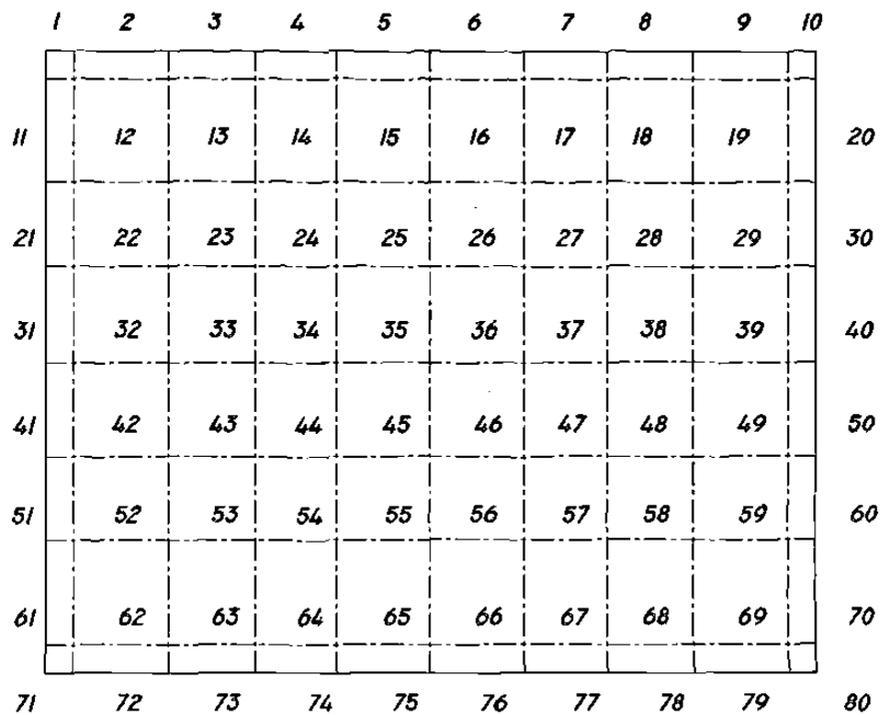
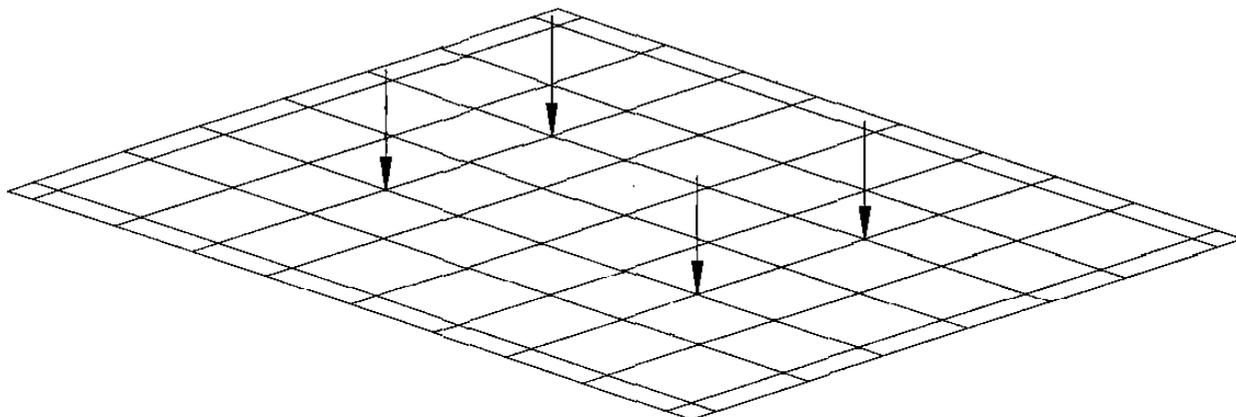


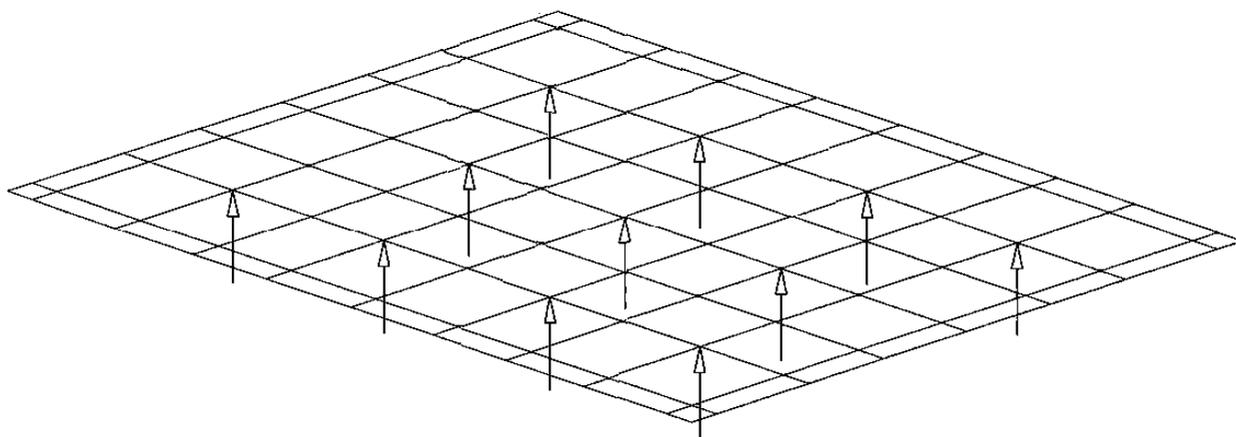
Fig. 4.2 Elementos de Placa Superior

La carga será de 8948.8 libras repartidas en cuatro nodos, resultando un valor de 2237.2, y son aplicadas a estos como sigue:

nodos	cargas	nodos	cargas
24	-2237.2	26	-2237.2
38	-2237.2	40	-2237.2



(A) CARGAS APLICADAS A LA PLACA



(B) REACCIONES DE LA PLACA

Fig. 4.3 Cargas y Reacciones

Los apoyos son en los nodos siguientes:

```

      79   80   81   82
      31   32   33
      95   96   97   98

```

Con las dimensiones de la placa (ver fig.4.1a) formamos los nodos y elementos de los cuales se encuentran localizados en el Apéndice 3; tenemos el material y sus cargas así como sus apoyos por lo que corremos el paquete de libras y obtenemos datos de deflección y esfuerzo.

De los resultados del Apéndice 3, página A3-89 a la A3-196 podemos extraer los valores máximos de deflección y esfuerzo como sigue:

LIBRA Finite Element Program  
Version 3.0 Revision 2

PRINCIPAL STRESSES FROM POST PROCESSING FILE: placa4-k.pos

```

NUMBER OF ELEMENTS = 80
NUMBER OF NODES    = 99
NUMBER OF DOF'S    = 6
NUMBER OF NDS/ELEM = 4

```

---- LOAD CASE NO. 1 ----

NODE	DEFL-1	DEFL-2	DEFL-3	DEFL-4	DEFL-5	DEFL-6
<b>3</b>	.000E+00	.000E+00	<b>8.063E-03</b>	6.124E-04	-1.346E-04	.000E+00
4	.000E+00	.000E+00	8.527E-03	6.742E-04	-3.446E-08	.000E+00
5	.000E+00	.000E+00	8.063E-03	6.124E-04	1.346E-04	.000E+00
59	.000E+00	.000E+00	8.063E-03	-6.124E-04	-1.346E-04	.000E+00
60	.000E+00	.000E+00	8.527E-03	-6.742E-04	-3.446E-08	.000E+00
61	.000E+00	.000E+00	8.063E-03	-6.124E-04	1.346E-04	.000E+00

PEAK PRINCIPAL STRESSES BY VALUE

ELEM	PEAK TENSILE STRESS (PSI)	ELEM	PEAK COMPRES STRESS (PSI)	ELEM	PEAK SHEAR STRESS (PSI)
--- MATERIAL SET NO. 1 ---					
<u>36</u>	<u>8.3408E+02</u>	<u>36</u>	<u>1.1458E+03</u>	<u>36</u>	<u>1.1458E+03</u>
46	8.3408E+02	46	1.1458E+03	46	1.1458E+03
45	8.3370E+02	45	1.1456E+03	45	1.1456E+03
35	8.3370E+02	35	1.1456E+03	35	1.1456E+03
AVERAGE PRINCIPAL STRESSES BY VALUE					

ELEM	AVG TENSILE STRESS (PSI)	ELEM	AVG COMPRES STRESS (PSI)	ELEM	AVG SHEAR STRESS (PSI)
--- MATERIAL SET NO. 1 ---					
36	8.2037E+02	36	1.1367E+03	36	1.1367E+03
46	8.2037E+02	46	1.1367E+03	46	1.1367E+03
45	8.1997E+02	45	1.1365E+03	45	1.1365E+03
35	8.1997E+02	35	1.1365E+03	35	1.1365E+03

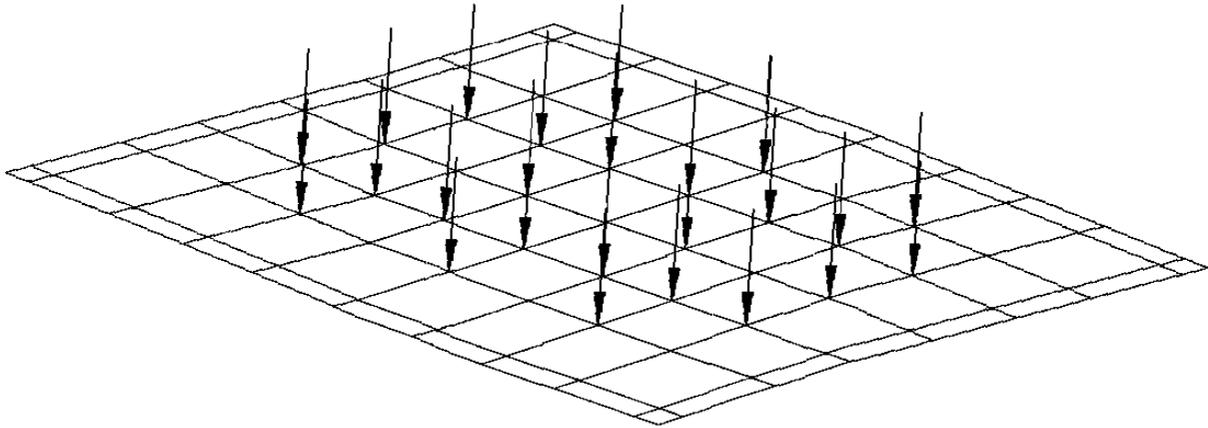
Corrimos el programa "MAXSTR.EXE" para encontrar los máximos valores de esfuerzo, promedio, y picos en forma ordenada por valor o por elemento y nos dio como resultado los datos anteriores.

Como la prensa requiere un mínimo de deflección en sus placas para obtener un producto de calidad uniforme, es necesario rediseñar la prensa, aumentando el espesor de la placa, cambiar el material o aumentar el número de puntos de aplicación de la carga para mejorar su distribución. Optamos por esto último y ponemos mas puntos de contacto como lo describe la Fig. 4.4.

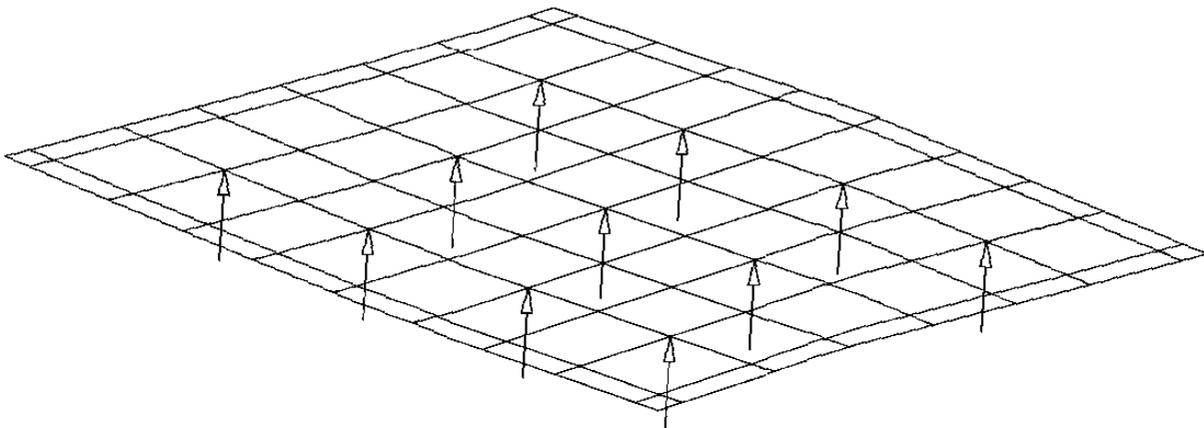
El

valor de la carga disminuye por el aumento de puntos de contacto de carga pero su valor total se mantiene el mismo valor de 8948.8

lbs. repartidos ahora en 24 nodos nos da un valor de 372.87 lb./nodo como sigue



(A) CARGAS APLICADAS A LA PLACA



(B) REACCIONES DE LA PLACA

Fig. 4.4 Cargas y reacciones en placa rediseñada

		17	18	19		
83	24	84	25	85	26	86
87		88		89		90
91	38	92	39	93	40	94
		45	46	47		

Los datos del material así como los puntos de reacción se mantienen con el mismo valor y en el mismo lugar. Con estos datos los capturamos en el paquete "libra" y nos resultan valores de desplazamiento y esfuerzo como sigue:

Nodo	Desplazamiento
4	-1.160E-03
22	-1.164E-03
28	-1.162E-03
<b>30</b>	<b><u>-1.298E-03</u></b>
34	-1.295E-03
36	-1.164E-03
60	-1.160E-03

Podemos obtener los mismos datos corriendo el archivo maxstr.exe y compararlos con los del archivo libsan, como se muestran en seguida.

LIBRA Finite Element Program  
Version 3.0 Revision 2

PRINCIPAL STRESSES FROM POST PROCESSING FILE: a:placa4k1.pos

NUMBER OF ELEMENTS = 80  
 NUMBER OF NODES = 99  
 NUMBER OF DOF'S = 6  
 NUMBER OF NDS/ELEM = 4

---- LOAD CASE NO. 1 ----

NODE	DEFL-1	DEFL-2	DEFL-3	DEFL-4	DEFL-5	DEFL-6
4	.000E+00	.000E+00	-1.160E-03	-8.226E-05	4.804E-08	.000E+00
22	.000E+00	.000E+00	-1.164E-03	9.588E-05	-6.376E-05	.000E+00
28	.000E+00	.000E+00	-1.162E-03	9.568E-05	6.368E-05	.000E+00
<u>30</u>	.000E+00	.000E+00	<u>-1.298E-03</u>	3.284E-19	-7.847E-05	.000E+00
34	.000E+00	.000E+00	-1.295E-03	-2.376E-20	7.846E-05	.000E+00
36	.000E+00	.000E+00	-1.164E-03	-9.588E-05	-6.376E-05	.000E+00
42	.000E+00	.000E+00	-1.162E-03	-9.568E-05	6.368E-05	.000E+00
60	.000E+00	.000E+00	-1.160E-03	8.226E-05	4.804E-08	.000E+00

Los datos de esfuerzo se obtienen de la misma manera en el Apéndice A3. Como podemos ver los valores de deflección disminuyeron al aumentar el número de puntos de contacto de las cargas ayudando a mejorar el diseño; por lo que la pieza se modificará, agregando un soporte con tacones que apoyen en los puntos indicados de carga.

## Capitulo 5

### Resultados

El rediseño de la prensa con la ayuda del método de Elementos Finitos ha facilitado la fabricación de la misma en menos tiempo de lo esperado ya que no hay necesidad de hacer prototipos, como cuando se analiza, desde el punto de vista de resistencia de materiales.

Cuando se estaba rediseñando la prensa para aumentar su capacidad se dejaron muchas piezas con el mismo diseño original ya que no era necesario su modificación, en el caso de las partes que era necesario modificarlas se busco mantener la misma forma y el mismo tipo de material hasta donde fuera posible, logrando con esto tener un inventario bajo de materiales en almacen.

El utilizar el paquete de programación "Libra" para analizar las partes más importantes de la prensa nos permitió hacer un análisis en 3D (3 dimensiones) logrando obtener mejores, y más confiables resultados de todo un conjunto de partes, ya que puede manejar dos tipos de material, con diferente propiedades mecánicas, con tipos y valores de cargas variables para cada caso en particular, haciendo con esto una ayuda adicional para manejar situaciones más complejas que con métodos convencionales de cálculo.

Al analizar las partes por los dos métodos, convencional y por el método de elementos finitos (en "PC") podemos decir que el

método de elementos finitos se acerca al método convencional pero en análisis de 3D mejora los resultados por elementos finitos.

Analizamos la estructura superior , la estructura principal y la placa superior encontrando que las dos primeras piezas se encuentran con un margen alto de seguridad en cuestión de esfuerzo de trabajo, pero la prensa necesita un mínimo de defleccción para poder cumplir con los requerimientos de calidad de los productos (tortillas) en cuanto a espesor y forma por lo que podemos decir que las dos primeras piezas están bien diseñadas. La tercera pieza muestra una deflección mayor que la esperada, se rediseño con mas puntos de contacto de las cargas, para disminuir los deflecciones en puntos críticos. Como resultado de esto, mejoró notablemente el funcionamiento de la pieza en forma de operación de la prensa y en resistencia de la misma.

Al emplear el método de elementos finitos por medio de un software(paquete de programación) nos da resultados en cada nodo de cada sección o elemento, para ver que parte está más esforzada y de esta manera poder cambiar alguna propiedad del material, forma o posición de la pieza para mejorar su diseño, ahorrando tiempo de análisis ya que solo se modifica la parte que se va a rediseñar y se vuelve a correr el programa para obtener los resultados finales, y asegurarse que va a funcionar adecuadamente.

Asimismo nos ayuda a evitar en gran medida el uso de prototipo como en disminución de tiempo en la decisión de

fabricación de algún equipo con la seguridad de que está bien diseñado.

El paquete que manejamos (libra) maneja datos de entrada en forma manual, de manera que al hacer la geometría de la pieza tenemos que encontrar primero los puntos nodales y los elementos que conforman la pieza para después tener que alimentarlos y así poder ver la figura en pantalla. Los datos de material, cargas y condiciones frontera también los pide y se los damos uno por uno, esto tiene que ser para cada una de las partes que vamos a analizar. Los resultados obtenidos nos lo proporcionan con valores tabulados que hay que interpretar para encontrar los valores máximos y así saber donde es el punto (nodo) mas esforzado y así poder hacer los cambios pertinentes para mejorar el diseño.

En la actualidad existen muchos paquetes de programación que proporcionan con facilidad y rapidez, resultados de deformación, deflección y esfuerzo de una manera gráfica muy fácil de entender y con valores máximos encontrados en el análisis mostrados en pantalla con diversos colores que hacen que hagamos una conclusión de que esta pasando con la pieza a estudiar.

El paquete (software) "Cosmos" cuenta con una rutina que permite la importación de dibujos hechos en CAD facilitando y reduciendo la carga de trabajo para el estudio de una pieza, de esta manera podemos hacer el dibujo en otro paquete y luego pasarlo al "Cosmos". Además cuenta con librerías de diversos materiales que permiten seleccionar el adecuado, evitando así la captura de información

Cuenta además con menú de opciones que nos permiten agregar vibración a la pieza en caso de ser necesario y nos muestra en pantalla, el efecto del mismo. Podemos agregar ciclos de cargas para poder saber si nos va a fallar por fatiga mostrando una gráfica para este fin.

Podemos decir que el uso de la computadora para el análisis de elementos finitos es primordial pero no hay que olvidar que cada día que pasa se van mejorando los paquetes de programación por lo cual también nosotros debemos caminar a la par de los adelantos para elegir el mejor paquete de programación que nos facilite el análisis de lo que vamos a estudiar.