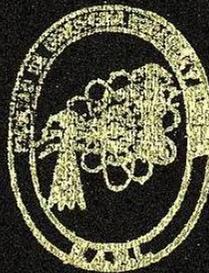


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES



ANALISIS DE SISTEMAS DESBALANCEADOS
PARA EL DISEÑO Y OPERACION
DE REDES ELECTRICAS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTRICA
ESPECIALIDAD POTENCIA

PRESENTA

JUAN MARCOS GARCIA MARTINEZ

MONTERREY, N. L.

DICIEMBRE DE 1989

ANÁLISIS DE SISTEMAS DESBALANZADOS

PARA EL DISEÑO Y OPERACION

DE REDES ELÉCTRICAS

TM

Z5853

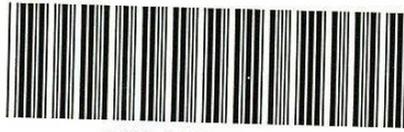
.M2

FIME

1989

G37

JMGM



1020074575



DEPARTMENT OF EDUCATION
OFFICE OF THE SECRETARY

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS SUPERIORES

ANÁLISIS DE SISTEMAS DESBALANCEADOS
PARA EL DISEÑO Y OPERACIÓN DE REDES ELÉCTRICAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
ESPECIALIDAD POTENCIA

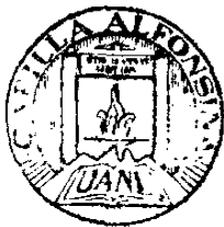
PRESENTA

JUAN MARCOS GARCÍA MARTÍNEZ

MONTERREY, N.L.

DICIEMBRE DE 1989

TM
25833
M2
F11
1'8:
G37



FONDO TESIS

63077

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Florencio Aboytes, por la valiosa y acertada dirección de esta tesis.

A todos mis compañeros maestros y alumnos del Programa Doctoral en Ingeniería Eléctrica, por su amistad y por sus consejos en el desarrollo de este trabajo. En forma especial a L. D. Aréchiga, J. J. Guerrero y M. A. Moreno.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico para la realización de estos estudios.

A MIS PADRES
PEDRO Y NATALIA
CON CARIÑO Y RESPETO

INDICE

	RESUMEN	1
1	INTRODUCCION	3
2	MODELACION MATRICIAL DEL SISTEMA DE POTENCIA EN COMPONENTES (abc)	8
	2.0 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	8
	2.1 MODELADO DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA DE POTENCIA	8
	2.2 OBTENCION DE LA MATRIZ DE ADMITANCIAS NODAL EN COMPONENTES (abc)	17
	2.3 MODELADO DE LINEAS DE TRANSMISION ACOPLADAS	20
3	ESTUDIOS DE FALLAS EN SISTEMAS DE POTENCIA DESBALANCEADOS	23
	3.0 DEFINICION DEL PROBLEMA	23
	3.1 ALGORITMO GENERALIZADO PARA EL ESTUDIO DE FALLAS	24
	3.2 CASO ESPECIAL, CORRIENTES DE FALLA CERO	28
	3.3 ALGORITMO PARA REALIZAR ESTUDIOS DE FALLAS	30
	3.4 ANALISIS DE SISTEMAS DE PRUEBA	31
	3.4.1 Caso de prueba No. 1	31
	3.4.1a Sistema balanceado y simplificado	32
	3.4.1b Sistema balanceado completo	35
	3.4.1c Falla de línea a tierra en las diferentes fases, comparación de resultados	38
	3.4.2 Caso de prueba No. 2	41
	3.4.2a Caso especial, corriente de falla igual a cero	41
	3.4.3 Caso de prueba No. 3	43
	3.4.3a Sistema desbalanceado, falla serie	44
	3.4.3b Caso especial, problema numérico	48

4	ESTUDIOS DE FLUJO DE POTENCIA EN SISTEMAS DESBALANCEADOS	51
4.0	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	51
4.1	ESTUDIO TRIFASICO DE FLUJO MEDIANTE EL METODO NEWTON-RAPHSON	52
4.1.1	Algoritmo de solución	53
4.1.2	Ecuaciones de restricción	54
4.1.3	Cálculo de los elementos del Jacobiano	59
4.1.4	Control de voltaje de secuencia positiva	69
4.1.5	Límites de potencia reactiva generada	71
4.2	DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO	73
4.3	ANALISIS DE SISTEMAS DE PRUEBA	77
4.3.1	Caso de prueba No. 1	77
4.3.1a	Sistema simplificado balanceado	78
4.3.1b	Sistema completo balanceado	83
4.3.1c	Sistema con red eléctrica desbalanceada	88
4.3.1d	Sistema con carga desbalanceada	93
4.3.1e	Sistema desbalanceado	98
4.3.2	Caso de prueba No. 2	102
4.4	FACTORES QUE AFECTAN LA CONVERGENCIA	106
4.5	CALCULO DE VOLTAJES DE NEUTROS	109
5	TOPICOS SELECTOS	111
5.0	INTRODUCCION	111
5.1	CONTROL DEL VOLTAJE DE NODOS REMOTOS	111
5.2	CONTROL DEL INTERCAMBIO DE POTENCIA ENTRE AREAS	114
5.3	FORMULACIONES DESACOPLADAS	117
6	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	120
6.1	CONCLUSIONES	120
6.1.1	Modelación del SEP en componentes de fase	120
6.1.2	Estudios de fallas trifásicos	121
6.1.3	Estudio de flujo trifásico	122
6.2	RECOMENDACIONES PARA ESTUDIOS FUTUROS	124
6.3	APORTACIONES DE ESTA TESIS	125

REFERENCIAS	126
APENDICE A Método de Newton-Raphson	128
APENDICE B Datos del sistema de ANDERSON	130
APENDICE C Datos del sistema de ARRILLAGA	139

RESUMEN

El estudio detallado de un sistema eléctrico de potencia (SEP) real hace necesario la modelación del sistema en componentes de fase (abc). Esto permite obtener el comportamiento de las variables físicas del problema y facilita la simulación de condiciones de operación especiales.

En general todos los sistemas de potencia reales tienen un cierto grado de desbalance. Sin embargo, generalmente son analizados como si fueran balanceados. En este trabajo se presentan métodos para analizar sistemas eléctricos de potencia desbalanceados, mediante técnicas que utilizan componentes de fase.

Inicialmente se describen los estudios tradicionales en los sistemas eléctricos de potencia, así como sus limitaciones y ventajas. Se considera la importancia de realizar los estudios del SEP en componentes (abc) así como las ventajas que ofrecen. Se realiza la ventaja de utilizar técnicas de programación eficientes para el almacenamiento y manejo de los modelos matemáticos del sistema de potencia.

Se presenta el modelado del SEP mediante las ecuaciones en componentes (abc). Se incluyen los modelos de cada uno de los elementos que constituyen el sistema de potencia y se forma la matriz de admitancias nodal (Y^{abc}) del sistema trifásico.

Se detallan las reglas a seguir para formar la matriz Y^{abc} y se desarrolla un algoritmo para la inclusión de líneas de transmisión acopladas.

Se detalla un algoritmo generalizado para el estudio de fallas en SEP, se presentan cuatro alternativas para realizar estudios de fallas, las cuales combinan la utilización de las matrices de admitancias o impedancias nodal de la falla y el equivalente del SEP.

Se incluyen casos de prueba en SEP's balanceados y desbalanceados. En cada ejemplo numérico se incluyen en detalle los datos de los elementos del sistema de potencia, de manera que puedan ser utilizados en otros estudios o en la comprobación de los resultados presentados. En forma especial se realiza el análisis de los resultados obtenidos bajo condiciones de operación desbalanceadas.

En la segunda parte del trabajo se desarrolla la formulación de un estudio de flujos de potencia trifásico en coordenadas (abc). Se describe la solución del problema utilizando el método de Newton-Raphson. Se manejan las ecuaciones complejas en componentes rectangulares.

Inicialmente se obtienen las ecuaciones que se deben satisfacer en cada tipo de nodo y que representan las condiciones de la red, de los elementos y del estado del sistema eléctrico de potencia. Una vez que se han establecido las ecuaciones de restricción se analiza el ajuste de dichas ecuaciones utilizando el método de Newton-Raphson, para ello se incluye el desarrollo detallado de los elementos de la matriz Jacobiana.

Se describen dos esquemas de control del voltaje en los nodos de generación: control de voltaje de una fase y control de voltaje de secuencia positiva. Se analizan también las ecuaciones de restricción para establecer límites de generación de potencia reactiva.

Para validar el algoritmo desarrollado se presentan resultados de simulaciones en sistemas de prueba. En los ejemplos numéricos se analizan los factores que afectan la convergencia y se muestra el procedimiento para el cálculo de los voltajes de neutros de elementos conectados en estrella.

Se presentan también algoritmos para la implementación de restricciones adicionales en los estudios de flujos, como son; el control de voltaje en nodos de carga y el control del intercambio de potencia entre áreas. Además, se analizan las formulaciones desacopladas en los estudios de flujos de potencia trifásicos.

Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo, así como recomendaciones para el desarrollo de estudios futuros.

1 INTRODUCCION

En el análisis convencional de sistemas eléctricos de potencia se considera que todos los elementos que lo forman son balanceados, por lo tanto al utilizar la transformación de componentes simétricas las redes de secuencia quedan desacopladas. Además, como los voltajes internos de los generadores también son balanceados, sólo el voltaje de secuencia positiva es distinto de cero y sólo es necesario analizar la red de esta secuencia.

En la práctica sólo algunos elementos del SEP son balanceados, tal es el caso de los generadores y transformadores, sin embargo, otros elementos por lo general son desbalanceados. A continuación se mencionan algunos elementos y condiciones del sistema que generan estados desbalanceados.

- Cargas desbalanceadas.
- Líneas de transmisión largas sin transposiciones.
- Transformadores trifásicos compuestos por unidades monofásicas distintas y/o con cambiadores de tap independientes para cada fase.
- Apertura/recierre monopolar.

En la solución de un problema con el análisis convencional se realizan algunas aproximaciones para convertir el sistema en balanceado, en consecuencia, la solución que se obtiene es aproximada. Por lo tanto, si se quiere obtener la solución real es necesario modelar al sistema como realmente es: desbalanceado.

En el análisis de los sistemas de potencia desbalanceados las transformaciones matemáticas no ofrecen ninguna ventaja. Esto se debe a que si bien es posible obtener una matriz de transformación que diagonalice la matriz de admitancias de un elemento, generalmente la misma matriz no diagonalizará la matriz de admitancias de otros elementos. Por este motivo el análisis de los SEP's desbalanceados se realiza directamente en componentes (abc).

El analizar los sistemas eléctricos de potencia en componentes (abc) ofrece numerosas ventajas, algunas de las cuales se mencionan a continuación:

- o La modelación es más completa y general.
- o Es posible modelar con mucha facilidad elementos o conexiones de elementos especiales, así como condiciones o estados poco comunes, v.g., transformadores en conexión delta abierta, abrir una o dos fases de una línea de transmisión o de cualquier elemento del sistema etc..
- o Se tienen modeladas las variables reales del sistema y no variables transformadas, permitiendo la visualización física de los resultados.
- o Se puede incluir en el modelado cualquier punto del sistema, v.g., neutros de generadores, transformadores y cargas.
- o Es posible realizar el análisis de cualquier tipo de falla por muy complicada que ésta sea, por ejemplo que se abra una fase de un generador o de un transformador.
- o Se pueden implementar diferentes esquemas para controlar la magnitud del voltaje en terminales de generadores.

Por otro lado, el modelo matemático en componentes de fase es tres veces más grande que el modelo de secuencia positiva. Esto representa una desventaja para el uso de la formulación trifásica, ya que se requieren mayores recursos computacionales (memoria y tiempo de cálculo) en la solución. Sin embargo, actualmente estos problemas no son tan significativos, como en el pasado, debido a los desarrollos en el campo de la computación y al uso de técnicas computacionales eficientes.

Una alternativa para representar matemáticamente las redes eléctricas es utilizar sus ecuaciones nodales. La formación de las ecuaciones nodales del

sistema trifásico^{[1],[3]} es muy similar a la de la red de secuencia positiva, solamente que a diferencia del primer caso, donde tanto parámetros como variables del sistema son escalares, en el segundo caso se requiere utilizar matrices y vectores.

Al igual que en las ecuaciones nodales de secuencia positiva, la matriz de admitancias nodal del sistema trifásico es dispersa, sólo que en este caso se tienen bloques de matrices de orden 3x3, lo cual requiere, para un mejor uso de los recursos computacionales, la utilización de técnicas eficientes^[13] para el almacenamiento y manejo de dicha matriz v.g. almacenamiento de matrices en forma empaquetada^[13], factorización ordenada de matrices^[13,14,15], etc..

Los estudios de fallas permiten obtener las corrientes que circulan por los elementos del sistema de potencia al ocurrir un disturbio y su aplicación principal se encuentra en el ajuste y selección de los elementos de protección.

Los primeros estudios de fallas se realizaron utilizando computadoras analógicas llamadas analizadores de redes, los cuales tenían la desventaja de requerir cambios de conexiones para cada tipo de SEP y condición de falla. Para el análisis de fallas utilizando las computadoras digitales se desarrollaron diferentes algoritmos, siendo los más ventajosos los que utilizaban la formulación nodal y las técnicas de equivalentes Thévenin y Norton.

En el trabajo se presenta un algoritmo para evaluar el efecto de cualquier tipo de falla en sistemas de potencia desbalanceados. El análisis se realiza de tal forma que se obtenga, en forma eficiente, el estado del sistema bajo distintas condiciones de falla. Se utilizan las formulaciones nodales para modelar tanto al sistema de potencia como a la red de falla. Se consideran cuatro alternativas para realizar los estudios de fallas, las cuales combinan el uso de las matrices de admitancia e impedancia nodal del sistema de potencia y de la red de falla.

La función principal de los estudios de flujos de potencia es obtener las variables de estado del sistema (voltajes nodales), a partir de las cuales se pueden calcular flujos de potencia y generación de reactivos para condiciones específicas de operación. Entre las aplicaciones importantes de

los estudios de flujos se tienen:

- Obtención del estado del sistema para la toma de decisiones en tiempo real, tal como: conexión o desconexión de elementos del sistema, selección de voltajes.
- Simulación para diseño o planificación del crecimiento del SEP.
- Obtención de valores de flujos de potencia y corrientes para el ajuste de elementos de protección.
- Algunos estudios requieren resolver como subproblema un estudio de flujos de potencia, tal es el caso de las condiciones iniciales para un estudio de estabilidad.

En los últimos años, se han desarrollado diferentes formulaciones para realizar estudios de flujos utilizando la red de secuencia positiva, los cuales pueden generalizarse en un sistema trifásico. Algunas de las formulaciones más conocidas son:

- Método de Gauss Seidel^[9]. - Es uno de los primeros métodos desarrollados y además uno de los más sencillos. Los recursos computacionales para su aplicación son reducidos, sin embargo requiere de un gran número de iteraciones para llegar a la solución. Generalmente el número de iteraciones crece conforme aumenta el número de nodos.
- Método de Newton-Raphson^[10]. - Es un algoritmo que requiere pocas iteraciones para llegar a la solución, pero requiere más recursos computacionales (memoria) que el método de Gauss Seidel. En este método el número de iteraciones no depende del número de nodos del sistema, por lo general se requieren de 3 a 5 iteraciones para llegar a la solución. Se ha demostrado que este método es uno de los más confiables y generalmente llega a la solución si ésta existe.
- Método Desacoplado^[11]. - Se han desarrollado simplificaciones del método de Newton-Raphson en coordenadas polares considerando nulas algunas submatrices que toman valores muy pequeños, estos algoritmos se conocen como "desacoplados"^[12]. Estos métodos presentan la ventaja de requerir menor memoria de computadora y realizar menos operaciones por cada iteración, comparados con el método de Newton, sin embargo requieren

mayor número de iteraciones. La versión más simplificada de los métodos desacoplados se denomina "desacoplado rápido" y consiste en mantener constantes las matrices del Jacobiano y adicionalmente simplificarlas.

Aún cuando los algoritmos para estudios de flujos se pueden generalizar para sistemas trifásicos, existen algunas diferencias en el planteamiento del problema, tales como:

- o El funcionamiento interno balanceado de los generadores se cumple inherentemente en el sistema de secuencia positiva. Esto es debido a que se considera que todo el sistema es balanceado, sin embargo en la formulación trifásica no es así y debemos incluir ecuaciones que definan el funcionamiento interno balanceado de los generadores.
- o En la formulación de los estudios de flujos de secuencia positiva sólo es posible el control de la magnitud del voltaje de esta secuencia, en la formulación trifásica es posible implementar un esquema de control que es función de los voltajes de fase en terminales del generador. Entre las funciones particulares se tienen: control de la magnitud del voltaje de una de las fases, control de la magnitud del voltaje de secuencia positiva, control de la magnitud del voltaje de salida de un rectificador trifásico alimentado por los voltajes en terminales del generador, etc..

2 MODELACION MATRICIAL DEL SISTEMA DE POTENCIA EN COMPONENTES (ABC)

2.0 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este capítulo se muestra la formación de la matriz de admitancias nodal (Y^{abc}) en componentes (abc), para ello inicialmente se presenta el modelado matricial de los elementos del SEP. El desarrollo se realiza sobre un sistema elemental que contiene los elementos básicos del sistema de potencia, de tal forma que es posible generalizar este desarrollo para la formación de Y^{abc} de cualquier sistema de potencia.

2.1 MODELADO DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA DE POTENCIA

Se presenta el modelado para elementos muy particulares y con conexiones muy específicas (generador de rotor cilíndrico, transformador y carga en estrella), sin embargo siempre es posible llegar a las mismas ecuaciones que se presentan, sin importar el tipo y la conexión de los elementos.

El análisis se desarrollará sobre el sistema elemental de la Fig. 2.1

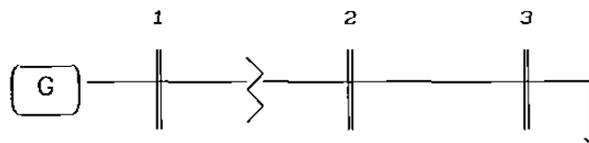


Fig 2.1 Sistema de potencia elemental.

GENERADOR.

El modelo del generador que se utiliza se presenta en la Fig. 2.2.

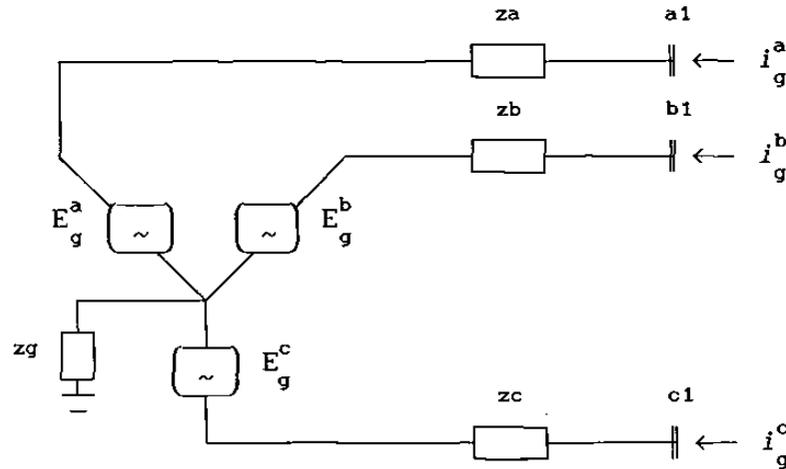


Fig. 2.2 Modelo de generador síncrono de rotor cilíndrico.

Del circuito de la Fig. 2.2 se obtiene:

$$V_1^a = E_g^a + Z_a \cdot i_g^a + Z_{ab} \cdot i_g^b + Z_{ac} \cdot i_g^c + Z_g \cdot (i_g^a + i_g^b + i_g^c)$$

$$V_1^b = E_g^b + Z_{ba} \cdot i_g^a + Z_b \cdot i_g^b + Z_{bc} \cdot i_g^c + Z_g \cdot (i_g^a + i_g^b + i_g^c)$$

$$V_1^c = E_g^c + Z_{ca} \cdot i_g^a + Z_{cb} \cdot i_g^b + Z_c \cdot i_g^c + Z_g \cdot (i_g^a + i_g^b + i_g^c)$$

Ordenando las ecuaciones anteriores en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_1^a \\ V_1^b \\ V_1^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_g^a \\ E_g^b \\ E_g^c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_a + Z_g & Z_{ab} + Z_g & Z_{ac} + Z_g \\ Z_{ba} + Z_g & Z_b + Z_g & Z_{bc} + Z_g \\ Z_{ca} + Z_g & Z_{cb} + Z_g & Z_c + Z_g \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_g^a \\ i_g^b \\ i_g^c \end{bmatrix}$$

con una nomenclatura más compacta se tiene:

$$\tilde{V}_1^{abc} = \tilde{E}_g^{abc} + Z_g^{abc} \cdot \tilde{i}_g^{abc} \tag{2.1}$$

Premultiplicando la ecuación (2.1) por la inversa de $Z_g^{abc} \begin{pmatrix} Y_g^{abc} \end{pmatrix}$ se obtiene:

$$\tilde{i}_g^{abc} = Y_g^{abc} \cdot \tilde{V}_1^{abc} - \tilde{I}_g^{abc} \tag{2.2}$$

donde: $\tilde{I}_g^{abc} = Y_g^{abc} \cdot \tilde{E}_g^{abc}$ (2.3)

es el vector de corrientes internas del generador.

TRANSFORMADOR.

Se determinarán las ecuaciones nodales de un transformador en conexión Y-Y, aterrizado en ambos extremos, el cual se muestra en la Fig. 2.3.

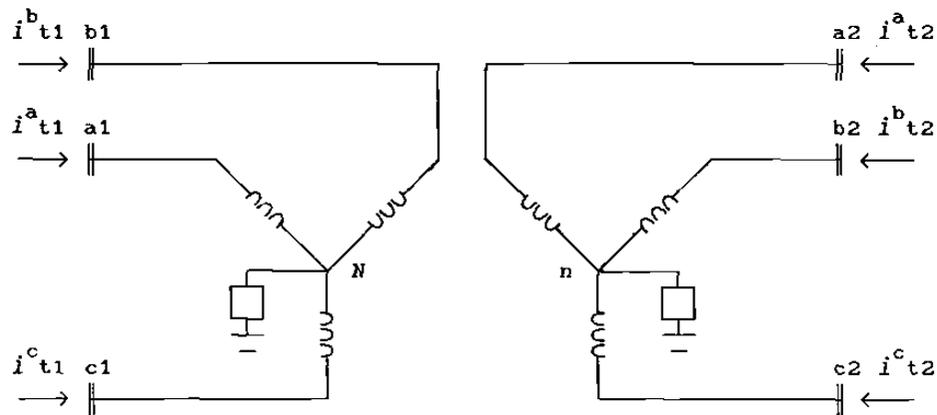


Fig. 2.3 Modelo del transformador Y-Y

Un transformador monofásico (Fig. 2.4i) puede representarse como una admitancia entre dos transformadores ideales, (Fig. 2.4ii). La admitancia corresponde a los devanados del transformador y los transformadores ideales permiten incluir el cambio de tap del primario y/o secundario, o bien el cambio de base en voltaje.

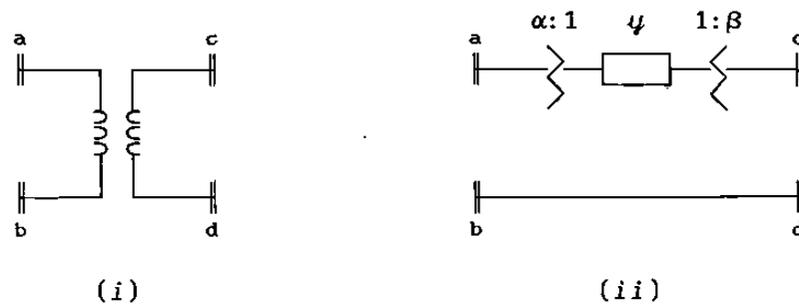


Fig. 2.4 Circuito equivalente del transformador monofásico

Las ecuaciones nodales del circuito de la Fig. 2.4ii son:

$$\begin{bmatrix} \psi/\alpha^2 & -\psi/\alpha\beta & -\psi/\alpha^2 & \psi/\alpha\beta \\ -\psi/\alpha\beta & \psi/\beta^2 & \psi/\alpha\beta & -\psi/\beta^2 \\ -\psi/\alpha^2 & \psi/\alpha\beta & \psi/\alpha^2 & -\psi/\alpha\beta \\ \psi/\alpha\beta & -\psi/\beta^2 & -\psi/\alpha\beta & \psi/\beta^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_c \\ V_b \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a \\ I_c \\ I_b \\ I_d \end{bmatrix}$$

De las ecuaciones anteriores es posible sintetizar un circuito equivalente, (Fig. 2.5), en el cual no aparecen los transformadores ideales:

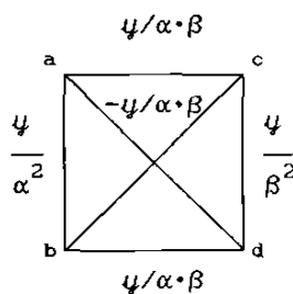


Fig. 2.5 Circuito equivalente sin transformadores ideales

Considerando que el transformador trifásico está formado por un banco de transformadores monofásicos y substituyendo éstos por sus circuitos equivalentes, (Fig. 2.5), se llega al circuito equivalente del transformador trifásico, (Fig. 2.6).

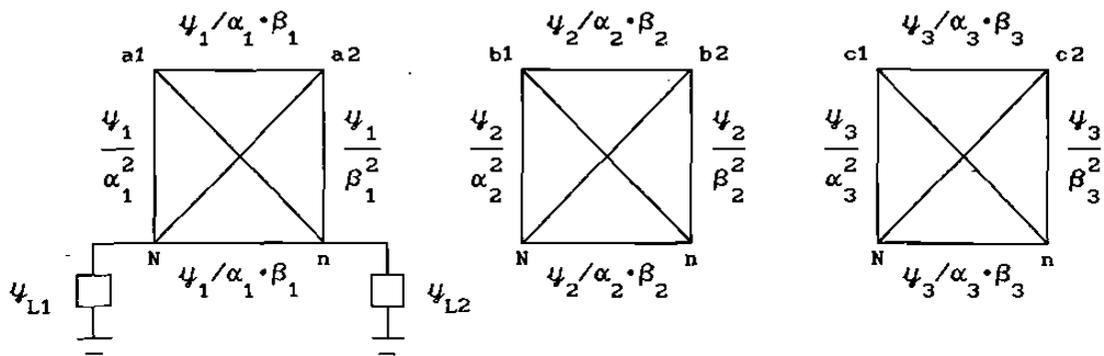


Fig. 2.6. Circuito equivalente del transformador trifásico

En éste punto existen dos alternativas: incluir o no las ecuaciones de los neutros en la matriz de admitancias. Las ecuaciones que modelan al transformador, si se incluyen las de los nodos N y n, se obtienen directamente del circuito de la Fig. 2.6.

$$\begin{bmatrix}
 Y_{abcN}^{t1} & Y_{abcn}^{t12} \\
 \hline
 Y_{abcN}^{t21} & Y_{abcn}^{t2}
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{bmatrix}
 V^a_1 \\
 V^b_1 \\
 V^c_1 \\
 V^N \\
 V^a_2 \\
 V^b_2 \\
 V^c_2 \\
 V^n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 i^a_{t1} \\
 i^b_{t1} \\
 i^c_{t1} \\
 0 \\
 i^a_{t2} \\
 i^b_{t2} \\
 i^c_{t2} \\
 0
 \end{bmatrix}$$

$$i_{t1}^{abc} = Y_{t1}^{abcN} \cdot V_1^{abcN} + Y_{t12}^{abcn} \cdot V_2^{abcn} \tag{2.4a}$$

$$i_{t2}^{abc} = Y_{t21}^{abcN} \cdot V_1^{abcN} + Y_{t2}^{abcn} \cdot V_2^{abcn} \tag{2.4b}$$

Si no se desea incluir las ecuaciones de los nodos N y n, se procede a su eliminación, para lo cual se colocan las ecuaciones de los nodos N y n hasta el final:

$$\begin{bmatrix} Y_a & Y_{an} \\ \hline Y_{na} & Y_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V^a_1 \\ V^b_1 \\ V^c_1 \\ V^a_2 \\ V^b_2 \\ V^c_2 \\ V^N \\ V^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i^a_{t1} \\ i^b_{t1} \\ i^c_{t1} \\ i^a_{t2} \\ i^b_{t2} \\ i^c_{t2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_a & Y_{an} \\ \hline Y_{na} & Y_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{V}^{abc} \\ \tilde{V}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{i}^{abc} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Desarrollando el producto matricial resultan las ecuaciones (2.5)

$$Y_a \cdot \tilde{V}^{abc} + Y_{an} \cdot \tilde{V}^n = \tilde{i}^{abc} \quad (2.5a)$$

$$Y_{na} \cdot \tilde{V}^{abc} + Y_n \cdot \tilde{V}^n = 0 \quad (2.5b)$$

despejando \tilde{V}^n de (2.5b)

$$\tilde{V}^n = -Y_n^{-1} \cdot Y_{na} \cdot \tilde{V}^{abc} \quad (2.6)$$

Substituyendo (2.6) en (2.5a) y factorizando, se llega a (2.8).

$$(Y_a - Y_{an} \cdot Y_n^{-1} \cdot Y_{na}) \cdot \tilde{V}^{abc} = \tilde{i}^{abc} \quad (2.7)$$

$$\begin{bmatrix} Y_t^{abc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{V}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{i}^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

donde, $Y_t^{abc} = Y_a - Y_{an} \cdot Y_n^{-1} \cdot Y_{na}$

En (2.8) Y_t^{abc} es la matriz de admitancia nodal del circuito equivalente visto desde las fases (abc) de los nodos de envío y recepción.

Separando las ecuaciones de los nodos 1 y 2 en (2.8) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} Y_{t1}^{abc} & Y_{t12}^{abc} \\ Y_{t21}^{abc} & Y_{t2}^{abc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1^{abc} \\ V_2^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{t1}^{abc} \\ i_{t2}^{abc} \end{bmatrix}$$

$$i_{t1}^{abc} = Y_{t1}^{abc} \cdot V_1^{abc} + Y_{t12}^{abc} \cdot V_2^{abc} \tag{2.9a}$$

$$i_{t2}^{abc} = Y_{t21}^{abc} \cdot V_1^{abc} + Y_{t2}^{abc} \cdot V_2^{abc} \tag{2.9b}$$

Las ecuaciones (2.9) modelan al transformador sin incluir los neutros.

LINEAS DE TRANSMISION.

A pesar de que los efectos capacitivos e inductivos de una línea de transmisión (L.T.) están distribuidos, es posible obtener un circuito equivalente (Fig. 2.7) con parámetros concentrados.

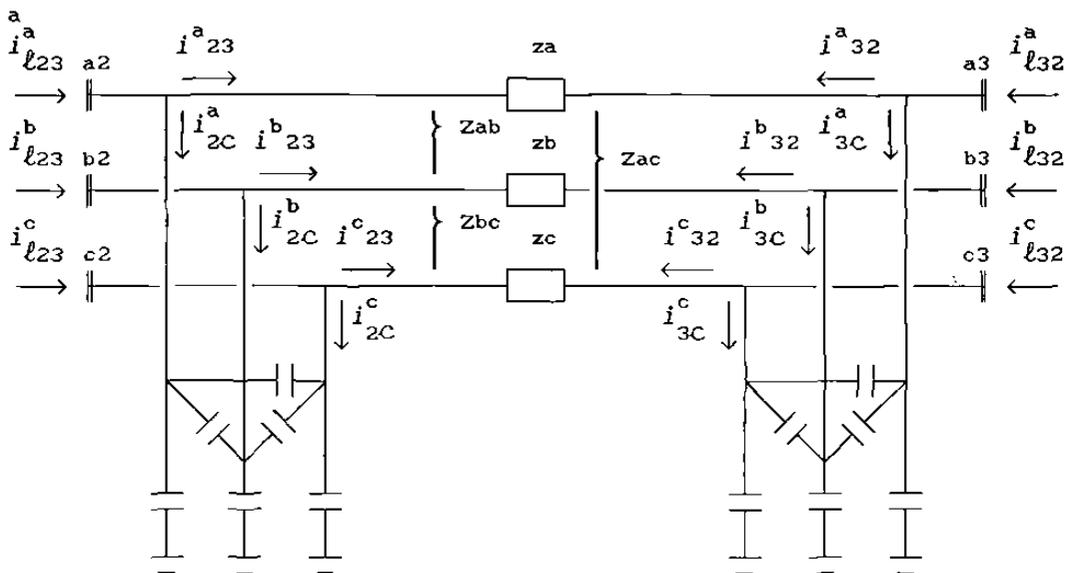


Fig. 2.7 Circuito equivalente π de la línea de transmisión

Para el equivalente inductivo se tiene:

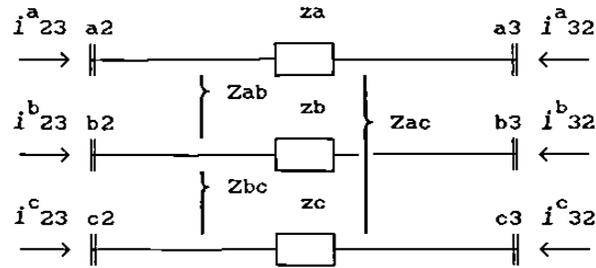


Fig. 2.8. Equivalente inductivo de la línea de transmisión

La ecuación (2.10) describe el circuito de la Fig. 2.8.

$$\begin{bmatrix} V_{23}^a \\ V_{23}^b \\ V_{23}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_b & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{23}^a \\ i_{23}^b \\ i_{23}^c \end{bmatrix}$$

$$V_{23}^{abc} = Z_{\ell}^{abc} \cdot i_{23}^{abc} \tag{2.10}$$

Premultiplicando (2.10) por $(Z_{\ell}^{abc})^{-1} = Y_{\ell}^{abc}$ se obtiene (2.11)

$$i_{23}^{abc} = Y_{\ell}^{abc} \cdot V_{23}^{abc} = Y_{\ell}^{abc} \cdot (V_2^{abc} - V_3^{abc})$$

$$i_{23}^{abc} = Y_{\ell}^{abc} \cdot V_2^{abc} - Y_{\ell}^{abc} \cdot V_3^{abc} \tag{2.11a}$$

$$i_{32}^{abc} = - i_{23}^{abc} \tag{2.11b}$$

En la Fig. 2.9 se muestra en forma aislada el equivalente capacitivo de la línea de transmisión para el nodo 2.

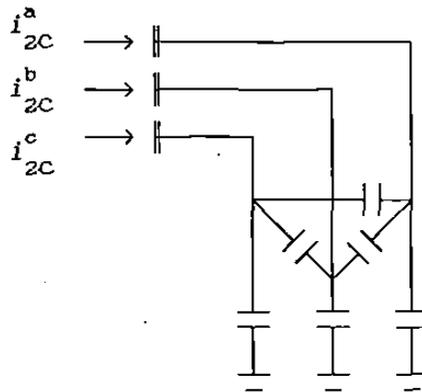


Fig. 2.9 Equivalente capacitivo de la línea de transmisión

La ecuación (2.12) calcula las corrientes capacitivas en función de voltajes nodales.

$$\begin{bmatrix} Y_{2C}^{abc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2^a \\ V_2^b \\ V_2^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{2C}^a \\ i_{2C}^b \\ i_{2C}^c \end{bmatrix}$$

$$i_{2C}^{abc} = Y_{2C}^{abc} \cdot V_2^{abc} \tag{2.12}$$

Del circuito equivalente π de la L.T., (Fig. 2.7). se obtiene (2.13).

$$i_{l23}^{abc} = i_{23}^{abc} + i_{2C}^{abc} \tag{2.13a}$$

$$i_{l32}^{abc} = i_{32}^{abc} + i_{3C}^{abc} \tag{2.13b}$$

Sustituyendo (2.11) y (2.12) en (2.13) se llega a las ecuaciones nodales de la línea de transmisión.

$$i_{l23}^{abc} = (Y_l^{abc} + Y_{2C}^{abc}) \cdot V_2^{abc} - Y_l^{abc} \cdot V_3^{abc} \tag{2.14a}$$

$$i_{l32}^{abc} = -Y_l^{abc} \cdot V_2^{abc} + (Y_l^{abc} + Y_{3C}^{abc}) \cdot V_3^{abc} \tag{2.14b}$$

CARGA.

En la Fig. 2.10 se muestra la carga que se analiza.

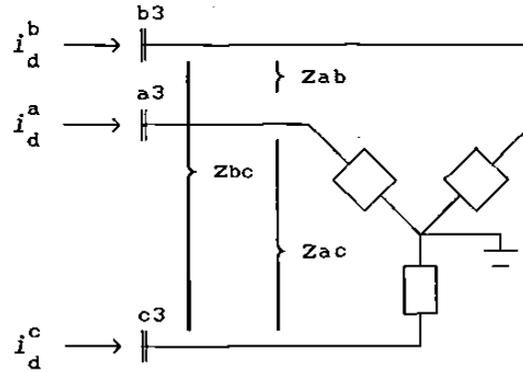


Fig. 2.10 Conexión de la carga

Del circuito de la Fig. 2.10 se obtiene la ecuación matricial (2.16)

$$\begin{bmatrix} V_3^a \\ V_3^b \\ V_3^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_b & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d^a \\ i_d^b \\ i_d^c \end{bmatrix}$$

$$V_3^{abc} = Z_d^{abc} \cdot i_d^{abc} \tag{2.15}$$

$$i_d^{abc} = Y_d^{abc} \cdot V_3^{abc} \tag{2.16}$$

2.2 OBTENCIÓN DE LA MATRIZ NODAL DE ADMITANCIAS EN COMPONENTES (abc)

A continuación se presenta el desarrollo para formar las ecuaciones nodales del sistema de la Fig. 2.1.

Suma de corrientes en el nodo 1

$$0 = i_g^{abc} + i_{t1}^{abc} \tag{2.17}$$

substituyendo (2.2) y (2.9a) en (2.17) se obtiene la ecuación (2.18)

$$\tilde{I}_g^{abc} = \left(Y_g^{abc} + Y_{t1}^{abc} \right) \cdot V_1^{abc} + Y_{t12}^{abc} \cdot V_2^{abc} \quad (2.18)$$

Suma de corrientes en el nodo 2

$$0 = i_{t2}^{abc} + i_{l23}^{abc} \quad (2.19)$$

substituyendo (2.9b) y (2.14a) en (2.19), resulta:

$$0 = Y_{t21}^{abc} \cdot V_1^{abc} + \left(Y_{t2}^{abc} + Y_{l}^{abc} + Y_{2c}^{abc} \right) \cdot V_2^{abc} - Y_{l}^{abc} \cdot V_3^{abc} \quad (2.20)$$

Suma de corrientes en el nodo 3

$$0 = i_{l32}^{abc} + i_d^{abc} \quad (2.21)$$

substituyendo (2.14b) y (2.15) en (2.21) se obtiene:

$$0 = -Y_{l}^{abc} \cdot V_2^{abc} + \left(Y_{l}^{abc} + Y_{2c}^{abc} + Y_d^{abc} \right) \cdot V_3^{abc} \quad (2.22)$$

Agrupando (2.18), (2.20) y (2.22), se llega a las ecuaciones nodales del sistema.

$$\begin{bmatrix} Y_g^{abc} & & & \\ & Y_{t1}^{abc} & & \\ & & Y_{t2}^{abc} + Y_{l}^{abc} + Y_{2c}^{abc} & \\ & & & Y_{l}^{abc} + Y_{2c}^{abc} + Y_d^{abc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1^{abc} \\ V_2^{abc} \\ V_3^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{I}_g^{abc} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

donde:

$$Y^{abc} = \begin{bmatrix} Y_g^{abc} + Y_{t1}^{abc} & Y_{t12}^{abc} & 0 \\ Y_{t21}^{abc} & Y_{t2}^{abc} + Y_{\ell}^{abc} + Y_{2c}^{abc} & -Y_{\ell}^{abc} \\ 0 & -Y_{\ell}^{abc} & Y_{\ell}^{abc} + Y_{3c}^{abc} + Y_d^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

En la ecuación (2.24) se observa que la estructura de la matriz de un sistema trifásico es similar a la de un sistema monofásico, sólo que ahora los elementos que forman a Y^{abc} son submatrices de orden 3 (o más si se incluyen las ecuaciones de los neutros). Estos elementos matriciales sólo existen en la diagonal de Y^{abc} y fuera de la diagonal cuando los nodos están conectados.

Las reglas para la formación de Y^{abc} trifásica son similares a las del caso monofásico. Las submatrices de la diagonal de Y^{abc} son iguales a la suma de las submatrices correspondientes de los elementos conectados a ese nodo, y las submatrices fuera de la diagonal, en el caso de un transformador, son iguales a las submatrices correspondientes a las ecuaciones nodales del transformador, y en el caso de una línea de transmisión, al negativo de la submatriz correspondiente.

La inclusión en Y^{abc} de elementos en derivación, v.g., capacitores, se realiza en la misma forma que las cargas o sea a través de sus ecuaciones nodales, (Ec. 2.16). Los elementos serie, v.g., capacitores serie se incluyen de la misma forma que el efecto inductivo serie de las líneas de transmisión.

2.3 MODELADO DE LINEAS DE TRANSMISION ACOPLADAS

Se presenta un algoritmo para incluir en Y^{abc} la matriz de admitancias de los efectos serie y paralelo de líneas de transmisión acopladas. Se obtendrán las ecuaciones nodales de las líneas acopladas para que puedan ser incluidas directamente en la matriz Y^{abc} .

En la Fig. 2.11 se muestran dos L. T. acopladas sobre las cuales se desarrollara el algoritmo.

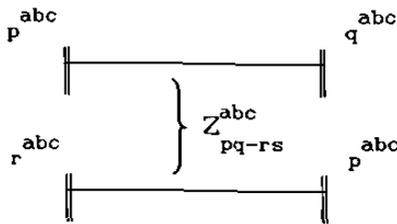


Fig. 2.11 Líneas de transmisión acopladas.

El desarrollo se realiza con los datos que generalmente se disponen para las líneas de transmisión, la matriz de impedancias de rama del efecto inductivo serie y la matriz de admitancias nodal del efecto capacitivo paralelo.

Las ecuaciones de rama del efecto serie de la L.T. se muestran en (2.25) y (2.26) en forma de impedancia y admitancia respectivamente.

$$\begin{bmatrix} i_{pq}^{abc} \\ i_{rs}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_r^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{pq}^{abc} \\ i_{rs}^{abc} \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

$$\begin{bmatrix} i_{pq}^{abc} \\ i_{rs}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{pq}^{abc} & Y_{pq-rs}^{abc} \\ Y_{rs-pq}^{abc} & Y_{rs}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{pq}^{abc} \\ i_{rs}^{abc} \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

La relación entre las cantidades nodales y de rama se presentan en las ecuaciones (2.27) y (2.28) para corrientes y voltajes respectivamente.

$$\begin{bmatrix} I_p^{abc} \\ I_q^{abc} \\ I_r^{abc} \\ I_s^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{pq}^{abc} \\ i_{rs}^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.27a)$$

$$\tilde{I}^{abc} = C_i \cdot \tilde{i}^{abc} \quad (2.27b)$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}_{pq}^{abc} \\ \mathcal{A}_{rs}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_p^{abc} \\ V_q^{abc} \\ V_r^{abc} \\ V_s^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.28a)$$

$$\tilde{\mathcal{A}}^{abc} = C_v \cdot \tilde{V}^{abc} \quad (2.28b)$$

Premultiplicando (2.26) por C_i y sustituyendo (2.27) y (2.28), se obtiene el sistema de ecuaciones nodales de las líneas de transmisión acopladas (2.29).

$$\begin{bmatrix} I_p^{abc} \\ I_q^{abc} \\ I_r^{abc} \\ I_s^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{pq}^{abc} & -Y_{pq}^{abc} & Y_{pq-rs}^{abc} & -Y_{pq-rs}^{abc} \\ -Y_{pq}^{abc} & Y_{pq}^{abc} & -Y_{pq-rs}^{abc} & Y_{pq-rs}^{abc} \\ Y_{rs-pq}^{abc} & -Y_{rs-pq}^{abc} & Y_{rs}^{abc} & -Y_{rs}^{abc} \\ -Y_{rs-pq}^{abc} & Y_{rs-pq}^{abc} & -Y_{rs}^{abc} & Y_{rs}^{abc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_p^{abc} \\ V_q^{abc} \\ V_r^{abc} \\ V_s^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

De la ecuación (2.29) se obtienen las reglas para formar la matriz de admitancias nodal del efecto inductivo serie de líneas de transmisión

acopladas, se observa que en la diagonal se tienen las submatrices de admitancia propias con signo positivo. Fuera de la diagonal se tienen las submatrices de admitancia que conectan con los nodos correspondientes, en el caso de ser nodos del mismo tipo (emisión-emisión o recepción-recepción), el signo es positivo, en el caso contrario es negativo.

Las ecuaciones nodales del efecto serie de las líneas de transmisión se incluyen directamente en la matriz Y^{abc} del SEP. De lo anterior se concluye que para la consideración del efecto serie de líneas acopladas se puede leer la matriz de admitancia de rama y utilizar un algoritmo que coloque las submatrices en Y^{abc} siguiendo las reglas para la formación de la matriz de líneas acopladas.

De las ecuaciones nodales (2.29) es posible formar un circuito con líneas de transmisión sencillas, por lo tanto también se puede obtener un circuito equivalente de las líneas de transmisión acopladas.

La información disponible del efecto capacitivo paralelo de las líneas de transmisión es generalmente la matriz de admitancias nodal (Ecs. 2.30 y 2.31).

$$\begin{bmatrix} I_p^{abc} \\ I_r^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_p^{abc} & Y_{pr}^{abc} \\ Y_{rp}^{abc} & Y_r^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_p^{abc} \\ V_r^{abc} \end{bmatrix} \quad (2.30a)$$

$$I_{pr}^{abc} = Y_c^{abc} \cdot V_{pr}^{abc} \quad (2.30b)$$

$$I_{qs}^{abc} = Y_c^{abc} \cdot V_{qs}^{abc} \quad (2.31)$$

Las matrices de admitancia nodal del efecto paralelo se incluye directamente en la matriz Y^{abc} del SEP.

3 ESTUDIOS DE FALLAS EN SISTEMAS DE POTENCIA DESBALANCEADOS

3.0 DEFINICION DEL PROBLEMA

Una falla es la conexión no prevista de un elemento en el SEP. Pueden participar en la falla diversas fases de uno o varios nodos del sistema de potencia.

Los estudios de fallas se realizan principalmente para seleccionar las capacidades y tiempos de actuación de los elementos de protección. Debido a que generalmente interesa conocer el estado del sistema para distintas condiciones de falla, es necesario utilizar algoritmos que permitan realizar estudios en forma eficiente. El uso de técnicas apropiadas para el manejo de matrices es indispensable debido a que generalmente se trabaja con sistemas de ecuaciones grandes.

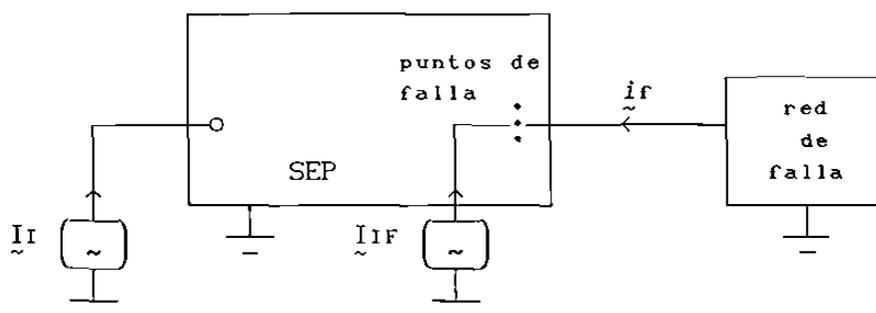
Los datos disponibles para los estudios de fallas son la matriz nodal de admitancias del sistema (Y^{abc}) y los voltajes o corrientes nodales de predisturbio. Se pretenden obtener los voltajes nodales del sistema fallado y las corrientes que circulan por los elementos del sistema de potencia.

3.1 ALGORITMO GENERALIZADO PARA EL ESTUDIO DE FALLAS

La forma más sencilla de obtener el estado de un sistema con falla es incluir la red de falla dentro de la matriz Y^{abc} y solucionar el sistema de ecuaciones nodales (2.23). Sin embargo esta alternativa no es eficiente debido a que la matriz Y^{abc} cambiaría para cada falla y no sería posible utilizar las técnicas de factorización de matrices, con las cuales se disminuye el número de operaciones en la solución de sistemas de ecuaciones lineales.

El algoritmo que se presenta verá la falla como un conjunto de corrientes nodales entrando por los puntos de falla, de esta forma la matriz Y^{abc} permanece invariante para las distintas redes de falla, permitiendo el uso de técnicas eficientes para el almacenamiento y procesamiento de matrices. El mecanismo de solución será calcular en primer lugar las corrientes de falla, para posteriormente evaluar su impacto en el sistema de potencia.

El método parte de que la matriz Y^{abc} del SEP se tiene factorizada y almacenada en la memoria de la computadora. Es decir está disponible para resolver el sistema de ecuaciones nodales $Y^{abc} \cdot \tilde{V} = \tilde{I}$, para cualquier vector \tilde{I} con un mínimo de operaciones.



\tilde{I}_1 e \tilde{I}_{IF} son las fuentes de corriente del SEP

\tilde{i}_f son las corrientes que fluyen de la falla al SEP

Fig. 3.1 Sistema de potencia en estado de falla

El primer paso consiste en obtener un circuito equivalente del SEP visto desde los puntos de falla. Se entiende por punto cualquiera de las fases de un nodo o el neutro de algún elemento. De la Fig. 3.1, utilizando la técnica de superposición, se obtiene la Ec. (3.1a).

$$\underline{V} = Z^{abc} \cdot (\underline{I} + \underline{I}_f) \quad (3.1a)$$

Z^{abc} es la inversa de la matriz Y^{abc} .

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_I \\ \underline{V}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_I & Z_{IF} \\ Z_{FI} & Z_F \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} \underline{I}_I \\ \underline{I}_{IF} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{i}_f \end{bmatrix} \right\} \quad (3.1b)$$

De los renglones inferiores de la ecuación (3.1b) se obtiene el equivalente Thévenin del SEP visto desde los puntos de falla (Ec. 3.2)

$$\underline{V}_F = \underline{V}_{eq} + Z_{eq} \underline{i}_f \quad (3.2)$$

$$\text{Donde: } \underline{V}_{eq} = Z_{FI} \cdot \underline{I}_I + Z_F \cdot \underline{I}_{IF} \quad (3.3)$$

$$Z_{eq} = Z_F \quad (3.4)$$

\underline{V}_{eq} es el equivalente activo Thévenin, se forma con los voltajes nodales de predisturbio en los puntos de falla. Z_{eq} es el equivalente pasivo Thévenin.

Como Z^{abc} es simétrica $Z_{FI} = Z_{IF}^t$, sustituyendo en (3.3) se obtiene la ecuación (3.5).

$$\underline{V}_{eq} = Z_{IF}^t \cdot \underline{I}_I + Z_F \cdot \underline{I}_{IF} \quad (3.5)$$

En las ecuaciones (3.4) y (3.5) se aprecia que para obtener el equivalente Thévenin, sólo se necesita calcular las columnas de Z^{abc} correspondientes a los puntos de falla. La columna i de la matriz Z^{abc} se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones nodales $Y^{abc} \cdot \underline{V} = \underline{I}$, donde los elementos del vector \underline{I} valen cero excepto el elemento de la fila i que es igual a 1.

Las ecuaciones del equivalente Thévenin (3.2) son las ecuaciones de falla vistas desde el SEP. Las ecuaciones de falla vistas desde la falla son:

$$Y_f \cdot \underline{V}_F = -\underline{i}_f \quad (3.6)$$

Sustituyendo (3.2) en (3.6) se obtiene la ecuación para evaluar la corriente de falla (3.7)

$$\underline{i}_f = -\left(U + Y_f \cdot Z_{eq} \right)^{-1} \cdot Y_f \cdot \underline{V}_{eq} \quad (3.7)$$

Una vez calculado \underline{i}_f los voltajes del SEP después de la falla se calculan utilizando (3.1).

Desarrollando la ecuación (3.1) se obtiene (3.8)

$$\underline{V} = \underline{V}^0 + \Delta \underline{V} \quad (3.8)$$

$$\text{Donde: } \underline{V}^0 = Z^{abc} \cdot \underline{I} \quad (3.9)$$

$$\Delta \underline{V} = \begin{bmatrix} Z_{IF} \\ Z_F \end{bmatrix} \cdot \underline{i}_f \quad (3.10)$$

\underline{V}^0 es el vector de voltajes nodales de prefalla, estos valores ya se tienen, ya sea de los datos o se calculan utilizando las corrientes nodales, por lo que sólo es necesario calcular $\Delta \underline{V}$. En (3.10) se observa que para calcular $\Delta \underline{V}$ sólo se requieren las columnas de los puntos de falla, las cuales ya se habían obtenido para el cálculo del equivalente Thévenin del SEP.

Una vez que se tienen los voltajes nodales de falla se calculan las corrientes que circulan por los elementos del SEP utilizando las ecuaciones presentadas en el capítulo 2.

Existen otras alternativas para calcular las corrientes de falla las cuales se presentan a continuación.

Las ecuaciones nodales de la falla en forma de impedancia se presentan en la ecuación (3.11)

$$\underline{V}_F = -Z_f \cdot \underline{i}_f \quad (3.11)$$

Sustituyendo (3.2) en (3.11) se obtiene la ecuación (3.12).

$$\underline{i}_f = -\left(Z_{eq} + Z_f \right)^{-1} \cdot \underline{V}_{eq} \quad (3.12)$$

Hasta ahora se han obtenido ecuaciones para evaluar las corrientes de falla utilizando el equivalente Thévenin del SEP, a continuación se presentan las dos alternativas que utilizan el equivalente Norton.

Premultiplicando la ecuación (3.2) por Y_{eq} (Z_{eq}^{-1}) se obtiene el equivalente Norton del SEP visto desde los puntos de falla.

$$Y_{eq} \cdot \underline{V}_F + \underline{I}_{eq} = \underline{i}_f \quad (3.13)$$

$$\text{Donde: } \underline{I}_{eq} = -Y_{eq} \cdot \underline{V}_{eq} \quad (3.14)$$

De las ecuaciones (3.6) y (3.13) se obtiene la ecuación (3.15)

$$\underline{i}_f = Y_f \cdot \left(Y_{eq} + Y_f \right)^{-1} \cdot \underline{I}_{eq} \quad (3.15)$$

De las ecuaciones (3.11) y (3.13) se obtiene la ecuación (3.16)

$$\underline{i}_f = \left(U + Y_{eq} \cdot Z_f \right)^{-1} \cdot \underline{I}_{eq} \quad (3.16)$$

Las ecuaciones (3.7), (3.12), (3.15) y (3.16) ofrecen cuatro alternativas para el cálculo de la corriente de falla. La elección de la ecuación a utilizar depende de las características del sistema de potencia y de la falla. Las alternativas que incluyen a Z_f no siempre son posibles de utilizar debido a que las matrices de admitancias de falla pueden ser singulares, sin embargo el uso de Z_f permite modelar con exactitud conexiones de fallas sólidas v.g. falla trifásica sólida, donde el uso de Y_f implica introducir valores de admitancia grandes que pueden ocasionar problemas computacionales. Las alternativas que utilizan Y_{eq} son necesarias, como se verá en el punto 3.2 cuando las corrientes de fallas son cero.

3.2 CASO ESPECIAL: CORRIENTES DE FALLA CERO.

Existen casos en los cuales las corrientes de falla son cero, v.g. una falla de fase a tierra en una zona del sistema que no tenga conexiones a tierra. En estos casos el método del punto 3.1 no puede evaluar ΔV , sin embargo debido a la conexión a tierra de la falla los voltajes nodales del SEP cambian.

Se presenta un algoritmo para obtener los voltajes de un sistema fallado aún en el caso de corrientes de falla igual a cero. El algoritmo utiliza para el cálculo de las corrientes de falla las alternativas que usan el equivalente Norton del sistema de potencia, el cual se obtiene de la siguiente manera:

Se acomodan las ecuaciones de los puntos de falla hasta el final del sistema de ecuaciones nodales del SEP

La desventaja de este método es que no se pueden utilizar eficientemente las técnicas de factorización para analizar fallas en diferentes puntos del SEP, debido a que el ordenamiento de las ecuaciones cambia dependiendo de los puntos de falla, sin embargo es necesario utilizarlo siempre que las corrientes de falla resulten cero.

3.3 ALGORITMO PARA REALIZAR ESTUDIOS DE FALLAS.

- 1) Se forma la matriz Y^{abc} del SEP
- 2) Se factoriza la matriz Y^{abc}
- 3) Si no se tienen, se calculan los voltajes nodales de prefalla utilizando la ecuación (2.23)
- 4) Se obtiene el circuito equivalente Thévenin o Norton del SEP visto desde los puntos de falla, ecuaciones (3.2) y (3.13).
- 5) Se calculan las corrientes de falla utilizando las ecuaciones (3.7), (3.12), (3.15) ó (3.16).
- 6) Si las corrientes de falla son diferente de cero se calculan los voltajes nodales utilizando (3.8) y (3.10).
Si las corrientes de falla son cero, se obtiene el equivalente Norton del SEP por medio de la triangularización parcial por columnas (3.17) del sistema de ecuaciones nodales. Se calculan los voltajes nodales en los puntos de falla utilizando (3.20) ó (3.21). Se calculan los voltajes nodales en el resto del sistema realizando una sustitución regresiva en el sistema de ecuaciones triangularizado (3.17).
- 7) Finalmente se calculan las corrientes por los elementos del SEP utilizando las ecuaciones (2.9), (2.14), (2.16) y (2.29).

3.4.1a Sistema balanceado y simplificado.

Con la finalidad de comparar los resultados obtenidos y poder validar el algoritmo desarrollado, se reproduce uno de los estudios de fallas realizados por ANDERSON^[2]. Dicho sistema se presenta en la Fig. 3.2, los datos se encuentran en el apendice B.

Se realiza el estudio de una falla sólida de línea a tierra en la fase a del nodo 1, se incluyen las siguientes simplificaciones.

- o No se consideran los capacitores de los nodos 9, 11, 12 y 13.
- o Se desprecia el efecto capacitivo de las líneas de transmisión.
- o No se considera al condensador síncrono en el nodo 4.
- o Se desprecia el efecto de las cargas, esto es, se utiliza un arranque plano de voltajes.

El estudio se realiza utilizando el algoritmo presentado en 3.1, la corriente de falla se calcula utilizando la ecuación (3.12).

$$i_f^a = 39.9309 \sqrt{91.4568} \quad (3.22)$$

Tabla 3.1.- Voltajes nodales de falla.

NODO	$ V^a $	θ^a	$ V^b $	θ^b	$ V^c $	θ^c
1	.0000	.0000	1.4161	-142.4681	1.4202	142.2535
2	1.0000	90.0000	.8273	-36.7700	.8331	-142.7036
3	.9618	-.4431	1.0196	-121.3371	1.0114	121.6198
4	1.0000	90.0000	.9969	-30.1909	.9956	-149.9389
5	.9801	-.2715	1.0115	-120.7621	1.0061	120.9444

Tabla 3.1.- (Continuación).

6	1.0000	90.0000	.9991	-30.1017	.9980	-150.0044
7	.4058	-1.9771	1.3007	-138.8377	1.3138	138.1852
8	1.0000	90.0000	.9454	-33.3648	.9240	-148.6982
9	.4305	-.9264	1.2354	-135.2216	1.2296	135.4975
10	.6722	-1.2510	1.1402	-129.6593	1.1222	130.4252
11	1.0000	90.0000	.8859	-34.9540	.8774	-145.8563
12	1.0000	90.0000	.9980	-30.1463	.9968	-149.9717
13	.6771	-.9754	1.1541	-131.4598	1.1558	131.3848
14	.8034	-.8774	1.0966	-127.3956	1.0884	127.7250

En la tabla 3.1 se presentan los voltajes nodales del sistema fallado, al compararlos con los presentados por ANDERSON^[2] se observa que son los mismos. Se observa como la falla afecta en mayor grado a los nodos eléctricamente más cercanos a la fase fallada.

Tabla 3.2.- Corrientes en transformadores.

p-q	$ I^a $	θ^a	$ I^b $	θ^b	$ I^c $	θ^c
2- 1	.0851	-.0006	.1778	-85.3622	.2033	119.2967
1- 2	.2127	107.8153	.1462	-43.8824	.1091	-111.6930
4- 3	.0851	-.0003	.0858	-118.4101	.0875	120.4142
3- 4	.0861	91.3223	.0855	-30.2487	.0838	-149.0664
6- 5	.1023	-.0001	.1017	-121.3407	.1000	119.6382
5- 6	.0993	88.8550	.0999	-29.7899	.1016	-150.7659
8- 7	.2377	.0000	.2034	-149.8015	.1196	121.1960
7- 8	.1314	60.8724	.1778	-18.8573	.2392	-166.1000

En la tabla 3.3 se presentan las corrientes en líneas de transmisión, se observa que las corrientes más grandes se establecen entre el punto de falla y los generadores más cercanos a él.

Tabla 3.3.- Corrientes en líneas de transmisión.

p-q	$ I^a $	θ^a	$ I^b $	θ^b	$ I^c $	θ^c
1- 7	1.1780	103.3282	.0689	-63.9548	.0689	-63.9544
7- 1	1.1780	-76.6718	.0689	116.0452	.0689	116.0456
1- 9	1.0810	105.2454	.2147	91.0560	.2147	91.0558
9- 1	1.0810	-74.7546	.2147	-88.9440	.2147	-88.9442
2-11	.0000	.0000	.1182	118.7901	.1182	-61.2099
11- 2	.0000	.0000	.1182	-61.2099	.1182	118.7901
3- 5	.0412	116.4977	.0152	109.9650	.0152	109.9685
5- 3	.0412	-63.5023	.0152	-70.0350	.0152	-70.0315
4-12	.0000	.0000	.0025	134.8433	.0025	-45.1547
12- 4	.0000	.0000	.0025	-45.1567	.0025	134.8453
6-12	.0000	.0000	.0025	-45.1552	.0025	134.8423
12- 6	.0000	.0000	.0025	134.8448	.0025	-45.1577
7-13	.5234	107.8703	.2634	95.4948	.2634	95.4948
13- 7	.5234	-72.1297	.2634	-84.5052	.2634	-84.5052
8-11	.0000	.0000	.1182	-61.2099	.1182	118.7901
11- 8	.0000	.0000	.1182	118.7901	.1182	-61.2099
9-10	1.0810	105.2454	.2147	91.0557	.2147	91.0557
10- 9	1.0810	-74.7546	.2147	-88.9443	.2147	-88.9443
13-14	.5234	107.8703	.2634	95.4947	.2634	95.4949
14-13	.5234	-72.1297	.2634	-84.5053	.2634	-84.5051
3-10	.5405	-74.7546	.1074	-88.9443	.1074	-88.9440
3-10	.5405	-74.7546	.1074	-88.9440	.1074	-88.9443
10- 3	.5405	105.2454	.1074	91.0557	.1074	91.0560
10- 3	.5405	105.2454	.1074	91.0560	.1074	91.0557
5-14	.2715	-72.6058	.1418	-84.5458	.1418	-84.5458
5-14	.2519	-71.6166	.1217	-84.4579	.1217	-84.4581
14- 5	.2715	107.3942	.1418	95.4542	.1418	95.4542
14- 5	.2519	108.3834	.1217	95.5421	.1217	95.5419

Los resultados obtenidos en este estudio concuerdan con los resultados de ANDERSON^[2], por lo cual el algoritmo desarrollado se valida, al menos para sistemas balanceados. Para sistemas desbalanceados la validación no puede realizarse por comparación con otros estudios, puesto que tradicionalmente se considera al sistema balanceado. Sin embargo, puede verificarse el algoritmo

por observación de los resultados obtenidos, v.g. suma de corrientes en un nodo igual a cero, en caso de falla sólida el voltaje del punto fallado debe ser cero, etc..

3.4.1b Sistema balanceado completo

Se realiza el estudio de fallas del punto 3.4.1a pero sin realizar simplificación alguna, con el propósito de observar el efecto de las simplificaciones tradicionales mencionadas en el punto 3.4.1a.

Utilizando la ecuación (3.12) se obtiene la corriente de falla, la cual no difiere notablemente de la corriente de falla en el sistema simplificado (3.22).

$$i_f^a = 40.4252 \frac{98.0399}{} \quad (3.23)$$

Utilizando las ecuaciones (3.8) y (3.10) se calculan los voltajes nodales de falla del SEP, los valores de arranque para los voltajes nodales se tomaron de la tabla (4.9).

Tabla 3.4.- Voltajes nodales de falla.

NODO	$ V^a $	θ^a	$ V^b $	θ^b	$ V^c $	θ^c
1	.0000	.0000	1.4462	-135.9494	1.4504	148.8804
2	1.0075	95.2056	.8346	-31.9416	.8343	-137.6715
3	.9696	9.4987	1.0330	-111.7935	1.0282	131.5489
4	.9999	98.8158	.9966	-21.3796	.9955	-141.1034

Tabla 3.4.- (Continuación).

5	.9964	8.2921	1.0326	-112.4143	1.0285	129.5803
6	.9996	97.7180	.9985	-22.3885	.9975	-142.2818
7	.4195	-11.1565	1.4000	-137.5876	1.3428	140.3326
8	.9996	89.5891	.9506	-34.2613	.9188	-149.6372
9	.3513	-.0216	1.2527	-132.6423	1.2325	141.7647
10	.6110	4.2500	1.1339	-125.3687	1.1163	137.5583
11	.9305	90.3371	.8203	-36.0186	.7961	-145.7431
12	.9274	96.1900	.9252	-23.9795	.9240	-143.7698
13	.6184	-3.9509	1.1919	-132.2717	1.1561	134.2181
14	.7542	1.5379	1.1031	-125.4110	1.0845	132.4801

Comparando los valores de las tablas 3.1 y 3.4 se observa que no existe diferencia muy grande en los estudios de fallas si se incluyen las simplificaciones mencionadas en el punto 3.4.1a.

Tabla 3.5.- Corrientes en capacitores.

p-q	$ I^a $	θ^a	$ I^b $	θ^b	$ I^c $	θ^c
9-0	.0703	89.9784	.2505	-42.6423	.2465	-128.2353
11-0	.0930	-179.6629	.0820	53.9814	.0796	-55.7431
12-0	.0927	-173.8100	.0925	66.0205	.0924	-53.7698
13-0	.1237	86.0491	.2384	-42.2717	.2312	-135.7819

Como puede observarse en la tabla 3.5 las corrientes en capacitores son muy pequeñas, lo cual justifica despreciar estos elementos.

Tabla 3.6.- Corrientes en transformadores.

p-q	$ I^a $	θ^a	$ I^b $	θ^b	$ I^c $	θ^c
2- 1	.2059	-89.6627	.1119	173.3738	.2221	60.3429
1- 2	.1629	39.1271	.2364	-105.2597	.1405	117.1473
4- 3	.1474	-89.8286	.1449	150.7445	.1464	31.4463
3- 4	.1437	1.2254	.1464	-119.1249	.1443	120.1304
6- 5	.1383	-112.4166	.1407	127.8699	.1400	6.8758
5- 6	.1393	-22.6406	.1369	-142.9244	.1375	98.0711
8- 7	.1257	-149.8264	.2416	107.0354	.2455	-43.0697
7- 8	.2645	-57.9160	.1722	160.0749	.1666	82.6147

En las tablas 3.6 y 3.7 se presentan las corrientes en transformadores y líneas de transmisión, comparando estos valores con los presentados en las tablas 3.2 y 3.3 se observa que no existen diferencias notables, lo cual justifica el uso de las simplificaciones tradicionales en los estudios de fallas.

Tabla 3.7.- Corrientes en líneas de transmisión.

p-q	$ I^a $	θ^a	$ I^b $	θ^b	$ I^c $	θ^c
1- 7	1.3862	86.5767	.6809	-83.7245	.5005	161.5181
7- 1	1.3674	-93.4453	.6445	93.0766	.4816	-24.0411
1- 9	.8409	98.3435	.2406	-170.8649	.4441	100.4302
9- 1	.8239	-81.5578	.2770	1.7138	.4758	-84.2633
2-11	.2058	90.4902	.1120	-6.4597	.2221	-119.5581
11- 2	.2062	-91.3920	.1095	170.8522	.2200	59.0677
3- 5	.1471	68.9753	.1105	-67.3672	.1361	167.4807
5- 3	.1129	-121.6745	.0861	91.6326	.1151	-29.7613
4-12	.1541	79.8737	.1518	-40.1982	.1529	-159.4010
12- 4	.1563	-102.4823	.1540	137.4157	.1550	18.2246
6-12	.1383	67.5953	.1409	-52.1596	.1401	-173.2260
12- 6	.1418	-114.7805	.1443	125.5020	.1436	4.4546

Tabla 3.7.- (Continuación).

7-13	.2750	122.5594	.3968	134.1167	.4140	75.8829
13- 7	.2526	-53.5957	.4458	-45.2408	.4544	-107.5553
8-11	.1255	30.2300	.2413	-72.9483	.2453	136.9179
11- 8	.1313	-151.2561	.2452	105.9085	.2511	-43.4305
9-10	1.1634	124.0163	.5105	90.6651	.2048	28.6971
10- 9	1.1521	-55.6534	.5238	-87.2710	.2267	-149.7818
13-14	.7439	153.5108	.7899	91.3197	.3397	5.0564
14-13	.7367	-25.3412	.8036	-87.3847	.3584	-172.9476
3-10	.8003	-42.6582	.4927	-110.2975	.2643	131.7536
3-10	.8003	-42.6582	.4927	-110.2975	.2643	131.7536
10- 3	.8280	135.7600	.4901	64.6204	.2680	-57.5920
10- 3	.8280	135.7600	.4901	64.6204	.2680	-57.5920
5-14	.6404	-22.3918	.6260	-105.6951	.3282	137.5024
5-14	.6281	-20.5614	.6047	-106.6605	.3472	135.1083
14- 5	.6593	154.6511	.6188	70.3552	.3247	-50.0981
14- 5	.6460	156.3708	.5982	69.2405	.3454	-52.0723

Como se ha demostrado, es posible realizar los estudios de fallas considerando las simplificaciones mencionadas en el punto 3.1, sin sacrificar notablemente los resultados. Sin embargo, la consideración de las simplificaciones no reduce notablemente el número de operaciones, puesto que solo implica no leer y no incluir algunos datos en Y^{abc} .

3.4.1c Falla de línea a tierra en las diferentes fases, comparación de resultados.

En los estudios de fallas tradicionales se considera que una falla de línea a tierra ocurre siempre en la fase a, sin embargo puede ocurrir en cualquiera de las tres fases. Se presentan algunos resultados de una falla sólida de línea a tierra para cada una de las fases del nodo 1, se trabaja con el sistema de ANDERSON^[2] sin simplificaciones, los datos son los mismos del punto 3.4.1b.

En la tabla 3.8 se presentan las corrientes de la falla sólida de línea tierra para cada una de las fases del nodo 1.

Tabla 3.8.- Corrientes de falla.

p_f^\dagger	$ I_f $	θ_f
1a	40.4252	98.0399
1b	40.4331	-21.9648
1c	40.4331	-141.9551

\dagger punto de falla.

En la tabla 3.8 se observa que las magnitudes de las corrientes de falla son iguales, solo cambian los ángulos, los cuales están defasados 120 grados en la misma forma que los voltajes.

En la tabla 3.9 se presentan los voltajes de falla del nodo 1 y sus vecinos para cada una de las ubicaciones de la falla. Se observa que existe una relación entre los voltajes nodales cuando la falla ocurre en una fase o en otra, esta relación se presenta en la tabla 3.10.

Tabla 3.9.- Voltajes nodales de falla.

p	p_f	$ V^a $	θ^a	$ V^b $	θ^b	$ V^c $	θ^c
1	1a	.0000	.0000	1.4462	-135.9494	1.4504	148.8804
	1b	1.4504	28.8815	.0000	.0000	1.4462	104.0522
	1c	1.4461	-15.9507	1.4504	-91.1212	.0000	.0000
2	1a	1.0075	95.2056	.8346	-31.9416	.8343	-137.6715
	1b	.8343	102.3314	1.0075	-24.7947	.8345	-151.9422
	1c	.8346	88.0561	.8343	-17.6709	1.0075	-144.7946
7	1a	.4195	-11.1565	1.4000	-137.5876	1.3428	140.3326
	1b	1.3425	20.3317	.4197	-131.1662	1.3999	102.4210
	1c	1.3997	-17.5868	1.3427	-99.6757	.4197	108.8627
9	1a	.3513	-.0216	1.2527	-132.6423	1.2325	141.7647
	1b	1.2323	21.7644	.3514	-120.0251	1.2527	107.3617
	1c	1.2526	-12.6430	1.2324	-98.2392	.3514	119.9866

Tabla 3.10.- Relación entre los voltajes nodales para la ubicación de la falla en cada una de las fases.

f_f^\dagger	V^a	V^b	V^c
a	α	β	γ
b	$a^2\gamma$	$a^2\alpha$	$a^2\beta$
c	$\alpha\beta$	$\alpha\gamma$	$\alpha\alpha$

† fase fallada

En la tabla 3.11 se presentan las corrientes de las líneas que conectan al nodo 1 con sus vecinos, para la localización de la falla en cada una de las fases del nodo 1. Se observa que están relacionadas al igual que los voltajes como se muestra en la tabla 3.10.

Tabla 3.11.- Corrientes en líneas.

p-q	p_f	$ I^a $	θ^a	$ I^b $	θ^b	$ I^c $	θ^c
1-2	1a	.1629	39.1271	.2364	-105.2597	.1405	117.1473
	1b	.1406	-2.7634	.1629	-80.9469	.2361	134.7517
	1c	.2363	14.7969	.1407	-122.8436	.1626	159.0999
1-7	1a	1.3862	86.5767	.6809	-83.7245	.5005	161.5181
	1b	.5005	41.4999	1.3866	-33.4277	.6807	156.2879
	1c	.6808	36.2747	.5007	-78.5005	1.3865	-153.4090
1-9	1a	.8409	98.3435	.2406	-170.8649	.4441	100.4302
	1b	.4442	-19.5705	.8411	-21.6579	.2405	69.1264
	1c	.2406	-50.8681	.4442	-139.5699	.8411	-141.6452

De acuerdo a lo anterior, los estudios de las fallas de línea a tierra pueden realizarse considerando que siempre ocurren en la fase a, y utilizar la tabla 3.10 para obtener los valores reales de acuerdo a la fase fallada.

3.4.2 Caso de prueba No. 2.

3.4.2a Caso especial, corriente de falla igual a cero.

En los casos donde las corrientes de falla resultan cero, el método del punto 3.1 no puede obtener los voltajes del sistema fallado y es necesario utilizar el algoritmo descrito en el punto 3.2. Se presenta un sistema donde una falla de línea a tierra no produce corriente de falla y se demuestra que a pesar de esto los voltajes nodales si cambian.

El sistema en estudio se presenta en la Fig. 3.3, se trata de un generador conectado en estrella sin aterrizar y en sus terminales una carga en conexión delta. Se estudia una falla a tierra en la fase c.

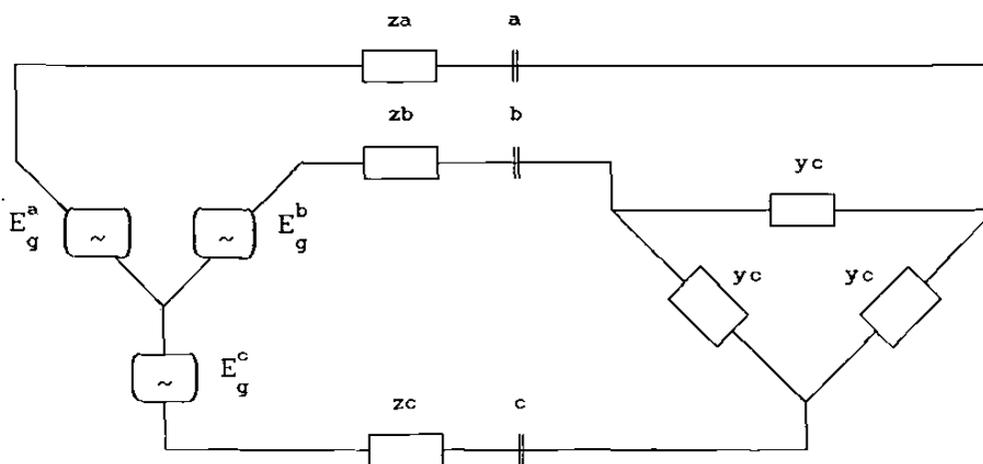


Figura 3.3.- Sistema de prueba No. 2.

De las impedancias de secuencia del generador, con $\psi^0 = 0$ y $\psi^- = \psi^+$ aplicando la transformación inversa de componentes simétricas se obtiene Y_g^{abc} . La matriz de admitancias nodal de la carga se obtiene por inspección de su conexión (Fig. 3.3).

Si siguiendo las reglas para la formación de Y^{abc} , presentadas en el capítulo 2, se forma el sistema de ecuaciones nodales del SEP.

$$\left(\frac{1}{3} \cdot y^+ + y_c \right) \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V^a \\ V^b \\ V^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I^a \\ I^b \\ I^c \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

El algoritmo de solución requiere triangularizar el sistema de ecuaciones (3.24), sin embargo no se tienen las corrientes nodales. El cálculo de las corrientes nodales se realizará utilizando un arranque plano para los voltajes (3.25).

$$\begin{bmatrix} V^a \\ V^b \\ V^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

De las ecuaciones (3.24) y (3.25) se obtienen las corrientes nodales

$$\begin{bmatrix} I^a \\ I^b \\ I^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \cdot (y^+ + 3 \cdot y_c) \quad (3.26)$$

Una vez que se tienen las corrientes nodales se sustituyen en el sistema de ecuaciones (3.24) y se triangulariza.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V^a \\ V^b \\ V^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/2 \\ \frac{2 \cdot a^2 + 1}{0} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Del sistema triangularizado se obtiene Y_{eq} y I_{eq} .

$$Y_{eq} = 0 ; \quad I_{eq} = 0 \quad (3.28)$$

Utilizando (3.16) se calcula la corriente de falla.

$$i_f = 0 \quad (3.29)$$

Utilizando (3.21) se calcula el voltaje del punto fallado.

$$V^c = 0 \quad (3.30)$$

Sustituyendo (3.30) en (3.27) y realizando una sustitución regresiva se obtienen los voltajes de las fases a y b.

$$V^a = 1 - a \quad (3.31a)$$

$$V^b = a^2 - a \quad (3.31b)$$

Se ha demostrado que a pesar que la corriente de falla es cero, los voltajes nodales cambian. Sin embargo, es conveniente observar que las diferencias entre los voltajes no cambian y por lo tanto las corrientes permanecen sin cambio.

3.4.3 Caso de prueba No. 3.

El sistema de estudio se presenta en la Fig. 3.4, se trata del sistema de ARRILLAGA^[1], los datos se presentan en el apéndice C. Se trata de un sistema desbalanceado donde predominan las líneas de transmisión acopladas.

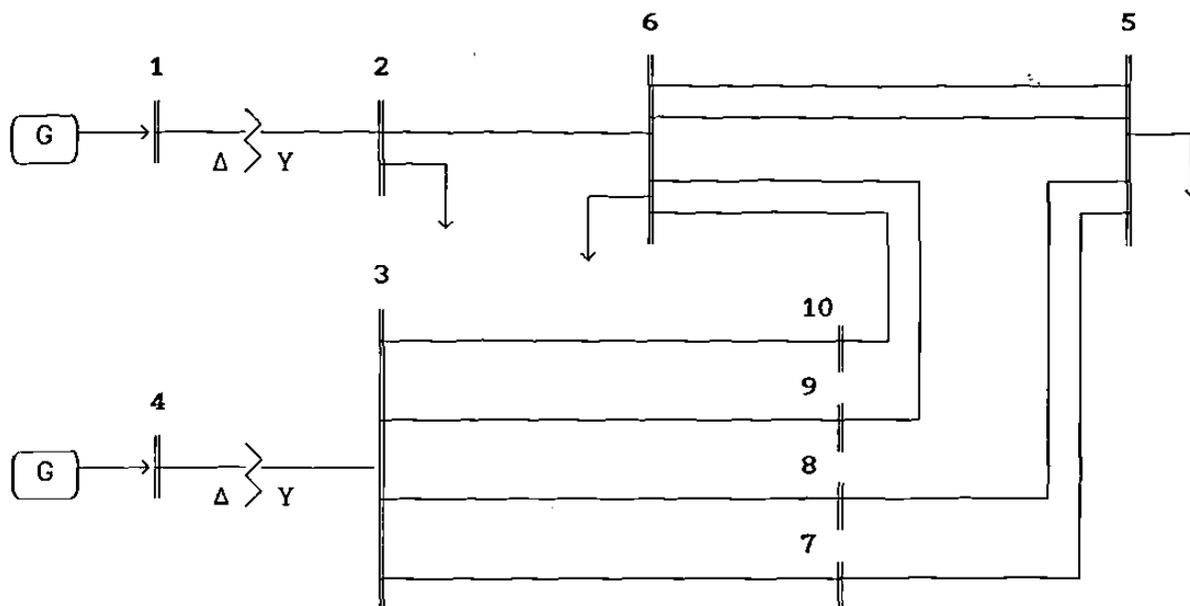


Figura 3.4 Sistema de estudio No. 3.

3.4.3a Sistema desbalanceado, falla serie.

Se estudia el estado del SEP cuando se desconecta la fase a de la línea de transmisión 2-6. Los voltajes nodales de predisturbio usados en este estudio se tomaron de la tabla 4.37.

La falla se simulará conectando en paralelo con la línea 2-6 una red que desconecte esta línea ($-Y^{abc}_{12-6}$) y conecte una línea de transmisión con la fase a desconectada (Y^{abc}_{m12-6}).

$$Y_f = \left[-Y^{abc}_{12-6} + Y^{abc}_{m12-6} \right] \tag{3.32}$$

Donde: Y^{abc}_{12-6} es la matriz Y^{abc} de la L.T. formado con los datos presentados en el apéndice C y

Y^{abc}_{m12-6} es la matriz Y^{abc} de la L.T. con la fase a desconectada, se forma con las matrices Y_{m12-6} y $Y_{m_{c2-6}}$.

$$Y_{m_{l2-6}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.7994 & -22.4524j & -1.2565 & 8.0531j \\ 0 & -1.2565 & 8.0531j & 3.6416 & -23.7005j \end{bmatrix}$$

$$Y_{m_{c2-6}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.146 & -0.03 \\ 0 & -0.03 & 0.15 \end{bmatrix}$$

$$Y_f = \begin{bmatrix} -4.0201 & 26.1519j & .3939 & -5.4118j & 2.0724 & -7.2943j \\ .3939 & -5.4118j & .0078 & 1.0877j & -.3046 & 1.5274j \\ 2.0724 & -7.2943j & -.3046 & 1.5274j & -.8464 & 1.9782j \\ 4.0201 & -26.3269j & -.3939 & 5.4418j & -2.0724 & 7.3143j \\ -.3939 & 5.4418j & -.0078 & -1.1177j & .3046 & -1.5274j \\ -2.0724 & 7.3143j & .3046 & -1.5274j & .8464 & -1.9982j \\ 4.0201 & -26.3269j & -.3939 & 5.4418j & -2.0724 & 7.3143j \\ -.3939 & 5.4418j & -.0078 & -1.1177j & .3046 & -1.5274j \\ -2.0724 & 7.3143j & .3046 & -1.5274j & .8464 & -1.9982j \\ -4.0201 & 26.1519j & .3939 & -5.4118j & 2.0724 & -7.2943j \\ .3939 & -5.4118j & .0078 & 1.0877j & -.3046 & 1.5274j \\ 2.0724 & -7.2943j & -.3046 & 1.5274j & -.8464 & 1.9782j \end{bmatrix}$$

En la tabla 3.12 se presentan las corrientes que fluyen de la red de falla al sistema de potencia.

Tabla 3.12.- Corrientes de falla.

pf	I _f	θ _f
2a	6.3463	11.9339
2b	1.2707	-172.7751
2c	1.8448	-161.7138
6a	6.4535	-171.5655
6b	1.3517	4.0651
6c	1.8143	16.3200

Los voltajes nodales del sistema fallado se presentan en la tabla 3.13, se observa como la desconexión de la fase a de la línea 2-6 ocasiona una ligera caída de los niveles de voltajes en la fase a de los nodos 5 a 10.

Tabla 3.13.- Voltajes nodales en estado de falla.

NODO	$ V^a $	θ^a	$ V^b $	θ^b	$ V^c $	θ^c
1	1.0297	- .2498	1.0972	-119.8882	1.0711	116.8475
2	1.0534	28.2486	1.0987	-96.3342	1.0205	142.1355
3	1.0484	23.4161	1.0721	-95.0909	1.0679	143.8566
4	1.0450	-1.4170	1.0416	-120.7480	1.0539	119.0959
5	.9748	16.6458	1.0515	-98.5388	1.0279	138.8064
6	.9750	16.6550	1.0628	-98.1014	1.0295	139.4041
7	.9944	18.3203	1.0598	-97.6139	1.0384	140.1346
8	.9934	18.2895	1.0592	-97.7581	1.0389	140.0275
9	.9900	18.2888	1.0667	-97.4170	1.0428	140.4617
10	.9928	18.3519	1.0671	-97.3876	1.0400	140.5617

En la tabla 3.14 se presentan las corrientes en los transformadores, se observa que las corrientes de línea en el lado de la delta no son las mismas que en el lado de la estrella, esto se debe a que estas últimas son una combinación de las primeras.

En los estudios tradicionales no se incluyen los cambios de fase ocasionados por los transformadores en conexión Δ -Y. Esto ocasiona que las corrientes se tengan que calcular en forma particular al final del estudio de fallas. Una ventaja más del estudio trifásico es que las corrientes en transformadores se obtienen directamente.

Tabla 3.14 Corrientes en transformadores.

p-q	$ I^a $	θ^a	$ I^b $	θ^b	$ I^c $	θ^c
3- 4	6.0469	-172.3598	4.8878	73.5673	5.4054	-50.6522
4- 3	6.0373	-19.7173	5.5480	-143.3289	5.4906	102.9816
2- 1	1.5128	-179.1668	2.2739	71.4452	2.6647	-52.6014
1- 2	2.2228	-33.7867	1.8417	-135.7594	2.5757	101.8284

En la tabla 3.15 se presentan las corrientes en las líneas de transmisión, se observa como al desconectarse la fase a de la línea 2-6, el generador en el nodo 1 sólo puede alimentar la carga en el 2, mientras que la aportación que hacia en estado de predisturbio a las cargas en los nodos 6 y 5, las proporciona en estado de falla el generador del nodo 4.

Tabla 3.15.- Corrientes en líneas de transmisión.

p-q	$ I^a $	θ^a	$ I^b $	θ^b	$ I^c $	θ^c
6- 2	6.4535	-171.5655	2.1891	26.8273	2.4615	-6.7953
2- 6	6.3463	11.9340	1.8389	-145.4122	2.7133	-179.8373
6- 5	.7819	10.6220	1.4065	-125.8872	1.0874	109.9962
6- 5	1.1133	-2.8917	1.5715	-117.0735	1.7384	116.9044
5- 6	.7894	-172.8392	1.4310	52.4118	1.1088	-72.1045
5- 6	1.1317	174.7873	1.5879	61.2308	1.7550	-64.5253
7- 5	1.4824	-6.7060	1.0395	-123.1271	1.2479	123.3167
8- 5	1.5730	-9.0191	.9014	-122.2630	1.2908	127.5507
5- 7	1.5249	170.3725	1.0818	52.4609	1.2759	-60.9084
5- 8	1.6150	168.3188	.9407	52.4500	1.3121	-56.5297
9- 6	1.5900	8.1094	1.6107	-114.9510	1.5920	108.8684
10- 6	1.7991	3.7749	1.5973	-115.8994	1.6336	118.4451
6- 9	1.6072	-174.3981	1.6320	62.3621	1.6342	-73.4903
6-10	1.8228	-178.4321	1.6200	61.4638	1.6629	-64.0883
3- 7	1.3623	2.8870	.9510	-107.6470	1.1932	137.0082
3- 8	1.4537	-.5258	.8308	-103.9580	1.2562	140.2106
3- 9	1.5400	15.9514	1.5654	-106.2891	1.4719	116.6553
3-10	1.7299	10.7634	1.5438	-107.2870	1.5552	126.5978
7- 3	1.4829	173.2247	1.0384	56.9477	1.2485	-56.6363
8- 3	1.5748	170.8497	.9013	57.7173	1.2934	-52.6050
9- 3	1.5888	-171.8520	1.6073	65.1975	1.5898	-70.9433
10- 3	1.7958	-176.1755	1.5954	64.3033	1.6353	-61.5434

Las corrientes de la línea de transmisión 2-6 en la tabla 3.15 no son las reales, puesto que la falla se simuló mediante la conexión de una red de falla que sumada a la línea 2-6 completa, resultase la línea con la fase a desconectada. Las corrientes de la línea 2-6 reales se obtienen restando de las corrientes para esta línea en la tabla 3.15, las corrientes de falla, estos valores se presentan en la tabla 3.16.

Tabla 3.16.- Corrientes reales en la línea 2-6.

p-q	$ I^a $	θ^a	$ I^b $	θ^b	$ I^c $	θ^c
6- 2	.0000	.0000	1.0780	55.8483	1.0658	-48.7302
2- 6	.0000	.0000	0.9196	-105.9863	1.1185	149.2938

Debido a que los estudios tradicionales consideran al SEP balanceado no se tiene una referencia para comparar los resultados de este estudio. Sin embargo, se puede ver que los valores presentados resultan lógicos para las condiciones de falla v.g. corriente de la fase a cero en la tabla 3.16 y además se satisfacen las leyes básicas de los circuitos eléctricos.

3.4.3b Caso especial, problema numérico.

Como se ilustra en el punto 3.4.2a, los estudios con corrientes de falla igual a cero no pueden realizarse utilizando el método del punto 3.1. Existen sin embargo ocasiones en que debido a causas numéricas este algoritmo puede realizar correctamente dichos estudios.

Se presenta un estudio donde la corriente de falla debería ser cero, sin embargo toma un valor, que aunque muy pequeño, permite calcular correctamente

los voltajes nodales utilizando el método descrito en 3.1. El error es introducido por los redondeos en la formación de las matrices de admitancias nodal de los elementos del SEP.

Se estudia el sistema del punto 3.4.3a eliminando la conexión a tierra del neutro del generador 4. Los datos son tomados del punto 3.4.3a haciendo nula la admitancia de secuencia cero del generador en el nodo 4.

Se analiza una falla sólida a tierra en la fase a del nodo 4. La corriente de falla (3.33) toma un valor distinto de cero que permite realizar el estudio usando el método del punto 3.1.

$$i_f^a = .0003 \angle 90.0 \quad (3.33)$$

Tabla 3.17.- Voltajes nodales de falla.

NODO	$ V^a $	θ^a	$ V^b $	θ^b	$ V^c $	θ^c
1	1.0000	.0000	1.0000	-120.0000	1.0000	120.0000
2	1.0000	30.0001	1.0000	-90.0000	1.0000	149.9999
3	1.0000	30.0001	1.0000	-90.0000	1.0000	149.9999
4	.0000	.0000	1.7320	-149.9999	1.7320	149.9999

En la tabla 3.17 se presentan algunos de los voltajes nodales del sistema fallado, se observa que al igual que en el punto 3.4.2, la falla sólo afecta al nodo del generador. Los voltajes de los demás nodos del sistema permanecen sin cambios apreciables.

Tabla 3.18.- Corrientes en transformadores.

p-q	$ I^a $	θ^a	$ I^b $	θ^b	$ I^c $	θ^c
3- 4	2.5110	122.0971	2.5110	2.0969	2.5110	-117.9031
4- 3	2.6238	-87.9071	2.6240	152.0909	2.6240	32.0944
2- 1	.5536	123.0145	.5535	3.0153	.5536	-116.9835
1- 2	.5657	-86.9925	.5657	153.0063	.5657	33.0085

En la tabla 3.18 se presentan las corrientes en transformadores, estos valores corresponden a las corrientes del sistema sin falla.

Aun cuando la falla ocasiona cambios en los voltajes en el nodo 4 la diferencia entre fases no cambia, esto hace que las corrientes en el lado de la delta del transformador no cambien al ocurrir la falla.

4 ESTUDIOS DE FLUJO DE POTENCIA EN SISTEMAS DESBALANCEADOS

4.0 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Los estudios de flujos permiten obtener el comportamiento del SEP en estado estable bajo condiciones de operación específicas. Las variables que interesa conocer son los flujos de potencia en los elementos del sistema, la potencia compleja de las unidades generadoras y los voltajes nodales complejos. Las condiciones de operación se definen por: la potencia activa y la magnitud del voltaje controlado en las unidades generadoras y por la potencia activa y reactiva en los nodos de carga. Adicionalmente existen restricciones impuestas al funcionamiento del SEP como son los límites de generación de potencia reactiva.

El objetivo del estudio de flujos de potencia es calcular los voltajes nodales complejos y a partir de éstos obtener cualquier variable del SEP.

La representación matemática del problema consiste en resolver un conjunto de ecuaciones de la forma:

$$f(x) = 0 \tag{4.1}$$

donde:

x es un vector formado por los voltajes nodales complejos del SEP.

f es una función no lineal que define las condiciones específicas de operación.

63077

Existen diferentes métodos para resolver un conjunto de ecuaciones de la forma de la ecuación (4.1), en este trabajo se utilizará el método de Newton-Raphson, debido a que es uno de los métodos que presentan mejores características de convergencia y confiabilidad con tiempos de cálculo reducidos.

4.1 ESTUDIO TRIFASICO DE FLUJO MEDIANTE EL METODO DE NEWTON-RAPHSON

En el apéndice A se presenta el método de Newton Raphson para la solución de un conjunto de ecuaciones no lineales. Se observa que es necesario tener una ecuación por cada incógnita que se quiera calcular. Debido a que en cada nodo se tienen seis incógnitas (la parte real y la parte imaginaria de los voltajes nodales de las fases a, b y c) es necesario plantear seis ecuaciones por nodo. La forma de las ecuaciones depende del tipo de nodo. En la tabla 4.1 se presentan los tipos de nodos que se distinguen en un estudio de flujo trifásico, así como los datos de entrada y los resultados obtenidos.

Tabla 4.1.- Tipos de nodos en un estudio de flujo trifásico.

Tipo de nodo	Datos	Resultados
Carga	Potencia compleja de cada fase	Voltajes nodales complejos de fase
Voltaje controlado	Potencia activa total generada, magnitud del voltaje controlado y potencia compleja de de carga por fase	Voltajes nodales y potencia generada por fase

Tabla 4.1.- (Continuación).

Compensador	Magnitud y ángulo del voltaje controlado, potencia compleja de carga por fase	Voltajes nodales y potencia generada por fase
-------------	---	---

4.1.1 Algoritmo de solución.

El método de Newton-Raphson requiere inicialmente un estimado de los voltajes nodales para después llevarlos iterativamente al valor que satisface las ecuaciones de restricción (Ec. (4.1)). El cambio en las variables \tilde{V}_i se calcula resolviendo el conjunto de ecuaciones siguiente:

$$\begin{bmatrix} \Delta \tilde{f}_i \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \tilde{V}_i \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

donde:

$\Delta \tilde{f}_i$ es la diferencia entre el valor de \tilde{f} con los voltajes actuales y el valor que se desea tener.

J_i es el Jacobiano, matriz de primeras derivadas de \tilde{f} .

$\Delta \tilde{V}_i$ son los incrementos en los voltajes nodales.

i denota la iteración en que se encuentra el proceso de solución.

Una vez que se ha obtenido el incremento de los voltajes nodales, estos se actualizan utilizando la ecuación (4.3).

$$\begin{bmatrix} \tilde{V}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{V}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \tilde{V}_i \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

4.1.2 Ecuaciones de restricción.

La forma de las ecuaciones a resolver depende del tipo de nodo, siendo la mayoría ecuaciones cuadráticas. Se desarrollarán en detalle las ecuaciones de restricción partiendo de los datos en cada nodo.

- a) Nodos de carga. - En estos nodos se especifica el valor de la potencia activa y reactiva de cada fase, de estas condiciones de operación se obtienen 6 ecuaciones.

La potencia que se entrega en la fase f del nodo k es dada por la ecuación (4.4).

$$-S_k^f = V_k^f \cdot \left(I_k^f \right)^* \quad \text{para } f = a, b, c \quad (4.4)$$

El signo negativo de S_k^f se debe a que la potencia se considera positiva entrado a la red y siempre se especifica el valor de la potencia que sale del nodo hacia la carga.

Expresando los elementos de la ecuación (4.4) en sus componentes reales e imaginarias:

$$-P_k^f - jQ_k^f = \left(e_k^f + jf_k^f \right) \cdot \left(a_k^f - jb_k^f \right)$$

$$-P_k^f - jQ_k^f = \left(e_k^f \cdot a_k^f + f_k^f \cdot b_k^f \right) + j \left(-e_k^f \cdot b_k^f + f_k^f \cdot a_k^f \right)$$

igualando las partes reales e imaginarias de cada lado de la ecuación anterior:

$$\Delta P_k^f = 0 = P_k^f + e_k^f \cdot a_k^f + f_k^f \cdot b_k^f \quad (4.5)$$

$$\Delta Q_k^f = 0 = Q_k^f - e_k^f \cdot b_k^f + f_k^f \cdot a_k^f \quad (4.6)$$

Es posible plantear para cada fase de cada uno de los nodo de carga las ecuaciones (4.5) y (4.6), por lo cual para los nodos de carga se tienen las seis ecuaciones requeridas.

b) Nodos de voltaje controlado.- En estos nodos se especifica el valor de la potencia activa total entregada al sistema y la magnitud del voltaje controlado.

Existen para los nodos de voltaje controlado tres tipos de ecuaciones, las cuales serán obtenidas a continuación:

i) Ecuación de la potencia activa total.

La potencia activa total generada en el nodo k es la parte real de la potencia compleja que sale del nodo hacia la red y hacia la carga.

$$P_{gk} = \text{Real}(S_{gk}) \quad (4.7)$$

$$P_{gk} = \text{Real} \left\{ \sum_{m=a}^c V_k^m \cdot (I_k^m)^* \right\} + \sum_{m=a}^c PL_k^m$$

Donde I_k^m es la corriente que sale de la fase m del nodo k hacia la red.

$$P_{gk} = \text{Real} \left\{ \sum_{m=a}^c \left(e_k^m + jf_k^m \right) \cdot \left(a_k^m - jb_k^m \right) \right\} + \sum_{m=a}^c PL_k^m$$

De la ecuación anterior se obtiene (4.8).

$$\Delta P_{gk} = P_{gk} - \sum_{m=a}^c PL_k^m - \sum_{m=a}^c \left(e_k^m \cdot a_k^m + f_k^m \cdot b_k^m \right) \quad (4.8)$$

ii) Ecuación del voltaje controlado.

El control automático de voltaje (CAV) de las unidades generadoras mantiene fija la magnitud de una función de los voltajes nodales de las fases terminales:

$$V_k^{reg} = f(V_k^a, V_k^b, V_k^c) \quad (4.9)$$

La forma de la función f depende del esquema de control seleccionado.

Inicialmente se presenta la ecuación para el esquema de control de la magnitud del voltaje de la fase a, posteriormente se incluirá la ecuación para el esquema de control de secuencia positiva.

$$V_{gk}^a = | V_k^a | = | e_k^a + jf_k^a | = \sqrt{ \left(e_k^a \right)^2 + \left(f_k^a \right)^2 }$$

De la ecuación anterior se obtiene:

$$\Delta V_k^2 = \left(V_{gk}^a \right)^2 - \left(e_k^a \right)^2 - \left(f_k^a \right)^2 \quad (4.10)$$

iii) Ecuaciones de las corrientes internas.

Debido a la construcción simétrica de los devanados del estator de la máquina síncrona los voltajes internos E_{gk}^{abc} son balanceados, esto es:

$$E_{gk}^a = a \cdot E_{gk}^b \quad (4.11)$$

$$E_{gk}^a = a^2 \cdot E_{gk}^c \quad (4.12)$$

De las ecuaciones que modelan al generador se tiene (2.3)

$$I_{gk}^{abc} = Y_{gk}^{abc} \cdot E_{gk}^{abc}$$

Debido a que Y_{gk}^{abc} es una matriz balanceada las fuentes de corriente internas del generador resultan ser balanceadas, esto es:

$$I_{gk}^a = a \cdot I_{gk}^b \quad (4.13)$$

$$I_{gk}^a = a^2 \cdot I_{gk}^c \quad (4.14)$$

Expresando los elementos de la ecuación (4.13) en sus componentes reales e imaginarias.

$$A_k^a + jB_k^a = \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \left(A_k^b + jB_k^b \right)$$

$$A_k^a + jB_k^a = - \left(\frac{1}{2} \cdot A_k^b + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot B_k^b \right) - j \left(\frac{1}{2} \cdot B_k^b - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot A_k^b \right)$$

Igualando las partes reales e imaginarias correspondientes de cada lado de la ecuación anterior se obtienen las ecuaciones (4.15) y (4.16).

$$\Delta A1_k = A_k^a + \frac{1}{2} \cdot A_k^b + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot B_k^b \quad (4.15)$$

$$\Delta B1_k = B_k^a + \frac{1}{2} \cdot B_k^b - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot A_k^b \quad (4.16)$$

En la ecuación (2.2) se observa que la corriente interna del generador I_{gk}^f se divide en dos partes, una que va hacia la impedancia interna del generador y otra que sale hacia el SEP. Esta última a su vez se divide en dos partes: la que va hacia la red eléctrica y la que va hacia la carga local.

$$I_{gk}^f = I_{k0}^f + I_k^f + I_{Lk}^f \quad \text{para } f = a, b, c. \quad (4.17)$$

Expresando la ecuación (4.17) en forma rectangular y separando las partes reales e imaginarias

$$A_k^f = a_{k0}^f + a_k^f + AL_k^f \quad (4.18a)$$

$$B_k^f = b_{k0}^f + b_k^f + BL_k^f \quad (4.18b)$$

Sustituyendo en (4.15) y (4.16) las ecuaciones (4.18)

$$\Delta A1_k = \left(a_{k0}^a + a_k^a + AL_k^a \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(a_{k0}^b + a_k^b + AL_k^b \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(b_{k0}^b + b_k^b + BL_k^b \right) \quad (4.19)$$

$$\Delta B1_k = \left(b_{k0}^a + b_k^a + BL_k^a \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(b_{k0}^b + b_k^b + BL_k^b \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(a_{k0}^b + a_k^b + AL_k^b \right) \quad (4.20)$$

Siguiendo un proceso similar al anterior para la ecuación (4.14) se obtienen las ecuaciones (4.21) y (4.22).

$$\Delta A2_k = \left(a_{k0}^a + a_k^a + AL_k^a \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(a_{k0}^c + a_k^c + AL_k^c \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(b_{k0}^c + b_k^c + BL_k^c \right) \quad (4.21)$$

$$\Delta B2_k = \left(b_{k0}^a + b_k^a + BL_k^a \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(b_{k0}^c + b_k^c + BL_k^c \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(a_{k0}^c + a_k^c + AL_k^c \right) \quad (4.22)$$

Las ecuaciones (4.8) y (4.10) junto con las ecuaciones (4.19) a (4.22) son las seis ecuaciones que se utilizarán para los nodos de generación.

- c) Nodo compensador. - El nodo compensador es un nodo de generación especial en el cual no se especifica la potencia activa generada, sin embargo se especifica la magnitud y el ángulo del voltaje controlado.

El hecho de dejar libre la potencia activa generada permite al nodo compensador absorber las pérdidas del sistema, las cuales no se conocen al inicio del estudio. Al especificar el ángulo del voltaje controlado se define una referencia de la posición angular de los fasores de voltaje y corriente.

Para el esquema de control de voltaje en la fase a se tienen que cumplir en cada iteración las ecuaciones (4.23) y (4.24)

$$\Delta e_k^a = 0 \quad (4.23)$$

$$\Delta f_k^a = 0 \quad (4.24)$$

Se puede observar que en este nodo se tienen dos incógnitas menos, Δe_k^a y Δf_k^a , por lo cual pueden eliminarse dos ecuaciones. Estas serían las de la potencia activa total (Ec. (4.8)), y la del voltaje controlado (Ec. (4.10)), sin embargo desde el punto de vista computacional puede resultar problemático tener nodos con distinto número de ecuaciones, en este caso se colocan en los renglones correspondientes a las ecuaciones (4.8) y (4.10) las ecuaciones (4.23) y (4.24).

4.1.3 Cálculo de los elementos del Jacobiano

La matriz Jacobiana está formada por submatrices de orden 6 por 6, a continuación se presentan dichas submatrices y se obtienen las ecuaciones para calcular sus elementos.

a) Nodos de carga.

En la Fig. 4.1 se presenta la estructura de la submatriz del Jacobiano correspondiente a los nodos de carga.

	Δe_j^a	Δe_j^b	Δe_j^c	Δf_j^a	Δf_j^b	Δf_j^c
ΔP_k^a	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial f_j^c}$
ΔQ_k^a	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial f_j^c}$
ΔP_k^b	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial f_j^c}$
ΔQ_k^b	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial f_j^c}$
ΔP_k^c	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial f_j^c}$
ΔQ_k^c	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial f_j^c}$

Fig. 4.1 Submatriz del Jacobiano correspondiente a los nodos de carga

i) Submatrices de la diagonal (j=k)

Derivando la ecuación (4.5) se obtiene (4.25)

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial e_k^f} = e_k^f \cdot \frac{\partial a_k^f}{\partial e_k^f} + \frac{\partial e_k^f}{\partial e_k^f} \cdot a_k^f + f_k^f \cdot \frac{\partial b_k^f}{\partial e_k^f} + \frac{\partial f_k^f}{\partial e_k^f} \cdot b_k^f \quad (4.25)$$

A continuación se presenta el desarrollo para obtener las derivadas parciales de las corrientes nodales con respecto a los voltajes nodales.

De las ecuaciones nodales del sistema de potencia se obtiene (4.26).

$$I_k^f = \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c \left(Y_{ki}^{fm} \cdot V_i^m \right) \quad (4.26)$$

Expresando los elementos de la sumatoria en sus componentes reales e imaginarias:

$$a_k^f + jb_k^f = \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c \left\{ \left(G_{ki}^{fm} + jB_{ki}^{fm} \right) \cdot \left(e_i^m + jf_i^m \right) \right\}$$

$$a_k^f + jb_k^f = \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c \left(G_{ki}^{fm} \cdot e_i^m - B_{ki}^{fm} \cdot f_i^m \right) + j \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c \left(G_{ki}^{fm} \cdot f_i^m + B_{ki}^{fm} \cdot e_i^m \right)$$

Igualando las partes reales e imaginarias de cada lado de la ecuación anterior se obtienen las ecuaciones (4.27) y (4.28).

$$a_k^f = \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c \left(G_{ki}^{fm} \cdot e_i^m - B_{ki}^{fm} \cdot f_i^m \right) \quad (4.27)$$

$$b_k^f = \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c \left(G_{ki}^{fm} \cdot f_i^m + B_{ki}^{fm} \cdot e_i^m \right) \quad (4.28)$$

Derivando las ecuaciones (4.27) y (4.28) con respecto a las componentes de los voltajes nodales se obtienen las ecuaciones (4.29).

$$\frac{\partial a_k^f}{\partial e_j^p} = G_{kj}^{fp} \quad (4.29a)$$

$$\frac{\partial a_k^f}{\partial f_j^p} = -B_{kj}^{fp} \quad (4.29b)$$

$$\frac{\partial b_k^f}{\partial e_j^p} = B_{kj}^{fp} \quad (4.29c)$$

$$\frac{\partial b_k^f}{\partial f_j^p} = G_{kj}^{fp} \quad (4.29d)$$

Sustituyendo (4.29) en (4.25) se obtiene (4.30).

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial e_k^f} = e_k^f \cdot G_{kk}^{ff} + a_k^f + f_k^f \cdot B_{kk}^{ff} \quad (4.30)$$

Utilizando (4.5), (4.6) y las ecuaciones (4.29) se obtienen las ecuaciones (4.31) a (4.37).

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial e_k^p} = e_k^f \cdot G_{kk}^{fp} + f_k^f \cdot B_{kk}^{fp} \quad (p \neq f) \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial f_k^f} = -e_k^f \cdot B_{kk}^{ff} + f_k^f \cdot G_{kk}^{ff} + b_k^f \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial f_k^p} = -e_k^f \cdot B_{kk}^{fp} + f_k^f \cdot G_{kk}^{fp} \quad (p \neq f) \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial e_k^f} = -e_k^f \cdot B_{kk}^{ff} - b_k^f + f_k^f \cdot G_{kk}^{ff} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial e_k^p} = -e_k^f \cdot B_{kk}^{fp} + f_k^f \cdot G_{kk}^{fp} \quad (p \neq f) \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial f_k^f} = -e_k^f \cdot G_{kk}^{ff} - f_k^f \cdot B_{kk}^{ff} + a_k^f \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial f_k^p} = -e_k^f \cdot G_{kk}^{fp} - f_k^f \cdot B_{kk}^{fp} \quad (p \neq f) \quad (4.37)$$

ii) Submatrices fuera de la diagonal ($j \neq k$)

Derivando (4.5) y (4.6) se obtienen las ecuaciones (4.38) a (4.41).

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial e_j^p} = e_k^f \cdot G_{kj}^{fp} + f_k^f \cdot B_{kj}^{fp} \quad (j \neq k) \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial f_j^p} = -e_k^f \cdot B_{kj}^{fp} + f_k^f \cdot G_{kj}^{fp} \quad (j \neq k) \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial e_j^p} = -e_k^f \cdot B_{kj}^{fp} + f_k^f \cdot G_{kj}^{fp} \quad (j \neq k) \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial f_j^p} = -e_k^f \cdot G_{kj}^{fp} - f_k^f \cdot B_{kj}^{fp} \quad (j \neq k) \quad (4.41)$$

b) Nodos de generación.

En la Fig. 4.2 se presenta la estructura de las submatrices del Jacobiano correspondientes a los nodos de generación.

	Δe_j^a	Δe_j^b	Δe_j^c	Δf_j^a	Δf_j^b	Δf_j^c
ΔP_{gk}	$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial f_j^c}$
ΔV_k^2	$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial f_j^c}$
$\Delta A1_k$	$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial f_j^c}$
$\Delta B1_k$	$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial f_j^c}$
$\Delta A2_k$	$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial f_j^c}$
$\Delta B2_k$	$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial f_j^c}$

Fig. 4.2 Submatriz del Jacobiano correspondiente a los nodos de generación.

i) Submatrices de la diagonal (j=k)

Derivando la ecuación (4.8) se obtienen (4.42) y (4.43).

$$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial e_k^p} = - \sum_{m=a}^c \left(e_k^m \cdot G_{kk}^{mp} + f_k^m \cdot B_{kk}^{mp} \right) - a_k^p \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial f_k^p} = \sum_{m=a}^c \left(e_k^m \cdot B_{kk}^{mp} - f_k^m \cdot G_{kk}^{mp} \right) - b_k^p \quad (4.43)$$

Derivando (4.10) se obtienen las ecuaciones (4.44) a (4.47).

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial e_k^a} = -2 \cdot e_k^a \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial e_k^p} = 0 \quad (p \neq a) \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial f_k^a} = -2 \cdot f_k^a \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial f_k^p} = 0 \quad (p \neq a) \quad (4.47)$$

Derivando las ecuaciones (4.19) a (4.22) se obtienen las ecuaciones (4.48) a (4.55).

$$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial e_k^p} = G_{gk}^{ap} + G_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot (G_{gk}^{bp} + G_{kk}^{bp}) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (B_{gk}^{bp} + B_{kk}^{bp}) + \frac{\partial AL_k^a}{\partial e_k^p} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial AL_k^b}{\partial e_k^p} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\partial BL_k^b}{\partial e_k^p} \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial f_k^p} = -B_{gk}^{ap} - B_{kk}^{ap} - \frac{1}{2} \cdot (B_{gk}^{bp} + B_{kk}^{bp}) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (G_{gk}^{bp} + G_{kk}^{bp}) + \frac{\partial AL_k^a}{\partial f_k^p} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial AL_k^b}{\partial f_k^p} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\partial BL_k^b}{\partial f_k^p} \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial e_k^p} = B_{gk}^{ap} + B_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot (B_{gk}^{bp} + B_{kk}^{bp}) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (G_{gk}^{bp} + G_{kk}^{bp}) + \frac{\partial BL_k^a}{\partial e_k^p} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial BL_k^b}{\partial e_k^p} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\partial AL_k^b}{\partial e_k^p} \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial f_k^p} = G_{gk}^{ap} + G_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot (G_{gk}^{bp} + G_{kk}^{bp}) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (B_{gk}^{bp} + B_{kk}^{bp}) + \frac{\partial BL_k^a}{\partial f_k^p} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial BL_k^b}{\partial f_k^p} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\partial AL_k^b}{\partial f_k^p} \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial e_k^p} = G_{gk}^{ap} + G_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot (G_{gk}^{cp} + G_{kk}^{cp}) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (B_{gk}^{cp} + B_{kk}^{cp}) + \frac{\partial AL_k^a}{\partial e_k^p} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial AL_k^c}{\partial e_k^p} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\partial BL_k^c}{\partial e_k^p} \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial f_k^p} = -B_{gk}^{ap} - B_{kk}^{ap} - \frac{1}{2} \cdot (B_{gk}^{cp} + B_{kk}^{cp}) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (G_{gk}^{cp} + G_{kk}^{cp}) + \frac{\partial AL_k^a}{\partial f_k^p} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial AL_k^c}{\partial f_k^p} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\partial BL_k^c}{\partial f_k^p} \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial e_k^p} = B_{gk}^{ap} + B_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot (B_{gk}^{cp} + B_{kk}^{cp}) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (G_{gk}^{cp} + G_{kk}^{cp}) + \frac{\partial BL_k^a}{\partial e_k^p} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial BL_k^c}{\partial e_k^p} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\partial AL_k^c}{\partial e_k^p} \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial f_k^p} = G_{gk}^{ap} + G_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot (G_{gk}^{cp} + G_{kk}^{cp}) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (B_{gk}^{cp} + B_{kk}^{cp}) + \frac{\partial BL_k^a}{\partial f_k^p} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial BL_k^c}{\partial f_k^p} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\partial AL_k^c}{\partial f_k^p} \quad (4.55)$$

A continuación se presentan las ecuaciones para evaluar las derivadas de las componentes reales e imaginarias de las corrientes de carga local en un nodo de generación.

$$IL_k^f = \left(\frac{SL_k^f}{V_k^f} \right)^* = \frac{PL_k^f - jQL_k^f}{e_k^f - jf_k^f}$$

$$AL_k^f + BL_k^f = \frac{1}{(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2} \cdot (PL_k^f \cdot e_k^f + QL_k^f \cdot f_k^f) + j \frac{1}{(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2} \cdot (PL_k^f \cdot f_k^f - QL_k^f \cdot e_k^f)$$

Igualando las partes reales e imaginarias de la ecuación anterior se obtienen las ecuaciones (4.56) y (4.57).

$$AL_k^f = \frac{1}{(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2} \cdot (PL_k^f \cdot e_k^f + QL_k^f \cdot f_k^f) \quad (4.56)$$

$$BL_k^f = \frac{1}{(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2} \cdot (PL_k^f \cdot f_k^f - QL_k^f \cdot e_k^f) \quad (4.57)$$

Derivando (4.56) y (4.57) se obtienen las ecuaciones (4.58) a (4.63).

$$\frac{\partial AL_k^f}{\partial e_k^f} = \frac{1}{[(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2]^2} \cdot \left\{ - \left[(e_k^f)^2 - (f_k^f)^2 \right] \cdot PL_k^f - 2 \cdot e_k^f \cdot f_k^f \cdot QL_k^f \right\} \quad (4.58)$$

$$\frac{\partial AL_k^f}{\partial f_k^f} = \frac{1}{[(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2]^2} \cdot \left\{ \left[(e_k^f)^2 - (f_k^f)^2 \right] \cdot QL_k^f - 2 \cdot e_k^f \cdot f_k^f \cdot PL_k^f \right\} \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial BL_k^f}{\partial e_k^f} = \frac{\partial AL_k^f}{\partial f_k^f} \quad (4.60)$$

$$\frac{\partial BL_k^f}{\partial f_k^f} = - \frac{\partial AL_k^f}{\partial e_k^f} \quad (4.61)$$

$$\frac{\partial AL_k^f}{\partial f_k^p} = 0 \quad (p \neq f) \quad (4.62)$$

$$\frac{\partial BL_k^f}{\partial e_k^p} = 0 \quad (p \neq f) \quad (4.63)$$

Las ecuaciones (4.58) a (4.63) son utilizadas para evaluar las ecuaciones (4.48) a (4.55).

ii) Submatrices fuera de la diagonal ($j \neq k$).

Derivando las ecuaciones (4.8), (4.10) y (4.19) a (4.22) se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial e_j^p} = - \sum_{m=a}^c \left(e_k^m \cdot G_{kj}^{mp} + f_k^m \cdot B_{kj}^{mp} \right) \quad (j \neq k) \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial f_j^p} = \sum_{m=a}^c \left(e_k^m \cdot B_{kj}^{mp} - f_k^m \cdot G_{kj}^{mp} \right) \quad (j \neq k) \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial e_j^p} = 0 \quad (j \neq k) \quad (4.66)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial f_j^p} = 0 \quad (j \neq k) \quad (4.67)$$

$$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial e_j^p} = G_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot G_{kj}^{bp} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot B_{kj}^{bp} \quad (j \neq k) \quad (4.68)$$

$$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial f_j^p} = -B_{kj}^{ap} - \frac{1}{2} \cdot B_{kj}^{bp} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot G_{kj}^{bp} \quad (j \neq k) \quad (4.69)$$

$$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial e_j^p} = B_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot B_{kj}^{bp} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot G_{kj}^{bp} \quad (j \neq k) \quad (4.70)$$

$$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial f_j^p} = G_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot G_{kj}^{bp} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot B_{kj}^{bp} \quad (j \neq k) \quad (4.71)$$

$$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial e_j^p} = G_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot G_{kj}^{cp} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot B_{kj}^{cp} \quad (j \neq k) \quad (4.72)$$

$$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial f_j^p} = -B_{kj}^{ap} - \frac{1}{2} \cdot B_{kj}^{cp} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot G_{kj}^{cp} \quad (j \neq k) \quad (4.73)$$

$$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial e_j^p} = B_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot B_{kj}^{cp} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot G_{kj}^{cp} \quad (j \neq k) \quad (4.74)$$

$$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial f_j^p} = G_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} \cdot G_{kj}^{cp} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot B_{kj}^{cp} \quad (j \neq k) \quad (4.75)$$

c) Nodo compensador.

Las submatrices correspondientes al nodo compensador solo cambian, con respecto a las submatrices de los nodos de voltaje controlado, en los renglones correspondientes a las ecuaciones de la potencia activa total y del voltaje controlado las cuales pueden ser eliminadas o sustituidas por las ecuaciones (4.23) y (4.24). En la figura 4.3 se presentan dichos renglones.

	Δe_j^a	Δe_j^b	Δe_j^c	Δf_j^a	Δf_j^b	Δf_j^b
Δf_k^a	1 (j=k) 0 (j≠k)	0	0	0	0	0
Δf_k^a	0	0	0	1 (j=k) 0 (j≠k)	0	0

Fig. 4.3 Primeros dos renglones de las submatrices correspondientes al nodo compensador.

4.1.4 Control de voltaje de secuencia positiva.

Se presenta la ecuación de restricción y los elementos del Jacobiano para el esquema del control de voltaje de secuencia positiva. En general para un esquema de control de voltaje particular basta obtener la ecuación de restricción y derivarla con respecto a las componentes de los voltajes nodales para obtener los elementos del Jacobiano.

Aplicando la transformación inversa de componentes simétricas al vector de voltajes de secuencia (abc) se obtiene el voltaje de secuencia positiva:

$$V_k^+ = \frac{1}{3} \cdot \left(V_k^a + \alpha \cdot V_k^b + \alpha^2 \cdot V_k^c \right) \quad (4.76a)$$

Separando la ecuación (4.76a) en sus partes reales e imaginarias:

$$e_k^+ = \frac{1}{3} \cdot \left[e_k^a - \frac{1}{2} \cdot \left(e_k^b + e_k^c \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(f_k^b - f_k^c \right) \right] \quad (4.76b)$$

$$f_k^+ = \frac{1}{3} \cdot \left[f_k^a - \frac{1}{2} \cdot \left(f_k^b + f_k^c \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(e_k^b - e_k^c \right) \right] \quad (4.76c)$$

Si se desea mantener fijo el voltaje de secuencia positivo en cada iteración se debe cumplir la ecuación (4.77).

$$V_{gk}^+ = \sqrt{\left(e_k^+ \right)^2 + \left(f_k^+ \right)^2} \quad (4.77)$$

Donde V_{gk}^+ es la magnitud del voltaje especificado.

Arreglando (4.77) obtenemos la ecuación de restricción la cual sustituiría a la ecuación (4.10) en el caso de tener control de voltaje de secuencia positiva.

$$\Delta V_k^+ = \left(V_{gk}^+ \right)^2 - \left(e_k^+ \right)^2 - \left(f_k^+ \right)^2 \quad (4.78)$$

Derivando con respecto a las componentes de los voltajes nodales la ecuación (4.78) se obtienen los elementos del Jacobiano.

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial e_k^a} = -\frac{2}{3} \cdot e_k^+ \quad (4.79)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial f_k^a} = -\frac{2}{3} \cdot f_k^+ \quad (4.80)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial e_k^b} = \frac{1}{3} \cdot e_k^+ - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot f_k^+ \quad (4.81)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial f_k^b} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e_k^+ + \frac{1}{3} \cdot f_k^+ \quad (4.82)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial e_k^c} = \frac{1}{3} \cdot e_k^+ + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot f_k^+ \quad (4.83)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial f_k^c} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e_k^+ + \frac{1}{3} \cdot f_k^+ \quad (4.84)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial e_j^f} = 0 \quad (j \neq k) \quad (4.85)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial f_j^f} = 0 \quad (j \neq k) \quad (4.86)$$

En el nodo compensador con el esquema de control de voltaje de secuencia positiva la ecuación (4.78) sustituye a (4.23) y la ecuación (4.24) debe ser sustituida por la ecuación del ángulo del voltaje de secuencia positiva.

$$\theta_k^+ = \arctg \left(\frac{f_k^+}{e_k^+} \right) \quad (4.87)$$

Arreglando (4.87) se obtiene la ecuación (4.88).

$$\Delta\theta_k^+ = e_k^+ \cdot \operatorname{tg}\left(\theta_k^+\right) - f_k^+ \quad (4.88)$$

La ecuación (4.88) se utiliza para fijar el ángulo del voltaje de secuencia positiva en el nodo compensador. Los elementos del Jacobiano correspondientes a esta ecuación se obtienen derivándola con respecto a las componentes reales e imaginarias de los voltajes nodales.

$$\frac{\partial\Delta\theta_k^+}{\partial e_k^a} = \frac{1}{3} \cdot \operatorname{tg}\left(\theta_k^+\right) \quad (4.89)$$

$$\frac{\partial\Delta\theta_k^+}{\partial f_k^a} = -\frac{1}{3} \quad (4.90)$$

$$\frac{\partial\Delta\theta_k^+}{\partial e_k^b} = -\frac{1}{6} \cdot \operatorname{tg}\left(\theta_k^+\right) - \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (4.91)$$

$$\frac{\partial\Delta\theta_k^+}{\partial f_k^b} = -\frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \operatorname{tg}\left(\theta_k^+\right) + \frac{1}{6} \quad (4.92)$$

$$\frac{\partial\Delta\theta_k^+}{\partial e_k^c} = -\frac{1}{6} \cdot \operatorname{tg}\left(\theta_k^+\right) + \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (4.93)$$

$$\frac{\partial\Delta\theta_k^+}{\partial f_k^c} = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \operatorname{tg}\left(\theta_k^+\right) + \frac{1}{6} \quad (4.94)$$

4.1.5 Límites de potencia reactiva generada.

La potencia reactiva de las máquinas generadoras está limitada por diferentes factores de acuerdo a su curva de capacidad, por lo tanto es

necesario verificar en cada iteración si algunas máquinas han violado el límite superior o inferior de potencia reactiva. Si esto ocurre se deben tomar medidas correctivas.

La potencia reactiva de las máquinas generadoras es función de la magnitud de su voltaje en terminales, en consecuencia cuando una máquina viola un límite de reactivos se debe dejar libre la magnitud del voltaje y hacer que la potencia reactiva generada sea igual al valor del límite violado. Desde el punto de vista matemático equivale a sustituir la ecuación del voltaje controlado por una ecuación que restrinja la potencia reactiva generada. En los casos comunes la magnitud del voltaje disminuirá si el límite violado fue el superior y aumentará si el límite violado fue el inferior.

En ocasiones, los límites de reactivos se violan debido a que los estimados iniciales de los voltajes durante el proceso iterativo son malos. Sin embargo, en iteraciones posteriores al mejorar estos valores no se presentará el problema de límites de reactivos. Por lo tanto, se debe cambiar la ecuación de la potencia reactiva por la de voltaje controlado. La evidencia de que el problema de límites de reactivos ha desaparecido es que en iteraciones posteriores a la liberación del voltaje éste tome un valor mayor al especificado inicialmente, para el caso de límite superior violado o un valor menor al especificado para el caso de límite inferior violado.

A continuación se presenta el desarrollo para obtener la ecuación de la potencia reactiva generada.

$$Q_{gk} = \text{Im} \left\{ \sum_{m=a}^c V_k^m \cdot \left(I_k^m \right)^* \right\} + \sum_{m=a}^c Q_{L_k}^m$$

Donde Q_{gk} es el valor del límite de potencia reactiva violado.

$$Q_{gk} = \text{Im} \left\{ \sum_{m=a}^c \left(e_k^m + j f_k^m \right) * \left(a_k^m - j b_k^m \right) \right\} + \sum_{m=a}^c Q_{L_k}^m$$

De la ecuación anterior se obtiene:

$$\Delta Q_{gk} = Q_{gk} - \sum_{m=a}^c Q_{L_k}^m - \sum_{m=a}^c \left(e_k^m \cdot b_k^m - f_k^m \cdot a_k^m \right) \quad (4.95)$$

La ecuación (4.95) reemplazará a la ecuación del voltaje controlado Ec. (4.10) ó Ec. (4.78) dependiendo del esquema de control de voltaje implementado. A continuación se presentan los elementos del Jacobiano correspondientes a ésta ecuación.

$$\frac{\partial \Delta Q_{gk}}{\partial e_k^p} = \sum_{m=a}^c \left(e_k^m \cdot G_{kk}^{mp} - f_k^m \cdot B_{kk}^{mp} \right) - b_k^p \quad (4.96)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_{gk}}{\partial f_k^p} = \sum_{m=a}^c \left(e_k^m \cdot B_{kk}^{mp} + f_k^m \cdot G_{kk}^{mp} \right) - a_k^p \quad (4.97)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_{gk}}{\partial e_j^p} = \sum_{m=a}^c \left(e_k^m \cdot B_{kj}^{mp} - f_k^m \cdot G_{kj}^{mp} \right) \quad (j \neq k) \quad (4.98)$$

$$\frac{\partial \Delta P_k}{\partial f_j^p} = \sum_{m=a}^c \left(e_k^m \cdot G_{kj}^{mp} + f_k^m \cdot B_{kj}^{mp} \right) \quad (j \neq k) \quad (4.99)$$

4.2 DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO.

En la figura 4.4 se presenta un diagrama esquemático del algoritmo desarrollado para el estudio de flujo trifásico. A continuación se describen los puntos relevantes.

- 1.- Lectura de datos de la red. Se requieren los nodos y valores de impedancia de los elementos que constituyen el SEP.

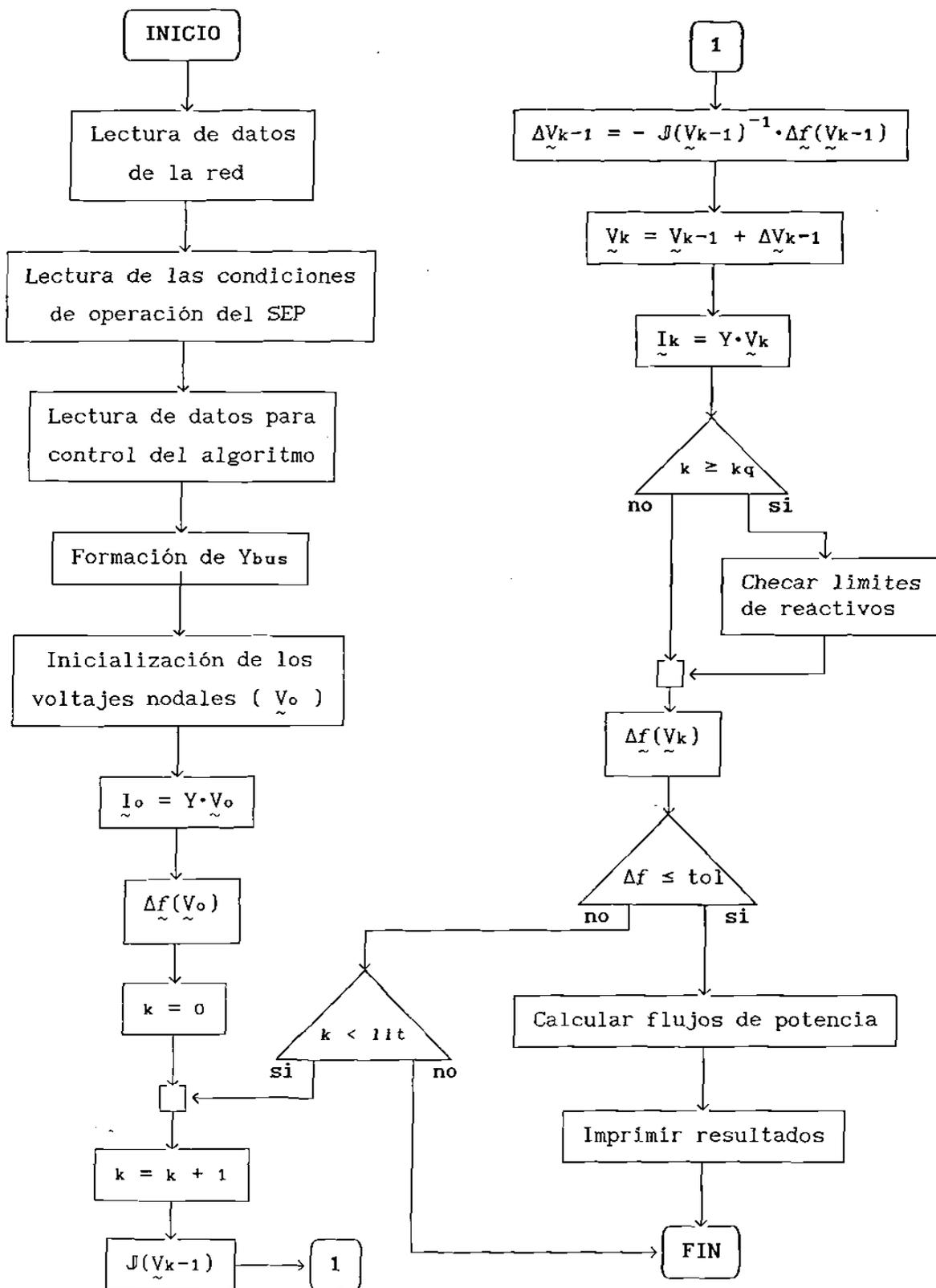


Fig. 4.4 Diagrama de flujo del estudio de flujos trifásico.

-
- 2.- Lectura de las condiciones de operación del SEP. Se leen los valores de las potencias generadas, los voltajes controlados, los límites de reactivos y las cargas en cada nodo (ver tabla No. 4.1).
 - 3.- Lectura de datos para control del algoritmo. Se requiere:
 - o kq.- Número de la iteración para empezar a chequear límite de reactivos. No es conveniente empezar a chequear desde la primera iteración debido a que se parte con un estimado de los voltajes que puede ser erróneo y ocasionar que se violen los límites de reactivos injustificadamente.
 - o iit.- Número máximo de iteraciones. Puede suceder que no existan voltajes nodales que satisfagan las condiciones de operación requeridas, por lo tanto no existe solución y debe de ponerse un límite máximo de iteraciones para evitar que el programa se quede trabajando indefinidamente.
 - o toi.- Tolerancia para la convergencia.
 - 4.- Formación de la matriz de admitancia nodal trifásica Y^{abc} . Con los datos de la red se forma la matriz de admitancia nodal de acuerdo a las reglas para su formación (cap. 2).
 - 5.- Inicialización de los voltajes nodales. La buena o mala estimación inicial de los voltajes nodales influye en el número de iteraciones requeridas para llegar a la solución. Algunas consideraciones son:
 - o La magnitud de los voltajes en cada fase es la misma y se toma para los nodos de generación el valor del voltaje a controlar y para los nodos de carga se asume la unidad.
 - o Los voltajes de fase están desfasados 120° .
 - o Deben de considerarse los cambios de fase debido a transformadores en conexión Δ -Y y a transformadores desfasadores.
 - 6.- $\underline{I}_o = Y \cdot \underline{V}_o$ Se calculan las corrientes nodales con los estimados iniciales de los voltajes nodales. Ecuaciones (4.27) y (4.28).

-
- 7.- $\Delta f(\underline{V}_0)$ Se evalúan las funciones de restricción con los estimados de los voltajes nodales (errores nodales). Ecuaciones (4.5), (4.6), (4.8), (4.10), (4.19) a (4.22), (4.78), (4.88) y (4.95).
 - 8.- $J(\underline{V}_{k-1})$ Se evalúa la matriz Jacobiana. Ecuaciones (4.30) a (4.55), (4.64) a (4.75), (4.79) a (4.86), (4.89) a (4.94) y (4.96) a (4.99).
 - 9.- $\Delta \underline{V}_{k-1} = - J(\underline{V}_{k-1})^{-1} \cdot \Delta f(\underline{V}_{k-1})$ Se calcula el incremento de los voltajes nodales.
 - 10.- $\underline{V}_k = \underline{V}_{k-1} + \Delta \underline{V}_{k-1}$ Se obtiene un mejor estimado de los voltajes nodales.
 - 11.- Checar límite de reactivos.- Para cada nodo de voltaje controlado checar primero cual es la segunda ecuación de restricción:

Si la ecuación es la del voltaje controlado, lo cual indica que no se había violado alguno de los límites de reactivos, verificar si en esta iteración se viola alguno de los límites, si esto ocurre cambiar la ecuación del voltaje controlado (4.10) ó (4.78) por la ecuación de la potencia reactiva (Ec. (4.95)).

Si la ecuación es la de la potencia reactiva (límite), verificar si en esta iteración se cumplen los requisitos para regresar a controlar la magnitud del voltaje controlado, si se cumplen cambiar la ecuación (4.95) por (4.10) ó (4.78), si no continuar.
 - 12.- Evaluar las ecuaciones de restricción (4.5), (4.6), (4.8), (4.10), (4.19) a (4.22), (4.78), (4.88) y (4.95) y verificar si están dentro de la tolerancia establecida. Si las ecuaciones de restricción no están dentro de la tolerancia regresar al paso 8. Si las ecuaciones de restricción están dentro de la tolerancia calcular flujos de potencia e imprimir resultados.

4.3 ANALISIS DE SISTEMAS DE PRUEBA.

Con la finalidad de ilustrar detalladamente la implementación del algoritmo descrito, se incluyen ejemplos numéricos que presentan los datos requeridos para realizar estudios de flujos de potencia trifásicos así como los resultados obtenidos.

4.3.1 Caso de prueba No. 1.

Para verificar los resultados obtenidos, se eligió como sistema de estudio el sistema de ANDERSON^[2], el cual se presenta en la figura 3.2.

Se realizaron los siguientes estudios del sistema:

a) Sistema simplificado.

Considera al sistema exactamente igual que ANDERSON^[2]. Sistema completamente balanceado, transformadores en conexión Y-Y sólidamente aterrizados.

b) Sistema completo.

Considera la conexión real de los transformadores Y- Δ para los siguientes casos:

- i.- Sistema completo balanceado.
- ii.- Red eléctrica desbalanceada, carga balanceada.
- iii.- Red eléctrica balanceada, carga desbalanceada.
- iv.- Red eléctrica y carga desbalanceada.

OBSERVACIONES.

- o Para todos los generadores se tomaron los mismos valores de impedancias,

$z^0 = .06j$, $z^+ = z^- = .01j$. Esto no influye en los resultados debido a que en estos estudios no se consideran las pérdidas en los generadores.

- o El generador en el nodo 3 tiene fija la potencia activa y reactiva generada, por lo tanto el nodo 3 se analiza como de carga.
- o Todas las corridas se realizarán con el esquema de control de voltaje de secuencia positiva.

4.3.1a Sistema simplificado balanceado.

Se pretende comparar resultados al reproducir el ejemplo de ANDERSON^[2], solo que en este caso para el sistema trifásico. A excepción de los transformadores y los voltajes de arranque, se utilizan los datos del apéndice B, considerando las observaciones mencionadas en el punto anterior.

En los estudios de flujos de potencia convencionales, no se consideran los cambios de fase ocasionados por los transformadores en conexión Δ -Y, esto equivale a utilizar transformadores en conexión Y-Y equivalentes. Se utilizan los datos del apéndice B con transformadores en conexión Y-Y sólidamente aterrizados, las matrices de admitancia nodal para estos transformadores se muestran a continuación:

$$Y_{t2-1}^{abc} = \begin{bmatrix} -8.5025j & .0000j & .0000j & 8.4175j & .0000j & .0000j \\ .0000j & -8.5025j & .0000j & .0000j & 8.4175j & .0000j \\ .0000j & .0000j & -8.5025j & .0000j & .0000j & 8.4175j \\ 8.4175j & .0000j & .0000j & -8.3333j & .0000j & .0000j \\ .0000j & 8.4175j & .0000j & .0000j & -8.3333j & .0000j \\ .0000j & .0000j & 8.4175j & .0000j & .0000j & -8.3333j \end{bmatrix}$$

$$Y_{t4-3}^{abc} = Y_{t2-1}^{abc}$$

$$Y_{t6-5}^{abc} = \begin{bmatrix} -8.5370j & .0000j & .0000j & 8.4345j & .0000j & .0000j \\ .0000j & -8.5370j & .0000j & .0000j & 8.4345j & .0000j \\ .0000j & .0000j & -8.5370j & .0000j & .0000j & 8.4345j \\ 8.4345j & .0000j & .0000j & -8.3333j & .0000j & .0000j \\ .0000j & 8.4345j & .0000j & .0000j & -8.3333j & .0000j \\ .0000j & .0000j & 8.4345j & .0000j & .0000j & -8.3333j \end{bmatrix}$$

$$Y_{t8-7}^{abc} = \begin{bmatrix} -8.8022j & .0000j & .0000j & 8.5645j & .0000j & .0000j \\ .0000j & -8.8022j & .0000j & .0000j & 8.5645j & .0000j \\ .0000j & .0000j & -8.8022j & .0000j & .0000j & 8.5645j \\ 8.5645j & .0000j & .0000j & -8.3333j & .0000j & .0000j \\ .0000j & 8.5645j & .0000j & .0000j & -8.3333j & .0000j \\ .0000j & .0000j & 8.5645j & .0000j & .0000j & -8.3333j \end{bmatrix}$$

Los voltajes iniciales se toman del apéndice B, pero sin el cambio de fase en los transformadores, debido a que se están considerando conexiones Y-Y.

En la tabla 4.2 se muestran los resultados de voltajes y potencias nodales del SEP. Si se comparan con los resultados reportados por ANDERSON^[2] se observa que son prácticamente los mismos, existen diferencias muy pequeñas debidas a las tolerancias permitidas en el ajuste de las ecuaciones de restricción.

Tabla 4.2.- Voltajes y potencias de carga y generación nodales.

NODO	V	θ	GENERACION		CARGA	
			MWATTS	MVARS	MWATTS	MVARS
1 ^a	1.0199	6.5744	66.656	12.696	33.333	16.667
1 ^b	1.0201	-113.4299	66.658	12.690	33.333	16.667
1 ^c	1.0201	126.5790	66.659	12.692	33.333	16.667
2 ^a	1.0074	5.2051	.000	.000	.000	.000
2 ^b	1.0076	-114.7988	.000	.000	.000	.000
2 ^c	1.0076	125.2101	.000	.000	.000	.000

Tabla 4.2.- (Continuación)

3 ^a	1.0128	9.7955	.000	.000	-33.333	-2.067
3 ^b	1.0129	-110.2092	.000	.000	-33.333	-2.067
3 ^c	1.0129	129.7997	.000	.000	-33.333	-2.067
4 ^a	.9999	8.8155	.000	.945	.000	.000
4 ^b	1.0001	-111.1889	.000	.942	.000	.000
4 ^c	1.0001	128.8199	.000	.941	.000	.000
5 ^a	1.0199	8.5144	66.665	22.585	33.333	16.667
5 ^b	1.0201	-111.4899	66.667	22.581	33.333	16.667
5 ^c	1.0201	128.5190	66.668	22.582	33.333	16.667
6 ^a	.9995	7.7180	.000	.000	.000	.000
6 ^b	.9996	-112.2860	.000	.000	.000	.000
6 ^c	.9996	127.7228	.000	.000	.000	.000
7 ^a	1.0399	.0000	21.004	37.382	33.333	16.667
7 ^b	1.0401	-120.0041	20.999	37.383	33.333	16.667
7 ^c	1.0401	120.0047	20.997	37.380	33.333	16.667
8 ^a	.9995	-.4119	.000	.000	.000	.000
8 ^b	.9997	-120.4157	.000	.000	.000	.000
8 ^c	.9997	119.5931	.000	.000	.000	.000
9 ^a	.9747	4.0554	.000	.000	16.667	8.333
9 ^b	.9749	-115.9483	.000	.000	16.667	8.333
9 ^c	.9749	124.0614	.000	.000	16.667	8.333
10 ^a	.9734	5.6979	.000	.000	16.667	8.333
10 ^b	.9736	-114.3060	.000	.000	16.667	8.333
10 ^c	.9736	125.7035	.000	.000	16.667	8.333
11 ^a	.9304	.3360	.000	.000	8.333	6.667
11 ^b	.9305	-119.6675	.000	.000	8.333	6.667
11 ^c	.9305	120.3417	.000	.000	8.333	6.667
12 ^a	.9274	6.1897	.000	.000	8.333	6.667
12 ^b	.9275	-113.8146	.000	.000	8.333	6.667
12 ^c	.9275	126.1948	.000	.000	8.333	6.667
13 ^a	.9875	.1477	.000	.000	16.667	8.333
13 ^b	.9876	-119.8559	.000	.000	16.667	8.333
13 ^c	.9876	120.1539	.000	.000	16.667	8.333
14 ^a	.9822	3.1392	.000	.000	16.667	8.333
14 ^b	.9824	-116.8645	.000	.000	16.667	8.333
14 ^c	.9824	123.1450	.000	.000	16.667	8.333
Pérdidas : 12.973 MWATTS -63.001 MVARs						

En las tablas 4.3 y 4.4 se presentan los voltajes y las corrientes nodales de los generadores en componentes de secuencia (0+-), estos valores se utilizan como un medio para evaluar el grado de desbalance del SEP. Se observa en la tablas 4.3 y 4.4 que los valores para las secuencia cero y negativa son nulos como consecuencia de que el sistema es balanceado.

Tabla 4.3.- Voltajes nodales de generadores en valores de secuencia (0+-).

NODO	V^0	θ^0	V^+	θ^+	V^-	θ^-
1	.0001	.0000	1.0200	6.5745	.0000	.0000
4	.0001	.0000	1.0000	8.8155	.0000	.0000
5	.0001	.0000	1.0200	8.5145	.0000	.0000
7	.0001	.0000	1.0400	.0002	.0000	.0000

Tabla 4.4.- Corrientes nodales de generadores en valores de secuencia (0+-)

NODO	I^0	θ^0	I^+	θ^+	I^-	θ^-
1	.0000	.0000	.9871	13.3755	.0001	.0000
4	.0000	.0000	.0283	-81.1840	.0000	.0000
5	.0000	.0000	.9957	-1.5493	.0001	.0000
7	.0000	.0000	.6954	-120.7686	.0001	.0000

En la tabla 4.5 se presentan los flujos de potencia en los capacitores, se observa como era de esperarse que el flujo de potencia activa es cero y que el flujo de reactivos es del elemento hacia la red.

Tabla 4.5.- Flujos de potencia en capacitores.

p - q	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
9- 0	.000	-6.334	.000	-6.336	.000	-6.336
11- 0	.000	-2.885	.000	-2.886	.000	-2.886
12- 0	.000	-2.867	.000	-2.868	.000	-2.868
13- 0	.000	-6.500	.000	-6.503	.000	-6.503

En las Tablas 4.6 y 4.7 se presentan los flujos en transformadores y líneas de transmisión respectivamente, estos resultados concuerdan con los reportados por ANDERSON^[2].

Tabla 4.6.- Flujos de potencia en transformadores.

p - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
2- 1	-6.889	-.572	-6.890	-.570	-6.890	-.570
1- 2	6.889	.736	6.890	.735	6.890	.735
4- 3	-4.860	-.725	-4.860	-.727	-4.860	-.727
3- 4	4.860	.808	4.860	.810	4.860	.810
6- 5	-3.984	-2.309	-3.983	-2.309	-3.983	-2.309
5- 6	3.984	2.386	3.983	2.385	3.983	2.385
8- 7	-2.133	-3.600	-2.132	-3.599	-2.132	-3.599
7- 8	2.133	3.662	2.132	3.662	2.132	3.662

Tabla 4.7.- Flujos de potencia en líneas de transmisión sencillas.

p - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
1- 7	17.524	-8.836	17.527	-8.839	17.528	-8.837
7- 1	-16.804	9.501	-16.806	9.504	-16.807	9.502
1- 9	8.909	4.129	8.908	4.127	8.908	4.127
9- 1	-8.710	-4.928	-8.710	-4.927	-8.709	-4.927
2-11	6.889	.572	6.890	.570	6.890	.570
11- 2	-6.393	-.196	-6.394	-.195	-6.394	-.195
3- 5	3.109	-2.926	3.109	-2.926	3.109	-2.926
5- 3	-3.081	1.565	-3.081	1.565	-3.080	1.565
4-12	4.860	1.669	4.860	1.668	4.860	1.668
12- 4	-4.578	-1.548	-4.578	-1.548	-4.578	-1.548
6-12	3.983	2.309	3.983	2.309	3.983	2.309
12- 6	-3.755	-2.252	-3.755	-2.251	-3.755	-2.251
7-13	2.342	7.551	2.339	7.551	2.339	7.550
13- 7	-2.203	-8.577	-2.201	-8.578	-2.200	-8.577
8-11	2.133	3.600	2.132	3.599	2.132	3.599
11- 8	-1.940	-3.586	-1.940	-3.586	-1.940	-3.585
9-10	-7.957	2.929	-7.957	2.930	-7.957	2.930
10- 9	8.036	-3.360	8.037	-3.361	8.037	-3.361
13-14	-14.464	6.745	-14.466	6.747	-14.466	6.746
14-13	14.735	-6.626	14.737	-6.628	14.738	-6.627

En la tabla 4.8 se presentan los flujos de potencia para las líneas de transmisión acopladas, es conveniente notar que debido a que el sistema es balanceado y a que los elementos que forman a las submatrices de acoplamiento son iguales, los acoplamientos no afectan el funcionamiento del sistema.

Tabla 4.8.- Flujos de potencias en líneas de transmisión acopladas.

p - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
3-10	12.682	2.093	12.682	2.091	12.682	2.091
3-10	12.682	2.093	12.682	2.091	12.682	2.091
10- 3	-12.351	-2.487	-12.352	-2.486	-12.352	-2.486
10- 3	-12.351	-2.487	-12.352	-2.486	-12.352	-2.486
5-14	16.215	.984	16.215	.982	16.216	.982
5-14	16.215	.984	16.215	.982	16.216	.982
14- 5	-15.701	-.854	-15.702	-.853	-15.702	-.853
14- 5	-15.701	-.854	-15.702	-.853	-15.702	-.853

Comparando los resultados de este inciso se observa que son iguales a los reportados por ANDERSON^[2], lo cual valida parcialmente el algoritmo para el estudio de flujos de potencia trifásico.

4.3.1b Sistema completo balanceado.

Se estudia el sistema de potencia de ANDERSON^[2] con la conexión real de los transformadores (Δ -Y). Esta conexión solo ocasiona cambios en los ángulos de los voltajes en los nodos del lado de la estrella, por lo que es de esperarse que los resultados obtenidos sean los mismos del punto 4.3.1a solo con cambios en los ángulos de los voltajes mencionados.

Los datos de la red y las condiciones de operación son tomados del apéndice B, considerando las observaciones del punto 4.3.1.

En la tabla 4.9 se presentan los voltajes y potencias de generación y carga nodales, se observa que son los mismos valores presentados en la tabla 4.2, a excepción de los ángulos de los voltajes en los nodos 2, 4, 6, 8, 11 y 12, los cuales cambian $+90^\circ$.

Tabla 4.9.- Voltajes y potencias nodales.

NODO	V	θ	GENERACION		CARGA	
			MWATTS	MVARS	MWATTS	MVARS
1a	1.0199	6.5744	66.655	12.701	33.333	16.667
1b	1.0201	-113.4299	66.658	12.696	33.333	16.667
1c	1.0201	126.5790	66.659	12.698	33.333	16.667
2a	1.0075	95.2055	.000	.000	.000	.000
2b	1.0075	-24.7946	.000	.000	.000	.000
2c	1.0075	-144.7945	.000	.000	.000	.000
3a	1.0127	9.7959	.000	.000	-33.333	-2.067
3b	1.0129	-110.2096	.000	.000	-33.333	-2.067
3c	1.0129	129.8002	.000	.000	-33.333	-2.067
4a	.9999	98.8157	.000	.937	.000	.000
4b	1.0000	-21.1879	-.007	.952	.000	.000
4c	1.0001	-141.1807	.007	.950	.000	.000
5a	1.0199	8.5143	66.665	22.579	33.333	16.667
5b	1.0201	-111.4900	66.668	22.574	33.333	16.667
5c	1.0201	128.5190	66.668	22.576	33.333	16.667
6a	.9996	97.7180	.000	.000	.000	.000
6b	.9996	-22.2822	.000	.000	.000	.000
6c	.9996	-142.2813	.000	.000	.000	.000
7a	1.0399	.0000	21.003	37.383	33.333	16.667
7b	1.0401	-120.0042	20.999	37.386	33.333	16.667
7c	1.0401	120.0046	20.997	37.383	33.333	16.667
8a	.9996	89.5885	.000	.000	.000	.000
8b	.9996	-30.4117	.000	.000	.000	.000
8c	.9996	-150.4116	.000	.000	.000	.000
9a	.9747	4.0555	.000	.000	16.667	8.333
9b	.9749	-115.9485	.000	.000	16.667	8.333
9c	.9749	124.0617	.000	.000	16.667	8.333

Tabla 4.9.- (Continuación).

10a	.9734	5.6981	.000	.000	16.667	8.333
10b	.9736	-114.3063	.000	.000	16.667	8.333
10c	.9736	125.7038	.000	.000	16.667	8.333
11a	.9305	90.3367	.000	.000	8.333	6.667
11b	.9305	-29.6634	.000	.000	8.333	6.667
11c	.9305	-149.6633	.000	.000	8.333	6.667
12a	.9274	96.1899	.000	.000	8.333	6.667
12b	.9275	-23.8121	.000	.000	8.333	6.667
12c	.9275	-143.8078	.000	.000	8.333	6.667
13a	.9875	.1476	.000	.000	16.667	8.333
13b	.9876	-119.8560	.000	.000	16.667	8.333
13c	.9876	120.1538	.000	.000	16.667	8.333
14a	.9822	3.1391	.000	.000	16.667	8.333
14b	.9824	-116.8646	.000	.000	16.667	8.333
14c	.9824	123.1449	.000	.000	16.667	8.333
Pérdidas : 12.972 MWATTS -62.985 MVARs						

En las tablas 4.10 y 4.11 se muestran los voltajes y corrientes nodales de generadores en valores de secuencia (0+-), se observa que estos resultados concuerdan con los presentados en las tablas 4.3 y 4.5.

Tabla 4.10.- Voltajes nodales de generadores en sec (0+-).

NODO	V^0	θ^0	V^+	θ^+	V^-	θ^-
1	.0001	.0000	1.0200	6.5745	.0000	.0000
4	.0001	.0000	1.0000	98.8157	.0000	.0000
5	.0001	.0000	1.0200	8.5144	.0000	.0000
7	.0001	.0000	1.0400	.0001	.0000	.0000

Tabla 4.11.- Corrientes nodales de generadores en sec(0+-).

NODO	I^0	θ^0	I^+	θ^+	I^-	θ^-
1	.0000	.0000	.9870	13.3657	.0000	.0000
4	.0003	-167.7535	.0284	8.8168	.0000	.0000
5	.0000	.0000	.9957	-1.5386	.0001	.0000
7	.0000	.0000	.6955	-120.7659	.0000	.0000

En las tablas 4.12, 4.13, 4.14 y 4.15 se presentan los flujos de potencia de capacitores, transformadores y líneas de transmisión, estos resultados son los mismos que los presentados en las tablas 4.5, 4.6, 4.7 y 4.8 respectivamente. Esto indica que en el caso balanceado no afecta el tener los transformadores aterrizados.

Tabla 4.12.- Flujos de potencias en capacitores.

p - q	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
9- 0	.000	-6.334	.000	-6.336	.000	-6.336
11- 0	.000	-2.886	.000	-2.886	.000	-2.886
12- 0	.000	-2.867	.000	-2.868	.000	-2.868
13- 0	.000	-6.500	.000	-6.503	.000	-6.503

Tabla 4.13.- Flujos de potencia en transformadores.

p - q	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
2- 1	-6.889	-.571	-6.889	-.571	-6.889	-.571
1- 2	6.889	.740	6.890	.740	6.890	.741
4- 3	-4.859	-.731	-4.866	-.717	-4.854	-.719
3- 4	4.860	.810	4.860	.811	4.859	.811
6- 5	-3.984	-2.310	-3.984	-2.309	-3.983	-2.309
5- 6	3.983	2.378	3.984	2.378	3.984	2.379
8- 7	-2.133	-3.600	-2.133	-3.600	-2.133	-3.600
7- 8	2.133	3.664	2.133	3.664	2.133	3.665

Tabla 4.14.- Flujos de potencia en líneas de transmisión sencillas.

p - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
1- 7	17.524	-8.836	17.527	-8.839	17.528	-8.837
7- 1	-16.804	9.501	-16.806	9.504	-16.808	9.502
1- 9	8.909	4.130	8.908	4.128	8.908	4.127
9- 1	-8.710	-4.929	-8.710	-4.928	-8.709	-4.927
2-11	6.889	.571	6.889	.571	6.889	.571
11- 2	-6.393	-.195	-6.393	-.195	-6.393	-.195
3- 5	3.110	-2.928	3.109	-2.927	3.110	-2.927
5- 3	-3.081	1.567	-3.081	1.565	-3.081	1.566
4-12	4.859	1.668	4.859	1.668	4.860	1.668
12- 4	-4.578	-1.547	-4.578	-1.548	-4.579	-1.547
6-12	3.984	2.310	3.984	2.309	3.983	2.309
12- 6	-3.756	-2.253	-3.755	-2.251	-3.754	-2.252
7-13	2.342	7.551	2.339	7.551	2.339	7.550
13- 7	-2.203	-8.578	-2.201	-8.578	-2.200	-8.577
8-11	2.133	3.600	2.133	3.600	2.133	3.600
11- 8	-1.940	-3.586	-1.940	-3.586	-1.940	-3.586
9-10	-7.957	2.930	-7.957	2.930	-7.958	2.930
10- 9	8.036	-3.360	8.036	-3.361	8.037	-3.361
13-14	-14.464	6.745	-14.466	6.747	-14.466	6.746
14-13	14.735	-6.626	14.737	-6.628	14.738	-6.627

Tabla 4.15.- Flujos de potencia en líneas de transmisión acopladas.

p - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
3-10	12.682	2.092	12.682	2.091	12.682	2.091
3-10	12.682	2.092	12.682	2.091	12.682	2.091
10- 3	-12.351	-2.486	-12.352	-2.486	-12.352	-2.486
10- 3	-12.351	-2.486	-12.352	-2.486	-12.352	-2.486
5-14	16.215	.984	16.215	.982	16.216	.982
5-14	16.215	.984	16.215	.982	16.216	.982
14- 5	-15.701	-.854	-15.702	-.853	-15.702	-.853
14- 5	-15.701	-.854	-15.702	-.853	-15.702	-.853

Se puede observar que los resultados obtenidos en este punto son prácticamente iguales a los resultados del punto 4.3.1a, con la excepción de los ángulos de los voltajes en los nodos 2, 4, 6, 8, 11 y 12 los cuales

cambian $+90^\circ$. Las pequeñas diferencias con los resultados del punto 4.3.1a se deben a las tolerancias en la convergencia permitida para las ecuaciones de restricción.

De esta forma se comprueba que en el caso de sistemas balanceados la conexión Δ -Y puede tratarse como una conexión Y-Y, haciendo las correcciones en los ángulos de los voltajes en los nodos del lado de la estrella y sus vecinos.

4.3.1c Sistema con red eléctrica desbalanceada.

Se estudia el sistema del punto 4.3.1b desconectando la fase b de la línea de transmisión 13-14. Los datos de este punto difieren de los del punto 4.3.1b solamente en las matrices de admitancia serie y paralelo de la línea de transmisión 13-14 las cuales se sustituyen por las siguientes matrices:

$$Y_{113-14}^{abc} = \begin{bmatrix} 2.0506 & -6.4862j & .0000 & .0000j & -.9971 & 2.4776j \\ .0000 & .0000j & .0000 & .0000j & .0000 & .0000j \\ -.9971 & 2.4776j & .0000 & .0000j & 2.0506 & -6.4862j \end{bmatrix}$$

$$Y_C^{abc}_{13-14} = \begin{bmatrix} .0079j & .0000j & -.0013j \\ .0000j & .0000j & .0000j \\ -.0013j & .0000j & 0.0079j \end{bmatrix}$$

Tabla 4.16.- Voltajes y potencias de generación y carga nodales.

NODO	V	θ	GENERACION		CARGA	
			MWATTS	MVARS	MWATTS	MVARS
1 ^a	1.0198	6.5854	66.875	12.858	33.333	16.667
1 ^b	1.0201	-113.4460	67.754	12.750	33.333	16.667
1 ^c	1.0201	126.5841	67.232	13.288	33.333	16.667
2 ^a	1.0080	95.0984	.000	.000	.000	.000
2 ^b	1.0080	-24.8704	.000	.000	.000	.000
2 ^c	1.0086	-144.8778	.000	.000	.000	.000
3 ^a	1.0148	12.1091	.000	.000	-33.333	-2.067
3 ^b	1.0111	-107.5362	.000	.000	-33.333	-2.067
3 ^c	1.0103	132.0970	.000	.000	-33.333	-2.067
4 ^a	1.0000	101.3227	-.272	1.245	.000	.000
4 ^b	1.0001	-18.6895	.244	1.248	.000	.000
4 ^c	1.0000	-138.6796	.028	1.713	.000	.000
5 ^a	1.0222	11.7800	73.700	27.575	33.333	16.667
5 ^b	1.0192	-107.6108	55.032	25.445	33.333	16.667
5 ^c	1.0186	131.7851	71.269	16.965	33.333	16.667
6 ^a	1.0024	101.1989	.000	.000	.000	.000
6 ^b	1.0007	-19.0164	.000	.000	.000	.000
6 ^c	.9982	-138.8340	.000	.000	.000	.000
7 ^a	1.0379	-.9384	13.060	34.474	33.333	16.667
7 ^b	1.0415	-121.4836	31.939	34.543	33.333	16.667
7 ^c	1.0406	119.0290	18.001	45.283	33.333	16.667
8 ^a	.9970	88.4287	.000	.000	.000	.000
8 ^b	.9979	-31.3420	.000	.000	.000	.000
8 ^c	1.0009	-151.4971	.000	.000	.000	.000
9 ^a	.9749	5.2085	.000	.000	16.667	8.333
9 ^b	.9732	-114.6676	.000	.000	16.667	8.333
9 ^c	.9730	125.1900	.000	.000	16.667	8.333
10 ^a	.9739	7.4473	.000	.000	16.667	8.333
10 ^b	.9712	-112.3298	.000	.000	16.667	8.333
10 ^c	.9708	127.4284	.000	.000	16.667	8.333
11 ^a	.9286	89.7059	.000	.000	8.333	6.667
11 ^b	.9294	-30.1684	.000	.000	8.333	6.667
11 ^c	.9313	-150.2383	.000	.000	8.333	6.667

Tabla 4.16.- (Continuación).

12 ^a	.9294	99.1836	.000	.000	8.333	6.667
12 ^b	.9282	-20.9163	.000	.000	8.333	6.667
12 ^c	.9265	-140.8443	.000	.000	8.333	6.667
13 ^a	.9930	1.3829	.000	.000	16.667	8.333
13 ^b	.9977	-128.7484	.000	.000	16.667	8.333
13 ^c	.9798	120.7660	.000	.000	16.667	8.333
14 ^a	.9890	5.2475	.000	.000	16.667	8.333
14 ^b	.9810	-108.4585	.000	.000	16.667	8.333
14 ^c	.9709	124.9737	.000	.000	16.667	8.333
Pérdidas : 14.862 MWATTS -56.406 MVARs						

En la tabla 4.16 se presentan los voltajes y potencias de generación y cargas nodales. Comparando estos valores con los del caso balanceado (tabla 4.12) se observa que sólo se afectan considerablemente la generación en los nodos 5 y 7. Esto se debe a que la potencia del nodo 13 es suministrada solo por los generadores 5 y 7, a través de las líneas 14-13 y 7-13, por lo tanto al desconectarse la fase b de la línea 13-14 el generador 7 no podrá alimentar la fase b de la carga en 13. De esta forma el generador 5 se encargará de alimentar dicha carga. Las pérdidas en este caso son mayores que las del punto 4.3.1b debido a que en algunas fases aumenta el flujo de potencia y en consecuencia las pérdidas, las cuales son función del cuadrado de la corriente.

Tabla 4.17.- Voltajes nodales de generadores en valores de secuencia.

NODO	v^0	θ^0	v^+	θ^+	v^-	θ^-
1	.0003	166.0483	1.0200	6.5745	.0001	90.0000
4	.0001	.0000	1.0000	101.3179	.0001	.0000
5	.0046	-13.3910	1.0200	11.9846	.0026	-128.4581
7	.0040	157.0336	1.0400	-1.1313	.0026	49.2945

En las tablas 4.17 y 4.18 se presentan los voltajes y las corrientes nodales de los generadores en valores de secuencia (0+-). Se observa que la desconexión de la fase b de la L.T. 13-14 afecta considerablemente a los generadores 5 y 7, debido a la cercanía eléctrica con dicha línea. Las corrientes de secuencia negativa y cero son el 30% y el 8% del valor de secuencia positiva.

Tabla 4.18.- Corrientes nodales de generadores en valores de secuencia.

NODO	I^0	θ^0	I^+	θ^+	I^-	θ^-
1	.0032	-113.0268	1.0045	12.7952	.0121	156.0511
4	.0005	-162.5653	.0421	11.3199	.0091	-106.2237
5	.0805	78.6098	1.0000	.6245	.2643	-37.6380
7	.0677	-112.1722	.7141	-121.0110	.2630	139.8092

Tabla 4.19.- Flujos de potencia en capacitores.

p - q	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
9- 0	.000	-6.336	.000	-6.314	.000	-6.311
11- 0	.000	-2.874	.000	-2.879	.000	-2.891
12- 0	.000	-2.879	.000	-2.872	.000	-2.862
13- 0	.000	-6.574	.000	-6.636	.000	-6.400

Tabla 4.20.- Flujos de potencia en transformadores.

p - q	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
2- 1	-7.402	-.393	-7.303	-.410	-7.316	-.293
1- 2	7.275	.539	7.390	.508	7.357	.623
4- 3	-4.685	-.636	-4.289	-.616	-4.486	-.273
3- 4	4.303	.452	4.686	.495	4.472	.805
6- 5	-4.419	-2.072	-4.304	-2.097	-4.324	-1.993
5- 6	4.300	2.103	4.376	2.110	4.370	2.175
8- 7	-1.701	-3.888	-1.782	-3.845	-1.779	-3.956
7- 8	1.796	3.967	1.746	4.008	1.719	3.917

En la tabla 4.20 se presentan los flujos de potencia en los transformadores. En algunas de las fases se nota una ganancia de potencia, sin embargo no existe tal ganancia, esa potencia fluye a través de las ramas de la delta. La suma de las pérdidas de potencia en las tres fases del transformador resulta en cero potencia activa y un valor positivo de potencia reactiva. Esto era de esperarse debido a que se considera solo la reactancia de dispersión del transformador. Lo anterior implica que no es posible en el caso de sistemas desbalanceados analizar los transformadores Δ -Y como transformadores Y-Y, ni aún con la corrección en los ángulos de los voltajes, debido a que la conexión Δ -Y permite el intercambio de potencia entre fases y la conexión Y-Y no.

Tabla 4.21.- Flujos de potencia en líneas de transmisión sencillas.

P - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
1- 7	20.361	-9.500	21.304	-9.740	20.651	-9.231
7- 1	-19.375	10.809	-20.251	11.393	-19.742	10.611
1- 9	5.907	5.152	5.727	5.317	5.891	5.230
9- 1	-5.780	-6.149	-5.585	-6.312	-5.756	-6.208
2-11	7.402	.393	7.303	.410	7.316	.293
11- 2	-6.833	.071	-6.750	.036	-6.762	.151
3- 5	.475	-2.017	-.086	-2.040	.332	-2.357
5- 3	-.472	.579	.091	.608	-.327	.930
4-12	4.413	1.881	4.533	1.864	4.515	1.986
12- 4	-4.168	-1.803	-4.275	-1.774	-4.254	-1.889
6-12	4.419	2.072	4.304	2.097	4.324	1.993
12- 6	-4.165	-1.985	-4.058	-2.021	-4.079	-1.916
7-13	-2.695	3.031	17.111	2.476	2.691	14.089
13- 7	2.731	-4.216	-16.667	-1.697	-2.102	-14.708
8-11	1.701	3.888	1.782	3.845	1.779	3.956
11- 8	-1.500	-3.864	-1.584	-3.823	-1.572	-3.927
9-10	-10.887	4.152	-11.082	4.293	-10.911	4.186
10- 9	11.042	-4.383	11.238	-4.491	11.053	-4.408
13-14	-19.398	2.457	.000	.000	-14.564	12.775
14-13	19.531	-1.694	.000	.000	15.269	-12.108

En las tablas 4.21 y 4.22 se presentan los flujos de potencia en las líneas de transmisión. Si se comparan con las tablas 4.17 y 4.18 se observa que la potencia que aportaba el generador 5 a la fase b de la carga 13, a

través de la línea 5-14, no pueda ser suministrada ahora debido a la desconexión de la fase b de la línea 13-14 y tiene que ser compensada por el generador 7 a través de la línea 7-13. También se observa que los flujos de potencia notablemente desbalanceados son los de las líneas que conectan los nodos 5, 7, 13 y 14 que forman la zona donde está el desbalance de la red.

Tabla 4.22.- Flujos de potencia en líneas de transmisión acopladas.

P - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
3-10	14.278	1.816	14.366	1.806	14.265	1.810
3-10	14.278	1.816	14.366	1.806	14.265	1.810
10- 3	-13.854	-1.975	-13.952	-1.921	-13.860	-1.962
10- 3	-13.854	-1.975	-13.952	-1.921	-13.860	-1.962
5-14	18.310	4.043	8.535	3.029	16.987	-1.334
5-14	18.229	4.184	8.697	3.031	16.906	-1.474
14- 5	-18.130	-3.248	-8.255	-4.167	-16.014	1.826
14- 5	-18.068	-3.392	-8.411	-4.166	-15.922	1.949

Se puede observar que la desconexión de la fase b de la línea de transmisión 13-14 solo causa problemas en los elementos eléctricamente cercanos a dicha línea. Comparando los flujos de potencia en los elementos eléctricamente alejados de la línea 13-14 con respecto a los presentados en el punto 4.3.1b (caso balanceado) se observa que son afectados en la misma forma todas las fases.

4.3.1d Sistema con carga desbalanceada.

Se estudia el sistema presentado en el punto 4.3.1b con desbalances en las cargas, sin embargo se mantiene igual la potencia trifásica en cada nodo.

Tabla 4.23.- Voltajes y potencias nodales.

NODO	V θ		GENERACION		CARGA	
			MWATTS	MVARS	MWATTS	MVARS
1 ^a	1.0225	6.6321	65.105	11.397	34.000	17.000
1 ^b	1.0186	-113.3355	66.252	12.664	33.000	16.500
1 ^c	1.0190	126.4267	68.785	14.210	33.000	16.500
2 ^a	1.0082	95.2370	.000	.000	.000	.000
2 ^b	1.0053	-24.8667	.000	.000	.000	.000
2 ^c	1.0090	-144.7566	.000	.000	.000	.000
3 ^a	1.0385	9.9732	.000	.000	-33.333	-2.067
3 ^b	1.0026	-109.1456	.000	.000	-33.333	-2.067
3 ^c	.9973	128.5141	.000	.000	-33.333	-2.067
4 ^a	.9998	98.8146	.676	1.025	.000	.000
4 ^b	.9995	-21.2121	-.242	2.024	.000	.000
4 ^c	1.0008	-141.1902	-.434	-.038	.000	.000
5 ^a	1.0249	8.5967	63.570	20.439	32.000	16.000
5 ^b	1.0176	-111.2912	65.131	21.956	33.000	16.500
5 ^c	1.0176	128.1988	71.299	25.493	35.000	17.500
6 ^a	1.0001	97.7935	.000	.000	.000	.000
6 ^b	.9959	-22.4239	.000	.000	.000	.000
6 ^c	1.0027	-142.2558	.000	.000	.000	.000
7 ^a	1.0406	.1271	18.751	36.305	32.000	16.000
7 ^b	1.0381	-120.0686	22.673	38.157	36.000	18.000
7 ^c	1.0413	119.9248	21.576	37.766	32.000	16.000
8 ^a	1.0000	89.5838	.000	.000	.000	.000
8 ^b	.9985	-30.4690	.000	.000	.000	.000
8 ^c	1.0003	-150.3668	.000	.000	.000	.000
9 ^a	1.0138	4.9466	.000	.000	15.000	7.500
9 ^b	.9571	-114.8701	.000	.000	17.000	8.500
9 ^c	.9532	122.0107	.000	.000	18.000	9.000
10 ^a	1.0168	6.4450	.000	.000	15.000	7.500
10 ^b	.9559	-112.8428	.000	.000	16.000	8.000
10 ^c	.9476	123.4012	.000	.000	19.000	9.500
11 ^a	.9334	90.5750	.000	.000	8.000	6.400
11 ^b	.9178	-30.0005	.000	.000	9.000	7.200
11 ^c	.9400	-149.5778	.000	.000	8.000	6.400

Tabla 4.23.- (Continuación).

12 ^a	.9334	96.7023	.000	.000	8.000	6.400
12 ^b	.9082	-24.1574	.000	.000	9.000	7.200
12 ^c	.9405	-144.0181	.000	.000	8.000	6.400
13 ^a	1.0058	.3617	.000	.000	16.000	8.000
13 ^b	.9844	-119.0603	.000	.000	16.000	8.000
13 ^c	.9724	119.1012	.000	.000	18.000	9.000
14 ^a	.9999	3.2949	.000	.000	16.000	8.000
14 ^b	.9792	-116.0735	.000	.000	16.000	8.000
14 ^c	.9679	122.1524	.000	.000	18.000	9.000
Pérdidas: 13.141 MWATTS -62.401 MVARs						

En la tabla 4.23 se presentan los voltajes nodales y las potencias de generación. Se observa como todos los voltajes del sistema están desbalanceados debido a que las cargas desbalanceadas están distribuidas por todo el sistema. Las pérdidas de potencia son menores que las del punto 4.3.1c debido a que los desbalances no son muy grandes y no sobrecargan demasiado algunas de las fases.

Tabla 4.24.- Voltajes nodales de generadores en valores de secuencia.

NODO	V^0	θ^0	V^+	θ^+	V^-	θ^-
1	.0025	20.7006	1.0200	6.5745	.0004	90.0000
4	.0005	-147.1683	1.0000	98.8041	.0003	11.5498
5	.0051	18.0267	1.0200	8.5017	.0009	108.6570
7	.0022	81.0100	1.0400	-.0055	.0004	45.5412

Tabla 4.25.- Corrientes nodales de generadores en valores de secuencia.

NODO	I^0	θ^0	I^+	θ^+	I^-	θ^-
1	.0510	120.0066	.9885	13.2463	.0492	-177.7391
4	.0080	-66.8615	.0301	8.8040	.0281	101.5448
5	.0587	102.2430	.9960	-1.6596	.0535	-159.3158
7	.0305	89.0836	.6961	-120.7440	.0313	-143.9280

En las tablas 4.24 y 4.25 se presentan los voltajes y las corrientes nodales de los generadores en valores de secuencia. Se utilizan los valores de secuencia cero y negativa como índices del grado de desbalance del sistema. Se observa que todos los generadores presentan desbalances de orden similar, a excepción del generador 4 que se aprecia poco desbalanceado, debido a que solo se utiliza como condensador síncrono.

Tabla 4.26.- Flujos de potencia en capacitores.

p - q	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
9- 0	.000	-6.852	.000	-6.108	.000	-6.057
11- 0	.000	-2.904	.000	-2.808	.000	-2.945
12- 0	.000	-2.904	.000	-2.750	.000	-2.948
13- 0	.000	-6.744	.000	-6.461	.000	-6.304

Tabla 4.27.- Flujos de potencia en transformadores.

p - q	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
2- 1	-6.618	-.380	-7.294	-1.080	-6.767	-.260
1- 2	6.800	1.009	6.716	.532	7.163	.690
4- 3	-3.978	-.391	-5.589	-.130	-5.025	-1.489
3- 4	5.837	1.125	4.106	1.382	4.650	-.222
6- 5	-3.821	-2.124	-4.348	-2.699	-3.789	-2.119
5- 6	3.902	2.670	3.788	2.174	4.269	2.308
8- 7	-2.050	-3.417	-2.503	-3.891	-1.846	-3.506
7- 8	2.050	3.963	1.923	3.453	2.426	3.593

Tabla 4.28.- Flujos de potencia en líneas de transmisión sencillas.

p - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
1- 7	17.550	-8.790	17.693	-8.771	17.384	-8.961
7- 1	-16.817	9.414	-16.946	9.501	-16.699	9.613
1- 9	6.754	2.178	8.843	4.403	11.238	5.980
9- 1	-6.777	-3.396	-8.428	-5.243	-10.973	-6.084
2-11	6.618	.380	7.294	1.080	6.767	.260
11- 2	-6.144	-.063	-6.730	-.592	-6.312	.076
3- 5	3.892	-1.904	3.612	-3.258	1.833	-3.629
5- 3	-3.813	.499	-3.560	1.999	-1.860	2.274
4-12	4.655	1.416	5.347	2.154	4.591	1.451
12- 4	-4.395	-1.371	-4.959	-1.908	-4.382	-1.362
6-12	3.821	2.124	4.348	2.699	3.789	2.119
12- 6	-3.605	-2.125	-4.041	-2.542	-3.618	-2.090
7-13	1.518	6.927	1.695	7.204	3.850	8.559
13- 7	-1.437	-8.137	-1.470	-8.254	-3.724	-9.313
8-11	2.050	3.417	2.503	3.891	1.846	3.506
11- 8	-1.856	-3.433	-2.270	-3.801	-1.688	-3.530
9-10	-8.223	2.748	-8.572	2.850	-7.027	3.141
10- 9	8.327	-3.252	8.675	-3.187	7.059	-3.586
13-14	-14.563	6.881	-14.530	6.715	-14.276	6.617
14-13	14.826	-6.788	14.802	-6.592	14.554	-6.480

Tabla 4.29.- Flujos de potencia en líneas de transmisión acopladas.

p - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
3-10	11.802	1.423	12.808	1.971	13.425	2.959
3-10	11.802	1.423	12.808	1.971	13.425	2.959
10- 3	-11.664	-2.124	-12.337	-2.406	-13.030	-2.957
10- 3	-11.664	-2.124	-12.337	-2.406	-13.030	-2.957
5-14	15.748	.608	15.924	.648	16.965	1.726
5-14	15.732	.662	15.979	.635	16.926	1.686
14- 5	-15.418	-.579	-15.376	-.713	-16.297	-1.277
14- 5	-15.408	-.633	-15.427	-.696	-16.256	-1.243

En las tablas 4.28 y 4.29 se presentan los flujos de potencia en las líneas de transmisión. Se observa en la fase a de la línea 1-9 una aparente ganancia de potencia activa, esa potencia fluye de las fases b y c a través de los acoplamientos. En la fase c de la línea 3-5 también se observa ganancia aparente de potencia activa.

4.3.1e Sistema desbalanceado.

Se realiza un estudio considerando tanto la red como las condiciones de operación desbalanceadas, se consideran simultáneamente los desbalances introducidos en los puntos 4.3.1c y 4.3.1d, desconexión de la fase b de la línea 13-14 y desbalance en las cargas. Los datos de la red y de las condiciones de operación se presentaron en los puntos 4.3.1c y 4.3.1d respectivamente.

Tabla 4.30.- Voltajes y potencia nodales.

NODO	V θ		GENERACION		CARGA	
			MWATTS	MVARS	MWATTS	MVARS
1 ^a	1.0223	6.6473	65.273	11.608	34.000	17.000
1 ^b	1.0186	-113.3542	67.356	12.722	33.000	16.500
1 ^c	1.0191	126.4303	69.413	14.758	33.000	16.500
2 ^a	1.0088	95.1288	.000	.000	.000	.000
2 ^b	1.0058	-24.9426	.000	.000	.000	.000
2 ^c	1.0100	-144.8404	.000	.000	.000	.000
3 ^a	1.0407	12.2834	.000	.000	-33.333	-2.067
3 ^b	1.0011	-106.4395	.000	.000	-33.333	-2.067
3 ^c	.9944	130.8367	.000	.000	-33.333	-2.067
4 ^a	.9999	101.3402	.393	1.367	.000	.000
4 ^b	.9995	-18.6950	-.006	2.301	.000	.000
4 ^c	1.0007	-138.6709	-.386	.729	.000	.000
5 ^a	1.0273	11.8801	70.792	25.485	32.000	16.000
5 ^b	1.0168	-107.3780	53.440	24.956	33.000	16.500
5 ^c	1.0160	131.4906	75.768	19.987	35.000	17.500
6 ^a	1.0029	101.3002	.000	.000	.000	.000
6 ^b	.9971	-19.1322	.000	.000	.000	.000
6 ^c	1.0013	-138.7859	.000	.000	.000	.000
7 ^a	1.0386	-.8139	10.681	33.372	32.000	16.000
7 ^b	1.0396	-121.5597	33.659	35.104	36.000	18.000
7 ^c	1.0419	118.9428	18.660	45.640	32.000	16.000

Tabla 4.30.- (Continuación).

8 ^a	.9974	88.4164	.000	.000	.000	.000
8 ^b	.9968	-31.4061	.000	.000	.000	.000
8 ^c	1.0016	-151.4571	.000	.000	.000	.000
9 ^a	1.0140	6.1172	.000	.000	15.000	7.500
9 ^b	.9554	-113.5793	.000	.000	17.000	8.500
9 ^c	.9513	123.1353	.000	.000	18.000	9.000
10 ^a	1.0174	8.1958	.000	.000	15.000	7.500
10 ^b	.9537	-110.8374	.000	.000	16.000	8.000
10 ^c	.9446	125.1345	.000	.000	19.000	9.500
11 ^a	.9315	89.9406	.000	.000	8.000	6.400
11 ^b	.9167	-30.5098	.000	.000	9.000	7.200
11 ^c	.9408	-150.1554	.000	.000	8.000	6.400
12 ^a	.9353	99.7170	.000	.000	8.000	6.400
12 ^b	.9090	-21.2401	.000	.000	9.000	7.200
12 ^c	.9395	-141.0333	.000	.000	8.000	6.400
13 ^a	1.0112	1.6072	.000	.000	16.000	8.000
13 ^b	.9941	-128.0896	.000	.000	16.000	8.000
13 ^c	.9647	119.7046	.000	.000	18.000	9.000
14 ^a	1.0067	5.4086	.000	.000	16.000	8.000
14 ^b	.9787	-107.5675	.000	.000	16.000	8.000
14 ^c	.9561	123.9814	.000	.000	18.000	9.000
Pérdidas : 15.042 MWATTS -55.770 MVARs						

En la tabla 4.30 se presentan los voltajes y potencias de generación y carga nodales, se observa que el grado de desbalance de este sistema es mayor que el de los puntos 4.3.1c y 4.3.1d. La diferencia entre las pérdidas de este caso y las del caso balanceado (punto 4.3.1b), son prácticamente la suma de las diferencias de las pérdidas de los puntos 4.3.1c y 4.3.1d con respecto al caso balanceado.

Tabla 4.31.- Voltajes nodales de generadores en valores de secuencia.

NODO	V^0	θ^0	V^+	θ^+	V^-	θ^-
1	.0024	25.5227	1.0200	6.5745	.0005	90.0000
4	.0005	-145.7578	1.0000	101.3248	.0002	25.0542
5	.0095	4.3884	1.0200	11.9973	.0023	-146.6412
7	.0050	131.3089	1.0400	-1.1436	.0030	49.2456

Tabla 4.32.- Corrientes nodales de generadores en valores de secuencia.

NODO	I^0	θ^0	I^+	θ^+	I^-	θ^-
1	.0494	124.3342	1.0061	12.6696	.0606	178.1757
4	.0079	-65.5569	.0440	11.3263	.0201	115.0474
5	.1372	89.3196	1.0010	.3490	.2437	-48.0111
7	.0418	-126.9576	.7125	-121.0830	.2749	146.7602

En las tablas 4.31 y 4.32 se presentan los voltajes y las corrientes nodales de los generadores en valores de secuencia, los valores de secuencia negativa y cero en general resultan ser la suma de los valores respectivos correspondientes a los puntos 4.3.1c y 4.3.1d. Se observa que en este caso es mayor el desbalance ocasionado por la red que por las condiciones de carga, los generadores 5 y 7 cercanos a línea 13-14 tienen los valores de secuencia negativo y cero más grandes.

Tabla 4.33.- Flujos de potencia en capacitores.

p - q	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
9- 0	.000	-6.854	.000	-6.085	.000	-6.034
11- 0	.000	-2.892	.000	-2.801	.000	-2.951
12- 0	.000	-2.916	.000	-2.754	.000	-2.942
13- 0	.000	-6.817	.000	-6.588	.000	-6.205

Tabla 4.34.- Flujos de potencia en transformadores.

p - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
2- 1	-7.137	-.197	-7.705	-.923	-7.200	.021
1- 2	7.187	.806	7.220	.297	7.635	.573
4- 3	-3.811	-.266	-5.027	-.046	-4.627	-1.044
3- 4	5.257	.775	3.920	1.038	4.289	-.225
6- 5	-4.261	-1.883	-4.666	-2.489 ^c	-4.135	-1.798
5- 6	4.222	2.393	4.186	1.904	4.654	2.103
8- 7	-1.613	-3.708	-2.152	-4.135	-1.489	-3.868
7- 8	1.713	4.268	1.532	3.801	2.010	3.845

Tabla 4.35.- Flujos de potencia en líneas de transmisión sencillas.

p - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
1- 7	20.412	-9.454	21.484	-9.674	20.525	-9.363
7- 1	-19.409	10.723	-20.400	11.410	-19.656	10.730
1- 9	3.673	3.256	5.651	5.599	8.253	7.048
9- 1	-3.678	-4.630	-5.316	-6.557	-8.118	-7.440
2-11	7.137	.197	7.705	.923	7.200	-.021
11- 2	-6.589	.204	-7.082	-.361	-6.687	.427
3- 5	1.155	-.953	.413	-2.425	-.893	-3.026
5- 3	-1.139	-.528	-.382	1.029	.877	1.667
4-12	4.204	1.633	5.021	2.347	4.241	1.773
12- 4	-3.977	-1.627	-4.662	-2.132	-4.052	-1.712
6-12	4.261	1.883	4.666	2.489	4.135	1.798
12- 6	-4.023	-1.857	-4.338	-2.314	-3.948	-1.746
7-13	-3.624	2.381	16.527	1.892	4.306	15.064
13- 7	3.663	-3.625	-16.000	-1.412	-3.789	-15.344
8-11	1.613	3.708	2.152	4.135	1.489	3.868
11- 8	-1.411	-3.712	-1.918	-4.038	-1.313	-3.877
9-10	-11.322	3.984	-11.684	4.141	-9.882	4.474
10- 9	11.512	-4.296	11.871	-4.214	9.963	-4.727
13-14	-19.663	2.442	.000	.000	-14.211	12.549
14-13	19.786	-1.700	.000	.000	14.918	-11.878

Tabla 4.36.- Flujos de potencia en líneas de transmisión acopladas.

p - q	P ^a	Q ^a	P ^b	Q ^b	P ^c	Q ^c
3-10	13.461	1.123	14.500	1.727	14.969	2.659
3-10	13.461	1.123	14.500	1.727	14.969	2.659
10- 3	-13.256	-1.602	-13.935	-1.893	-14.481	-2.386
10- 3	-13.256	-1.602	-13.935	-1.893	-14.481	-2.386
5-14	17.904	3.712	8.209	2.766	17.679	-.551
5-14	17.805	3.909	8.427	2.756	17.558	-.732
14- 5	-17.930	-3.049	-7.895	-4.005	-16.527	1.362
14- 5	-17.856	-3.251	-8.105	-3.995	-16.391	1.516

En las tablas 4.33 a 4.36 se presentan los flujos de potencia en capacitores, transformadores y líneas de transmisión. Se observan desbalances en todo el sistema pero especialmente en la zona cercana a los nodos 13 y 14, donde la desconexión de la fase b de la línea 13-14 impacta notablemente. Esto se debe a que esa línea es la mas cargada del sistema.

4.3.2 Caso de prueba No. 2.

Se estudia un sistema de potencia considerando el estado desbalanceado tanto de la red como de las condiciones de operación del sistema. Se pretende mostrar las condiciones de operación que se presentan en un sistema real y lo alejado que puede estar del estado balanceado tradicionalmente supuesto.

El sistema en estudio es el de ARRILLAGA^[1] (Fig. 3.4), este sistema presenta los desbalances reales de un SEP, además considera los acoplamientos que existen entre líneas de transmisión cercanas.

En el apéndice C se presentan los datos tanto de la red como de las condiciones de operación del sistema de potencia, se incluyen los estimados iniciales de los voltajes nodales y los límites de reactivos de las unidades generadoras.

La conexión Y-Δ de los transformadores presentada en la Fig. C1 (apéndice C), ocasiona cambio de fase de +30, el cual debe considerarse en los valores de arranque para los voltajes nodales.

En la tabla 4.37 se presentan los voltajes nodales y las potencias de generación y carga del sistema, se observa en los voltajes nodales el estado desbalanceado del sistema y el cambio de fase en los nodos de carga ocasionados por la conexión Y-Δ de los transformadores.

Tabla 4.37.- Voltajes y potencias nodales.

NODO	V	θ	GENERACION		CARGA	
			MWATTS	MVARS	MWATTS	MVARS
1 ^a	1.0499	-1.8346	95.268	37.923	.000	.000
1 ^b	1.0647	-120.5650	86.578	34.878	.000	.000
1 ^c	1.0779	118.1592	97.943	28.005	.000	.000
2 ^a	1.0312	23.4144	.000	.000	48.000	20.000
2 ^b	1.0728	-95.9911	.000	.000	47.000	12.000
2 ^c	1.0465	141.8960	.000	.000	51.300	28.300
3 ^a	1.0701	25.5191	.000	.000	.000	.000
3 ^b	1.0826	-95.0442	.000	.000	.000	.000
3 ^c	1.0641	144.5131	.000	.000	.000	-.001
4 ^a	1.0449	-.6109	163.239	61.831	.000	.000
4 ^b	1.0548	-120.4727	160.245	46.586	.000	.000
4 ^c	1.0522	119.0107	176.516	49.189	.000	.000
5 ^a	1.0135	21.2398	.000	.000	150.000	79.999
5 ^b	1.0440	-98.4133	.000	.000	157.000	78.000
5 ^c	1.0332	139.1121	.000	.000	173.000	71.998
6 ^a	1.0165	21.5176	.000	.000	50.000	15.001
6 ^b	1.0517	-97.9737	.000	.000	45.000	14.001
6 ^c	1.0369	139.5740	.000	.000	48.301	16.601

Tabla 4.37.- (Continuación).

7 ^a	1.0302	22.3161	.000	.000	.000	.000
7 ^b	1.0555	-97.5077	.000	.000	.000	.000
7 ^c	1.0422	140.4660	.000	.000	.000	.000
8 ^a	1.0291	22.2749	.000	.000	.000	.000
8 ^b	1.0556	-97.6420	.000	.000	.000	.000
8 ^c	1.0423	140.3910	.000	.000	.000	.000
9 ^a	1.0279	22.4726	.000	.000	.000	.000
9 ^b	1.0602	-97.3007	.000	.000	.000	.001
9 ^c	1.0472	140.7504	.000	.000	.000	.000
10 ^a	1.0305	22.5102	.000	.000	.000	.000
10 ^b	1.0608	-97.2709	.000	.000	.000	.001
10 ^c	1.0448	140.8273	.000	.000	.000	.000
Pérdidas : 10.188 MWATTS -77.489 MVARs						

En las tablas 4.38 y 4.39 se presentan los voltajes y las corrientes nodales de los generadores en componentes de secuencia (0+-), se observa que los valores de secuencia cero son nulos, esto se debe a que la conexión Y- Δ de los generadores produce un circuito abierto para la secuencia cero del lado de la delta^[4], en los valores de secuencia negativa se observa el grado de desbalance del sistema.

Tabla 4.38.- Voltajes nodales de generadores en valores de secuencia.

NODO	V^0	θ^0	V^+	θ^+	V^-	θ^-
1	.0002	-179.9711	1.0641	-1.4133	.0160	-152.5208
4	.0001	-178.0354	1.0506	-.6910	.0058	164.6533

Tabla 4.39.- Corrientes nodales de generadores en valores de secuencia.

NODO	I^0	θ^0	I^+	θ^+	I^-	θ^-
1	.0000	.0000	2.7957	-21.2779	.1755	-62.5210
4	.0000	.0000	4.9904	-18.2031	.2760	-105.3460

En la tabla 4.40 se presentan los flujos de potencia en los transformadores, se observa una aparente ganancia de potencia en algunas de las fases, esta potencia circula de una fase a otra a través de las ramas de la delta, sin embargo la suma total de pérdidas resulta positiva. En este caso, a diferencia del sistema del punto 3.1, las pérdidas son también de potencia activa debido a que se considero la resistencia de los devanados.

Tabla 4.40.- Flujos de potencia en transformadores.

p - q	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
3- 4	-157.430	-40.938	-166.847	-30.428	-174.246	-45.263
4- 3	163.239	61.831	160.245	46.586	176.516	49.189
2- 1	-92.528	-27.385	-87.250	-17.806	-98.445	-25.729
1- 2	95.268	37.923	86.578	34.878	97.943	28.005

Tabla 4.41.- Flujos de potencia en las líneas de transmisión.

p - q	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
6- 2	-44.979	-19.681	-39.878	-19.657	-46.243	-9.659
2- 6	44.529	7.385	40.250	5.806	47.145	-2.571
6- 5	34.665	9.140	44.237	22.833	34.217	19.602
6- 5	44.141	20.653	52.740	17.991	59.727	22.478
5- 6	-34.609	-10.621	-44.148	-24.046	-34.230	-20.809
5- 6	-44.112	-22.087	-52.490	-19.211	-59.669	-23.505

Tabla 4.41.- (Continuación).

7- 5	35.191	20.049	32.205	15.207	38.573	12.869
8- 5	36.250	23.214	28.444	14.173	40.675	10.259
5- 7	-35.119	-22.117	-32.126	-17.786	-38.532	-15.171
5- 8	-36.160	-25.173	-28.235	-16.955	-40.569	-12.513
9- 6	39.741	8.057	51.599	14.910	45.790	26.170
10- 6	44.549	13.661	51.196	16.161	49.972	19.896
6- 9	-39.524	-9.828	-51.240	-17.007	-45.954	-27.675
6-10	-44.301	-15.284	-50.860	-18.159	-50.049	-21.349
3- 7	35.134	13.058	32.719	6.695	38.798	5.517
3- 8	36.312	16.827	29.160	5.388	41.041	3.349
3- 9	40.673	2.607	52.848	8.494	44.716	21.351
3-10	45.312	8.446	52.120	9.852	49.690	15.047
7- 3	-35.191	-20.049	-32.205	-15.208	-38.573	-12.869
8- 3	-36.250	-23.214	-28.444	-14.173	-40.675	-10.259
9- 3	-39.741	-8.057	-51.599	-14.910	-45.790	-26.170
10- 3	-44.549	-13.662	-51.196	-16.161	-49.972	-19.895

En la tabla 4.41 se presentan los flujos de potencia en las líneas de transmisión, se observa que circula potencia por los acoplamientos ocasionando una aparente ganancia de potencia en algunas de las fases.

Los resultados en la tabla 4.41 muestran el grado de desbalance que puede existir en los flujos de potencia de un sistema real el cual puede ser considerable.

4.4 FACTORES QUE AFECTAN LA CONVERGENCIA.

Los factores principales que afectan el número de iteraciones requeridas para llegar a la solución son:

- o La selección de los estimados iniciales de los voltajes nodales.
- o El cambio de ecuaciones de restricción ocasionado por la violación de límites de reactivos.

La selección de los estimados iniciales de los voltajes nodales debe de hacerse de la siguiente forma:

- o Seleccionar en cada nodo voltajes con magnitud unitaria y desfasados 120° .
- o Considerar el cambio de fase ocasionado por los transformadores en conexión Δ -Y.
- o Fijar el ángulo del nodo compensador en cero. En caso de requerir ajustar el ángulo del nodo compensador en un valor diferente de cero, desplazar los ángulos de los nodos del sistema el valor del ángulo del nodo compensador.

Cuando se viola uno de los límites de reactivos de alguna unidad generadora, se realiza el cambio de la ecuación de restricción del voltaje controlado por la ecuación del control de reactivos, este cambio incrementa el número de iteraciones para llegar a la solución, es necesario por lo tanto evitar cuando sea posible que se violen los límites de reactivos. Cuando los estimados iniciales de los voltajes se encuentran un poco alejados de la solución pueden ocasionar que se violen los límites de reactivos, por lo tanto no es conveniente empezar a checar la violación de los límites de reactivos desde la primera iteración, sino desde la segunda o tercera iteración ya cuando los estimados de los voltajes se encuentren cercanos a la solución.

Para evaluar lo anterior, Se repitió el estudio del sistema del punto 4.3.1b, sin considerar en los estimados iniciales de los voltajes el cambio de fase introducido por la conexión de los transformadores y empezando a checar los límites de reactivos a partir de distintas iteraciones, los resultados se presentan en la tabla 4.42. Se observa como la selección de los estimados iniciales de los voltajes ocasiona un incremento en el número de iteraciones requeridas para llegar a la solución. Este incremento depende de la iteración en que se comienzan a checar límites de reactivos, el algoritmo no converge si se empiezan a checar los límites de reactivos desde la primera iteración.

Tabla 4.42.- No. de iteraciones requeridas para llegar a la solución en función de la iteración donde se empezó a checar reactivos.

i^\dagger	1	2	3	4
k^\ddagger	∞	6	5	5

\dagger Iteración donde se empezó a checar el límite de reactivos.

\ddagger Iteraciones requeridas para llegar a la solución.

∞ (infinito) No convergio.

Es lógico pensar que el algoritmo requiera menos iteraciones mientras mas cercanos se encuentren los estimados iniciales de los voltajes a la solución. Para ilustrar lo anterior se repitió el estudio presentado en el punto 4.3.2 utilizando diferentes ángulos de arranque para los voltajes en los nodos 2, 3 y 5 a 10, no se consideraron límites de reactivos. Los resultados se muestran en la tabla 4.43.

Tabla 4.43.- Número de iteraciones requeridas para llegar a la solución del sistema del punto 4.3.2 en función de los ángulos iniciales de los voltajes en los nodos 2, 3 y 5 a 10.

θ	0	22	30
k	5	3	4

En la tabla 4.43 se observa como el ángulo de los voltajes nodales influye en el número de iteraciones utilizadas en llegar a la solución. Lo anterior introduce la necesidad de iniciar el estudio de flujos de potencia con buenos ángulos iniciales para los voltajes nodales.

Una forma de obtener buenos valores de arranque de los voltajes nodales es utilizar la solución obtenida considerando al sistema balanceado, esto es recomendable para sistemas con problemas de convergencia.

4.5 CALCULO DE VOLTAJES DE NEUTROS.

Una de las ventajas del modelado trifásico de los SEP es la posibilidad de modelar los neutros de los elementos conectados en estrella, como es el caso de los transformadores, capacitores, cargas, etc.. En el modelado de elementos conectados en estrella, con neutros no-sólidamente aterrizados, existen dos alternativas, dejar los neutros como nodos adicionales o eliminarlos mediante la obtención de un circuito equivalente visto desde las fases (abc).

Cuando los neutros se excluyen del modelado, es posible al terminar el estudio calcular sus voltajes utilizando los voltajes de fase. En los datos para transformadores del apéndice B ya se habían eliminado los neutros. A continuación se presenta el proceso de eliminación del neutro y el cálculo posterior de su voltaje para el transformador 6-5 en el estudio del punto 4.3.1e.

Con los datos de la tabla B2 (apéndice B) de acuerdo a la Fig. B1 se forma el sistema de ecuaciones nodales del transformador 6-5 el cual incluye al neutro (ecuación (4.100)).

$$\begin{bmatrix}
 -8.5370j & .0000j & .0000j & .0000j & -4.8697j & 4.8697j \\
 .0000j & -8.5370j & .0000j & 4.8697j & .0000j & -4.8697j \\
 .0000j & .0000j & -8.5370j & -4.8697j & 4.8697j & .0000j \\
 .0000j & 4.8697j & -4.8697j & -5.5555j & 2.7778j & 2.7778j \\
 -4.8697j & .0000j & 4.8697j & 2.7778j & -5.5555j & 2.7778j \\
 4.8697j & -4.8697j & .0000j & 2.7778j & 2.7778j & -5.5555j \\
 8.5370j & 8.5370j & 8.5370j & .0000j & .0000j & .0000j
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{bmatrix}
 8.5370j \\
 8.5370j \\
 8.5370j \\
 .0000j \\
 .0000j \\
 .0000j \\
 .8469-38.5991j
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 I_6^a \\
 I_6^b \\
 I_6^c \\
 I_5^a \\
 I_5^b \\
 I_5^c \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (4.100)$$

Para eliminar el neutro se utiliza el procedimiento descrito en el capítulo 2, la matriz que relaciona los voltajes de fase con el voltaje del neutro (Ec. (2.6)) se presenta en (4.101).

$$- Y_n^{-1} \cdot Y_{na} = \begin{bmatrix} .2211 - .0049j & .2211 - .0049j & .2211 - .0049j & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

Utilizando (2.6) con (4.101) y los voltajes de los nodos 6 y 5 del punto 4.3.1e se obtiene el voltaje del neutro.

$$V_6^n = .0018 \angle -2.7852 \quad (4.102)$$

En el caso de conexiones estrella aterrizadas a través de una impedancia finita el voltaje del neutro se puede obtener calculando la caída de voltaje en dicha impedancia (4.103), sin embargo esto no es posible para conexiones estrella con neutro no aterrizado, donde se tiene que utilizar el proceso arriba mencionado.

$$V_6^n = \frac{I_6^a + I_6^b + I_6^c}{Y_g} \quad (4.103)$$

$$I_6^f = \left(\frac{S_{6-5}^f}{V_6^f} \right)^* \quad f = a, b, c \quad (4.104)$$

Para este caso en particular los voltajes del nodo 5 no tienen influencia en el cálculo del voltaje del neutro debido a que son nulos los coeficientes correspondientes en la ecuación (4.101).

5 TOPICOS SELECTOS

5.0 INTRODUCCION.

Se presenta la metodología para implantar en los estudios de flujos de potencia restricciones adicionales, como el control del voltaje en nodos de carga y el control del intercambio de potencia activa entre áreas. Adicionalmente se comentan algoritmos desacoplados para aplicarse en estudios de flujos trifásicos.

5.1 CONTROL DEL VOLTAJE DE NODOS REMOTOS.

Un requerimiento en los sistemas de potencia reales es ajustar los voltajes de los nodos de carga a un valor especificado. Esto se logra a través del ajuste de variables de control, algunas de las cuales son las siguientes:

- El voltaje de un generador.
- El tap de algún transformador.
- Compensador estático de VARS.

El problema consiste en determinar el valor de la variable de control para obtener el voltaje del nodo de carga (variable controlada) deseado, esto se puede lograr utilizando coeficientes de sensibilidad. Un algoritmo que puede utilizarse es el siguiente:

Inicialmente se realiza el estudio de flujos de potencia con la variable de control en un valor inicial (ecuación (5.1)),

$$V_1 = V_1^0 \quad (5.1)$$

cuando el estudio se encuentra cerca de la solución, para ese valor de la variable de control se obtiene la desviación de la variable controlada respecto a su valor deseado (ecuación (5.2)),

$$\Delta V_s^k = V_s^{esp} - V_s^k \quad (5.2)$$

k denota la iteración del proceso de solución

con este error se calcula, utilizando un coeficiente de sensibilidad, el incremento en la variable de control necesario para llevar a la variable controlada a su valor deseado (ecuación (5.3)),

$$V_1^{k+1} = V_1^k + \frac{\Delta V_s^k}{CS} \quad (5.3)$$

donde:

$$CS = \frac{\partial V_s}{\partial V_1} \quad \text{es el coeficiente de sensibilidad}$$

una vez que se ha realizado el ajuste de la variable de control, el proceso de solución continua repitiendo en cada iteración el ajuste anterior. El proceso se detiene cuando la ecuación (5.2) y las ecuaciones de restricción del sistema quedan dentro de una tolerancia especificada.

Los coeficientes de sensibilidad pueden obtenerse mediante simulaciones, realizando cambios en las variables de control y observando los cambios en

Para controlar con el voltaje del generador i el voltaje de la fase a , en el nodo de carga s , el coeficiente de sensibilidad se obtiene con la ecuación (5.7).

$$CS = \sqrt{(C_1)^2 + (C_1)^2} \quad (5.7)$$

Para controlar otra magnitud de voltaje en el nodo de carga, por ejemplo el voltaje de secuencia positiva, el coeficiente de sensibilidad resulta una función de los coeficientes de sensibilidad de las componentes real e imaginaria de cada fase del nodo de carga. Estos coeficientes de sensibilidad se encuentran en una sola columna de la inversa del Jacobiano (J en la Ec. (5.4)), por lo tanto no es necesario invertir por completo la matriz Jacobiana para obtener el coeficiente de sensibilidad.

5.2 CONTROL DEL INTERCAMBIO DE POTENCIA ENTRE AREAS.

En los últimos años ha existido la tendencia de interconectar los sistemas de potencia de distintas compañías e incluso países, esto con la finalidad de intercambiar potencia y soportar mejor las contingencias. Lo anterior ha generado la necesidad de disponer de algoritmos para el control del intercambio neto de potencia activa entre sistemas (áreas).

El problema consiste en ajustar la potencia activa neta de intercambio de cada área con respecto a sus vecinos en un valor deseado. En un sistema de N áreas solo es posible definir el intercambio de potencia de $N-1$ áreas, el intercambio de la última área se ajusta a los intercambios de las restantes.

El intercambio de potencia activa entre áreas, se logra mediante el ajuste de la potencia activa de algunas unidades generadoras llamadas reguladoras, este ajuste se realiza utilizando un proceso iterativo.

El proceso se inicia con el estudio de flujos, ajustando la potencia activa de las unidades reguladoras de cada área en un valor inicial (ecuación (5.8)). Con esto se espera obtener un intercambio de potencia entre áreas cercano al requerido.

$$\begin{aligned}
 P_{gi}^1 &= P_{gi}^1(0) \quad , \quad i \in R_1 \\
 P_{gi}^2 &= P_{gi}^2(0) \quad , \quad i \in R_2 \\
 &\vdots \\
 P_{gi}^{N-1} &= P_{gi}^{N-1}(0) \quad , \quad i \in R_{N-1}
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

donde: R_j es el conjunto de unidades reguladoras del área j .

cuando el estudio se encuentra cerca de la solución, de acuerdo a los valores establecidos en (5.8), se calculan los intercambios de flujo de potencia y se obtienen las desviaciones respecto al intercambio deseado (ecuación (5.9)),

$$\Delta P_{err}^j = P_{esp}^j - P_{cal}^j \quad j=1,2, \dots , N-1
 \tag{5.9}$$

para eliminar las desviaciones calculadas en (5.9), se ajustan las unidades reguladoras de cada área; el ajuste se realiza mediante una lista de coeficientes de participación (CP) previamente definida de acuerdo a (5.10),

$$\begin{aligned}
 P_{gi}^1(k+1) &= P_{gi}^1(k) + CP_i^1 \cdot \Delta P_{err}^1(k) \quad , \quad i \in R_1 \\
 P_{gi}^2(k+1) &= P_{gi}^2(k) + CP_i^2 \cdot \Delta P_{err}^2(k) \quad , \quad i \in R_2 \\
 &\vdots \\
 P_{gi}^{N-1}(k+1) &= P_{gi}^{N-1}(k) + CP_i^{N-1} \cdot \Delta P_{err}^{N-1}(k) \quad , \quad i \in R_{N-1}
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

donde: k denota la iteración donde se encuentra el proceso de solución.

con las nuevas potencias de generación se continua el proceso de solución, repitiendo el ajuste de las potencias al final de cada iteración. El proceso termina cuando el error del intercambio de potencia (5.9) queda dentro de una tolerancia especificada y además se han satisfecho las ecuaciones de restricción del estudio de flujos.

Los coeficientes de participación se pueden seleccionar de acuerdo a los siguientes criterios para la toma o liberación de carga:

- Control automático de generación.
- Despacho económico.
- Capacidad de generación.
- Disponibilidad de generación.

Tabla 5.1. Cálculo de los coeficientes de participación.

gen	ITERACION					
	0	k	k+1	k+2	k+j
1	30	30/100	30/90	0	0
2	40	40/100	40/90	40/60	40/70
3	20	20/100	20/90	20/60	20/70
4	10	10/100	0	0	10/70

Se deben tener para cada área dos listas de CP, una para tomar carga y otra para liberarla, dependiendo si el error en el intercambio de potencia es positivo o negativo. Cuando una de las máquinas no puede tomar o liberar carga debido a que se encuentra en su límite de generación superior o inferior, su coeficiente de participación debe hacerse cero y las unidades reguladoras restantes deben repartirse la potencia que esta máquina no puede tomar. En la tabla (5.1) se muestran los CP para una área de cuatro generadores. En la iteración k se empieza a checar el intercambio de potencia entre áreas y el error se compensa con las cuatro unidades; en la siguiente iteración ya se llegó al límite de generación de la unidad 4, por

lo cual se modifican los coeficientes de participación. En la iteración $k+2$ el generador 1 ya está en su límite de generación por lo cual su coeficiente de participación se hace cero. En las siguientes iteraciones el error se hace negativo, por lo cual se utiliza la otra tabla de coeficientes de participación. En la iteración $k+j$ el error se vuelve positivo, pero el generador 4 ya liberó carga por lo cual puede servir como unidad reguladora.

Se puede presentar el caso que mientras la generación de las unidades reguladoras de una área aumenten, en algunas áreas vecinas disminuyan; lo que ocasiona sobrepasos en la corrección del intercambio de potencia entre áreas, el error cambia de positivo a negativo o viceversa, afectando la convergencia e inclusive pudiendo ocasionar que no se llegue a la solución. Para corregir los sobrepasos se utilizan coeficientes de suavizamiento, los cuales ponderan el error actual y el de la iteración anterior.

$$\Delta P_{err}^j(k) = \beta \cdot P_{err}^j(k) + (1-\beta) \cdot P_{err}^j(k-1) \quad j=1,2, \dots, N-1 \quad (5.11)$$

Debe dársele más peso al error de la iteración actual que al de la iteración anterior, debido a que contiene las desviaciones actuales del sistema con respecto a la solución.

5.3 FORMULACIONES DESACOPLADAS.

Unas desventajas del método de Newton-Raphson son la cantidad requerida de recursos computacionales y el número de operaciones algebraicas por iteración. Esto motivó la búsqueda de simplificaciones al método que redujeran las necesidades computacionales sin sacrificar las buenas características de convergencia. Las formulaciones desacopladas^[1,8,11,12] son variantes del método de Newton-Raphson, las cuales presentan buenas características de convergencia requiriendo menos recursos computacionales que el método formal.

Los métodos desacoplados se basan en la simplificación del método de Newton-Raphson expresando las ecuaciones de restricción en coordenadas polares. La expansión y agrupación de las ecuaciones de restricción hasta la primera derivada resulta en la ecuación (5.12). Se observa que en (5.12) no aparecen las ecuaciones de las corrientes internas del generador, por lo cual es necesario definir el funcionamiento balanceado del generador por otros medios^[1,8].

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta V \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \\ J_{31} & J_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Los métodos desacoplados surgen de la eliminación en la ecuación (5.12) de las submatrices J_{12} , J_{21} y J_{31} , cuyos elementos se ha observado tienen valores muy pequeños, especialmente cuando el sistema opera con un régimen de carga bajo. Esta eliminación lleva a las ecuaciones (5.13) y (5.14), las cuales requieren menos memoria para su solución y además son sistemas de ecuaciones más pequeños.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q \\ \Delta V \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V/V \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

La versión más simplificada de los métodos desacoplados es conocida como *desacoplado rápido*, se obtiene mediante la introducción de algunas consideraciones prácticas:

- La parte real de las impedancias de los elementos que constituyen el SEP es muy pequeña comparada con la parte compleja.

La diferencia angular entre nodos vecinos es muy pequeña.

Simplificando las ecuaciones (5.13) y (5.14) con la ayuda de las dos consideraciones anteriores se obtienen^[1] las ecuaciones (5.15) y (5.16).

$$\begin{bmatrix} \Delta P/V \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} B' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q/V \\ \Delta V \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} B'' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Las matrices B' y B'' son constantes, lo cual proporciona un ahorro considerable de tiempo de cálculo debido a que las matrices sólo son factorizadas una vez al inicio del estudio.

6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 CONCLUSIONES

6.1.1 Modelación del SEP en componentes de fase

- En sistemas de potencia reales generalmente existen desbalances tanto en la red como en las condiciones de operación los cuales son ignorados al efectuar los estudios convencionales.
- El modelado trifásico del sistema de potencia permite considerar en detalle las condiciones desbalanceadas del SEP y la simulación de condiciones de operación especiales.
- La modelación del SEP en coordenadas de fase permite la visualización de las variables físicas y la modelación de cualquier punto del sistema v.g. neutros de generadores y transformadores.
- En la modelación trifásica se consideran directamente los cambios de fase ocasionados por las conexiones Δ -Y de transformadores.
- La formulación nodal matricial es un procedimiento sistemático para modelar las fases de cualquier elemento del SEP.

- La obtención de la matriz de admitancias nodal trifásica es similar a la de secuencia positiva, sólo que ahora el número de ecuaciones nodales es tres veces mayor.
- En la solución de estudios trifásicos se tiene mayor necesidad de utilizar técnicas computacionales eficientes debido al tamaño del modelo matemático.

6.1.2 Estudios de fallas trifásicos

- Los estudios de fallas permiten evaluar el comportamiento del sistema ante disturbios, ésto los hace indispensables en el diseño y operación de redes eléctricas.
- En la evaluación de fallas es necesario utilizar técnicas de análisis que consideren las condiciones reales del sistema, por lo cual es recomendable el uso de las formulaciones trifásicas.
- El uso de equivalentes y la metodología de caracterizar la falla como un conjunto de corrientes superpuestas a las fuentes de corriente del sistema es una alternativa eficiente para la solución trifásica del problema de fallas.
- A diferencia de los estudios convencionales donde la participación de una fase en la falla requiere calcular el equivalente desde el punto de falla en las tres redes de secuencia, en los estudios trifásicos solo se requiere calcular el equivalente visto desde la fase fallada.
- En la formulación trifásica es posible obtener equivalentes vistos desde fases de diferentes nodos, neutros o cualquier punto del sistema.

- En el análisis y ajuste de esquemas de protección resulta de gran utilidad el estudio trifásico de fallas, ya que permite evaluar el comportamiento de relevadores considerando condiciones cercanas a las de la operación real.
- En sistemas desbalanceados el uso de formulaciones balanceadas para el ajuste de protecciones puede ocasionar un funcionamiento incorrecto de los esquemas de protección, principalmente en condiciones de carga máxima.
- Los estudios trifásicos de fallas permiten simular con facilidad condiciones complejas de disturbio, las cuales no se podrían realizar con formulaciones balanceadas.
- En las formulaciones trifásicas cualquier falla se representa por su sistema de ecuaciones nodales, sin importar que el evento involucre fases de diferentes nodos o que participe el neutro de algún elemento.

6.1.3 Estudio de flujo trifásico

- Los estudios de flujos trifásicos determinan el comportamiento del sistema en estado estable considerando desbalances en la red y en las condiciones de operación. Estos estudios son de gran utilidad en la planeación y operación de las redes eléctricas, debido a que evalúan con más detalle y precisión el estado del sistema.
- Los métodos empleados en estudios de flujos balanceados pueden generalizarse a sistemas desbalanceados. A diferencia de los estudios balanceados, en las formulaciones trifásicas es necesario representar el comportamiento interno de generadores.

- En la modelación trifásica es posible implantar diferentes esquemas para el control del voltaje en las unidades generadoras, los cuales en general son función de los voltajes de fase.
- La implantación en estudios trifásicos de características de operación especiales v.g. el intercambio de potencia entre áreas y el control de voltaje en nodos remotos, se pueden realizar en forma similar como en sistemas balanceados.
- En los ejemplos presentados se observaron algunas características no incluidas en estudios balanceados; como son el intercambio de potencia entre fases a través de los acoplamientos en líneas de transmisión y de la conexión Y- Δ de transformadores.
- En el caso de sistemas balanceados la conexión Δ -Y de transformadores puede tratarse como conexión Y-Y efectuando correcciones en los ángulos de los voltajes nodales. En el caso de sistemas desbalanceados no es posible hacer esta consideración debido a que la conexión Δ -Y permite el intercambio de potencia entre fases.
- En los ejemplos presentados se observaron desbalances en los voltajes nodales del orden del 5%. Los desbalances en los flujos de potencia fueron más notables, especialmente en puntos cercanos a elementos con fases abiertas o a cargas desbalanceadas.
- Las pérdidas de transmisión en los sistemas desbalanceados son mayores que en los balanceados, esto se debe a la distribución de la potencia en las fases y a que las pérdidas son función del cuadrado de la corriente.
- Algunos de los factores que afectan la convergencia de los estudios de flujos trifásicos son: los estimados iniciales de los voltajes nodales y el cambio de ecuaciones de restricción ocasionados por la violación de los límites de reactivos.

6.2 RECOMENDACIONES PARA ESTUDIOS FUTUROS

- Debido a la facilidad con la cual se pueden implementar en los estudios de flujo diferentes esquemas de control de voltaje en los nodos de generación, es importante estudiar su efecto sobre el sistema de potencia.
- Es necesario evaluar el impacto de los desbalances en la implantación de esquemas de protección. Como se observó en los ejemplos numéricos, en sistemas desbalanceados las corrientes de secuencia negativa de generadores toman valores considerables, por lo que deben considerarse en el ajuste de protecciones.
- Es importante el análisis de diversas formulaciones desacopladas para obtener algoritmos más rápidos que faciliten la toma de decisiones de los operadores en los centros de control.
- Una vez que se ha realizado la modelación trifásica del sistema y se ha aplicado en estudios de fallas y flujo de potencia, el siguiente tema de interés es el estudio de estabilidad trifásico.
- Se recomienda el desarrollo de un paquete computacional que permita realizar estudios trifásicos en forma interactiva y rápida, el cual sería de gran utilidad en la enseñanza, el diseño y la operación de los sistemas de potencia.

6.3 APORTACIONES DE ESTA TESIS

- o Se presenta una alternativa general para modelar con más detalle los sistemas eléctricos de potencia. Las formulaciones analizadas facilitan la implantación de condiciones y elementos especiales y se tiene acceso a la información de cualquier punto del sistema.
- o Se desarrollaron formulaciones eficientes para realizar estudios trifásicos de fallas. Se analizan las diferencias conceptuales de las formulaciones y se comparan con los estudios convencionales.
- o Se detalla una formulación para realizar estudios de flujo de potencia en sistemas desbalanceados. La formulación facilita la implementación de condiciones especiales en el SEP, las cuales no podrían simularse utilizando estudios convencionales.
- o A través de ejemplos numéricos en diferentes sistemas de prueba se muestra el grado de desbalance que puede existir en un sistema de potencia. Se comparan los resultados con los obtenidos en un sistema balanceado.

REFERENCIAS

- [1] J. Arrillaga, C. P. Arnold. Computer Modelling of Electrical Power Systems. John Wiley & Sons, 1983.
- [2] Paul M. Anderson. Analysis of Faulted Power Systems. The Iowa State University Press / Ames, 1973.
- [3] J. M. García, F. Aboytes. Análisis de Sistemas de Potencia Desbalanceados, Parte I, Modelación y Estudios de Fallas. U.A.N.L., F.I.M.E., DIE-87-02, Agosto de 1987.
- [4] L. D. Aréchiga, F. Aboytes. Modelado de Transformadores en Sistemas de Potencia. U.A.N.L., F.I.M.E., DIE-87-06, Agosto de 1987.
- [5] R.G. Wasley, M. A. Shlash. Newton-Raphson Algorithm for 3-Phase load flow. Proc. IEE, Vol. 121, No. 7, July 1974.
- [6] M. A. Laughton. Analysis of Unbalanced Polyphase Networks by the Method of Phase Co-ordinates, Part 1. System Representation in Phase Frame of Reference. Proc. IEE, Vol. 115, No. 8, August 1968.
- [7] M. A. Laughton. Analysis of Unbalanced Polyphase Networks by the Method of Phase Co-ordinates, Part 2. Fault Analysis. Proc. IEE, Vol. 116, No. 5, May 1969.
- [8] L. Roy, B. H. Rao, M. A. Laughton. Analysis of Unbalanced Polyphase Networks by the Method of Phase Co-ordinates, Part III. Load Flow Analysis. IEEE, Winter Meeting, New York, N. Y., February 4-9 1979.
- [9] D. G. Taylor, J. A. Treece. Load Flow analysis by the Gauss-Seidel Method. Symposium on Power Systems Load Flow Analysis, University of Manchester, Institute of Science and Technology, Manchester, U.K., 1967.

-
- [10] W. F. Tinney, C. E. Hart. Power Flow Solution by Newton's Method. IEEE, Winter Meeting, New York, N. Y., January 29-February 3, 1967.
- [11] B. Stott. Decoupled Newton Load Flows. IEEE, Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. Pas-91, September/October 1972.
- [12] B. Stott, O. Alsac. Fast Decoupled Load Flow. IEEE, Summer Meeting, Vancouver, B.C., Canada, July 15-20, 1973.
- [13] R. Mota P.. Técnicas Computacionales Eficientes Aplicadas al Análisis de los Sistemas Eléctricos de potencia. Instituto Politecnico Nacional, Tesis de Maestria, Abril de 1980.
- [14] W. F. Tinney, J. W. Walker. Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Order Triangular Factorization. Proc. IEEE, Vol. 55, November 1967.
- [15] E. C. Ogbuobiri, W. F. Tinney, J. W. Walker. Sparsity-Directed Decomposition for Gaussian Elimination on Matrices. Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. Pas-89, January 1970.
- [16] F. Aboytes. Análisis de Sensitividad para el Control de Voltaje y Potencia Reactiva. SIEEEM-87, Monterrey N. L., Septiembre de 1987.
- [17] Henry J. Guevara. Técnicas para el Análisis de Intercambio de Potencia en Sistemas Interconectados Multiáreas. U.N.A.M., Trabajo de Mestria.

APENDICE A

Método de Newton-Raphson para la solución de un conjunto de ecuaciones no-lineales.

Dado un conjunto de n ecuaciones de la forma:

$$f(\underline{x}) = 0 \quad (A1)$$

donde $\underline{x} = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

y una estimación inicial \underline{x}_0 , el método de Newton-Raphson obtiene iterativamente los valores de \underline{x} (raíces de las ecuaciones) que satisfacen dichas ecuaciones. El método consiste básicamente en una expansión en series de Taylor de las n funciones $f(\underline{x})$ hasta la primera derivada despreciando los residuos de mayor orden.

Una ecuación $f(\underline{x})$ puede ser expandida alrededor de un punto \underline{x}_0 utilizando la formula de Taylor:

$$f(\underline{x}) = \sum_{N=0}^k \frac{f^{(N)}(\underline{x}_0)}{N!} \cdot (\underline{x} - \underline{x}_0) + R_k \quad (A2)$$

donde:

$$R_k = \sum_{N=k+1}^{\infty} \frac{f^{(N)}(\underline{x}_0)}{N!} \cdot (\underline{x} - \underline{x}_0) \quad (A3)$$

Realizando la expansión de la ecuación (A1) hasta la primera derivada ($k=1$) y despreciando R_1 , se obtiene la ecuación (A4).

$$f(\underline{x}) = 0 = f(\underline{x}_0) + f'(\underline{x}_0) \cdot (\underline{x} - \underline{x}_0)$$

$$f(\underline{x}_0) = -f'(\underline{x}) \cdot \Delta \underline{x} \quad (A4)$$

Agrupando las n ecuaciones de la forma (A1) expandidas como en (A4), se obtiene la ecuación (A5).

$$\begin{bmatrix} f_1(\underline{x}_0) \\ f_2(\underline{x}_0) \\ \vdots \\ f_n(\underline{x}_0) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{J} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \underline{x} \end{bmatrix} \quad (\text{A5})$$

La matriz de derivadas parciales de primer orden del lado derecho de la ecuación (A5) es conocida en la literatura como Jacobiano. Escribiendo la ecuación (A5) en forma compacta:

$$\underline{f}(\underline{x}_0) = - \mathbf{J} \cdot \Delta \underline{x} \quad (\text{A6})$$

La ecuación (A6) se resuelve repetitivamente para obtener el vector $\Delta \underline{x}$ que aproxime al vector de estimaciones iniciales a la solución, la actualización de \underline{x} se realiza utilizando la ecuación (A7).

$$\underline{x} = \underline{x}_0 + \Delta \underline{x} \quad (\text{A7})$$

El algoritmo llega a la solución cuando (A4) queda dentro de una tolerancia especificada para las n ecuaciones.

APENDICE B

Datos del sistema de ANDERSON^[2].

B.1 Datos de la red.

Se presentan las matrices de admitancia de los elementos del SEP en componentes (abc), los datos se presentan en valores por unidad con base 33,33 MVA.

Tabla B1.- Impedancias de generadores en valores de secuencia (0+-)

nodo	z0	z+	z-
1	$.001 + .060j$	$.010j$	$.010j$
3	$.001 + .070j$	$.010j$	$.010j$
4	$.001 + .070j$	$.010j$	$.010j$
5	$.001 + .050j$	$.010j$	$.010j$
7	no existe	$.002 + .010j$	$.002 + .010j$

Con los datos de la tabla B1 aplicando la transformación inversa de componentes simétricas se obtienen las matrices Z_g^{abc} . Los datos se presentan en secuencia (0+-) debido a que estos elementos son por diseño balanceados.

Las matrices de admitancia en componentes de fase (abc) para los capacitores en los nodos 9, 11, 12 y 13 son:

$$Y_{c9}^{abc} = \begin{bmatrix} .2j & .0j & .0j \\ .0j & .2j & .0j \\ .0j & .0j & .2j \end{bmatrix}$$

$$Y_{c11}^{abc} = \begin{bmatrix} .1j & .0j & .0j \\ .0j & .1j & .0j \\ .0j & .0j & .1j \end{bmatrix}$$

$$Y_{c12}^{abc} = \begin{bmatrix} .1j & .0j & .0j \\ .0j & .1j & .0j \\ .0j & .0j & .1j \end{bmatrix}$$

$$Y_{c13}^{abc} = \begin{bmatrix} .2j & .0j & .0j \\ .0j & .2j & .0j \\ .0j & .0j & .2j \end{bmatrix}$$

Tabla B2.- Datos de la unidades monofásicas con las cuales se forman los transformadores trifásicos.

p	q	ψ^\dagger	ψ_g	tap‡
2	1	-8.3333j	solidamente aterr.	.9900
4	3	-8.3333j	.9232 - 16.6151j	.9900
6	5	-8.3333j	.8469 - 12.9882j	.9880
8	7	-8.3333j	solidamente aterr.	.9730

† Admitancia de dispersión.
‡ Tap del lado de p.

En el ejemplo se asume que los transformadores trifásicos están formados por tres unidades monofásicas idénticas, los datos para estas unidades se encuentran en la tabla B2, con estos datos se forman (ver Cap. 2) las matrices de admitancias nodal en componentes (abc) para la conexión Δ-Y mostrada en la Fig. B1.

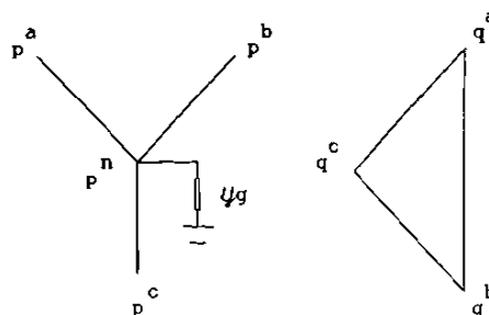


Fig. B1.- Transformador en conexión Y-Δ

En las matrices mostradas a continuación se han eliminado los neutros de las conexiones estrella, se utilizo el proceso descrito en el capítulo 2.

$$Y_{t2-1}^{abc} = \begin{bmatrix} -8.5025j & .0000j & .0000j & .0000j & -4.8598j & 4.8598j \\ .0000j & -8.5025j & .0000j & 4.8598j & .0000j & -4.8598j \\ .0000j & .0000j & -8.5025j & -4.8598j & 4.8598j & .0000j \\ .0000j & 4.8598j & -4.8598j & -5.5555j & 2.7778j & 2.7778j \\ -4.8598j & .0000j & 4.8598j & 2.7778j & -5.5555j & 2.7778j \\ 4.8598j & -4.8598j & .0000j & 2.7778j & 2.7778j & -5.5555j \end{bmatrix}$$

$$Y_{t4-3}^{abc} = \begin{bmatrix} .0376-6.7871j & .0376 & 1.7154j & .0376 & 1.7154j & .0000j & -4.8598j & 4.8598j \\ .0376 & 1.7154j & .0376-6.7871j & .0376 & 1.7154j & 4.8598j & .0000j & -4.8598j \\ .0376 & 1.7154j & .0376 & 1.7154j & .0376-6.7871j & -4.8598j & 4.8598j & .0000j \\ .0000 & .0000j & .0000 & 4.8598j & .0000-4.8598j & -5.5555j & 2.7778j & 2.7778j \\ .0000-4.8598j & .0000 & .0000j & .0000 & 4.8598j & 2.7778j & -5.5555j & 2.7778j \\ .0000 & 4.8598j & .0000-4.8598j & .0000 & .0000j & 2.7778j & 2.7778j & -5.5555j \end{bmatrix}$$

$$Y_{t6-5}^{abc} = \begin{bmatrix} .0414-6.6497j & .0414 & 1.8872j & .0414 & 1.8872j & .0000j & -4.8697j & 4.8697j \\ .0414 & 1.8872j & .0414-6.6497j & .0414 & 1.8872j & 4.8697j & .0000j & -4.8697j \\ .0414 & 1.8872j & .0414 & 1.8872j & .0414-6.6497j & -4.8697j & 4.8697j & .0000j \\ .0000 & .0000j & .0000 & 4.8697j & .0000-4.8697j & -5.5555j & 2.7778j & 2.7778j \\ .0000-4.8697j & .0000 & .0000j & .0000 & 4.8697j & 2.7778j & -5.5555j & 2.7778j \\ .0000 & 4.8697j & .0000-4.8697j & .0000 & .0000j & 2.7778j & 2.7778j & -5.5555j \end{bmatrix}$$

$$Y_{t8-7}^{abc} = \begin{bmatrix} -8.8022j & .0000j & .0000j & .0000j & -4.9447j & 4.9447j \\ .0000j & -8.8022j & .0000j & 4.9447j & .0000j & -4.9447j \\ .0000j & .0000j & -8.8022j & -4.9447j & 4.9447j & .0000j \\ .0000j & 4.9447j & -4.9447j & -5.5555j & 2.7778j & 2.7778j \\ -4.9447j & .0000j & 4.9447j & 2.7778j & -5.5555j & 2.7778j \\ 4.9447j & -4.9447j & .0000j & 2.7778j & 2.7778j & -5.5555j \end{bmatrix}$$

Las matrices de admitancia serie y paralelo de las líneas de transmisión (L.T.) en componentes de fase se presentan a continuación:

$$Y_{11-7}^{abc} = \begin{bmatrix} 1.1061 & -3.4886j & -.3999 & 1.0069j & -.3999 & 1.0069j \\ -.3999 & 1.0069j & 1.1061 & -3.4886j & -.3999 & 1.0069j \\ -.3999 & 1.0069j & -.3999 & 1.0069j & 1.1061 & -3.4886j \end{bmatrix}$$

$$Y_{c1-7}^{abc} = \begin{bmatrix} .0184j & -.0026j & -.0026j \\ -.0026j & .0184j & -.0026j \\ -.0026j & -.0026j & .0184j \end{bmatrix}$$

$$Y_{11-9}^{abc} = \begin{bmatrix} 1.1222 & -3.5262j & -.3838 & .9693j & -.3838 & .9693j \\ -.3838 & .9693j & 1.1222 & -3.5262j & -.3838 & .9693j \\ -.3838 & .9693j & -.3838 & .9693j & 1.1222 & -3.5262j \end{bmatrix}$$

$$Y_{c1-9}^{abc} = \begin{bmatrix} .0184j & -.0026j & -.0026j \\ -.0026j & .0184j & -.0026j \\ -.0026j & -.0026j & .0184j \end{bmatrix}$$

$$Y_{12-11}^{abc} = \begin{bmatrix} .8988 & -1.4660j & -.2722 & -.0608j & -.2722 & -.0608j \\ -.2722 & -.0608j & .8988 & -1.4660j & -.2722 & -.0608j \\ -.2722 & -.0608j & -.2722 & -.0608j & .8988 & -1.4660j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}{}_{2-11} = \begin{bmatrix} .0031j & -.0004j & -.0004j \\ -.0004j & .0031j & -.0004j \\ -.0004j & -.0004j & .0031j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}{}_{13-5} = \begin{bmatrix} 1.1497 & -3.5113j & -.3563 & .9842j & -.3563 & .9842j \\ -.3563 & .9842j & 1.1497 & -3.5113j & -.3563 & .9842j \\ -.3563 & .9842j & -.3563 & .9842j & 1.1497 & -3.5113j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}{}_{3-5} = \begin{bmatrix} .0184j & -.0026j & -.0026j \\ -.0026j & .0184j & -.0026j \\ -.0026j & -.0026j & .0184j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}{}_{14-12} = \begin{bmatrix} .9016 & -1.1441j & -.2694 & .2611j & -.2694 & .2611j \\ -.2694 & .2611j & .9016 & -1.1441j & -.2694 & .2611j \\ -.2694 & .2611j & -.2694 & .2611j & .9016 & -1.1441j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}{}_{4-12} = \begin{bmatrix} .0031j & -.0004j & -.0004j \\ -.0004j & .0031j & -.0004j \\ -.0004j & -.0004j & .0031j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}{}_{16-12} = \begin{bmatrix} .9055 & -1.1366j & -.2655 & .2686j & -.2655 & .2686j \\ -.2655 & .2686j & .9055 & -1.1366j & -.2655 & .2686j \\ -.2655 & .2686j & -.2655 & .2686j & .9055 & -1.1366j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}{}_{6-12} = \begin{bmatrix} .0031j & -.0004j & -.0004j \\ -.0004j & .0031j & -.0004j \\ -.0004j & -.0004j & .0031j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}{}_{17-13} = \begin{bmatrix} 1.1147 & -3.4805j & -.3913 & 1.0150j & -.3913 & 1.0150j \\ -.3913 & 1.0150j & 1.1147 & -3.4805j & -.3913 & 1.0150j \\ -.3913 & 1.0150j & -.3913 & 1.0150j & 1.1147 & -3.4805j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}_{7-13} = \begin{bmatrix} .0184j & -.0026j & -.0026j \\ -.0026j & .0184j & -.0026j \\ -.0026j & -.0026j & .0184j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}_{18-11} = \begin{bmatrix} .8943 & -1.1398j & -.2767 & .2654j & -.2767 & .2654j \\ -.2767 & .2654j & .8943 & -1.1398j & -.2767 & .2654j \\ -.2767 & .2654j & -.2767 & .2654j & .8943 & -1.1398j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}_{8-11} = \begin{bmatrix} .0031j & -.0004j & -.0004j \\ -.0004j & .0031j & -.0004j \\ -.0004j & -.0004j & .0031j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}_{19-10} = \begin{bmatrix} 2.2502 & -6.8752j & -.7975 & 2.0886j & -.7975 & 2.0886j \\ -.7975 & 2.0886j & 2.2502 & -6.8752j & -.7975 & 2.0886j \\ -.7975 & 2.0886j & -.7975 & 2.0886j & 2.2502 & -6.8752j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}_{9-10} = \begin{bmatrix} .0092j & -.0013j & -.0013j \\ -.0013j & .0092j & -.0013j \\ -.0013j & -.0013j & .0092j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}_{113-14} = \begin{bmatrix} 2.2932 & -7.0216j & -.7545 & 1.9422j & -.7545 & 1.9422j \\ -.7545 & 1.9422j & 2.2932 & -7.0216j & -.7545 & 1.9422j \\ -.7545 & 1.9422j & -.7545 & 1.9422j & 2.2932 & -7.0216j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}_{13-14} = \begin{bmatrix} .0092j & -.0013j & -.0013j \\ -.0013j & .0092j & -.0013j \\ -.0013j & -.0013j & .0092j \end{bmatrix}$$

A continuación se presentan los datos para dos grupos de líneas acopladas, los elementos de la submatriz de admitancia de los acoplamientos son iguales, esto indica que las líneas están muy separadas.

$$Y_{13-10,3-10}^{abc} = \begin{bmatrix} 1.1258 & -3.4829j & -.3802 & 1.0126j & -.3802 & 1.0126j \\ -.3802 & 1.0126j & 1.1258 & -3.4829j & -.3802 & 1.0126j \\ -.3802 & 1.0126j & -.3802 & 1.0126j & 1.1258 & -3.4829j \\ -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j \\ -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j \\ -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j \\ -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j \\ -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j & -.0618 & .1256j \\ 1.1258 & -3.4829j & -.3802 & 1.0126j & -.3802 & 1.0126j \\ -.3802 & 1.0126j & 1.1258 & -3.4829j & -.3802 & 1.0126j \\ -.3802 & 1.0126j & -.3802 & 1.0126j & 1.1258 & -3.4829j \end{bmatrix}$$

$$Y_{3-10,3-10}^{abc} = \begin{bmatrix} .0184j & -.0026j & -.0026j & .0000j & .0000j & .0000j \\ -.0026j & .0184j & -.0026j & .0000j & .0000j & .0000j \\ -.0026j & -.0026j & .0184j & .0000j & .0000j & .0000j \\ .0000j & .0000j & .0000j & .0184j & -.0026j & -.0026j \\ .0000j & .0000j & .0000j & -.0026j & .0184j & -.0026j \\ .0000j & .0000j & .0000j & -.0026j & -.0026j & .0184j \end{bmatrix}$$

$$Y_{15-14,5-14}^{abc} = \begin{bmatrix} 1.1539 & -3.5242j & -.3521 & .9713j & -.3521 & .9713j \\ -.3521 & .9713j & 1.1539 & -3.5242j & -.3521 & .9713j \\ -.3521 & .9713j & -.3521 & .9713j & 1.1539 & -3.5242j \\ -.0833 & .1448j & -.0833 & .1448j & -.0833 & .1448j \\ -.0833 & .1448j & -.0833 & .1448j & -.0833 & .1448j \\ -.0833 & .1448j & -.0833 & .1448j & -.0833 & .1448j \end{bmatrix}$$

-.0833	.1448j	-.0833	.1448j	-.0833	.1448j
-.0833	.1448j	-.0833	.1448j	-.0833	.1448j
-.0833	.1448j	-.0833	.1448j	-.0833	.1448j
1.1513	-3.4818j	-.3547	1.0137j	-.3547	1.0137j
-.3547	1.0137j	1.1513	-3.4818j	-.3547	1.0137j
-.3547	1.0137j	-.3547	1.0137j	1.1513	-3.4818j

$$Y_c^{abc}_{5-14, 5-14} = Y_c^{abc}_{3-10, 3-10}$$

B.2 Datos de las condiciones de operación.

En la tabla B3 se presentan los datos del sistema en cantidades para cada fase. Los voltajes se presentan en valores por unidad, los ángulos se han elegido de acuerdo a la conexión Δ-Y de los transformadores.

Tabla B3.- Datos de las condiciones de operación.

NODO	V	θ	Potencia Real Total		CARGA	
			Qmax	/ Qmin	MWATTS	MVARS
1 ^a	1.0200	6.5745	compensador		33.333	16.667
1 ^b	1.0200	-113.4255			33.333	16.667
1 ^c	1.0200	126.5745			33.333	16.667
2 ^a	1.0000	90.0000			.000	.000
2 ^b	1.0000	-30.0000			.000	.000
2 ^c	1.0000	210.0000			.000	.000
3 ^a	1.0000	.0000			-33.333	-2.067
3 ^b	1.0000	-120.0000			-33.333	-2.067
3 ^c	1.0000	120.0000			-33.333	-2.067

Tabla E3 (Continuación)

4 ^a	1.0000	90.0000	.000	.000	.000
4 ^b	1.0000	-30.0000		.000	.000
4 ^c	1.0000	210.0000	0 / 100	.000	.000
5 ^a	1.0200	.0000	200.000	33.333	16.667
5 ^b	1.0200	-120.0000		33.333	16.667
5 ^c	1.0200	120.0000	0 / 100	33.333	16.667
6 ^a	1.0000	90.0000		.000	.000
6 ^b	1.0000	-30.0000		.000	.000
6 ^c	1.0000	210.0000		.000	.000
7 ^a	1.0400	.0000	63.000	33.333	16.667
7 ^b	1.0400	-120.0000		33.333	16.667
7 ^c	1.0400	120.0000	0 / 120	33.333	16.667
8 ^a	1.0000	90.0000		.000	.000
8 ^b	1.0000	-30.0000		.000	.000
8 ^c	1.0000	210.0000		.000	.000
9 ^a	1.0000	.0000		16.667	8.333
9 ^b	1.0000	-120.0000		16.667	8.333
9 ^c	1.0000	120.0000		16.667	8.333
10 ^a	1.0000	.0000		16.667	8.333
10 ^b	1.0000	-120.0000		16.667	8.333
10 ^c	1.0000	120.0000		16.667	8.333
11 ^a	1.0000	90.0000		8.333	6.667
11 ^b	1.0000	-30.0000		8.333	6.667
11 ^c	1.0000	210.0000		8.333	6.667
12 ^a	1.0000	90.0000		8.333	6.667
12 ^b	1.0000	-30.0000		8.333	6.667
12 ^c	1.0000	210.0000		8.333	6.667
13 ^a	1.0000	.0000		16.667	8.333
13 ^b	1.0000	-120.0000		16.667	8.333
13 ^c	1.0000	120.0000		16.667	8.333
14 ^a	1.0000	.0000		16.667	8.333
14 ^b	1.0000	-120.0000		16.667	8.333
14 ^c	1.0000	120.0000		16.667	8.333

APENDICE C

Datos del sistema de ARRILLAGA ^[1].

C.1 Datos de la red.

Se presentan las matrices de admitancias en componentes de fase (abc) de los elementos que constituyen al SEP, los datos se presentan en valores por unidad con base 33.33 MVA. En el caso de los generadores debido al diseño balanceado es posible presentar las impedancias en valores de secuencia (0+-). En la tabla C1 se presentan las impedancias de generadores.

Tabla C1.- Impedancias de generadores en valores de secuencia (0+-)

NODO	z0	z+	z-
1	$.1500j$	$.0100j$	$.0910j$
4	$.0800j$	$.0100j$	$.0210j$

Con los datos de la tabla C1 aplicando la transformación inversa de componentes simétricas se obtienen las matrices Z_g^{abc} .

Tabla C2.- Datos de las unidades monofásicas con las cuales se forman los transformadores trifásicos.

p - q	$y†$	tap‡
3 - 4	$2.2278-60.8941j$	1.045
2 - 1	$1.3812-26.2431j$	1.022

† admitancia de dispersión

‡ tap del lado de p.

Los transformadores estan formados por unidades monofásicas, los datos de estas unidades se presentan en la tabla C2, con esos valores de acuerdo a la conexión mostrada en la figura C1 se forman las matrices de admitancia nodal de los transformadores (ver capítulo 2).

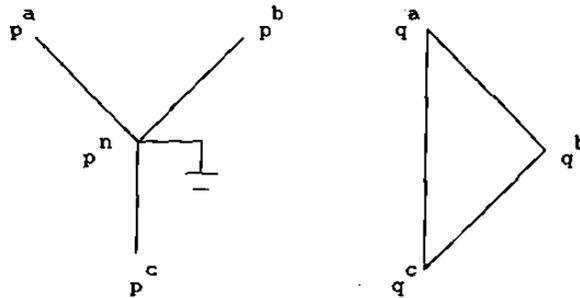


Figura C1. Transformador en conexión Y-Δ.

$$y_{abc}^{t3-4} = \begin{bmatrix}
 2.0401 & -55.7626j & .0000 & .0000j & .0000 & .0000j \\
 .0000 & .0000j & 2.0401 & -55.7626j & .0000 & .0000j \\
 .0000 & .0000j & .0000 & .0000j & 2.0401 & -55.7626j \\
 -1.2309 & 33.6433j & .0000 & .0000j & 1.2309 & -33.6433j \\
 1.2309 & -33.6433j & -1.2309 & 33.6433j & .0000 & .0000j \\
 .0000 & .0000j & 1.2309 & -33.6433j & -1.2309 & 33.6433j \\
 \\
 -1.2309 & 33.6433j & 1.2309 & -33.6433j & .0000 & .0000j \\
 .0000 & .0000j & -1.2309 & 33.6433j & 1.2309 & -33.6433j \\
 1.2309 & -33.6433j & .0000 & .0000j & -1.2309 & 33.6433j \\
 1.4852 & -40.5961j & -.7426 & 20.2980j & -.7426 & 20.2980j \\
 -.7426 & 20.2980j & 1.4852 & -40.5961j & -.7426 & 20.2980j \\
 -.7426 & 20.2980j & -.7426 & 20.2980j & 1.4852 & -40.5961j
 \end{bmatrix}$$

$$Y_{t2-1}^{abc} = \begin{bmatrix} 1.3224 & -25.1254j & .0000 & .0000j & .0000 & .0000j \\ .0000 & .0000j & 1.3224 & -25.1254j & .0000 & .0000j \\ .0000 & .0000j & .0000 & .0000j & 1.3224 & -25.1254j \\ -.7803 & 14.8253j & .0000 & .0000j & .7803 & -14.8253j \\ .7803 & -14.8253j & -.7803 & 14.8253j & .0000 & .0000j \\ .0000 & .0000j & .7803 & -14.8253j & -.7803 & 14.8253j \\ \\ -.7803 & 14.8253j & .7803 & -14.8253j & .0000 & .0000j \\ .0000 & .0000j & -.7803 & 14.8253j & .7803 & -14.8253j \\ .7803 & -14.8253j & .0000 & .0000j & -.7803 & 14.8253j \\ .9208 & -17.4954j & -.4604 & 8.7477j & -.4604 & 8.7477j \\ -.4604 & 8.7477j & .9208 & -17.4954j & -.4604 & 8.7477j \\ -.4604 & 8.7477j & -.4604 & 8.7477j & .9208 & -17.4954j \end{bmatrix}$$

Se presentan las matrices de admitancia de los efectos serie y paralelo de las líneas de transmisión en secuencia (abc), aparecen en su estado natural acoplado y desbalanceado.

$$Y_{16-2}^{abc} = \begin{bmatrix} 4.0201 & -26.3269j & -.3939 & 5.4418j & -2.0724 & 7.3143j \\ -.3939 & 5.4418j & 2.7916 & -23.5701j & -.9519 & 6.5257j \\ -2.0724 & 7.3143j & -.9519 & 6.5257j & 4.4880 & -25.6987j \end{bmatrix}$$

$$Y_{6-2}^c = \begin{bmatrix} .1750j & -.0300j & -.0200j \\ -.0300j & .1760j & -.0300j \\ -.0200j & -.0300j & .1700j \end{bmatrix}$$

$$Y_{16-5,6-5}^{abc} = \begin{bmatrix} 16.5916 & -107.631j & -4.4966 & 34.5147j & -2.5484 & 20.8748j \\ -4.4966 & 34.5147j & 17.2263 & -111.126j & -7.5320 & 34.3866j \\ -2.5484 & 20.8748j & -7.5320 & 34.3866j & 18.7889 & -102.530j \\ -1.7740 & 10.4013j & -1.7430 & 9.3611j & -.9111 & 8.7962j \\ -2.5097 & 9.5747j & -1.8172 & 6.7239j & -1.0108 & 6.3232j \\ -1.0780 & 10.7818j & -.0673 & 7.0431j & -3.0306 & 7.6496j \end{bmatrix}$$

-1.7740	10.4013j	-2.5097	9.5747j	-1.0780	10.7818j
-1.7430	9.3611j	-1.8172	6.7239j	-.0673	7.0431j
-.9111	8.7962j	-1.0108	6.3232j	-3.0306	7.6496j
22.8384	-133.568j	-3.5541	36.9009j	-12.2459	54.2082j
-3.5541	36.9009j	28.8420	-124.018j	-18.2358	49.1629j
-12.2459	54.2082j	-18.2358	49.1629j	37.9109	-156.128j

$$Y_c^{abc}{}_{6-5,6-5} = \begin{bmatrix} .0225j & -.0040j & -.0045j & -.0035j & -.0015j & -.0010j \\ -.0040j & .0200j & -.0055j & -.0015j & -.0025j & -.0010j \\ -.0045j & -.0055j & .0175j & -.0015j & -.0010j & -.0020j \\ -.0035j & -.0015j & -.0015j & .0220j & -.0050j & -.0050j \\ -.0015j & -.0025j & -.0010j & -.0050j & .0200j & -.0055j \\ -.0010j & -.0010j & -.0020j & -.0050j & -.0055j & .0180j \end{bmatrix}$$

$$Y_c^{abc}{}_{17-5,8-5} = \begin{bmatrix} 5.4436 & -41.8288j & .2492 & 8.9600j & .9796 & 3.4236j \\ .2492 & 8.9600j & 4.9820 & -44.8908j & .2076 & 8.3296j \\ .9796 & 3.4236j & .2076 & 8.3296j & 5.5992 & -42.4088j \\ -1.0628 & 4.6668j & -.5656 & 3.3956j & -1.8212 & 3.6648j \\ -1.1172 & 2.5480j & -1.0096 & 5.1952j & -1.1128 & 5.3920j \\ -1.6872 & 4.0248j & -1.0536 & 4.7232j & -.9772 & 5.1856j \end{bmatrix}$$

-1.0628	4.6668j	-1.1172	2.5480j	-1.6872	4.0248j
-.5656	3.3956j	-1.0096	5.1952j	-1.0536	4.7232j
-1.8212	3.6648j	-1.1128	5.3920j	-.9772	5.1856j
5.5368	-43.3824j	.3844	8.1352j	-.1700	7.6768j
.3844	8.1352j	5.0840	-44.3180j	.3588	7.6336j
-.1700	7.6768j	.3588	7.6336j	5.7424	-43.7092j

$$Y_c^{abc}{}_{7-5,8-5} = \begin{bmatrix} .0371j & -.0075j & -.0063j & -.0050j & -.0056j & -.0050j \\ -.0075j & .0374j & -.0075j & -.0037j & -.0044j & -.0040j \\ -.0063j & -.0075j & .0388j & -.0044j & -.0040j & -.0035j \\ -.0050j & -.0037j & -.0044j & .0371j & -.0075j & -.0063j \\ -.0056j & -.0044j & -.0040j & -.0075j & .0374j & -.0075j \\ -.0050j & -.0040j & -.0035j & -.0063j & -.0075j & .0375j \end{bmatrix}$$

$$Y_{19-6, 10-6}^{abc} = \begin{bmatrix} 9.2048 & -59.6608j & -4.1132 & 22.3412j & -1.1972 & 10.5276j \\ -4.1132 & 22.3412j & 14.7940 & -75.8224j & -4.7292 & 24.5600j \\ -1.1972 & 10.5276j & -4.7292 & 24.5600j & 10.5780 & -64.8404j \\ -1.8676 & 11.2584j & -1.2988 & 2.6988j & 2.1360 & -6.3752j \\ -1.2988 & 2.6988j & -1.4856 & 9.3216j & -1.2352 & 2.3636j \\ 2.1360 & -6.3752j & -1.2352 & 2.3636j & -2.3632 & 13.1020j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1.8676 & 11.2584j & -1.2988 & 2.6988j & 2.1360 & -6.3752j \\ -1.2988 & 2.6988j & -1.4856 & 9.3216j & -1.2352 & 2.3636j \\ 2.1360 & -6.3752j & -1.2352 & 2.3636j & -2.3632 & 13.1020j \\ 9.2048 & -59.6608j & -4.1132 & 22.3412j & -1.1972 & 10.5276j \\ -4.1132 & 22.3412j & 14.7940 & -75.8224j & -4.7292 & 24.5600j \\ -1.1972 & 10.5276j & -4.7292 & 24.5600j & 10.5780 & -64.8404j \end{bmatrix}$$

$$Y_{9-6, 10-6}^{abc} = \begin{bmatrix} .0321j & -.0625j & -.0056j & -.0054j & -.0040j & -.0035j \\ -.0063j & .0325j & -.0052j & -.0050j & -.0047j & -.0040j \\ -.0056j & -.0052j & .0314j & -.0040j & -.0035j & -.0031j \\ -.0054j & -.0050j & -.0040j & .0321j & -.0063j & -.0056j \\ -.0040j & -.0047j & -.0035j & -.0063j & .0325j & -.0051j \\ -.0035j & -.0040j & -.0031j & -.0056j & -.0051j & .0314j \end{bmatrix}$$

$$Y_{13-7, 3-8, 3-9, 3-10}^{abc} =$$

$$\begin{bmatrix} 1.8609-14.0831j & .1276 & 2.8862j & .3719 & 1.0276j & -.3512 & 1.5153j \\ .1276 & 2.8862j & 1.7246-15.1372j & .1133 & 2.6586j & -.1848 & 1.1006j \\ .3719 & 1.0276j & .1133 & 2.6586j & 1.9092-14.2432j & -.6007 & 1.1808j \\ -.3512 & 1.5153j & -.1848 & 1.1006j & -.6007 & 1.1808j & 1.8541-14.5078j \\ -.3740 & .8298j & -.3411 & 1.7174j & -.3740 & 1.7929j & .1271 & 2.7214j \\ -.5613 & 1.3178j & -.3424 & 1.5369j & -.3231 & 1.6997j & -.0589 & 2.5642j \\ -.1348 & .8162j & -.0600 & -.0427j & -.1971 & .5821j & -.1405 & .7496j \\ .0648 & -.0588j & .0528 & .3992j & .0632 & -.0620j & .0048 & -.1911j \\ -.1808 & .3608j & -.3801 & 1.2465j & -.1469 & .6990j & .0061 & .1097j \\ -.0715 & .1355j & -.2148 & .7692j & -.1092 & .4411j & -.0181 & .3833j \\ -.1615 & .5885j & .0239 & -.1901j & -.0493 & .0787j & .0829 & -.2179j \\ -.0828 & .3989j & -.0225 & -.0173j & -.1256 & .2544j & .0532 & -.2681j \end{bmatrix}$$

- .3740	.8298j	- .5613	1.3178j	- .1348	.8162j	.0648	- .0588j
- .3411	1.7174j	- .3424	1.5369j	- .0600	- .0427j	.0528	.3992j
- .3740	1.7929j	- .3231	1.6997j	- .1971	.5821j	.0632	- .0620j
.1271	2.7214j	- .0589	2.5642j	- .1405	.7496j	.0048	- .1911j
1.7122-14.8343j		.1172	2.5570j	.0711	- .2520j	- .2963	1.0984j
.1172	2.5570j	1.9218-14.6123j		- .0213	.1571j	.0125	- .2236j
.0711	- .2520j	- .0213	.1571j	3.0605-19.4794j		-1.8198	8.5578j
- .2963	1.0984j	.0125	- .2236j	-1.8198	8.5578j	5.3817-26.3783j	
.1215	- .4352j	- .1116	.6344j	.6439	.2864j	-2.0246	9.2455j
.0989	- .3191j	.0776	- .3751j	- .4596	3.3676j	- .4164	.7570j
- .0612	.4860j	.0964	- .2352j	- .5072	.9681j	- .4064	2.9682j
.0751	- .1963j	- .0432	.4763j	.5228	-1.5478j	- .3919	.6607j

- .1808	.3608j	- .0715	.1355j	- .1615	.5885j	- .0828	.3989j
- .3801	1.2465j	- .2148	.7692j	.0239	- .1901j	- .0225	- .0173j
- .1469	.6990j	- .1092	.4411j	- .0493	.0787j	- .1256	.2544j
.0061	.1097j	- .0181	.3833j	.0829	- .2179j	.0532	- .2681j
.1215	- .4352j	.0989	- .3191j	- .0612	.4860j	.0751	- .1963j
- .1116	.6344j	.0776	- .3751j	.0964	- .2352j	- .0432	.4763j
.6439	.2864j	- .4596	3.3676j	- .5072	.9681j	.5228	-1.5478j
-2.0246	9.2455j	- .4164	.7570j	- .4064	2.9682j	- .3919	.6607j
3.5710-21.2872j		.5733	-1.6704j	- .5028	.9061j	- .6095	3.9584j
.5733	-1.6704j	3.0506-19.8859j		-1.3645	7.4349j	- .3368	3.3660j
- .5028	.9061j	-1.3645	7.4349j	4.9597-25.3272j		-1.5629	8.1563j
- .6095	3.9584j	- .3368	3.3660j	-1.5629	8.1563j	3.4806-21.5469j	

$$Y_c^{abc} =$$

.1113j	-.0225j	-.0188j	-.0150j	-.0169j	-.0150j
-.0225j	.1121j	-.0225j	-.0112j	-.0131j	-.0120j
-.0188j	-.0225j	.1163j	-.0131j	-.0120j	-.0105j
-.0150j	-.0112j	-.0131j	.1113j	-.0225j	-.0188j
-.0169j	-.0131j	-.0120j	-.0225j	.1121j	-.0225j
-.0150j	-.0120j	-.0105j	-.0188j	-.0225j	.1125j
-.0075j	-.0083j	-.0067j	-.0067j	-.0045j	-.0034j
-.0082j	-.0067j	-.0056j	-.0045j	-.0045j	-.0037j
-.0067j	-.0056j	-.0067j	-.0034j	-.0037j	-.0053j
-.0056j	-.0034j	-.0034j	-.0037j	-.0034j	-.0030j
-.0034j	-.0030j	-.0034j	-.0034j	-.0030j	-.0026j
-.0034j	-.0030j	-.0030j	-.0030j	-.0026j	-.0022j

-.0075j	-.0082j	-.0067j	-.0563j	-.0034j	-.0034j
-.0825j	-.0067j	-.0056j	-.0034j	-.0030j	-.0030j
-.0067j	-.0563j	-.0067j	-.0034j	-.0034j	-.0030j
-.0067j	-.0045j	-.0034j	-.0037j	-.0034j	-.0030j
-.0045j	-.0045j	-.0037j	-.0034j	-.0030j	-.0026j
-.0034j	-.0037j	-.0053j	-.0030j	-.0026j	-.0022j
.0963j	-.1875j	-.0169j	-.0161j	-.0120j	-.0105j
-.0188j	.0975j	-.0158j	-.0150j	-.0142j	-.0120j
-.0169j	-.0158j	.0941j	-.0120j	-.0105j	-.0094j
-.0161j	-.0150j	-.0120j	.0963j	-.0188j	-.0169j
-.0120j	-.0142j	-.0105j	-.0188j	.0975j	-.0154j
-.0105j	-.0120j	-.0094j	-.0169j	-.0154j	.0941j

B.2 Datos de las condiciones de operación del SEP.

En la tabla C3 se presentan los datos de las condiciones de operación del SEP, de los estimados iniciales de los voltajes nodales y de las restricciones impuestas al sistema como son los límites de potencia reactiva en las unidades generadoras. Se considera en los estimados iniciales de los

voltajes en los nodos 2, 3 y 5 a 10 el cambio de fase ocasionado por la conexión Y-Δ de los transformadores.

Tabla C3 Datos de las condiciones de operación.

NODO	V	θ	Potencia Real Total		CARGA	
			Qmax	/ Qmin	MWATTS	MVARS
1 ^a	1.0641	-1.4133	Compensador		.000	.000
1 ^b	1.0641	-121.4133			.000	.000
1 ^c	1.0641	118.5867			.000	.000
2 ^a	1.0000	30.0000			48.000	20.000
2 ^b	1.0000	-90.0000			47.000	12.000
2 ^c	1.0000	150.0000			51.300	28.300
3 ^a	1.0000	30.0000			.000	.000
3 ^b	1.0000	-90.0000			.000	.000
3 ^c	1.0000	150.0000			.000	.000
4 ^a	1.0506	.0000	500		.000	.000
4 ^b	1.0506	-120.0000			.000	.000
4 ^c	1.0506	120.0000	0	/ 200	.000	.000
5 ^a	1.0000	30.0000			150.000	80.000
5 ^b	1.0000	-90.0000			157.000	78.000
5 ^c	1.0000	150.0000			173.000	72.000
6 ^a	1.0000	30.0000			50.000	15.000
6 ^b	1.0000	-90.0000			45.000	14.000
6 ^c	1.0000	150.0000			48.300	16.600
7 ^a	1.0000	30.0000			.000	.000
7 ^b	1.0000	-90.0000			.000	.000
7 ^c	1.0000	150.0000			.000	.000
8 ^a	1.0000	30.0000			.000	.000
8 ^b	1.0000	-90.0000			.000	.000
8 ^c	1.0000	150.0000			.000	.000
9 ^a	1.0000	30.0000			.000	.000
9 ^b	1.0000	-90.0000			.000	.000
9 ^c	1.0000	150.0000			.000	.000
10 ^a	1.0000	30.0000			.000	.000
10 ^b	1.0000	-90.0000			.000	.000
10 ^c	1.0000	150.0000			.000	.000

