

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



MEDICION DE LA DIMENSION FRACTAL DE LA  
MICROESTRUCTURA DE ACEROS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA  
CON ESPECIALIDAD EN MATERIALES

P R E S E N T A :

RAUL RODRIGUEZ MIRANDA

CD. UNIVERSITARIA

MARZO DE 1995

TM

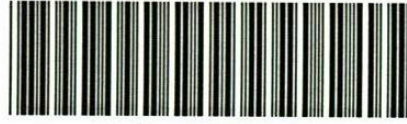
Z585

.M2

FIME

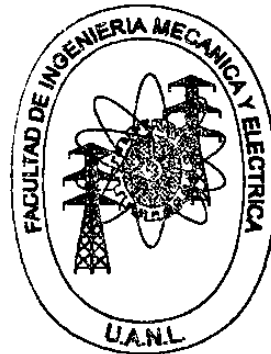
1995

R62



1020091150

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**  
**DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO**



**MEDICION DE LA DIMENSION FRACTAL DE LA  
MICROESTRUCTURA DE ACEROS**

**TESIS**  
**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE**  
**MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA**  
**CON ESPECIALIDAD EN MATERIALES**

**PRESENTA:**  
**RAUL RODRIGUEZ MIRANDA**

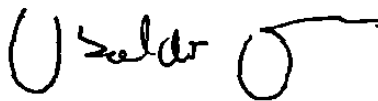
**CD. UNIVERSITARIA**

**MARZO DE 1995**

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**  
**DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO**

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la presente tesis realizada por el Lic. Raúl Rodríguez Miranda sea aceptada como opción para obtener el grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Mecánica con especialidad en Materiales.

El Comité de Tesis



Dr. Ubaldo Ortiz Méndez

Asesor



Dr. Juan Antonio Aguilar Garib

Revisor



Dr. Carlos Alberto Guerrero Salazar

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

MARZO DE 1995

74  
258 0  
12  
F 11  
1995  
R62



FONDO TESIS  
167095

## **AGRADECIMIENTOS**

\*A la FIME por el apoyo al realizar mis estudios de Postgrado.

\*Al Programa Doctoral en Ingeniería de Materiales.

\*Al CONACYT por su apoyo.

\*A mi asesor y maestro Dr. Ubaldo Ortiz Méndez, por su apoyo y paciencia.

\*Al Dr. Juan A. Aguilar Garib, por su amistad , consejos, apoyo y paciencia.

\*A mi maestro y coasesor Dr. Carlos A. Guerrero S. , por su apoyo y confianza.

\*A los directores y personal de los laboratorios de Metalurgia Física y de Sistemas Integrales de Manufactura del ITESM.

\*A todos mis maestros y compañeros del Programa Doctoral en Ingeniería de Materiales de la FIME.

\*Al M. en C. Julio C. Morales , por su gran amistad, por su ejemplo como profesional, por las polémicas pláticas y convivencia.

\*Al M. en C. Carlos García Flores, por su amistad .

**\*Al M. en C. Moisés Hinojosa Rivera por sus enseñanzas y amistad.**

**\*Al M. en C. Rubén Rodríguez Miranda por la retroalimentación en las pláticas cotidianas.**

**\*A todas aquellas personas que de alguna manera están unidas sentimentalmente a mi .**



# **INDICE**

## **RESUMEN**

## **CAPITULO I. INTRODUCCIÓN**

## **CAPITULO II. FRACTALES**

II.1 Antecedentes

II.2 Autosimilitud

## **CAPITULO III. DIMENSIÓN FRACTAL**

III.1 Antecedentes

III.2 Definición

III.3 Método de conteo de cuadros

## **CAPITULO IV. MEDICIÓN DE LA DIMENSIÓN FRACTAL DE ACEROS**

IV.1 Preparación

IV.2 Acero 316L

IV.2.1 Composición química

IV.2.2 Ataque químico

IV.2.3 Dimensión fractal

### **IV.3 Acero bajo carbono**

#### IV.3.1 Composición química

#### IV.3.2 Ataque químico

#### IV.3.3 *Dimensión fractal*

## **CAPITULO V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

## **CAPITULO VI. CONCLUSIONES**

## **REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS**

# RESUMEN

En la presente tesis se calcula la dimensión fractal de las fronteras de grano presentes en una aleación AISI 316L con diferentes grados de deformación. La dimensión fractal de dicha aleación es comparada con la dimensión fractal de un acero bajo carbono, ámbos aceros con 0% de deformación.

Las muestras de la aleación AISI 316L estudiadas fueron previamente sometidas a diferentes grados de deformación, posteriormente las muestras se prepararon para un análisis metalográfico, los especímenes fueron atacados químicamente para revelar su microestructura.

El conocimiento de la dimensión fractal de los materiales es adecuado para correlacionar dicha característica con las propiedades mecánicas, químicas y físicas de los mismos.

Mediante microscopía óptica y un sistema de análisis de imágenes se midieron perímetros de la frontera de grano a diferentes magnificaciones. Se obtuvieron promedios y desviaciones estándar de las poblaciones a diferentes magnificaciones.

Se calcula la dimensión fractal a partir de la curva que se obtiene al graficar  $\log(\text{perímetro}) / \log(\text{factor de calibración})$ .

En el presente trabajo se encuentra una dimensión fractal para la aleación AISI 316L de  $1.078 \pm 0.0006$  y para el acero bajo carbono una dimensión fractal de  $1.1000 \pm 0.002$ .

# CAPITULO I

## INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de esta tesis es mostrar que algunos materiales presentan características fractales y como consecuencia existen parámetros tales como la dimensión fractal que pueden ser usados para describirlos.

Para ello se realizaron mediciones de la longitud de la frontera de grano en dos materiales seleccionados (aleación 316L y acero bajo carbono). Las muestras se prepararon de tal forma que las fronteras de grano quedan bien delineadas, y se utiliza un sistema de análisis de imágenes para llevar a cabo estas mediciones.

La dimensión fractal de algunos objetos es característica intrínseca de ellos. Este trabajo forma parte de una acción que tiene como objetivo demostrar que algunos materiales poseen una estructura fractal la cual puede ser caracterizada por parámetros tales como su dimensión fractal.

Se prepararon varias probetas bajo la norma ASTM A370 del acero inoxidable AISI 316L y se sometieron a diferentes porcentajes de deformación. Se prepararon muestras de cada una de las probetas para su análisis metalográfico en planos perpendiculares al eje longitudinal de las mismas. Después se atacaron electrolíticamente con ácido oxálico y reactivo de Beraha, dichos ataques fueron los más adecuados para la revelación de la frontera de grano.

Las mediciones correspondientes a la longitud de las fronteras de grano para ambos aceros se presentan en una gráfica de tipo Richardson para posteriormente determinar así la dimensión fractal.

Se hizo un muestreo de los granos aleatoriamente y se calcula la media y desviación estándar de la dimensión fractal. Lo anterior se hizo tanto para el acero inoxidable 316L como para el acero bajo carbono.

## CAPITULO II

### FRACTALES

#### II.1 Antecedentes

Un fractal, el cual fue inicialmente concebido por Benoit B. Mandelbrot [1], consta de fragmentos geométricos de orientación y tamaño variable, pero de aspecto similar. Los detalles de un fractal a cierta escala son semejantes (aunque no necesariamente idénticos) a los de las estructuras visibles a escala mayor o menor. Se confirma que son estadísticamente iguales.

Todos los fractales poseen esta propiedad interna de parecerse a sí mismos a diferentes magnificaciones, esta propiedad recibe el nombre de *autosimilitud*.

Dado que un fractal está compuesto de estructuras similares cada vez más finas, su longitud depende de la magnificación y resolución del instrumento de medición. Cuando se intenta medir la longitud de una línea fractal con una determinada regla, algunos detalles serán siempre más finos de lo que la regla tiene posibilidad de medir. Así pues, conforme aumente la resolución del instrumento de medida, va creciendo también la longitud de un fractal.

Ante esta situación se ha propuesto un número que se conoce como dimensión fractal, para cuantificar que tanto llena el espacio un fractal. El concepto de dimensión que nos es familiar se aplica a los objetos de geometría clásica euclidiana. Así, las rectas tienen dimensión uno, los círculos son de dimensión dos y las esferas son de dimensión tres. En cambio los fractales pueden tener una dimensión con valores no necesariamente enteros.

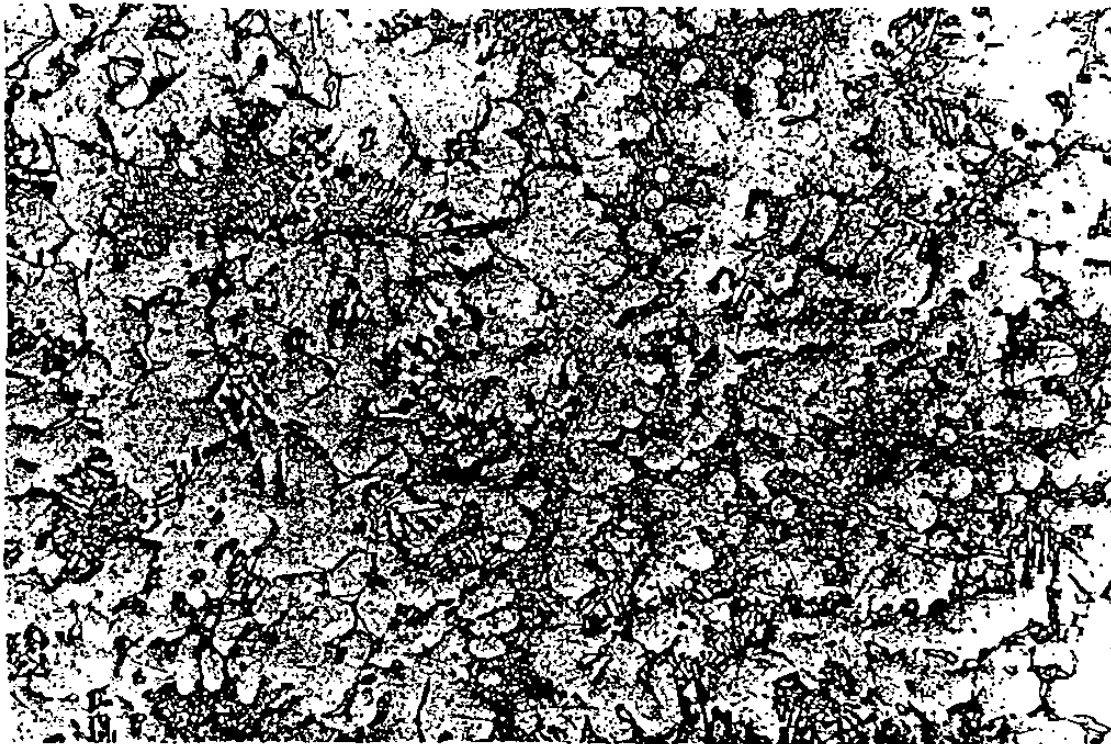
Mientras que una línea euclidiana, llena exacta y precisamente un espacio unidimensional, una línea fractal se desparrama en un espacio bidimensional.

En consecuencia, una línea fractal tiene dimensión comprendida entre uno y dos. Análogamente, una superficie fractal tiene una dimensión intermedia entre dos y tres.

La autosimilitud estadística puede ser caracterizada por el concepto de dimensión fractal. En nuestro caso la autosimilitud implica que la rugosidad o irregularidad de la frontera de grano no es una función de escala y persistirá para diferentes magnificaciones.

## II.2 Autosimilitud

Este concepto es fundamental en todos los fractales, se refiere a aquellos objetos que presentan características parecidas cuando son observados a diferente magnificación ( ver figura 1). Así, dada una frontera de grano, se hace una sucesión de fracciones en diferentes tamaños, las fracciones de la frontera de grano resultante tendrán características en general similares. Esta autosimilitud se puede llevar hasta tres o cuatro estados antes que la estructura sea muy pequeña para una disección posterior. En una idealización matemática, la propiedad de autosimilitud de un fractal puede continuar infinitamente por muchos estados, como las imagenes muy populares del conjunto de Mandelbrot [7].



*Figura 1. Estructura dendrítica de una fundición aluminio al silicio, 100X. Obsérvese la característica de autosimilitud.*



## **CAPITULO III**

### **DIMENSIÓN FRACTAL**

#### **III.1 Antecedentes**

Una característica fundamental de los fractales es su dimensión fractal. Con total independencia del hecho de considerar figuras geométricas obtenidas mediante iteraciones sucesivas, las figuras fractales límite pueden caracterizarse por medio de un concepto de dimensión que es una generalización natural de la idea que todos tenemos de una dimensión espacial.

#### **III.2 Definición**

Existen varias definiciones distintas del concepto de dimensión fractal, todas las cuales, sin embargo, emanan en mayor o menor medida de un trabajo publicado por Felix Hausdorff (1868 - 1942) en 1919 [3]. El concepto de dimensión Hausdorff, que trataremos a continuación en forma abreviada es la siguiente: consideremos para empezar objetos familiares, como segmentos de línea, cuadrados y cubos, que tienen dimensión topológica igual a 1, 2 y 3, respectivamente. Dividamos ahora cada uno de ellos en varias partes iguales y

establezcamos una relación entre el número  $a$  de las partes resultantes y del factor de escala  $s$  que convierte a cualquiera de las partes en el todo.

La figura 2 muestra la ley de escala  $a = s^D$ . Si dividimos un segmento en, por ejemplo, tres partes iguales, el total es de tres veces más largo que cada porción. Si dividimos un cuadrado en partes iguales, de manera que el lado del cuadrado total sea tres veces mayor que el de los cuadrados en que se divide, se obtienen  $3^2$ , es decir 9 porciones. Para un cubo obtenemos  $a = 3^3$  cubitos componentes iguales. La dimensión de la geometría euclídea clásica, dada por un exponente entero, aparece también en las unidades de longitud usuales: metro lineal= $m^1$  , metro cuadrado =  $m^2$ , metro cúbico =  $m^3$ .

Como el factor de escala  $s$  es 3 en cada dimensión, resulta una ley del tipo  $a = s^D$ , en el que  $D$  es la dimensión. Tomando logaritmos a ambos lados de esta igualdad y despejando  $D$ , obtenemos la dimensión como cociente de dos logaritmos:

$$D = \log a / \log s$$

Lo interesante de esta igualdad es el hecho de que la definición de dimensión no queda limitada a la consideración de espacios  $n$  dimensionales ordinarios (con  $n$  entero), ni a elementos de la geometría euclídea, sino que abarca de manera inmediata todo tipo de objetos autosimilares.

La figura 3 muestra algunos fractales clásicos. Dividamos los objetos en partes iguales y expresemos el número de partes en función del factor de escala de acuerdo con la ley  $a = s^D$ . Despejando  $D$  obtenemos  $D = \log a / \log s$ . Aquí

se ilustra este resultado para los casos particulares del conjunto de Cantor, de la curva de Koch, del triángulo de Sierpinski y, finalmente, de una curva que llena el plano, la llamada curva de Peano. Como puede observarse en la tabla de la figura 3, la dimensión que corresponde a la mayoría de estos objetos es fraccionaria (de ahí el nombre de fractales) . Esta es, pues, la razón del nombre que les dio Mandelbrot en los años setenta y que hace referencia a la palabra fracción, derivada a su vez del verbo latino *frangere*, que significa romper.

Una manera práctica de calcular la dimensión fractal para una curva o figura determinada es emplear el método de conteo de cuadros. Para tal fin, tomemos un conjunto de partida (que para simplificar podemos considerar dentro del plano; por ejemplo, una figura hecha de puntos), y recubrámoslo mediante un retículo de cuadrados. Contemos ahora los cuadros que contienen algún trozo del conjunto, despreciando los vacíos. El número  $N$  de los cuadrados no vacíos depende, naturalmente, de cual sea el conjunto dado y también del valor del lado  $E$  de la malla del retículo. Establezcamos ahora una relación en forma de función potencial entre el valor  $E$  y el número  $N$  de cuadros recubridores:

$$N = C / E^D$$

Si repetimos el proceso con retículos de distinto tamaño y representamos los resultados en papel doblemente logarítmico, resulta que los puntos se disponen aproximadamente sobre una línea recta. Ello demuestra, para empezar, que la adopción de una función potencial ha sido correcta; el exponente  $D$  que se obtiene de este modo no es mas que la pendiente de dicha recta y recibe el nombre de dimensión fractal.


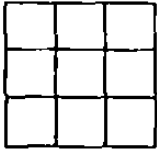
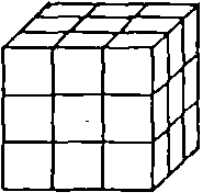
	NUMERO $a$	FACTOR DE ESCALA $s$	LEY
 SEGMENTO	3	3,0	$3,0^1 = 3$
 CUADRADO	9	3,0	$3,0^2 = 9$
 CUBO	27	3,0	$3,0^3 = 27$

Figura 2. Concepto intuitivo de dimensión [15]

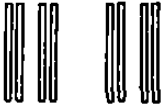

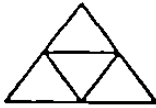
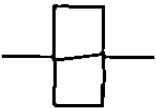
	NUMERO $a$	FACTOR DE ESCALA $s$	DIMENSION D
 CONJUNTO DE CANTOR	2	3,0	$\log 2 / \log 3 = 0,631$
 CURVA DE KOCH	4	3,0	$\log 4 / \log 3 = 1,262$
 TRIANGULO DE SIERPINSKI	3	2,0	$\log 3 / \log 2 = 1,585$
 CURVA DE PEANO	9	3,0	$\log 9 / \log 3 = 2,0$

Figura 3. Dimensión fraccionaria como exponente [15]

### III.3 Método de conteo de cuadros

La idea fundamental que asumiremos es que dos cantidades -longitud, superficie o volumen por un lado y la escala por otro- no varían arbitrariamente, sino que están relacionadas por una ley. . Dicha ley es relevante para nuestra definición de dimensión fractal y es una ley de potencia de la forma  $a = s^D$ . Existen varias formas de determinar la dimensión fractal de un objeto. La más práctica para nuestros fines es la que está basada en el método de conteo de cuadros.

Este método de conteo de cuadros desarrollado por Mandelbrot para obtener la dimensión fractal está basado en el concepto fundamental de dimensión de Hausdorff, dicho método es el que más aplicaciones tiene en ciencias.

El método de conteo de cuadros está relacionado con el concepto de autosimilitud, este método es un proceso de medición sistemático que se aplica a cualquier estructura en el plano.

Para calcular la dimensión fractal con este método, ponemos la estructura dentro de una malla regular con un tamaño de malla de arista  $s$  y simplemente contamos el número de cuadros que contienen algo de la estructura, esto nos da un número, digamos  $N$ , el cual depende de cómo hallamos escogido el tamaño  $s$ .

Luego podemos escribir  $N(s)$ . Procedemos a cambiar  $s$  a tamaños progresivamente más pequeños y contamos el número correspondiente  $N(s)$ . Graficamos las mediciones en un diagrama:

$$\log N(s) / \log(s).$$

El método clásico para la medición de la dimensión fractal de una frontera sobre una sección plana es producir una gráfica del tipo de Richardson. Gráficas de este tipo se muestran en las figuras 4 y 5. Obsérvese en la figura 4, cómo la longitud de algunas fronteras entre países tiende a infinito a medida que decrece la unidad de medida, dichas gráficas fueron publicadas por primera vez en 1961 [1]. En la figura 5 se presenta una versión modificada de la gráfica de Richardson.

Para el cálculo del perímetro de una frontera de grano, el perfil puede ser digitalizado y archivado en la memoria de una computadora. Trazando el perímetro con la máxima resolución posible, se producen un conjunto de coordenadas que son aproximada e igualmente espaciadas a lo largo de la línea en la frontera. Se obtiene la distancia a lo largo del perímetro para diferentes magnificaciones.

Continuando con el proceso, se producen una serie de puntos en la gráfica de Richardson, se toma el valor de la pendiente y así la dimensión fractal se obtiene [39]. Como se ilustra en la figura 6 y en la figura 7.

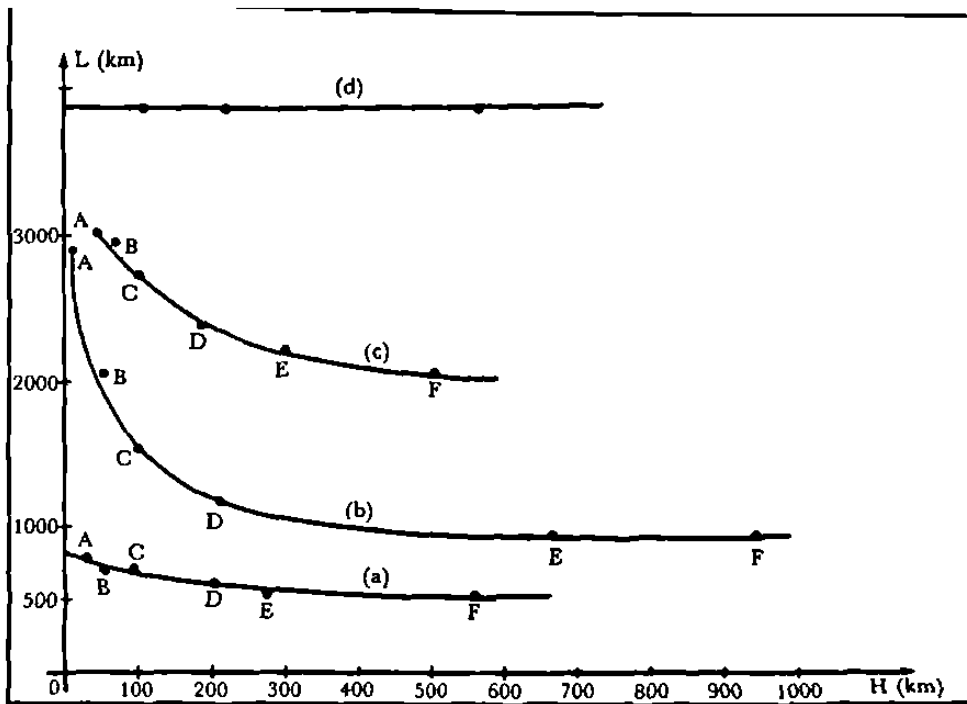


Figura 4. Valores de la longitud  $L$  de varias curvas al cambiar la longitud de la unidad de medida  $H$ , según L. F. Richardson [1].

- (a) Frontera entre Portugal y España.
- (b) Costa occidental de Gran Bretaña.
- (c) Frontera terrestre alemana (1900).
- (d) Perímetro de un círculo.

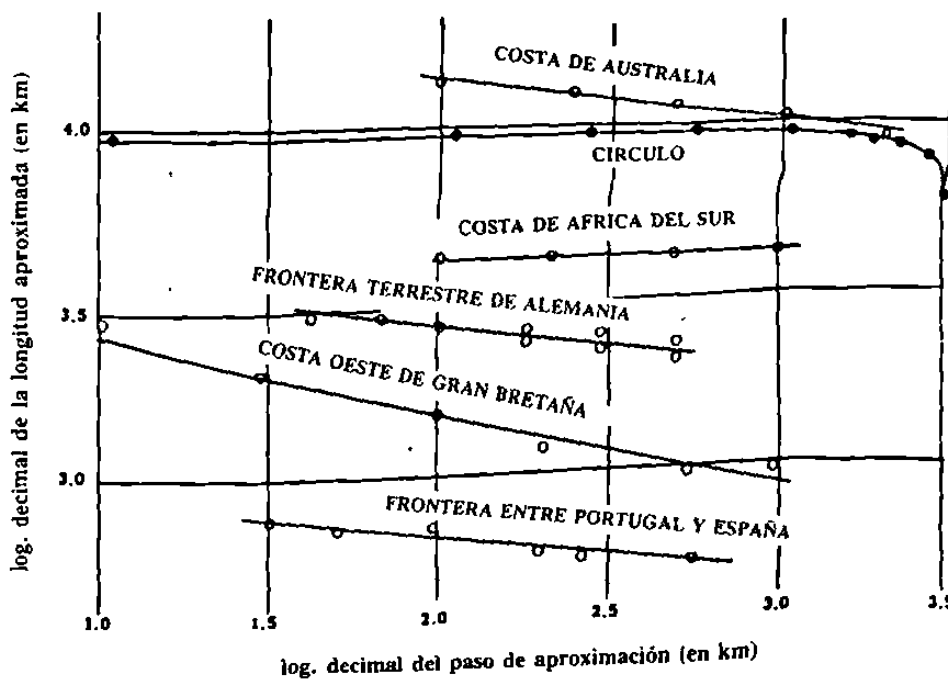


Figura 5. Gráfica tipo Richardson, log-log, la pendiente de cada gráfica es  $1-D$ , donde  $D$  es la dimensión fractal [1].

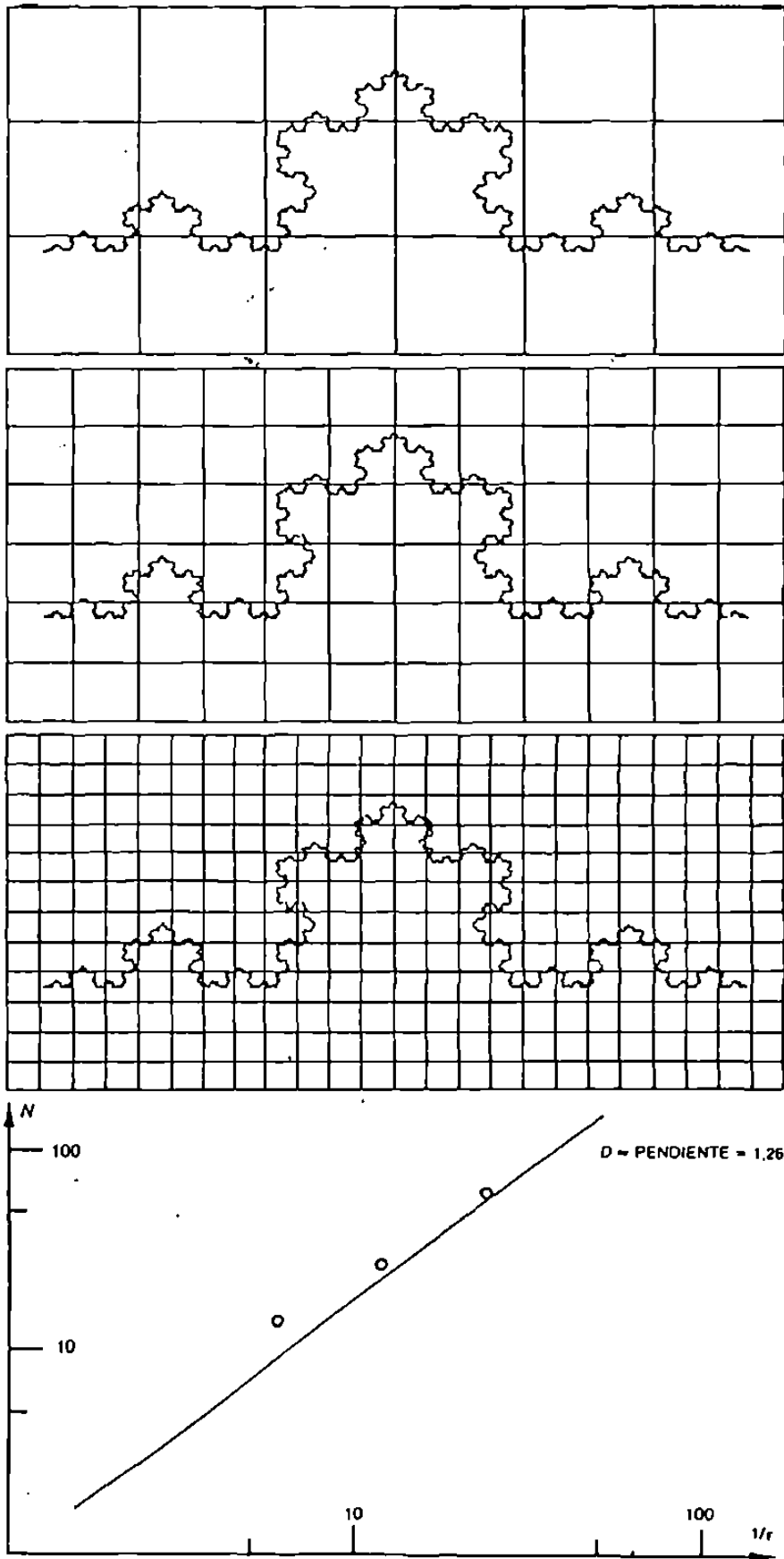
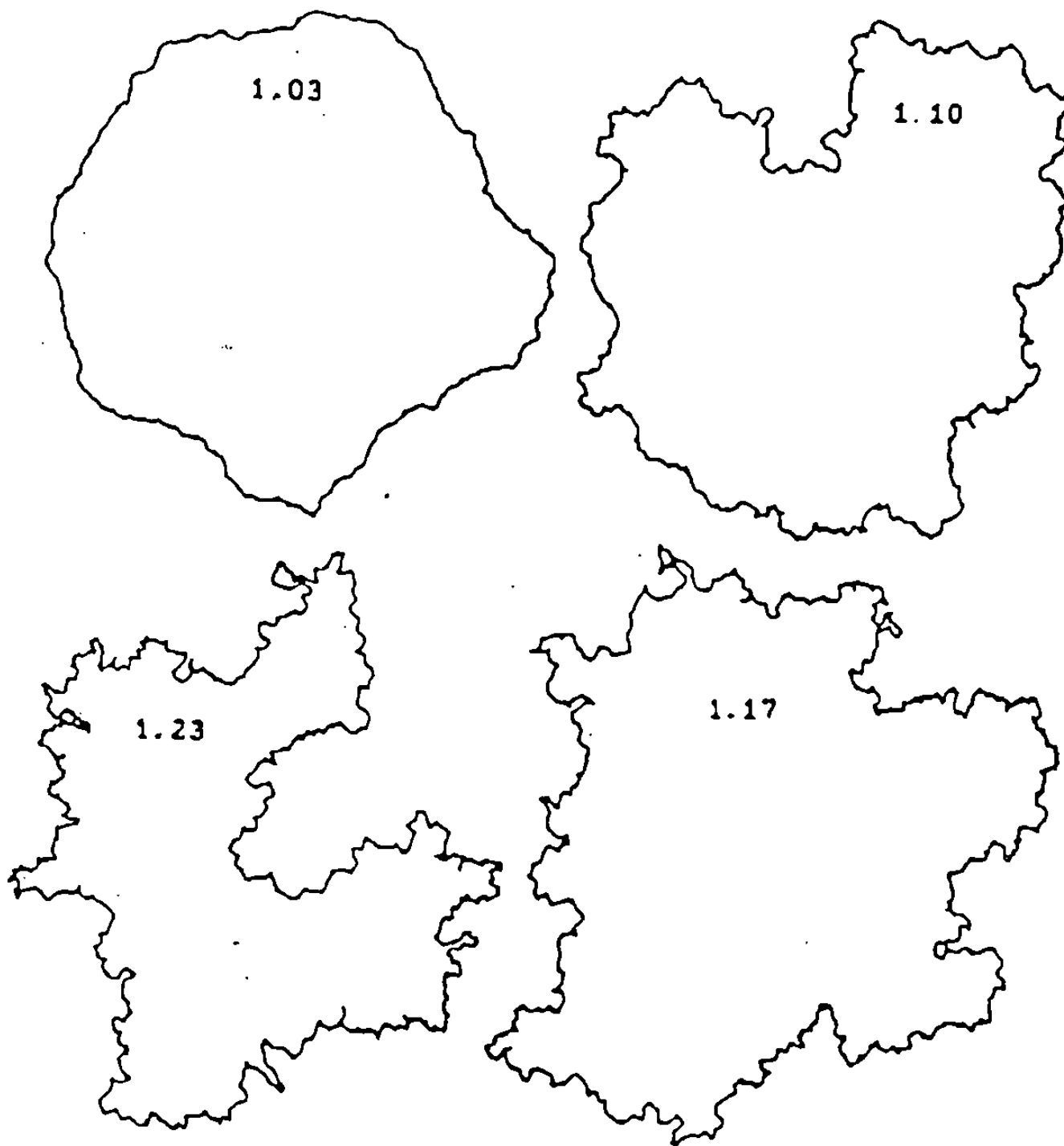


Figura 6. Ilustración para la determinación de la dimensión fractal por el método de conteo de cuadros [15].





*Figura 7. Diferente grado de rugosidad o irregularidad en la frontera y su correspondiente dimensión fractal [39].*

En la figura 8 se muestra un ejemplo típico de una forma irregular. La medida del perímetro o área de un objeto se obtiene contando el número de cuadros unitarios o el total de cuadros a través de una sección de la frontera de grano. Los resultados de las formas irregulares se encuentra que depende del grado de calibración o tamaño de pixel que es usado, dentro de un dominio dado. La geometría euclidiana convencional no es adecuada para describir objetos irregulares. En la figura 9 se muestra una frontera de grano aislada de una aleación AISI 316L y la aplicación del método de conteo de cuadros en la determinación del perímetro de la misma.

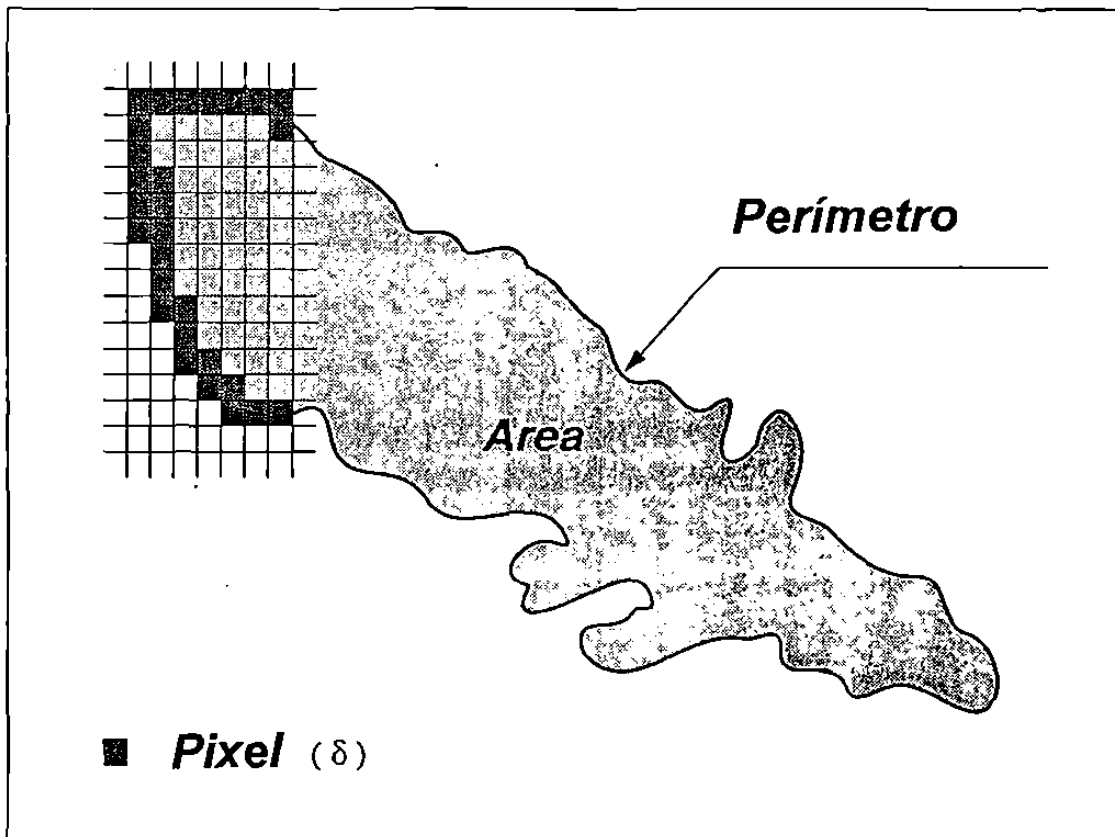
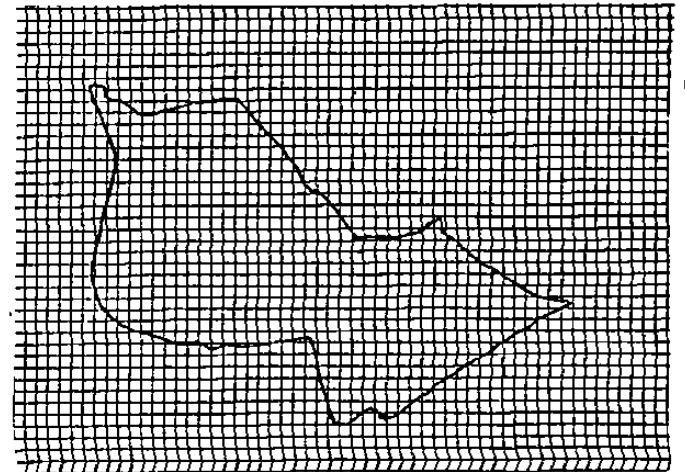
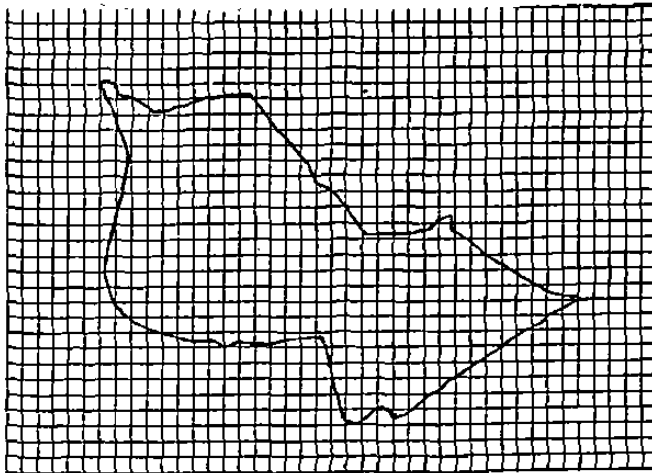
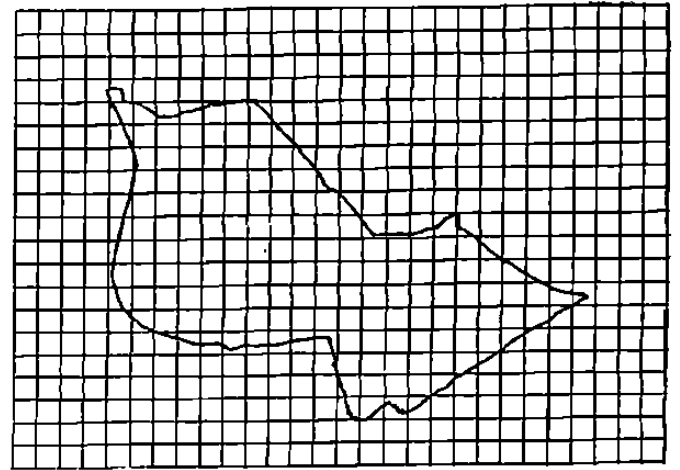
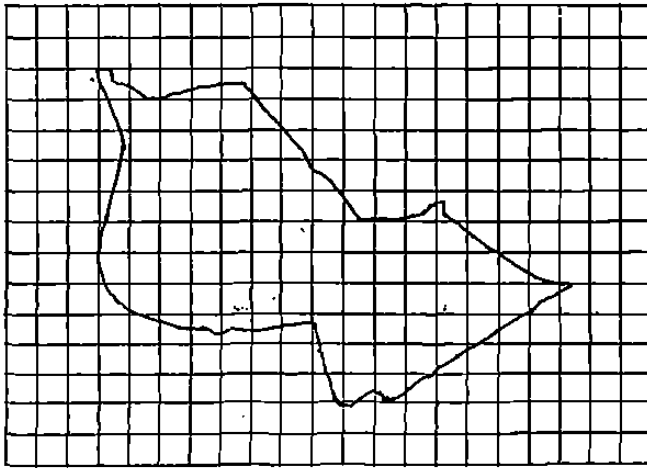
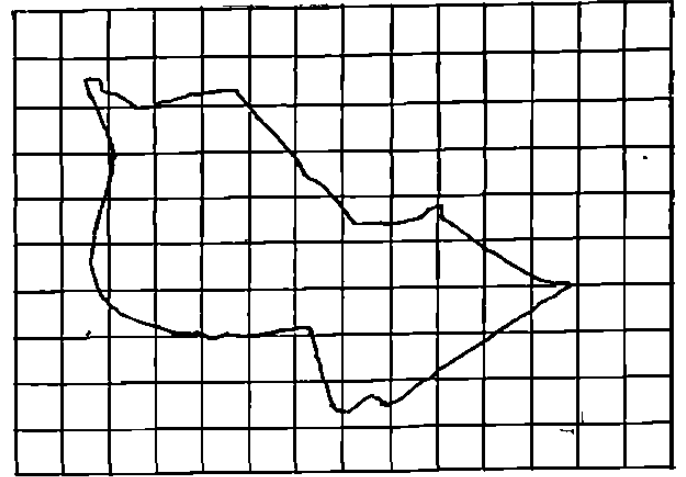
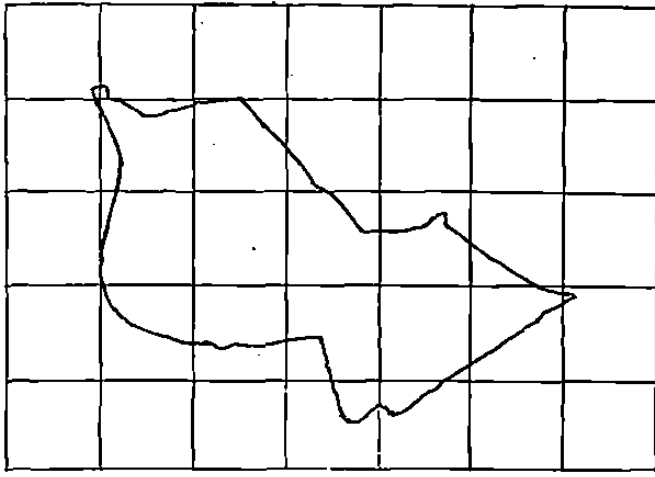


Figura 8. Ilustración de la medida del perímetro y del área de una forma irregular usando pixeles de tamaño  $\delta$ .



*Figura 9. Ilustración del método de conteo de cuadros en la medición del perímetro de la frontera de grano de una aleación AISI 316L.*

## **CAPITULO IV**

# **MEDICIÓN DE LA DIMENSIÓN FRACTAL DE LOS ACEROS**

### **IV.1 Preparación**

Los aceros inoxidable son aleaciones base hierro con diferente porcentaje de cromo. Con el incremento de cromo se logra una resistencia adecuada a la corrosión.

Existen cinco familias de aceros inoxidable de acuerdo a su estructura cristalográfica: ferríticos, austeníticos, dúplex, martensíticos y los endurecidos por precipitación. En el presente trabajo se caracteriza un acero inoxidable AISI 316L con grano austenítico, con una estructura cúbica centradas en la caras. También se caracteriza un acero bajo carbono.

Se prepararon las muestras de acero inoxidable 316L, con diferentes grados de deformación. Se atacaron con Beraha (0.5 gramos de bisulfito sódico,  $\text{NaHSO}_3$ , 15 ml de ácido clorhídrico,  $\text{HCl}$ , 35 ml de agua,  $\text{H}_2\text{O}$ ) y ácido oxálico electrolítico (10 gramos de ácido oxálico, 100 ml de agua, fuente de voltaje 6 volts), con estos ataques se revelaron adecuadamente las fronteras de grano; las muestras del acero bajo carbono, las cuales no fueron deformadas, se atacaron con nital al 2% (2% ácido nítrico, alcohol etílico). Se eligieron algunos granos a

diferentes magnificaciones, las imágenes de estos fueron digitalizadas y archivadas. Con un sistema de análisis de imágenes automático, QUANTIMET 520, se midieron las estructuras. La ventaja de dicho sistema es su alta resolución, ya que el rango del factor de calibración es de 1.9 a .2 micrones por pixel, mientras que otros, por ejemplo el sistema LECO 2001 su rango es de 3.2 a 0.3 micrones por pixel, para el mismo grado de magnificación [48]. El muestreo de la población se hizo de manera aleatoria. Posteriormente se eligió una imagen de un grano en alguna de las magnificaciones. Se prepara la imagen delineando adecuadamente la frontera, se calibra el analizador de imágenes de acuerdo a la magnificación en cuestión y se mide la longitud de la frontera de grano. Se repite la operación para cada una de las otras magnificaciones. Se toman como coordenadas el factor de calibración y la longitud de la frontera de grano, estas coordenadas son presentadas en una gráfica log-log. Se mide luego la pendiente de la recta la cual corresponde a la dimensión fractal de la frontera de grano.

Se ha visto que la ley de potencia para cuando dividimos objetos en partes iguales es

$$a = s^D$$

donde

**a** : número de partes que forman el objeto total

**s** : factor de escala

**D** : dimensión fractal

En 1961, L. F. Richardson [1] descubrió una ecuación matemática de manera empírica que relaciona la longitud de una curva con irregularidad pronunciada y la longitud de la unidad de medición, tiene la siguiente forma:

$$L(\varepsilon) = \varepsilon^{1-D}$$

donde

$L(\varepsilon)$  : longitud total de la curva

$\varepsilon$  : longitud de la unidad de medida

$D$  : constante empírica que depende de la curva que se mida.

Mandelbrot ha demostrado [1] que las dos ecuaciones anteriores son equivalentes y que la constante empírica de Richardson es en realidad lo que él llama dimensión fractal.

En el presente trabajo se sigue la metodología tipo Richardson para el cálculo de la dimensión fractal, puesto que se va a medir fronteras de grano con cierta irregularidad.

## **IV.2 Aleación AISI 316L**

De un tubo de 4 pulgadas de diámetro se obtuvieron ocho probetas de acuerdo a la norma ASTM A370. Luego se procedió a deformarlas a diferentes grados (0, 10, 15, 20%). Las muestras fueron preparadas metalográficamente para su análisis. Las magnificaciones usadas fueron 50, 100, 200 y 400X y los

factores de calibración fueron 1.904, 0.952, 0.479 y 0.236 micrones por pixel, respectivamente.

#### IV.2.1 Composición química

Los porcentajes en peso de los elementos constitutivos del acero AISI 316L son los siguientes:

Cr	Ni	Mo	Mn	C
17	12.7	2.1	1.5	0.01

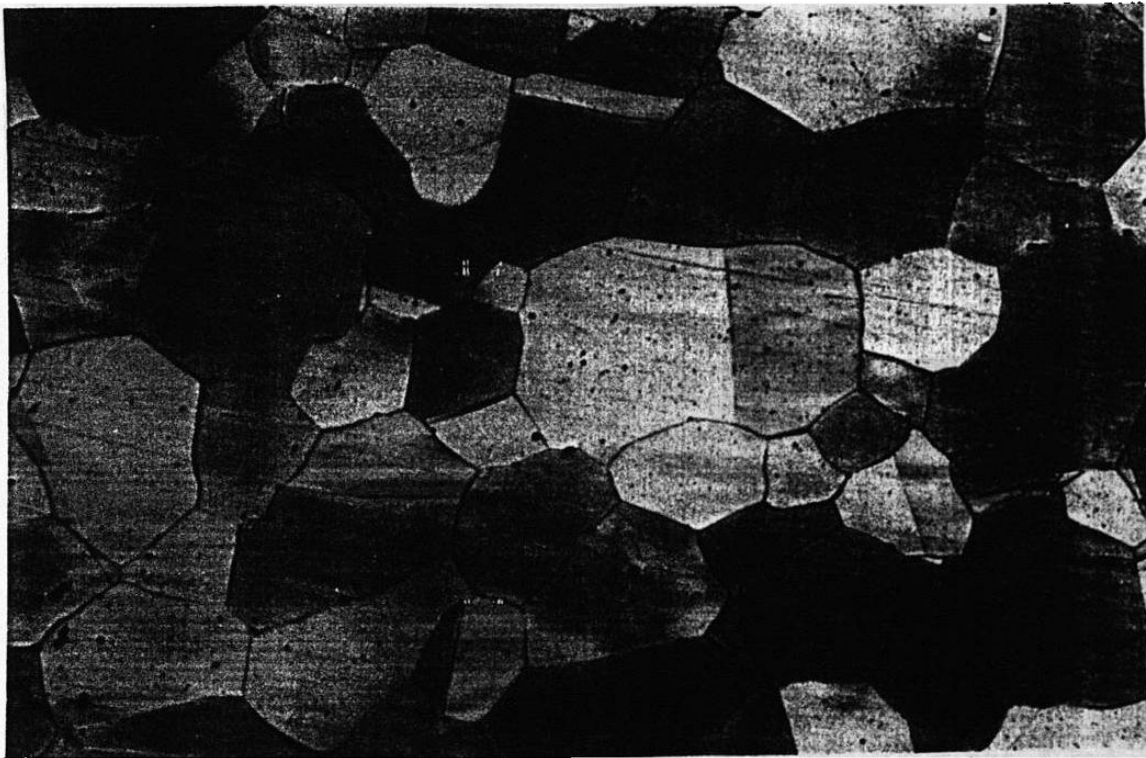
Algunas muestras fueron atacadas con cloruro férrico y otras con ácido pícrico. Dichos ataques no fueron apropiados pues no revelaban adecuadamente la frontera de grano, como se puede observar en la figura 10.



*Figura 10. Acero AISI 316L, ácido pícrico, 100X.*

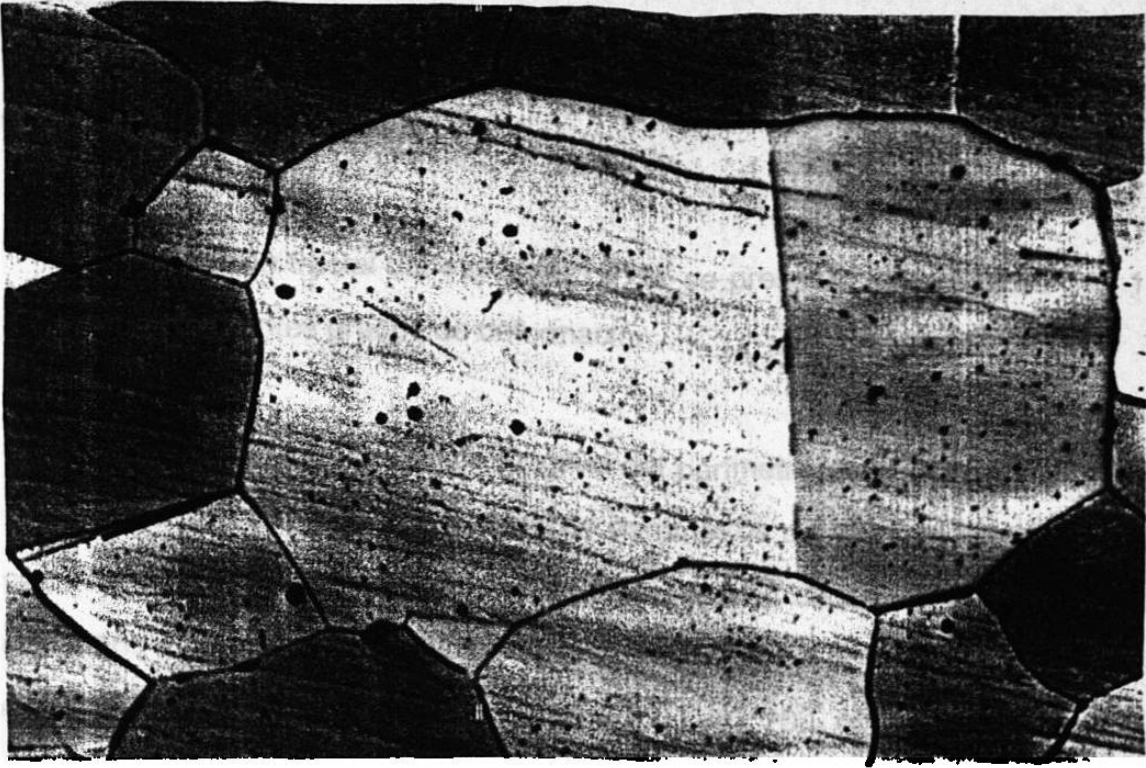
## IV.2.2 Ataque químico

Después de que se prepararon las muestras adecuadamente se procedió al ataque químico. Los reactivos más adecuados fueron Beraha y ácido oxálico electrolítico. Esto se muestra en la figura 9, figura 10 y figura 11.



*Figura 11. Acero AISI 316L, Beraha, 200X.*





*Figura 12. Acero AISI 316L, Beraha, 400X.*



*Figura 13. Acero AISI 316L, oxálico electrolítico, 100X.*

### IV.2.3 Dimensión fractal

La dimensión fractal del acero AISI 316L se presenta en la figuras 14, 15 16y 17 para diferentes grados de deformación.

En dichas figuras se grafica longitud del perímetro de la frontera de grano vs. factor de calibración, obtenidos ambos parámetros del sistema de análisis de imágenes automático. Los cuatro puntos marcados en cada una de las gráficas corresponden a la medición hecha de los perímetros de frontera de grano para cada unas de las magnificaciones empleada (50, 100, 200, 400X).

En las tablas 1, 2, 3 y 4 se presentan los resultados de la regresión obtenidos de los valores de la longitud a diferentes magnificaciones y a diferentes *grados de deformación*. También se muestra en dicha tabla las magnitudes de factor de calibración en micrones por pixel correspondiendo cada valor a las diferentes magnificaciones. Así como también se presentan las longitudes de los perímetros de la frontera de grano en micrones para cada una de las magnificaciones correspondientes y diferentes grados de deformación.

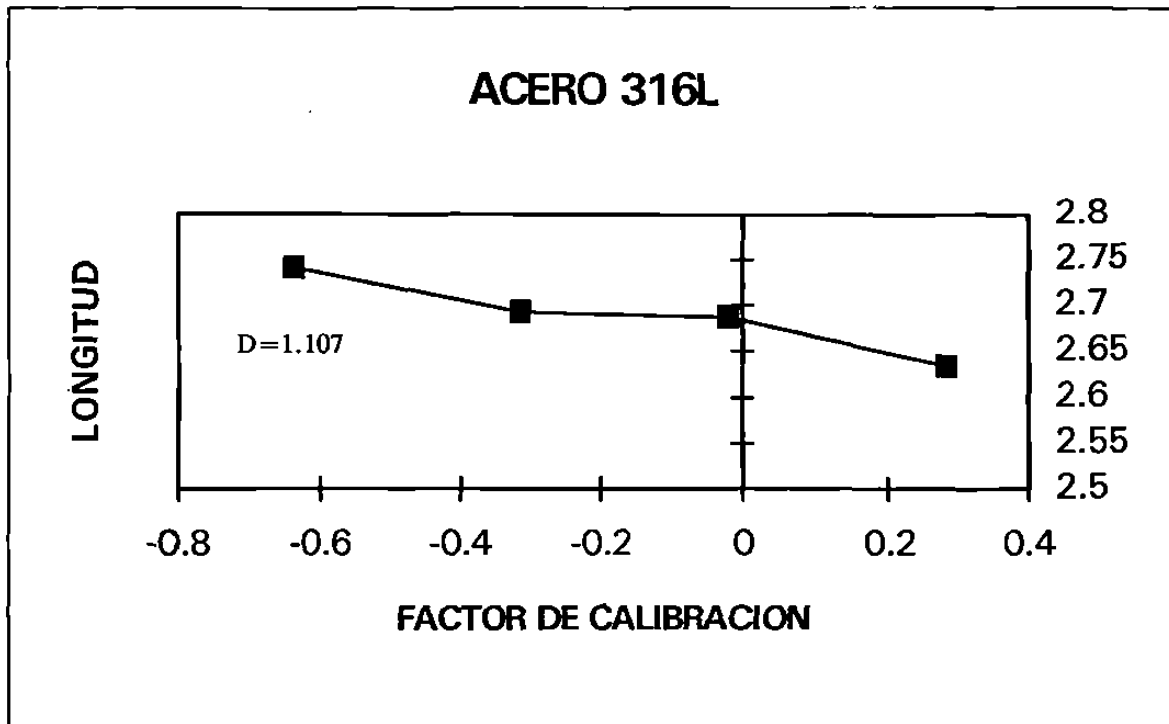


Figura 14.- Grafico de Richardson log-log ilustrando la dimensión fractal del acero AISI 316L con 0% de deformación a tensión.

Datos		Resultados de la Regresión.			
Factor de Calibración (μ/Pixel)	Longitud de Frontera (μ)			Error Estándar	
1.916	430	R	0.96245185	Intersección	0.0081334
0.958	487	Error Estándar	0.01453101	x1	0.02128895
0.485	492				
0.231	550				

Tabla 1.- Resultados del análisis de regresión utilizado para el cálculo de la dimensión fractal reportada en la figura anterior.

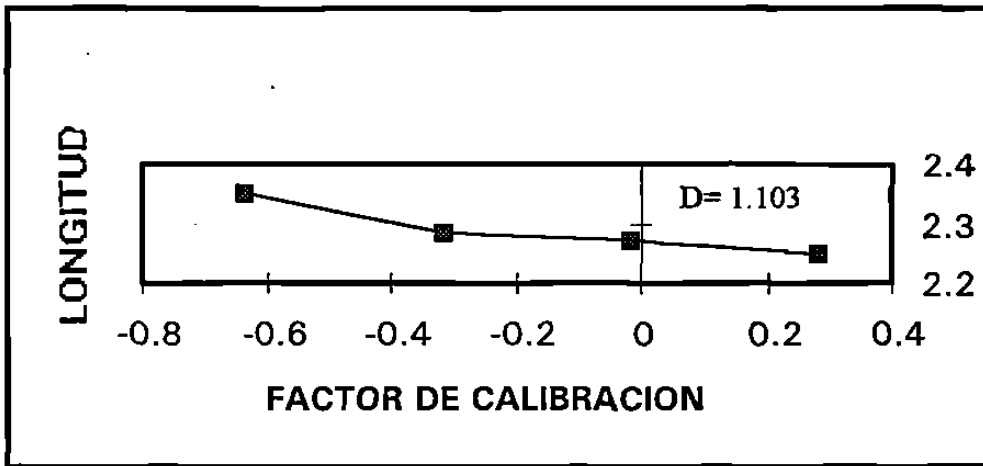


Figura 15.- Grafico de Richardson log-log ilustrando la dimensión fractal del acero AISI 316L con 10% de deformación a tensión.

Datos		Resultados de la Regresión.			
Factor de Calibración ( $\mu$ /Pixel)	Longitud de Frontera ( $\mu$ )			Coeficientes	Error Estándar
1.916	178	R	0.93847404	Intersección	2.27062279-
0.958	186	Error Estándar	0.0183562	x1	-0.1033521
0.485	192				0.01027446
0.231	224				0.02689312

Tabla 2.- Resultados del análisis de regresión utilizado para el cálculo de la dimensión fractal reportada en la figura anterior.

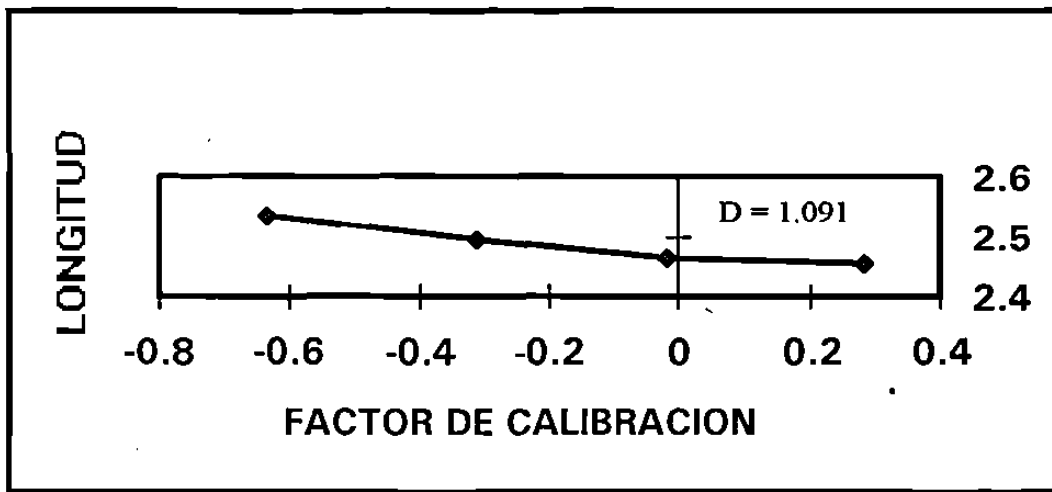


Figura 16.- Grafico de Richardson log-log ilustrando la dimensión fractal del acero AISI 316L con 15% de deformación a tensión.

Datos		Resultados de la Regresión.			
Factor de Calibración (μ/Pixel)	Longitud de Frontera (μ)			Coeficientes	Error Estándar
1.916	284	R	0.965074933	Intersección	2.469883132
0.958	289	Error Estándar	0.011966613	x1	-0.091337183
0.485	311				0.006698038
0.231	343				0.017531931

Tabla 3.- Resultados del análisis de regresión utilizado para el cálculo de la dimensión fractal reportada en la figura anterior.

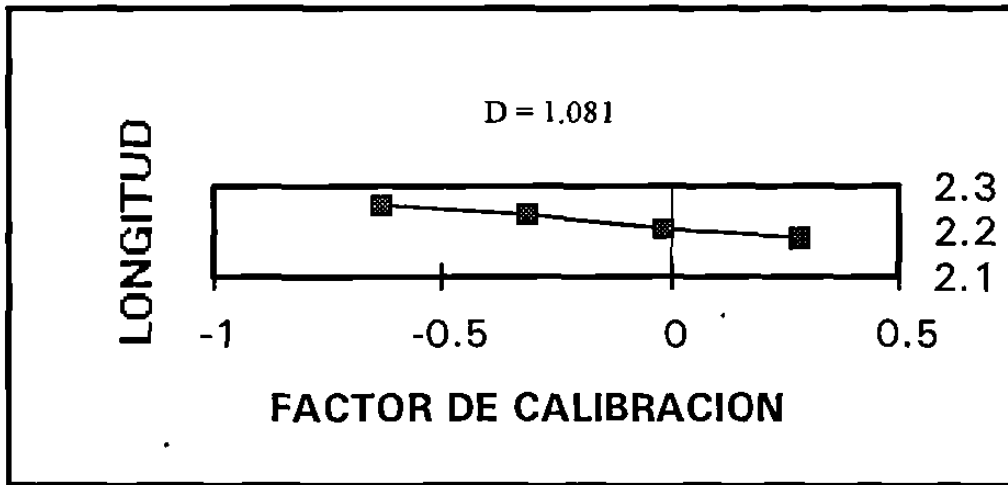


Figura 17.- Grafico de Richardson log-log ilustrando la dimensión fractal del acero AISI 316L con 20% de deformación a tensión.

Datos		Resultados de la Regresión.				
Factor de Calibración ( $\mu$ /Pixel)	Longitud de Frontera ( $\mu$ )			Coeficientes		Error Estándar
1.916	153	R	0.99618341	Intersección	2.20857981	0.00191639
0.958	162	Error Estándar	0.0034238	x1	-0.08096241	0.00501611
0.485	173					
0.231	181					

Tabla 4.- Resultados del análisis de regresión utilizado para el cálculo de la dimensión fractal reportada en la figura anterior.

### **IV.3 Acero bajo carbono**

Las muestras para las mediciones para el acero bajo carbono se obtuvieron de lámina rolada en caliente. Dichas muestras no fueron deformadas.

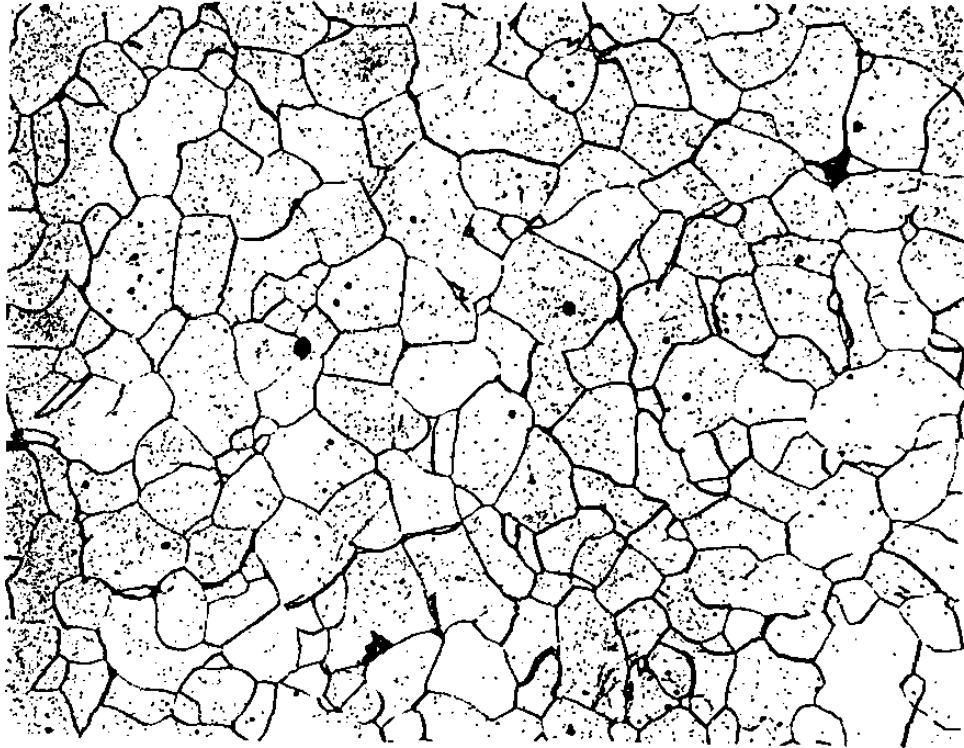
#### **IV.3.1 Composición química**

Los porcentajes en peso de los elementos que forman el acero bajo carbono son los siguientes:

C	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr
0.04	0.21	0.012	0.031	0.09	0.04	0.053

### IV.3.2 Ataque químico

El reactivo para el ataque químico más adecuado fue nital al 2% y se obtuvo la microestructura que se muestra en la figura 18.



*Figura 18. Acero bajo carbono, nital al 2%, 100X.*



### IV.3.3 Dimensión fractal

La dimensión fractal para el acero bajo carbono se presenta en la figura 19.

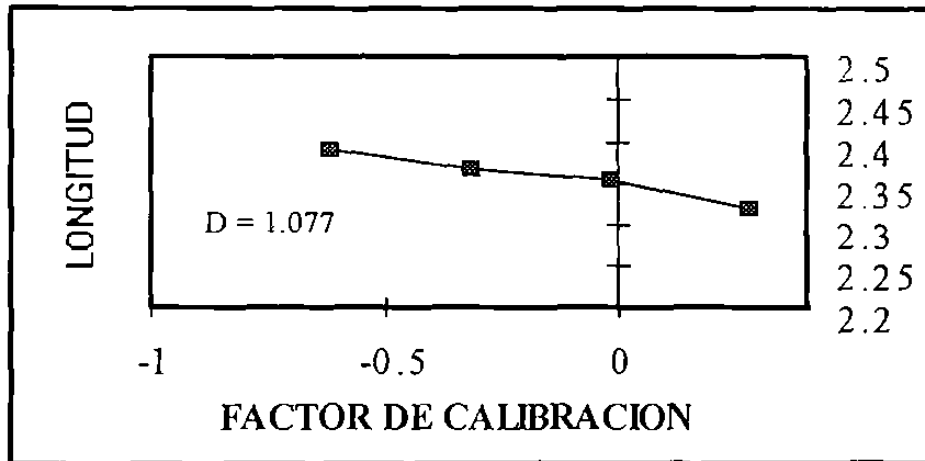


Figura 19.- Gráfico de Richardson log-log ilustrando la dimensión fractal del acero de bajo carbono.

Datos		Resultados de la Regresión.				
Factor de Calibración ( $\mu$ /Pixel)	Longitud de Frontera ( $\mu$ )			Coeficientes		Error Estándar
1.916	209	R	0.98847265	Intersección	2.34580171	0.00316269
0.958	226	Error Estándar	0.0056786	x1	-0.07754555	0.0083985
0.485	234					
0.231	247					

Tabla 5.- Resultados del análisis de regresión utilizado para el cálculo de la dimensión fractal reportada en la figura anterior.

## **CAPITULO V**

### **DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

En el presente trabajo se analizaron y se caracterizaron por geometría fractal dos tipos de aceros: AISI 316L y acero bajo carbono.

Existen gran variedad de reactivos con los que se puede atacar al acero inoxidable. No cualquier ataque es adecuado para revelar fronteras de grano en dicho acero. En este trabajo se aplicaron los siguientes reactivos: Villela, óxido férrico, ácido pícrico, Beraha y oxálico electrolítico. Los ataques que revelaron mejor la frontera de grano fueron el Beraha y el oxálico electrolítico. Se eligieron las muestras atacadas con este último reactivo por presentar una mejor contrastación negro-blanco en la frontera de grano y en el grano mismo, respectivamente. Esto facilita la medición en el sistema analizador de imágenes automático.

Al hacer el ataque con ácido oxálico electrolítico se inició con concentración de 3 gramos de ácido por 100 ml de agua. El ataque fue adecuado, pero muy lento. Se cambió de concentración a 6 gramos de ácido oxálico con la misma cantidad de agua; se delineaba más rápido la frontera de grano pero simultáneamente se presentaban imperfecciones tales como picaduras en la frontera y en el grano mismo. Esto no es adecuado cuando se hacen mediciones

en un sistema de análisis de imágenes. Luego se cambió a concentraciones mayores, 10 gramos de ácido oxálico por 100 ml de agua; las fronteras de grano se delineaban bien pero aparecían de forma inmediata picaduras profundas. Se decidió atacar el acero inoxidable con la primer concentración.

Las fronteras de grano observadas, analizadas y medidas tanto para el acero inoxidable como para el acero bajo carbono presentan características propias diferentes. En las fronteras de grano del acero inoxidable se observó una geometría más regular que en el acero bajo carbono. Esto coincide con los resultados cuantitativos obtenidos. Se eligieron aleatoriamente diferentes zonas de granos tanto del acero inoxidable como del acero bajo carbono para realizar el estudio.

El numero D (dimension fractal ) describe el nivel de irregularidad en las fronteras de grano, tanto para el acero inoxidable como para el acero bajo carbono.

Para ambos aceros se eligieron cuatro imágenes de frontera de grano para cada magnificación, 50, 100, 200 y 400X y para cada grado de deformación (0, 10, 15 y 20%). El cálculo de la media y de la desviación estándar de la dimensión fractal se obtuvo de 9 granos a los cuales se les midió su frontera de grano para cada uno de ellos. Se eligió hacer dicho cálculo al espécimen con 0% de deformación. En total se analizaron y se midieron perímetros de frontera de grano de 80 imágenes considerando también las imágenes del acero al bajo carbono. Al acero bajo carbono no se le aplicó deformación.

La microestructura austenita del acero inoxidable 316L, así como la microestructura ferrita de un acero bajo carbono presentan en la frontera de grano características de irregularidad las cuales pueden ser caracterizadas por medio de fractales. En el presente trabajo no se consideraron ningún tipo de imperfección para la caracterización de los mismos. Se eligieron los granos mejor delineados en su frontera, ello facilita el cálculo de la longitud de la frontera puesto que deben elegirse granos sin imperfecciones por ataque químico.

Es involucrado un mínimo de error humano en las mediciones para el análisis cuantitativo debido a la ayuda del sistema de análisis de imágenes automático empleado (QUANTIMET520)

Es importante elegir fronteras de grano adecuadamente delineadas, a lo largo de todo su perímetro. Se debe evitar elegir fronteras de grano incompletas, fracturadas o con algún otro defecto. Lo anterior por la gran sensibilidad del sistema de análisis de imágenes automático, de lo contrario existe la posibilidad de variabilidad y por lo tanto de error, en las mediciones.

Las mediciones de los perímetros de las fronteras de grano realizadas en aceros AISI 316L y de bajo carbono nos muestran que dichos aceros presentan características fractales.

Lo que se observa en la figura 14, es un resumen del comportamiento de la dimensión fractal para el acero inoxidable sin deformación. Nótese que la gráfica ha sido obtenida de un diagrama de Richardson, log-log, en el cual se relaciona de manera aproximadamente lineal el perímetro o longitud de frontera de grano contra factor de calibración.

El cálculo estadístico muestra una media en la dimensión fractal para el acero AISI 316L de  $1.078 \pm 0.0006$  con una desviación estándar de 0.00087. Y para el acero bajo carbón una media en la dimensión fractal de  $1.100 \pm 0.002$  con una desviación estándar de 0.0019 (ver figura 14) . Dichos resultados son indicadores de un grado de irregularidad mayor en el acero bajo carbono que en el acero AISI 316L.

La dimensión fractal disminuye al aumentar el grado de deformación, esto es debido a la disminución de el grado de irregularidad en las fronteras de grano.

Se confirma que la dimensión describe satisfactoriamente el grado de irregularidad de los límites de la frontera de grano a diferencia de la geometría euclidiana (clásica) que se ve limitada a formas regulares.

## **CAPITULO VI**

### **CONCLUSIONES**

La geometría fractal puede aplicarse para la descripción de las fronteras de grano en aceros.

Las mediciones y análisis de las longitudes de las fronteras de grano realizadas en aceros inoxidable AISI 316L y de bajo carbono muestran que dichos aceros presentan características fractales.

De acuerdo a los resultados cuantitativos la microestructura austenítica de el acero inoxidable presenta un grado de irregularidad menos acentuado que la microestructura ferrítica del acero de bajo carbono.

Experimentalmente, la longitud de las fronteras de grano depende de la resolución y amplificación empleadas en la medición. Lo cual confirma el carácter fractal de ellas.

La dimensión fractal se ve afectada por la cantidad de deformación aplicada al material, indicando que en efecto, es un índice de la irregularidad en las fronteras de grano.

# BIBLIOGRAFÍA

## 1.- LIBROS

- [1] Mandelbrot, B. B. ; ***The fractal Geometry of Nature***; W.H Freeman and Company New York (1983).
  
- [2] Barnsley, M. ; ***Fractal Everywhere***; Academic Press, Inc, (1988).
  
- [3] Peitgen, H. O.; Jurgen, H.; Saupe, D.; ***Chaos and Fractals***; Springer-Verlag, (1992).
  
- [4] Peitgen, H - O. ; Jurgen, H. ; Saupe, D.; Maletsky, E.; Perciante, T.; Yunker, L.; ***Fractals for the Classroom: Strategic Activities. Vol I y II***; Springer-Verlag, (1991).
  
- [5] Devaney, R. L.; ***Chaos, Fractals and Dynamics***; Addison-Wesley, (1990).
  
- [6] Barnsley, M. F.; Devaney, R. L.; Mandelbrot, B. B.; Peitgen, H - O.; Saupe, D; Voss, R. F.; ***The Science of Fractals Images***; Springer-Verlag, (1988).
  
- [7] Peitgen, H - O.; Ritcher, P. H.; ***The Beauty of Fractals***; Springer-Verlag, (1986).
  
- [8] Falconer, K.; ***Fractal Geometry***, John Wiley and Sons, (1990).



- [9] Rietman, E.; ***Exploring the Geometry of Nature***. (1989).
- [10] Thompson, J. M. T.; Stewart, H. B.; ***Nolinear Dynamics and Chaos***; John Wiley and Sons, (1986).
- [11] Kiseliiov, A.; Kransmov, M.; Makarenko, G.; ***Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias***; Editorial Mir, (1984).
- [12] Elsgoltz, L.; ***Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Variacional***; Editorial Mir (1975).
- [13] Simmons, F.; ***Ecuaciones Diferenciales***, (1977).
- [14] Abraham, R. H.; Shaw, Ch.; ***Dynamics: The Geometry of Behavior***, (1992).

## **2.- ARTÍCULOS DE DIVULGACIÓN**

- [15] Jurgens, H.; Peitgen, H - O.; Saupe, D.; ***El Lenguaje de los Fractales***; Investigación y Ciencia, Agosto 1990.
- [16] Sander, L.; ***Crecimiento Fractal***; Investigación y Ciencia. Abril 1991.
- [17] Goldberger, A. L.; Rigney, D. R. y West, B. J.; ***Caos y Fractales en la Fisiología Humana***. Agosto 1992.

- [18] Dewdney, A. K.; ***Juegos de Ordenador, Belleza y Profundidad***: el conjunto de Mandelbrot y una hueste de primos suyos de apellidos Julia; Investigación y Ciencia. Enero 1988.
- [19] Dewdney, A. K.; ***Juegos de Ordenador***, Un microscopio computarizado escudriña el objeto más complejo de la matemática; Investigación y Ciencia. Octubre 1989.
- [20] Hages, B.; ***Juegos de Ordenador***. El autómata celular ofrece un modelo del el mundo y es un mundo por sí mismo. Investigación y Ciencia. Mayo 1984.
- [21] Dewdney, A. K.; ***Juegos de Ordenador***, Capturas del día: biformos sobre teselas, con guarnición de palomitas y caracoles. Investigación y Ciencia. Septiembre 1989.
- [22] Cruchfield, J. P.; Framer, D.; Packard, N. H.; Shaw, R. S.; ***Caos***; Investigación y Ciencia. Enero 1993.
- [23] Aritiale; ***The Low Energy River***, Discovery. Septiembre 1992.
- [24] Vivaldi, F.; ***An experiment with mathematics***; New Scientist. Octubre 1989.
- [25] Butler, A.; ***A Methodological Approach to Chaos***: Arc Economists Missing. The Point?; Federal Reserve Bank of St. Louis. March-April 1990.

- [26] Bining, G.; Rohrer, H.; ***El Microscopio de Efecto Tunnel***; Investigación y Ciencia. Octubre 1985.
- [27] Robinson, G. M.; Perry, D. M.; Peterson, W. R.; ***Interferometría Óptica de Superficies***; Investigación y Ciencia. Septiembre 1991.
- [28] Lavenda, B. H.; ***El movimiento Browniano***; Investigación y Ciencia. Abril 1985.
- [29] Mandelbrot, B. B.; ***How long is the Coast of Britain ?***. Statistical Self - Similarity and Fractional Dimension; Science. Mayo 1967.
- [30] Majumdar, A.; Brushan, B.; ***Role of Fractal Geometry in Roughness***; Characterization and Contact Mechanics of Surfaces. Journal of Tribology , Vol. 112, Num. 2, Abril 1990.
- [31] Ingersoll, A. P.; ***Models of Jovian Vortices***; Nature, Vol. 331. Febrero 1988.
- [32] Cairns, J.; Overbaugh, J. y Miller, S.; ***The Origin of Mutants***; Nature. Vol. 335. September 1988.
- [33] Mont, X. G.; ***Un enfoque a los sistemas dinámicos***; Ciencia (1989) 40, 233-243.
- [34] Rañada, A. F.; ***Movimiento Caótico***; Investigación y Ciencia. Mayo 1986.

### 3.- ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN

- [35] Lefebre, Y.; ***Surface Fractal Dimensions of Zone Industrial Minerals from Gas***: phase adsorption isotherms. Journal of Materials Research, Vol. 7, Num. 7, Julio 1992.
- [36] Hormbogen, E.; ***Fractals in Microestructure of Metals***. International Materials Reviews. Vol 34. 1989.
- [37] Dubuc, B.; Quimiou, F. B.; Roques-Carmes, C.; Tricot, C; Zucker, S.W.; ***Evaluating the Fractal Dimension of Porfiles***; Physical Review. Vol. 39, Num 3. February 1989.
- [38] Pfeifer, P.; ***Fractal Dimension as Working Tool for Surface- Roughness Problems***. Applications of Surface. Science 18 (1984).
- [39] Russ, J. C.; ***Surface Caracterizacion: Fractal Dimensions, Hurst Coefficients and Frecuency Transtorns.***; Journal of Computer - Assisted Microscopy, Vol 2, Num. 3, 1990.
- [40] Scott, P. J.; ***Nolinear Dynamic Systems in Surface Metrology***, Surface Topography 2 (1989) 345-366.

- [41] Mandelbrot, B. B.; Gafen, Y.; Aharony, A. y Peyriere, J.; **Fractals**, their transfer matrices and their eigen - dimensional sequence.; J. Phys. A. Math. Gen. 18 (1985) 335-354. Printed in Great Britain.
- [42] Mitchell, M. W.; Bonnell, D. A.; **Quantitative Topographic Analysis of Fractal Surfaces by Scanning Tunneling Microscopy**, Journal of Materials Research. Vol. 5, Num. 10, October 1990.
- [43] Voss, R. F.; **Random Fractals: Characterization and Measurement; Scaling Phenomena in Disordered Systems**. Vol. 133, 1985.
- [44] Russ, J. C.; **Feature Specific Measurement of Surface**; roughness in SEM. Octubre 1988.
- [45] Hayes, B. H.; **Multifractal Description of Rugged**; Fineparticle Profile. Particle Characterizations. (1984) 14-21.
- [46] Mandelbrot, B. B.; Passoja, D. E.; Paullay, A. J.; **Fractal Character of Fracture Surfaces of Metals**; Nature, Vol. 308, April 1984.
- [47] Srinivasan, S.; Russ, J. C. y Scattergood, R. O.; **Fractal Analysis of Erosion Surfaces**; Journal of Materials Research, Vol. 5, Num. 11, November 1990.
- [48] Shu-Zu Lu and A. Hellawell ; **An Application of Fractal Geometry to Complex Microstructures: Numerical Characterization of Graphite in Cast Irons**. Acta Metallurgica et Materialia, Vol. 42 , Num.12, Dezember 1994.

