

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES



MODELOS GENERALIZADOS DE UNIDADES DE TRANSFORMACION  
PARA EL ANALISIS DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA  
ELECTRICA, ESPECIALIDAD POTENCIA

PRESENTA

LUIS DAVID ARECHIGA RODRIGUEZ

MONTERREY, N. L.

DICIEMBRE DE 1989

TM

Z5853

.M2

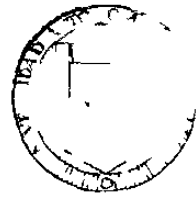
FIME

1989

A7



1020074645

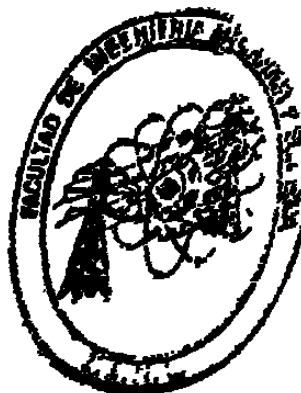


DR C  
T

G N  
C

ADU

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**  
**DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES**



**MODELOS GENERALIZADOS DE UNIDADES DE TRANSFORMACION**  
**PARA EL ANALISIS DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA**  
**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE**  
**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA**  
**ELECTRICA, ESPECIALIDAD POTENCIA,**

**P R E S E N T A**

**LUIS DAVID ARECHIGA RODRIGUEZ**

**MONTERREY N. L.**

**DICIEMBRE DE 1969**

TM  
x



FONDO TESIS

6307

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES

MODELOS GENERALIZADOS DE UNIDADES DE TRANSFORMACION  
PARA EL ANALISIS DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA  
ELECTRICA, ESPECIALIDAD POTENCIA

PRESENTA

LUIS DAVID ARECHIGA RODRIGUEZ



MONTERREY, N.L.

DICIEMBRE DE 1989

A mis padres.

Martín Aréchiga Dimas  
Guadalupe Rodríguez de Aréchiga

Con profunda admiración y respeto  
por todo el cariño y comprensión con  
que supieron animarme.



A mis hermanos

Martín Francisco

Gonzalo Edmundo

Martha Guadalupe

Rosario de Jesús

Taide de los Angeles

Dora Eugenia

Con cariño y gratitud.

A mi novia Bertha Maria

Por todo el apoyo que me brinda  
con su confianza y palabras de  
aliento.

## AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar un sincero agradecimiento al Dr. Florencio Aboytes García por su interés en la realización de este trabajo.

A los maestros del Programa Doctoral en Ingeniería Eléctrica, en especial al Dr. José Manuel Cañedo C. y Dr. Oscar L. Chacón M.

A todos mis compañeros del Programa Doctoral por el apoyo y amistad que me han brindado.

Al personal del Area de Control Noreste de la C.F.E., especialmente al M. en C. Humberto Salinas y al Ing. Gregorio Villarreal.

## INDICE

	Pag.
RESUMEN .....	1
1.0 INTRODUCCION .....	2
2.0 SISTEMA POR UNIDAD .....	4
2.1 SISTEMAS MONOFASICOS .....	4
2.2 SISTEMAS TRIFASICOS BALANCEADOS .....	5
2.3 CAMBIO DE BASE EN SISTEMA POR UNIDAD .....	6
3.0 TRANSFORMADOR MONOFASICO .....	8
3.1 CIRCUITO DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO DE DOS DEVANADOS.....	8
3.1.1 REFLEXION DE IMPEDANCIAS A TRAVES DE UN TRANSFORMADOR .....	10
3.1.2 CIRCUITO EQUIVALENTE DE TRANSFORMADORES MONOFASICOS DE DOS DEVANADOS .....	13
3.2 CIRCUITO DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO DE TRES DEVANADOS .....	16
3.2.1 CIRCUITO EQUIVALENTE DE TRANSFORMADORES MONOFASICOS DE TRES DEVANADOS .....	17
4.0 MODELADO DE TRANSFORMADORES EN ARREGLOS TRIFASICOS .....	22
4.1 MODELADO DE BANCOS TRIFASICOS DE UNIDADES DE DOS DEVANADOS ....	22
4.1.1 CONEXION DELTA - ESTRELLA ATERRIZADA A TRAVES DE UNA ADMITANCIA .....	23
• (DEFASAMIENTO DE 90°) .....	23
• (DEFASAMIENTO DE 30°) .....	30
• (DEFASAMIENTO DE 150°) .....	31
4.1.2 CONEXION DELTA - ESTRELLA SIN ATERRIZAR .....	32
4.1.3 CONEXION DELTA - ESTRELLA SOLIDAMENTE ATERRIZADA .....	33
4.1.4 CONEXION ESTRELLA - ESTRELLA ATERRIZADAS POR MEDIO DE ADMITANCIAS .....	34
4.1.5 CONEXION ESTRELLA - ESTRELLA ATERRIZADA A TRAVES DE UNA ADMITANCIA .....	39
4.1.6 CONEXION ESTRELLA - ESTRELLA SOLIDAMENTE ATERRIZADAS ....	45

4.1.7 CONEXION DELTA - DELTA .....	48
•(DEFASAMIENTO DE 0°) .....	48
•(DEFASAMIENTO DE 120°) .....	50
4.2 MODELADO DE BANCOS TRIFASICOS DE UNIDADES DE TRES DEVANADOS ...	54
4.2.1 CONEXION ESTRELLA ATERRIZADA - ESTRELLA SIN ATERRIZAR - DELTA .....	55
4.2.2 CONEXION ESTRELLA ATERRIZADA - ESTRELLA ATERRIZADA - DELTA .....	65
4.2.3 CONEXION ESTRELLA - ESTRELLA ATERRIZADA - DELTA .....	71
4.3 MODELADO DE UNIDADES TRIFASICAS DE DOS DEVANADOS .....	77
4.3.1 CONEXION DELTA - ESTRELLA ATERRIZADA SOLIDAMENTE .....	78
4.3.2 CONEXION ESTRELLA - ESTRELLA SOLIDAMENTE ATERRIZADAS ....	84
4.4 TRANSFORMADOR DEFASADOR .....	86
4.4.1 MODELADO DEL TRANSFORMADOR DEFASADOR .....	88
5.0 AUTOTRANSFORMADOR MONOFASICO .....	93
5.1 CIRCUITO EQUIVALENTE GENERALIZADO DE AUTOTRANSFORMADORES MONOFASICOS DE DOS DEVANADOS .....	93
5.2 CIRCUITO EQUIVALENTE GENERALIZADO DE AUTOTRANSFORMADORES MONOFASICOS DE TRES DEVANADOS .....	99
6.0 MODELADO DE AUTOTRANSFORMADORES EN ARREGLOS TRIFASICOS .....	106
6.1 MODELADO DE ARREGLOS TRIFASICOS DE AUTOTRANSFORMADORES MONOFASICOS DE DOS DEVANADOS .....	106
6.1.1 CONEXION ESTRELLA - ESTRELLA CON NEUTRO ATERRIZADO A TRAVES DE UNA ADMITANCIA .....	107
6.2 MODELADO DE ARREGLOS TRIFASICOS DE AUTOTRANSFORMADORES MONOFASICOS DE TRES DEVANADOS .....	113
6.2.1 CONEXION ESTRELLA - ESTRELLA - DELTA CON NEUTRO ATERRIZADO A TRAVES DE UNA ADMITANCIA .....	114
7.0 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	125
REFERENCIAS .....	128

<b>APENDICE A</b>	<b>PRUEBAS PARA OBTENCION DE PARAMETROS</b>	<b>130</b>
	A1.0 TRANSFORMADOR MONOFASICO DE DOS DEVANADOS	130
	A2.0 TRANSFORMADOR MONOFASICO DE TRES DEVANADOS	131
	A3.0 AUTOTRANSFORMADOR MONOFASICO DE DOS DEVANADOS	134
	A4.0 AUTOTRANSFORMADOR MONOFASICO DE TRES DEVANADOS	134
	A5.0 TRANSFORMADOR TRIFASICO DE DOS DEVANADOS	134
<b>APENDICE B</b>	<b>PARAMETROS TIPICOS DE TRANSFORMADORES Y</b>	
	<b>AUTOTRANSFORMADORES DEL AREA NORESTE DE LA C.F.E.</b>	<b>136</b>

## RESUMEN

En este estudio se presentan las bases necesarias para la modelación generalizada de transformadores y autotransformadores de dos y tres devanados utilizando una formulación matricial.

Se desarrollan los modelos para la simulación de conexiones trifásicas obteniendo representaciones matriciales generalizadas. Las redes de secuencia de dichas conexiones se determinan mediante transformaciones y conceptos de circuitos equivalentes, indicando los defasamientos generados por la conexión trifásica.

En el caso de autotransformadores, la modelación parte de una conexión especial de los devanados. Se realizan las modificaciones necesarias en el modelo matemático de la unidad y se encuentra finalmente un modelo equivalente.

Se presenta la modelación de un transformador trifásico de dos devanados por medio de formulaciones matriciales, desarrollando modelos para simular diferentes conexiones. Se resaltan las diferencias con respecto a bancos de unidades monofásicas.

El transformador defasador se modela como una conexión trifásica especial, se toma como base la interconexión de tres unidades monofásicas de dos devanados. El defasamiento se obtiene de componentes de voltaje en cuadratura resultado de la combinación de fases.

El reporte se complementa con la descripción de las pruebas necesarias para obtener los parámetros de los modelos desarrollados. Adicionalmente se incluyen valores típicos de unidades reales instaladas en el sistema del Area Noreste de Comisión Federal de Electricidad.

## 1.0 INTRODUCCION.

Dada la rápida expansión del Sistema Eléctrico Nacional y la utilización de redes de alta tensión para la transmisión de grandes volúmenes de energía, el tema relacionado con la representación de los transformadores de potencia reviste una importancia cada vez mayor.

En los textos de análisis de sistemas de potencia es común encontrar la representación en redes de secuencia de diferentes conexiones de transformadores. Sin embargo, muchas veces se desconoce su derivación y cuando se presenta una conexión especial o diferente no se tienen bases para realizar su modelado.

En este trabajo se presenta en forma detallada el procedimiento a seguir para derivar las representaciones por fase y en redes de secuencia de conexiones trifásicas de transformadores de dos y tres devanados. También se considera la conexión como autotransformador de unidades de dos y tres devanados y la representación del transformador defasador a partir de unidades de dos devanados.

En las derivaciones se emplea una formulación nodal donde se relacionan las inyecciones de corriente con los voltajes nodales complejos. Las formulaciones nodales son ampliamente utilizadas en el análisis de sistemas eléctricos de potencia (SEP) de ahí la importancia de utilizar esta representación en la modelación de transformadores. Una ventaja del enfoque nodal es que permite obtener circuitos equivalentes a partir de la matriz de admitancias resultante.

El procedimiento utilizado en la modelación permite obtener modelos monofásicos generalizados, los cuales resultan muy versátiles para la formación de arreglos trifásicos, siendo también de utilidad en el caso de tener conexiones especiales tanto monofásicas como trifásicas. En estos casos es importante el defasamiento resultante de



las diferentes conexiones, tales como Delta - Estrella y los defasamientos producidos por la asignación arbitraria de las fases en conexiones Estrella - Estrella y Delta Delta.

La ventaja de una modelación detallada es que permite realizar estudios de Flujos de potencia y Fallas tanto en sistemas balanceados como desbalanceados. En el primero, la modelación se simplifica mediante la aplicación de la transformación de componentes simétricas. En el caso desbalanceado se manejan las ecuaciones en su forma matricial utilizando componentes de fase.

En el desarrollo de modelos, especialmente en casos de conexiones especiales, es importante el manejo adecuado y la aplicación sistemática del sistema por unidad, de manera de obtener la correcta representación de las diferentes conexiones. Este tema por su importancia es tratado en la primera parte del trabajo.

La metodología utilizada parte del desarrollo de modelos en representaciones generales, lo que facilita el cambio de diferentes parámetros, en los casos más comunes se obtienen modelos particulares simplificados.

El contenido de este reporte es de gran utilidad para ingenieros analistas en la fase de modelación y en la evaluación de resultados en estudios a nivel de sistema. También, los desarrollos presentados son una aportación para la enseñanza de los sistemas de potencia, el enfoque matricial utilizado permite la representación más completa y general de todos los elementos de un sistema.

## 2.0 SISTEMA POR UNIDAD.

Es frecuente que la tensión, la corriente, la potencia y la impedancia de un circuito se expresen en por ciento o por unidad de un valor base que se elige para cada variable. El valor por unidad (P.U) se define como el cociente de su valor al valor base.

$$\text{Valor por unidad} = \frac{\text{Valor real}}{\text{Valor base}} \quad (2.1)$$

El valor base siempre tiene las mismas unidades que el valor real, con lo cual el valor en (P.U) es adimensional. Los cálculos que utilizan valores en por unidad o por ciento resultan más sencillos que cuando se usan los valores reales en Volts, Ohms, KVA, etc. El sistema por unidad tiene la ventaja que el producto de dos magnitudes expresadas en por unidad, está a su vez expresado en por unidad, en tanto que el producto de dos magnitudes en por ciento tendrá que dividirse entre cien para obtener el resultado en por ciento.

Las tensiones, corrientes, potencias, e impedancias están relacionadas entre si de tal forma que seleccionando dos cantidades base se pueden encontrar las otras dos. En la práctica, es común seleccionar el voltaje base y la potencia base como cantidades de partida.

### 2.1 SISTEMAS MONOFASICOS.

En este punto se definen los términos de corriente base ( $I_B$ ) e impedancia base ( $Z_B$ ) en función del voltaje base ( $V_B$ ) y la potencia base ( $P_B$ ).

$$V = Z I \quad (2.2)$$

$$S = V I^* \quad (2.3)$$

$$|S| = |V| |I| \quad (2.4)$$

Despejando la corriente de (2.4) :

$$I_B = \frac{S_B}{V_B} \quad (2.5)$$

Despejando la impedancia de (2.2) se obtiene:

$$Z_B = \frac{V_B}{I_B} \quad (2.6)$$

y sustituyendo (2.5) en (2.6) resulta:

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} \quad (2.7)$$

## 2.2 SISTEMAS TRIFASICOS BALANCEADOS.

En los sistemas trifásicos también se partirá de que se selecciona previamente un voltaje base ( $V_B$ ) y una potencia base ( $S_B$ ) y se quiere encontrar la corriente base ( $I_B$ ) y la impedancia base ( $Z_B$ ). En este caso se utilizarán las ecuaciones encontradas para sistemas monofásicos, haciendo las variaciones necesarias para sistemas trifásicos.

- $S_\phi$  ———> Potencia Monofásica
- $S_{3\phi}$  ———> Potencia Trifásica
- $V_{LN}$  ———> Voltaje de Línea a Neutro
- $V_{LL}$  ———> Voltaje de Línea a Línea

En un sistema trifásico balanceado se tiene:

$$V_{LN} = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}} \quad (2.8)$$

$$S_\phi = \frac{S_{3\phi}}{3} \quad (2.9)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.8) y (2.9) en la ecuación (2.5) se encuentra la ecuación para la corriente base (2.10).

$$I_B = \frac{S\phi}{V_{LN}} = \frac{S3\phi}{\sqrt{3} V_{LL}}$$

$$I_B = \frac{S3\phi}{\sqrt{3} V_{LL}} \quad (2.10)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.8) y (2.10) en la ecuación (2.6) se obtiene la ecuación para la impedancia base (2.11).

$$Z_B = \frac{V_{LN}}{I_B} = \frac{V_{LL}^2}{S3\phi}$$

$$Z_B = \frac{V_{LL}^2}{S3\phi} \quad (2.11)$$

### 2.3 CAMBIO DE BASE EN SISTEMA POR UNIDAD.

Este es el caso de tener cantidades en P.U. en una base (1) y se quiere pasar a P.U. en una base (2).

Para impedancias:

$$\left. \begin{aligned} Z &= Z_{(P.U)}^{(1)} Z_B^{(1)} \\ Z &= Z_{(P.U)}^{(2)} Z_B^{(2)} \end{aligned} \right\} Z_{(P.U)}^{(2)} = Z_{(P.U)}^{(1)} \frac{Z_B^{(1)}}{Z_B^{(2)}} \quad (2.12)$$

Sustituyendo la ecuación (2.7) en la ecuación (2.12) se obtiene el cambio de base para impedancias en función de los voltajes y potencias base.

$$Z_{(P.U)}^{(2)} = Z_{(P.U)}^{(1)} \left( \frac{V_B^{(1)}}{V_B^{(2)}} \right)^2 \frac{S_B^{(2)}}{S_B^{(1)}} \quad (2.13)$$

Para corrientes:

$$\left. \begin{aligned} I &= I_{(P.U)}^{(1)} I_B^{(1)} \\ I &= I_{(P.U)}^{(2)} I_B^{(2)} \end{aligned} \right\} I_{(P.U)}^{(2)} = I_{(P.U)}^{(1)} \frac{I_B^{(1)}}{I_B^{(2)}} \quad (2.14)$$

Sustituyendo la ecuación (2.5) en la ecuación (2.14) se obtiene el cambio de base para corrientes en función de los voltajes y potencias base.

$$I_{(P.U)}^{(2)} = I_{(P.U)}^{(1)} \frac{S_B^{(1)}}{S_B^{(2)}} \frac{V_B^{(2)}}{V_B^{(1)}} \quad (2.15)$$

Para voltajes:

$$\left. \begin{aligned} V &= V_{(P.U)}^{(1)} V_B^{(1)} \\ V &= V_{(P.U)}^{(2)} V_B^{(2)} \end{aligned} \right\} V_{(P.U)}^{(2)} = V_{(P.U)}^{(1)} \frac{V_B^{(1)}}{V_B^{(2)}} \quad (2.16)$$

Para potencias:

$$\left. \begin{aligned} S &= S_{(P.U)}^{(1)} S_B^{(1)} \\ S &= S_{(P.U)}^{(2)} S_B^{(2)} \end{aligned} \right\} S_{(P.U)}^{(2)} = S_{(P.U)}^{(1)} \frac{S_B^{(1)}}{S_B^{(2)}} \quad (2.17)$$

### 3.0 TRANSFORMADOR MONOFASICO.

#### 3.1 CIRCUITO DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO DE DOS DEVANADOS.

En un transformador es común tener su relación de transformación en unidades reales, por lo que es conveniente tener su representación en por unidad. En esta sección se determinan las relaciones de transformación en por unidad para voltajes y corrientes en un caso donde los voltajes y potencias base son diferentes en ambos lados del transformador, de esta forma se obtiene una representación generalizada de la unidad.

La Fig. 3.1, muestra el circuito del transformador despreciando la rama de excitación.

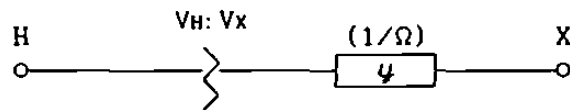


Fig. 3.1 Transformador con magnitudes y parámetro en unidades reales.

Dividiendo todos los parámetros por su respectiva base se tiene el circuito de la Fig. 3.1.

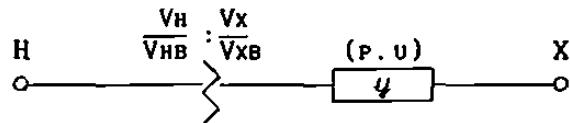


Fig. 3.2 Transformador con magnitudes y parámetro en por unidad.

Manipulando la relación de voltajes en por unidad (3.1) se encuentra la relación de transformación en P.U. para voltajes (3.2).

$$\frac{\frac{V_H}{V_{HB}}}{\frac{V_X}{V_{XB}}} : 1 \quad (3.1)$$

de aquí se define la relación de transformación para voltajes  $K_v$ .

$$K_H = \frac{\frac{V_H}{V_{HB}}}{\frac{V_X}{V_{XB}}} = \frac{V_H (P.U.)}{V_X (P.U.)} \quad (3.2)$$

Para encontrar la relacion de transformacion en por unidad para corrientes se supone un transformador ideal, donde se cumple lo siguiente

$$S_H = S_X \quad \therefore \quad V_H I_H^* = V_X I_X^* \quad (3.3)$$

Despejando los voltajes en (3.3)

$$\frac{V_H}{V_X} = \left( \frac{I_X}{I_H} \right)^* \quad (3.4)$$

Si la relación  $\left( \frac{I_X}{I_H} \right)^*$  en la Ec. (3.4) es un numero real, entonces:

$$\left( \frac{I_X}{I_H} \right)^* = \frac{I_X}{I_H} \quad (3.5)$$

De esta forma, sustituyendo (3.5) en (3.4), y manipulando términos:

$$\frac{V_H I_H}{S_{HB}} = \frac{V_X I_X}{S_{XB} \frac{S_{HB}}{S_{XB}}} \quad (3.6)$$

$$\frac{V_H I_H}{V_{HB} I_{HB}} = \frac{V_X I_X}{V_{XB} I_{XB} \frac{S_{HB}}{S_{XB}}} \quad (3.7)$$

Haciendo  $\frac{S_{HB}}{S_{XB}} = \beta$ , y sustituyendo en la Ec. (3.7) resulta:

$$\frac{V_H (P.U.)}{V_X (P.U.)} = \frac{I_X (P.U.)}{I_H (P.U.) \beta} \quad (3.8)$$

Sustituyendo (3.2) en (3.8) queda la relacion de transformacion en P.U. para corrientes.

$$\begin{aligned} I_X (\text{P.U.}) \\ I_H (\text{P.U.}) = K_H \beta \end{aligned} \quad (3.9)$$

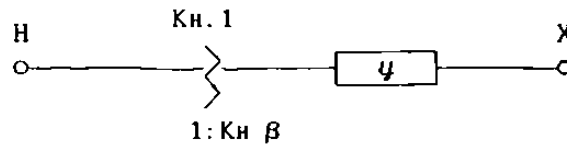


Fig. 3.3 Transformador con relación de transformación en por unidad para voltajes y corrientes.

Un caso especial se tiene al escoger las potencias base de ambos lados del transformador iguales ( $S_{HB} = S_{XB} \therefore \beta = 1$ ), y adicionalmente los voltajes base iguales a los nominales del transformador ( $V_{HB} = V_H$ ,  $V_{XB} = V_X \therefore V_H(\text{P.U.}) = V_X(\text{P.U.}) = 1$ ), de tal manera que la Ec. (3.8) resulta:

$$\frac{V_H(\text{P.U.})}{V_X(\text{P.U.})} = \frac{I_X(\text{P.U.})}{I_H(\text{P.U.}) \beta} = K_H = 1 \quad (3.10)$$

En este caso se puede decir que el transformador desaparece, pues tanto  $K_H$  como  $\beta$  son iguales a la unidad. Esta es una ventaja del sistema por unidad al escoger las bases apropiadas.

### 3.1.1 Reflexión de impedancias a través de un transformador.

Cuando se estudian los sistemas de potencia, en ocasiones se tiene necesidad de reflejar o pasar impedancias a través de un transformador.

En forma general se tiene el circuito de la Fig. 3.4, el cual tiene todos sus parámetros en por unidad.

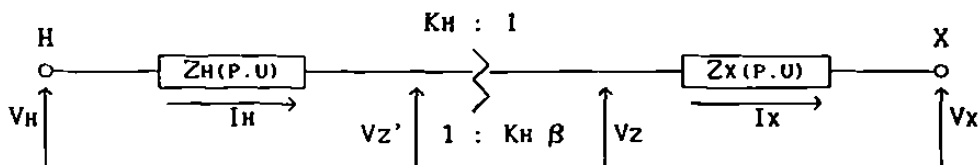


Fig. 3.4 Transformador con magnitudes y parámetros en por unidad.



Analizando el circuito de la Fig 3.4 se tiene

$$I_x = K_H \beta I_H \quad (3.11)$$

$$V_z' = K_H V_z \quad (3.12)$$

$$V_z = I_x Z_x + V_x \quad (3.13)$$

$$V_H = I_H Z_H + V_z' \quad (3.14)$$

Sustituyendo las Ec. (3.11) y (3.12) en (3.13)

$$V_z' = K_H^2 \beta I_H Z_x + K_H V_x \quad (3.15)$$

Sustituyendo la (3.15) en (3.14) resulta:

$$V_H = (Z_H + K_H^2 \beta Z_x) I_H + K_H V_x \quad (3.16)$$

Pasando la Ec. (3.16) a un circuito equivalente resulta el circuito de la Fig. 3.5, donde se ilustra la forma de pasar una impedancia en P.U. del lado de baja al lado de alta en un transformador.

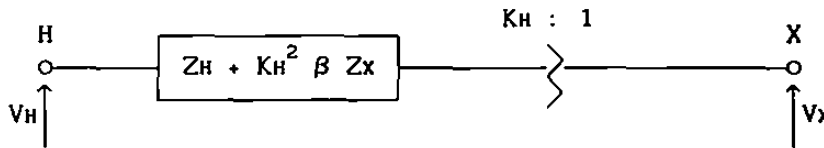


Fig. 3.5 Transformador con impedancias reflejadas al lado de alta.

Analizando por otro lado el circuito de la Fig. 3.4 se tiene:

$$I_H = \frac{I_x}{K_H \beta} \quad (3.17)$$

$$V_z' = K_H V_z \quad (3.18)$$

$$V_H = I_H Z_H + V_z' \quad (3.19)$$

$$V_z = I_x Z_x + V_x \quad (3.20)$$

Sustituyendo las Ec. (3.17) y (3.18) en (3.19) se obtiene:

$$\frac{V_H}{K_H} = \frac{1}{K_H^2 \beta} I_x Z_H + V_z \quad (3.21)$$

Adicionalmente, sustituyendo (3.20) en (3.21) resulta

$$\frac{V_H}{K_H} = \left( \frac{1}{K_H^2 \beta} Z_H + Z_X \right) I_X + V_X \quad (3.22)$$

Pasando la Ec. (3.22) a un circuito equivalente resulta la Fig. 3.6, donde se muestra la transferencia de una impedancia en P.U. del lado de alta al lado de baja en un transformador.

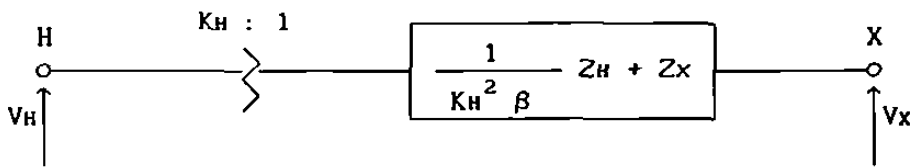


Fig. 3.6 Transformador con impedancias reflejadas al lado de baja.

Si se quiere trabajar en forma natural (no en P.U.), se utiliza el circuito de la Fig. 3.7, donde la Ec. (3.23) es la relación de transformación

$$a = \frac{V_H}{V_X} = \frac{I_X}{I_H} \quad (3.23)$$

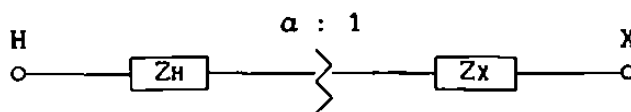


Fig. 3.7 Transformador con magnitudes y parámetros en unidades reales.

Siguiendo con el procedimiento utilizado cuando se trabajó en P.U. se tendrán los siguientes circuitos que indican la reflexión de impedancias en magnitudes reales.

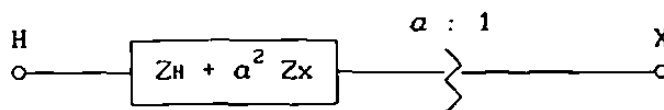


Fig. 3.8 Transformador con impedancias reflejadas al lado de alta.

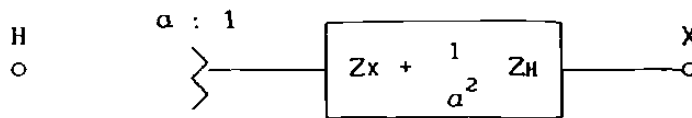


Fig. 3.9 Transformador con impedancias reflejadas al lado de baja.

### 3.1.2 Circuito equivalente de transformadores monofásicos de dos devanados.

El caso más general de un transformador monofásico es el que contempla la posibilidad de tener cambio de tap en ambos lados (devanados) del transformador (Fig. 3.10).

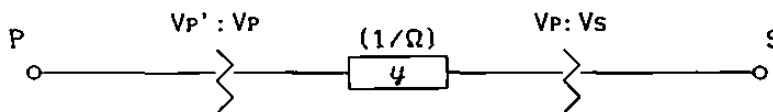


Fig. 3.10 Representación generalizada de un transformador monofásico.

Siguiendo el procedimiento indicado en el punto 3.1 se pasará el transformador de la Fig. 3.10 a un circuito con relaciones de transformación en por unidad (Fig. 3.11).

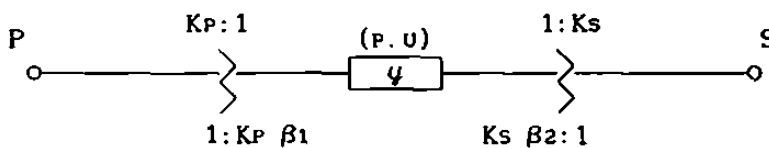


Fig. 3.11 Transformador monofásico con relación de transformación en por unidad.

Donde:

$$K_P = \frac{V_{P'} (P.U)}{V_P (P.U)} \quad ; \quad \beta_1 = \frac{S_{P'B}}{S_{PB}}$$

$$K_S = \frac{V_S (P.U)}{V_P (P.U)} \quad ; \quad \beta_2 = \frac{S_{SB}}{S_{PB}}$$

Es conveniente hacer notar las diferentes aplicaciones de los términos K ( $K_P$ ,  $K_S$ ), ya que no solo indican posición de tap, sino que también permiten afectar el modelo cuando existe diferencia entre las bases de voltaje del sistema y del transformador.

En cuanto a la aplicación de los términos  $\beta$  ( $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ), sirven para afectar el modelo cuando existe diferencia entre las potencias base en los puntos de conexión (transformador - sistema).

Siguiendo con la modelación, se busca un circuito equivalente del transformador de la Fig. 3.11. Para esto se utiliza la técnica de superposición, que consiste en alimentar un voltaje en una terminal, aterrizar las restantes y encontrar las corrientes (entrando) por todas las terminales. Repitiendo el proceso en todas las terminales se puede formar la matriz de admitancias, a partir de la cual se forma el circuito equivalente.

Aplicando un voltaje  $V$  en el nodo  $a$  del circuito de la Fig. 3.11

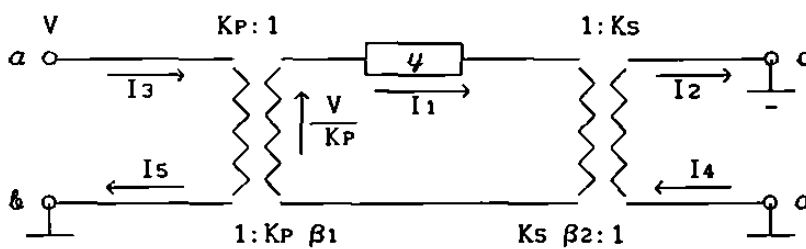


Fig. 3.12 Circuito generalizado de un transformador monofásico de dos devanados.

Para calcular las corrientes se resuelve el circuito de la Fig. 3.12

$$I_1 = \frac{\psi}{K_P} V \quad I_4 = I_2 = \frac{I_1}{K_S \beta_2} = \frac{\psi}{K_P K_S \beta_2} V = -I_c = I_d$$

$$I_5 = I_3 = \frac{I_1}{K_P \beta_1} = \frac{\psi}{K_P^2 \beta_1} V = I_a = -I_b$$

Representando lo anterior en forma matricial

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\psi}{K_P^2 \beta_1} \\ \frac{-\psi}{K_P^2 \beta_1} \\ \frac{-\psi}{K_P K_S \beta_2} \\ \frac{\psi}{K_P K_S \beta_2} \end{bmatrix} V$$

donde el vector de admitancias resultante es la primer columna (columna a) de la matriz de admitancias del circuito equivalente.

Repetiendo el análisis en los puntos restantes del circuito generalizado, se obtiene la matriz de admitancias (3.24) del circuito equivalente.

$$\begin{bmatrix} \frac{\psi}{K_P^2 \beta_1} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta_1} & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta_1} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta_1} \\ \frac{-\psi}{K_P^2 \beta_1} & \frac{\psi}{K_P^2 \beta_1} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta_1} & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta_1} \\ \frac{-\psi}{K_P K_S \beta_2} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta_2} & \frac{\psi}{K_S^2 \beta_2} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta_2} \\ \frac{\psi}{K_P K_S \beta_2} & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta_2} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta_2} & \frac{\psi}{K_S^2 \beta_2} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Como se puede apreciar, la matriz de admitancias resultante no es simétrica, por lo tanto no se podrá formar un circuito equivalente. De esta forma la matriz (3.24) es el modelo matemático generalizado de un transformador monofásico. Si se quiere obtener un circuito equivalente se tendrá que cumplir la condición  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$  (esto indica que las potencias base de ambos lados del transformador sean iguales), bajo esta condición la matriz es simétrica y se puede formar el circuito equivalente de la Fig. 3.13.

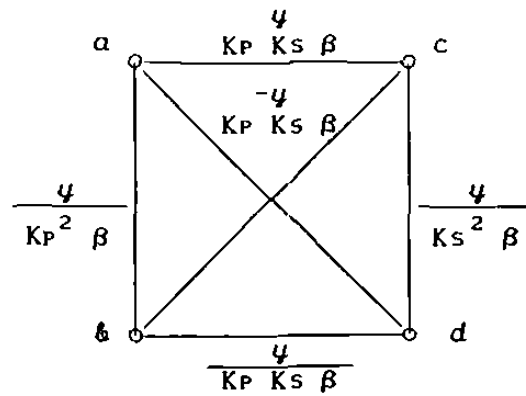


Fig. 3.13 Circuito equivalente de un transformador monofásico (con  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ ).

### 3.2 CIRCUITO DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO DE TRES DEVANADOS.

Un transformador de tres devanados monofásico es una unidad en la que los tres devanados (Primario, Secundario y Terciario) comparten un mismo núcleo como se muestra en la Figura 3.14.

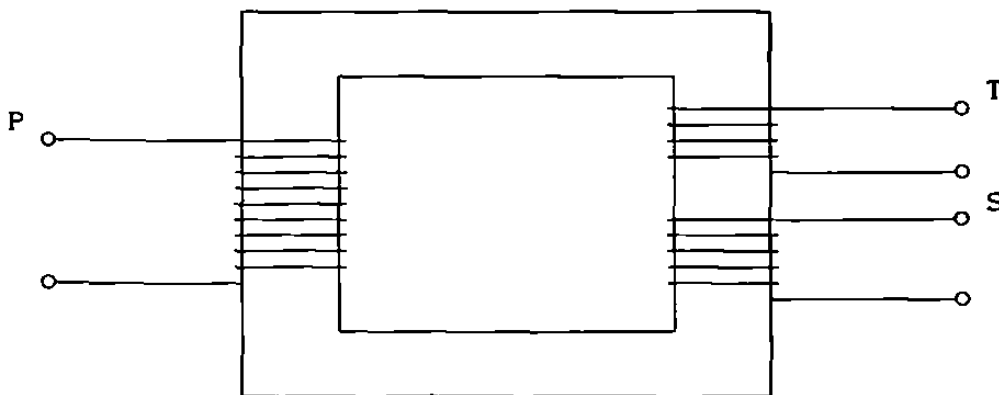


Fig. 3.14 Transformador monofasico de tres devanados.

3.2 1 Circuito equivalente de transformadores monofasicos de tres devanados.

El caso más general de un transformador monofásico de tres devanados es aquel que contempla la posibilidad de tener relaciones de transformacion en cualquiera de los tres lados del transformador, este caso se muestra en la Fig. 3.15.

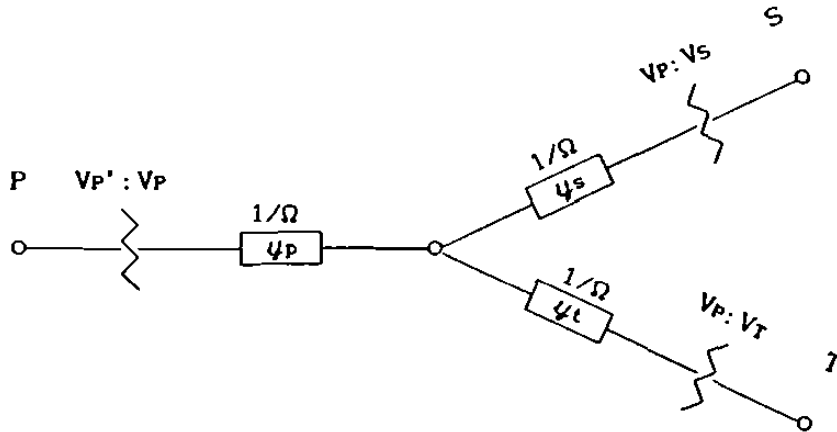


Fig. 3.15 Transformador de tres devanados monofásico

Ahora, se pasará el transformador de la Fig 3.15 a un transformador con relaciones de transformación en por unidad (Fig. 3.16)

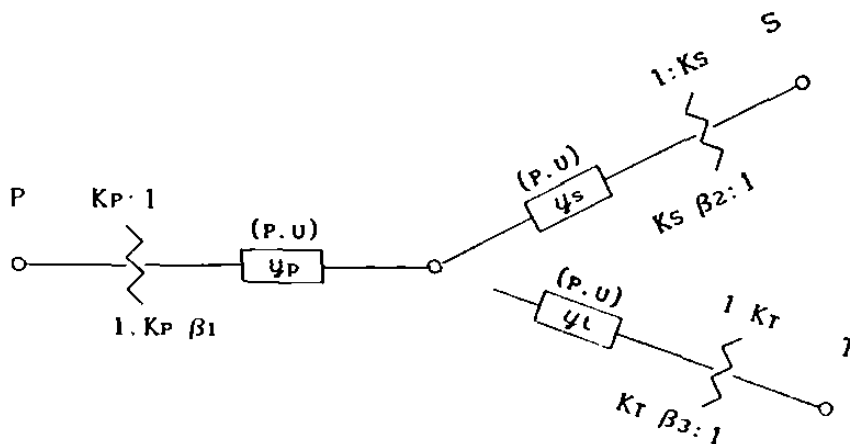


Fig. 3.16 Transformador de tres devanados monofásico con relaciones de transformación en P.U.

donde la relacion de transformacion superior (en Fig 3 16) es para voltajes, y la inferior para corrientes

$$K_P = \frac{V_{P'} (P.U)}{V_P (P.U)} \quad ; \quad \beta_1 = \frac{S_{P'B}}{S_{PB}}$$

$$K_S = \frac{V_S (P.U)}{V_P (P.U)} \quad ; \quad \beta_2 = \frac{S_{SB}}{S_{PB}}$$

$$K_T = \frac{V_T (P.U)}{V_P (P.U)} \quad ; \quad \beta_3 = \frac{S_{TB}}{S_{PB}}$$

El desarrollo de las relaciones de transformación tanto para voltajes como para corrientes se explican en el punto 3.1, y las diferentes aplicaciones de los elementos K ( $K_P$ ,  $K_S$ ,  $K_T$ ) y  $\beta$  ( $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ) se indican en la seccion 3.1.2.

Para obtener el circuito equivalente del transformador se utiliza la técnica descrita en la seccion 3.1.2 para la unidad de dos devanados.

Aplicando un voltaje en  $a$  al circuito de la Fig. 3.16 (Fig. 3.17)

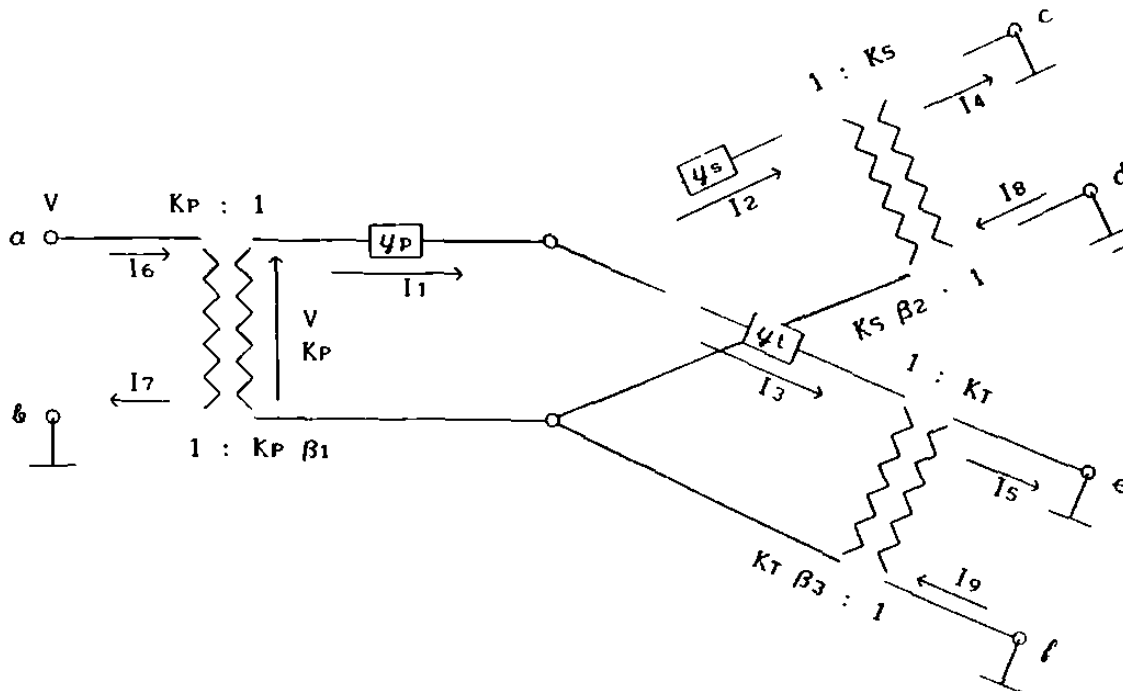


Fig. 3.17 Circuito generalizado de un transformador monofásico de tres devanados.



Resolviendo el circuito de la Fig. 3 17 se tiene:

$$I_1 = \frac{V}{K_P} \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t)}{\psi_p + \psi_s + \psi_t} \qquad I_2 = \frac{V}{K_P} \frac{\psi_p \psi_s}{\psi_p + \psi_s + \psi_t}$$

$$I_3 = \frac{V}{K_P} \frac{\psi_p \psi_t}{\psi_p + \psi_s + \psi_t}$$

$$I_6 = I_7 = \frac{I_1}{K_P \beta_1} = \frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t) V}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta_1} = I_a = - I_b$$

$$I_4 = I_8 = \frac{I_2}{K_S \beta_2} = \frac{\psi_p \psi_s V}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta_2} = I_d = - I_c$$

$$I_5 = I_9 = \frac{I_3}{K_T \beta_3} = \frac{\psi_p \psi_t V}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta_3} = I_f = - I_e$$

Ordenando lo anterior en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \\ I_e \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta_1} \\ - \frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta_1} \\ - \frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta_2} \\ \frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta_2} \\ - \frac{\psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta_3} \\ \frac{\psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta_3} \end{bmatrix} \quad V$$

donde el vector de admitancias resultante sera la primer columna (columna a) de la matriz de admitancias que representa al transformador.

Repetiendo el análisis en todos los puntos del circuito generalizado, se obtiene la matriz de admitancias (3.25) del circuito equivalente. Como se puede apreciar, la matriz de admitancias resultante (3.25) no es simétrica, por lo tanto no se podrá obtener un circuito equivalente.

Si se desea formar un circuito equivalente se tendrá que cumplir la condición  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta$  (esto indica que las potencias base de los tres subsistemas que une el transformador deben de ser iguales). Bajo esta condición la matriz es simétrica y se puede formar el circuito equivalente de la Fig. 3.18.

Nota: En (3.25)  $Y = Y_p + Y_s + Y_t$ .

$$\begin{bmatrix}
 \frac{Y_p(Y_s+Y_t)}{Y K_P^2 \beta_1} & \frac{-Y_p(Y_s+Y_t)}{Y K_P^2 \beta_1} & \frac{-Y_s Y_p}{Y K_P K_S \beta_1} & \frac{Y_s Y_p}{Y K_P K_S \beta_1} & \frac{-Y_p Y_t}{Y K_P K_T \beta_1} & \frac{Y_p Y_t}{Y K_P K_T \beta_1} \\
 \frac{-Y_p(Y_s+Y_t)}{Y K_P^2 \beta_1} & \frac{Y_p(Y_s+Y_t)}{Y K_P^2 \beta_1} & \frac{Y_s Y_p}{Y K_P K_S \beta_1} & \frac{-Y_s Y_p}{Y K_P K_S \beta_1} & \frac{Y_p Y_t}{Y K_P K_T \beta_1} & \frac{-Y_p Y_t}{Y K_P K_T \beta_1} \\
 \frac{-Y_p Y_s}{Y K_P K_S \beta_2} & \frac{Y_p Y_s}{Y K_P K_S \beta_2} & \frac{Y_s(Y_p+Y_t)}{Y K_S^2 \beta_2} & \frac{-Y_s(Y_p+Y_t)}{Y K_S^2 \beta_2} & \frac{-Y_s Y_t}{Y K_S K_T \beta_2} & \frac{Y_s Y_t}{Y K_S K_T \beta_2} \\
 \frac{Y_p Y_s}{Y K_P K_S \beta_2} & \frac{-Y_p Y_s}{Y K_P K_S \beta_2} & \frac{-Y_s(Y_p+Y_t)}{Y K_S^2 \beta_2} & \frac{Y_s(Y_p+Y_t)}{Y K_S^2 \beta_2} & \frac{Y_s Y_t}{Y K_S K_T \beta_2} & \frac{-Y_s Y_t}{Y K_S K_T \beta_2} \\
 \frac{-Y_p Y_t}{Y K_P K_T \beta_3} & \frac{Y_p Y_t}{Y K_P K_T \beta_3} & \frac{-Y_s Y_t}{Y K_S K_T \beta_3} & \frac{Y_s Y_t}{Y K_S K_T \beta_3} & \frac{Y_t(Y_p+Y_s)}{Y K_T^2 \beta_3} & \frac{-Y_t(Y_p+Y_s)}{Y K_T^2 \beta_3} \\
 \frac{Y_p Y_t}{Y K_P K_T \beta_3} & \frac{-Y_p Y_t}{Y K_P K_T \beta_3} & \frac{Y_s Y_t}{Y K_S K_T \beta_3} & \frac{-Y_s Y_t}{Y K_S K_T \beta_3} & \frac{-Y_t(Y_p+Y_s)}{Y K_T^2 \beta_3} & \frac{Y_t(Y_p+Y_s)}{Y K_T^2 \beta_3}
 \end{bmatrix}$$

(3.25)

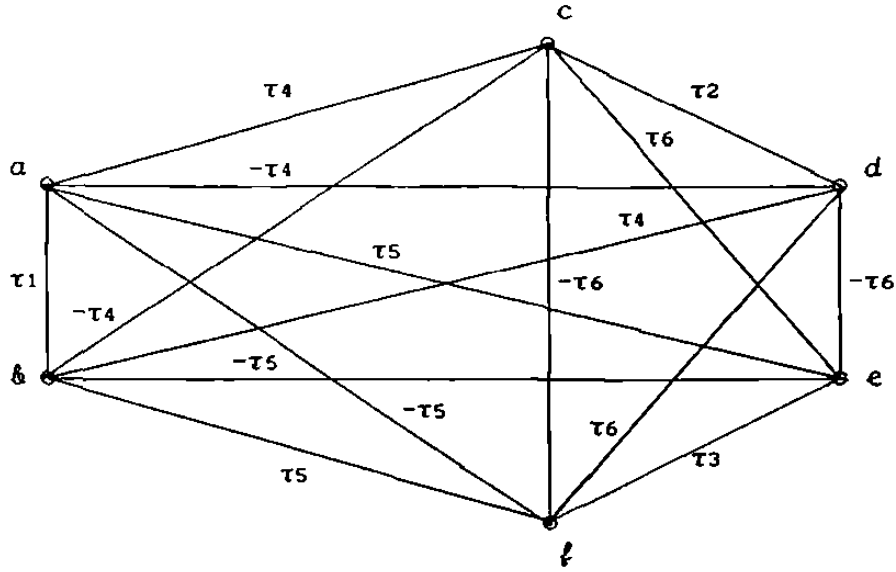


Fig. 3.18 Circuito equivalente generalizado de un transformador de tres devanados monofásico (con  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta$ ).

Tabla 3.1 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 3.18.

$\tau_1$	$\frac{y_p (y_s + y_t)}{(y_p + y_s + y_t) K_P^2 \beta}$
$\tau_2$	$\frac{y_s (y_p + y_t)}{(y_p + y_s + y_t) K_S^2 \beta}$
$\tau_3$	$\frac{y_t (y_p + y_s)}{(y_p + y_s + y_t) K_T^2 \beta}$
$\tau_4$	$\frac{y_p y_s}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_S \beta}$
$\tau_5$	$\frac{y_p y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_T \beta}$
$\tau_6$	$\frac{y_s y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_S K_T \beta}$

## 4.0 MODELADO DE TRANSFORMADORES EN ARREGLOS TRIFASICOS.

Este tipo de arreglos se puede obtener con unidades trifásicas o con un conjunto de tres unidades monofásicas interconectadas (bancos). Este trabajo presta mayor atención al modelado de los bancos trifásicos ya que con estos se puede obtener cualquier tipo de conexión incluyendo las conexiones especiales.

Al final de esta sección se modela el transformador trifásico con la finalidad de compararlo con los modelos obtenidos para los bancos de unidades monofásicas.

### 4.1 MODELADO DE BANCOS TRIFASICOS DE UNIDADES DE DOS DEVANADOS.

Una conexión trifásica de transformadores monofásicos es la interconexión de tres unidades para formar una unidad trifásica. Por ejemplo, una unidad en conexión Delta - Estrella se muestra en la Fig. 4.1.

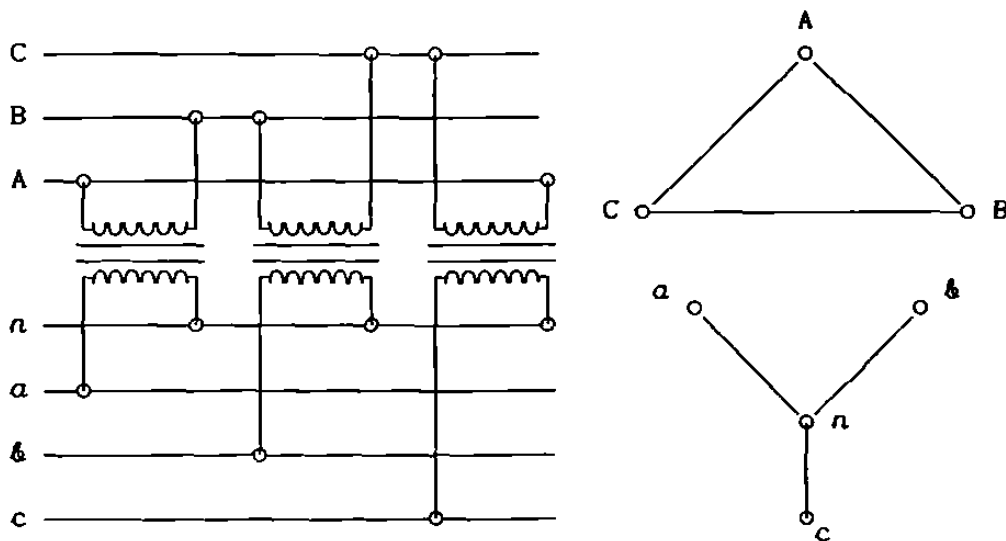


Fig. 4.1 Conexión trifásica de tres unidades monofásicas en  $\Delta$ -Y.

Esta conexión (Fig. 4.1) se representa de la siguiente manera:

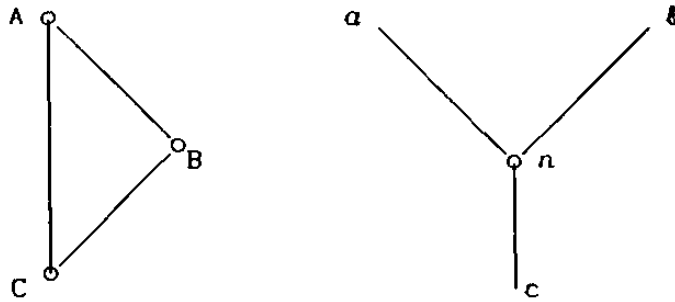


Fig. 4.2 Representación de la conexión trifásica  $\Delta$ -Y.

donde las fases (líneas) paralelas de la Fig. 4.2 indican una misma unidad monofásica del banco trifásico resultante, de tal manera que la fase A-B de la Delta esta magnéticamente conectada a la fase  $a-n$  de la Estrella (B-C con  $b-n$  y C-A con  $c-n$ ). Así, con esta representación y con el circuito equivalente generalizado del transformador monofásico (Fig. 3.13) se inicia la modelación de la unidad trifásica.

#### 4.1.1 Conexión Delta - Estrella aterrizada a través de una admitancia.

La conexión Delta - Estrella aterrizada de la Fig. 4.3 se representa con los circuitos equivalentes de la Fig. 4.4.

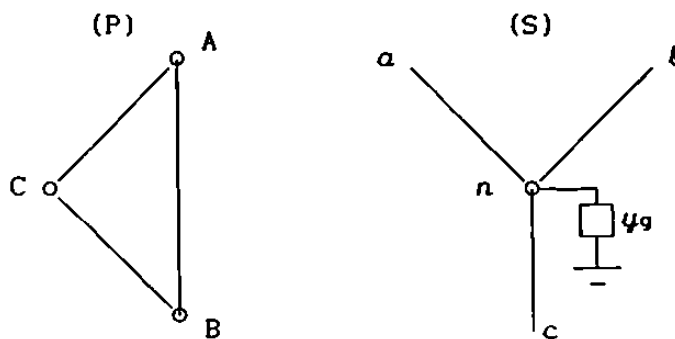


Fig. 4.3 Representación de la conexión trifásica.

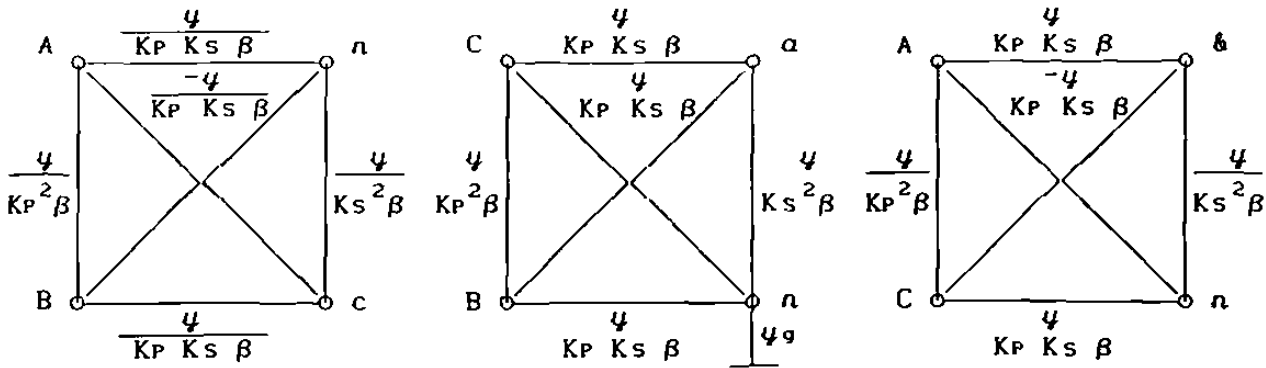


Fig. 4.4 Circuito equivalente de la conexión trifásica.

La matriz de admitancias del circuito de la Fig. 4.4 será (4.1)

$$\begin{bmatrix}
 A & \frac{2\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & 0 & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & 0 \\
 B & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{2\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 \\
 C & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{2\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 \\
 a & 0 & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} \\
 b & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} & 0 & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} \\
 c & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & 0 & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} \\
 n & 0 & 0 & 0 & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} & \frac{3\psi}{K_S^2 \beta} + \psi_g
 \end{bmatrix}
 \quad (4.1)$$

Como se pretende llegar a un modelo en redes de secuencia positiva (+), negativa (-) y cero (0), la primera manipulación que se debe hacer a la matriz de admitancias (4.1) es eliminar la fila y columna  $n$  para obtener una matriz equivalente con los puntos de interés (A,B,C,a,b,c). La

eliminación se hará por manipulación algebraica del sistema de ecuaciones (4.2).

$$\begin{bmatrix} I_{\lambda\lambda} \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\lambda\lambda} & ; & Y_{\lambda n} \\ Y_{n\lambda\lambda} & ; & Y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{\lambda\lambda} \\ V_n \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$I_n = Y_{n\lambda\lambda} V_{\lambda\lambda} + Y_n V_n \quad I_n = 0$$

$$V_n = -Y_n^{-1} Y_{n\lambda\lambda} V_{\lambda\lambda}$$

$$I_{\lambda\lambda} = \underbrace{(Y_{\lambda\lambda} - Y_{\lambda n} Y_n^{-1} Y_{n\lambda\lambda})}_{Y_{eq}} V_{\lambda\lambda} \quad (4.3)$$

efectuando las operaciones indicadas en (4.3) resulta (4.4)

$$Y_{eq} = \begin{bmatrix} \frac{2\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & 0 & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \\ \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{2\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \psi K_S \beta & 0 & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} \\ \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{2\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & 0 \\ 0 & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & \psi & \phi & \phi \\ \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \phi & \psi & \phi \\ \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & \phi & \phi & \psi \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Donde:

$$\psi = \frac{\psi}{K_S^2 \beta} - \frac{\psi^2 / K_S^2 \beta}{3\psi + \psi_0 K_S^2 \beta}$$

$$\phi = - \frac{\psi^2 / K_S^2 \beta}{3\psi + \psi_0 K_S^2 \beta}$$

Del sistema de ecuaciones resultante, (4.3), se separan las ecuaciones de corriente IABC de Iabc y se aplica la transformación de componentes simétricas.

$$\begin{bmatrix} I_P^0 \\ I_P^+ \\ I_P^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3\psi}{K_P^2 \beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3\psi}{K_P^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^0 \\ V_P^+ \\ V_P^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\sqrt{3}\psi \angle -90^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\sqrt{3}\psi \angle 90^\circ}{K_P K_S \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S^0 \\ V_S^+ \\ V_S^- \end{bmatrix} \quad (4.5a)$$

$$\begin{bmatrix} I_S^0 \\ I_S^+ \\ I_S^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\sqrt{3}\psi \angle 90^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\sqrt{3}\psi \angle -90^\circ}{K_P K_S \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^0 \\ V_P^+ \\ V_P^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S^0 \\ V_S^+ \\ V_S^- \end{bmatrix} \quad (4.5b)$$

Donde:

$$\Delta = \frac{\psi}{K_S^2 \beta} - \frac{3\psi^2 / K_S^2 \beta}{3\psi + \psi_g K_S^2 \beta}$$

De las ecuaciones de secuencia (o) en (4.5a) y (4.5b) resulta el circuito equivalente de la Fig. 4.5.

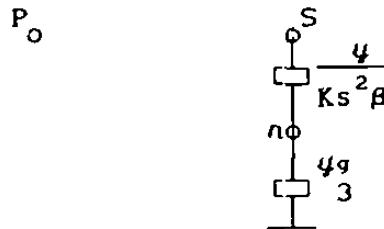


Fig. 4.5 Circuito generalizado de secuencia cero.



Para el caso particular en que  $K_S = 1$  y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig 4.5 queda de la siguiente manera (Fig. 4.6):

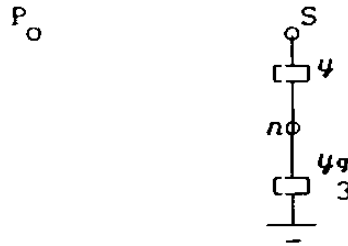


Fig. 4.6 Circuito de secuencia cero.

De las ecuaciones de secuencia (+) no se puede obtener un circuito equivalente, pues la matriz de admitancias no es simétrica (difiere en el ángulo del elemento mutuo). Para eliminar esta diferencia, se multiplicará la ecuación de  $I_S^+$  por  $1 \angle -90^\circ$ , y se hará una sustitución en ambas ecuaciones.

$$I_S^+ \angle -90^\circ = \frac{-\sqrt{3} y}{K_P K_S \beta} V_P^+ + \frac{y}{K_S^2 \beta} V_S^+ \angle -90^\circ \quad (4.6)$$

$$V_S^+ \angle -90^\circ = V_R^+ \quad (4.7)$$

$$I_S^+ \angle -90^\circ = I_R^+ \quad (4.8)$$

$$I_P^+ = \frac{3y}{K_P^2 \beta} V_P^+ - \frac{\sqrt{3} y}{K_P K_S \beta} V_R^+ \quad (4.9)$$

$$I_R^+ = \frac{-\sqrt{3} y}{K_P K_S \beta} V_P^+ + \frac{y}{K_S^2 \beta} V_R^+ \quad (4.10)$$

Ya eliminada la asimetría (Ec. (4.9) y (4.10)) se puede obtener un circuito equivalente de secuencia (+) que cumpla con las ecuaciones (4.7) y (4.8).

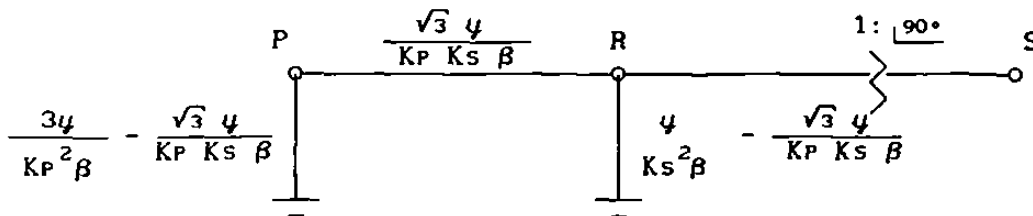


Fig. 4.7 Circuito generalizado de secuencia positiva.

Este circuito requiere una modificación adicional ya que existe un cambio de voltaje base en el primario del banco a causa de la conexión en Delta. Para explicar esto se utiliza la Fig. 4.8, donde se puede apreciar que el voltaje base del transformador en el lado de la Estrella es el voltaje de fase del subsistema II y en el lado de la Delta es el voltaje de línea del subsistema I. Como el voltaje base en los dos subsistemas es el voltaje de fase ( $V_L/\sqrt{3}$ ), se encuentra que existe una relación de  $\sqrt{3} : 1$  en el punto de conexión de la Delta con el subsistema I.

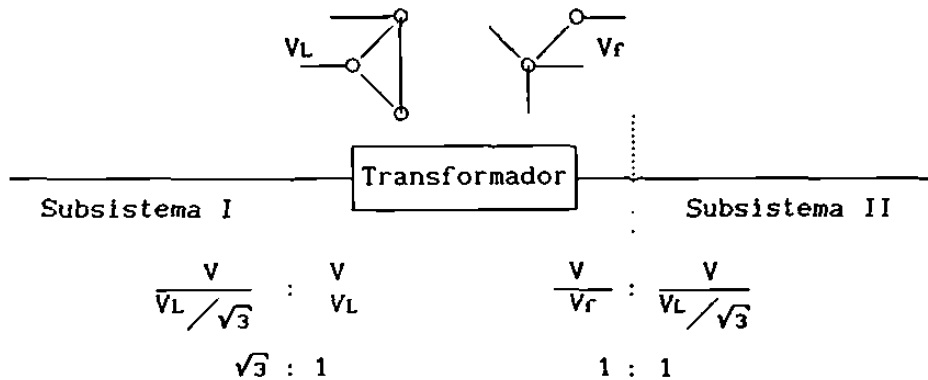


Fig. 4.8

Esto se puede interpretar como un transformador ficticio con relación  $\sqrt{3} : 1$  (para corregir el cambio de base) en el punto de conexión de la Delta con el subsistema I como se muestra en la Fig. 4.9.

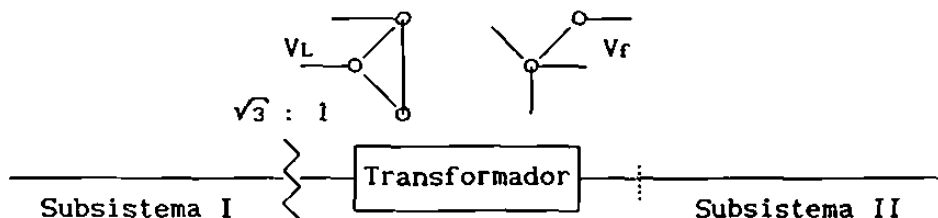


Fig. 4.9

En la sección 3.1.2, se mencionó que el modelo del transformador se afecta por cambios en el voltaje base por medio de los términos ( $K_p, K_s$ ), es decir, estos términos sirven para introducir los cambios en voltajes base en las terminales del transformador y los subsistemas a los que se conecta.

En este caso particular el cambio de voltaje base existe en el devanado primario, por lo que el termino que se afecta es el  $K_P$ , tomando un valor de  $\sqrt{3}$ . Sin embargo, para seguir teniendo un modelo generalizado que cubra la posibilidad de un cambio de tap en cualquier devanado se definirá

$$K_P = K_P' \sqrt{3} \tag{4.11}$$

De acuerdo a lo anterior se sustituye (4.11) en el circuito de la Fig 4.7 resultando un circuito generalizado de secuencia (+) con la corrección del voltaje base del primario (Fig. 4.10).

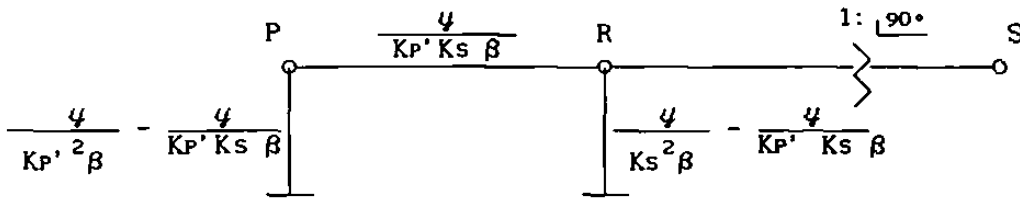


Fig. 4.10 Circuito generalizado de secuencia positiva.

Para el caso particular de tener condiciones nominales y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.10 quedará de la siguiente manera:

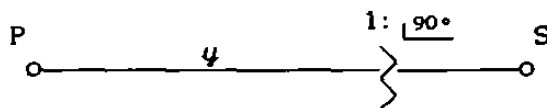


Fig. 4.11 Circuito de secuencia positiva.

De las ecuaciones de secuencia (-) y siguiendo un procedimiento similar al utilizado en la derivacion del circuito de secuencia (+) resulta el circuito de la Fig. 4.12.

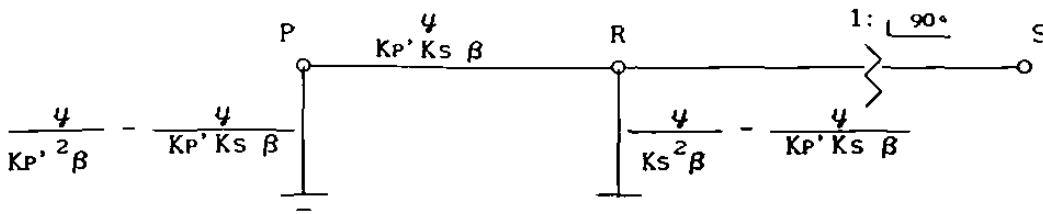


Fig. 4.12 Circuito generalizado de secuencia negativa.

Si es el caso particular de tener condiciones nominales y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.12 queda como se muestra en la Fig. 4.13.

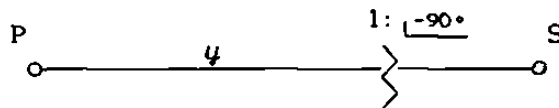


Fig. 4.13 Circuito de secuencia negativa.

El defasamiento obtenido en las redes de secuencia (+) y (-) es debido a la conexión Delta - Estrella.

Si se estuviera analizando un sistema desbalanceado o en cualquier estudio en componentes  $\alpha, \beta, c$  se utilizaría el modelo generalizado (4.4) para representar esta conexión del banco trifásico. Si se quiere analizar el neutro de la conexión se utiliza (4.1). En ambos casos se corrigen dichos modelos (matrices) por medio de (4.11) a causa del cambio de base que ocurre por la conexión en delta (ver Fig. 4.8).

Para tener otro caso con defasamiento diferente utilizando la misma conexión solo basta con cambiar la disposición de las fases de la Fig. 4.3.

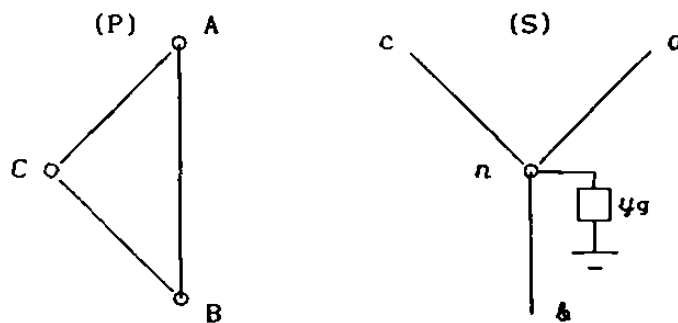


Fig. 4.14 Representación de la conexión trifásica.

obteniendo las siguientes redes de secuencia.

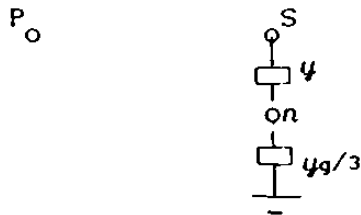


Fig. 4.15 Circuito de secuencia cero.

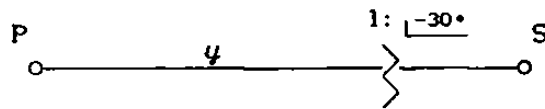


Fig. 4.16 Circuito de secuencia positiva.

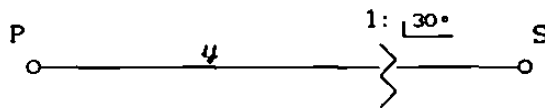


Fig. 4.17 Circuito de secuencia negativa.

Si se vuelve a cambiar la disposición de las fases de la Fig. 4.3 (en el mismo sentido), resultará otro defasamiento diferente

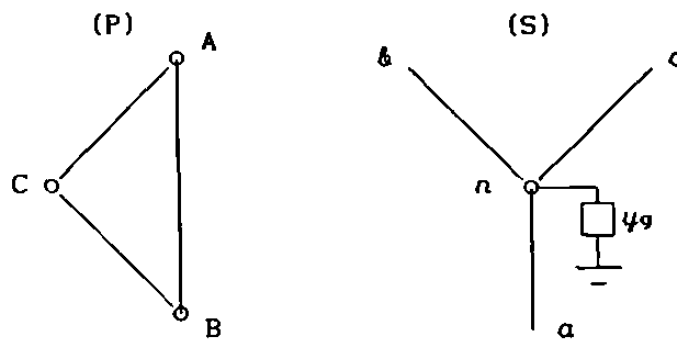


Fig. 4.18 Representación de la conexión trifásica.

con las siguientes redes de secuencia:

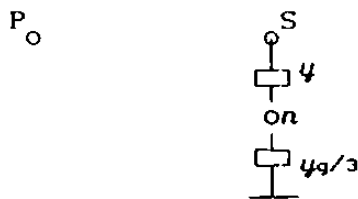


Fig. 4.19 Circuito de secuencia cero.

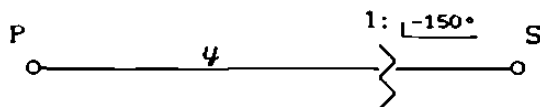


Fig. 4.20 Circuito de secuencia positiva.

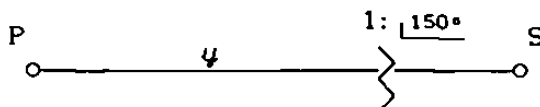


Fig. 4.21 Circuito de secuencia negativa.

4.1.2 Conexión Delta - Estrella sin aterrizar.

Para encontrar la representación en secuencias (0,+,-) de este tipo de conexión (Fig. 4.22), se puede partir de los circuitos de secuencia encontrados para la conexión Delta - Estrella aterrizada a través de una admitancia (Fig. 4.3). En estos circuitos se considera el valor de  $\psi_0 = 0$ .

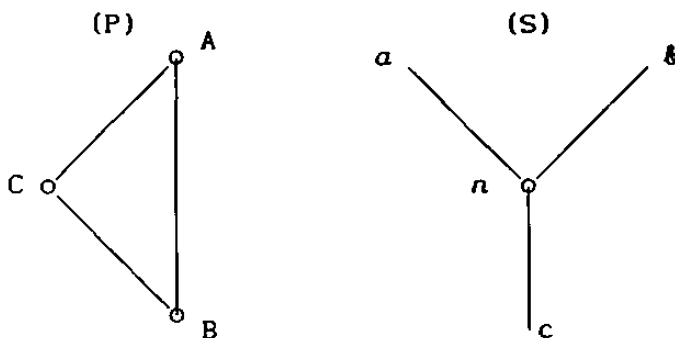


Fig. 4.22 Representación de la conexión trifásica.

NOTA: La disposición de las fases de la Fig. 4.22 indican un defasamiento de  $90^\circ$  en sec (+) y de  $-90^\circ$  en sec (-).

Sustituyendo el valor de  $\psi_g = 0$  en el circuito de la Fig. 4.6 resulta el circuito de la Fig. 4.23.

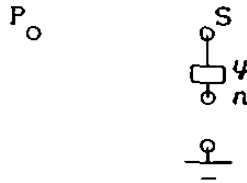


Fig. 4.23 Circuito de secuencia cero.

En cuanto a los circuitos de secuencia (+) y (-), estos no cambian, pues no son afectadas por  $\psi_g$ , por lo cual resultan idénticos a las Fig. 4.11 y 4.13 respectivamente. Todo esto se puede comprobar siguiendo el procedimiento que se utilizó para modelar la conexión de la Fig. 4.3 haciendo  $\psi_g = 0$  en el desarrollo .

#### 4.1.3 Conexión Delta - Estrella sólidamente aterrizada.

Para encontrar los modelos de esta conexión (Fig. 4.24) se puede recurrir a las redes de secuencia encontradas para la conexión Delta - Estrella aterrizada a través de una admitancia (Fig. 4.3), considerando en dichas redes el valor de  $\psi_g = \infty$ .

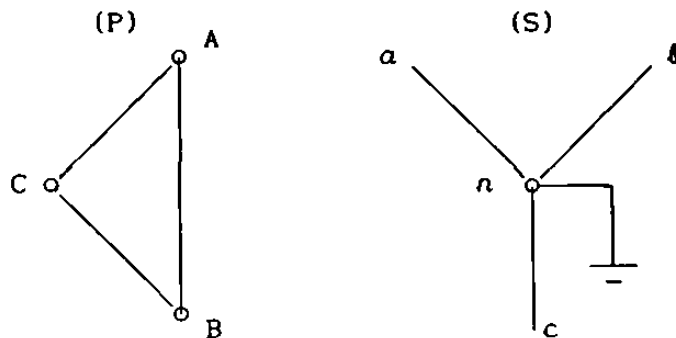


Fig. 4.24 Representación de la conexión trifásica.

Sustituyendo el valor de  $y_0 = \infty$  en el circuito de la Fig. 4.6 se tiene:

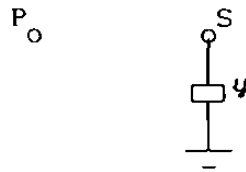


Fig. 4.25 Circuito de secuencia cero.

Las redes de secuencia (+) y (-) no cambian, pues no son afectadas por  $y_0$ , por lo que son idénticas a las Fig. 4.11 y 4.13 respectivamente. Todo esto se puede comprobar siguiendo el desarrollo que se utilizó para modelar la conexión de la Fig. 4.3. De esta manera, a la matriz de admitancias original del transformador se le quitan la fila y columna  $n$ , pues  $n$  es la referencia (por lo que no se tendrá que encontrar  $Y_{eq}$ ).

#### 4.1.4 Conexión Estrella - Estrella aterrizadas por medio de admitancias.

Para modelar este tipo de conexión (Fig. 4.26), se partirá del circuito equivalente (Fig. 4.27).

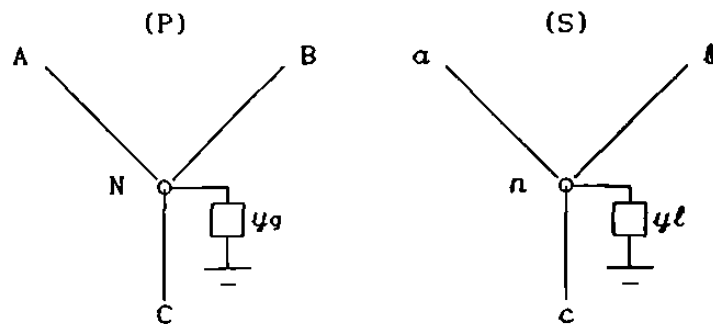


Fig. 4.26 Representación de la conexión trifásica.



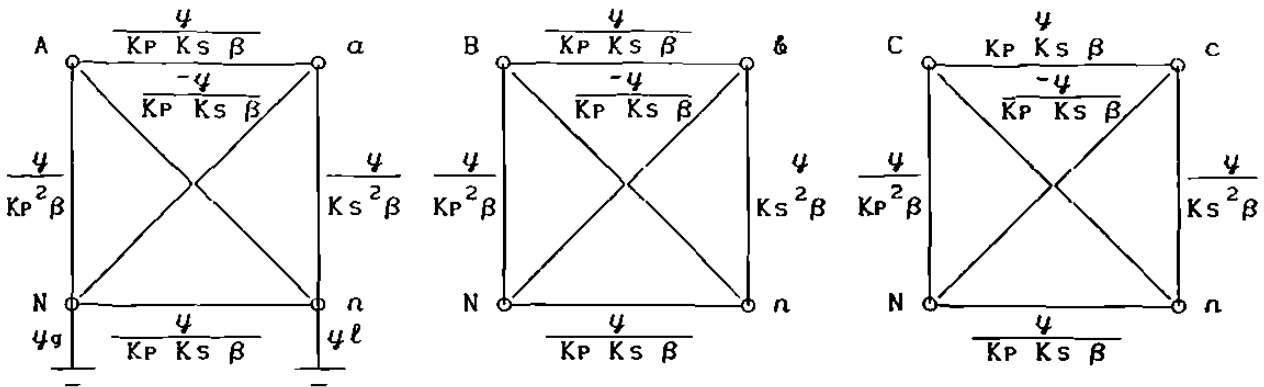


Fig. 4.27 Circuito equivalente de la conexión trifásica.

La matriz de admitancias del circuito de la Fig. 4.27 será (4.12).

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 A & \frac{y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} \\
 B & 0 & \frac{y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} \\
 C & 0 & 0 & \frac{y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & y & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} \\
 a & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{y}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} \\
 b & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{y}{K_S^2 \beta} & 0 & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} \\
 c & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & y & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} \\
 N & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{3y}{K_P^2 \beta} + y_q & \frac{-3y}{K_P K_S \beta} \\
 n & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} & \frac{-3y}{K_P K_S \beta} & \frac{3y}{K_S^2 \beta} + y_l
 \end{array}
 \end{array} \quad (4.12)$$

El siguiente paso a seguir en la modelación es encontrar una matriz  $Y_{eq}$  que solo contenga los puntos de interés (eliminar las filas y columnas N y n), para esto se efectua la eliminacion según la ecuación (4.3).

$$Y_{eq} = \begin{bmatrix} D1 & F1 & F1 & D2 & F2 & F2 \\ F1 & D1 & F1 & F2 & D2 & F2 \\ F1 & F1 & D1 & \vdots & F2 & F2 & D2 \\ D2 & F2 & F2 & \vdots & D3 & F3 & F3 \\ F2 & D2 & F2 & \vdots & F3 & D3 & F3 \\ F2 & F2 & D2 & \vdots & F3 & F3 & D3 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Donde los elementos de la matriz  $Y_{eq}$  (4.13) son los siguientes:

$$D1 = \frac{\psi}{K_P^2 \beta} + \frac{\frac{-\psi^2 \psi_l}{K_P^4 \beta^2} - \frac{\psi^2 \psi_g}{K_P^2 K_S^2 \beta^2}}{\alpha}$$

$$F1 = \frac{\frac{-\psi^2 \psi_l}{K_P^4 \beta^2} - \frac{\psi^2 \psi_g}{K_P^2 K_S^2 \beta^2}}{\alpha}$$

$$D2 = \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} + \frac{\frac{\psi^2 \psi_l}{K_P^3 \beta^2 K_S} + \frac{\psi^2 \psi_g}{K_S^3 \beta^2 K_P}}{\alpha}$$

$$F2 = \frac{\frac{\psi^2 \psi_l}{K_P^3 \beta^2 K_S} + \frac{\psi^2 \psi_g}{K_S^3 \beta^2 K_P}}{\alpha}$$

$$D3 = \frac{\psi}{K_S^2 \beta} + \frac{\frac{-\psi^2 \psi_l}{K_P^2 K_S^2 \beta^2} - \frac{\psi^2 \psi_g}{K_S^4 \beta^2}}{\alpha}$$

$$F3 = \frac{\frac{-\psi^2 \psi_l}{K_P^2 K_S^2 \beta^2} - \frac{\psi^2 \psi_g}{K_S^4 \beta^2}}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{3y}{K_P^2 K_S^2 \beta} (y_g K_P^2 + y_l K_S^2) + y_g y_l$$

Para llegar a las redes de secuencia (0, +, -), la matriz  $Y_{eq}$  (4.13) se transforma a componentes simétricas, obteniendo de esta manera (4.14).

$$\begin{bmatrix} \frac{y}{K_P^2 \beta} + 3F1 & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} + 3F2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} \\ \frac{-y}{K_P K_S \beta} + 3F2 & 0 & 0 & \frac{y}{K_S^2 \beta} + 3F3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{y}{K_S^2 \beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{y}{K_S^2 \beta} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Tomando los elementos de secuencia (0) (matriz de secuencia (0)) de la matriz (4.14) se forma el circuito equivalente de la Fig. 4.28.

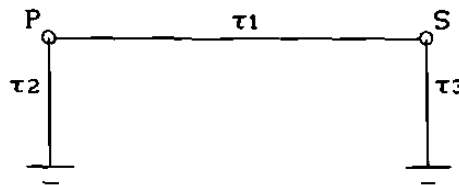


Fig. 4.28 Circuito generalizado de secuencia cero.

Tabla 4.1 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 4.28.

$\tau_1$	$\frac{\psi}{K_P K_S \beta} - \frac{3 \psi^2 \left( \frac{\psi_l K_S^2 + \psi_g K_P^2}{K_P K_S \beta} \right)}{3(\psi \psi_g K_P^2 + \psi \psi_l K_S^2 + \frac{1}{3} \psi_g \psi_l K_P^2 K_S^2 \beta)}$
$\tau_2$	$\frac{\psi}{K_P^2 \beta} - \frac{\psi}{K_P K_S \beta} + \frac{\psi^2 (\psi_l K_S^2 + \psi_g K_P^2) \left( \frac{1}{K_P K_S \beta} - \frac{1}{K_P^2 \beta} \right)}{\psi \psi_g K_P^2 + \psi \psi_l K_S^2 + \frac{1}{3} \psi_g \psi_l K_P^2 K_S^2 \beta}$
$\tau_3$	$\frac{\psi}{K_S^2 \beta} - \frac{\psi}{K_P K_S \beta} + \frac{\psi^2 (\psi_l K_S^2 + \psi_g K_P^2) \left( \frac{1}{K_P K_S \beta} - \frac{1}{K_S^2 \beta} \right)}{\psi \psi_g K_P^2 + \psi \psi_l K_S^2 + \frac{1}{3} \psi_g \psi_l K_P^2 K_S^2 \beta}$

Para el caso particular de tener condiciones nominales ( $K_P = K_S = 1$ ) y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.28 queda como se muestra en la Fig. 4.29.

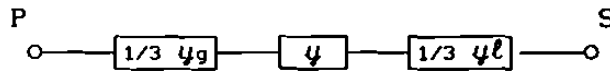


Fig. 4.29 Circuito de secuencia cero.

Tomando los elementos de secuencia (+) de la matriz (4.14) se forma el circuito equivalente de la Fig. 4.30.

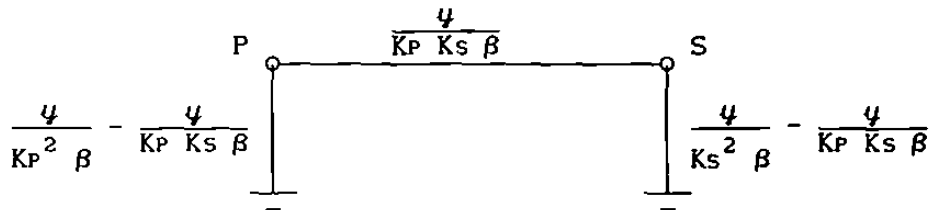


Fig. 4.30 Circuito generalizado de secuencia positiva.

Para el caso de tener condiciones nominales y  $\beta = 1$ , el circuito simplificado se muestra en la Fig. 4.31.

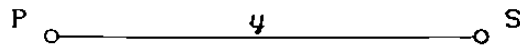


Fig. 4.31 Circuito de secuencia positiva.

Se puede apreciar que las ecuaciones de secuencia (-) son iguales a las de secuencia (+), por lo tanto, el circuito equivalente de secuencia (-) será igual al de secuencia (+) (Fig. 4.31).

#### 4.1.5 Conexión Estrella - Estrella aterrizada a través de una admitancia.

La modelación de esta conexión (Fig. 4.32) se inicia con la matriz de admitancias de su circuito equivalente. En este caso la matriz será muy similar a la (4.12) de la conexión Estrella - Estrella (ambas aterrizadas a través de admitancias), el único cambio será en el elemento  $(n,n)$  de la matriz de admitancias, pues en este caso  $y_l$  no existe. De esta manera la matriz de admitancias resultante será (4.15).

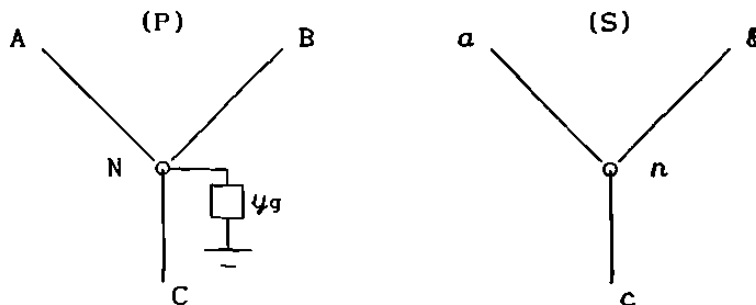


Fig. 4.32 Representación de la conexión trifásica.

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 a \\
 b \\
 c \\
 N \\
 n
 \end{array}
 \left[ \begin{array}{cccccccc}
 \frac{y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} \\
 0 & \frac{y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} \\
 0 & 0 & \frac{y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} \\
 \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{y}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} \\
 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{y}{K_S^2 \beta} & 0 & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} \\
 0 & 0 & \frac{-y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{y}{K_S^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} \\
 \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{3y}{K_P^2 \beta} + y_g & \frac{-3y}{K_P K_S \beta} \\
 \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} & \frac{-3y}{K_P K_S \beta} & \frac{3y}{K_S^2 \beta}
 \end{array} \right] \quad (4.15)$$

En la modelación se utiliza el mismo procedimiento empleado en conexiones anteriores (eliminar los renglones y columnas N y n del sistema de ecuaciones), pero por fines ilustrativos se seguirá un método que mantiene los neutros (por si existe un cambio en su conexión a tierra). Por esta razón, se dividirán en tres las ecuaciones de los neutros quedando el sistema de ecuaciones (4.16).

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ I_d \\ I_e \\ I_c \\ I_N \\ I_N \\ I_N \\ I_n \\ I_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & -D_1 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 \\ 0 & D_1 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & -D_1 & 0 & 0 & D_4 & 0 \\ 0 & 0 & D_1 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & -D_1 & 0 & 0 & D_4 \\ -D_4 & 0 & 0 & D_2 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & -D_2 & 0 & 0 \\ 0 & -D_4 & 0 & 0 & D_2 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & -D_2 & 0 \\ 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & D_2 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & -D_2 \\ -D_1 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & D_3 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 \\ 0 & -D_1 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & D_3 & 0 & 0 & -D_4 & 0 \\ 0 & 0 & -D_1 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & D_3 & 0 & 0 & -D_4 \\ D_4 & 0 & 0 & -D_2 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & D_2 & 0 & 0 \\ 0 & D_4 & 0 & 0 & -D_2 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & -D_2 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_d \\ V_e \\ V_c \\ V_N \\ V_N \\ V_N \\ V_n \\ V_n \\ V_n \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Donde los elementos del sistema de ecuaciones (4.16) son los siguientes:

$$D_1 = \frac{\psi}{K_P^2 \beta}$$

$$D_2 = \frac{\psi}{K_S^2 \beta}$$

$$D_3 = \frac{\psi}{K_P^2 \beta} + \frac{\psi g}{3}$$

$$D_4 = \frac{\psi}{K_P K_S \beta}$$

Al transformar el conjunto de ecuaciones (4.16) a componentes simétricas resulta que la matriz de admitancias no cambia, pues las submatrices ya están diagonalizadas. De esta forma el sistema de ecuaciones en componentes (o, +, -) es (4.17).

$$\begin{bmatrix} I_P^0 \\ I_P^+ \\ I_P^- \\ I_S^0 \\ I_S^+ \\ I_S^- \\ I_N^0 \\ I_N^+ \\ I_N^- \\ I_n^0 \\ I_n^+ \\ I_n^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & -D_1 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 \\ 0 & D_1 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & -D_1 & 0 & 0 & D_4 & 0 \\ 0 & 0 & D_1 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & -D_1 & 0 & 0 & D_4 \\ -D_4 & 0 & 0 & D_2 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & -D_2 & 0 & 0 \\ 0 & -D_4 & 0 & 0 & D_2 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & -D_2 & 0 \\ 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & D_2 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & -D_2 \\ -D_1 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & D_3 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 \\ 0 & -D_1 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & D_3 & 0 & 0 & -D_4 & 0 \\ 0 & 0 & -D_1 & 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & D_3 & 0 & 0 & -D_4 \\ D_4 & 0 & 0 & -D_2 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & D_2 & 0 & 0 \\ 0 & D_4 & 0 & 0 & -D_2 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & D_4 & 0 & 0 & -D_2 & 0 & 0 & -D_4 & 0 & 0 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^0 \\ V_P^+ \\ V_P^- \\ V_S^0 \\ V_S^+ \\ V_S^- \\ V_N^0 \\ V_N^+ \\ V_N^- \\ V_n^0 \\ V_n^+ \\ V_n^- \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Tomando de (4.17) las ecuaciones de secuencia (+) resulta el circuito equivalente de la Fig. 4.33a.

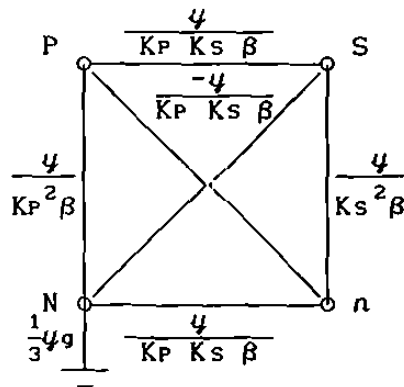


Fig. 4.33a Circuito generalizado parcial de secuencia positiva.

Pero como en la Fig. 4.33a  $V_N^+$  y  $V_n^+$  son ceros, estos puntos se aterrizan quedando el circuito de la Fig. 4.33b.



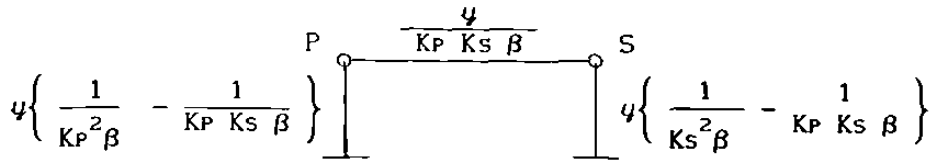


Fig. 4.33b Circuito generalizado de secuencia positiva.

Para el caso en que  $K_P = K_S = 1$  y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.33b queda como se muestra en la Fig. 4.34.

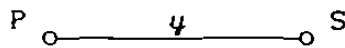


Fig. 4.34 Circuito de secuencia positiva.

Como las ecuaciones de secuencia (-) son iguales a las de secuencia (+), la red de secuencia (-) resultante será igual a la Fig. 4.34.

Tomando las ecuaciones de secuencia (0) de (4.17), resulta el circuito equivalente de la Fig. 4.35a.

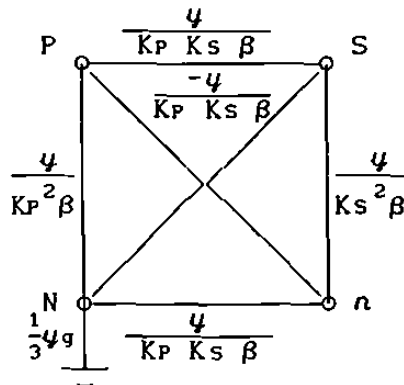


Fig. 4.35a Circuito generalizado parcial de secuencia cero.

El circuito de la Fig. 4.35a se tendrá que reducir a un equivalente entre los puntos P y S. Primeramente se transformará la delta formada por los puntos N, S y n a estrella, quedando el circuito de la Fig. 4.35b.

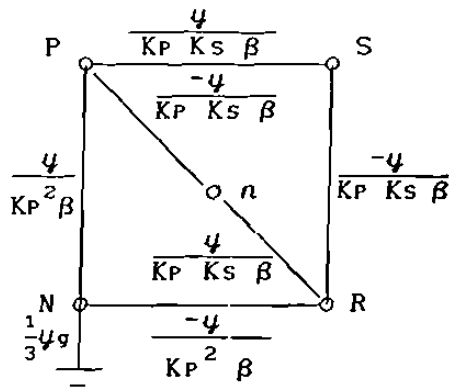


Fig. 4.35b Circuito generalizado parcial de secuencia cero.

Entre los puntos P y R de la Fig. 4.35b hay un corto circuito, por lo que P y R pasan a ser un mismo punto. Con lo anterior resultan dos ramas en paralelo entre los puntos P y S con el mismo valor pero con signo opuesto, lo que resulta en un circuito abierto (ocurre lo mismo entre los puntos P y N), de tal manera que se obtiene el circuito de la Fig. 4.36.

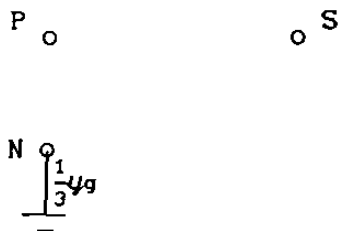


Fig. 4.36 Circuito de secuencia cero.

En esta conexión las fases están dispuestas de tal manera que no resulta defasamiento en las redes de secuencia (+) y (-).

Si se quiere hacer un estudio en componentes  $\alpha, \beta, c$ , se utilizaría la matriz (4.15) para representar esta conexión trifásica, en caso de no querer las ecuaciones de los neutros, estos se pueden eliminar como se muestra en la ecuación (4.3).

4.1.6 Conexión Estrella - Estrella solidamente aterrizadas.

Para modelar este tipo de conexión (Fig 4.37), se partira de su circuito equivalente (Fig. 4.38).

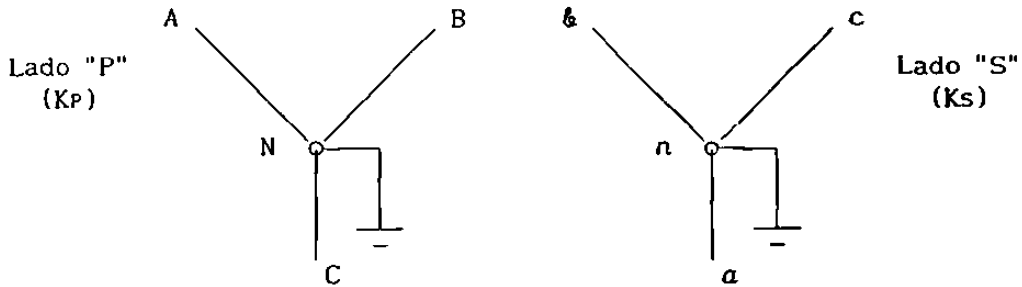


Fig. 4.37 Representación de la conexión trifásica.

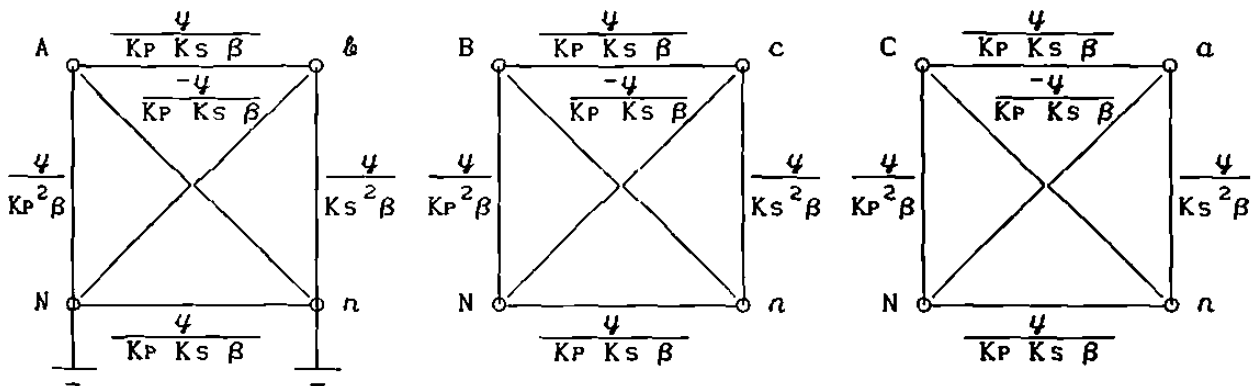


Fig. 4.38 Circuito equivalente de la conexión trifásica.

La matriz de admitancias del circuito de la Fig. 4.38 es (4.18).

$$\begin{matrix}
 A \\
 B \\
 C \\
 a \\
 b \\
 c
 \end{matrix}
 \left[
 \begin{array}{cccccc}
 \frac{\psi}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & 0 & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 \\
 0 & \frac{\psi}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & 0 & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} \\
 0 & 0 & \frac{\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 \\
 \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & 0 & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} & 0 \\
 0 & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & 0 & \frac{\psi}{K_S^2 \beta}
 \end{array}
 \right]
 \quad (4.18)$$

Siguiendo con el procedimiento para encontrar las redes de secuencia (0,+,-), la matriz de admitancias (4.18) se transforma por componentes simétricas resultando la matriz (4.19).

$$\begin{bmatrix}
 \frac{\psi}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\psi}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-\psi \angle -120^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{\psi}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-\psi \angle 120^\circ}{K_P K_S \beta} \\
 \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{-\psi \angle 120^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{-\psi \angle -120^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{\psi}{K_S^2 \beta}
 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

De las ecuaciones de sec (o) de (4.19), se obtiene el circuito de la Fig. 4.39.

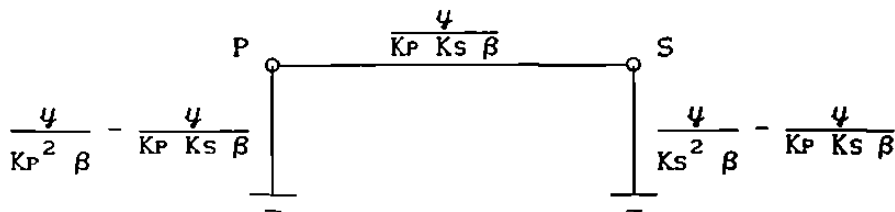


Fig. 4.39 Circuito generalizado de secuencia cero.

Para el caso especial en que  $K_P = 1$ ,  $K_S = 1$  y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.39 queda:

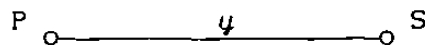


Fig. 4.40 Circuito de secuencia cero.

De las ecuaciones de secuencia (+):

$$I_P^+ = \frac{\gamma}{K_P^2 \beta} V_P^+ - \frac{\gamma \angle^{-120^\circ}}{K_P K_S \beta} V_S^+ \quad (4.20)$$

$$I_S^+ = \frac{-\gamma \angle^{120^\circ}}{K_P K_S \beta} V_P^+ + \frac{\gamma}{K_S^2 \beta} V_S^+ \quad (4.21)$$

La Ec. (4.21) se multiplica por  $1 \angle^{-120^\circ}$ , y definiendo:

$$V_R^+ = V_S^+ \angle^{-120^\circ} \quad (4.22)$$

$$I_R^+ = I_S^+ \angle^{-120^\circ} \quad (4.23)$$

las ecuaciones de secuencia (+) resultan:

$$I_P^+ = \frac{\gamma}{K_P^2 \beta} V_P^+ - \frac{\gamma}{K_P K_S \beta} V_R^+ \quad (4.24)$$

$$I_R^+ = \frac{-\gamma}{K_P K_S \beta} V_P^+ + \frac{\gamma}{K_S^2 \beta} V_R^+ \quad (4.25)$$

Con estas ecuaciones ((4.24) y (4.25)) se encuentra el circuito de la Fig. 4.41, que cumple con las ecuaciones (4.22) y (4.23).

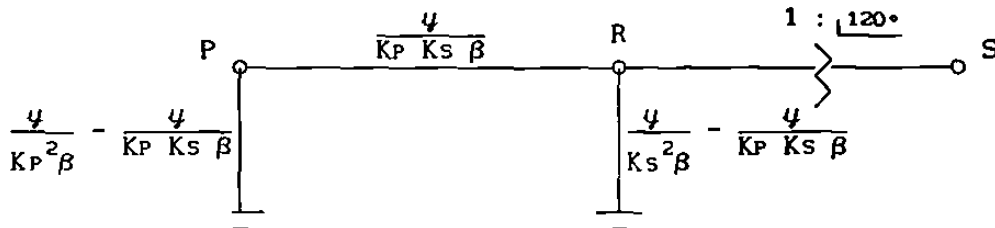


Fig. 4.41 Circuito generalizado de secuencia positiva.

Si se tiene el caso de que  $K_P = 1$ ,  $K_S = 1$  y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.41 queda como se muestra en la Fig. 4.42.

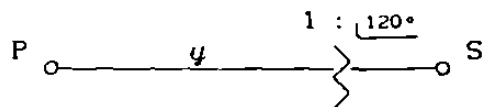


Fig. 4.42 Circuito de secuencia positiva.

Si siguiendo un procedimiento similar al utilizado en la derivación de la red de secuencia (+) resulta el siguiente circuito de la Fig. 4.43.

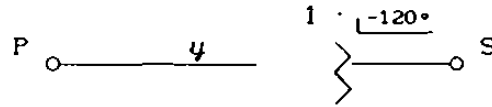


Fig. 4.43 Circuito de secuencia negativa.

Si se nombran igual las fases del transformador en el primario y secundario no resultaría un defasamiento en los circuitos de secuencia (+) y (-).

#### 4.1.7 Conexión Delta - Delta.

Para modelar este tipo de conexión (Fig. 4.44), se parte de su circuito equivalente (Fig. 4.45).

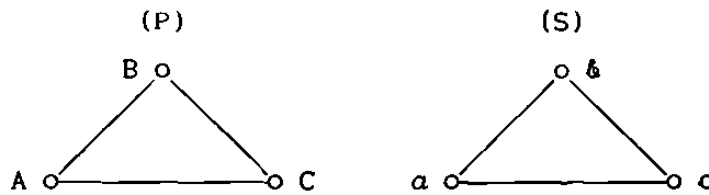


Fig. 4.44 Representación de la conexión trifásica.

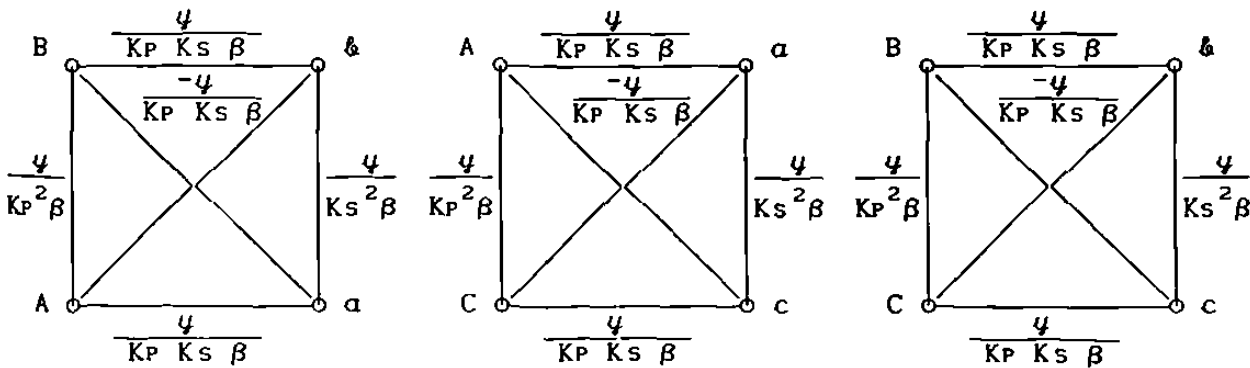


Fig. 4.45 Circuito equivalente de la conexión trifásica.

La matriz de admitancias del circuito de la Fig. 4.45 será (4.26).

$$\begin{matrix}
 A \\
 B \\
 C \\
 a \\
 b \\
 c
 \end{matrix}
 \left[ \begin{array}{cccccc}
 \frac{2y}{K_P^2 \beta} & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{-2y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} \\
 \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{2y}{K_P^2 \beta} & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-2y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} \\
 \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{-y}{K_P^2 \beta} & \frac{2y}{K_P^2 \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-2y}{K_P K_S \beta} \\
 \frac{-2y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{2y}{K_S^2 \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} \\
 \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-2y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} & \frac{2y}{K_S^2 \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} \\
 \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{y}{K_P K_S \beta} & \frac{-2y}{K_P K_S \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} & \frac{-y}{K_S^2 \beta} & \frac{2y}{K_S^2 \beta}
 \end{array} \right] \quad (4.26)$$

Continuando con la modelación se procede a transformar la matriz de admitancias (4.26) a componentes simétricas resultando la matriz (4.27).

$$\left[ \begin{array}{cccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{3y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-3y}{K_P K_S \beta} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{3y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-3y}{K_P K_S \beta} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{-3y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{3y}{K_S^2 \beta} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{-3y}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{3y}{K_S^2 \beta}
 \end{array} \right] \quad (4.27)$$

Con los elementos de secuencia (o) de (4.27) se deduce un circuito abierto como se muestra en la Fig. 4.46.



Fig. 4.46 Circuito de secuencia cero.

De los elementos de secuencia (+) de (4.27) se puede obtener un circuito equivalente, pero éste se debe modificar por el cambio de base en el voltaje de ambos devanados. Esta situación se corrige sustituyendo  $K_P = K_P' \sqrt{3}$  y  $K_S = K_S' \sqrt{3}$  (ver Fig. 4.8) en los elementos de la matriz (4.27), con los cuales se obtiene el circuito de la Fig. 4.47.

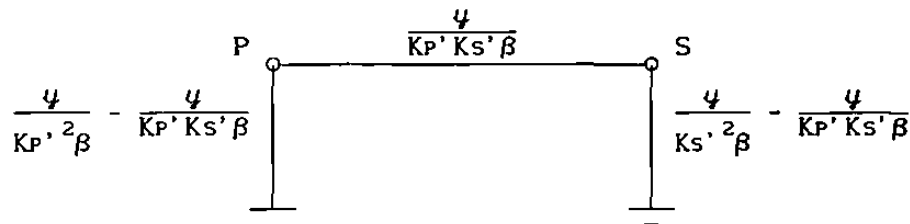


Fig. 4.47 Circuito generalizado de secuencia positiva.

Para el caso particular de tener condiciones nominales ( $K_P' = K_S' = 1$ ) y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.47 queda como se muestra en la Fig. 4.48.

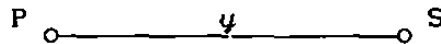


Fig. 4.48 Circuito de secuencia positiva.

Como las ecuaciones de secuencia (-) son iguales a las de secuencia (+), el circuito equivalente de secuencia (-) resultante será igual al de la Fig. 4.48.

Por tener un ejemplo de defasamiento en este tipo de conexión (Delta - Delta) se modificarán las fases a una de las deltas de la Fig. 4.44 (Fig. 4.49) y se modelará a partir de su circuito equivalente (Fig. 4.50).



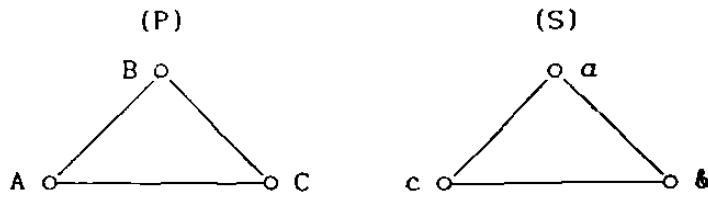


Fig. 4.49 Representación de la conexión trifásica.

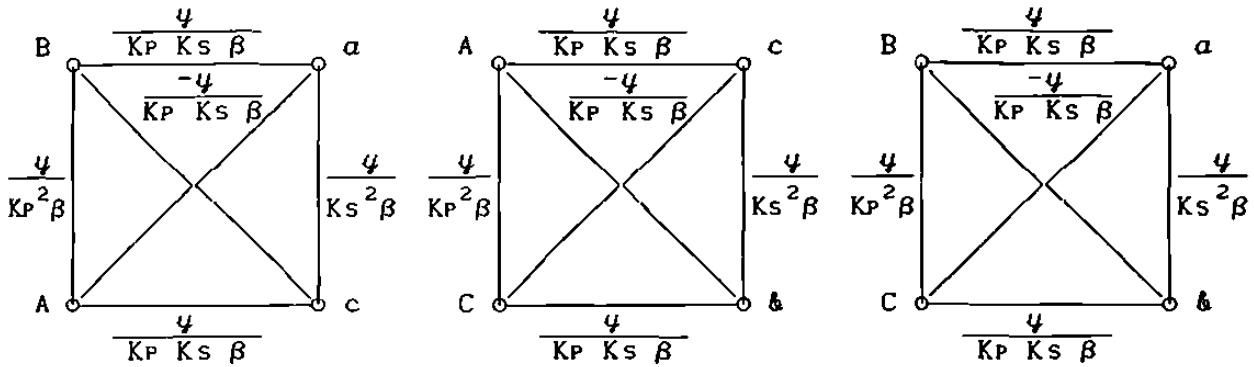


Fig. 4.50 Circuito equivalente de la conexión trifásica.

La matriz de admitancias del circuito equivalente de la Fig. 4.50 será (4.28).

$$\begin{matrix}
 A \\
 B \\
 C \\
 a \\
 b \\
 c
 \end{matrix}
 \left[ \begin{array}{cccccc}
 \frac{2\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{-2\psi}{K_P K_S \beta} \\
 \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{2\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-2\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \\
 \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{2\psi}{K_P^2 \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{-2\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \\
 \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{-2\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{2\psi}{K_S^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} \\
 \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{-2\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} & \frac{2\psi}{K_S^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} \\
 \frac{-2\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} & \frac{2\psi}{K_S^2 \beta}
 \end{array} \right] \quad (4.28)$$

63078

La matriz (4.28) se transforma por componentes simétricas resultando la matriz (4.29).

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-3y \angle 120^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3y}{K_P^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-3y \angle -120^\circ}{K_P K_S \beta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3y \angle -120^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{3y}{K_S^2 \beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-3y \angle 120^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{3y}{K_S^2 \beta} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

De las ecuaciones de secuencia (o) de (4.29), se deduce un circuito abierto como se muestra en la Fig. 4.51.

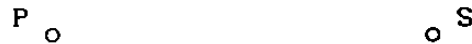


Fig. 4.51 Circuito de secuencia cero.

De las ecuaciones de secuencia (+) en (4.29) no se puede obtener un circuito equivalente por lo que se elimina la asimetría como en los casos anteriores.

$$I_P^+ = \frac{3y}{K_P^2 \beta} V_P^+ - \frac{3y \angle 120^\circ}{K_P K_S \beta} V_S^+ \quad (4.30)$$

$$I_S^+ = \frac{-3y \angle -120^\circ}{K_P K_S \beta} V_P^+ + \frac{3y}{K_S^2 \beta} V_S^+ \quad (4.31)$$

La ecuación (4.31) se multiplica por  $1 \angle 120^\circ$  y se define:

$$V_R^* = V_S^* \angle 120^\circ \quad (4.32)$$

$$I_R^* = I_S^* \angle 120^\circ \quad (4.33)$$

las ecuaciones de secuencia (+) quedan de la siguiente forma:

$$I_P^* = \frac{3\psi}{K_P^2 \beta} V_P^* - \frac{3\psi}{K_P K_S \beta} V_R^* \quad (4.34)$$

$$I_R^* = \frac{-3\psi}{K_P K_S \beta} V_P^* + \frac{3\psi}{K_S^2 \beta} V_R^* \quad (4.35)$$

Con estas ecuaciones ((4.34) y (4.35)) resulta un circuito equivalente de secuencia (+) que cumple con las ecuaciones (4.32) y (4.33), pero a dicho circuito se le tiene que corregir el cambio de base que ocurre en ambos devanados por la conexión en delta (ver modelado anterior). De esta forma, con  $K_P = K_P' \sqrt{3}$  y  $K_S = K_S' \sqrt{3}$  se obtiene el circuito de la Fig. 4.52.

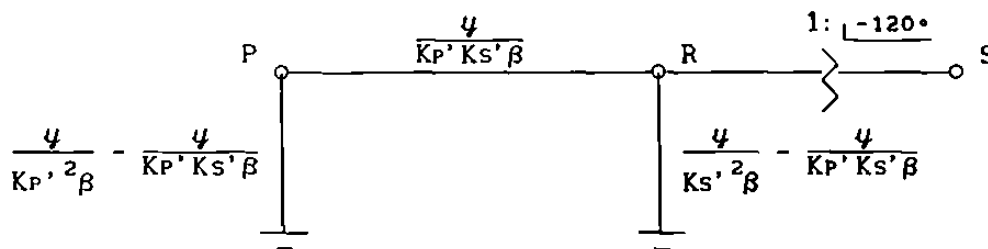


Fig. 4.52 Circuito generalizado de secuencia positiva.

Para el caso particular de tener condiciones nominales y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.52 queda como se muestra en la Fig. 4.53.

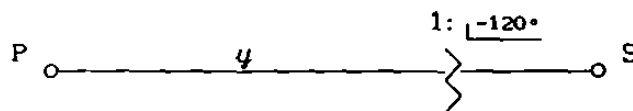


Fig. 4.53 Circuito de secuencia positiva.

Siguiendo un procedimiento similar se obtiene el circuito de secuencia (-).



Fig. 4.54 Circuito de secuencia negativa.

Como se menciona al principio de la derivacion de este modelo, el defasamiento resultante es debido al corrimiento de las fases en la conexión trifásica.

#### 4.2 MODELADO DE BANCOS TRIFASICOS DE UNIDADES DE TRES DEVANADOS.

Para la modelación de conexiones trifásicas de transformadores de tres devanados monofásicos se utilizará la siguiente representación en cuanto a la identificación de fases o devanados de una misma unidad monofásica. Por ejemplo, si se tiene un banco trifásico en conexión Estrella - Estrella - Delta, dicha conexión se representará como se muestra en la Fig. 4.55, donde las fases (líneas) paralelas indican una misma unidad monofásica. Con esta representación y con el circuito equivalente generalizado del transformador de tres devanados monofásico (Fig. 3.18) se realiza la modelación de la unidad trifásica compuesta de tres monofásicas.

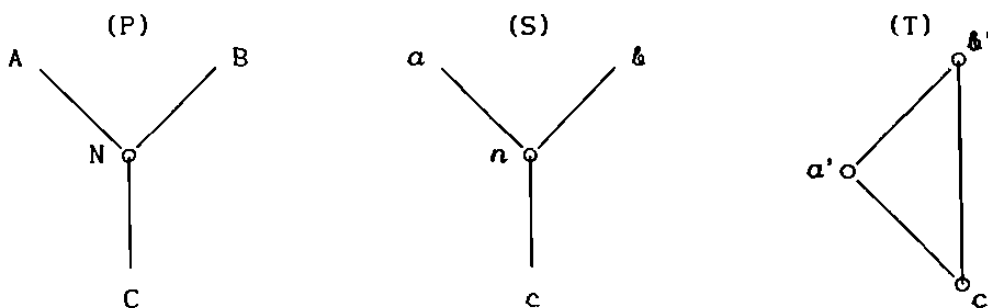


Fig. 4.55 Representación de un arreglo trifasico.

4.2.1 Conexión Estrella aterrizada - Estrella sin aterrizar Delta.

Este tipo de conexión se representa como se muestra en la Fig 4.56 y el circuito equivalente se presenta en la Fig. 4.57.

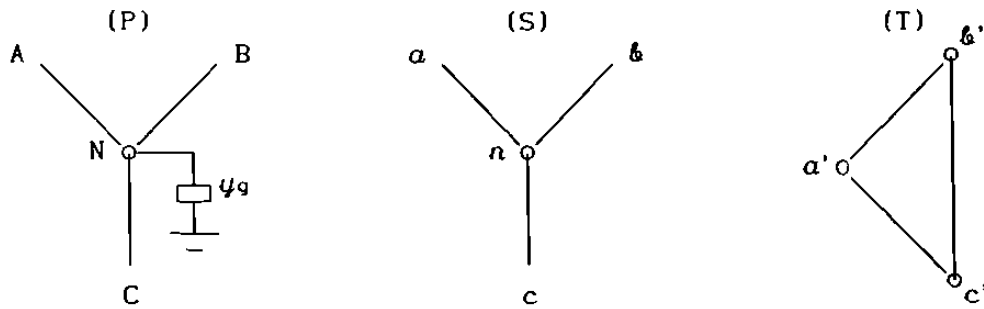


Fig. 4.56 Representación de la conexión trifásica.

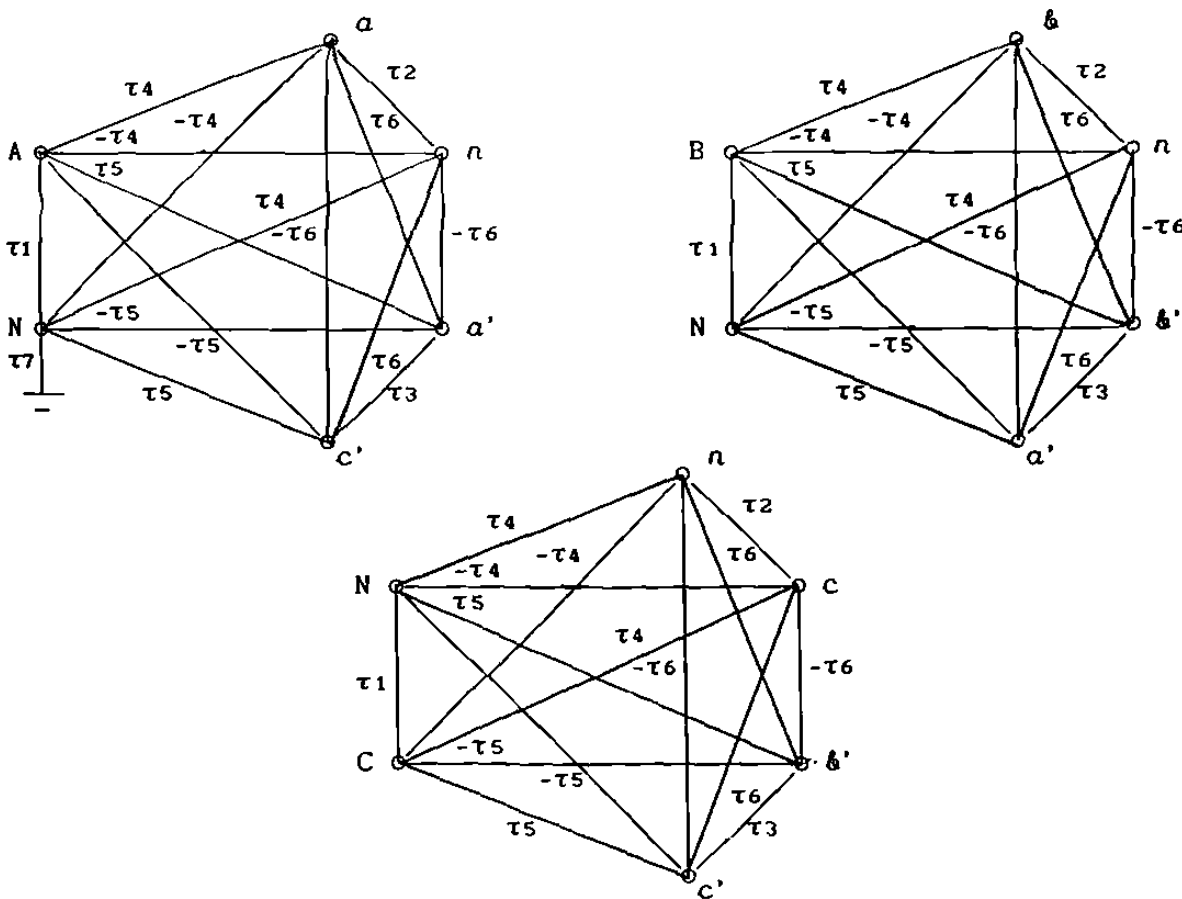


Fig. 4.57 Circuito equivalente de la conexión trifásica.

Tabla 4.1 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 4.57

$\tau_1$	$\frac{y_p (y_s + y_t)}{(y_p + y_s + y_t) K_P^2 \beta}$
$\tau_2$	$\frac{y_s (y_p + y_t)}{(y_p + y_s + y_t) K_S^2 \beta}$
$\tau_3$	$\frac{y_t (y_p + y_s)}{(y_p + y_s + y_t) K_T^2 \beta}$
$\tau_4$	$\frac{y_p y_s}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_S \beta}$
$\tau_5$	$\frac{y_p y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_T \beta}$
$\tau_6$	$\frac{y_s y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_S K_T \beta}$
$\tau_7$	$y_g$

La matriz de admitancias del circuito de la Fig. 4.57 es (4.36).

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 a \\
 b \\
 c \\
 a' \\
 b' \\
 c' \\
 N \\
 n
 \end{array}
 \left[ \begin{array}{ccc|ccc|ccc|cc}
 \gamma & 0 & 0 & \psi & 0 & 0 & -\delta & 0 & \delta & -\gamma & -\psi \\
 0 & \gamma & 0 & 0 & \psi & 0 & \delta & -\delta & 0 & -\gamma & -\psi \\
 0 & 0 & \gamma & 0 & 0 & \psi & 0 & \delta & -\delta & -\gamma & -\psi \\
 \psi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 & -\mu & 0 & \mu & -\psi & -\phi \\
 0 & \psi & 0 & 0 & \phi & 0 & \mu & -\mu & 0 & -\psi & -\phi \\
 0 & 0 & \psi & 0 & 0 & \phi & 0 & \mu & -\mu & -\psi & -\phi \\
 -\delta & \delta & 0 & -\mu & \mu & 0 & 2\lambda & -\lambda & -\lambda & 0 & 0 \\
 0 & -\delta & \delta & 0 & -\mu & \mu & -\lambda & 2\lambda & -\lambda & 0 & 0 \\
 \delta & 0 & -\delta & \mu & 0 & -\mu & -\lambda & -\lambda & 2\lambda & 0 & 0 \\
 \hline
 -\gamma & -\gamma & -\gamma & -\psi & -\psi & -\psi & 0 & 0 & 0 & 3\gamma + y_g & 3\psi \\
 -\psi & -\psi & -\psi & -\phi & -\phi & -\phi & 0 & 0 & 0 & 3\psi & 3\phi
 \end{array} \right] \quad (4.36)$$

Donde los elementos de la matriz (4.36) son los siguientes.

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta} & \psi &= \frac{-\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta} \\ \delta &= \frac{\psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta} & \phi &= \frac{\psi_s (\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta} \\ \mu &= \frac{\psi_s \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta} & \lambda &= \frac{\psi_t (\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta} \end{aligned}$$

Para obtener el modelo en redes de secuencia se debe eliminar las filas y columnas N y n, de manera de calcular una matriz equivalente con los puntos de interés (A, B, C, a, b, c, a', b', c'). La eliminación se efectúa por manipulación algebraica como en la ecuación 4.3.

Efectuando las operaciones indicadas para  $Y_{EQ}$ , resulta (4.37).

$$Y_{EQ} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_2 & \psi_1 & \psi_2 & \psi_2 & -\delta & 0 & \delta \\ \gamma_2 & \gamma_1 & \gamma_2 & \psi_2 & \psi_1 & \psi_2 & \delta & -\delta & 0 \\ \gamma_2 & \gamma_2 & \gamma_1 & \psi_2 & \psi_2 & \psi_1 & 0 & \delta & -\delta \\ \hline \psi_1 & \psi_2 & \psi_2 & \phi_1 & \phi_2 & \phi_1 & -\mu & 0 & \mu \\ \psi_2 & \psi_1 & \psi_2 & \phi_2 & \phi_1 & \phi_2 & \mu & -\mu & 0 \\ \psi_2 & \psi_2 & \psi_1 & \phi_2 & \phi_2 & \phi_1 & 0 & \mu & -\mu \\ \hline -\delta & \delta & 0 & -\mu & \mu & 0 & 2\lambda & -\lambda & -\lambda \\ 0 & -\delta & \delta & 0 & -\mu & \mu & -\lambda & 2\lambda & -\lambda \\ \delta & 0 & -\delta & \mu & 0 & -\mu & -\lambda & -\lambda & 2\lambda \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

donde los elementos de la matriz (4.37) son los siguientes:

$$\gamma_1 = \frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta} - \frac{3\psi_p^2 \psi_s \psi_t (\psi_s + \psi_t) + \psi_p^2 \psi_s^2 \psi_t K_P^2 \beta}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_P^4 K_S^2 \beta^3 \alpha}$$

$$\gamma_2 = \frac{-3\psi_p^2 \psi_s \psi_t (\psi_s + \psi_t) + \psi_p^2 \psi_s^2 \psi_t K_P^2 \beta}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_P^4 K_S^2 \beta^3 \alpha}$$

$$\psi_1 = \frac{-\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta} + \frac{3\psi_p^2 \psi_s^2 \psi_t + \psi_p \psi_g \psi_s^2 (\psi_p + \psi_t) K_P^2 \beta}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_P^3 K_S^3 \beta^3 \alpha}$$

$$\psi_2 = \frac{3\psi_p^2 \psi_s^2 \psi_t + \psi_p \psi_g \psi_s^2 (\psi_p + \psi_t) K_P^2 \beta}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_P^3 K_S^3 \beta^3 \alpha}$$

$$\phi_1 = \frac{\psi_s (\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta} - \frac{3\psi_s^2 \psi_p \psi_t (\psi_p + \psi_t) + \psi_s^2 \psi_g (\psi_p + \psi_t)^2 K_P^2 \beta}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_P^2 K_S^4 \beta^3 \alpha}$$

$$\phi_2 = \frac{-3\psi_s^2 \psi_p \psi_t (\psi_p + \psi_t) + \psi_s^2 \psi_g (\psi_p + \psi_t)^2 K_P^2 \beta}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_P^2 K_S^4 \beta^3 \alpha}$$

$$\delta = \frac{\psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta}$$

$$\mu = \frac{\psi_s \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta}$$

$$\lambda = \frac{\psi_t (\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta}$$

$$\text{NOTA: } \left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{9 \psi_p \psi_s \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 K_S^2 \beta^2} + \frac{3 \psi_s \psi_g (\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta} \end{array} \right.$$

Continuando con la modelación para llegar a las redes de secuencia (0,+,-), el sistema de ecuaciones se transforma a componentes simétricas, donde la matriz de admitancias resultante es (4.38).



$$\begin{matrix}
(0, +, -) \\
Y_{EQ}
\end{matrix}
=
\left[
\begin{array}{cccc|cccc}
\gamma_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \gamma_4 & 0 & 0 & \psi_4 & 0 & 0 & \delta_4 \\
0 & 0 & \gamma_4 & 0 & 0 & \psi_4 & 0 & \delta_5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \psi_4 & 0 & 0 & \phi_4 & 0 & 0 & \mu_4 \\
0 & 0 & \psi_4 & 0 & 0 & \phi_4 & 0 & \mu_5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \delta_5 & 0 & 0 & \mu_5 & 0 & 0 & \lambda_4 \\
0 & 0 & \delta_4 & 0 & 0 & \mu_4 & 0 & \lambda_4
\end{array}
\right]
\quad (4.38)$$

los elementos de la matriz (4.38) son los siguientes:

$$\gamma_3 = \frac{1/3 \psi_p \psi_t \psi_g}{\psi_p \psi_t + \frac{1}{3} \psi_p \psi_g K_P^2 \beta + \frac{1}{3} \psi_g \psi_t K_P^2 \beta}$$

$$\gamma_4 = \frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta}$$

$$\psi_4 = \frac{-\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta}$$

$$\delta_4 = \frac{-\sqrt{3} \psi_p \psi_t \angle^{-30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta}$$

$$\delta_5 = \frac{-\sqrt{3} \psi_p \psi_t \angle^{30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta}$$

$$\phi_4 = \frac{\psi_s (\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta}$$

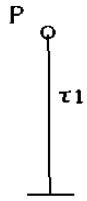
$$\lambda_4 = \frac{3 \psi_t (\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta}$$

$$\mu_4 = \frac{-\sqrt{3} \psi_s \psi_t \angle^{-30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta}$$

$$\mu_5 = \frac{-\sqrt{3} \psi_s \psi_t \angle^{30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta}$$

Tomando los elementos de secuencia (0) (matriz de secuencia (0)) de la matriz (4.38) se forma el circuito equivalente de la Fig. 4.58.

S



T

Fig. 4.58 Circuito generalizado de secuencia cero

donde:

$$\tau_1 = \frac{1/3 \psi_p \psi_t \psi_g}{\psi_p \psi_t + \frac{1}{3} \psi_p \psi_g K_P^2 \beta + \frac{1}{3} \psi_g \psi_t K_P^2 \beta}$$

Para el caso particular de tener condiciones nominales y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.58 queda como se muestra en la Fig. 4.59.

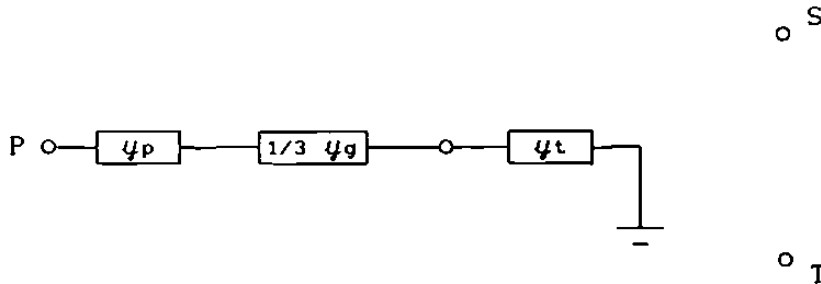


Fig. 4.59 Circuito de secuencia cero.

De las ecuaciones de secuencia (+), Ec. (4.39), no se puede obtener un circuito equivalente, pues la matriz de admitancias no es simétrica. Para eliminar esta asimetría, se multiplica la ecuación de  $I_T^+$  por  $1 \angle^{-30^\circ}$  y se sustituye  $I_T^+ \angle^{-30^\circ} = I_R^+$  y  $V_T^+ \angle^{-30^\circ} = V_R^+$ , de donde resulta el sistema de ecuaciones (4.40).

Nota: En (4.39) y (4.40)  $Y = \psi_p + \psi_s + \psi_t$ .

$$\begin{bmatrix} I_P^+ \\ I_S^+ \\ I_T^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_p(y_s+y_t)}{\sqrt{3} K_P^2 \beta} & -\frac{y_p y_s}{\sqrt{3} K_P K_S \beta} & \frac{-\sqrt{3} y_p y_t \angle^{-30^\circ}}{\sqrt{3} K_P K_T \beta} \\ \frac{-y_p y_s}{\sqrt{3} K_P K_S \beta} & \frac{y_s(y_p+y_t)}{\sqrt{3} K_S^2 \beta} & \frac{-\sqrt{3} y_s y_t \angle^{-30^\circ}}{\sqrt{3} K_S K_T \beta} \\ \frac{-\sqrt{3} y_p y_t \angle^{30^\circ}}{\sqrt{3} K_P K_T \beta} & \frac{-\sqrt{3} y_s y_t \angle^{30^\circ}}{\sqrt{3} K_S K_T \beta} & \frac{3y_t(y_p+y_s)}{\sqrt{3} K_T^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^+ \\ V_S^+ \\ V_T^+ \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

con el cambio de variables.

$$\begin{bmatrix} I_P^+ \\ I_S^+ \\ I_R^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_p(y_s+y_t)}{\sqrt{3} K_P^2 \beta} & -\frac{y_p y_s}{\sqrt{3} K_P K_S \beta} & \frac{-\sqrt{3} y_p y_t}{\sqrt{3} K_P K_T \beta} \\ \frac{-y_p y_s}{\sqrt{3} K_P K_S \beta} & \frac{y_s(y_p+y_t)}{\sqrt{3} K_S^2 \beta} & \frac{-\sqrt{3} y_s y_t}{\sqrt{3} K_S K_T \beta} \\ \frac{-\sqrt{3} y_p y_t}{\sqrt{3} K_P K_T \beta} & \frac{-\sqrt{3} y_s y_t}{\sqrt{3} K_S K_T \beta} & \frac{3y_t(y_p+y_s)}{\sqrt{3} K_T^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^+ \\ V_S^+ \\ V_R^+ \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Ya eliminada la asimetría en (4.40) se puede obtener un circuito equivalente de secuencia (+) que cumpla con las sustituciones anteriores. Sin embargo, aun se tendrá que hacer una corrección debido al cambio de voltaje base por la conexión en Delta del terciario (ver Fig. 4.8). Se procederá igual que en los puntos anteriores redefiniendo el termino  $K_T$ .

$$K_T = K_T' \sqrt{3} \quad (4.41)$$

De acuerdo a lo anterior se sustituye (4.41) en (4.40) y de la matriz de admitancias resultante se obtiene el circuito de secuencia (+).

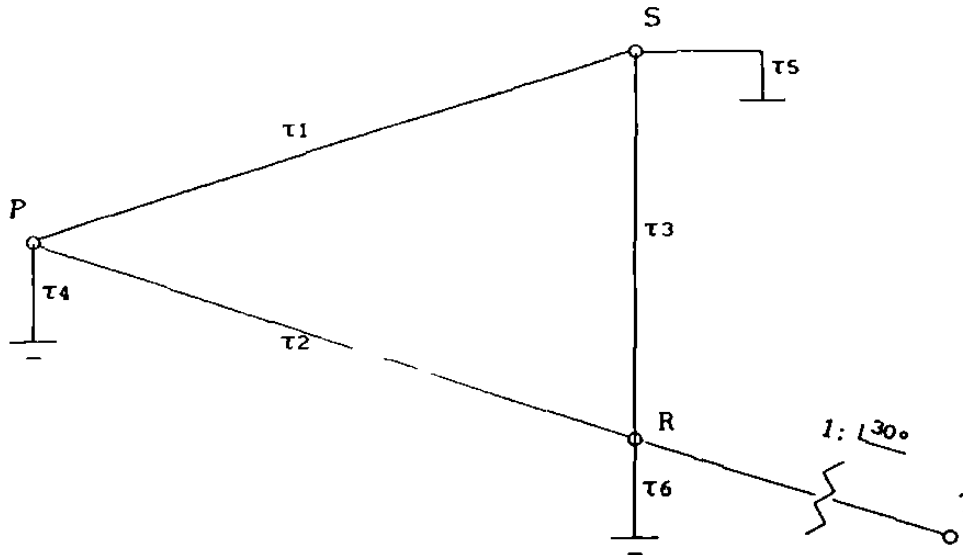


Fig. 4.60 Circuito generalizado de secuencia positiva.

Tabla 4.2 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 4.60.

$\tau_1$	$\frac{y_p y_s}{Y K_P K_S \beta}$	$\tau_4$	$\frac{y_p (y_s + y_t)}{Y K_P^2 \beta} - \frac{y_p y_s}{Y K_P K_S \beta} - \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T' \beta}$
$\tau_2$	$\frac{y_p y_t}{Y K_P K_T' \beta}$	$\tau_5$	$\frac{y_s (y_p + y_t)}{Y K_S^2 \beta} - \frac{y_p y_s}{Y K_P K_S \beta} - \frac{y_s y_t}{Y K_S K_T' \beta}$
$\tau_3$	$\frac{y_s y_t}{Y K_S K_T' \beta}$	$\tau_6$	$\frac{y_t (y_p + y_s)}{Y K_T'^2 \beta} - \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T' \beta} - \frac{y_s y_t}{Y K_S K_T' \beta}$

§  $Y = y_p + y_s + y_t$ .

Como no es común tener un circuito equivalente de la forma de la Fig. 4.60, dicho circuito (Delta P,S,R) se transformará a un circuito en Estrella (P,S,R) equivalente (Fig. 4.61).

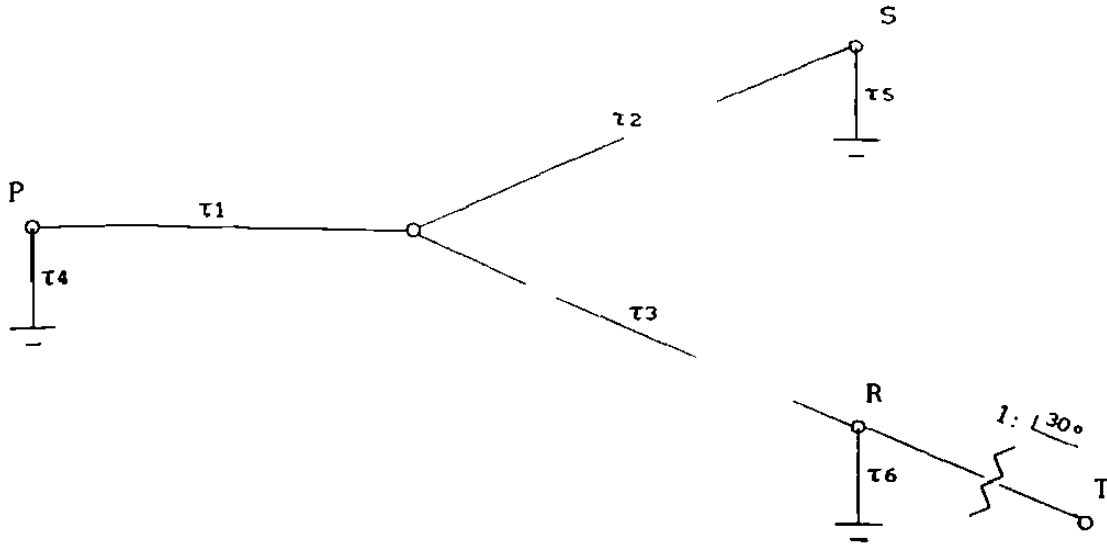


Fig. 4.61 Circuito generalizado de secuencia positiva en Estrella.

Tabla 4.3 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 4.61.

$\tau_1$	$\frac{\psi_p(\psi_p K_s K_T' + \psi_s K_P K_T' + \psi_t K_P K_s)}{\gamma K_P^2 K_s K_T' \beta}$
$\tau_2$	$\frac{\psi_s(\psi_p K_s K_T' + \psi_s K_P K_T' + \psi_t K_P K_s)}{\gamma K_s^2 K_P K_T' \beta}$
$\tau_3$	$\frac{\psi_t(\psi_p K_s K_T' + \psi_s K_P K_T' + \psi_t K_P K_s)}{\gamma K_T'^2 K_P K_s \beta}$
$\tau_4$	$\frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t)}{\gamma K_P^2 \beta} - \frac{\psi_p \psi_s}{\gamma K_P K_s \beta} - \frac{\psi_p \psi_t}{\gamma K_P K_T' \beta}$
$\tau_5$	$\frac{\psi_s(\psi_p + \psi_t)}{\gamma K_s^2 \beta} - \frac{\psi_p \psi_s}{\gamma K_P K_s \beta} - \frac{\psi_s \psi_t}{\gamma K_s K_T' \beta}$
$\tau_6$	$\frac{\psi_t(\psi_p + \psi_s)}{\gamma K_T'^2 \beta} - \frac{\psi_p \psi_t}{\gamma K_P K_T' \beta} - \frac{\psi_s \psi_t}{\gamma K_s K_T' \beta}$

§  $\gamma = \psi_p + \psi_s + \psi_t$ .

Para el caso de tener condiciones nominales y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.61 queda como se muestra en la Fig. 4.62

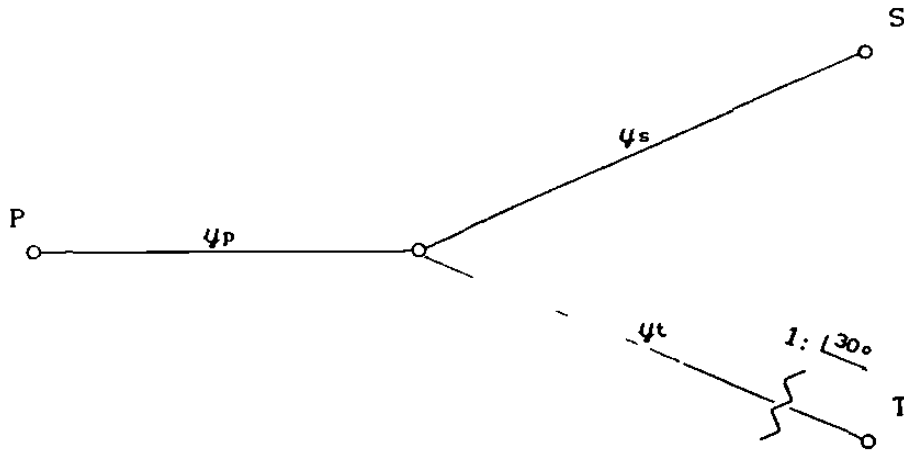


Fig. 4.62 Circuito de secuencia positiva simplificado.

De las ecuaciones de secuencia (-) y siguiendo un procedimiento similar al utilizado en la derivación del circuito de secuencia (+), resulta el circuito de la Fig. 4.63.

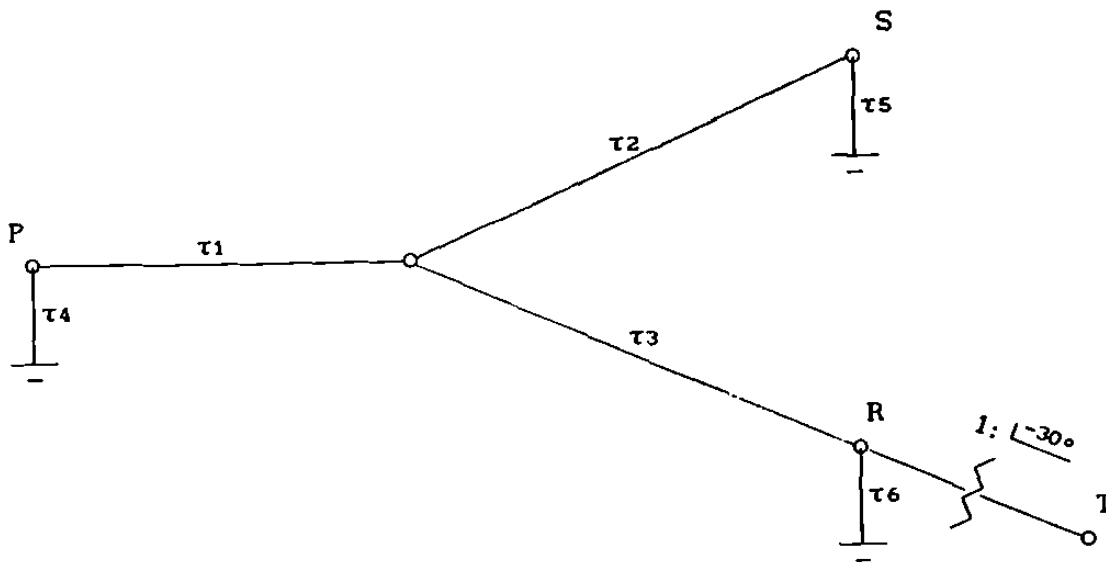


Fig. 4.63 Circuito generalizado de secuencia negativa en Estrella (los valores de admitancia son iguales que en el circuito de secuencia positiva Fig. 4.61).

Para el caso de tener condiciones nominales y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig 4.63 queda como se muestra en la Fig. 4.64

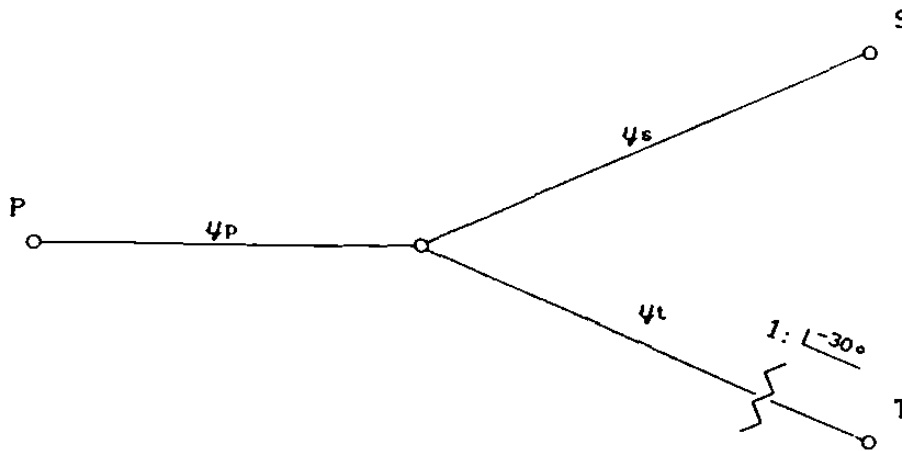


Fig. 4.64 Circuito de secuencia negativa simplificado.

El defasamiento que resulta en las redes de secuencia (+) y (-), es debido a que no puede existir una relación directa entre fases iguales en conexión Estrella - Delta.

#### 4.2.2 Conexión Estrella aterrizada - Estrella aterrizada - Delta.

Para modelar esta tipo de arreglo trifásico (Fig. 4.65), se partirá del circuito equivalente de la Fig. 4.66.

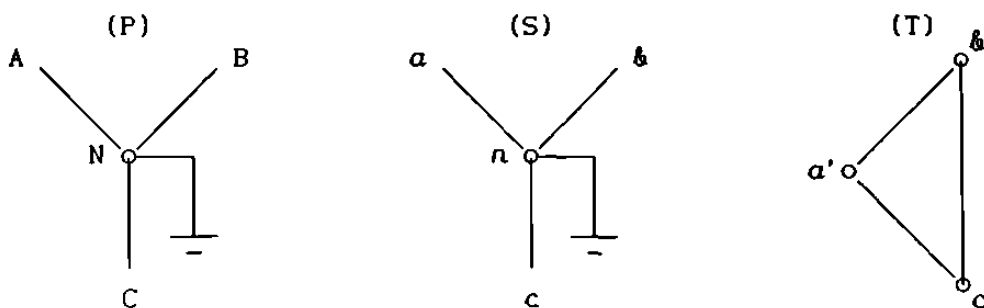


Fig. 4.65 Representación de la conexión trifásica.

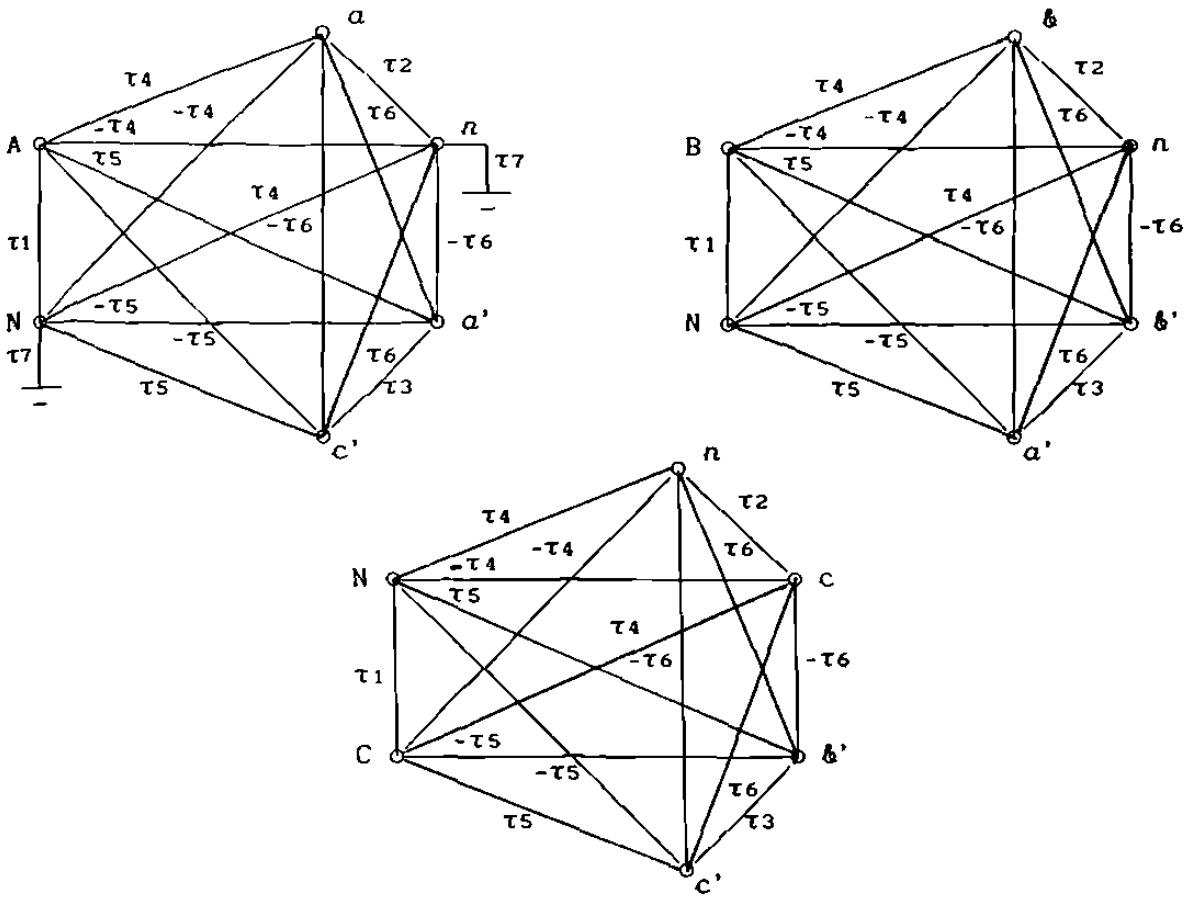


Fig. 4.66 Circuito equivalente de la conexión trifásica.

Tabla 4.4 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 4.66.

$\tau_1$	$\frac{y_p (y_s + y_t)}{(y_p + y_s + y_t) K_P^2 \beta}$	$\tau_5$	$\frac{y_p y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_T \beta}$
$\tau_2$	$\frac{y_s (y_p + y_t)}{(y_p + y_s + y_t) K_S^2 \beta}$	$\tau_6$	$\frac{y_s y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_S K_T \beta}$
$\tau_3$	$\frac{y_t (y_p + y_s)}{(y_p + y_s + y_t) K_T^2 \beta}$	$\tau_7$	$\infty$
$\tau_4$	$\frac{y_p y_s}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_S \beta}$		

La matriz de admitancias del circuito de la Fig. 4.66 será (4.42)



$$\begin{array}{l}
A \\
B \\
C \\
a \\
b \\
c \\
a' \\
b' \\
c'
\end{array}
\left[ \begin{array}{ccc|ccc|ccc}
\gamma & 0 & 0 & \psi & 0 & 0 & -\delta & 0 & \delta \\
0 & \gamma & 0 & 0 & \psi & 0 & \delta & -\delta & 0 \\
0 & 0 & \gamma & 0 & 0 & \psi & 0 & \delta & -\delta \\
\psi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 & -\mu & 0 & \mu \\
0 & \psi & 0 & 0 & \phi & 0 & \mu & -\mu & 0 \\
0 & 0 & \psi & 0 & 0 & \phi & 0 & \mu & -\mu \\
-\delta & \delta & 0 & -\mu & \mu & 0 & 2\lambda & -\lambda & -\lambda \\
0 & -\delta & \delta & 0 & -\mu & \mu & -\lambda & 2\lambda & -\lambda \\
\delta & 0 & -\delta & \mu & 0 & -\mu & -\lambda & -\lambda & 2\lambda
\end{array} \right] \quad (4.42)$$

Donde los elementos de la matriz (4.42) son los siguientes:

$$\gamma = \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta} \quad \psi = \frac{-\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta}$$

$$\delta = \frac{\psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta} \quad \phi = \frac{\psi_s(\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta}$$

$$\mu = \frac{\psi_s \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta} \quad \lambda = \frac{\psi_t(\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta}$$

La matriz de admitancias (4.42) se transforma a componentes simétricas, donde la matriz de admitancias resultante será (4.43).

$$Y^{(0,+, -)} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 & | & \psi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & 0 & | & 0 & \psi_1 & 0 & 0 & \delta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_1 & | & 0 & 0 & \psi_1 & 0 & 0 & \delta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \psi_1 & 0 & 0 & | & \phi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_1 & 0 & | & 0 & \phi_1 & 0 & 0 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_1 & | & 0 & 0 & \phi_1 & 0 & 0 & \mu_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 & | & 0 & \mu_2 & 0 & 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 & | & 0 & 0 & \mu_1 & 0 & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Donde los elementos de la matriz (4.43) son los siguientes:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta} & \psi_1 &= \frac{-\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta} \\ \delta_1 &= \frac{-\sqrt{3} \psi_p \psi_t \angle^{-30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta} & \delta_2 &= \frac{-\sqrt{3} \psi_p \psi_t \angle^{30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta} \\ \phi_1 &= \frac{\psi_s (\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta} & \lambda_1 &= \frac{3 \psi_t (\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta} \\ \mu_1 &= \frac{-\sqrt{3} \psi_s \psi_t \angle^{-30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta} & \mu_2 &= \frac{-\sqrt{3} \psi_s \psi_t \angle^{30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta} \end{aligned}$$

Tomando los elementos de secuencia (0) de la matriz (4.43) se forma el circuito equivalente de la Fig. 4.67.

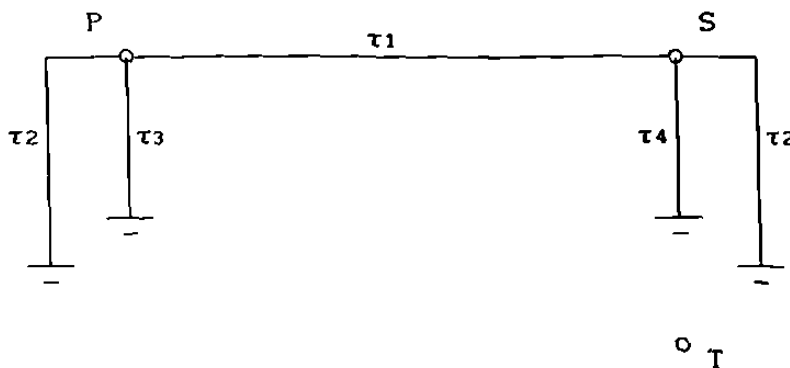


Fig. 4.67 Circuito generalizado de secuencia cero.

Tabla 4.5 Valores de admitancias del circuito de la Fig 4.67.

$\tau_1$	$\frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta}$
$\tau_2$	$\frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta} - \frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta}$
$\tau_3$	$\frac{\psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta}$
$\tau_4$	$\frac{\psi_s \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta}$

El circuito de la Fig. 4.67 se transforma a un circuito en Estrella equivalente (Fig. 4.68).

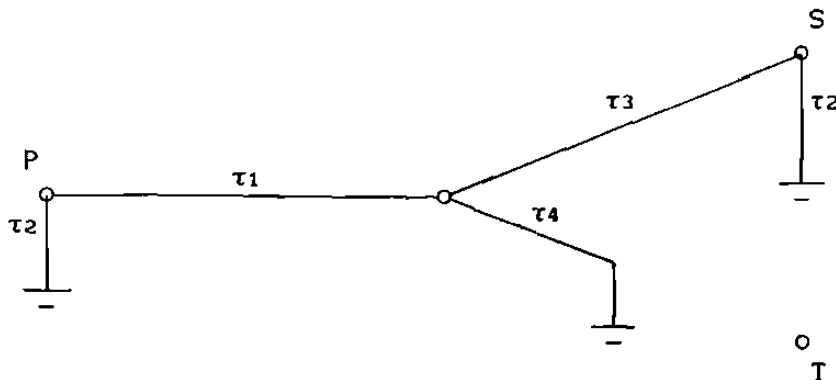


Fig. 4.68 Circuito generalizado en estrella de secuencia cero.

Tabla 4.6 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 4.68.

$\tau_1$	$\frac{\psi_p (\psi_p K_S^2 + \psi_s K_P^2 + \psi_t K_P K_S)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^3 K_S \beta}$
$\tau_2$	$\frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta} - \frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta}$

Tabla 4.6 (continuación) Valores de admitancias del circuito de la Fig. 4.68.

$\tau_3$	$\frac{y_s (y_p K_S^2 + y_s K_P^2 + y_t K_P K_S)}{(y_p + y_s + y_t) K_S^3 K_P \beta}$
$\tau_4$	$\frac{y_t (y_p K_S^2 + y_s K_P^2 + y_t K_P K_S)}{(y_p + y_s + y_t) K_P^2 K_S^2 \beta}$

En el caso de tener condiciones nominales y  $\beta = 1$  resulta el circuito de la Fig. 4.69.

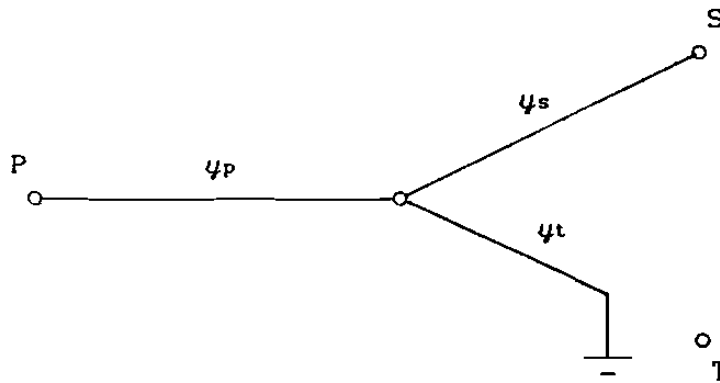


Fig. 4.69 Circuito de secuencia cero simplificado.

El sistema de ecuaciones de secuencia (+), (4.44), es el mismo que el sistema de ecuaciones de secuencia (+), (4.39), del punto anterior, por lo que la derivación de la red de secuencia (+) será idéntica, resultando los mismos circuitos equivalentes. Esto mismo ocurre con el circuito de secuencia negativa.

Nota: En (4.44)  $Y = y_p + y_s + y_t$ .

$$\begin{bmatrix} I_P^+ \\ I_S^+ \\ I_T^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t)}{\sqrt{K_P^2 \beta}} & \frac{-\psi_p \psi_s}{\sqrt{K_P K_S \beta}} & \frac{-\sqrt{3} \psi_p \psi_t \angle^{-30^\circ}}{\sqrt{K_P K_T \beta}} \\ \frac{-\psi_p \psi_s}{\sqrt{K_P K_S \beta}} & \frac{\psi_s(\psi_p + \psi_t)}{\sqrt{K_S^2 \beta}} & \frac{-\sqrt{3} \psi_s \psi_t \angle^{-30^\circ}}{\sqrt{K_S K_T \beta}} \\ \frac{-\sqrt{3} \psi_p \psi_t \angle^{30^\circ}}{\sqrt{K_P K_T \beta}} & \frac{-\sqrt{3} \psi_s \psi_t \angle^{30^\circ}}{\sqrt{K_S K_T \beta}} & \frac{3\psi_t(\psi_p + \psi_s)}{\sqrt{K_T^2 \beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^+ \\ V_S^+ \\ V_T^+ \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Para representar el banco trifásico en un estudio trifásico balanceado o desbalanceado se podrá utilizar la matriz (4.42), sustituyendo en ésta (4.41) para corregir el cambio de voltaje base ocasionado por la conexión en Delta.

#### 4.2.3 Conexión Estrella - Estrella aterrizada - Delta.

Este tipo de conexión se representa como se muestra en la Fig. 4.70, y su modelación se inicia a partir de su circuito equivalente (Fig. 4.71).

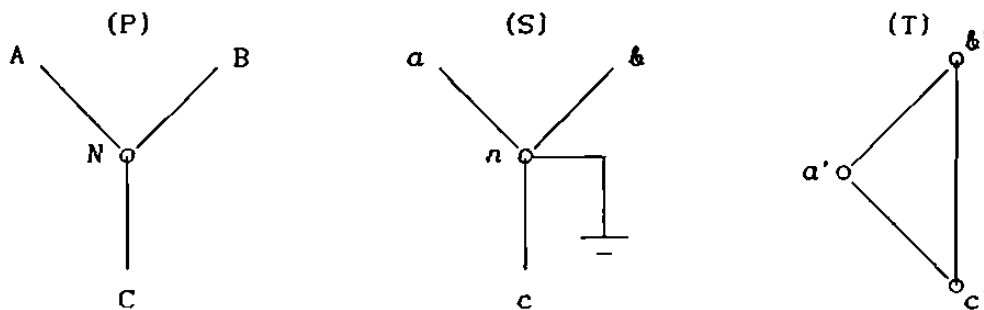


Fig. 4.70 Representación de la conexión trifásica.

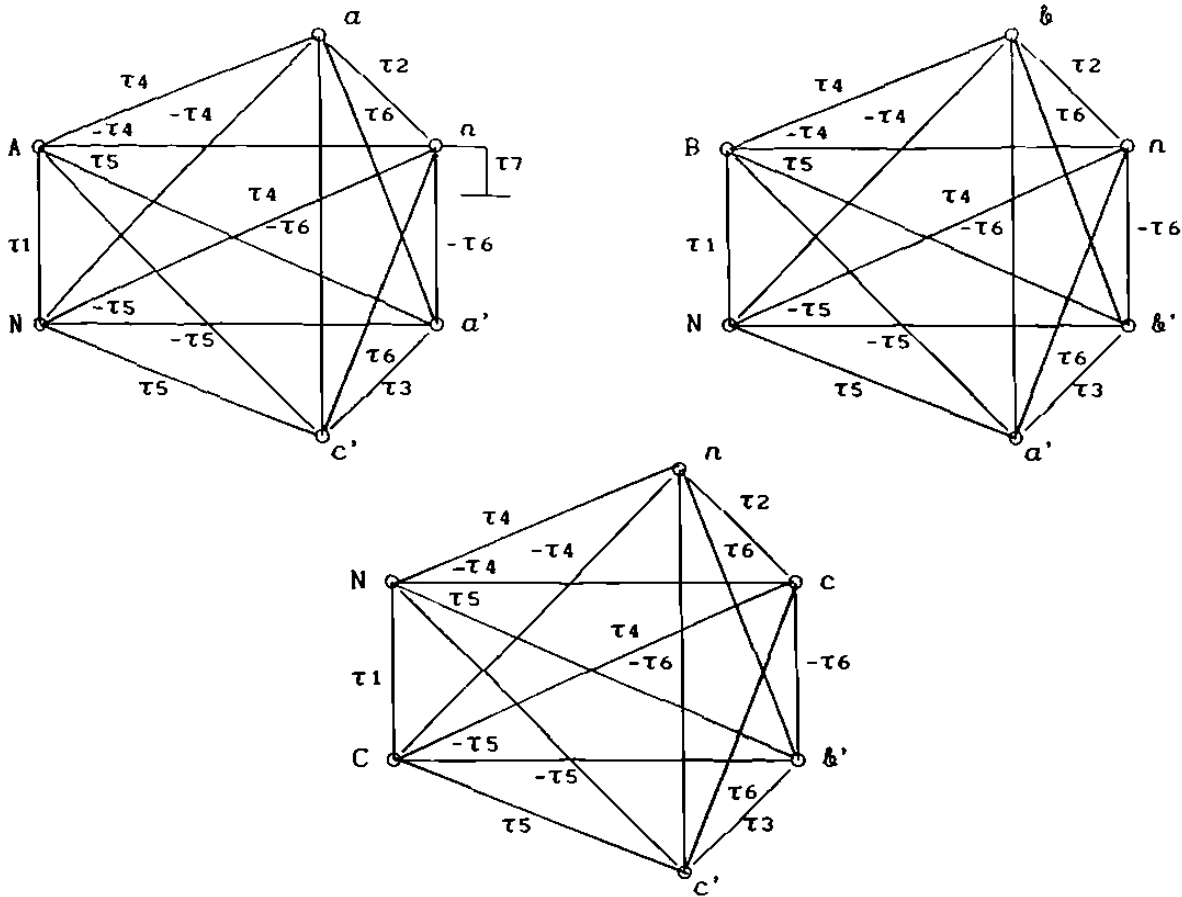


Fig. 4.71 Circuito equivalente de la conexión trifásica.

Tabla 4.7 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 4.71.

$\tau_1$	$\frac{y_p (y_s + y_t)}{(y_p + y_s + y_t) K_P^2 \beta}$	$\tau_5$	$\frac{y_p y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_T \beta}$
$\tau_2$	$\frac{y_s (y_p + y_t)}{(y_p + y_s + y_t) K_S^2 \beta}$	$\tau_6$	$\frac{y_s y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_S K_T \beta}$
$\tau_3$	$\frac{y_t (y_p + y_s)}{(y_p + y_s + y_t) K_T^2 \beta}$	$\tau_7$	$\infty$
$\tau_4$	$\frac{y_p y_s}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_S \beta}$		

La matriz de admitancias del circuito de la Fig. 4.71 es la (4.45).

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 a \\
 \& \\
 c \\
 a' \\
 \&' \\
 c' \\
 N
 \end{array}
 \left[ \begin{array}{ccc|ccc|ccc|c}
 \gamma & 0 & 0 & \psi & 0 & 0 & -\delta & 0 & \delta & -\gamma \\
 0 & \gamma & 0 & 0 & \psi & 0 & \delta & -\delta & 0 & -\gamma \\
 0 & 0 & \gamma & 0 & 0 & \psi & 0 & \delta & -\delta & -\gamma \\
 \psi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 & -\mu & 0 & \mu & -\psi \\
 0 & \psi & 0 & 0 & \phi & 0 & \mu & -\mu & 0 & -\psi \\
 0 & 0 & \psi & 0 & 0 & \phi & 0 & \mu & -\mu & -\psi \\
 -\delta & \delta & 0 & -\mu & \mu & 0 & 2\lambda & -\lambda & -\lambda & 0 \\
 0 & -\delta & \delta & 0 & -\mu & \mu & -\lambda & 2\lambda & -\lambda & 0 \\
 \delta & 0 & -\delta & \mu & 0 & -\mu & -\lambda & -\lambda & 2\lambda & 0 \\
 \hline
 -\gamma & -\gamma & -\gamma & -\psi & -\psi & -\psi & 0 & 0 & 0 & 3\gamma
 \end{array} \right] \quad (4.45)$$

Donde los elementos de la matriz (4.45) son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta} & \psi &= \frac{-\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta} \\
 \delta &= \frac{\psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta} & \phi &= \frac{\psi_s (\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta} \\
 \mu &= \frac{\psi_s \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta} & \lambda &= \frac{\psi_t (\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta}
 \end{aligned}$$

Para llegar a un modelo en redes de secuencia (0, +, -) se debe manipular la matriz de admitancia (4.45) de manera que resulte una matriz equivalente con los puntos de interés (A, B, C, a, &, c, a', &', c'). La eliminación se efectua por manipulación algebraica como lo indica la ecuación (4.3).

Efectuando las operaciones indicadas en (4.3) para YEQ, resulta (4.46).

$$Y_{EQ} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_2 & \psi_1 & \psi_2 & \psi_2 & -\delta & 0 & \delta \\ \gamma_2 & \gamma_1 & \gamma_2 & \psi_2 & \psi_1 & \psi_2 & \delta & -\delta & 0 \\ \gamma_2 & \gamma_2 & \gamma_1 & \psi_2 & \psi_2 & \psi_1 & 0 & \delta & -\delta \\ \psi_1 & \psi_2 & \psi_2 & \phi_1 & \phi_2 & \phi_1 & -\mu & 0 & \mu \\ \psi_2 & \psi_1 & \psi_2 & \phi_2 & \phi_1 & \phi_2 & \mu & -\mu & 0 \\ \psi_2 & \psi_2 & \psi_1 & \phi_2 & \phi_2 & \phi_1 & 0 & \mu & -\mu \\ -\delta & \delta & 0 & -\mu & \mu & 0 & 2\lambda & -\lambda & -\lambda \\ 0 & -\delta & \delta & 0 & -\mu & \mu & -\lambda & 2\lambda & -\lambda \\ \delta & 0 & -\delta & \mu & 0 & -\mu & -\lambda & -\lambda & 2\lambda \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Donde los elementos de la matriz (4.46) son los siguientes:

$$\gamma_1 = \frac{2 \psi_p (\psi_s + \psi_t)}{3 (\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta} \quad \gamma_2 = \frac{-\psi_p (\psi_s + \psi_t)}{3 (\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta}$$

$$\psi_1 = \frac{-2 \psi_p \psi_s}{3 (\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta} \quad \psi_2 = \frac{\psi_p \psi_s}{3 (\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta}$$

$$\phi_1 = \frac{\psi_s (\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta} - \frac{\psi_s^2 \psi_p}{3 (\psi_p + \psi_s + \psi_t) (\psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta}$$

$$\phi_2 = \frac{-\psi_s^2 \psi_p}{3 (\psi_p + \psi_s + \psi_t) (\psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta} \quad \delta = \frac{\psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta}$$

$$\mu = \frac{\psi_s \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta} \quad \lambda = \frac{\psi_t (\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta}$$

La matriz (4.46) se transforma a componentes simétricas, donde la matriz de admitancias resultante será (4.47).



$$\begin{matrix} (0,+,-) \\ Y_{EQ} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_4 & 0 & | & 0 & \psi_4 & 0 & | & 0 & \delta_4 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_4 & | & 0 & 0 & \psi_4 & | & 0 & 0 & \delta_5 \\ 0 & 0 & 0 & | & \phi_3 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_4 & 0 & | & 0 & \phi_4 & 0 & | & 0 & \mu_4 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_4 & | & 0 & 0 & \phi_4 & | & 0 & 0 & \mu_5 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_5 & 0 & | & 0 & \mu_5 & 0 & | & 0 & \lambda_4 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_4 & | & 0 & 0 & \mu_4 & | & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Los elementos de la matriz (4.47) son los siguientes:

$$\gamma_4 = \frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta}$$

$$\psi_4 = \frac{-\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_S \beta}$$

$$\delta_4 = \frac{-\sqrt{3} \psi_p \psi_t \angle^{-30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta}$$

$$\delta_5 = \frac{-\sqrt{3} \psi_p \psi_t \angle^{30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta}$$

$$\phi_3 = \frac{\psi_s \psi_t}{(\psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta}$$

$$\phi_4 = \frac{\psi_s (\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S^2 \beta}$$

$$\mu_4 = \frac{-\sqrt{3} \psi_s \psi_t \angle^{-30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta}$$

$$\mu_5 = \frac{-\sqrt{3} \psi_s \psi_t \angle^{30^\circ}}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_S K_T \beta}$$

$$\lambda_4 = \frac{3 \psi_t (\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta}$$

Tomando los elementos de secuencia (o) (matriz de secuencia (o)) de la matriz (4.47) se forma el circuito equivalente de la Fig. 4.72.



Fig. 4.72 Circuito generalizado de secuencia cero.

Para el caso de tener condiciones nominales y  $\beta = 1$ , el circuito de la Fig. 4.72 queda como se muestra en la Fig. 4.73.

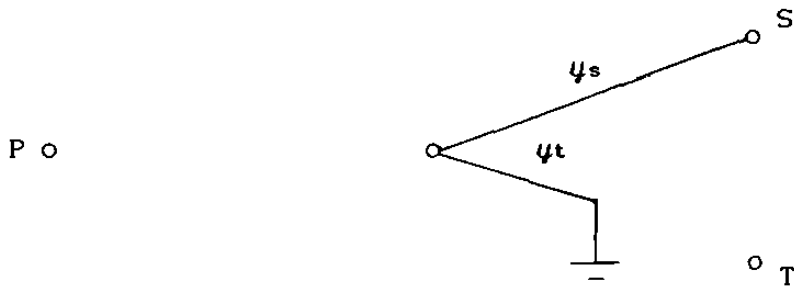


Fig. 4.73 Circuito de secuencia cero simplificado.

Del sistema de ecuaciones de secuencia (+), (4.48), se puede apreciar que es idéntico al sistema de ecuaciones (4.39) del punto 4.2.1, por lo que la red de secuencia (+) es idéntica, resultando los mismos circuitos equivalentes.

Nota: En (4.48)  $Y = y_p + y_s + y_t$ .

$$\begin{bmatrix} I_P^+ \\ I_S^+ \\ I_T^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_p(y_s + y_t)}{Y K_P^2 \beta} & -\frac{y_p y_s}{Y K_P K_S \beta} & \frac{-\sqrt{3} y_p y_t \angle^{-30^\circ}}{Y K_P K_T \beta} \\ -\frac{y_p y_s}{Y K_P K_S \beta} & \frac{y_s(y_p + y_t)}{Y K_S^2 \beta} & \frac{-\sqrt{3} y_s y_t \angle^{-30^\circ}}{Y K_S K_T \beta} \\ \frac{-\sqrt{3} y_p y_t \angle^{30^\circ}}{Y K_P K_T \beta} & \frac{-\sqrt{3} y_s y_t \angle^{30^\circ}}{Y K_S K_T \beta} & \frac{3y_t(y_p + y_s)}{Y K_T^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^+ \\ V_S^+ \\ V_T^+ \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

### 4.3 MODELADO DE UNIDADES TRIFASICAS DE DOS DEVANADOS.

En esta sección se analiza el transformador trifásico, en el cual los seis devanados que lo constituyen comparten el mismo núcleo (Fig. 4.74)

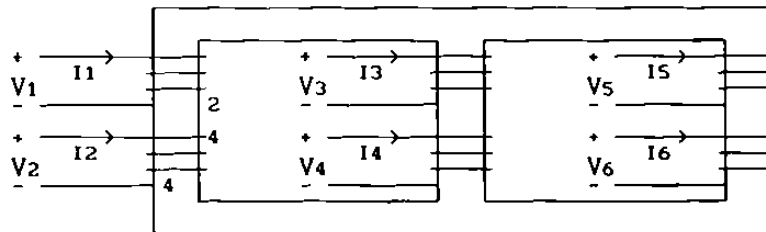


Fig. 4.74 Transformador trifásico.

El procedimiento que se sigue para la modelación de este tipo de unidades consiste en formar una matriz de admitancias primitiva ( $Y_P$ ) que no dependa de la conexión del transformador. Para esto se toman los devanados 1, 3 y 5 como primarios, y los 2, 4 y 6 como secundarios, de esta forma el sistema de ecuaciones que rige a la unidad trifásica es (4.49).

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \psi_p & -\psi_m & \psi_m' & \psi_m'' & \psi_m' & \psi_m'' \\ -\psi_m & \psi_s & \psi_m'' & \psi_m''' & \psi_m'' & \psi_m''' \\ \psi_m' & \psi_m'' & \psi_p & -\psi_m & \psi_m' & \psi_m'' \\ \psi_m'' & \psi_m''' & -\psi_m & \psi_s & \psi_m'' & \psi_m''' \\ \psi_m' & \psi_m'' & \psi_m' & \psi_m'' & \psi_p & -\psi_m \\ \psi_m'' & \psi_m''' & \psi_m'' & \psi_m''' & -\psi_m & \psi_s \end{bmatrix}}_{(Y_P)} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Los elementos que forman (4.49) se definen a continuación.

- $\psi_p$  → Admitancia propia de un devanado primario.
- $-\psi_m$  → Admitancia mutua entre un devanado primario y su secundario.
- $\psi_m'$  → Admitancia mutua entre dos devanados primarios.
- $\psi_m''$  → Admitancia mutua entre un devanado primario y un secundario ajeno.

$y_s \rightarrow$  Admitancia propia de un devanado secundario.

$y_m''' \rightarrow$  Admitancia mutua entre dos devanados secundarios.

El siguiente paso en la modelación es encontrar una matriz de conectividad que represente la conexión de la unidad trifásica

#### 4.3.1 Conexión Delta - Estrella aterrizada sólidamente.

El circuito de esta conexión se muestra en la Fig. 4.75.

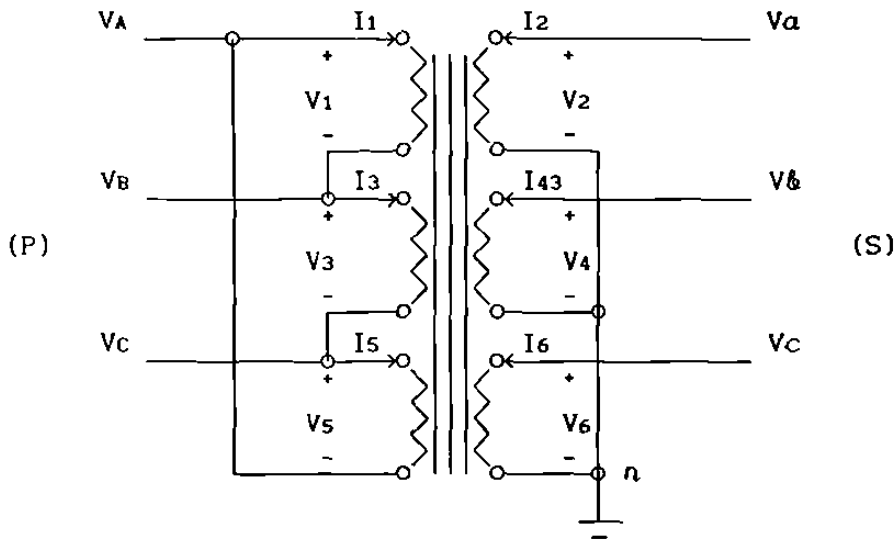


Fig. 4.75 Circuito de conexión trifásica.

En base al circuito de la Fig. 4.75 se define una matriz de conectividad (N) que relacione los voltajes nodales con los voltajes de rama primitivos. De esta manera resulta el sistema de ecuaciones (4.50).

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{(N)} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Con la matriz de conectividad (N) y la matriz de admitancias primitiva (Y<sub>P</sub>), se calcula la matriz de admitancias nodal (Y<sub>N</sub>).

$$Y_N = N^t Y_P N \quad (4.51)$$

Efectuando las operaciones indicadas en la ecuación 4.51 para Y<sub>N</sub> se obtiene la matriz (4.52).

$$Y_N = \begin{bmatrix} 2(\psi_p - \psi_m') & -(\psi_p - \psi_m') & -(\psi_p - \psi_m') & -(\psi_m + \psi_m'') & 0 & (\psi_m + \psi_m'') \\ -(\psi_p - \psi_m') & 2(\psi_p - \psi_m') & -(\psi_p - \psi_m') & (\psi_m + \psi_m'') & -(\psi_m + \psi_m'') & 0 \\ -(\psi_p - \psi_m') & -(\psi_p - \psi_m') & 2(\psi_p - \psi_m') & 0 & (\psi_m + \psi_m'') & -(\psi_m + \psi_m'') \\ -(\psi_m + \psi_m'') & (\psi_m + \psi_m'') & 0 & \psi_s & \psi_m''' & \psi_m''' \\ 0 & -(\psi_m + \psi_m'') & (\psi_m + \psi_m'') & \psi_m''' & \psi_s & \psi_m''' \\ (\psi_m + \psi_m'') & 0 & -(\psi_m + \psi_m'') & \psi_m''' & \psi_m''' & \psi_s \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Como la idea de la modelación es llegar a encontrar la representación en redes de secuencia (0,+,-), la matriz de admitancias nodal (4.52) se transforma por componentes simétricas resultando la matriz (4.53).

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3\alpha & 0 & 0 & -\sqrt{3}\lambda \angle^{-30^\circ} & 0 \\ 0 & 0 & 3\alpha & 0 & 0 & -\sqrt{3}\lambda \angle^{30^\circ} \\ 0 & 0 & 0 & \tau & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3}\lambda \angle^{30^\circ} & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{3}\lambda \angle^{-30^\circ} & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

Donde los elementos de la matriz (4.53) se definen a continuación.

$$\alpha = (\psi_p - \psi_m')$$

$$\lambda = (\psi_m + \psi_m'')$$

$$\tau = (\psi_s + 2\psi_m''')$$

$$\mu = (\psi_s - \psi_m''')$$

Tomando los elementos de secuencia (0) de (4.53), resulta el circuito equivalente de la Fig. 4.76.

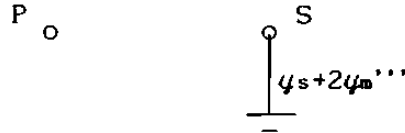


Fig. 4.76 Circuito de secuencia cero.

Analizando los elementos de secuencia (+) de (4.53) en forma de ecuaciones (4.54) y (4.55) se puede apreciar que presentan asimetría, por lo que no se puede encontrar un circuito equivalente que represente la secuencia (+).

$$I_P^+ = 3(\psi_p - \psi_m') V_P^+ - \sqrt{3}(\psi_m + \psi_m'') \underline{-30^\circ} V_S^+ \quad (4.54)$$

$$I_S^+ = -\sqrt{3}(\psi_m + \psi_m'') \underline{30^\circ} V_P^+ + (\psi_s - \psi_m''') V_S^+ \quad (4.55)$$

Pero si la ecuación (4.55) se multiplica por  $\underline{-30^\circ}$ , y se hace el cambio de variables (4.56) y (4.57)

$$V_R^+ = V_S^+ \underline{-30^\circ} \quad (4.56)$$

$$I_R^+ = I_S^+ \underline{-30^\circ} \quad (4.57)$$

las ecuaciones resultantes son (4.58) y (4.59).

$$I_P^+ = 3(\psi_p - \psi_m') V_P^+ - \sqrt{3}(\psi_m + \psi_m'') V_R^+ \quad (4.58)$$

$$I_R^+ = -\sqrt{3}(\psi_m + \psi_m'') V_P^+ + (\psi_s - \psi_m''') V_R^+ \quad (4.59)$$

De este manera se puede formar el circuito parcial de secuencia (+) de la Fig. 4.77.

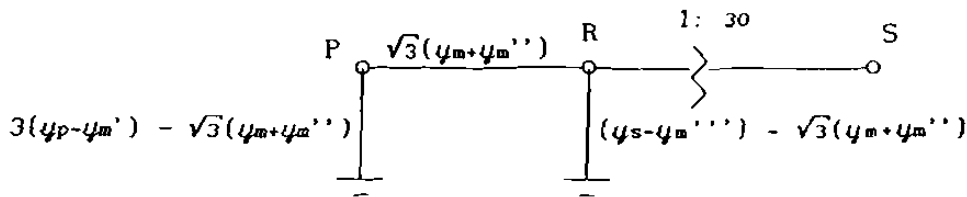


Fig. 4.77 Circuito parcial de secuencia positiva.

Como el transformador tiene conexión Delta - Estrella, se tiene que corregir por el cambio de base del lado de la Delta (ver Fig. 4.8), por medio de un transformador ficticio con  $K_P = \sqrt{3}$ , de esta manera el circuito de la Fig. 4.77 queda como se muestra en la Fig. 4.78.

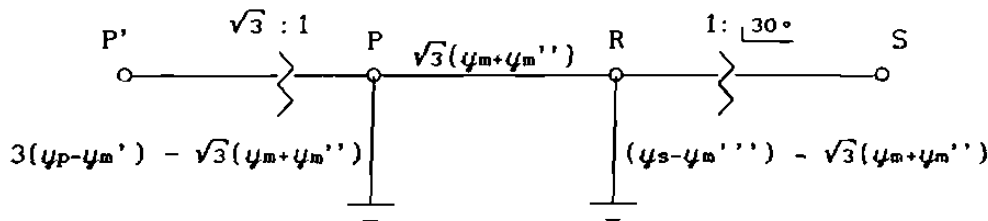


Fig. 4.78 Circuito de secuencia positiva con corrección en transformador ficticio.

Partiendo del circuito de la Fig. 4.78 se puede obtener la matriz de admitancias resultante y el circuito equivalente entre los puntos P' y R.

$$\begin{bmatrix} I_{P'} \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{P'} \\ V_R \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

El sistema de ecuaciones (4.60) se obtiene por medio de la técnica de superposición de efectos. Haciendo  $V_{P'} = V$  y aterrizando el punto R en el circuito de la Fig. 4.78 se encuentran las corrientes entrando del circuito de la Fig. 4.78a.

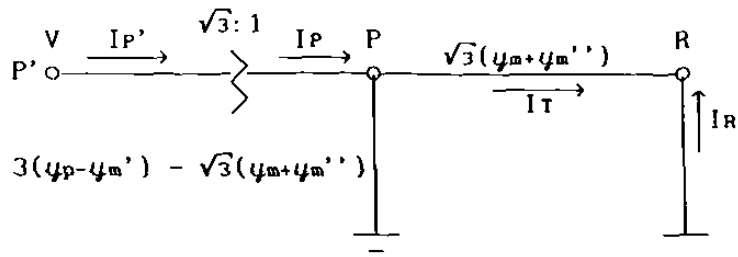


Fig. 4.78a Corrección parcial del circuito de secuencia positiva.

Las corrientes del circuito de la Fig. 4.78a son:

$$I_{P'} = \frac{I_P}{\sqrt{3}} = (y_p - y_m') V \quad (4.61)$$

$$I_R = -I_T = -(y_m + y_m'') V \quad (4.62)$$

Repitiendo el proceso con  $V_R = V$  y aterrizando el punto P' en el circuito de la Fig. 4.78, resultan los siguientes valores de corrientes.

$$I_R = (y_s - y_m''') V \quad (4.63)$$

$$I_{P'} = -\frac{I_T}{\sqrt{3}} = -(y_m + y_m'') V \quad (4.64)$$

Llevando a cabo la superposición de efectos (Ec. (4.61), (4.62), (4.63) y (4.64)) se obtiene el sistema de ecuaciones (4.65), del cual se determina el circuito equivalente de la Fig. 4.79.

$$\begin{bmatrix} I_{P'} \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y_p - y_m') & -(y_m + y_m'') \\ -(y_m + y_m'') & (y_s - y_m''') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{P'} \\ V_R \end{bmatrix} \quad (4.65)$$



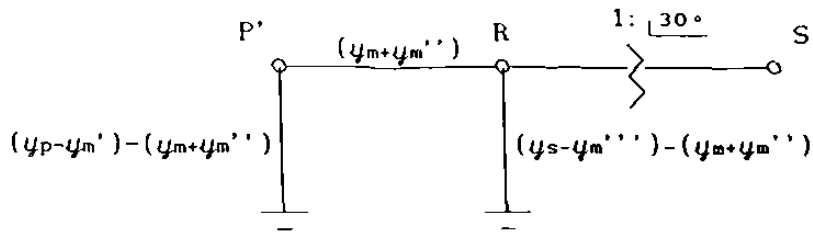


Fig. 4.79 Circuito de secuencia positiva.

Si se toma en cuenta que  $y_m' \approx y_m'' \approx y_m'''$ , el circuito de la Fig. 4.79 se puede reducir al de la Fig. 4.80.

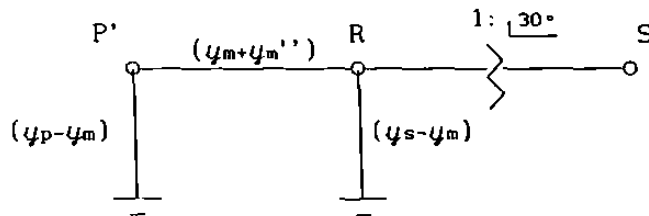


Fig. 4.80 Circuito reducido de secuencia positiva.

Para los elementos de secuencia (-) se sigue el mismo procedimiento, de donde se obtiene el circuito de la Fig. 4.81.

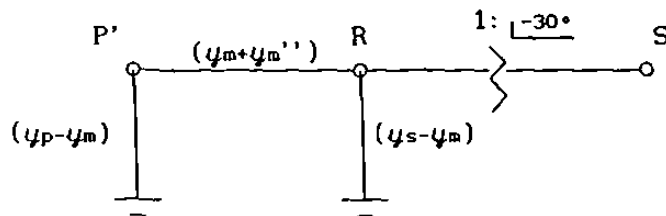


Fig. 4.81 Circuito reducido de secuencia negativa.

### 4.3.2 Conexión Estrella - Estrella sólidamente aterrizadas

En una conexión Estrella - Estrella ambas aterrizadas solidamente se tiene el circuito de conexión de la Fig. 4.82.

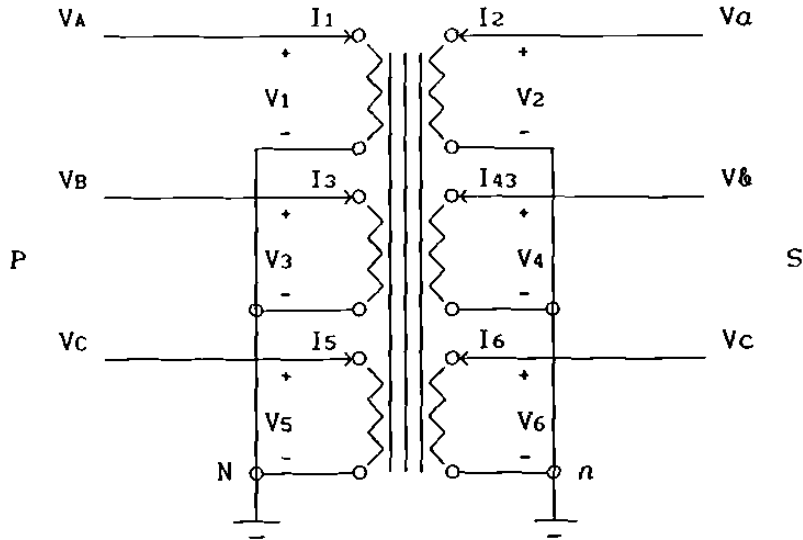


Fig. 4.82 Circuito de conexión trifásica.

Del circuito de la Fig. 4.82 se encuentra la matriz de conectividad (N) que relaciona los voltajes nodales con los de rama, de esta manera se tendrá el sistema de ecuaciones (4.66).

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{(N)} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

La matriz de admitancia nodal se calcula según la Ec. 4.51, resultando la matriz (4.67).

$$Y_N = \begin{bmatrix} y_p & y_m' & y_m' & -y_m & y_m'' & y_m'' \\ y_m' & y_p & y_m' & y_m'' & -y_m & y_m'' \\ y_m' & y_m' & y_p & y_m'' & y_m'' & -y_m \\ -y_m & y_m'' & y_m'' & y_s & y_m''' & y_m''' \\ y_m'' & -y_m & y_m'' & y_m''' & y_s & y_m''' \\ y_m'' & y_m'' & -y_m & y_m''' & y_m''' & y_s \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

Al transformar por componentes simétricas la matriz de admitancias (4.67) resulta la matriz (4.68).

$$\begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 & \chi & 0 & 0 \\ 0 & (y_p - y_m') & 0 & 0 & -(y_m + y_m'') & 0 \\ 0 & 0 & (y_p - y_m') & 0 & 0 & -(y_m + y_m'') \\ \chi & 0 & 0 & \xi & 0 & 0 \\ 0 & -(y_m + y_m'') & 0 & 0 & (y_s - y_m''') & 0 \\ 0 & 0 & -(y_m + y_m'') & 0 & 0 & (y_s - y_m''') \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

Donde los elementos de la matriz (4.68) son los siguientes:

$$\mu = (y_p + 2y_m')$$

$$\chi = (-y_m + 2y_m'')$$

$$\xi = (y_s + 2y_m''')$$

Tomando en cuenta que  $y_m' \approx y_m'' \approx y_m'''$  resulta el circuito de secuencia (o) de la Fig. 4.83.

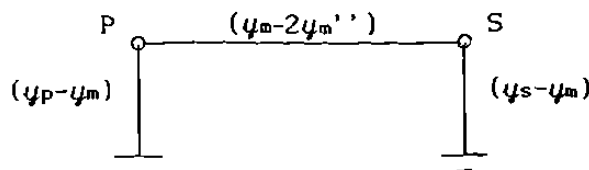


Fig. 4.83 Circuito reducido de secuencia cero.

Tomando los elementos de secuencia (+) de (4.68), y siguiendo las mismas consideraciones que se tomaron para la derivación del circuito reducido de secuencia (0) se obtiene el circuito de la Fig. 4.84.

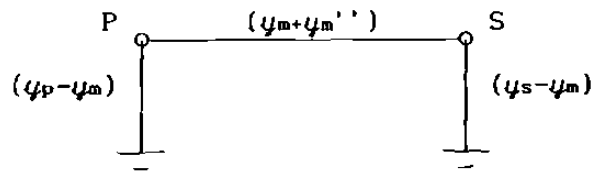


Fig. 4.84 Circuito reducido de secuencia positiva.

En cuanto a la secuencia (-), se puede apreciar en (4.68) que los elementos de secuencia (-) y (+) son iguales, por lo que sus circuitos equivalentes también serán iguales (Fig. 4.84).

Se debe notar que existen diferencias entre las redes de secuencia de una unidad trifásica y las resultantes de un banco trifásico, una de estas diferencias radica en las admitancias  $y_m'$ ,  $y_m''$ , y  $y_m'''$ , que en los bancos trifásicos no existen, pues tienen núcleos independientes. Otra diferencia es, que las redes de secuencia (+) y (-) de las unidades trifásicas tienen conexión a tierra. Sin embargo, generalmente  $y_p$  es ligeramente mayor que  $y_m$  con lo cual  $(y_p - y_m)$  tienen un valor muy pequeño, ocurriendo lo mismo con  $y_s - y_m$ . De esta forma se puede considerar que las ramas paralelo  $(y_p - y_m)$  y  $(y_s - y_m)$  están abiertas y se eliminan las conexiones a tierra de estas redes de secuencia.

Es conveniente hacer un estudio más detallado de las unidades trifásicas incluyendo cambio de tap, pues el circuito ( $\Pi$ ) generalizado del transformador (con cambio de tap) es utilizado ampliamente en los estudios de sistemas de potencia.

#### 4.4 TRANSFORMADOR DEFASADOR.

Este transformador es usado como un dispositivo de control en el sistema de potencia. En esta aplicación, el transformador se conoce como un

transformador regulador. En el caso de tener un transformador regulador defasador la cantidad que se desea controlar es el flujo de potencia activa y esto se logra por medio del ajuste de la fase del voltaje. El ajuste de la fase se puede lograr añadiendo un  $\Delta V$  en cuadratura al voltaje del sistema, dando como resultado un corrimiento  $\Delta\theta$  en la fase de dicho voltaje, por lo tanto no se puede hablar de un transformador defasador monofasico, pues se necesita de otra fase para proveer el voltaje ( $\Delta V$ ) en cuadratura, por lo que cuando se hable de un transformador defasador se presupone una unidad o banco trifásico en conexión especial.

En la Fig. 4.85 se muestra la conexión de un transformador defasador, y en su diagrama fasorial (Fig. 4.86) se muestra como ocurre el ajuste de la fase. Para ajustes pequeños de fase ( $\Delta\theta$  pequeño) la magnitud del voltaje prácticamente no es afectada.

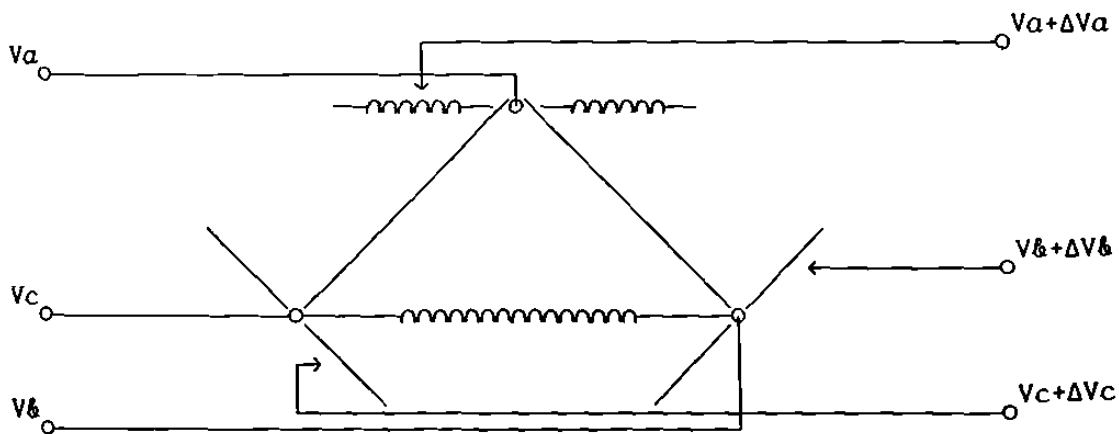


Fig. 4.85 Conexión de un transformador defasador.

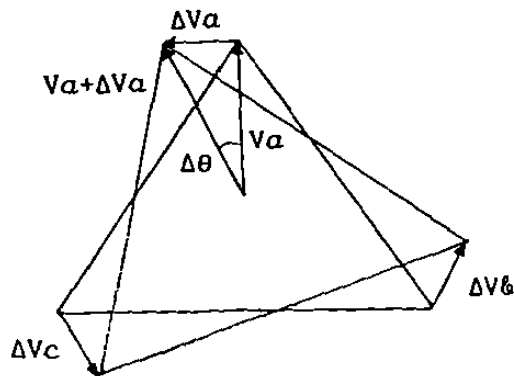


Fig. 4.86 Diagrama fasorial del transformador de la Fig. 4.85.

#### 4.4.1 Modelado del Transformador Defasador.

En este estudio, para la modelación de un transformador defasador se propone la utilización del circuito equivalente de un transformador monofásico de dos devanados, ya que este tipo de unidades no es mas que una conexión especial de tres unidades monofásicas, de esta manera, tomando como caso de estudio la conexión de la Fig. 4.85 resulta el circuito equivalente de la Fig. 4.87.

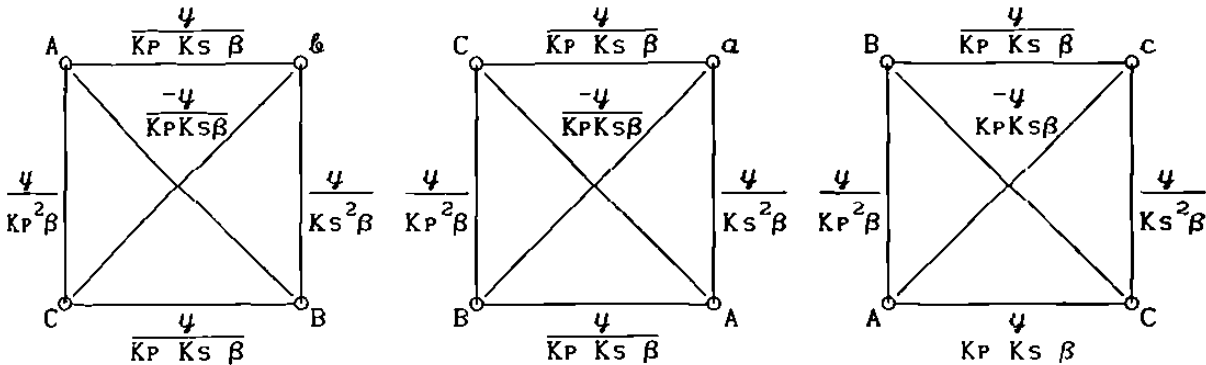


Fig. 4.87 Circuito equivalente de la conexión como transformador defasador.

La matriz de admitancias resultante del circuito de la Fig. 4.87 es la siguiente:

$$\begin{bmatrix}
 A & \frac{2Y}{Kp^2\beta} + \frac{Y}{Ks^2\beta} & \frac{-Y}{Kp^2\beta} & \frac{-Y}{Kp^2\beta} & \frac{-Y}{Ks^2\beta} & \frac{-Y}{Kp Ks \beta} & \frac{Y}{Kp Ks \beta} \\
 B & \frac{-Y}{Kp^2\beta} & \frac{2Y}{Kp^2\beta} + \frac{Y}{Ks^2\beta} & \frac{-Y}{Kp^2\beta} & \frac{Y}{Kp Ks \beta} & \frac{-Y}{Ks^2\beta} & \frac{-Y}{Kp Ks \beta} \\
 C & \frac{-Y}{Kp^2\beta} & \frac{-Y}{Kp^2\beta} & \frac{2Y}{Kp^2\beta} + \frac{Y}{Ks^2\beta} & \frac{-Y}{Kp Ks \beta} & \frac{Y}{Kp Ks \beta} & \frac{-Y}{Ks^2\beta} \\
 a & \frac{-Y}{Ks^2\beta} & \frac{-Y}{Kp Ks \beta} & \frac{Y}{Kp Ks \beta} & \frac{Y}{Ks^2\beta} & 0 & 0 \\
 b & \frac{Y}{Kp Ks \beta} & \frac{-Y}{Ks^2\beta} & \frac{-Y}{Kp Ks \beta} & 0 & \frac{Y}{Ks^2\beta} & 0 \\
 c & \frac{-Y}{Kp Ks \beta} & \frac{Y}{Kp Ks \beta} & \frac{-Y}{Ks^2\beta} & 0 & 0 & \frac{Y}{Ks^2\beta}
 \end{bmatrix}$$

(4.69)

Si se tiene el caso de un estudio en componentes (a,b,c), se puede utilizar la matriz de admitancias (4.69) si en ésta se sustituye  $K_P$  por  $K_P \sqrt{3}$  (para corregir el cambio de voltaje base ocasionado por la conexión en Delta, ver Fig. 4.8) para representar a la unidad defasadora, pero si la finalidad del desarrollo es llegar a un modelo en componentes (0,+,-), la matriz (4.69) modificada por  $\sqrt{3}$  se transforma por componentes simétricas resultando la matriz (4.70).

$$\begin{bmatrix}
 \frac{Y}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-Y}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{Y}{K_P^2 \beta} + \frac{Y}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-Y}{K_S^2 \beta} + \frac{Y \angle 90^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{Y}{K_P^2 \beta} + \frac{Y}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{-Y}{K_S^2 \beta} + \frac{Y \angle -90^\circ}{K_P K_S \beta} \\
 \frac{-Y}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 & \frac{Y}{K_S^2 \beta} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{-Y}{K_S^2 \beta} + \frac{Y \angle -90^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{Y}{K_S^2 \beta} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{-Y}{K_S^2 \beta} + \frac{Y \angle 90^\circ}{K_P K_S \beta} & 0 & 0 & \frac{Y}{K_S^2 \beta}
 \end{bmatrix}
 \tag{4.70}$$

Tomando los elementos de secuencia (0) de la matriz (4.70), se forma el circuito de la Fig. 4.88.

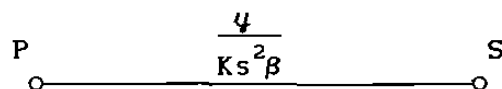


Fig. 4.88 Circuito generalizado de secuencia cero.

Tomando los elementos de secuencia (+) (4.71) de (4.70), se aprecia que no se puede obtener un circuito equivalente, pues la matriz de admitancias no es simétrica. Efectuando las sumas vectoriales de los elementos mutuos en (4.71) (Fig. 4.89) se tiene el sistema de ecuaciones (4.72), donde en éste, que aun mantiene la asimetría en la matriz de admitancias se efectua un

cambio de variables tal que  $I_s^{+ \angle -\theta} = I_R^+$  y  $V_s^{+ \angle -\theta} = V_R^+$ , y sustituyendo en esta (4.73) resulta el sistema de ecuaciones (4.75).

$$\begin{bmatrix} \frac{\psi}{\beta} \left( \frac{1}{K_P^2} + \frac{1}{K_S^2} \right) & \frac{-\psi}{K_S \beta} \left( \frac{1}{K_S} + \frac{1}{K_P} \angle^{-90^\circ} \right) \\ \frac{-\psi}{K_S \beta} \left( \frac{1}{K_S} + \frac{1}{K_P} \angle^{90^\circ} \right) & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

$$\begin{bmatrix} I_P^+ \\ I_S^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\psi}{\beta} \left( \frac{1}{K_P^2} + \frac{1}{K_S^2} \right) & \frac{-\psi}{K_S \beta} \left( \frac{1}{K_R} \angle^{-\theta} \right) \\ \frac{-\psi}{K_S \beta} \left( \frac{1}{K_R} \angle^{\theta} \right) & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^+ \\ V_S^+ \end{bmatrix} \quad (4.72)$$



Fig. 4.89

Donde:

$$\frac{1}{K_R} = \sqrt{\left( \frac{1}{K_S} \right)^2 + \left( \frac{1}{K_P} \right)^2} \quad (4.73)$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1} \left( \frac{K_S}{K_P} \right) \quad (4.74)$$



$$\begin{bmatrix} I_P^+ \\ I_R^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\psi}{K_R^2 \beta} & \frac{-\psi}{K_S K_R \beta} \\ \frac{-\psi}{K_S K_R \beta} & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^+ \\ V_R^+ \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

Eliminada la asimetría (4.75) se puede encontrar un circuito equivalente que cumpla con los cambios de variables efectuados (Fig. 4.90).

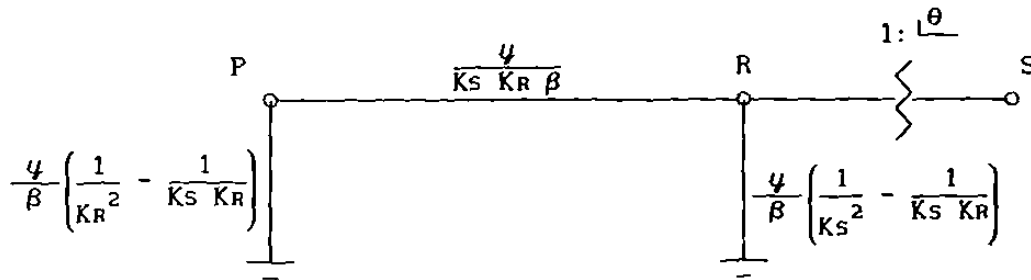


Fig. 4.90 Circuito generalizado de secuencia positiva.

En el circuito de la Fig. 4.90 el defasamiento  $\theta$ , depende del valor que toma el término  $K_S$  (tap en secundario) ya que entre mas voltaje se tenga en el secundario mas se abrirá el ángulo  $\theta$  como se indica en (4.74). El término  $K_R$  solo indica la posibilidad de tener cambio de base de voltaje en el primario, por lo que dicho término puede tomar el valor de la unidad, por otro lado, el término  $K_S$  tomará valores muy pequeños debido a que los defasamientos pretendidos por este tipo de unidades son pequeños, y por esta misma razón se puede decir que  $K_S \cong K_R$ . Tomando esto en cuenta se pueden despreciar las ramas paralelo del circuito equivalente de la Fig. 4.90. Cuando no se quiere defasamiento solo basta con hacer cero el voltaje del secundario, pues bajo esta condición el término  $K_S$  toma un valor de cero resultando en (4.74) un ángulo de cero, por otro lado bajo esta misma condición se tiene  $K_S = K_R$  desapareciendo por completo las ramas paralelo del circuito de la Fig. 4.90, y la rama serie toma un valor de admitancia infinita simulando de esta manera la ausencia de la unidad defasadora, por lo que en el caso en que se tenga  $\theta = 0^\circ$  se puede decir que el transformador queda fuera del sistema.

En cuanto a la red de secuencia (-) el procedimiento a seguir es similar al que se sigue para la secuencia (+) resultando un circuito equivalente igual al de la Fig. (4.90) con la única diferencia que el defasamiento que resulta es de signo contrario.

## 5.0 AUTOTRANSFORMADOR MONOFASICO.

### 5.1 CIRCUITO EQUIVALENTE GENERALIZADO DE AUTOTRANSFORMADORES MONOFASICOS DE DOS DEVANADOS.

En este estudio se trata al autotransformador como una conexión especial de un transformador, se conectarán los dos devanados del transformador común (Fig. 5.1) en serie para formar un autotransformador (Fig. 5.2), y se buscará un circuito equivalente que represente al autotransformador monofásico.

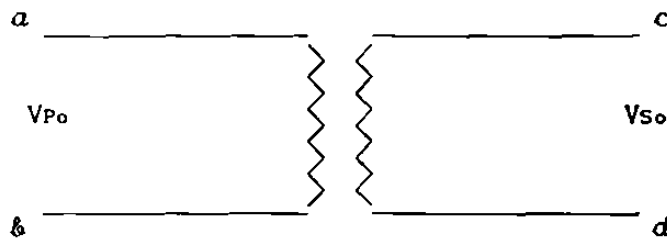


Fig. 5.1 Transformador monofásico.

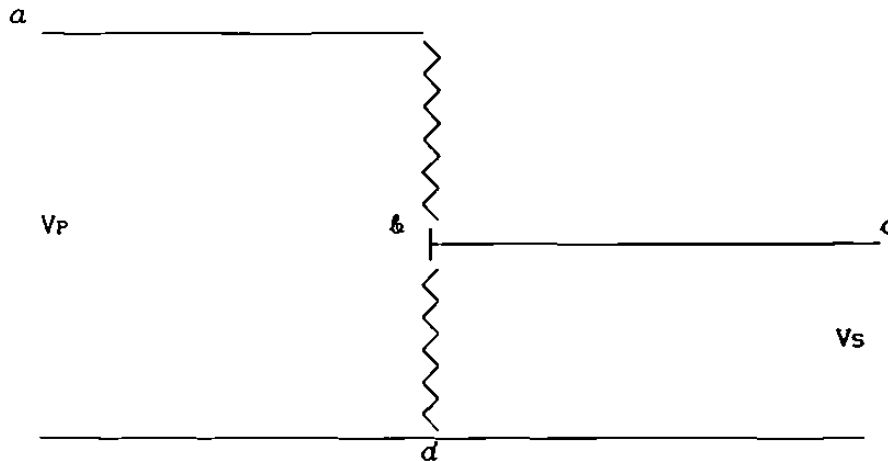


Fig. 5.2 Conexión como autotransformador.

El sistema de ecuaciones (5.1) que representa al transformador de la Fig. 5.1 en su forma generalizada (ver sección 3.1.2), se modifica al hacer la conexión de la Fig. 5.2 debido a que ahora el voltaje de los puntos 'b' y 'c' es el mismo, pero como cada uno tiene su propia base de voltaje, se tendrán

que normalizar para que se puedan igualar los voltajes. Ambos se pondrán en por unidad de acuerdo a la base del secundario debido a que ese punto es la salida del secundario del autotransformador.

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{K_P^2 \beta} & \frac{-4}{K_P^2 \beta} & \frac{-4}{K_P K_S \beta} & \frac{4}{K_P K_S \beta} \\ \frac{-4}{K_P^2 \beta} & \frac{4}{K_P^2 \beta} & \frac{4}{K_P K_S \beta} & \frac{-4}{K_P K_S \beta} \\ \frac{-4}{K_P K_S \beta} & \frac{4}{K_P K_S \beta} & \frac{4}{K_S^2 \beta} & \frac{-4}{K_S^2 \beta} \\ \frac{4}{K_P K_S \beta} & \frac{-4}{K_P K_S \beta} & \frac{-4}{K_S^2 \beta} & \frac{4}{K_S^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Para normalizar los voltajes se efectua el siguiente análisis:

$$V_b = V_c \quad (\text{Volts}) \quad (5.2)$$

$$V_b(\text{P.U.}) V_{P'B} = V_c(\text{P.U.}) V_{SB} \quad (5.3)$$

$$V_b(\text{P.U.}) = V_c(\text{P.U.}) \frac{V_{SB}}{V_{P'B}} \quad (5.4)$$

Para encontrar el factor  $\frac{V_{SB}}{V_{P'B}}$  de (5.4) se recurre a las relaciones de transformación para voltajes en (p.u) dadas por (5.5) y (5.8).

$$K_P = \frac{V_{P'} V_{PB}}{V_P V_{P'B}} \quad (5.5)$$

Definiendo:

$$K_{a'} = \frac{V_{P'}}{V_P} = \frac{I_P}{I_{P'}} \quad (5.6)$$

Sustituyendo (5.6) en (5.5) se obtiene la expresión (5.7)

$$\frac{V_{PB}}{V_{P'B}} = \frac{K_P}{K_{a'}} \quad (5.7)$$

Por otro lado

$$K_S = \frac{V_S V_{PB}}{V_P V_{SB}} \quad (5.8)$$

Definiendo:

$$K_a = \frac{V_P}{V_S} = \frac{I_S}{I_P} \quad (5.9)$$

Sustituyendo (5.9) en (5.8)

$$\frac{V_{SB}}{V_{PB}} = \frac{1}{K_a K_S} \quad (5.10)$$

Multiplicando las expresiones (5.7) y (5.10) se encuentra el factor buscado en (5.4) obteniendo la normalización de los voltajes en el punto de conexión.

$$V_{\&}(P.U) = V_c(P.U) \left( \frac{K_P}{K_a' K_a K_S} \right) \quad (5.11)$$

Sustituyendo (5.11) en (5.1) se sumarán las columnas & y c (pues tienen el mismo voltaje) y tendremos el sistema de ecuaciones (5.12), pero en este nuevo sistema se tienen que normalizar las corrientes, pues en el punto de unión de los dos devanados estas se suman.

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_{\&} \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\psi}{K_P^2 \beta} & \left( \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} \left( \frac{K_P}{K_a' K_a K_S} \right) - \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \right) & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \\ \frac{-\psi}{K_P^2 \beta} & \left( \frac{\psi}{K_P^2 \beta} \left( \frac{K_P}{K_a' K_a K_S} \right) + \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \right) & \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} \\ \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} & \left( \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \left( \frac{K_P}{K_a' K_a K_S} \right) + \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \right) & \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} \\ \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \left( \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} \left( \frac{K_P}{K_a' K_a K_S} \right) - \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \right) & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Para normalizar las corrientes se sigue el siguiente desarrollo:

$$I_{\&} + I_c = I_c' \text{ (Amperes)} \quad (5.13)$$

$$I_{\&}(P.U) I_{P'B} + I_c(P.U) I_{SB} = I_c'(P.U) I_{SB} \quad (5.14)$$

$$I_{\&}(P.U) \frac{I_{P'B}}{I_{SB}} + I_c(P.U) = I_c'(P.U) \quad (5.15)$$

Para encontrar el factor  $\frac{I_{P'B}}{I_{SB}}$  de (5.15) se recurre a las relaciones de

transformación para corrientes en (P.U) dadas por (5.16) y (5.18).

$$K_P \beta = \frac{I_P I_{P'B}}{I_{PB} I_{P'}} \quad (5.16)$$

Sustituyendo (5.6) en (5.16) se obtiene

$$\frac{I_{P'B}}{I_{PB}} = \frac{K_P \beta}{K_{a'}} \quad (5.17)$$

Tomando la otra relación de transformación para corrientes se tiene:

$$K_S \beta = \frac{I_P I_{SB}}{I_{PB} I_S} \quad (5.18)$$

Sustituyendo (5.9) en (5.18)

$$\frac{I_{PB}}{I_{SB}} = \frac{1}{K_a K_S \beta} \quad (5.19)$$

Multiplicando las expresiones (5.17) y (5.19) se encuentra el factor que se buscaba en (5.15) obteniendo la normalización de la suma de las corrientes en el punto de conexión.

$$I_{\&}(P.U) \left( \frac{K_P}{K_{a'} K_a K_S} \right) + I_c(P.U) = I_{c'}(P.U) \quad (5.20)$$

Sustituyendo (5.20) en (5.12) se suman los renglones  $\&$  y  $c$  para obtener  $I_{c'}$  en el punto de conexión, con lo cual se obtiene el sistema de ecuaciones (5.21).

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_{c'} \\ I_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\psi}{K_P^2 \beta} & \left( \frac{-\psi}{K_P \beta} \left( \frac{1}{K_{a'} K_a K_S} \right) - \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \right) & \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \\ \left( \frac{-\psi}{K_P \beta} \left( \frac{1}{K_{a'} K_a K_S} \right) - \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \right) & A & \left( \frac{-\psi}{K_S \beta} \left( \frac{1}{K_{a'} K_a K_S} \right) - \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \right) \\ \frac{\psi}{K_P K_S \beta} & \left( \frac{-\psi}{K_S \beta} \left( \frac{1}{K_{a'} K_a K_S} \right) - \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \right) & \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Donde:

$$A = \left( \frac{y}{\beta} \left( \frac{1}{Ka'Ka Ks} \right) + \frac{y}{Ks \beta} \right) \left( \frac{1}{Ka'Ka Ks} \right) + \left( \frac{y}{Ks \beta} \left( \frac{1}{Ka'Ka Ks} \right) + \frac{y}{Ks^2 \beta} \right)$$

El sistema de ecuaciones (5.21) no representa el desarrollo final del autotransformador dado que existe un cambio de voltaje base en el primario. Para corregir esto se utilizará en el lado del primario un transformador ficticio (Kw) de la forma:

$$\frac{V}{V_{P'B} + V_{SB}} : \frac{V}{V_{P'B}} \quad (5.22)$$

$$\frac{1}{1 + \frac{V_{SB}}{V_{P'B}}} : 1 \quad (5.23)$$

El factor que se requiere en (5.23) es el que se necesita en (5.4) por lo que dicho factor se tomará de (5.11) quedando Kw de la siguiente manera:

$$\frac{Ka'Ka Ks}{Ka'Ka Ks + K_P} : 1 \quad (5.24)$$

La relación (5.24), será la que se utilice para la corrección del voltaje base del primario. El efecto de Kw se incluirá en Kp, ya que ambos están en serie; dicho de otra manera en lugar de Kp se tendrá Kp Kw resultando la expresión (5.25).

$$K_P \longrightarrow K_P \left( \frac{Ka'Ka Ks}{Ka'Ka Ks + K_P} \right) \quad (5.25)$$

Por lo que sustituyendo (5.25) en (5.21) se tendrá la matriz de admitancias (5.26) que representa la unidad monofásica en conexión como autotransformador.

$$\begin{bmatrix}
 \frac{\psi}{K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_P}{K_a' K_a K_s} \right)^2 & -\frac{\psi}{K_P K_s \beta} \left( \frac{1}{K_a' K_a} + 1 \right) \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_P}{K_a' K_a K_s} \right) & \frac{\psi}{K_P K_s \beta} \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_P}{K_a' K_a K_s} \right) \\
 -\frac{\psi}{K_P K_s \beta} \left( \frac{1}{K_a' K_a} + 1 \right) \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_P}{K_a' K_a K_s} \right) & \frac{\psi}{K_s^2 \beta} \left( \frac{1}{K_a' K_a} + 1 \right)^2 & -\frac{\psi}{K_s^2 \beta} \left( \frac{1}{K_a' K_a} + 1 \right) \\
 \frac{\psi}{K_P K_s \beta} \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_P}{K_a' K_a K_s} \right) & -\frac{\psi}{K_s^2 \beta} \left( \frac{1}{K_a' K_a} + 1 \right) & \frac{\psi}{K_s^2 \beta}
 \end{bmatrix}$$

(5.26)

El circuito equivalente resultante de la matriz de admitancias (5.26) es el de la Fig. 5.3.

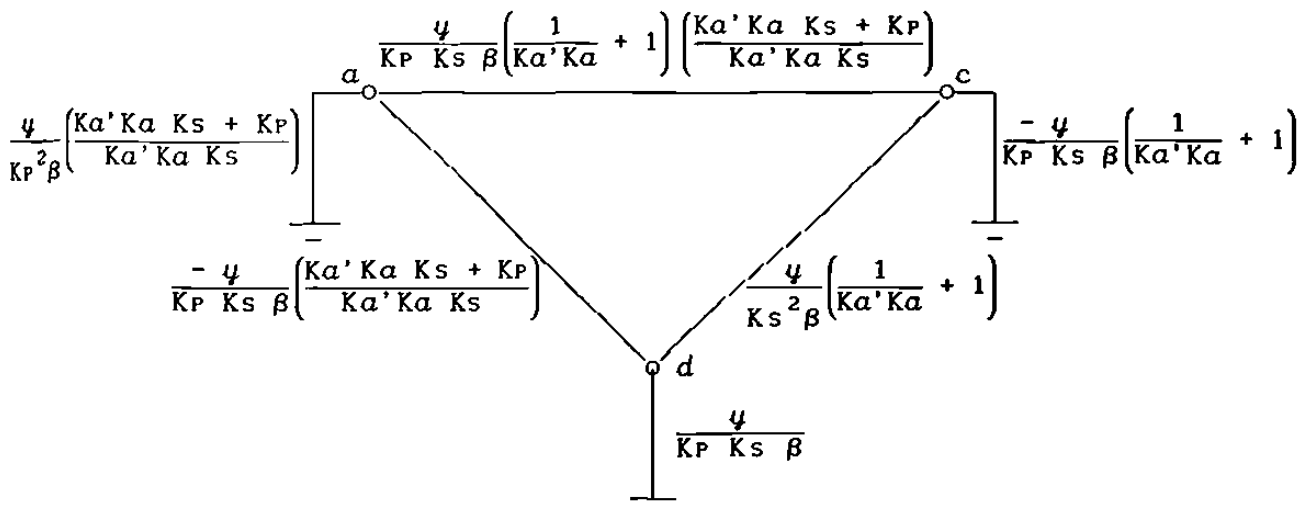


Fig. 5.3 Circuito equivalente generalizado de un transformador monofásico en conexión como autotransformador.

El circuito de la Fig. 5.3 puede resultar un poco confuso, para simplificarlo se tomará el caso particular de tener condiciones nominales ( $K_P = K_S = 1$ ) y  $\beta = 1$  resultando el circuito de la Fig. 5.4.



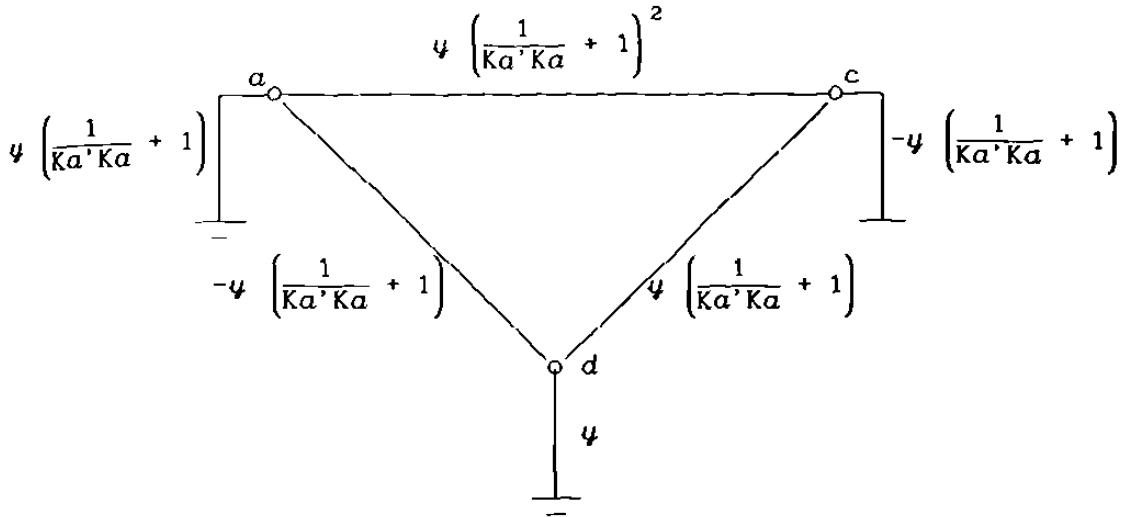


Fig. 5.4 Circuito equivalente de un transformador monofásico en conexión como autotransformador.

## 5.2 CIRCUITO EQUIVALENTE GENERALIZADO DE AUTOTRANSFORMADORES MONOFASICOS DE TRES DEVANADOS.

En esta sección se estudia al autotransformador de tres devanados como una conexión especial de un transformador de tres devanados, se conectarán los devanados primario y secundario del transformador (Fig. 5.5) en serie para formar un autotransformador (Fig. 5.6), y en base a esto se buscará un circuito equivalente que represente al autotransformador de tres devanados monofásico.

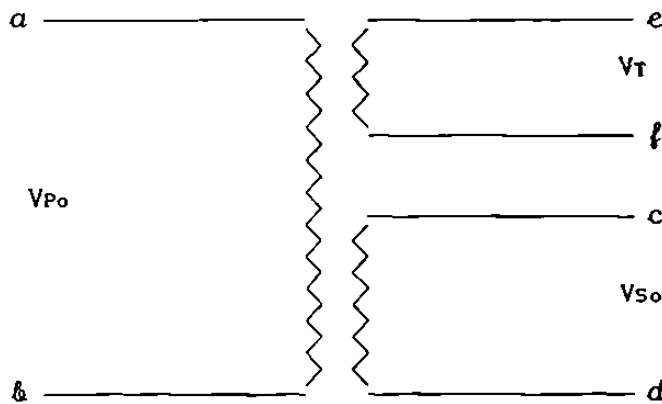


Fig. 5.5 Transformador monofásico de tres devanados.

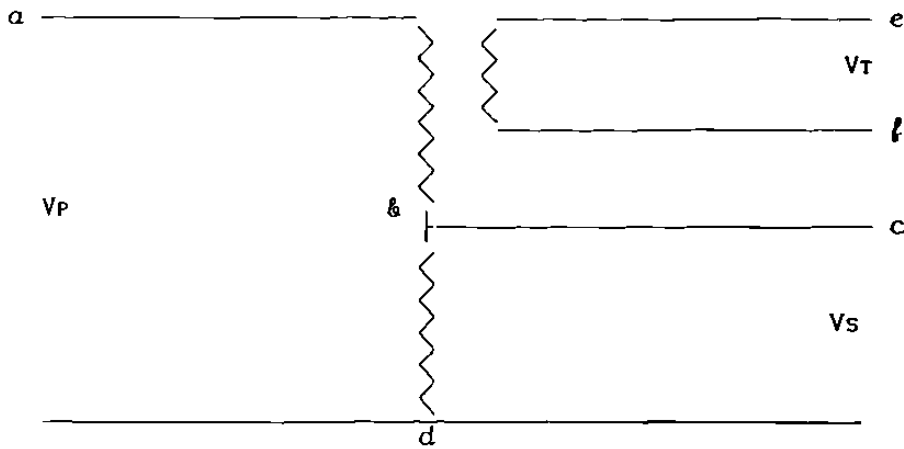


Fig. 5.6 Conexión como autotransformador de tres devanados.

El sistema de ecuaciones (5.27) que representa al transformador de la Fig. 5.5 en su forma generalizada (ver sección 3.2.1) se modifica al hacer la conexión de la Fig. 5.6, debido a que ahora el voltaje de los puntos & y c es el mismo. Sin embargo, como cada punto tiene su propia base de voltaje, se tendrán que normalizar para igualar los voltajes base.

Nota: En (5.27),  $Y = y_p + y_s + y_t$ .

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \\ I_e \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_p(y_s + y_t)}{Y K_P^2 \beta} & \frac{-y_p(y_s + y_t)}{Y K_P^2 \beta} & \frac{-y_s y_p}{Y K_P K_S \beta} & \frac{y_s y_p}{Y K_P K_S \beta} & \frac{-y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} \\ \frac{-y_p(y_s + y_t)}{Y K_P^2 \beta} & \frac{y_p(y_s + y_t)}{Y K_P^2 \beta} & \frac{y_s y_p}{Y K_P K_S \beta} & \frac{-y_s y_p}{Y K_P K_S \beta} & \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{-y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} \\ \frac{-y_p y_s}{Y K_P K_S \beta} & \frac{y_p y_s}{Y K_P K_S \beta} & \frac{y_s(y_p + y_t)}{Y K_S^2 \beta} & \frac{-y_s(y_p + y_t)}{Y K_S^2 \beta} & \frac{-y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} & \frac{y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} \\ \frac{y_p y_s}{Y K_P K_S \beta} & \frac{-y_p y_s}{Y K_P K_S \beta} & \frac{-y_s(y_p + y_t)}{Y K_S^2 \beta} & \frac{y_s(y_p + y_t)}{Y K_S^2 \beta} & \frac{y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} & \frac{-y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} \\ \frac{-y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{-y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} & \frac{y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} & \frac{y_t(y_p + y_s)}{Y K_T^2 \beta} & \frac{-y_t(y_p + y_s)}{Y K_T^2 \beta} \\ \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{-y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} & \frac{-y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} & \frac{-y_t(y_p + y_s)}{Y K_T^2 \beta} & \frac{y_t(y_p + y_s)}{Y K_T^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \\ V_e \\ V_f \end{bmatrix}$$

(5.27)

En la normalización de los voltajes se considera

$$V_{\&} = V_c \quad (\text{Volts}) \quad (5.28)$$

$$V_{\&(\text{P.U})} V_{P'B} = V_{c(\text{P.U})} V_{SB} \quad (5.29)$$

$$V_{\&(\text{P.U})} = V_{c(\text{P.U})} \frac{V_{SB}}{V_{P'B}} \quad (5.30)$$

El factor requerido en (5.30) es el mismo que se requirió en (5.4), esto es debido a que la normalización se efectúa de la misma manera, y como el devanado terciario no interviene en la conexión como autotransformador se tomará la normalización directamente de (5.11).

$$V_{\&(\text{P.U})} = V_{c(\text{P.U})} \left( \frac{K_P}{K_a' K_a K_s} \right) \quad (5.31)$$

Sustituyendo (5.31) en (5.27) se sumarán las columnas  $\&$  y  $c$  (pues tienen el mismo voltaje) y tendremos el sistema de ecuaciones (5.32). En este sistema se tienen que normalizar las corrientes, pues en el punto de unión de los dos devanados se suman las corrientes.

Nota: En (5.32),  $Y = y_p + y_s + y_t$ .

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_{\&} \\ I_c \\ I_d \\ I_e \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_p(y_s + y_t)}{Y K_P^2 \beta} & \frac{-y_p(y_s + y_t + y_s K_a' K_a)}{Y K_P K_S K_a' K_a \beta} & \frac{y_s y_p}{Y K_P K_S \beta} & \frac{-y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} \\ \frac{-y_p(y_s + y_t)}{Y K_P^2 \beta} & \frac{y_p(y_s + y_t + y_s K_a' K_a)}{Y K_P K_S K_a' K_a \beta} & \frac{-y_s y_p}{Y K_P K_S \beta} & \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{-y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} \\ \frac{-y_p y_s}{Y K_P K_S \beta} & \frac{y_s(y_p + y_p K_a' K_a + y_t K_a' K_a)}{Y K_S^2 K_a' K_a \beta} & \frac{-y_s(y_p + y_t)}{Y K_S^2 \beta} & \frac{-y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} & \frac{y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} \\ \frac{y_p y_s}{Y K_P K_S \beta} & \frac{-y_s(y_p + y_p K_a' K_a + y_t K_a' K_a)}{Y K_S^2 K_a' K_a \beta} & \frac{y_s(y_p + y_t)}{Y K_S^2 \beta} & \frac{y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} & \frac{-y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} \\ \frac{-y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{y_t(y_p - y_s K_a' K_a)}{Y K_S K_T K_a' K_a \beta} & \frac{y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} & \frac{y_t(y_p + y_s)}{Y K_T^2 \beta} & \frac{-y_t(y_p + y_s)}{Y K_T^2 \beta} \\ \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{-y_t(y_p - y_s K_a' K_a)}{Y K_S K_T K_a' K_a \beta} & \frac{-y_s y_t}{Y K_S K_T \beta} & \frac{-y_t(y_p + y_s)}{Y K_T^2 \beta} & \frac{y_t(y_p + y_s)}{Y K_T^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_c \\ V_d \\ V_e \\ V_f \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

Para normalizar las corrientes se tiene

$$I_b + I_c = I_c' \text{ (Amperes)} \quad (5.33)$$

$$I_b(P.U) I_{P'B} + I_c(P.U) I_{SB} = I_c'(P.U) I_{SB} \quad (5.34)$$

$$I_b(P.U) \frac{I_{P'B}}{I_{SB}} + I_c(P.U) = I_c'(P.U) \quad (5.35)$$

El factor requerido en (5.35) es el mismo que se utiliza en (5.15), por lo que dicho factor se tomará directamente de (5.20).

$$I_b(P.U) \left( \frac{K_P}{K_a' K_a K_s} \right) + I_c(P.U) = I_c'(P.U) \quad (5.36)$$

Sustituyendo (5.36) en (5.32) se sumarán los renglones b y c para tener la I\_c' en el punto de conexión y así obtener el sistema de ecuaciones (5.37).

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_c \\ I_d \\ I_e \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_p(y_s+y_t)}{Y K_P^2 \beta} & \frac{-y_p(y_s+y_t+y_s K_a' K_a)}{Y K_P K_s K_a' K_a \beta} & \frac{y_s y_p}{Y K_P K_s \beta} & \frac{-y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} \\ A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \frac{y_p y_s}{Y K_P K_s \beta} & \frac{-y_s(y_p+y_p K_a' K_a+y_t K_a' K_a)}{Y K_s^2 K_a' K_a \beta} & \frac{y_s(y_p+y_t)}{Y K_s^2 \beta} & \frac{y_s y_t}{Y K_s K_T \beta} & \frac{-y_s y_t}{Y K_s K_T \beta} \\ \frac{-y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{y_t(y_p-y_s K_a' K_a)}{Y K_s K_T K_a' K_a \beta} & \frac{y_s y_t}{Y K_s K_T \beta} & \frac{y_t(y_p+y_s)}{Y K_T^2 \beta} & \frac{-y_t(y_p+y_s)}{Y K_T^2 \beta} \\ \frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} & \frac{-y_t(y_p-y_s K_a' K_a)}{Y K_s K_T K_a' K_a \beta} & \frac{-y_s y_t}{Y K_s K_T \beta} & \frac{-y_t(y_p+y_s)}{Y K_T^2 \beta} & \frac{y_t(y_p+y_s)}{Y K_T^2 \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_c \\ V_d \\ V_e \\ V_f \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Donde los elementos de (5.37) son:

$$A_1 = \frac{-y_p(y_s+y_t+y_s K_a' K_a)}{Y K_P K_s K_a' K_a \beta}$$

$$A_3 = \frac{-y_s(y_p+y_p K_a' K_a+y_t K_a' K_a)}{Y K_s^2 K_a' K_a \beta}$$

$$A_2 = \frac{y_p(y_s+y_t+y_s K_a' K_a)}{Y K_s^2 K_a'^2 K_a^2 \beta} + \frac{y_s(y_p+y_p K_a' K_a+y_t K_a' K_a)}{Y K_s^2 K_a' K_a \beta}$$

$$A_4 = \frac{y_t(y_p-y_s K_a' K_a)}{Y K_s K_T K_a' K_a \beta}$$

$$A_5 = \frac{-y_t(y_p-y_s K_a' K_a)}{Y K_s K_T K_a' K_a \beta}$$

NOTA:  $Y = y_p+y_s+y_t$

El sistema de ecuaciones (5.37) requiere todavía un cambio de voltaje base en el primario. Para realizar esto se hará lo mismo que en el punto 5.1, se utilizará un transformador ficticio ( $K_w$ ) en el lado del primario como se indica en (5.22), resultando finalmente de la forma (5.38).

$$\frac{K_a' K_a K_s}{K_a' K_a K_s + K_P} : 1 \quad (5.38)$$

El efecto de  $K_w$  se incluirá en  $K_P$ , ya que ambos están en serie; dicho de otra manera en lugar de  $K_P$  se tendrá  $K_P K_w$  resultando la expresión (5.39).

$$K_P \longrightarrow K_P \left( \frac{K_a' K_a K_s}{K_a' K_a K_s + K_P} \right) \quad (5.39)$$

Por lo que sustituyendo (5.39) en (5.37) se obtiene la representación matricial de la unidad en conexión como autotransformador.

$\frac{y_p(y_s+y_t)(K_F)^2}{Y K_P^2 \beta}$	$\frac{-y_p(y_s+y_t+y_s K_a' K_a)K_F}{Y K_P K_s K_a' K_a \beta}$	$\frac{y_s y_p K_F}{Y K_P K_s \beta}$	$\frac{-y_p y_t K_F}{Y K_P K_T \beta}$	$\frac{y_p y_t K_F}{Y K_P K_T \beta}$
$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$\frac{y_p y_s K_F}{Y K_P K_s \beta}$	$\frac{-y_s(y_p+y_p K_a' K_a+y_t K_a' K_a)}{Y K_s^2 K_a' K_a \beta}$	$\frac{y_s(y_p+y_t)}{Y K_s^2 \beta}$	$\frac{y_s y_t}{Y K_s K_T \beta}$	$\frac{-y_s y_t}{Y K_s K_T \beta}$
$\frac{-y_p y_t K_F}{Y K_P K_T \beta}$	$\frac{y_t(y_p-y_s K_a' K_a)}{Y K_s K_T K_a' K_a \beta}$	$\frac{y_s y_t}{Y K_s K_T \beta}$	$\frac{y_t(y_p+y_s)}{Y K_T^2 \beta}$	$\frac{-y_t(y_p+y_s)}{Y K_T^2 \beta}$
$\frac{y_p y_t K_F}{Y K_P K_T \beta}$	$\frac{-y_t(y_p-y_s K_a' K_a)}{Y K_s K_T K_a' K_a \beta}$	$\frac{-y_s y_t}{Y K_s K_T \beta}$	$\frac{-y_t(y_p+y_s)}{Y K_T^2 \beta}$	$\frac{y_t(y_p+y_s)}{Y K_T^2 \beta}$

(5.40)

Donde los elementos de (5.40) son:

$$A_1 = \frac{-y_p(y_s + y_t + y_s K_a' K_a)}{Y K_p K_s K_a' K_a \beta} \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_p}{K_a' K_a K_s} \right)$$

$$A_3 = \frac{-y_s(y_p + y_p K_a' K_a + y_t K_a' K_a)}{Y K_s^2 K_a' K_a \beta}$$

$$A_2 = \frac{y_p(y_s + y_t + y_s K_a' K_a)}{Y K_s^2 K_a'^2 K_a^2 \beta} + \frac{y_s(y_p + y_p K_a' K_a + y_t K_a' K_a)}{Y K_s^2 K_a' K_a \beta}$$

$$A_4 = \frac{y_t(y_p - y_s K_a' K_a)}{Y K_s K_T K_a' K_a \beta}$$

$$A_5 = \frac{-y_t(y_p - y_s K_a' K_a)}{Y K_s K_T K_a' K_a \beta}$$

$$Y = y_p + y_s + y_t$$

$$K_F = \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_p}{K_a' K_a K_s} \right)$$

Con la matriz de admitancias resultante (5.40) se encuentra el circuito equivalente de una unidad monofásica de tres devanados en conexión como autotransformador (Fig. 5.7).

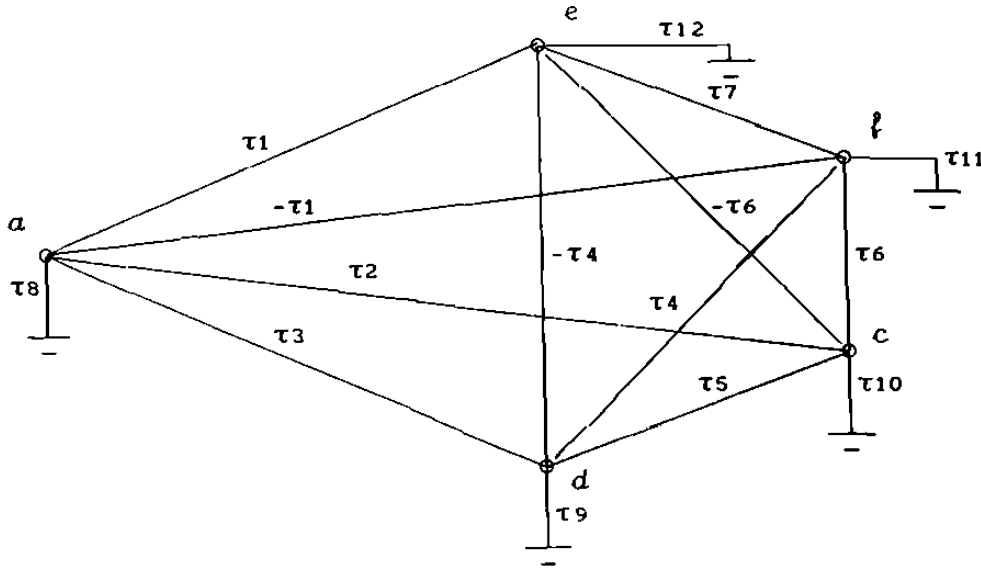


Fig. 5.7 Circuito equivalente de una unidad monofásica de tres devanados en conexión como autotransformador.

Tabla 5.1 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 5.7.

$\tau_1$	$\frac{\psi_p \psi_t}{\gamma K_P K_T \beta} \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_P}{K_a' K_a K_s} \right)$	$\tau_2$	$\frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t + \psi_s K_a' K_a)}{\gamma K_P K_S K_a' K_a \beta} \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_P}{K_a' K_a K_s} \right)$
$\tau_3$	$\frac{-\psi_s \psi_p}{\gamma K_P K_S \beta} \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_P}{K_a' K_a K_s} \right)$	$\tau_4$	$\frac{\psi_s \psi_t}{\gamma K_S K_T \beta}$
$\tau_5$	$\frac{\psi_s (\psi_p + \psi_p K_a' K_a + \psi_t K_a' K_a)}{\gamma K_S^2 K_a' K_a \beta}$	$\tau_6$	$\frac{\psi_t (\psi_p - \psi_s K_a' K_a)}{\gamma K_S K_T K_a' K_a \beta}$
$\tau_7$	$\frac{\psi_t (\psi_p + \psi_s)}{\gamma K_T^2 \beta}$	$\tau_8$	$\frac{\psi_p (\psi_s + \psi_t)}{\gamma K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a' K_a K_s + K_P}{K_a' K_a K_s} \right)$
$\tau_9$	$\frac{\psi_p \psi_s}{\gamma K_P K_S \beta}$	$\tau_{10}$	$\frac{-\psi_p (\psi_s + \psi_t + \psi_s K_a' K_a)}{\gamma K_P K_S K_a' K_a \beta}$
$\tau_{11}$	$\frac{\psi_p \psi_t}{\gamma K_P K_T \beta}$	$\tau_{12}$	$\frac{-\psi_p \psi_t}{\gamma K_P K_T \beta}$

§  $\gamma = \psi_p + \psi_s + \psi_t$ .

## 6.0 MODELADO DE AUTOTRANSFORMADORES EN ARREGLOS TRIFASICOS.

### 6.1 MODELADO DE ARREGLOS TRIFASICOS DE AUTOTRANSFORMADORES MONOFASICOS DE DOS DEVANADOS.

Una conexión trifásica de autotransformadores monofásicos es la interconexión de tres unidades monofásicas para formar un banco trifásico. Por ejemplo, si se quiere formar un banco trifásico con conexión Estrella - Estrella, este quedaría como se muestra en la Fig. 6.1.

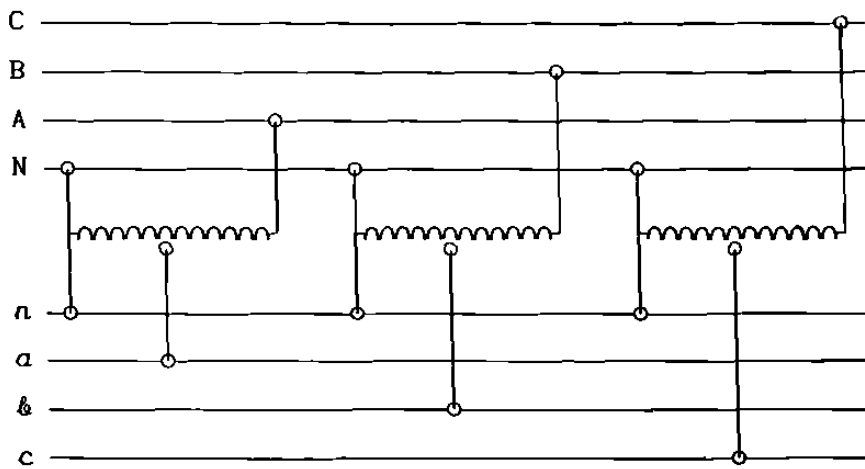


Fig. 6.1 Banco trifásico de autotransformadores monofásicos.

La interconexión de la Fig. 6.1 se representará de la siguiente manera:

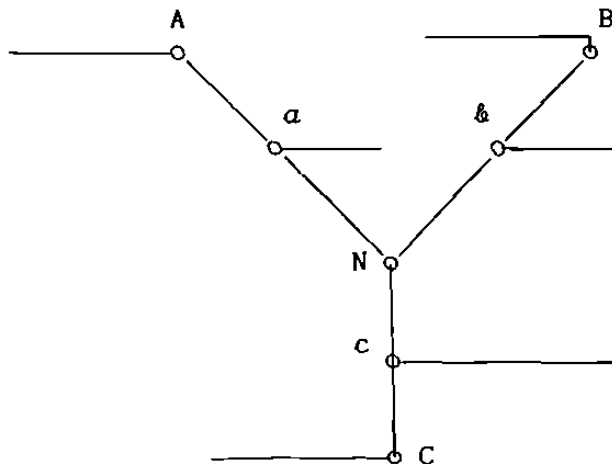


Fig. 6.2 Representación de un banco trifásico de autotransformadores monofásicos.



En la Fig. 6.2, las fases representadas en una misma línea indican una misma unidad monofásica, por lo que entre dichas fases no existirá defasamiento eléctrico entre cantidades. Esto es debido a la conexión en Estrella de ambos lados del autotransformador, y como estas unidades no aceptan conexión en Delta, solo podría resultar un defasamiento de  $\pm 120^\circ$  por la asignación arbitraria de las fases.

Con la representación de la Fig. 6.2 y el circuito equivalente de la Fig. 5.3 se parte en la modelación de un banco trifásico de autotransformadores monofásicos.

#### 6.1.1 Conexión Estrella - Estrella con neutro aterrizado a través de una admitancia.

La modelación de un banco trifásico de este tipo (Fig. 6.3) se iniciará a partir de su circuito equivalente (Fig. 6.4).

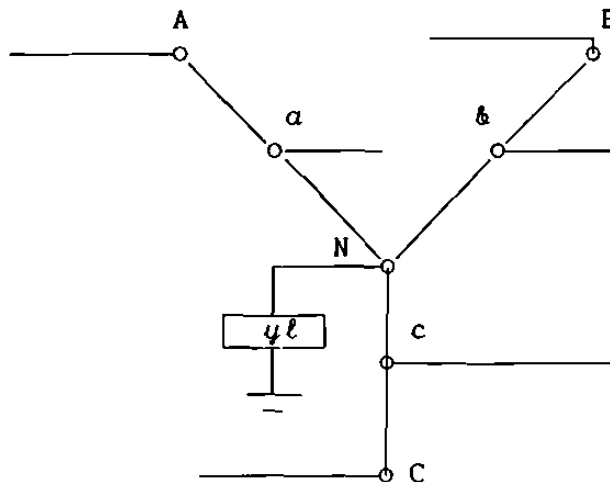


Fig. 6.3 Banco trifásico de autotransformadores monofásicos con neutro aterrizado a través de una admitancia.

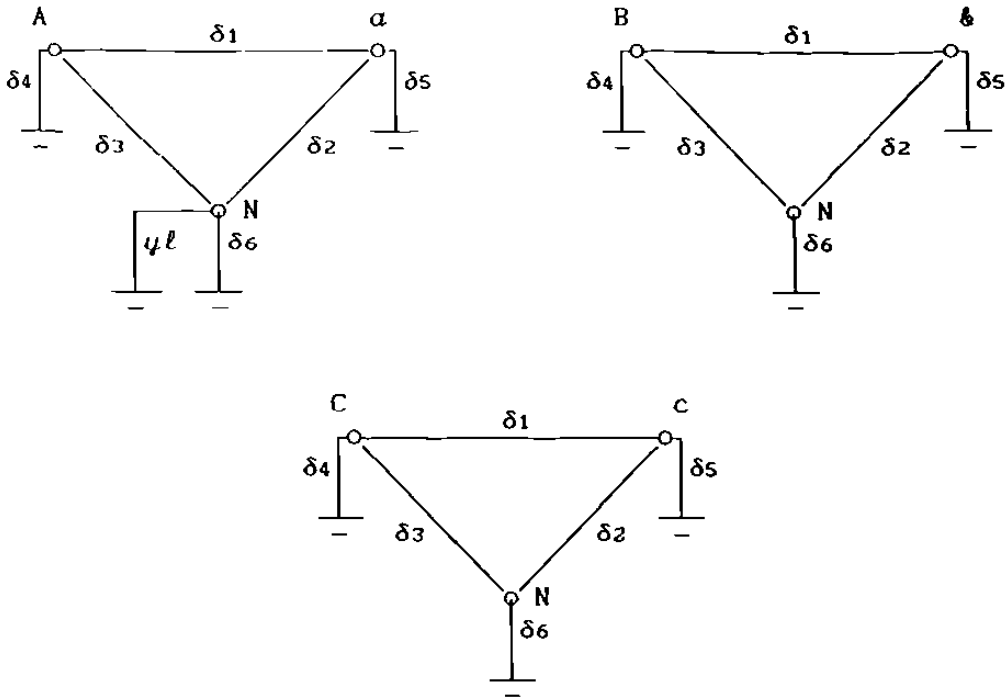


Fig. 6.4 Circuito equivalente del banco trifásico.

Tabla 6.1 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 6.4

$\delta_1$	$\frac{\psi}{K_P K_S \beta} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right) \left( \frac{K_a K_S + K_P}{K_a K_S} \right)$	$\delta_4$	$\frac{\psi}{K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a K_S + K_P}{K_a K_S} \right)$
$\delta_2$	$\frac{\psi}{K_S^2 \beta} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right)$	$\delta_5$	$\frac{-\psi}{K_P K_S \beta} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right)$
$\delta_3$	$\frac{-\psi}{K_P K_S \beta} \left( \frac{K_a K_S + K_P}{K_a K_S} \right)$	$\delta_6$	$\frac{\psi}{K_P K_S \beta}$

Nota: Se puede apreciar que no aparece el término  $K_a'$ , esto se debe a que se hizo  $K_a = K_a K_a'$  para simplificar el desarrollo del modelado.

La matriz de admitancias del circuito de la Fig.6.4 es la siguiente:

$$\begin{matrix}
A \\
B \\
C \\
\alpha \\
\& \\
c \\
N
\end{matrix}
\begin{bmatrix}
\lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & \lambda_3 \\
0 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & \lambda_3 \\
0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & \lambda_3 \\
\lambda_2 & 0 & 0 & \lambda_4 & 0 & 0 & \lambda_5 \\
0 & \lambda_2 & 0 & 0 & \lambda_4 & 0 & \lambda_5 \\
0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & \lambda_4 & \lambda_5 \\
\lambda_3 & \lambda_3 & \lambda_3 & \lambda_5 & \lambda_5 & \lambda_5 & \lambda_6
\end{bmatrix}
\quad (6.1)$$

Donde los elementos de la matriz (6.1) son los siguientes:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \frac{\psi}{K_P^2 \beta} \left( \frac{K\alpha K_S + K_P}{K\alpha K_S} \right)^2 & \lambda_2 &= \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} \left( \frac{1}{K\alpha} + 1 \right) \left( \frac{K\alpha K_S + K_P}{K\alpha K_S} \right) \\
\lambda_3 &= \frac{\psi}{K_P K_S \beta} \left( \frac{K\alpha K_S + K_P}{K\alpha K_S} \right) & \lambda_4 &= \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \left( \frac{1}{K\alpha} + 1 \right)^2 \\
\lambda_5 &= \frac{-\psi}{K_S^2 \beta} \left( \frac{1}{K\alpha} + 1 \right) & \lambda_6 &= \frac{3\psi}{K_S^2 \beta} + \psi \ell
\end{aligned}$$

Como se pretende llegar a un modelo en redes de secuencia (0,+,-), se debe manipular la matriz de admitancias antes de transformarla a componentes simétricas, dicha manipulación consiste en eliminar la fila y columna N para obtener una matriz equivalente con los puntos de interés (A,B,C, $\alpha$ , $\&$ ,c). La eliminación se realiza por manipulación algebraica como se indicó en (4.3) quedando  $Y_{eq}$  como se muestra en (6.2).

$$Y_{eq} = \begin{bmatrix}
\mu_1 & \mu_2 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 & \mu_4 \\
\mu_2 & \mu_1 & \mu_2 & \mu_4 & \mu_3 & \mu_4 \\
\mu_2 & \mu_2 & \mu_1 & \mu_4 & \mu_4 & \mu_3 \\
\mu_3 & \mu_4 & \mu_4 & \mu_5 & \mu_6 & \mu_6 \\
\mu_4 & \mu_3 & \mu_4 & \mu_6 & \mu_5 & \mu_6 \\
\mu_4 & \mu_4 & \mu_3 & \mu_6 & \mu_6 & \mu_5
\end{bmatrix}
\quad (6.2)$$

Donde los elementos de la matriz  $Y_{eq}$  (6.2) son los siguientes:

$$\mu_1 = \frac{\psi}{K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2 \left( 1 - \frac{\psi}{K_s^2 \beta \alpha} \right)$$

$$\mu_2 = \frac{-\psi^2}{K_P^2 K_s^2 \beta^2 \alpha} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2$$

$$\mu_3 = \frac{-\psi}{K_P K_s \beta} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right) \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right) \left( 1 - \frac{\psi}{K_s^2 \beta \alpha} \right)$$

$$\mu_4 = \frac{\psi^2}{K_P K_s^3 \beta^2 \alpha} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right) \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$$

$$\mu_5 = \frac{\psi}{K_s^2 \beta} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right)^2 \left( 1 - \frac{\psi}{K_s^2 \beta \alpha} \right)$$

$$\mu_6 = \frac{-\psi^2}{K_s^4 \beta^2 \alpha} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right)^2$$

NOTA:  $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{3\psi}{K_s^2 \beta} + \psi \ell \end{array} \right.$

Si se debe analizar un sistema en componentes (a,b,c), se puede utilizar la matriz  $Y_{eq}$  (6.2) para representar el autotransformador, pero si la finalidad de la modelación es llegar a una representación en componentes (0,+,-), a la matriz (6.2) se le aplicará la transformación de componentes simétricas, resultando la matriz (6.3).

$$Y_{eq}^{(0,+,-)} = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & 0 & \psi_3 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_2 & 0 & 0 & \psi_4 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_2 & 0 & 0 & \psi_4 \\ \psi_3 & 0 & 0 & \psi_5 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_4 & 0 & 0 & \psi_6 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_4 & 0 & 0 & \psi_6 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Donde los elementos de la matriz  $Y_{eq}^{(0,+,-)}$  (6.3) son los siguientes:

$$\psi_1 = \frac{\psi}{K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2 \left( 1 - \frac{3\psi}{K_s^2 \beta \alpha} \right)$$

$$\psi_2 = \frac{\psi}{K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2$$

$$\psi_3 = \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right) \left( \frac{K_a K_S + K_P}{K_a K_S} \right) \left( 1 - \frac{3\psi}{K_S^2 \beta \alpha} \right)$$

$$\psi_4 = \frac{-\psi}{K_P K_S \beta} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right) \left( \frac{K_a K_S + K_P}{K_a K_S} \right)$$

$$\psi_5 = \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right)^2 \left( 1 - \frac{3\psi}{K_S^2 \beta \alpha} \right)$$

$$\psi_6 = \frac{\psi}{K_S^2 \beta} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right)^2$$

NOTA:  $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{3\psi}{K_S^2 \beta} + \psi l \end{array} \right.$

Tomando de la matriz (6.3) los elementos de secuencia (0) (integrando en estos el valor de  $\alpha$ ) se puede formar el circuito equivalente de secuencia (0) de la Fig. 6.5.

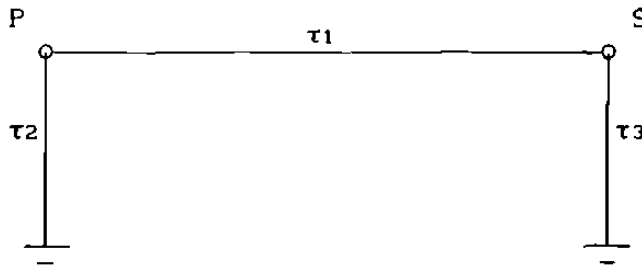


Fig. 6.5 Circuito generalizado de secuencia cero.

Tabla 6.2 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 6.5.

$\tau_1$	$\frac{\psi}{K_P K_S \beta} \left( \frac{1/3 \psi l K_S^2 \beta}{\psi + 1/3 \psi l K_S^2 \beta} \right) \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right) \left( \frac{K_a K_S + K_P}{K_a K_S} \right)$
$\tau_2$	$\frac{\psi}{K_P \beta} \left( \frac{K_a K_S + K_P}{K_a K_S} \right) \left( \frac{1/3 \psi l K_S^2 \beta}{\psi + 1/3 \psi l K_S^2 \beta} \right) \left( \frac{1}{K_P} - \frac{1}{K_S} \right)$

Tabla 6.2 (continuación) Valores de admitancias del circuito de la Fig. 6.5.

$\tau_3$	$\frac{\psi}{K_S \beta} \left( \frac{1}{K_a} + 1 \right) \left( \frac{1/3 \psi l K_S^2 \beta}{\psi + 1/3 \psi l K_S^2 \beta} \right) \left( \frac{1}{K_S} - \frac{1}{K_P} \right)$
----------	--

En el caso de tener condiciones nominales ( $K_P = K_S = 1$ ) y  $\beta = 1$ , resulta el circuito de la Fig. 6.6.

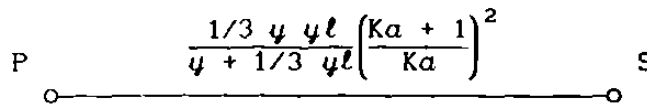


Fig. 6.6 Circuito de secuencia cero.

Tomando de la matriz (6.3) los elementos de secuencia (+) se puede formar el circuito equivalente de la Fig. 6.7.

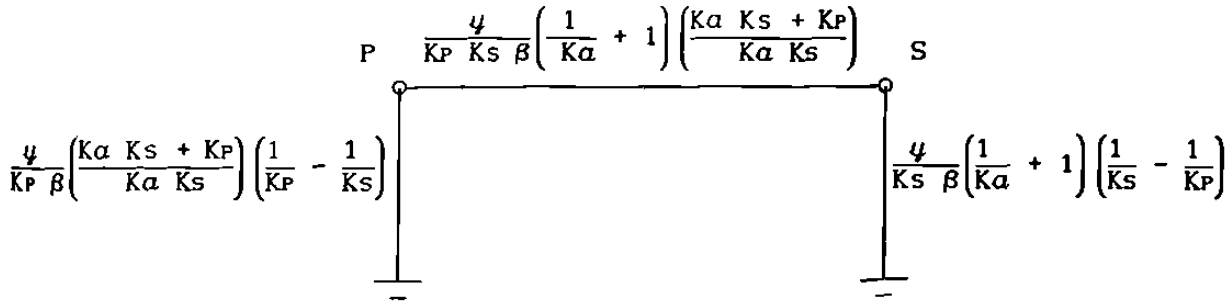


Fig. 6.7 Circuito generalizado de secuencia positiva.

Para el caso de tener condiciones nominales ( $K_P = K_S = 1$ ) y  $\beta = 1$ , resulta el circuito de la Fig. 6.8.

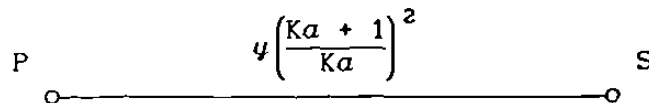


Fig. 6.8 Circuito de secuencia positiva.

En cuanto a la red de secuencia (-), en la matriz (6.3) se puede apreciar que los elementos de secuencia (-) son iguales a los de secuencia (+), por lo que sus circuitos equivalentes son iguales.

## 6.2 MODELADO DE ARREGLOS TRIFASICOS DE AUTOTRANSFORMADORES MONOFASICOS DE TRES DEVANADOS.

Una conexión trifásica de autotransformadores monofásicos de tres devanados es la interconexión de tres unidades monofásicas para formar un banco trifásico. Por ejemplo, si se quiere formar un banco trifásico con conexión Estrella - Estrella - Delta, este se muestra en la Fig. 6.9.

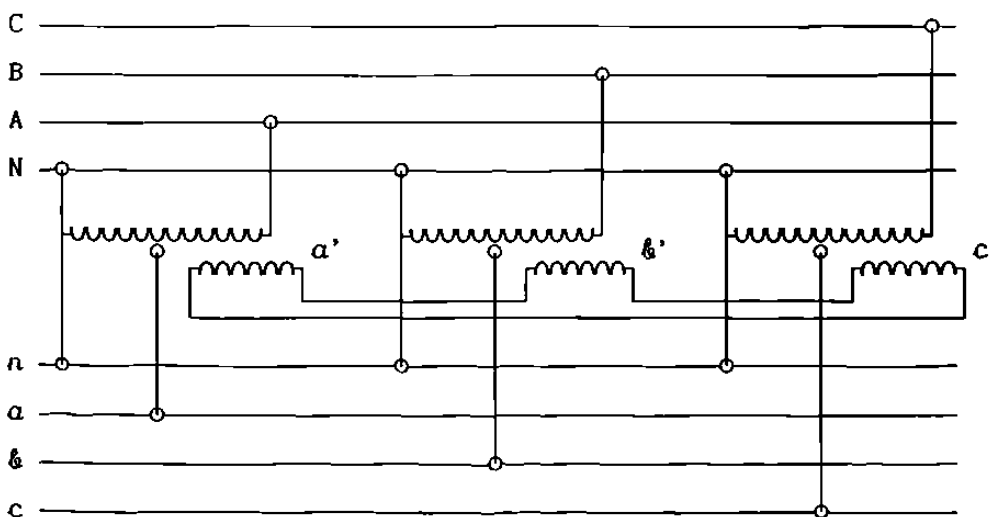


Fig. 6.9 Banco trifásico de autotransformadores monofásicos de tres devanados.

La interconexión de la Fig. 6.9 se representa de la siguiente manera:

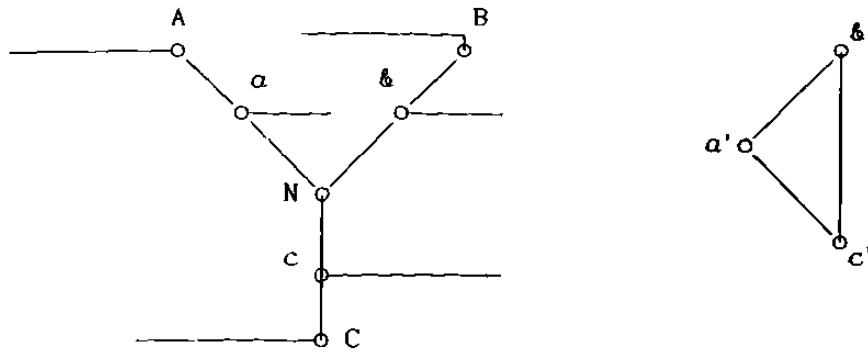


Fig. 6.10 Representación de un banco trifásico de autotransformadores de tres devanados.

En la Fig. 6.10, las fases representadas en una misma línea o en paralelo indican una misma unidad monofásica. Con esta representación se partirá para modelar un banco trifásico de estas unidades.

#### 6.2.1 Conexión Estrella - Estrella - Delta con neutro aterrizado a través de una admitancia.

La modelación de un banco trifásico de este tipo (Fig. 6.11) se inicia a partir de su circuito equivalente (Fig. 6.12).

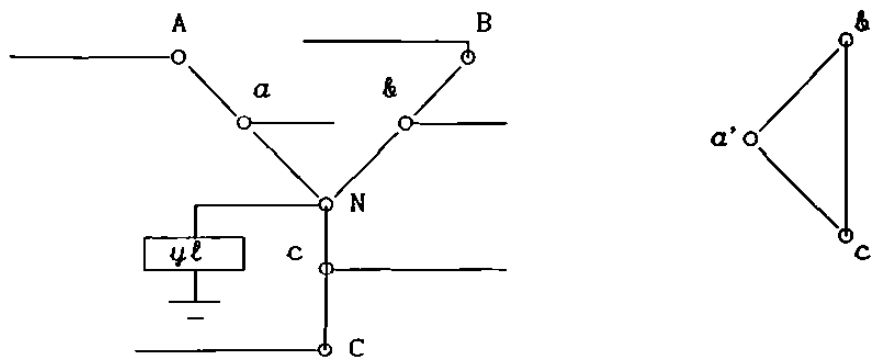


Fig. 6.11 Banco trifásico de autotransformadores de tres devanados en conexión Estrella - Estrella - Delta con neutro aterrizado a través de una admitancia.



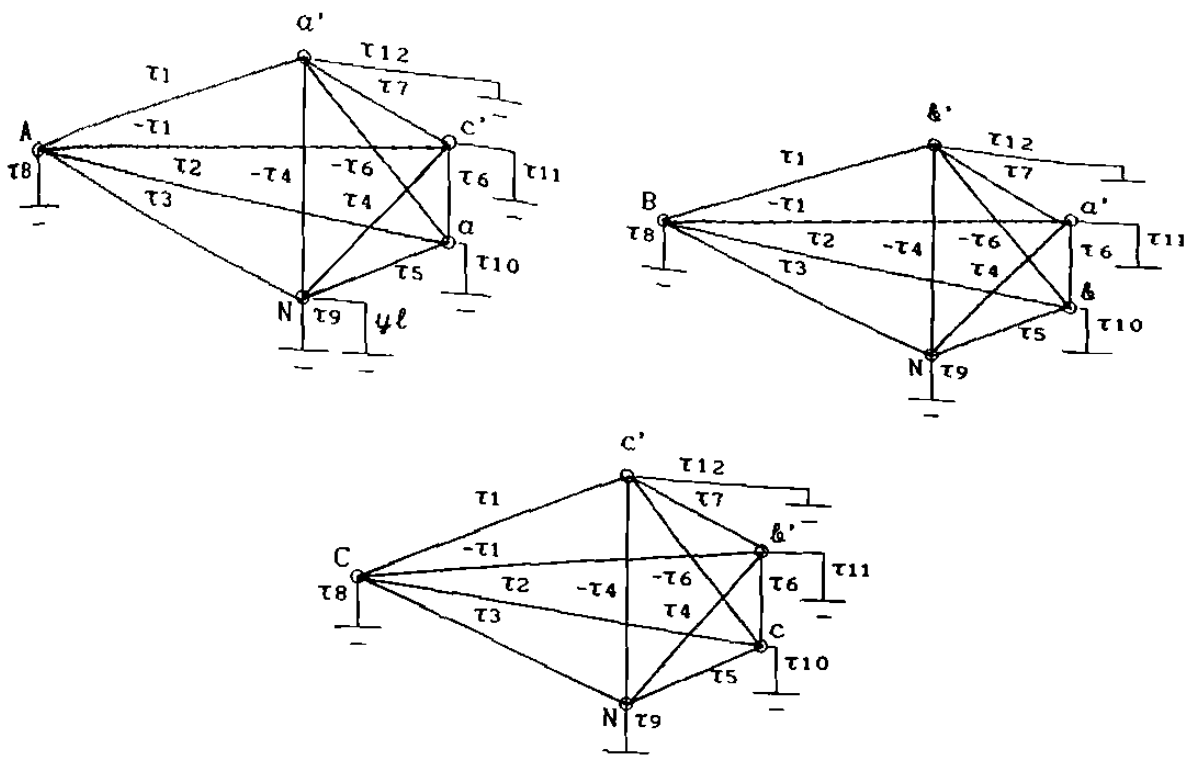


Fig. 6.12 Circuito equivalente de la conexión trifásica.

Tabla 6.3 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 6.12.

$\tau_1$	$\frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$	$\tau_2$	$\frac{y_p (y_s + y_t + y_s K_a) (K_a K_s + K_P)}{Y K_P K_s K_a \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$
$\tau_3$	$\frac{-y_s y_p}{Y K_P K_s \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$	$\tau_4$	$\frac{y_s y_t}{Y K_s K_T \beta}$
$\tau_5$	$\frac{y_s (y_p + y_p K_a + y_t K_a)}{Y K_s^2 K_a \beta}$	$\tau_6$	$\frac{y_t (y_p - y_s K_a)}{Y K_s K_T K_a \beta}$
$\tau_7$	$\frac{y_t (y_p + y_s)}{Y K_T^2 \beta}$	$\tau_8$	$\frac{y_p (y_s + y_t) (K_a K_s + K_P)}{Y K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$
$\tau_9$	$\frac{y_p y_s}{Y K_P K_s \beta}$	$\tau_{10}$	$\frac{-y_p (y_s + y_t + y_s K_a)}{Y K_P K_s K_a \beta}$
$\tau_{11}$	$\frac{y_p y_t}{Y K_P K_T \beta}$	$\tau_{12}$	$\frac{-y_p y_t}{Y K_P K_T \beta}$

§  $Y = y_p + y_s + y_t$ .

Nota: Se puede apreciar que no aparece el término  $K_a'$ , esto se debe a que se hizo  $K_a = K_a K_a'$  para simplificar el desarrollo del modelado.

La matriz de admitancias del circuito de la Fig. 6 12 es la siguiente:

$$\begin{matrix}
 A \\
 B \\
 C \\
 a \\
 \& \\
 c \\
 a' \\
 \&' \\
 c' \\
 N
 \end{matrix}
 \begin{bmatrix}
 \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & -\lambda_3 & 0 & \lambda_3 & \lambda_4 \\
 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & \lambda_3 & -\lambda_3 & 0 & \lambda_4 \\
 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & \lambda_3 & -\lambda_3 & \lambda_4 \\
 \lambda_2 & 0 & 0 & \lambda_5 & 0 & 0 & \lambda_6 & 0 & -\lambda_6 & \lambda_7 \\
 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & \lambda_5 & 0 & -\lambda_6 & \lambda_6 & 0 & \lambda_7 \\
 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & \lambda_5 & 0 & -\lambda_6 & \lambda_6 & \lambda_7 \\
 -\lambda_3 & \lambda_3 & 0 & \lambda_6 & -\lambda_6 & 0 & 2\lambda_8 & -\lambda_8 & -\lambda_8 & 0 \\
 0 & -\lambda_3 & \lambda_3 & 0 & \lambda_6 & -\lambda_6 & -\lambda_8 & 2\lambda_8 & -\lambda_8 & 0 \\
 \lambda_3 & 0 & -\lambda_3 & -\lambda_6 & 0 & \lambda_6 & -\lambda_8 & -\lambda_8 & 2\lambda_8 & 0 \\
 \lambda_4 & \lambda_4 & \lambda_4 & \lambda_7 & \lambda_7 & \lambda_7 & 0 & 0 & 0 & \lambda_9
 \end{bmatrix}
 \quad (6.4)$$

Donde los elementos de la matriz (6.4) son los siguientes:

$$\lambda_1 = \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2 \quad \lambda_2 = \frac{-\psi_p(\psi_s + \psi_t + \psi_s K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_s K_a \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$$

$$\lambda_3 = \frac{\psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right) \quad \lambda_4 = \frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_s \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$$

$$\lambda_5 = \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t + \psi_s a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 a^2 \beta} + \frac{\psi_s(\psi_p + \psi_p a + \psi_t a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 a \beta}$$

$$\lambda_6 = \frac{\psi_t(\psi_p - \psi_s K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s K_T K_a \beta} \quad \lambda_7 = \frac{-\psi_s(\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 K_a \beta}$$

$$\lambda_8 = \frac{\psi_t(\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta} \quad \lambda_9 = \frac{3\psi_s(\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 \beta} + \psi_l$$

Como se pretende llegar a un modelo en redes de secuencia (0,+,-), se debe hacer una manipulación a la matriz de admitancias antes de transformarla a componentes simétricas, dicho proceso consiste en eliminar la fila y columna N, resultando una matriz equivalente con los puntos de interés (A,B,C,a,&,c,a',&',c'). La eliminación se hará por manipulación algebraica como se indicó en (4.3), quedando  $Y_{eq}$  como se muestra en (6.5).

$$Y_{eq} = \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ a \\ b \\ c \\ a' \\ b' \\ c' \end{matrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_4 & -\lambda_5 & 0 & \lambda_5 \\ \lambda_2 & \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_4 & \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_5 & -\lambda_5 & 0 \\ \lambda_2 & \lambda_2 & \lambda_1 & \lambda_4 & \lambda_4 & \lambda_3 & 0 & \lambda_5 & -\lambda_5 \\ \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_4 & \lambda_6 & \lambda_7 & \lambda_7 & \lambda_8 & 0 & -\lambda_8 \\ \lambda_4 & \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_7 & \lambda_6 & \lambda_7 & -\lambda_8 & \lambda_8 & 0 \\ \lambda_4 & \lambda_4 & \lambda_3 & \lambda_7 & \lambda_7 & \lambda_6 & 0 & -\lambda_8 & \lambda_8 \\ -\lambda_5 & \lambda_5 & 0 & \lambda_8 & -\lambda_8 & 0 & 2\lambda_9 & -\lambda_9 & -\lambda_9 \\ 0 & -\lambda_5 & \lambda_5 & 0 & \lambda_8 & -\lambda_8 & -\lambda_9 & 2\lambda_9 & -\lambda_9 \\ \lambda_5 & 0 & -\lambda_5 & -\lambda_8 & 0 & \lambda_8 & -\lambda_9 & -\lambda_9 & 2\lambda_9 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Donde los elementos de la matriz (6.5) son los siguientes:

$$\lambda_1 = \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2 - \left( \frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_s \beta} \right)^2 \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2 \frac{1}{\alpha}$$

$$\lambda_2 = - \left( \frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_s \beta} \right)^2 \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2 \frac{1}{\alpha}$$

$$\lambda_3 = \frac{-\psi_p(\psi_s + \psi_t + \psi_s K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_s K_a \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right) + \frac{\psi_p \psi_s^2 (\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_P K_s^3 K_a \beta^2 \alpha} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$$

$$\lambda_4 = \frac{\psi_p \psi_s^2 (\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_P K_s^3 K_a \beta^2 \alpha} \left( \frac{a K_s + K_P}{a K_s} \right) \quad \lambda_5 = \frac{\psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$$

$$\lambda_6 = \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t + \psi_s K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 K_a^2 \beta} + \frac{\psi_s(\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 K_a \beta} - \frac{\psi_s^2 (\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)^2}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_s^4 K_a^2 \beta^2 \alpha}$$

$$\lambda_7 = \frac{-\psi_s^2 (\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)^2}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_s^4 K_a^2 \beta^2 \alpha} \quad \lambda_8 = \frac{\psi_t (\psi_p - \psi_s K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s K_T K_a \beta}$$

$$\lambda_9 = \frac{\psi_t (\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta}$$

$$\text{NOTA: } \alpha = \frac{3\psi_s(\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 \beta} + \psi_l$$

Para lograr una representación en componentes (0,+,-), la matriz (6.5) se transformará a componentes simétricas, quedando la matriz (6.6).

$$Y_{eq}^{(0,+,-)} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \lambda_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & \lambda_4 & 0 & 0 & \lambda_5 \angle^{-30^\circ} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & \lambda_4 & 0 & 0 & \lambda_5 \angle^{30^\circ} \\ \lambda_3 & 0 & 0 & \lambda_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_4 & 0 & 0 & \lambda_7 & 0 & 0 & \lambda_8 \angle^{-30^\circ} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_4 & 0 & 0 & \lambda_7 & 0 & 0 & \lambda_8 \angle^{30^\circ} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_5 \angle^{30^\circ} & 0 & 0 & \lambda_8 \angle^{30^\circ} & 0 & 0 & \lambda_9 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_5 \angle^{-30^\circ} & 0 & 0 & \lambda_8 \angle^{-30^\circ} & 0 & 0 & \lambda_9 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Donde los elementos de la matriz (6.6) son:

$$\lambda_1 = \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2 - 3 \left( \frac{\psi_p \psi_s}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_s \beta} \right)^2 \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2 \frac{1}{\alpha}$$

$$\lambda_2 = \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P^2 \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2$$

$$\lambda_3 = \frac{-\psi_p(\psi_s + \psi_t + \psi_s K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_s K_a \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right) + \frac{3\psi_p \psi_s^2 (\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_P K_s^3 K_a \beta^2 \alpha} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$$

$$\lambda_4 = \frac{-\psi_p(\psi_s + \psi_t + \psi_s K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_s K_a \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right) \quad \lambda_5 = \frac{-\sqrt{3} \psi_p \psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_P K_T \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$$

$$\lambda_6 = \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t + \psi_s K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 K_a^2 \beta} + \frac{\psi_s(\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 K_a \beta} - \frac{3\psi_s^2 (\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)^2}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t)^2 K_s^4 K_a^2 \beta^2 \alpha}$$

$$\lambda_7 = \frac{\psi_p(\psi_s + \psi_t + \psi_s K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 K_a^2 \beta} + \frac{\psi_s(\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 K_a \beta} \quad \lambda_8 = \frac{\sqrt{3} \psi_t (\psi_p - \psi_s K_a)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s K_T K_a \beta}$$

$$\lambda_9 = \frac{3\psi_t (\psi_p + \psi_s)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_T^2 \beta}$$

$$\text{NOTA: } \alpha = \frac{3\psi_s (\psi_p + \psi_t)}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s^2 \beta} + \psi_l$$

De las ecuaciones de secuencia (+) (6.7) (extraídas de (6.6)), no se puede obtener un circuito equivalente, pues la matriz de admitancias no es simétrica. Para eliminar esta asimetría, se utiliza un cambio de variables sustituyendo  $I_T^{+ \underline{-30^\circ}} = I_R^+$  y  $V_T^{+ \underline{-30^\circ}} = V_R^+$ , resultando el sistema de ecuaciones (6.8).

$$\begin{bmatrix} I_P^+ \\ I_S^+ \\ I_T^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_2 & \lambda_4 & \lambda_5 \underline{-30^\circ} \\ \lambda_4 & \lambda_7 & \lambda_8 \underline{-30^\circ} \\ \lambda_5 \underline{30^\circ} & \lambda_8 \underline{30^\circ} & \lambda_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^+ \\ V_S^+ \\ V_T^+ \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Con el cambio de variables

$$\begin{bmatrix} I_P^+ \\ I_S^+ \\ I_R^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_2 & \lambda_4 & \lambda_5 \\ \lambda_4 & \lambda_7 & \lambda_8 \\ \lambda_5 & \lambda_8 & \lambda_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P^+ \\ V_S^+ \\ V_R^+ \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Ya eliminada la asimetría en (6.8) se puede obtener un circuito equivalente de secuencia (+) que cumpla con  $I_T^{+ \underline{-30^\circ}} = I_R^+$  y  $V_T^{+ \underline{-30^\circ}} = V_R^+$ , sin embargo, aún se tendrá que hacer una corrección por cambio de voltaje base debido a la conexión en Delta del devanado terciario. Para esto, se hace  $K_T = K_T' \sqrt{3}$  (ver desarrollo de transformadores de tres devanados en punto 4.2) y se sustituye en (6.8), de esta forma el circuito de secuencia (+) será el de la Fig. 6.13.

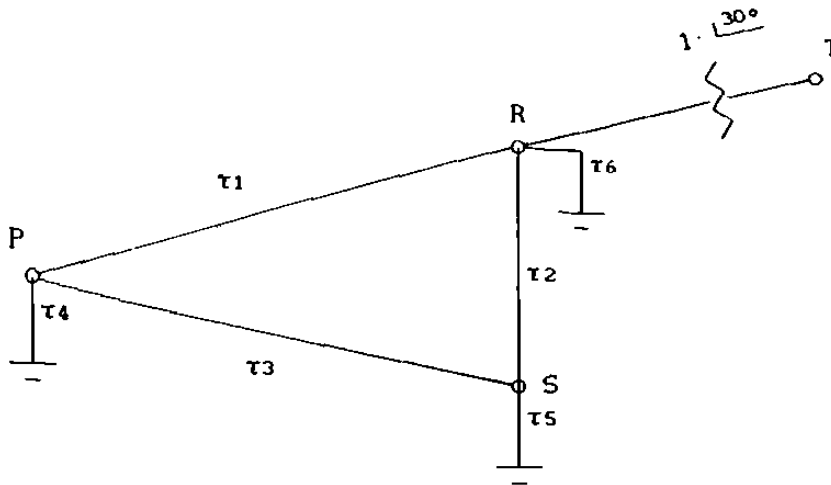


Fig. 6.13 Circuito equivalente generalizado de secuencia positiva en Delta.

Tabla 6.4 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 6.13.

$\tau_1$	$\frac{y_p y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_T' \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$
$\tau_2$	$\frac{-y_t (y_p - y_s K_a)}{(y_p + y_s + y_t) K_s K_T' K_a \beta}$
$\tau_3$	$\frac{y_p (y_s + y_t + y_s K_a)}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_s K_a \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$
$\tau_4$	$\frac{y_p}{(y_p + y_s + y_t) K_P \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right) \left( \frac{y_s + y_t}{K_P} - \frac{y_s}{K_s} - \frac{y_t}{K_T'} \right)$
$\tau_5$	$\frac{1}{(y_p + y_s + y_t) K_s K_a \beta} \left[ \frac{-y_p (y_s + y_t + y_s K_a)}{K_P} + \frac{y_s (y_p + y_p K_a + y_t K_a)}{K_s} + \frac{y_t (y_p - y_s K_a)}{K_T'} \right]$
$\tau_6$	$\frac{y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_T' \beta} \left( -\frac{y_p}{K_P} - \frac{y_s}{K_s} + \frac{y_p + y_s}{K_T'} \right)$

Como no es común presentar los circuitos equivalentes de este tipo de unidades en Delta, se transformará el circuito de la Fig. 6.13 a un circuito equivalente en Estrella (Fig. 6.14).

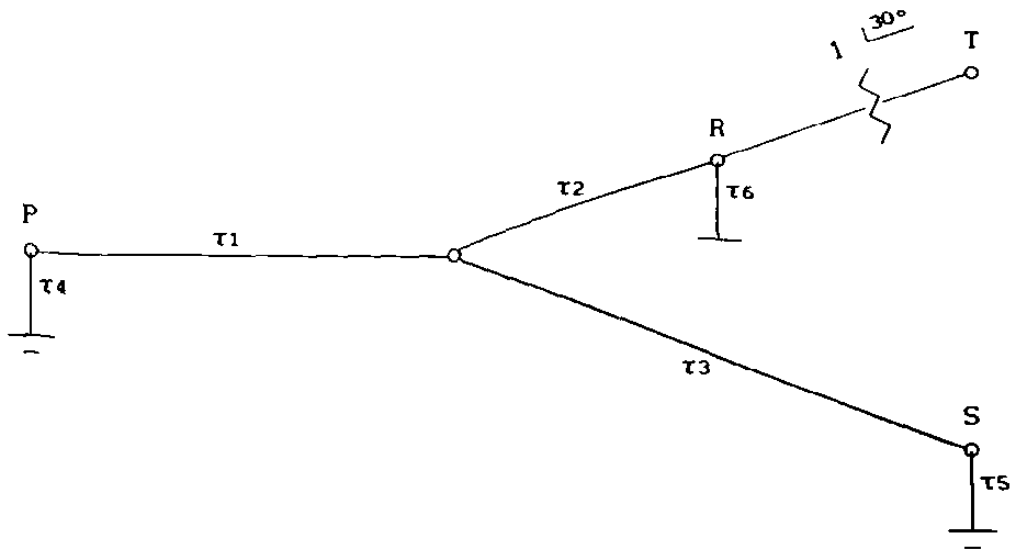


Fig. 6.14 Circuito equivalente generalizado de secuencia positiva en Estrella.

Tabla 6.5 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 6.14.

$\tau_1$	$\frac{y_t y_p}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_{T'} \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right) + \frac{y_p (y_s + y_t + y_s K_a)}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_s K_a \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$ $+ \frac{y_p^2 (y_s + y_t + y_s K_a)}{(y_p + y_s + y_t) K_P^2 \beta (y_s K_a - y_p)} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)^2$
$\tau_2$	$\frac{-y_t^2 (y_p - y_s K_a)}{(y_p + y_s + y_t) (y_s + y_t + y_s K_a) K_{T'}^2 \beta} + \frac{y_p y_t}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_{T'} \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$ $- \frac{y_t (y_p - y_s K_a)}{(y_p + y_s + y_t) K_s K_{T'} K_a \beta}$
$\tau_3$	$\frac{-y_t (y_p - y_s K_a)}{(y_p + y_s + y_t) K_s K_{T'} K_a \beta} + \frac{y_p (y_s + y_t + y_s K_a)}{(y_p + y_s + y_t) K_P K_s K_a \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right)$ $- \frac{(y_p - y_s K_a) (y_s + y_t + y_s K_a)}{(y_p + y_s + y_t) K_s^2 K_a^2 \beta}$
$\tau_4$	$\frac{y_p}{(y_p + y_s + y_t) K_P \beta} \left( \frac{K_a K_s + K_P}{K_a K_s} \right) \left( \frac{y_s + y_t}{K_P} - \frac{y_s}{K_s} - \frac{y_t}{K_{T'}} \right)$

Tabla 6.5 (continuación) Valores de admitancias del circuito de la Fig. 6 14.

$\tau_5$	$\frac{1}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_s K_a \beta} \left( \frac{-\psi_p (\psi_s + \psi_t + \psi_s K_a)}{K_p} + \frac{\psi_s (\psi_p + \psi_p K_a + \psi_t K_a)}{K_s} + \frac{\psi_t (\psi_p - \psi_s K_a)}{K_{T'}} \right)$
$\tau_6$	$\frac{\psi_t}{(\psi_p + \psi_s + \psi_t) K_{T'} \beta} \left( -\frac{\psi_p}{K_p} - \frac{\psi_s}{K_s} + \frac{\psi_p + \psi_s}{K_{T'}} \right)$

Si es el caso de tener condiciones nominales y  $\beta = 1$  resulta el circuito de la Fig. 6.15.

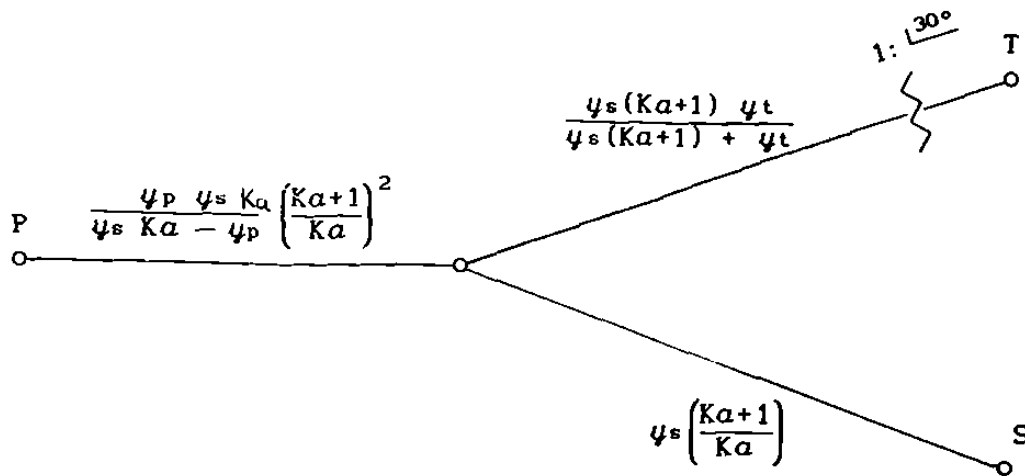


Fig. 6.15 Circuito equivalente de secuencia positiva.

Para encontrar la red de secuencia (-) se sigue el mismo procedimiento que se siguió con la red de secuencia (+), resultando que los circuitos equivalentes de secuencia (-) son iguales al los de secuencia (+). La única diferencia es que en los circuitos equivalentes de secuencia (-) se tiene un defasamiento de  $1: \angle -30^\circ$  (en lugar de  $1: \angle 30^\circ$  de la secuencia (+)).

De las ecuaciones de secuencia (o) extraídas de (6.6) se obtiene el circuito equivalente de la Fig. 6.16.



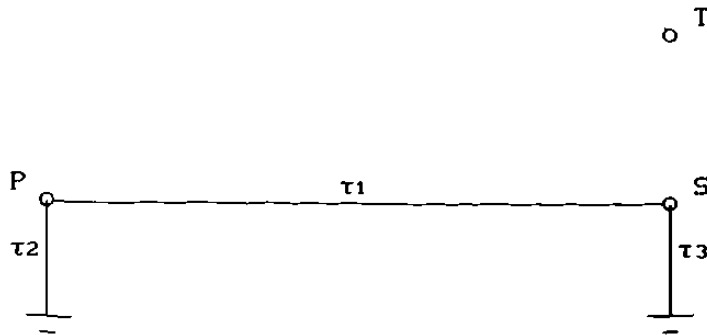


Fig. 6.16 Circuito equivalente de secuencia cero en Delta.

Tabla 6.6 Valores de admitancias del circuito de la Fig. 6.16.

$\tau_1$	$\frac{y_p(y_s+y_t+y_s Ka)}{(y_p+y_s+y_t) K_P K_S Ka \beta} \left( \frac{Ka K_S + K_P}{Ka K_S} \right) - \frac{3y_p y_s^2 (y_p+y_p Ka+y_t Ka)}{(y_p+y_s+y_t)^2 K_P K_S^3 Ka \beta^2 \alpha} \left( \frac{Ka K_S + K_P}{Ka K_S} \right)$
$\tau_2$	$\frac{y_p(y_s+y_t)}{(y_p+y_s+y_t) K_P^2 \beta} \left( \frac{Ka K_S + K_P}{Ka K_S} \right)^2 + \frac{3y_p y_s^2 (y_p+y_p Ka+y_t Ka)}{(y_p+y_s+y_t)^2 K_P K_S^3 Ka \beta^2 \alpha} \left( \frac{Ka K_S + K_P}{Ka K_S} \right)$ $- \frac{y_p(y_s+y_t+y_s Ka)}{(y_p+y_s+y_t) K_P K_S Ka \beta} \left( \frac{Ka K_S + K_P}{Ka K_S} \right) - 3 \left( \frac{y_p y_s}{(y_p+y_s+y_t) K_P K_S \beta} \right)^2 \left( \frac{Ka K_S + K_P}{Ka K_S} \right)^2$
$\tau_3$	$\frac{y_p(y_s+y_t+y_s Ka)}{(y_p+y_s+y_t) K_S^2 Ka^2 \beta} + \frac{3y_p y_s^2 (y_p+y_p Ka+y_t Ka)}{(y_p+y_s+y_t)^2 K_P K_S^3 Ka \beta^2 \alpha} \left( \frac{Ka K_S + K_P}{Ka K_S} \right)$ $+ \frac{y_s(y_p+y_p Ka+y_t Ka)}{(y_p+y_s+y_t) K_S^2 Ka \beta} - \frac{3y_s^2 (y_p+y_p Ka+y_t Ka)^2}{(y_p+y_s+y_t)^2 K_S^4 Ka^2 \beta^2 \alpha}$ $- \frac{y_p(y_s+y_t+y_s Ka)}{(y_p+y_s+y_t) K_P K_S Ka \beta} \left( \frac{Ka K_S + K_P}{Ka K_S} \right)$

$$\S \alpha = \frac{3y_s(y_p+y_t)}{(y_p+y_s+y_t) K_S^2 \beta} + y_l$$

Si es el caso de tener condiciones nominales,  $\beta = 1$  y a la vez el circuito equivalente en Delta (P,S,Tierra) de la Fig 6.16 se transforma a un circuito en Estrella equivalente resulta el circuito de la Fig. 6.17.

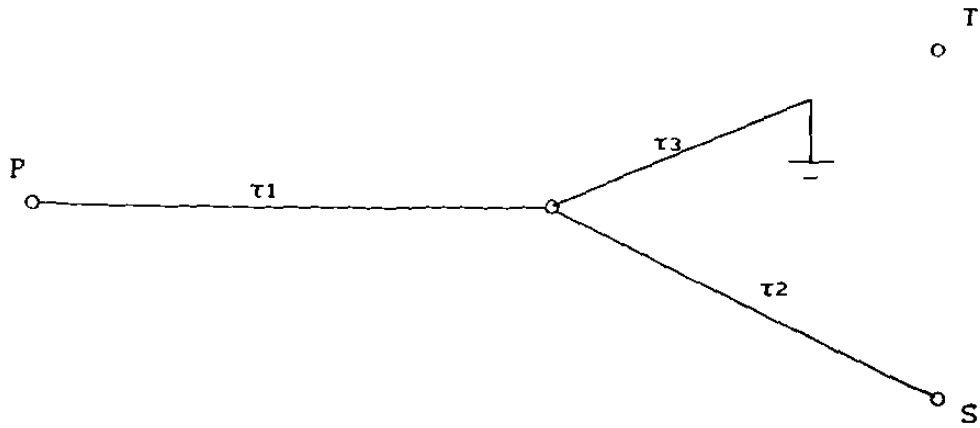


Fig. 6.17 Circuito equivalente de secuencia cero.

Tabla 6.7 Valores de admitancia del circuito de la Fig. 6.17.

$\tau_1$	$\frac{1/3 \psi_p \psi_s \psi_l K_a}{1/3 \psi_l \psi_s K_a - 1/3 \psi_l \psi_p - \psi_p \psi_s} \left( \frac{K_a + 1}{K_a} \right)^2$
$\tau_2$	$\frac{1/3 \psi_l \psi_s}{1/3 \psi_l + \psi_s} \left( \frac{K_a + 1}{K_a} \right)$
$\tau_3$	$\frac{1/3 \psi_s \psi_t \psi_l (K_a + 1)}{1/3 \psi_s \psi_l (K_a + 1) + 1/3 \psi_t \psi_l + \psi_s \psi_t}$

Para comprobar la veracidad de los circuitos equivalentes obtenidos en este punto, se puede abrir (despreciar) una de las ramas y ver el parámetro equivalente de las ramas restantes.

## 7.0 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

- o Se ha demostrado que por medio de la aplicación sistemática de circuitos equivalentes se puede obtener el modelo generalizado de un transformador monofásico de dos o tres devanados.
- o El procedimiento propuesto para la modelación de una unidad monofásica de dos o tres devanados se puede extender para unidades de  $n$  devanados.
- o Utilizando un modelo generalizado es posible representar cualquier tipo de conexión, como son:
  - bancos trifásicos en conexiones convencionales.
  - autotransformador monofásico, extendiendo su modelado para arreglos trifásicos.
  - conexión trifásica especial como transformador defasador.
  - otras conexiones especiales, algunas de las cuales no se presentan en este estudio, como la conexión en zig-zag, etc.
- o A lo largo del estudio se resalta la importancia de tener dominio sobre el sistema por unidad, especialmente en conexiones especiales.
- o Mediante el uso de transformaciones y conceptos de circuitos equivalentes se verifican los modelos que son comúnmente utilizados en estudios de flujos y fallas.
- o El procedimiento utilizado en la modelación de transformadores permite tener una representación matricial para el caso de estudios desbalanceados.

- o En la modelación de autotransformadores se observa claramente el efecto de la conexión en el valor de la admitancia de la unidad, lo cual resulta en un nivel de cortocircuito mayor en relación al transformador normal.
- o En el desarrollo del modelo de la conexión trifásica como unidad defasadora se observa que el defasamiento depende directamente de la posición del tap en el devanado secundario.
- o El procedimiento utilizado para la modelación de bancos trifásicos permite analizar en detalle los defasamientos producidos por la conexión, tanto en cantidades de fase como de secuencia.
- o En los modelos desarrollados se desprecia la rama de excitación, esto se debe a que no es importante en las aplicaciones de flujos de potencia y fallas. Sin embargo, para otros estudios es necesario considerar este efecto.
- o En el caso general la representación de transformadores y autotransformadores con diferentes conexiones y condiciones de operación se puede efectuar con un procedimiento sistemático que permite considerar en forma directa el caso requerido.
- o Es importante en estudios a nivel de sistema incluir los defasamientos en voltaje y corriente debidos al transformador. El procedimiento matricial propuesto permite su inclusión directa.
- o Desde el punto de vista de enseñanza, el desarrollo ordenado de la representación de un transformador permite el análisis y la comprensión de casos más generales.

- o Se recomienda profundizar en la modelación de unidades trifásicas, ya que en éstas aparecen efectos mutuos adicionales. Es importante el análisis de pruebas para la determinación de estos parámetros.
  
- o En la modelación de unidades trifásicas se recomienda incluir el cambio de tap y la posibilidad de cambio de base para obtener modelos generalizados de mayor utilidad.
  
- o Se recomienda el análisis de otras conexiones especiales para comprobar el alcance de los modelos generalizados.

## REFERENCIAS

- [1] L. D. Aréchiga, F. Aboytes. "Modelado de Transformadores en Sistemas de Potencia", U.A.N.L., F.I.M.E., DIE-87-06, Agosto de 1987.
- [2] L. D. Aréchiga, F. Aboytes. "Modelado de Transformadores de tres Devanados", U.A.N.L., F.I.M.E., DIE-88-05, Diciembre de 1988.
- [3] L. D. Aréchiga, F. Aboytes. "Modelado de Autotransformadores", U.A.N.L., F.I.M.E., DIE-89-01, Octubre de 1989.
- [4] M. S. Chen, W. E. Dillon. "Power System Modeling", Proceedings of the IEEE, July 1974.
- [5] P. A. Anderson. "Analysis of Faulted Power Systems"., The Iowa State University Press / AMES, 1973.
- [6] E. Betancourt, F. Betancourt, J. D. Garza. "Circuitos Magnéticos y Transformadores"., U.A.N.L., F.I.M.E., 1982.
- [7] O. I. Elgerd. "Electric Energy Systems Theory". University of Florida. / McGraw-Hill, 1983.
- [8] W. T. Hunt Jr., R. Stein. "Static Electromagnetic Devices". The City College of New York. / Allyn and Bacon, Inc., 1968.
- [9] R. L. Bean, N. Chackan Jr., H. R. Moore, E. C. Wents. "Transformers for the Electrical Power Industry". Westinghouse Electric Corporation. / McGraw-Hill, 1959.

- [10] L. F. Blume, A. Boyajian, G. Camilli, T. C. Lennox, S. Minneci and V. M. Montsinger. "Transformer Engineering". New York / Wiley, 1951.
  
- [11] G. W. Alexander, W. J. McNutt. "EHV Application of Autotransformers". IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. Pas-86, No. 8,. pp. 995-1000, August 1967.
  
- [12] "Distribution, Power and Regulating Transformers", "ANSI-C57". ANSI / IEEE, 1987.
  
- [13] E. Clark. "Circuit Analysis of A-C Power Systems" Vol. I., University of Texas. / General Electric Series, 1961.
  
- [14] E. Clark. "Circuit Analysis of A-C Power Systems" Vol. II., University of Texas. / General Electric Series, 1960.

## APENDICE A

### PRUEBAS PARA OBTENCION DE PARAMETROS.

Este punto, tiene por objeto mostrar el procedimiento a seguir de algunas de las pruebas para la obtención de los parámetros de los transformadores y autotransformadores. Para tal caso se utiliza la prueba de cortocircuito que consiste en poner en corto uno de los devanados, aplicar cierto voltaje en el otro devanado tomando mediciones de voltaje y corriente para calcular la impedancia (o admitancia) del transformador.

#### A1.0 Transformador monofásico de dos devanados.

Para llevar a cabo la prueba de cortocircuito en este tipo de transformadores se unen las terminales de uno de los devanados, aunque es indiferente en cual de los dos se haga en este caso se hará en el secundario (ver Fig. A1.1), se alimenta el primario con una fuente de voltaje variable de frecuencia igual a la nominal del transformador, se aumenta el voltaje hasta tener una corriente en el devanado primario igual a la nominal (de ese devanado), en ese momento se toman lecturas de voltaje y corriente en el devanado primario.

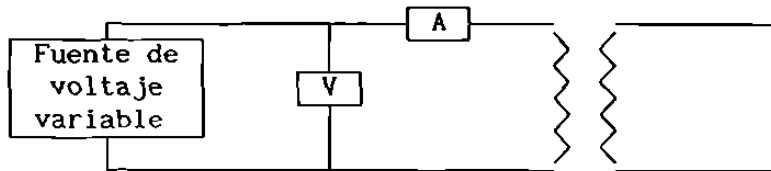


Fig. A1.1 Conexión para prueba de cortocircuito.

Con dichas mediciones de voltaje y corriente se encuentra la impedancia (A1.1) o admitancia (A1.2) de dispersión del transformador en unidades reales.

$$Z = \frac{V}{A} \text{ } (\Omega) \quad (\text{A1.1})$$

$$Y = \frac{A}{V} \text{ } (1/\Omega) \quad (\text{A1.2})$$



Para encontrar el valor del parámetro deseado en por unidad habra que dividir dicho parámetro entre su parámetro base, donde estos son:

$$z_B = \frac{V_B^2}{S_B} \quad (A1.3)$$

$$y_B = \frac{S_B}{V_B^2} \quad (A1.4)$$

En (A1.3) y (A1.4) la norma ANSI-C57 recomienda que los valores base de voltaje y potencia sean los nominales del devanado en donde se hicieron las mediciones (en este caso del primario).

#### A2.0 Transformador monofásico de tres devanados.

La prueba de cortocircuito de este tipo de unidades es muy similar a la de las unidades de dos devanados, con la diferencia de que aqui se tiene que tener cuidado con la corriente de el o los devanados de menor potencia con la finalidad de no dañar dichos devanados. Otra diferencia es que en estas unidades se hacen en realidad tres pruebas de cortocircuito como se indica a continuación. Primero se hace la prueba con un par de devanados, aqui se empezará con los devanados primario y secundario para encontrar la impedancia de primario a secundario ( $z_{ps}$ ) (en este punto solo se hablará de impedancias, ya que la admitancia es directamente el inverso), se pone en corto el secundario, en el primario se aplica el voltaje de frecuencia adecuada, aumentando éste hasta que cualquiera de los dos devanados en cuestión alcance su valor nominal (esto se hace con el fin de proteger el devanado secundario en el caso de que sea de menor potencia que el primario), en ese momento, se hacen las mediciones de voltaje y corriente en el devanado primario, durante esta prueba el devanado terciario permanece abierto, ver Fig. A2.1.

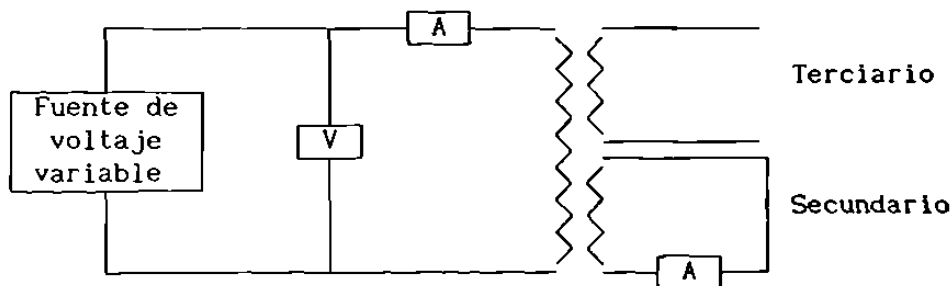


Fig. A2.1 Conexión para obtener  $z_{ps}$ .

Donde  $z_{ps}$  (en ohms) será la relación entre voltaje y corriente medidas en el devanado primario.

$$z_{ps} = \frac{V}{A} \ (\Omega) \tag{A2.1}$$

La segunda prueba será entre los devanados primario y terciario para encontrar la impedancia de primario a terciario ( $z_{pt}$ ), el procedimiento será similar al anterior solo que aquí se pone en corto el terciario y el secundario se deja abierto, la corriente que se tiene que cuidar es definitivamente la del terciario, ya que este es el de menor potencia, por lo que al llegar la corriente del terciario a su valor nominal se hacen las mediciones de voltaje y corriente en el primario (ver Fig. A2.2), y con estas encontrar la  $z_{pt}$  (A2.2).

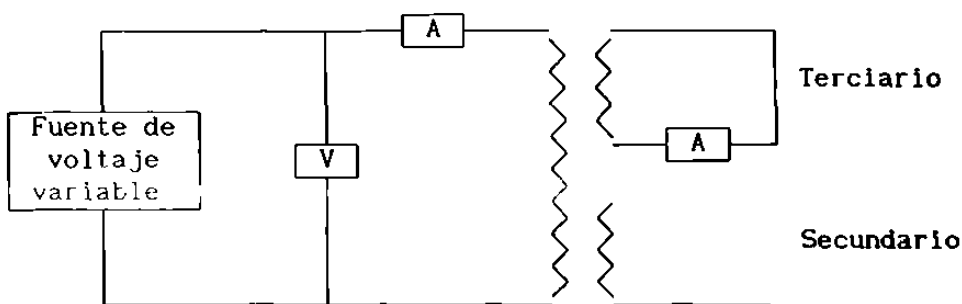


Fig. A2.2 Conexión para obtener  $z_{pt}$ .

$$z_{pt} = \frac{V}{A} \ (\Omega) \tag{A2.2}$$

La última prueba a realizar es entre los devanados secundario y terciario para encontrar la impedancia de secundario a terciario ( $z_{st}$ ), el procedimiento aquí es cortocircuitar el terciario, aplicar la fuente de voltaje variable al secundario, variando esta hasta que en el terciario circule una corriente de su valor nominal (esto es debido a que el terciario es de menor potencia que el secundario), en ese momento hacer las mediciones de voltaje y corriente en el secundario y con estas se calcula la  $z_{st}$  (A2.3), durante esta prueba el primario permanece abierto (ver Fig. A2.3).

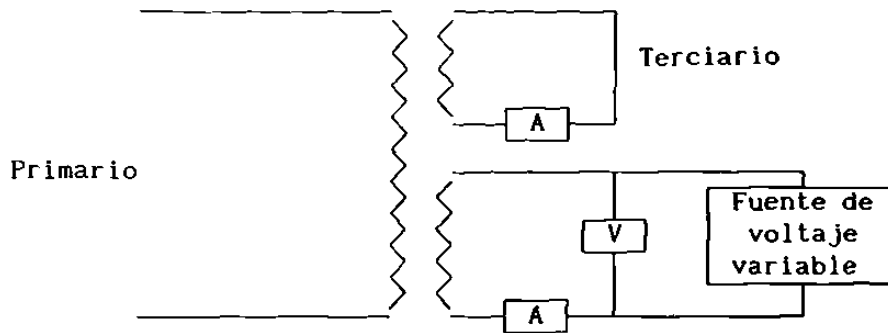


Fig. A2.3 Conexión para obtener  $z_{st}$ .

$$z_{st} = \frac{V}{A} \text{ (}\Omega\text{)} \quad (\text{A2.3})$$

Como la  $z_{st}$  se calcula a partir de mediciones en el devanado secundario se dice que es la impedancia de secundario a terciario vista desde el secundario (referida al secundario) a diferencia de las otras dos  $z_{ps}$  y  $z_{pt}$  que están referidas al primario, en este caso la norma ANSI-C57 recomienda tener todas las impedancias referidas al devanado primario, por lo que la  $z_{st}$  se refleja al primario por medio de la relación de transformación (primario-secundario), resultando una  $z_{st}'$ .

$$z_{st}' = z_{st} \left( \frac{V_P}{V_S} \right)^2 \quad (\text{A2.4})$$

Teniendo todas las impedancias referidas al primario se pasan a por unidad dividiéndolas todas entre la impedancia base (A1.3), la cual se calculará con un voltaje y potencia base iguales a los nominales del devanado primario (recomendación de la norma ANSI-C57). Una vez obtenidas todas las impedancias en por unidad se calculan las impedancias propias de cada devanado.

$$z_p = \frac{z_{ps} + z_{pt} - z_{st}'}{2} \text{ (P. U. )} \quad (\text{A2.5})$$

$$z_s = \frac{z_{ps} + z_{st}' - z_{pt}}{2} \text{ (P. U. )} \quad (\text{A2.6})$$

$$z_t = \frac{z_{pt} + z_{st}' - z_{ps}}{2} \text{ (P. U. )} \quad (\text{A2.7})$$

### A3.0 Autotransformador monofásico de dos devanados.

Para el caso de un autotransformador, el procedimiento de la prueba de cortocircuito es muy similar al que se utiliza en la prueba de un transformador de dos devanados (sección A1.0). En este caso, el circuito de conexiones es el de la Fig. A3.1.

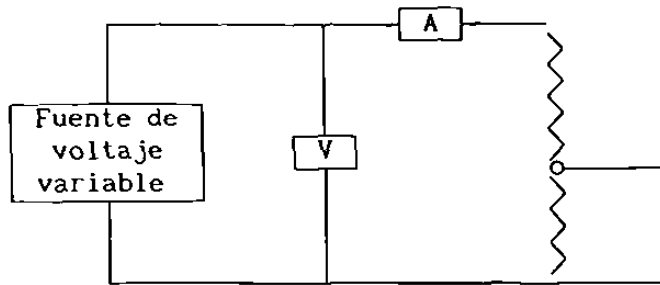


Fig. A3.1 Conexión para prueba de cortocircuito.

Con las mediciones de voltaje y corriente obtenidas de la prueba se calcula la impedancia de dispersión con la ecuación (A1.1). El valor de la impedancia base (para encontrar el parámetro en por unidad) se obtiene con la ecuación (A1.3).

Las recomendaciones para esta prueba son las mismas que se tienen en la sección A1.0.

### A4.0 Autotransformador monofásico de tres devanados.

La prueba de cortocircuito para la obtención de los parámetros en este tipo de unidades, se lleva a cabo de la misma manera que en los transformadores monofásicos de tres devanados (punto A2.0).

### A5.0 Transformador trifásico de dos devanados.

El procedimiento para la prueba de cortocircuito en este tipo de transformadores es muy similar a la del monofásico solo que aquí se energizan las tres fases, y en el lado del cortocircuito se conectan entre sí las tres terminales como se muestra en la Fig. A5.1.

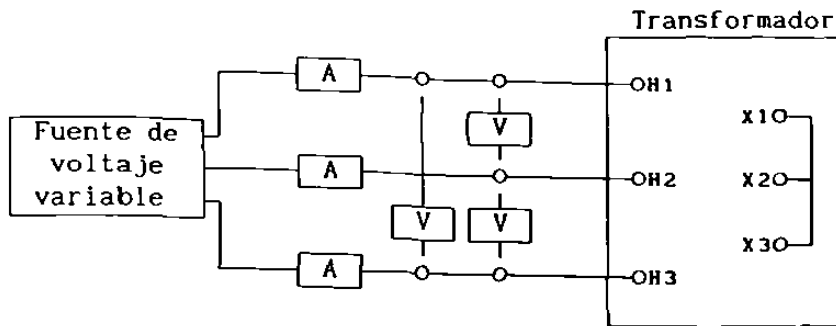


Fig. A5.1 Conexión para prueba de cortocircuito.

Con las mediciones de voltaje y corriente obtenidas de la prueba se encuentra la impedancia de dispersión con la ecuación (A1.1). Para encontrar el valor de la impedancia base se tiene que tomar en cuenta que es un sistema trifásico (ver punto 2.2).

Las unidades trifásicas por diseño son balanceadas, en tal caso solo se requiere una medición de voltaje y corriente.

Las recomendaciones para esta prueba son las mismas que se tienen para el transformador monofásico en la sección A1.0.

## APENDICE B

### PARAMETROS TÍPICOS DE TRANSFORMADORES Y AUTOTRANSFORMADORES DEL ÁREA NORESTE DE LA C.F.E. .

En esta sección se muestra la forma en que los fabricantes dan los parámetros en las placas de los transformadores y autotransformadores. Dicha información pertenece a unidades en servicio del Área noreste de la CFE. Los parámetros se pondrán en una potencia base de 100 MVA.  $3\phi$  (33.3 MVA.  $1\phi$ ) por ser esta la utilizada por CFE.

o T1 Subestación Nuevo Laredo ( $3\phi$ ), 134/13.8/33 KV, 20 MVA.

$$z_{ps} = 8.93\% \text{ a } 15 \text{ MVA.} \quad \rightarrow \quad 0.5953 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

$$z_{pt} = 4.19\% \text{ a } 5 \text{ MVA.} \quad \rightarrow \quad 0.8380 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

$$z_{st} = 1.12\% \text{ a } 5 \text{ MVA.} \quad \rightarrow \quad 0.2240 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

Aplicando las Ec. (A2.5), (A2.6) y (A2.7) se obtienen los siguientes parámetros:

$$z_p = 0.6047 \text{ p.u.}$$

$$z_s = -0.0094 \text{ p.u.}$$

$$z_t = 0.2334 \text{ p.u.}$$

o T2 Subestación Nuevo Laredo ( $3\phi$ ), 134/13.8/33 KV, 20 MVA.

$$z_{ps} = 11.76\% \text{ a } 20 \text{ MVA.} \quad \rightarrow \quad 0.5880 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

$$z_{pt} = 17.79\% \text{ a } 20 \text{ MVA.} \quad \rightarrow \quad 0.8895 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

$$z_{st} = 5.21\% \text{ a } 20 \text{ MVA.} \quad \rightarrow \quad 0.2605 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

Aplicando las Ec. (A2.5), (A2.6) y (A2.7) se obtienen los siguientes parámetros:

$$z_p = 0.6085 \text{ p.u.}$$

$$z_s = -0.0205 \text{ p.u.}$$

$$z_t = 0.2810 \text{ p.u.}$$

o AT1 Subestación Aeropuerto ( $1\phi$ ), 230/138/13.8 KV, 25 MVA.

$$z_{ps} = 4.06\% \text{ a } 25.0 \text{ MVA.} \quad \rightarrow \quad 0.0541 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

$$z_{pt} = 5.37\% \text{ a } 7.5 \text{ MVA.} \quad \rightarrow \quad 0.2387 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

$$z_{st} = 3.84\% \text{ a } 7.5 \text{ MVA.} \quad \rightarrow \quad 0.1707 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

Aplicando las Ec. (A2.5), (A2.6) y (A2.7) se obtienen los siguientes parámetros:

$$z_p = 0.0611 \text{ p.u.}$$

$$z_s = -0.0069 \text{ p.u.}$$

$$z_t = 0.1777 \text{ p.u.}$$

o AT2 Subestación Aeropuerto (1 $\phi$ ), 230/138/13.8 KV, 33.3 MVA.

$$z_{ps} = 4.02\% \text{ a } 25.0 \text{ MVA.} \rightarrow 0.0536 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

$$z_{pt} = 5.37\% \text{ a } 7.5 \text{ MVA.} \rightarrow 0.2387 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

$$z_{st} = 3.84\% \text{ a } 7.5 \text{ MVA.} \rightarrow 0.1707 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

Aplicando las Ec. (A2.5), (A2.6) y (A2.7) se obtienen los siguientes parámetros:

$$z_p = 0.0608 \text{ p.u.}$$

$$z_s = -0.0072 \text{ p.u.}$$

$$z_t = 0.1779 \text{ p.u.}$$

o AT1 Subestación Arroyo del Coyote (1 $\phi$ ), 230/138/13.8 KV, 33.3 MVA.

$$z_{ps} = 7.63\% \text{ a } 33.3 \text{ MVA.} \rightarrow 0.0763 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

$$z_{pt} = 10.68\% \text{ a } 10.0 \text{ MVA.} \rightarrow 0.3560 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

$$z_{st} = 7.93\% \text{ a } 10.0 \text{ MVA.} \rightarrow 0.2643 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

Aplicando las Ec. (A2.5), (A2.6) y (A2.7) se obtienen los siguientes parámetros:

$$z_p = 0.0841 \text{ p.u.}$$

$$z_s = -0.0076 \text{ p.u.}$$

$$z_t = 0.2719 \text{ p.u.}$$

o AT1 Subestación Matamoros (3 $\phi$ ), 138/69/13.8 KV, 46.4 MVA.

$$z_{ps} = 5.40\% \text{ a } 35.0 \text{ MVA.} \rightarrow 0.1543 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

$$z_{pt} = 6.40\% \text{ a } 12.2 \text{ MVA.} \rightarrow 0.5246 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

$$z_{st} = 3.89\% \text{ a } 12.2 \text{ MVA.} \rightarrow 0.3189 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

Aplicando las Ec. (A2.5), (A2.6) y (A2.7) se obtienen los siguientes parámetros:

$$z_p = 0.1800 \text{ p.u.}$$

$$z_s = -0.0257 \text{ p.u.}$$

$$z_t = 0.3446 \text{ p.u.}$$

o AT2 Subestación Matamoros ( $3\phi$ ), 138/69/13.8 KV, 46 4 MVA

$$z_{ps} = 5.05\% \text{ a } 35.0 \text{ MVA.} \rightarrow 0.1443 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

$$z_{pt} = 6.16\% \text{ a } 12.5 \text{ MVA.} \rightarrow 0.4928 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

$$z_{st} = 4.21\% \text{ a } 12.5 \text{ MVA.} \rightarrow 0.3368 \text{ p.u. a } 100 \text{ MVA.}$$

Aplicando las Ec. (A2.5), (A2.6) y (A2.7) se obtienen los siguientes parámetros:

$$z_p = 0.1502 \text{ p.u.}$$

$$z_s = -0.0059 \text{ p.u.}$$

$$z_t = 0.3427 \text{ p.u.}$$

o AT1 Subestación Villa de García ( $1\phi$ ), 400/230/13.8 KV, 125 MVA.

$$z_{ps} = 7.86\% \text{ a } 125 \text{ MVA.} \rightarrow 0.0209 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

$$z_{pt} = 6.86\% \text{ a } 30 \text{ MVA.} \rightarrow 0.0762 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

$$z_{st} = 4.11\% \text{ a } 30 \text{ MVA.} \rightarrow 0.0456 \text{ p.u. a } 33.3 \text{ MVA.}$$

Aplicando las Ec. (A2.5), (A2.6) y (A2.7) se obtienen los siguientes parámetros:

$$z_p = 0.0255 \text{ p.u.}$$

$$z_s = -0.0045 \text{ p.u.}$$

$$z_t = 0.0505 \text{ p.u.}$$



