

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**  
**PROGRAMA DOCTORAL EN INGENIERIA ELECTRICA**



**CONTROLADOR NEURONAL DIFUSO:**  
**ANALISIS DE ESTABILIDAD**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO**  
**EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTRICA CON**  
**ESPECIALIDAD EN CONTROL**

**PRESENTA:**  
**VICTOR VEGA DOMINGUEZ**

**MONTERREY, N. L.**

**MARZO DE 1995**

TM

25853

.M2

FIME

1995

V4



1020091151



# UANL

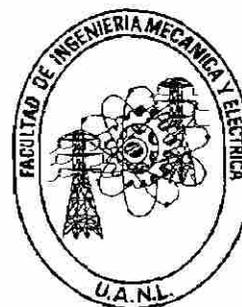
---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
PROGRAMA DOCTORAL EN INGENIERIA ELECTRICA**



**CONTROLADOR NEURONAL DIFUSO:  
ANALISIS DE ESTABILIDAD**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO  
EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTRICA CON  
ESPECIALIDAD EN CONTROL**

**PRESENTA:**

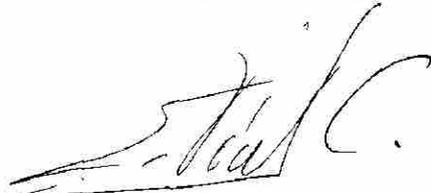
**VICTOR VEGA DOMINGUEZ**

**MONTERREY, N.L.**

**MARZO DE 1995**

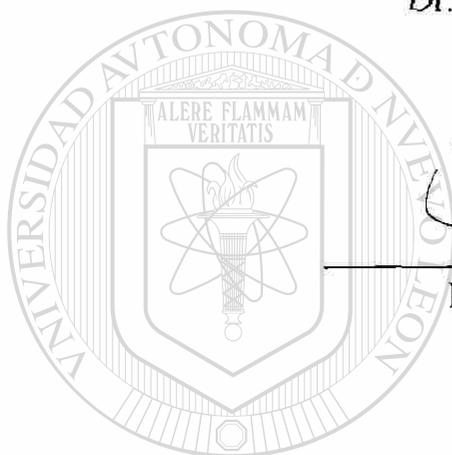
# CONTROL NEURONAL DIFUSO: ANALISIS DE ESTABILIDAD

**APROBARON**



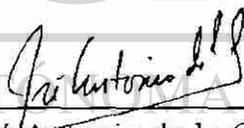
---

Dr. Edgar N. Sánchez Camperos  
Presidente y Asesor



---

Dr. Jesús de León Morales  
Secretario



---

Dr. José Antonio de la O Serna  
Vocal

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



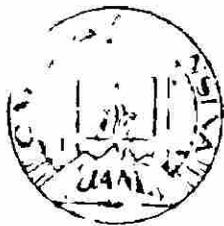
# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO TESIS

711.

**Dedicado a mis Padres:**

**Roberto Vega Castillo**

y



**María Esther Domínguez de Vega**

UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

Por habernos guiado por el camino del bien y ser un ejemplo de honestidad, disciplina, prudencia, dedicación y amor.

**Con Respeto y Cariño**

## AGRADECIMIENTOS

Al **Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos**, por su asesoría, por todo su valioso tiempo y conocimientos invertidos en este trabajo. A usted mi respeto y admiración. Gracias también por todo el apoyo que recibí de usted durante mi estancia en el Programa Doctoral.

Al **Dr. Jesús de León Morales**, por su buena disposición en revisar y enriquecer el contenido de esta tesis, ya que con su colaboración se lograron reforzar los fundamentos teóricos que sustentan este trabajo.

Al **Dr. José Antonio de la O Serna**, por sus comentarios siempre respetuosos e importantes que dan un justo valor al contenido de esta tesis.

A mis hermanos: **Roberto, María Esther y Bernardo**, por todo el apoyo recibido en el transcurso de mi vida.

A mi cuñada y sobrinos: **Norma, J. Roberto, Denisse J. y Mariely**, por todos los momentos de alegría que han compartido conmigo.

A mis amigas: **Oralia G. Sánchez P. y Alma D. González R.**, por su valiosa amistad. A ustedes, mi respeto, admiración y cariño.

A mis tios: **Ing. Agustín Cerda F. y Blanca M. González de Cerda**, por todas las atenciones que tuvieron conmigo, así como por la ayuda en cuestión de hospedaje durante todo el tiempo que duró la maestría. A ustedes mi más profundo agradecimiento y respeto.

A **Rubén Salas C.**, por su atenta colaboración en este trabajo, en especial en la parte del Motor de Inducción Trifásico.

A todos mis compañeros y amigos del Programa Doctoral, en especial a: **Cristina Díaz de R., Guadalupe Acosta V., Jesús Avila M., Ismael Díaz V., J. Aureliano Esquivel C., Carlos Martínez Ch., Carlos Pérez R., Luis A. Rodríguez G. y Ernesto Vásquez M.**

Al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología**, por el apoyo económico.

# Indice

## CAPITULO 1 Introducción

1.1	Resumen	1
1.2	Objetivos	1
1.3	Estructura de la tesis	2

## CAPITULO 2 Control Difuso: Una introducción

2.1	Breve Reseña	3
2.2	Conceptos Básicos de Lógica Difusa	4
2.3	Componentes del Controlador Lógico Difuso	7
2.4	Parámetros de un Controlador Lógico Difuso	9
2.4.1	Estrategias de Difusificación	10
2.4.2	Base de Datos	10
2.4.3	Base de Reglas	14
2.4.4	Lógica de Decisión	16

## CAPITULO 3 Redes Neuronales Artificiales De Base Radial y su equivalencia con el Controlador Lógico Difuso

3.1	Introducción	32
-----	--------------	----

3.2	Estructura Básica .....	32
3.3	Red Neuronal con Función Base Radial .....	34
3.4	Descripción del Algoritmo de Control Difuso Simplificado .....	37
3.5	Demostración de la equivalencia entre el Algoritmo de Control Simplificado y la Red Neuronal con Función Base Radial .....	39

#### **CAPITULO 4      Análisis de Estabilidad del Controlador Neuronal Difuso en lazo cerrado con Sistemas Lineales**

4.1	Planteamiento del Problema .....	43
4.2	La condición Sector .....	45
4.3	Sectoricidad de $\Phi(e)$ .....	46
4.4	Teorema de Popov .....	50
4.5	Demostración de Estabilidad .....	50
4.6	Aplicaciones .....	51
4.6.1	Sistema de Tercer Orden .....	51
4.6.2	La Bola y la Barra .....	54

#### **CAPITULO 5      Análisis de Estabilidad y Aplicaciones en Sistemas No Lineales**

<b>DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS</b>		
5.1	Introducción .....	58
5.2	Espacios $L_p$ y sus extensiones .....	58
5.3	Conceptos básicos de Pasividad .....	60
5.4	Propiedades del Controlador Neuronal Difuso .....	60
5.5	Análisis de Estabilidad .....	61
5.6	Aplicaciones .....	63
5.6.1	Control del pendulo de un Generador Síncrono conectado a un "bus" infinito .....	64
5.6.2	Control de Posición de un Robot de un grado de libertad .....	75
5.6.3	Control de Posición de un Robot de dos	

grados de libertad .....	78
5.6.4 Control de velocidad de un Motor de Inducción de C.A. Trifásico .....	82
<b>CAPITULO 6 Conclusiones</b> .....	95
Referencias .....	97
Anexo 1 .....	99
Anexo 2 .....	107



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# Capítulo Uno

## INTRODUCCION

### 1.1.- Resumen

El principal objetivo de la presente tesis es obtener herramientas que permitan un mejor análisis de los Controladores basados en Lógica Difusa, en particular para el estudio de su estabilidad. Las herramientas, que se desarrollan en esta tesis, se basan fundamentalmente en la equivalencia que se puede establecer entre estructuras particulares de Controladores Difusos y Redes Neuronales.

Un Controlador Lógico Difuso (CLD) es en esencia un algoritmo que convierte una estrategia de control lingüística a una estrategia de control automático, con lo que es posible automatizar sistemas complejos usualmente controlados en lazo abierto por un operador experto, quien realiza dicha acción utilizando información heurística adquirida por la experiencia. Este conocimiento se expresa de manera lingüística, por lo que la aplicación de un CLD en este tipo de procesos es atractiva. Desafortunadamente la forma en que se han desarrollado estos controladores no facilita un análisis de estabilidad formal, esencial para obtener una aplicación confiable. Una de las principales motivaciones de esta tesis es la de analizar las características funcionales de dichos controladores, para poder establecer bases que permitan un análisis formal de su estabilidad en lazo cerrado con los procesos a controlar.

### 1.2.- Objetivos

Los objetivos de esta tesis son dos: explotar conjuntamente las propiedades de las Redes Neuronales Artificiales (RNA) y el Controlador Lógico Difuso (CLD); y desarrollar una estructura que permita el uso de herramientas conocidas para el análisis riguroso de estabilidad del controlador surgido de la integración de RNA y CLD.

### 1.3.- Estructura de la tesis

La tesis está organizada como sigue: el capítulo dos presenta los conceptos básicos de la Lógica Difusa y las características principales de un Controlador Lógico Difuso (CLD). En el capítulo tres se trata el tema de las Redes Neuronales Artificiales (RNA) en general y en particular el caso de las Redes Neuronales con Funciones Bases Radiales (RFBR), después se describe un tipo de CLD: el Algoritmo de Control Difuso Simplificado (ACDS) y al final del capítulo se hace un análisis de la equivalencia entre estos dos métodos. En el capítulo cuatro se realiza el análisis de estabilidad de un controlador basado en la equivalencia mencionada anteriormente, cuando se aplica a Sistemas Lineales; éste se denomina Controlador Neuronal Difuso (CND); primeramente se define la condición *sector* que sirve para caracterizar las propiedades de estabilidad mediante el *Teorema de Popov*, después de este análisis se presentan algunas aplicaciones a un Sistema de Tercer Orden, así como el control de la posición de la bola en el proceso conocido como "la bola y la barra". En el capítulo cinco se estudian algunos conceptos de la teoría de pasividad, empezando con conceptos básicos de los espacios  $L_p$  y sus extensiones, para proseguir con pasividad y poder plantear el análisis de estabilidad de algunos Sistemas no Lineales en lazo cerrado con el CND; finalmente, en este capítulo, se presentan cuatro aplicaciones prácticas del CND en sistemas no lineales, como son: el control de la velocidad angular del penduleo de un Generador Sincrono conectado a un Bus Infinito, el control de posición de un Robot de un grado de libertad, el control de posición de un Robot de dos grados de libertad, y como última aplicación se tiene el control de la velocidad de rotación de un Motor de Inducción de 500 HP de C.A. En el capítulo seis se establecen las conclusiones que se tienen al final del desarrollo de esta tesis, con lo que finaliza este trabajo. Se incluyen además dos anexos; en el primero se presentan las estructuras de los CND utilizados, y en el segundo un artículo aceptado para "American Control Conference" de 1995.

# Capítulo Dos

## CONTROL DIFUSO: UNA INTRODUCCION

### 2.1 Breve Reseña

La lógica difusa, base fundamental del control difuso, fue introducida por Zadeh [1] en 1962 en un trabajo que vincula la teoría de circuitos eléctricos con la de sistemas. Tres años más tarde, en 1965, el mismo Zadeh crea la llamada teoría de conjuntos difusos que hecha los cimientos de la llamada síntesis lingüística, mostrando cómo pueden utilizarse planteamientos lógicos no precisos para obtener conclusiones a partir de información no precisa. Aunque estos trabajos se enfocan a aplicaciones en sistemas humanísticos, la lógica difusa fue aplicada al control de procesos industriales, por vez primera, por E. Mamdani y su grupo del Queen Mary College de Londres, Inglaterra. A partir de los años 70, un numeroso grupo de científicos de varias nacionalidades europeas se convirtieron en pioneros en la aplicación de la lógica difusa a sistemas automáticos [1]. Esta aplicación creó una estructura de control: el Controlador Lógico Difuso. El reciente auge del Control Difuso se debe a su aplicación exitosa en Japón [2], en diferentes productos como aparatos electrodomésticos, aparatos electrónicos, sistema de transporte masivo, . . . , etc.

En el campo específico de los sistemas de control, es frecuente el caso de procesos o plantas en las que controladores convencionales o diseñados con técnicas modernas como control óptimo, control adaptable, etc., no dan los resultados deseados o fallan completamente. Se trata de procesos de elevada complejidad, que en la mayoría de los casos son controlados satisfactoriamente por operadores humanos experimentados. Al investigar el proceder de estos expertos, se puede concluir que utilizan la información acerca del estado del proceso de un modo básicamente *cualitativo* [1].

Esta manera de proceder es común para un humano, aún en casos relativamente simples. Por ejemplo: en el caso de la conducción de un automóvil, el conductor al girar el volante, nunca lo hace de un modo cuantitativo, o sea en terminos de radianes o grados ni acciona el pedal del acelerador o freno en términos de milímetros o Newtons. Ante la necesidad de

realizar una vuelta cerrada, gira el volante *mucho*; así como cuando se acerca a un alto presiona el freno *mucho*.

Los diseñadores de sistemas de control investigan nuevos métodos para controlar procesos cada vez más complejos, especialmente en los casos en donde no existe un modelo preciso y la información que se tiene acerca de éstos es de carácter esencialmente cualitativo. Por otro lado, determinar las acciones de control adecuadas constituye un problema típico de toma de decisiones, para el cual la lógica difusa resulta una poderosa herramienta en situaciones de imprecisión en los modelos, en la información, y con restricciones en las acciones de control [2].

Las aplicaciones de la lógica difusa abarcan, además del control automático, muchas otras disciplinas como son las ciencias biológicas, la medicina, economía . . . etc. Aunque la lógica difusa tiene una amplia gama de aplicaciones, el reconocimiento a su validez, rigor y aplicabilidad no está exento de controversias; ha sido señalada como una ingenuidad filosófica, con carencia de aplicabilidad, y bases matemáticas rigurosas [1]. Sin embargo, las aplicaciones y el desarrollo teórico derivados de los últimos años, la hacen meritorio de trabajos de investigación [3].

A continuación se presentan los conceptos básicos de la lógica difusa, así como su utilización en sistemas de control automático. También se discuten las estrategias para el diseño de un Controlador Lógico Difuso (CLD).

## 2.2 Conceptos Básicos de Lógica Difusa

Estos conceptos fueron tomados principalmente de [4] y [5]

*Universo de Discurso.*- Sea  $U$  un conjunto cuyos elementos toman valores discretos o continuos.  $U$  es llamado el universo de discurso y  $u$  representa un elemento genérico de  $U$ .

*Conjunto Difuso.*- Un conjunto difuso  $F$  definido en un universo de discurso  $U$ , está caracterizado por una función de pertenencia  $\mu_F$ , la cual toma valores en el intervalo  $[0, 1]$ , y se representa por  $\mu_F: U \rightarrow [0, 1]$ . Un conjunto difuso puede ser visto como una generalización del concepto de un conjunto ordinario para el cual las funciones de pertenencia

toman solamente dos valores {0,1}. Un conjunto difuso  $F$  definido en  $U$  se representa como el conjunto de pares ordenados: elemento genérico  $u$  y su grado de función de pertenencia:

$$F = \{(u, \mu_F(u)) \mid u \in U\} \quad (2.1)$$

Cuando  $U$  es continuo (figura 2.1), un conjunto difuso  $F$  puede ser escrito como:

$$F = \int_U \mu_F(u) / u \quad (2.2)$$

donde  $\int$  no significa *integral* sino *unión* de los pares ordenados  $(\mu_F(u), u)$



**Fig. 2.1.-** Representación de un conjunto difuso continuo

Cuando  $U$  es discreto, un conjunto difuso  $F$  puede ser representado como:

$$F = \sum_{i=1}^n \mu_F(u_i) / u_i \quad (2.3)$$

donde  $\sum$  no significa *sumatoria* sino *unión* de los pares ordenados  $(\mu_F(u), u)$ .

Por ejemplo:

si  $U = 1 + 2 + \dots + 10$ .

$F = 0.3/2 + 0.5/3 + 0.8/4 + 1/5 + 0.8/6 + 0.5/5 + 0.3/8$

donde "+" significa la *unión* de los pares ordenados

*Unión.*- La función de pertenencia  $\mu_{A \cup B}$  de la unión  $A \cup B$  se define para toda  $u \in U$  por:

$$\mu_{A \cup B} = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \quad (2.4)$$

donde  $A$  y  $B$  son conjuntos difusos definidos en  $U$

*Intersección.*- La función de pertenencia  $\mu_{A \cap B}$  de la intersección  $A \cap B$  se define para toda  $u \in U$  por:

$$\mu_{A \cap B} = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}. \quad (2.5)$$

*Complemento.*- La función de pertenencia  $\mu_{\bar{A}}$  del complemento de un conjunto difuso  $A$  está definida para toda  $u \in U$  por:

$$\mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u). \quad (2.6)$$

*Producto Cartesiano.*- Si  $A_1, \dots, A_n$  son conjuntos difusos en  $U_1, \dots, U_n$ , respectivamente, el producto Cartesiano de  $A_1, \dots, A_n$  es un conjunto difuso en el espacio producto  $U_1 \times \dots \times U_n$  con la función de pertenencia definida por:

$$\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(u_1, \dots, u_n) = \min\{\mu_{A_1}(u_1), \dots, \mu_{A_n}(u_n)\} \quad (2.7)$$

con  $u_1 \in U_1, u_2 \in U_2, \dots, u_n \in U_n$ .

*Relación Difusa.*- Una Relación Difusa es un conjunto difuso definido en  $U_1 \times \dots \times U_n$  y se expresa como:

$$R_{U_1 \times \dots \times U_n} = \{((u_1, \dots, u_n), \mu_R(u_1, \dots, u_n)) \mid (u_1, \dots, u_n) \in U_1 \times \dots \times U_n\}. \quad (2.8)$$

donde  $\mu_R$  es la función de pertenencia del punto  $(u_1, \dots, u_n)$

*Variable Lingüística.*- Una variable lingüística puede ser caracterizada por el trio ordenado  $(x, T(x), U)$ , donde:

$x$ : es el nombre de la variable

$T(x)$ : es el conjunto calificativo de  $x$

$U$ : es el universo de discurso

Por ejemplo, si *velocidad* es una variable lingüística, entonces su conjunto calificativo  $T(\text{velocidad})$  puede ser  $T(\text{velocidad}) \{lenta, media, rápida, muy lenta, más o menos rápida, \dots\}$ . Cada término en  $T(\text{velocidad})$  está determinado por un conjunto difuso definido en un universo de discurso  $U$ . Si éste está definido de 0 a 100 km/h, se puede interpretar "lenta" como una velocidad abajo de los 40 Km/h, "media" como una velocidad cerca de los 55km/h y "rápida" como una velocidad mayor a 70 Km/h. Estos términos pueden ser caracterizados por conjuntos difusos con funciones de pertenencia como se muestran en la figura 2.2.

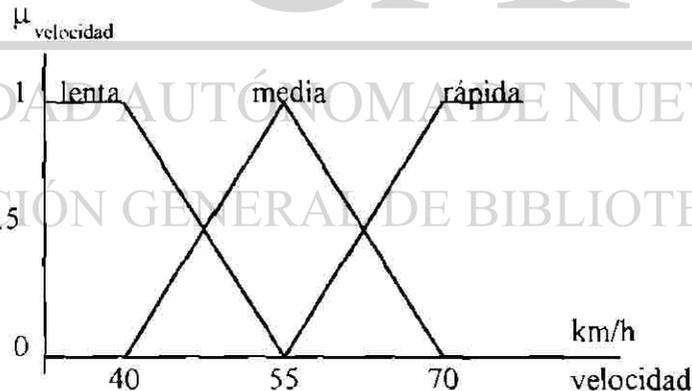


Fig. 2.2.- Representación diagramática de velocidades difusas

### 2.3 Componentes del Controlador Lógico Difuso

La figura 2.3 muestra la configuración básica de un Controlador Lógico Difuso (CLD), cuyos cuatro principales componentes son: *una interface de difusificación, una base de conocimiento, una máquina de inferencia, y una interface de desdifusificación.*

La presentación del Controlador Lógico Difuso (CLD), de sus componentes y parámetros se basa principalmente en [4] y [5].

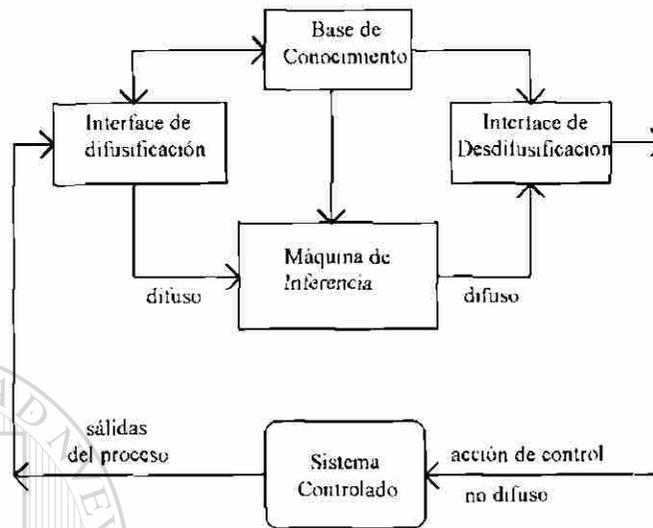


Fig. 2.3.- Configuración básica de un Controlador Lógico Difuso

- 1) La interface de difusificación realiza las siguientes funciones:
  - a) adquiere los valores de las variables numéricas
  - b) transforma estos valores a funciones de pertenencia de conjuntos difusos definidos en los correspondientes universos de discurso
- 2) La base de conocimiento comprende el conocimiento específico de la aplicación. Esta consiste de una "base de datos" y una "base de reglas de control lingüísticas":
  - a) la base de datos provee definiciones necesarias, para activar las reglas de control lingüísticas y para manipular los datos difusos en un CLD.
  - b) la base de reglas caracteriza las tácticas de control heurísticas extraídas de los expertos y codificadas como reglas lingüísticas.
- 3) La máquina de inferencia es el núcleo de un CLD; ésta tiene la capacidad de inferir acciones de control difusas empleando implicaciones difusas y reglas de inferencia de la lógica difusa.
- 4) La interface de desdifusificación determina una acción de control numérica a partir de una acción de control difusa previamente calculada.

## 2.4 Parámetros de un Controlador Lógico Difuso (CLD)

En un CLD, el comportamiento está caracterizado por un conjunto de reglas lingüísticas basadas en conocimiento heurístico, usualmente de la forma:

**SI** (un conjunto de condiciones son satisfechas) **ENTONCES** (un conjunto de consecuencias son inferidas).

Los antecedentes y los consecuentes de estas reglas **SI-ENTONCES** son asociados con conceptos difusos (términos lingüísticos), frecuentemente llamados *declaraciones condicionales difusas*. Una regla de control difusa es una declaración condicional en la que el antecedente es una condición en el dominio de aplicación y el consecuente es una acción de control, ambas expresadas en variables lingüísticas. Además varias variables lingüísticas pueden ser involucradas en los antecedentes y en los consecuentes de estas reglas (Sistemas multi-entradas, multi-salida, MIMO).

Los principales parámetros de un CLD son los siguientes:

1) estrategias de difusificación

2) base de datos:

- a) cuantización/normalización de los universos de discurso
- b) partición difusa de los espacios de entrada y salida
- c) completez
- d) elección de las funciones de pertenencia

3) base de reglas:

- a) elección de las variables de entrada y las variables de salida de las reglas de control difuso.
- b) fuente y derivación de reglas de control difuso
- c) consistencia

4) lógica de decisión:

- a) selección de una implicación difusa
- b) selección de un operador composicional

c) mecanismo de inferencia

5) estrategias de desdifusificación

a) selección del mecanismo de desdifusificación

A continuación se detallan estos parámetros.

### 2.4.1 Estrategias de Difusificación

Son evaluaciones que transforman una medición precisa en un concepto subjetivo; se definen como un mapeo desde un espacio de entrada de mediciones a conjuntos difusos definidos en los universos de discurso de entrada. En aplicaciones de control, los datos medidos son numéricos.

### 2.4.2 Base de Datos

Los conceptos asociados con la base de datos son usados para caracterizar las reglas de control difuso y el manejo de la información difusa en el CLD. Estos conceptos son definidos subjetivamente y se basan en conocimientos heurísticos. A continuación se presentan los más importantes aspectos relacionados con la construcción de la base de datos en un CLD.

#### a) *Cuantización y Normalización de Universos de Discurso*

*Cuantización.*- La cuantización divide un universo de discurso en cierto número de segmentos. Cada segmento es rotulado como un nombre genérico. Un conjunto difuso es entonces definido asignando grados de pertenencia a cada elemento genérico definido en el universo de discurso.

*Normalización.*- La normalización de un universo de discurso requiere su cuantización en un número finito de segmentos, con cada segmento transformado en segmentos adecuados del universo normalizado. La escala de transformación puede ser uniforme y/o no uniforme. Por ejemplo, si se quiere normalizar el universo de discurso  $[-6, 0, +4, 5]$  en el intervalo cerrado  $[-1, +1]$ , se tiene que hacer la transformación representada en la tabla 2.1

**Tabla 2.1.- Normalización y Conjuntos Difusos Primarios (C.D.P.) Usando una Definición Funcional**

Universo Normalizado	Segmentos Normalizados	Rango	C.N.P
	[-1.0,-0.5]	[-6.9,-4.1]	NG
	[-0.5,-0.3]	[-4.1,-2.2]	NM
[-1.0, 1.0]	[-0.3,-0.0]	[-2.2,-0.0]	NP
	[-0.0,+0.2]	[-0.0,+1.0]	CE
	[+0.2,+0.6]	[+1.0,+2.5]	PP
	[+0.6,+1.0]	[+2.5,+4.5]	PM
			PG

donde:

NG = Negativo Grande, NM = Negativo Mediano, NP = Negativo Pequeño, CE = Cero, PP = Positivo Pequeño, PM = Positivo Mediano, PG = Positivo Grande.

*b) Partición Difusa de espacios de Entrada y Salida*

Una variable lingüística en el antecedente de una regla de control difusa es una entrada difusa definida en un universo de discurso, mientras que en el consecuente de la regla es una salida difusa. En general, una variable lingüística está asociada con un conjunto calificativo. Una partición difusa determina cuantos calificativos existirán; esto es equivalente a encontrar el número de conjuntos difusos y determina indirectamente la precisión del control obtenible con un CLD. Los conjuntos difusos usualmente usan calificativos como los mencionados anteriormente; mientras más conjuntos difusos se agreguen, se tendrá una determinación más fina y por lo tanto una acción de control más exacta.

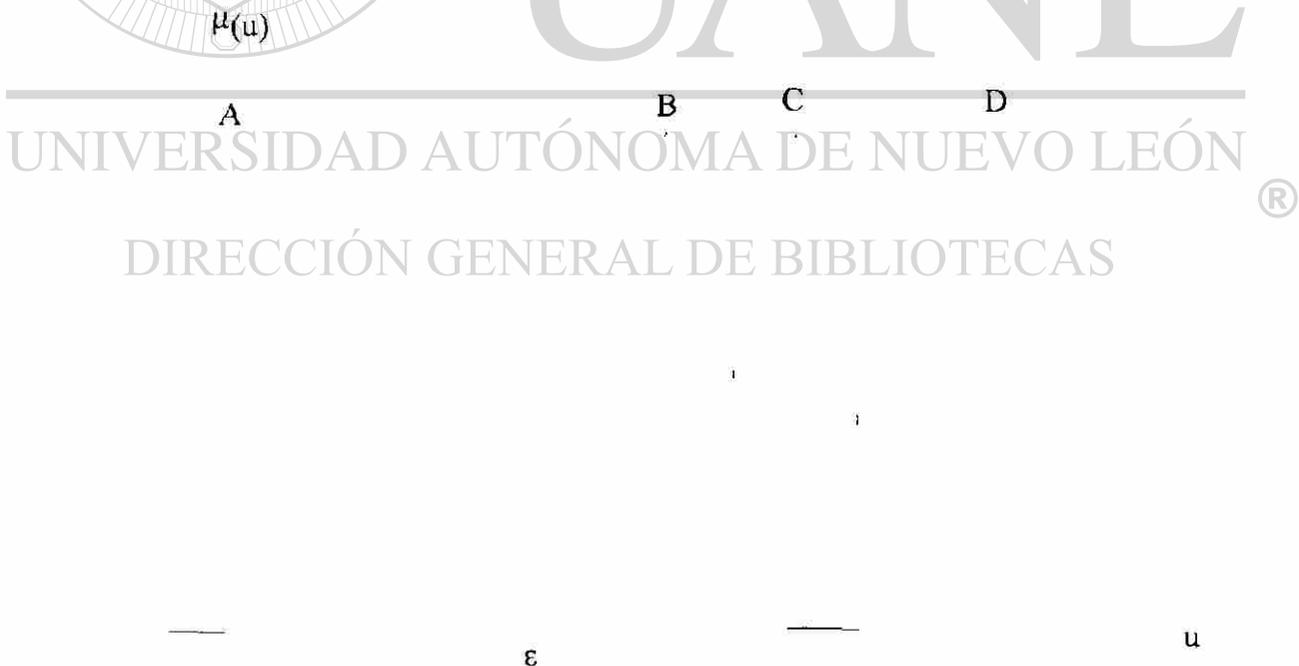
Además la cantidad de conjuntos calificativos de las entradas difusas determina el máximo número de reglas de control difuso que se pueden construir. Por ejemplo: en el caso de un sistema de dos entradas ( $x$ ) y ( $y$ ) con un número de conjuntos difusos, 5 y 9 respectivamente, el máximo número de reglas será  $5 \times 9 = 45$  reglas

c) *Completez*

La *completez* se refiere al hecho de que los universos de discurso de entrada y de salida deben de estar completamente cubiertos por los conjuntos difusos; de manera que para todos los valores numéricos, pertenecientes al universo de discurso, exista una acción de control inferida por el CLD. La *completez* de un CLD está relacionado con su base de datos, con su base de conocimientos o con ambos.

*Estrategia de la Base de Datos.* - La estrategia de la base de datos está relacionada con los soportes en los que los conjuntos difusos están definidos. La unión de estos soportes deberán cubrir el universo de discurso con un traslape de por lo menos un  $\epsilon$ , como se muestra en la figura 2.4 para los conjuntos difusos A y B.

*Estrategia de la Base de Reglas.* - La propiedad de completez se incorpora a las reglas de control difuso a través de la experiencia y conocimiento heurístico. Si una condición no está incluida en la base de reglas, se requiere agregar una regla adicional para incorporarla.



**Fig. 2.4.-** Estrategia de la base de datos

d) Elección de la Función de Pertenencia de un Conjunto Difuso

Existen dos métodos para definir conjuntos difusos, *funcional* o *numérico*.

*Definición Funcional:* Una definición funcional expresa la función de pertenencia de un conjunto difuso por una función que puede ser de tipo Gaussiana, triangular, trapezoidal, etc; por ejemplo:

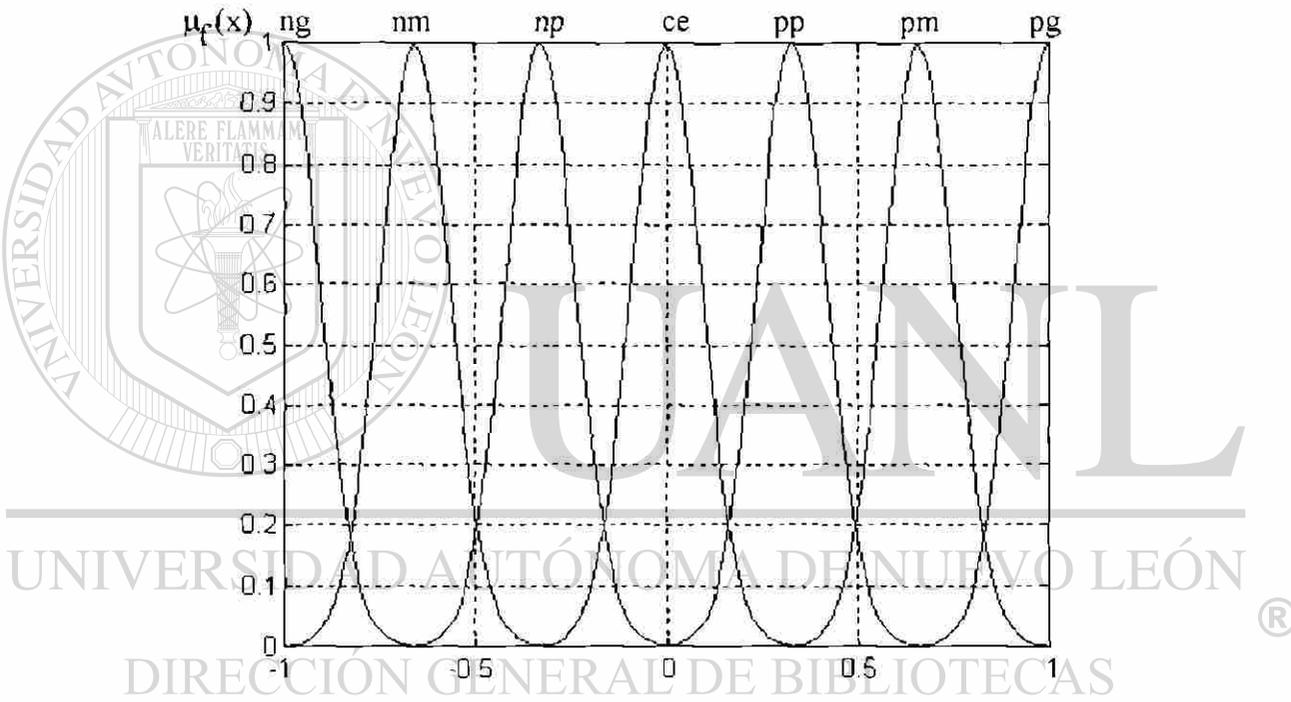


Fig 2.5.- Definición funcional con funciones tipo gaussianas

La definición funcional para estos conjuntos difusos es de tipo gaussiana y está dada por:

$$\mu_f(x) = \exp\left\{\frac{-(x - u_f)^2}{\sigma_f^2}\right\} \quad (2.9)$$

donde:

$u_f$  = es el valor medio de la función

$\sigma_f$  = es la mitad del ancho de la función

*Definición numérica:* En este caso, la función del grado de pertenencia de un conjunto difuso es representada como un vector de números cuya dimension depende del grado de cuantización. Por ejemplo:

$$\mu_f(u) = \sum_{i=1}^5 a_i / u_i \quad (2.10)$$

donde:

$$a = [0.3, 0.7, 1.0, 0.7, 0.3]$$

$$u = [1, 2, 3, 4, 5]$$

### 2.4.3 Base de Reglas

Un sistema difuso es caracterizado por un conjunto de declaraciones lingüísticas basadas en conocimiento heurístico, usualmente en la forma de reglas "**si-entonces**". Estas son fácilmente implementadas por declaraciones condicionales difusas. La colección de reglas difusas expresadas como declaraciones condicionales forman la base de reglas o el conjunto de reglas de un CLD.

#### a) Elección de Variables de entrada y de salida

La elección apropiada de las variables del proceso y de las acciones de control es esencial en la caracterización de la operación de un sistema difuso. Como fue establecido anteriormente, la experiencia y el conocimiento heurístico juegan un papel muy importante durante la etapa de selección. Normalmente, las variables lingüísticas en un CLD son: el error, la derivada del error, la integral del error, etc

#### b) Fuente y Derivación de Reglas de Control Difuso

Existen cuatro maneras para derivar las reglas de control difuso, que no son exclusivas ni excluyentes; en algunas ocasiones es necesario combinarlas. Estas son:

*Experiencia del experto.-* Las reglas de control difuso proveen una manera conveniente para expresar el conocimiento del experto. Esto explica el porque la mayoría de los CLD están basados en el conocimiento heurístico expresado en reglas "si-entonces". La formulación de reglas de control difuso pueden lograrse por medio de dos metodologías. La más común es la verbalización de la pericia humana. Un ejemplo típico de tal verbalización es un manual de operación. La otra incluye la interrogación de operadores experimentados usando un cuestionario organizado. De esta manera, podemos formar un prototipo de reglas de control difuso para una aplicación particular. Para optimizar el desempeño del CLD, es necesario el uso de procedimientos de prueba y error.

*Basado en acciones de control del operador.-* En muchos sistemas de control, la relación entrada-salida no son conocidas con suficiente precisión para hacer posible el empleo de la teoría de control clásico para modelado y simulación; aún así, operadores humanos experimentados, pueden controlar estos procesos sin tener en mente ningún modelo cuantitativo. En efecto, el operador humano emplea un conjunto de reglas *si-entonces* para controlar el proceso. Así para automatizar un proceso, es conveniente expresar las reglas de control del operador como reglas *si-entonces* difusas empleando variables lingüísticas. En la práctica, tales reglas pueden ser deducidas de la observación de las acciones de control del operador en función de las condiciones de operación del proceso.

*Basado en un modelo difuso del proceso.-* En la caracterización lingüística, la descripción de las características dinámicas del proceso controlado pueden ser vistos como un modelo difuso del proceso. Basándose en el modelo difuso, se puede generar un conjunto de reglas de control difuso para alcanzar el desempeño deseado del sistema dinámico.

*Basado en aprendizaje.-* Muchos CLD han sido construidos para emular el comportamiento humano, pero pocos se basan en el aprendizaje humano, o sea, la habilidad para crear reglas de control difuso y modificarlas basándose en experiencias. Esto se puede lograr, teniendo en cuenta la creación de dos bases de reglas. La primera, es la base de reglas general del CLD. La segunda está constituida por "meta-reglas", las cuales tienen la habilidad de aprendizaje del humano para crear y modificar la base de reglas general basándose en el desempeño total deseado del sistema.

c) *Propiedades de Consistencia.*

Estas propiedades se refieren a:

*Número de Reglas de Control Difuso:* No hay un procedimiento general para decidir un número óptimo de reglas. Sin embargo existe un número máximo de reglas, analizado anteriormente, que está dado por la cantidad de conjuntos difusos de entrada.

*Consistencia de las Reglas :* Si la derivación de reglas de control difuso está basada en la experiencia del operador humano, éstas podrían ser sujetas a diferentes criterios de desempeño. En la práctica, es importante verificar la consistencia de las reglas a fin de minimizar la posibilidad de contradicción. Por ejemplo, se puede tener que un mismo proceso es controlado satisfactoriamente por dos operadores; cada uno reacciona de forma diferente ante una circunstancia específica y por lo tanto se tiene dos criterios distintos que analizar para crear las reglas que rigen al proceso, por lo que se necesita seleccionar una forma única de hacerlo.

#### 2.4.4 Lógica de Decisión

Es la parte más importante del Controlador Difuso, pues determina las acciones de control.

##### a) *Funciones de Implicación Difusa*

En general, una regla de control difuso es una relación difusa que es expresada como una implicación difusa [5]. Existen muchas maneras para definir las, la elección de una en particular refleja no solamente el criterio intuitivo para implicación, sino también el efecto del conectivo además

Existen dos reglas importantes de implicación difusa. Ellos son "modus ponens" generalizado y "modus tollens" generalizado. Específicamente:

*Modus ponens:*

premisa 1.  $x$  es  $A'$



$$\text{producto drástico} \quad x \cap y = \begin{cases} x, & \text{si } y = 1 \\ y, & \text{si } x = 1 \\ 0, & \text{si } x, y < 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

*Definición 2: Co-Normas triangulares.*- La co-norma triangular (+) es una función de  $[0,1] \times [0,1]$  a  $[0,1]$ , que incluye unión, suma algebraica, suma acotada, suma drástica, y suma disjunta.

Las operaciones asociadas con co-normas triangulares están definidas para toda  $x, y \in [0,1]$ , como:

$$\text{unión} \quad x \vee y = \max\{x, y\} \quad (2.15)$$

$$\text{suma algebraica} \quad x + y = x + y - xy \quad (2.16)$$

$$\text{suma acotada} \quad x \oplus y = \min\{1, x + y\} \quad (2.17)$$

$$\text{suma drástica} \quad \begin{cases} x, & \text{si } y = 0 \\ y, & \text{si } x = 0 \\ 1, & \text{si } x, y > 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\text{suma disjunta} \quad x \Delta y = \max\{\min(x, 1-y), \min(1-x, y)\}. \quad (2.19)$$

Las normas triangulares son empleadas para definir conjunciones en razonamiento aproximado, mientras las co-normas triangulares sirven para las disyunciones.

Como se puede ver, estas funciones incluyen las operaciones definidas con anterioridad para los conjuntos difusos. Una regla de control difuso "si  $x$  es  $A$  entonces  $y$  es  $B$ " es representada por una función de implicación difusa y es denotada por  $A \rightarrow B$ , donde  $A$  y  $B$  son conjuntos difusos definidos en los universos de discurso  $U$  y  $V$ , con funciones de pertenencia  $\mu_A$  y  $\mu_B$ , respectivamente.

*Definición 3: Conjunción difusa.* La conjunción difusa está definida para toda  $u \in U$  y  $v \in V$  por:

$$A \rightarrow B = A \times B$$

$$= \bigcup_{U \times V} (\mu_A(u) * \mu_B(v)) / (u, v) \quad (2.20)$$

donde \* es un operador representando una norma triangular y  $\bigcup$  significa la unión de los pares ordenados.

*Definición 4: Disyunción difusa.*- La disyunción difusa está definida para toda  $u \in U$  y  $v \in V$  por

$$A \rightarrow B = A \times B$$

$$= \bigcup_{U \times V} (\mu_A(u) + \mu_B(v)) / (u, v) \quad (2.21)$$

donde + es un operador representando una co-norma triangular y  $\bigcup$  significa la unión de los pares ordenados.

*Definición 5: Implicación difusa.*- La implicación difusa está asociada con cinco familias de funciones de implicación difusa en uso. Como antes \* denota una norma triangular y + denota una co-norma triangular.

Implicación material:

$$A \rightarrow B = (\text{no } A) + B \quad (2.22)$$

Cálculo proposicional:

$$A \rightarrow B = (\text{no } A) + (A * B) \quad (2.23)$$

Cálculo proposicional extendido:

$$A \rightarrow B = (\text{no } A \times \text{no } B) + B \quad (2.24)$$

Generalización de "modus ponens":

$$A \rightarrow B = \sup \{c \in [0,1], A * c \leq B\} \quad (2.25)$$

Generalización de "modus tollens":

$$A \rightarrow B = \inf \{t \in [0,1], B + t \leq A\} \quad (2.26)$$

Basadas en estas definiciones, muchas implicaciones difusas pueden ser generadas empleando las normas y co-normas triangulares.

Las siguientes implicaciones difusas son frecuentemente utilizadas en Control Difuso:

regla operación mini de implicación difusa [Mamdani]:

$$R_c = A \times B \\ = \int_{U \times V} (\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)) / (u, v) \quad (2.27)$$

regla operación producto de implicación difusa [Larsen]:

$$R_p = A \times B \\ = \int_{U \times V} (\mu_A(u) \cdot \mu_B(v)) / (u, v) \quad (2.28)$$

regla maxmin de implicación difusa [Zadeh]:

$$R_m = (A \times B) \cup (\text{no } A \times V) \\ = \int_{U \times V} (\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)) \vee (1 - \mu_A(u)) / (u, v) \quad (2.29)$$

regla de implicación difusa de secuencia normal:

$$R_s = A \times B \rightarrow U \times B \\ = \int_{U \times V} (\mu_A(u) > \mu_B(v)) / (u, v) \quad (2.30)$$

donde:

$$\mu_A(u) > \mu_B(v) = \begin{cases} 1 & \mu_A(u) \leq \mu_B(v) \\ 0 & \mu_A(u) > \mu_B(v) \end{cases} \quad (2.31)$$

En todas estas definiciones  $\vee$  significa máximo,  $\wedge$  significa mínimo y  $\int$  significa la unión de los pares ordenados.

En aplicaciones del CLD, una acción de control es determinada por las entradas y las reglas de control, la consecuencia de una regla no se convierte en antecedente de otra.

### *Interpretación del conectivo y*

En la mayoría de los CLD existentes, el conectivo *y* es usualmente implementado como una conjunción difusa en un espacio producto cartesiano. Como una ilustración, en "**si** (A y B) **entonces** C", el antecedente es interpretado como un conjunto difuso en el espacio producto  $U \times V$ , con la función de pertenencia dada por:

$$\mu_{A \times B}(u, v) = \min\{\mu_A(u), \mu_B(v)\} \quad (2.32)$$

$$\mu_{A \times B}(u, v) = \mu_A(u) \cdot \mu_B(v) \quad (2.33)$$

Con los conjuntos difusos  $A$  y  $B$  definidos en los universos de discurso  $U$  y  $V$  respectivamente

#### b) *Selección de un operador composicional.*

En una forma general, un operador composicional puede ser expresado como la composición sup-star, donde "star" denota una operación, como por ejemplo: mínimo, producto, etc., y el término *sup* significa el máximo.

*Regla Composicional Sup-Star de Inferencia* [6].- Si  $R$  es una relación difusa en  $U \times V$ , y  $x$  es un conjunto difuso en  $U$ , entonces la "regla composicional sup-star de inferencia" establece que el conjunto difuso  $y$  definido en el universo de discurso  $V$  inducido por  $x$  está dado por:

$$y = x \circ R \quad (2.34)$$

donde  $x \circ R$  es la composición sup-star de  $x$  y  $R$ .

En aplicaciones de CLD, los operadores composicionales sup-min y sup-producto son los más frecuentemente usados.

### c) Mecanismos de inferencia

Los mecanismos de inferencia empleados en un CLD son generalmente mucho más simples que los usados en un sistema experto típico; además, como ya se mencionó, en un CLD la consecuencia de una regla no es antecedente de otra. En otras palabras, en un CLD, no se usan mecanismos de inferencia encadenados.

Típicamente la base de reglas tiene la forma

$$R = \{R_1, R_2, \dots, R_n\} \quad (2.35)$$

donde  $R_i$  representa la regla: si ( $x$  es  $A_i$ ,  $y \dots$ ,  $y$  es  $B_i$ ) entonces ( $z_1$  es  $C_1, \dots, z_q$  es  $C_q$ ). El antecedente de  $R_i$  forma un conjunto difuso  $A_i \times \dots \times B_i$  en el espacio producto  $U \times \dots \times V$ . El consecuente es la unión de  $q$  acciones de control independientes. Así la  $i$ -ésima regla  $R_i$  puede ser representada como una implicación difusa

$$R_i: (A_i \times \dots \times B_i) \rightarrow (z_1 + \dots + z_q) \quad (2.36)$$

donde "+" no se refiere al símbolo aritmético convencional sino que representa la unión de las diferentes acciones de control. La base de reglas se puede representar como la unión de todas las reglas

$$\begin{aligned} R &= \left\{ \bigcup_{i=1}^n R_i \right\} & (2.37) \\ &= \left\{ \bigcup_{i=1}^n [(A_i \times \dots \times B_i) \rightarrow (z_1 + \dots + z_q)] \right\} \\ &= \left\{ \bigcup_{i=1}^n [(A_i \times \dots \times B_i) \rightarrow z_1] + \bigcup_{i=1}^n [(A_i \times \dots \times B_i) \rightarrow z_2], \dots, \bigcup_{i=1}^n [(A_i \times \dots \times B_i) \rightarrow z_q] \right\} \\ &= \left\{ \bigcup_{k=1}^q \bigcup_{i=1}^n [(A_i \times \dots \times B_i) \rightarrow z_k] \right\} \end{aligned}$$

A continuación se describe en detalle la forma en cómo se calcula la inferencia en un CLD, suponiendo dos entradas y una salida, considerando la forma general de reglas de control. Esta consideración no es restrictiva, se hace solo para facilitar la explicación; la extensión a más entradas y salidas es trivial.

entrada:  $x$  es  $A'$  y  $y$  es  $B'$

$R1$ : si  $x$  es  $A_1$  y  $y$  es  $B_1$  entonces  $z$  es  $C_1$

además  $R2$ : si  $x$  es  $A_2$  y  $y$  es  $B_2$  entonces  $z$  es  $C_2$

...

...

además  $Rn$ : si  $x$  es  $A_n$  y  $y$  es  $B_n$  entonces  $z$  es  $C_n$

donde  $x$ ,  $y$ , y  $z$  son variables lingüísticas representando las variables del proceso y la variable de control, respectivamente;  $A_i$ ,  $B_i$  y  $C_i$  son valores lingüísticos de las variables  $x$ ,  $y$  y  $z$  en los universos de discurso  $U$ ,  $V$ , y  $W$ , respectivamente

La regla de control difuso "si ( $x$  es  $A_i$  y  $y$  es  $B_i$ ) entonces ( $z$  es  $C_i$ )" es implementada como una implicación difusa y está definida como:

$$\mu_{R_i} \triangleq \mu_{(A_i \text{ y } B_i \rightarrow C_i)}(u, v, w) \quad (2.38)$$

$$R_i = [\mu_{A_i}(u) \text{ y } \mu_{B_i}(v)] \rightarrow \mu_{C_i}(w) \quad (2.39)$$

donde:

- " $A_i$  y  $B_i$ " es un conjunto difuso  $A_i \times B_i$  en  $U \times V$
- $R_i \triangleq (A_i \text{ y } B_i) \rightarrow C_i$  es una implicación difusa en  $U \times V \times W$
- $\rightarrow$  denota una función de implicación difusa.

El consecuente  $C_i$  se deduce por la regla composicional de inferencia "*sup-star*" empleando las definiciones de una función de implicación difusa y los conectivos "y" y "además"

En procesos en línea, las entradas al controlador difuso son usualmente medidas por sensores y tienen un determinado valor numérico. Este valor determinístico puede ser tratado como un conjunto difuso de elemento único. Entonces el antecedente de las reglas pueden ser expresado como:

$$\alpha_1 = \mu_{A_1}(x_0) \wedge \mu_{B_1}(y_0) \quad (2.40)$$

$$\alpha_2 = \mu_{A_2}(x_0) \wedge \mu_{B_2}(y_0) \quad (2.41)$$

donde  $\mu_{A_i}(x_0)$  y  $\mu_{B_i}(y_0)$  son los valores de la función de pertenencia que corresponden a los valores numéricos  $x_0$  y  $y_0$  respectivamente.

Se supone que un valor numérico dado activa solo dos conjuntos difusos. Suponer que activa más de dos complica innecesariamente la explicación.

A continuación se describen los cuatro tipos de razonamiento difuso comúnmente empleados en aplicaciones de CLD.

1) *Razonamiento Difuso de primer tipo.- Regla de operación mínimo de Mamdani como función de implicación difusa*

El razonamiento difuso de primer tipo está asociado con el uso de la regla de operación mínimo de Mamdani ( $R_C$ ), para el cálculo de la función de implicación difusa.

En este modo de razonamiento, la  $i$ -ésima regla lleva a la decisión de control

$$\mu_{C_i}'(w) = \alpha_i \wedge \mu_{C_i}(w) \quad (2.42)$$

lo cual implica que la función de pertenencia  $\mu_{C_i}'$  de la consecuencia total inferida  $C$  está dada por:

$$\mu_C(w) = \mu_{C_1}' \vee \mu_{C_2}' \quad (2.43)$$

$$= [\alpha_1 \wedge \mu_{C_1}(w)] \vee [\alpha_2 \wedge \mu_{C_2}(w)] \quad (2.44)$$

El proceso de razonamiento difuso se ilustra en la figura 2.6.

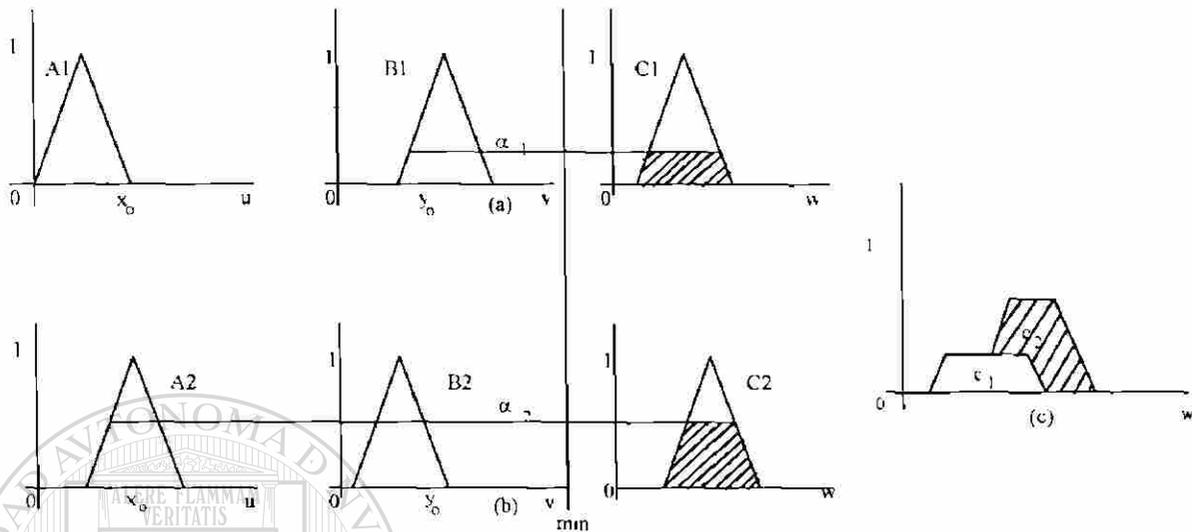


Fig 2.6.- Representación esquemática del razonamiento difuso 1

2) *Razonamiento difuso de segundo tipo.- Regla de operación producto de Larsen como función de implicación difusa*

El razonamiento difuso de segundo tipo está basado en el uso de la regla de operación producto de Larsen ( $R_p$ ) como una función de implicación difusa. En este caso, la  $i$ -ésima regla lleva a la decisión de control

$$\mu_{C_i}(w) = \alpha_i \cdot \mu_{C_i}(w) \quad (2.45) \textcircled{R}$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

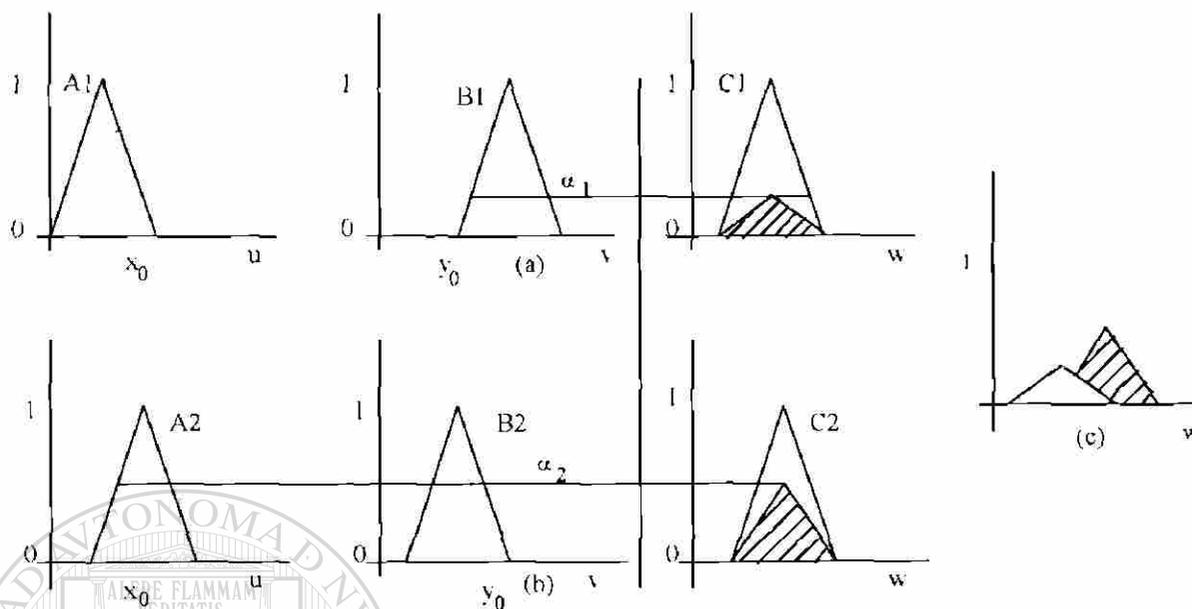
Consecuentemente, la función de pertenencia  $\mu_C$  de la consecuencia total inferida C está

dada por:

$$\mu_C(w) = \mu_{C1} \vee \mu_{C2} \quad (2.46)$$

$$= [\alpha_1 \cdot \mu_{C1}(w)] \vee [\alpha_2 \cdot \mu_{C2}(w)] \quad (2.47)$$

El proceso de razonamiento difuso es ilustrado en la figura 2.7.



**Fig 2.7.-** Representación esquemática de razonamiento difuso 2

3) *Razonamiento difuso de tercer tipo.- Método de Tsukamoto con términos lingüísticos como funciones de pertenencia monotónicas:*

Este método fue propuesto por Tsukamoto [7] y es un método simplificado basado en el razonamiento difuso de primer tipo en el que las funciones de pertenencia de conjuntos difusos  $A_i$ ,  $B_i$ , y  $C_i$  son monotónicas.

En este método el resultado inferido de la primer regla es  $\alpha_1 = C_1(y_1)$ . El resultado inferido de la segunda regla es  $\alpha_2 = C_2(y_2)$ . Correspondientemente, una acción de control puede ser expresada como la combinación ponderada:

$$u_0 = \frac{\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (2.48)$$

$u_0$  es el valor numérico de la acción de control

La figura 2.8 muestra este proceso.

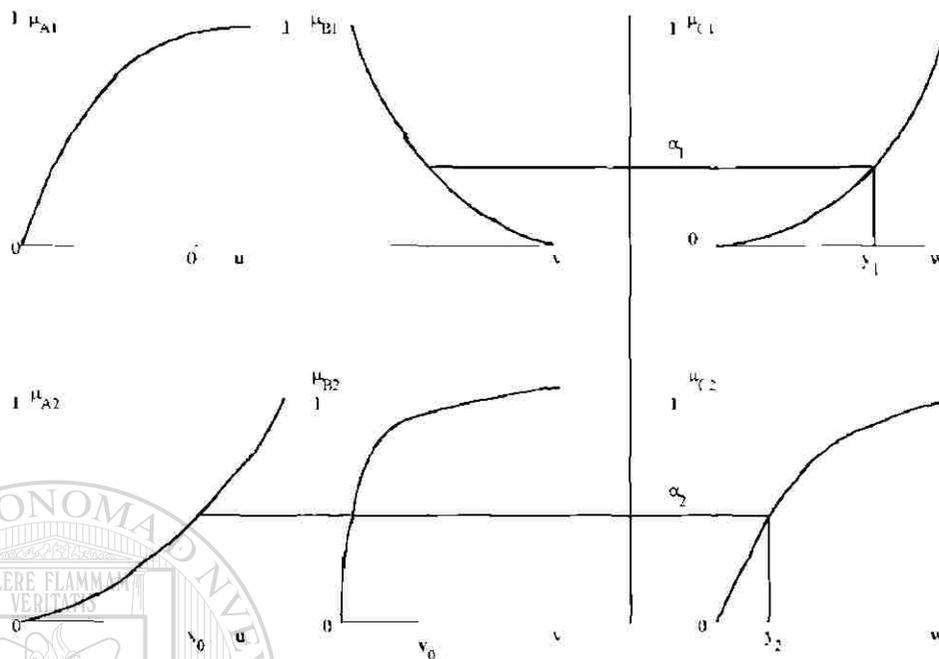


Fig. 2.8.- Representación esquemática del razonamiento difuso 3

4) *Razonamiento difuso de cuarto tipo.- La consecuencia de una regla es una función de variables lingüísticas de entrada:*

Este método fue propuesto por Takagi y Sugeno [8].

En este modo de razonamiento, la  $i$ -ésima regla de control difuso tiene la forma:

$$R_i: \text{si } (x \text{ es } A_i, \dots, y \text{ es } B_i) \text{ entonces } z = f_i(x, \dots, y) \quad (2.49)$$

donde  $f_i$  es una función de las variables del proceso.

Por simplicidad, suponemos que tenemos dos reglas de control difuso como sigue:

$$R_1: \text{si } x \text{ es } A_1 \text{ y } y \text{ es } B_1 \text{ entonces } z = f_1(x, y) \quad (2.50)$$

$$R_2: \text{si } x \text{ es } A_2 \text{ y } y \text{ es } B_2 \text{ entonces } z = f_2(x, y) \quad (2.51)$$

El valor inferido de la acción de control de la primera regla es  $\alpha_1 f_1(x_0, y_0)$ . El valor inferido de la acción de control de la segunda regla es  $\alpha_2 f_2(x_0, y_0)$ . Correspondientemente, una acción de control está dada por:

$$u_0 = \frac{\alpha_1 f_1(x_0, y_0) + \alpha_2 f_2(x_0, y_0)}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (2.52)$$

$u_0$  es el valor numérico de la acción de control.

### 2.4.5 Estrategias de Desdifusificación

Básicamente, la desdifusificación es una transformación de las acciones de control difusas definidos sobre un universo de discurso a acciones de control numéricas.

Desafortunadamente, no hay ningún procedimiento sistemático para la elección de una estrategia de desdifusificación. Las estrategias comúnmente usadas pueden ser descritas como el criterio *max*, la media del máximo, el centro del área, y el de centro promediado.

#### a) Método del criterio *max*

El criterio *max* determina el punto en que el conjunto difuso resultante de la acción de control alcanza un valor máximo. Como ejemplo se utiliza el resultado de la figura 2.6 (c), que se grafica de nuevo en la figura 2.9. Se puede ver que la función de pertenencia alcanza un valor máximo para diferentes puntos de la acción de control. Este método establece que el valor de la acción de control resultante ( $u_0$ ) es el primer punto, en el sentido de los valores de  $u$  crecientes, en que se alcanza dicho valor máximo.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Fig. 2.9.- Método de desdifusificación "Max"

b) *Método de la media del máximo (MDM)*

La estrategia del MDM genera como acción de control al valor de  $u$  que representen la media de todas las acciones de control, cuyas funciones de pertenencia alcanzan el máximo.

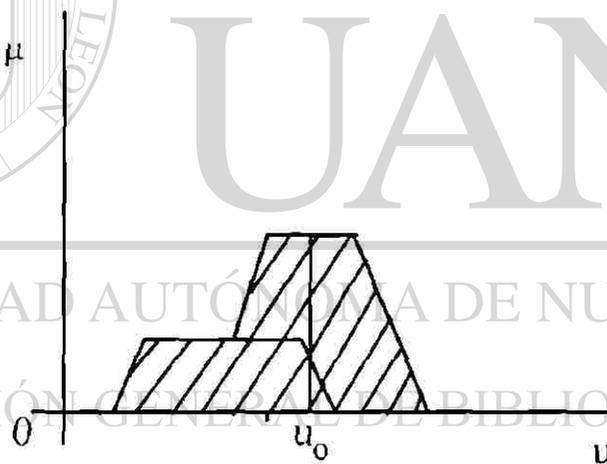
$$u_o = \sum_{j=1}^l \frac{u_j}{l} \quad (2.53)$$

donde:

$u_j$  es el valor del soporte para el cual la función de pertenencia alcanza su valor máximo

$l$  es el número total de tales valores

Utilizando el mismo ejemplo anterior, como se observa en la figura 2.10, para este método el resultado de desfusificación es:



**Fig. 2.10.- Método de desfusificación MOM**

c) *Método del centro de área (CDA)*

La extensamente usada estrategia CDA calcula la acción de control ( $u_o$ ) como el centro de gravedad del conjunto difuso resultante de la acción de control difusa. En el caso de un universo de discurso continuo, la acción de control se representa como:

$$u_0 = \frac{\int_u u \cdot \mu_U(u) du}{\int_u \mu_U(u) du} \quad (2.54)$$

donde:

$\int$  : significa integral.

$\mu_U(\cdot)$  : función de pertenencia de los elementos del subconjunto de salida

$u$ : elementos del subconjunto de salida

Un ejemplo se presenta con la gráfica 2.11.

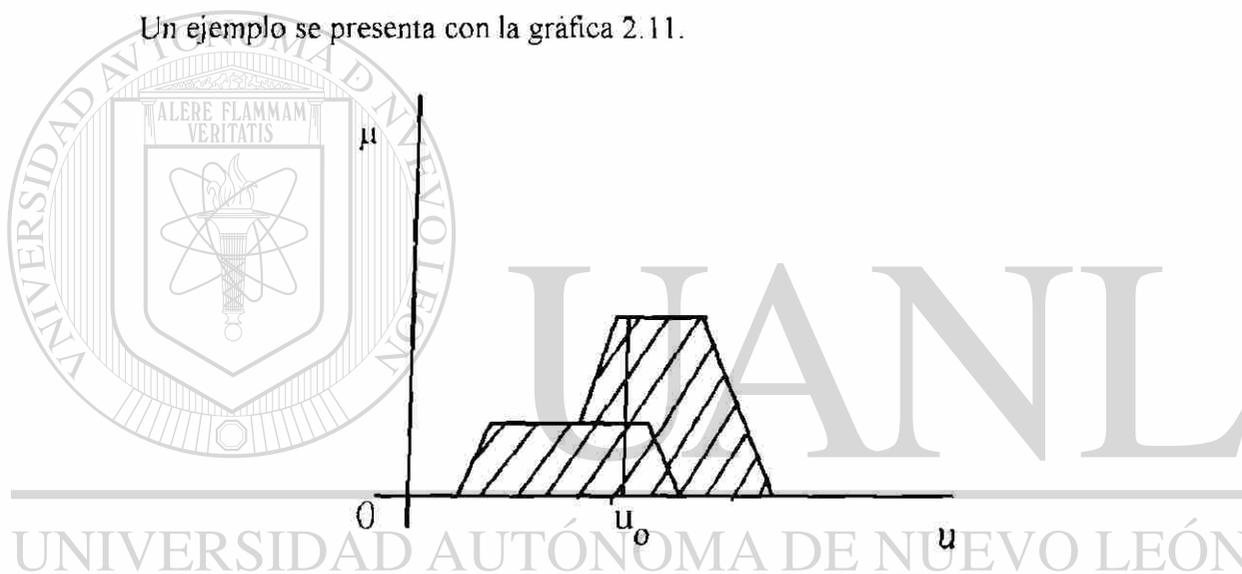


Fig. 2.11.- Método de desfusificación CDA

d) Método del centro promediado (CPM)

Este método fue propuesto originalmente en [3]. La acción de control ( $u_0$ ) se calcula por:

$$u_0 = \frac{\sum_i \mu_i U_i}{\sum_i \mu_i} \quad (2.55)$$

donde:

$i$  –  $i$ -ésima regla aplicable

$\mu_i$  = es el valor verdadero del antecedente de la  $i$ -ésima regla

$U_i =$  el CDA si la  $i$ -ésima regla fuera la única aplicable

como ejemplo, se retoma el resultado de la figura 2.6 (c), que se presenta de nuevo en la figura 2.12.

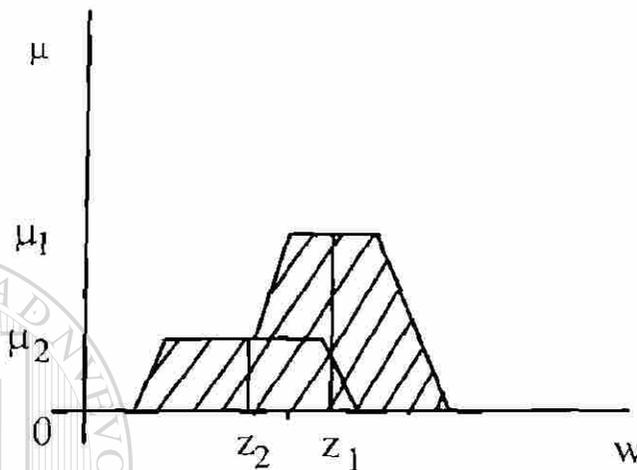


Fig. 2.12.- Método de desfusificación CPM

en este caso la acción de control está dada por:

$$u_0 = \frac{\mu_1 \cdot z_1 + \mu_2 \cdot z_2}{\mu_1 + \mu_2} \quad (2.56)$$

# Capítulo Tres

## REDES NEURONALES ARTIFICIALES DE BASE RADIAL Y SU EQUIVALENCIA CON EL CONTROLADOR NEURONAL DIFUSO

### 3.1 Introducción

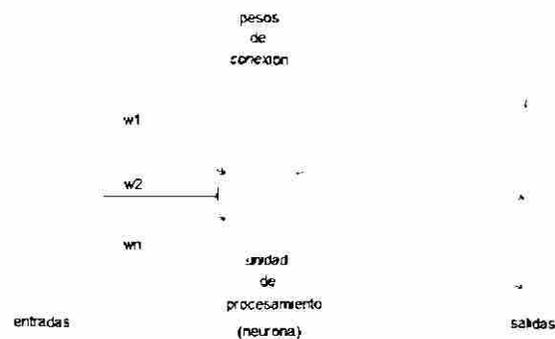
Las Redes Neuronales Artificiales (RNA) derivan su nombre de las redes neuronales biológicas. Aunque una gran parte de detalles es eliminada en estos modelos computacionales, las RNA proveen un modelo básico del comportamiento de las neuronas biológicas [9].

Los elementos básicos o unidades de procesamiento de información que constituyen las RNA se conocen como neuronas artificiales. Las neuronas normalmente operan en paralelo, están organizadas en capas y tienen conexiones de retroalimentación dentro de la misma capa y hacia las capas adyacentes. La intensidad o fuerza de esta unión está representada por un valor numérico llamado peso [10].

Su aplicación cubre una amplia gama de campos: robótica, control de procesos, aproximación de funciones, procesamiento de voz, procesamiento de imágenes, optimización, pronósticos financieros, etc [10].

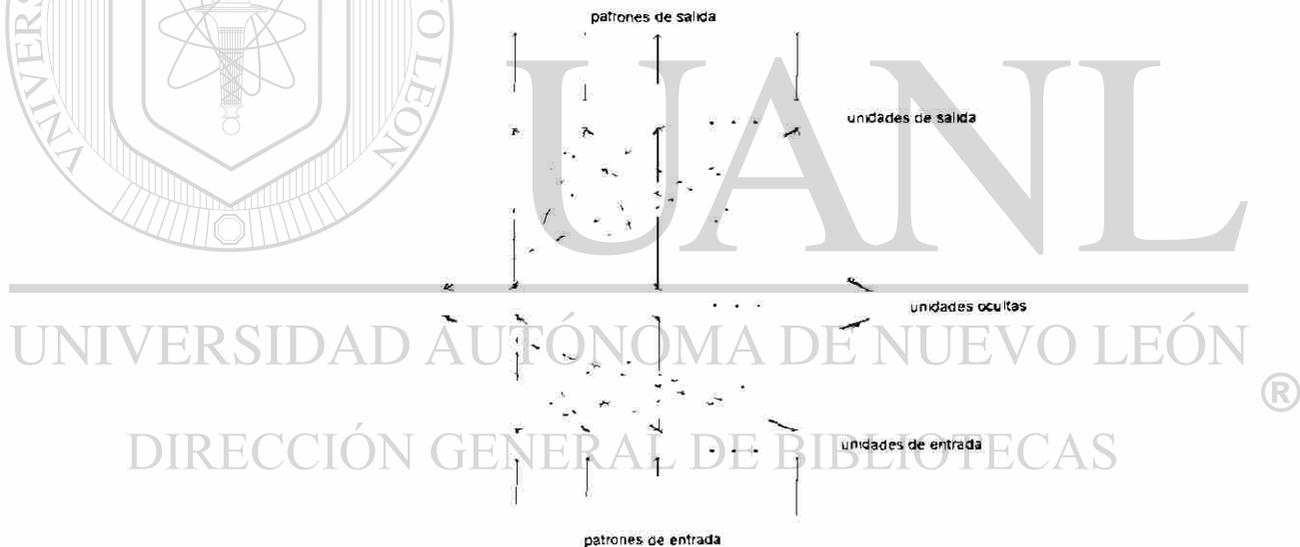
### 3.2 Estructura básica

La figura 3.1 representa una unidad típica de procesamiento de una red neuronal artificial [10]. Las entradas múltiples a la unidad de procesamiento conocida como neurona llegan desde otras unidades, y se conectan a ésta por pesos de conexión, denominados  $w_1, w_2, \dots, w_n$ . La unidad de procesamiento suma las entradas y usa una función de activación no lineal ( $f$ ) para calcular el valor de salida, que es enviado por las conexiones de salida a otras unidades.



**Fig. 3.1.-** Unidad de procesamiento esquemática de una red neuronal artificial

Las redes neuronales artificiales están constituidas por la interconexión múltiple de capas de neuronas. La red neuronal mostrada en la figura 3.2 tiene tres capas: una capa de unidades de entrada, una capa intermedia (oculta) y la capa de salida. Una red neuronal puede contar con más de una capa oculta.



**Fig.3.2.-** Una red neuronal artificial con tres capas interconectadas totalmente.

Algunas aplicaciones de redes neuronales tienen pesos de interconexión fijos; estas redes operan cambiando el nivel de activación de las neuronas sin cambiar los pesos. La mayoría de las redes, sin embargo, son sometidas a un proceso de entrenamiento durante el cual los pesos de la red son ajustados. El entrenamiento puede ser *supervisado*: se le presentan a la red respuestas correspondientes a cada patrón de entrada y la red ajusta sus pesos para reproducir estas respuestas. En algunas arquitecturas, el entrenamiento es *sin supervisión* (la red ajusta

sus pesos en respuesta a los patrones de entrada sin respuestas específicas). En aprendizaje sin supervisión, la red clasifica los patrones de entrada dentro de categorías de similitud.

Las Redes Neuronales no son programadas, aprenden con ejemplos. Típicamente, se les presenta un conjunto de entrenamiento del cual la red aprende. Estos ejemplos son conocidos como patrones de entrenamiento y se representan como vectores de entrada-salida. El escenario más común de entrenamiento utiliza aprendizaje supervisado, durante el cual se le presenta a la red un patrón de entrada-salida. La salida usualmente constituye la respuesta correcta, o la clasificación correcta para el patrón de entrada. En respuesta a estos ejemplos, la red neuronal ajusta los valores de sus pesos internos. Si el entrenamiento es exitoso, éstos son entonces ajustados de tal forma que la red puede producir las respuestas correctas correspondientes a cada patrón de entrada. Usualmente el conjunto de ejemplos de entrenamiento es presentado muchas veces para permitir a la red ajustar sus parámetros internos gradualmente.

Porque aprenden de ejemplos, las redes neuronales tiene el potencial de construir sistemas computacionales que no necesitan ser programados. Este es un enfoque radicalmente diferente de los métodos tradicionales de computación, los cuales involucran el desarrollo de programas específicos. En un programa tradicional cada paso que la computadora ejecuta es especificado previamente por el programador, un proceso que toma tiempo y recursos humanos. La red neuronal, en contraste, aprende con ejemplos, y determina las salidas correspondientes para cada entrada.

### 3.3 Redes Neuronales de Función Base Radial (RFBR)

Por su estructura simple, su base teórica bien establecida y su velocidad de aprendizaje [11], recientemente, las Redes Neuronales de Funcion Base Radial (RFBR) han generado un interés creciente; se han aplicado en campos tan diversos como reconocimiento de patrones, procesamiento de señales, modelado de sistemas, y también en el área de control automático. La rápida velocidad de aprendizaje es un factor crucial para aplicaciones en tiempo real. Este tipo de redes neuronales no se basan en aspectos biológicos, sino que están relacionados con la aproximación de funciones.

En la figura 3.3 se presenta la estructura básica de una RFBR, La red está formada solamente por una capa oculta, similar a la estructura básica del perceptrón [11]. Las

conexiones de entrada a la capa oculta no tienen pesos, cada nodo oculto (neurona) recibe todos los valores de entrada inalterados. Los nodos ocultos son unidades de procesamiento que implementan una función base radial. Además, las funciones de activación son por lo general no monotónicas, en contraste con la función sigmoideal monotónica del perceptrón. Al igual que el perceptrón, las unidades de salida efectúan una sumatoria de sus entradas. Cada valor de salida de las funciones de activación es multiplicado por su respectivo peso.

Una función base radial es una función multidimensional que depende de la distancia entre el vector de entrada  $x$  y el centro  $c$  previamente especificado; esta distancia está dada por:

$$d = \|x - c\|_2^1 \quad (3.1)$$

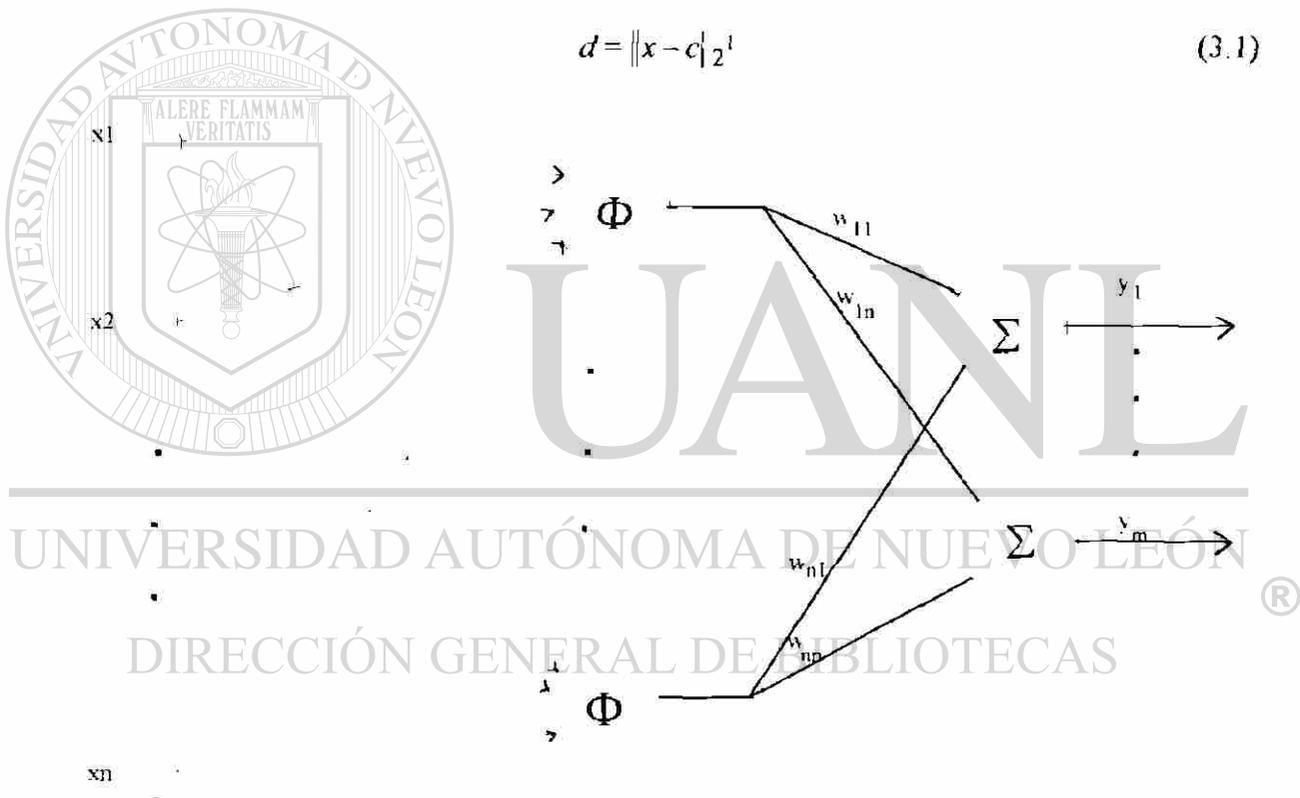


Fig. 3.3.- Red Neuronal con Funciones Base Radial

<sup>1</sup>  $\|x - c\|_2$  denota la norma euclidiana del vector

Existen varios tipos de funciones base radial [11], como:

$$\begin{aligned}
 \Phi(d) &= d, \text{ aproximaciones lineales a tramos} \\
 \Phi(d) &= d^3, \text{ aproximación cúbica} \\
 \Phi(d) &= \exp(-d^2 / \sigma^2), \text{ función Gaussiana} \\
 \Phi(d) &= (d^2 / \sigma^2)^{1/2}, \text{ función multicuadrática} \\
 \Phi(d) &= (d^2 / \sigma^2)^{-1/2}, \text{ función multicuadrática inversa}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

donde  $\sigma$  es un coeficiente real llamado el ancho o *parámetro de escala*.

De todas las funciones descritas anteriormente, la más usada y la más popular es la función Gaussiana, la cual alcanza su valor máximo en el centro ( $c$ ) y decrece monotónicamente cuando la distancia al centro se incrementa.

Una característica básica concerniente a una red neuronal con función base radial de una capa oculta, es que ésta puede aproximar una función no lineal específica razonablemente bien, combinando un conjunto de funciones base. Uno de los métodos más simples para la aproximación de una función no lineal es representarla por una combinación lineal de las funciones base no lineales fijas  $\{\varphi_i(x)\}$ , por ejemplo:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n w_i \varphi_i(x) \tag{3.3}$$

La RFBR puede ser entrenada de muchas maneras. Por un lado todos los parámetros de la red pueden ser determinados usando el mecanismo de actualización de pesos conocido como descenso acelerado; esto si se tiene preespecificado el número de unidades ocultas. Por otro lado, fijando los parámetros en las funciones base, basándose en el conocimiento de los datos de entrada, solamente es necesario ajustar los pesos de salida; los cuales se presentan en forma lineal y por lo tanto son fáciles de ajustar con algoritmos bien conocidos como el de mínimos cuadrados.

### 3.4 Descripción del Algoritmo de Control Difuso Simplificado (ACDS)

Como se mencionó en el capítulo dos, los componentes más importantes del Controlador Lógico Difuso (CLD) son la interface de difusificación, la interface de desdifusificación, la base de conocimiento y la máquina de inferencia. Esta última comprende tres partes: cálculo de los grados de correspondencia entre las entradas difusas con respecto a parte **si** de cada regla, determinación de las reglas a activarse, y evaluación de la parte **entonces** de las reglas activadas. Para poder derivar el algoritmo que a continuación se describe, hay que determinar una transformación no difusa entrada/salida del CLD. El Algoritmo de Control Difuso Simplificado (ACDS) consiste de solamente dos componentes principales: correspondencia de patrones y promedio pesado. Con esto se eliminan la interface de difusificación y la de desdifusificación [12].

Para describir el funcionamiento de este algoritmo se supone que el proceso a controlar es multivariable ( $n$  entradas y  $m$  salidas). La entrada del Controlador Difuso está compuesta de  $n$  variables numéricas denotadas por  $u_i$ , las cuales pueden ser el error, la derivada del error, etc; a su vez la salida está compuesta por  $m$  variables numéricas denotadas por  $v_k$ . También se supone que existen  $P$  reglas, cada una de las cuales tiene la forma:

$$\text{Regla } j: \text{ SI } \bar{U}_1 \text{ es } A_1^j \text{ y } \dots \text{ y } U_n \text{ es } A_n^j$$

$$\text{ENTONCES } V_1 \text{ es } B_1^j \text{ y } \dots \text{ y } \bar{V}_m \text{ es } B_m^j$$

donde: DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$\bar{U}_i$  y  $\bar{V}_k$  son variables lingüísticas correspondientes a las variables numéricas  $u_i$  y  $v_k$ .

$A_i^j$  y  $B_k^j$  son subconjuntos difusos representando algunos términos lingüísticos definidos en los universos de discurso  $U_i$  y  $V_k$

Sean  $A_i^j$  y  $B_k^j$  subconjuntos difusos con funciones de pertenencia definidas de tal manera que, cada uno de ellos esté caracterizado solamente por dos parámetros:  $M_{u,i}^j$  y  $\delta_{u,i}^j$ , para los conjuntos difusos de entrada, y  $M_{v,k}^j$  y  $\delta_{v,k}^j$  para los conjuntos difusos de salida.  $M_{u,i}^j$  y  $M_{v,k}^j$  son los elementos centrales del conjunto soporte de  $A_i^j$  y  $B_k^j$  respectivamente, así

como  $\delta_{u,i}^j$  y  $\delta_{v,k}^j$  son la mitad del ancho del conjunto soporte [12]. Entonces las reglas se pueden escribir de la siguiente forma:

$$\text{SI}(M_{u,1}^j, \delta_{u,1}^j) \text{Y} \dots (M_{u,n}^j, \delta_{u,n}^j) \\ \text{ENTONCES}(M_{v,1}^j, \delta_{v,1}^j) \text{Y} \dots (M_{v,m}^j, \delta_{v,m}^j).$$

A continuación se demuestra la equivalencia entre la estructura del Algoritmo de Control Difuso Simplificado (ACDS) y las Redes Neuronales de Función tipo Bases Radiales (RFBR).

Si se consideran funciones de pertenencia Gaussianas, se evalúa el antecedente de las reglas como el producto de los valores de las funciones de pertenencia correspondientes a los valores numéricos de entrada, y la desfusificación como (2.55), entonces la salida del controlador se expresa por [12]:

$$v_k = \frac{\sum_{j=1}^P s_j * M_{v,k}^j}{\sum_{j=1}^P s_j} \quad (3.4)$$

$$v = [v_1, v_2, v_k, \dots, v_m]^T, v_k \in \mathbb{R} \quad (3.5)$$

donde:

- $v_k$  = k-ésima componente del vector de salida del controlador
- $s_j$  = evaluación de la activación de la parte condicional de la j-ésima regla
- $M_{v,k}^j$  = valor medio de la función de pertenencia del subconjunto difuso, correspondiente a la k-ésima acción de control ( $v_k$ ), activado por la j-ésima regla
- P = número de reglas

La evaluación de la activación de la parte condicional de las reglas se calcula por:

$$s_j = \prod_{i=1}^n A_i^j(u_i) \quad (3.6)$$

$$u = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T, u_i \in I_i \quad (3.7)$$

donde:

$A_i^j$  = valor numérico de la i-ésima función de pertenencia, correspondiente a  $u_i$ ,

de la parte condicional de la j-ésima regla

$u_i$  = i-ésimo componente del vector de entrada al controlador

El valor numérico de la función de pertenencia está dado por :

$$A_i^j = \exp \left( \frac{-|M_{u,i}^j - u_i|^2}{\delta_i^2} \right) \quad (3.8)$$

donde:

$M_{u,i}^j$  = valor medio de la función de pertenencia del subconjunto difuso correspondiente a la i-ésima entrada de control ( $u_i$ ), que activa a la j-ésima regla

$\delta_i$  = radio de la función de pertenencia  $A_i^j$ . El soporte es igual a  $5 \delta_i$

Finalmente la acción de control se expresa por:

$$v_k = \frac{\sum_{j=1}^p M_{v,k}^j * \prod_{i=1}^n A_i^j(u_i)}{\sum_{j=1}^p \prod_{i=1}^n A_i^j(u_i)} \quad (3.9)$$

### 3.5 Demostración de la Equivalencia entre el ACDS y RFBR

Sea la Red Neuronal de Base Radial Normalizada [12], a la cual se le aplica el mismo vector de entrada  $u$ :

$$\hat{g}_k(u) = \frac{\sum_{j=1}^N \pi_k^j \cdot \phi^j(\|u - w^j\|)}{\sum_{j=1}^N \phi^j(\|u - w^j\|)} \quad (3.10)$$

$$w^j = [w_1^j, w_2^j, w_i, \dots, w_n^j]^T, w_i \in \mathbb{R} \quad (3.11)$$

donde:

$\hat{g}_k$  = k-ésima salida de la red neuronal

$N$  = número de neuronas

$w^j$  = centro de la j-ésima base radial

$\pi_k^j$  = pesos de salida de la red neuronal

$\phi^j$  = j-ésima neurona de tipo base radial

Seleccionando bases radiales Gaussianas, cada neurona se expresa por:

$$\phi^j(u) = \exp\left[-\frac{\|u - w^j\|^2}{(\sigma^j)^2}\right] \quad (3.12)$$

A continuación se establece la equivalencia mencionada

### Lema 1

El Algoritmo de Control Difuso Simplificado (ACDS) dado por la fórmula (3.9) y la Red Neuronal de Base Radial Gaussiana (RFBR) normalizada expresada como (3.10) y (3.12) son equivalentes.

### Prueba

Considerando:

$$M_{v,k} = \pi_k \quad (3.13)$$

$$\forall \delta_i = \sigma^j \quad (3.14)$$

$$P = N \quad (3.15)$$

$$M_{u,i}^j = w_i^j \quad (3.16)$$

Es suficiente con demostrar que:

$$\phi^j(\|u - w^j\|) = \prod_{i=1}^n A_i^j(u_i) \quad (3.17)$$

Desarrollando (3.12):

$$\phi^j(\|u - w^j\|) = \exp\left(\frac{-\|[u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n]^T \ [w_1^j, w_2^j, \dots, w_n^j]^T\|^2}{(\sigma^j)^2}\right) \quad (3.18)$$

Realizando la resta de los vectores se tiene:

$$= \exp\left(\frac{-\|[u_1 - w_1^j, u_2 - w_2^j, \dots, u_n - w_n^j]^T\|^2}{(\sigma^j)^2}\right) \quad (3.19)$$

Valiéndose de la propiedad de que el exponencial de una suma de elementos es igual al producto de los exponenciales de cada uno de ellos, entonces:

$$= \exp\left(\frac{|u_1 - w_1^j|^2}{(\sigma^j)^2}\right) * \exp\left(\frac{|u_2 - w_2^j|^2}{(\sigma^j)^2}\right) * \dots * \exp\left(\frac{|u_n - w_n^j|^2}{(\sigma^j)^2}\right) \quad (3.20)$$

Por último, sustituyendo las equivalencias (3.13), (3.14), (3.15) y (3.16) en (3.20) se obtiene:

$$= \exp\left(\frac{-|M_{u,1}^j - u_1|^2}{(\delta_i)^2}\right) * \exp\left(\frac{-|M_{u,2}^j - u_2|^2}{(\delta_i)^2}\right) * \dots * \exp\left(\frac{-|M_{u,n}^j - u_n|^2}{(\delta_i)^2}\right) \quad (3.21)$$

Con lo que se llega a la expresión (3.6)

$$= \prod_{i=1}^P A_i^j(u_i) \quad (3.22)$$

Esto concluye la demostración del lema.

□ □ □

Este lema establece la equivalencia entre las dos representaciones, permite el análisis del ACDS en términos de la RFBR. Es necesario aclarar que no se implica que la RFBR se utilice para aproximar el ACDS. En los análisis de estabilidad que se realizan en los capítulos subsecuentes no se hace uso de esta equivalencia.

Una vía alterna ya explorada en la literatura [13] es utilizar la equivalencia demostrada para implementar esquemas de Control Difuso Adaptable. En esta tesis no se considera esta capacidad.

Es importante también resaltar que los resultados de este capítulo permiten obtener una representación matemática estricta, para un Controlador Difuso basado en conocimiento heurístico expresado por reglas **si ... entonces**.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# Capítulo Cuatro

## ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR NEURONAL DIFUSO EN LAZO CERRADO CON SISTEMAS LINEALES

### 4.1 Planteamiento del Problema

En este capítulo se analiza la estabilidad de un Controlador Neuronal Difuso (CND) en lazo cerrado con un sistema lineal. El denominar al Controlador de esta forma se justifica por su equivalencia con una Red Neuronal de Función Base Radial (RFBR), demostrada en el capítulo anterior. El análisis de estabilidad se lleva a cabo utilizando el Teorema de Popov.

En la figura 4.1 se presenta el esquema en lazo cerrado a analizar.

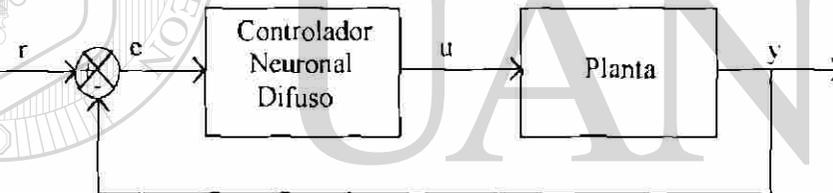


Fig. 4.1.- Diagrama de bloques de un Sistema de Control Neuronal Difuso

Se supone que la Planta en este análisis es lineal y monoentrada/monosalida (SISO). La ley de control está dada por:

$$\begin{aligned} e &= r - y \\ u &= \Phi(e) \\ y(s) &= g(s) u(s) \end{aligned} \quad (4.1)$$

donde:

$e$ : valor instantáneo del error del sistema

$r$ : valor instantáneo de la referencia

$y$ : valor instantáneo de la salida del sistema

$\Phi(e)$ : características funcionales del Controlador Neuronal Difuso

$g(s)$ : función de transferencia de la planta

La formulación analítica de la ley de control para el Controlador Neuronal Difuso (CND) se deriva teniendo en cuenta que en un instante cualquiera se activan sólo dos reglas simultáneamente. Esto se debe a la forma en que están distribuidos los subconjuntos difusos en todo el universo de discurso; pues solamente existe traslape entre subconjuntos difusos contiguos; por lo que para cualquier valor del universo solamente dos subconjuntos difusos son activados, como se observa en la figura 4.2.

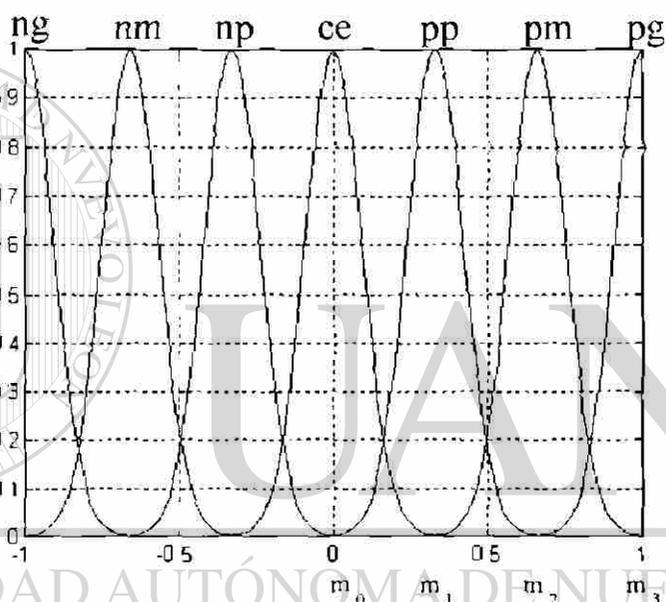


Fig. 4.2.- Distribución de los subconjuntos difusos en el universo de discurso

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Bajo estas condiciones el valor instantáneo de la acción de control (3.9) se expresa de la siguiente manera:

$$u = \Phi(e) = \frac{M_1 \cdot \exp\left(\frac{-(m_1 - e)^2}{\sigma^2}\right) + M_2 \cdot \exp\left(\frac{(m_2 - e)^2}{\sigma^2}\right)}{\exp\left(\frac{-(m_1 - e)^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{-(m_2 - e)^2}{\sigma^2}\right)} \quad (4.2)$$

donde:

- $m_1$  y  $m_2$  son los valores medios de la función de pertenencia de los subconjuntos difusos de entrada, que activan a la primera y segunda regla respectivamente
- $M_1$  y  $M_2$  son los valores medios de la función de pertenencia de los subconjuntos difusos correspondientes, definidos en el universo de discurso de salida
- $5\sigma$  es el soporte, en el universo de discurso de la función de pertenencia de los subconjuntos difusos

Una vez que el error queda fuera del soporte de un conjunto difuso, el valor de la función de pertenencia es igual a cero, por lo que el valor de la exponencial correspondiente se hace idénticamente igual a cero.

#### 4.2 La Condición Sector

Se dice que una función continua  $\Phi$  pertenece al sector  $[k_1, k_2]$ , si existen dos números no negativos  $k_1$  y  $k_2$  tales que:

$$y \neq 0 \Rightarrow k_1 \leq \frac{\Phi(y)}{y} \leq k_2 \quad (4.3)$$

Esta condición geoméricamente implica que la función no lineal está siempre comprendida entre las dos líneas rectas  $k_1 y$  y  $k_2 y$ , como se puede ver en la figura 4.3. La ecuación (4.3) implica:

$$\bullet \quad y\Phi(y) \geq 0 \quad (4.4)$$

Lo que significa que la gráfica de  $\Phi(y)$  pertenece siempre al primer o al tercer cuadrante.

Si  $k_1 = 0$  entonces:

$$0 \leq \frac{\Phi(y)}{y} \leq k \quad (4.5)$$

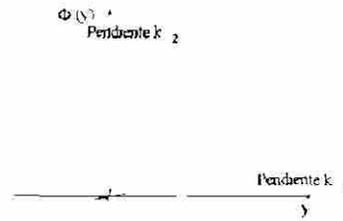


Fig. 4.3.- La condición sector (4.2)

### 4.3 Sectoricidad de $\Phi(e)$

En esta sección se demuestra que  $\Phi(e)$  cumple con la condición sector. En la figura 4.4 se representa la evolución de  $\Phi(e)$  para variaciones de  $e$ . Esta figura corresponde a universos de discursos de entrada/salida normalizados en el intervalo  $[-1, 1]$ . Esto no es restrictivo pues para intervalos no normalizados solo cambian las escalas de la figura, pero no su forma.

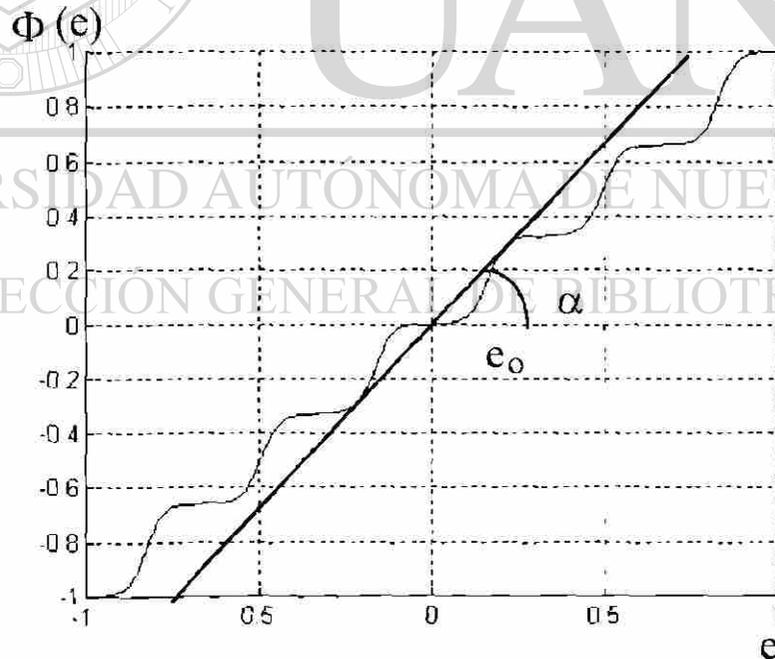


Fig. 4.4.- Característica del CND entrada-salida

Como se observa en la figura 4.4, el ángulo  $\alpha$  define una condición sector  $[0, k]$ . Para conocer explícitamente  $k$ , la condición es que la derivada de la función  $(\Phi(e))$  sea igual a la tangente de  $\alpha$ .

$$\frac{d\Phi(e)}{de} = \frac{\Phi(e)}{e} \quad (4.6)$$

Integrando ambas partes se obtiene:

$$\int \frac{d\Phi(e)}{\Phi(e)} = \int \frac{de}{e} \quad (4.7)$$

$$\ln(\Phi(e)) = \ln(e) + \ln(k) = \ln(ke) \quad (4.8)$$

$$\Phi(e) = ke \quad (4.9)$$

Por lo que, el valor de  $k$  está dado por:

$$\frac{\Phi(e)}{e} = k \quad (4.10)$$

$$\left. \frac{\Phi(e)}{e} \right|_{e=e_0} = k = \tan(\alpha) \quad (4.11)$$

Para determinar explícitamente el valor de  $e_0$  se procede como sigue:

$$\left. \frac{d\Phi(e)}{de} \right|_{e=e_0} = \tan(\alpha) = \left. \frac{\Phi(e)}{e} \right|_{e=e_0} \quad (4.12)$$

$$\frac{2 * (M_1 m_1 + M_2 m_2 - M_1 m_2 - M_2 m_1) * \exp\left(\frac{-(m_1 - e_0)^2}{\sigma^2}\right) * \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right)}{\sigma^2 * \left( \exp\left(\frac{-(m_1 - e_0)^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right) \right)^2}$$

$$\frac{M_1 * \exp\left(\frac{(m_1 - e_0)^2}{\sigma^2}\right) + M_2 * \exp\left(\frac{(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right)}{\exp\left(\frac{-(m_1 - e_0)^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right)} e_0 \quad (4.13)$$

El mayor valor de  $\alpha$  se obtiene cuando los subconjuntos difusos activados corresponden al centrado en cero y al inmediatamente subsecuente como se puede ver en las figuras 4.2 y 4.4. En este caso  $m_1$  y  $M_1$  son iguales a cero, entonces la igualdad anterior queda de la siguiente manera:

$$\frac{2 M_2 m_2 \exp\left(\frac{-(-e_0)^2}{\sigma^2}\right) * \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right)}{\sigma^2 * \left(\exp\left(\frac{-(-e_0)^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right)\right)^2} = \frac{M_2 \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right)}{e_0 \left(\exp\left(\frac{-(-e_0)^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right)\right)} \quad (4.14)$$

Multiplicando los dos términos de la igualdad por :

$$\exp\left(\frac{-(-e_0)^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right) \quad (4.15)$$

Se obtiene:

$$\frac{2 M_2 m_2 \exp\left(\frac{-(-e_0)^2}{\sigma^2}\right) * \exp\left(\frac{(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right)}{\sigma^2 * \left(\exp\left(\frac{-(-e_0)^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right)\right)} = \frac{M_2 \exp\left(\frac{(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right)}{e_0} \quad (4.16)$$

Dividiendo ambas partes por

$$M_2 \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right) \quad (4.17)$$

resulta:

$$\frac{2 m_2 \exp\left(\frac{-(-e_0)^2}{\sigma^2}\right)}{\sigma^2 * \left( \exp\left(\frac{-(-e_0)^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right) \right)} = \frac{1}{e_0} \quad (4.18)$$

Despejando  $e_0$  de la ecuación anterior:

$$e_0 = \frac{\sigma^2 * \left( \exp\left(\frac{-(-e_0)^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right) \right)}{2 m_2 \exp\left(\frac{-(-e_0)^2}{\sigma^2}\right)} \quad (4.19)$$

y realizando la división correspondiente se tiene:

$$e_0 = \frac{\sigma^2}{2 m_2} \left( 1 + \exp\left(\frac{-(m_2 - e_0)^2}{\sigma^2}\right) \exp\left(\frac{e_0^2}{\sigma^2}\right) \right) \quad (4.20)$$

Utilizando las propiedades de los exponenciales entonces

$$e_0 = \frac{\sigma^2}{2 m_2} \left( 1 + \exp\left(\frac{-m_2^2 + 2 m_2 e_0}{\sigma^2}\right) \right) \quad (4.21)$$

Despejando el exponencial queda finalmente:

$$\frac{2 e_0 m_2 - \sigma^2}{\sigma^2} = \exp\left(\frac{2 m_2 e_0 - m_2^2}{\sigma^2}\right) \quad (4.22)$$

Con esta ecuación resultante es posible calcular explícitamente el valor de  $e_0$ , desafortunadamente no es posible resolverla analíticamente, por lo que es necesario utilizar un método gráfico para calcularlo.

#### 4.4 Teorema de Popov

Si el siguiente sistema [14]:

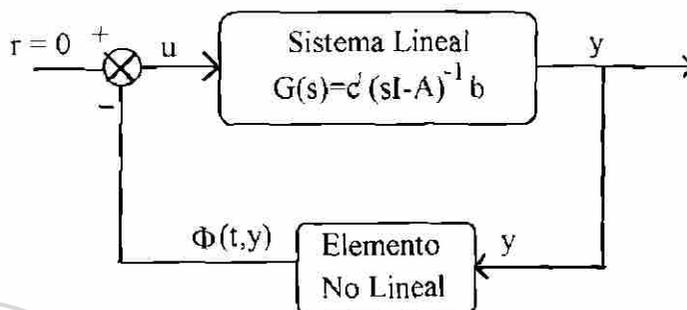


Fig. 4.5.- Sistema retroalimentado

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bu \\ y &= c^T x \\ u &= -\Phi(y) \end{aligned} \quad (4.23)$$

satisface las condiciones:

- la matriz  $A$  es Hurwitz (tiene todos sus valores propios estrictamente en el lado izquierdo del plano  $s$ ), el par  $(A, b)$  es controlable y el par  $(A, c)$  es observable.
- la no linealidad  $\Phi$  pertenece al sector  $[0, k]$
- existe un número estrictamente positivo  $\alpha$  tal que

$$\forall \omega \geq 0 \quad \operatorname{Re}[(1 + j\alpha\omega)G(j\omega)] + \frac{1}{k} > \varepsilon \quad (4.24)$$

para un  $\varepsilon > 0$  arbitrariamente pequeño, entonces el sistema es *asintóticamente globalmente estable*.

#### 4.5 Demostración de Estabilidad

En esta sección se establece un lema, basado en el *Teorema de Popov* [14], acerca de la estabilidad asintótica global de sistemas lineales en lazo cerrado con el Controlador Neuronal Difuso.

*Lema 4.1.-* Si un sistema lineal monoentrada-monosalida, en lazo cerrado con el Controlador Neuronal Difuso descrito por (4.2), cumple con las siguientes condiciones:

- la matriz A es Hurwitz (tiene todos sus valores propios estrictamente en el lado izquierdo del plano s), el par (A,b) es controlable y el par (A,c) es observable.
- existe un número estrictamente positivo  $\alpha$  tal que:

$$\forall \omega \geq 0 \quad \operatorname{Re}[(1 + j\alpha\omega)G(j\omega)] + \frac{1}{k} \geq \varepsilon \quad (4.25)$$

entonces el sistema es *asintóticamente globalmente estable*.

*Prueba:*

Para probar este lema es suficiente con aplicar directamente el Teorema de Popov ya que, como se demostró anteriormente, el Controlador Neuronal Difuso cumple con la condición sector  $[0,k]$ . □□□

#### 4.6 Aplicaciones

En esta sección se presenta la aplicación del Control Neuronal Difuso a dos sistemas:

- Un sistema lineal de tercer orden.
- El sistema de la "bola y la barra" linealizado.

##### 4.6.1 Sistema de Tercer Orden controlado por un Controlador Neuronal Difuso

Se supone un sistema de tercer orden con la función de transferencia siguiente

$$G(s) = \frac{m}{(s+a)(s+b)(s+c)} \quad (4.26)$$

donde:

a-1

1020091151

$$b=2$$

$$c=3$$

$$m=a*b*c*50$$

La representación de estado asociada es.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & 6 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0] x$$

Este sistema es asintóticamente estable y controlable.

Descomponiendo la función de transferencia en la parte real más la parte imaginaria:

$$G(j\omega) = G_1(\omega) + jG_2(\omega) \quad (4.27)$$

entonces (4.26) puede ser desarrollada como sigue:

$$\operatorname{Re}[(1 + j\alpha\omega)(G_1(\omega) + jG_2(\omega))] + \frac{1}{k} \geq \varepsilon \quad (4.28)$$

Calculando el producto:

$$\operatorname{Re}[G_1(\omega) + jG_2(\omega) + j\alpha\omega G_1(\omega) - \alpha\omega G_2(\omega)] + \frac{1}{k} \geq \varepsilon \quad (4.29)$$

se llega finalmente a:

$$G_1(\omega) - \alpha\omega G_2(\omega) + \frac{1}{k} > \varepsilon \quad (4.30)$$

Para el caso particular que se está analizando, se obtiene:

$$G_1(\omega) = \frac{m(-a\omega^2 - b\omega^2 - c\omega^2 + abc)}{(-a\omega^2 - b\omega^2 - c\omega^2 + abc)^2 + (\omega^3 + ab\omega + ac\omega + bc\omega)^2} \quad (4.31)$$

y

$$G_2(\omega) = \frac{-m(-\omega^3 + ab\omega + ac\omega + bc\omega)}{(-a\omega^2 - b\omega^2 - c\omega^2 + abc)^2 + (-\omega^3 + ab\omega + ac\omega + bc\omega)^2} \quad (4.32)$$

De la descomposición de  $G(j\omega)$  se construye una *función de transferencia asociada*  $W(j\omega)$ , con la misma parte real ( $G_1(j\omega)$ ), pero con una parte imaginaria igual a  $\omega G_2(j\omega)$ .

La ecuación (4.30) implica que el sistema en lazo cerrado es *globalmente asintóticamente estable* si, en el plano complejo, la gráfica polar de  $W(j\omega)$  está por debajo de la línea  $x - \alpha y + (1/k) = 0$ . En la figura 4.6 se puede observar que la gráfica polar de  $W(j\omega)$  efectivamente está por debajo de la línea mencionada anteriormente para una  $k$  adecuada. Esta figura es llamada *Diagrama de Popov*. El sistema cumple con todas las condiciones del teorema de Popov, por lo que es global asintóticamente estable.

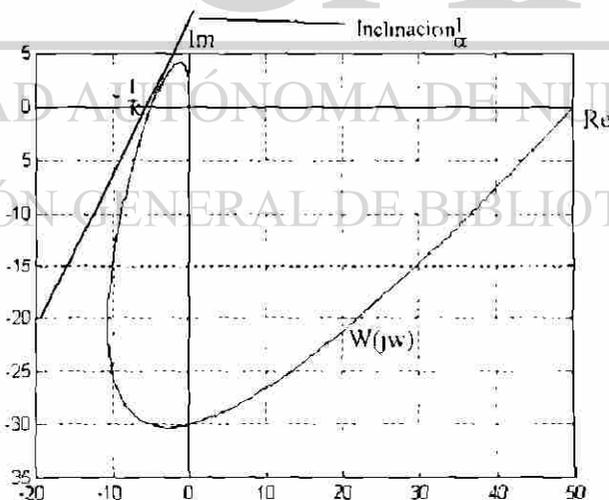


Fig. 4.6.- Diagrama de Popov de un sistema de tercer orden

Se realizó una simulación con el sistema de tercer orden mencionado anteriormente y un Controlador Neuronal Difuso de siete reglas, con una distribución de los subconjuntos difusos

como se muestra en la figura 4.2. Esta simulación se compara con otra, en lazo abierto. En ambas simulaciones la condición inicial fue:  $x_1(0) = 1$ .

Los resultados de estas simulaciones están representadas en la figura 4.7.

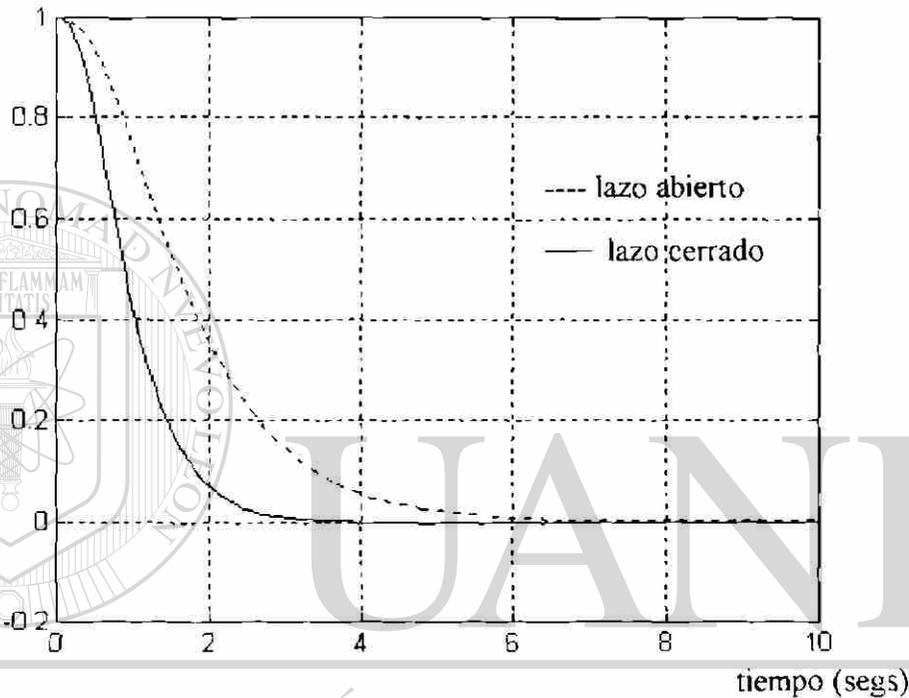
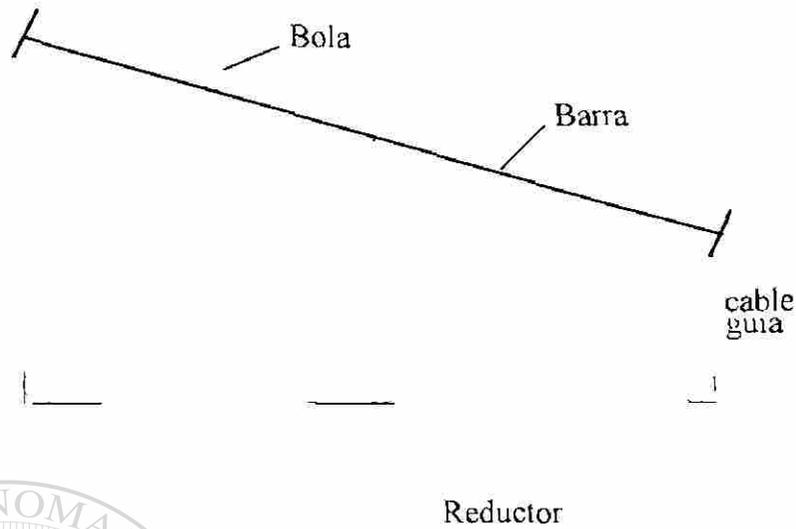


Fig.4.7.- Sistema de Tercer Orden en lazo abierto y lazo cerrado

#### 4.6.2.- La Bola y la Barra

La otra aplicación que se analiza en este capítulo es un sistema de cuarto orden correspondiente a la linealización de la "la bola y la barra", tomado de [15]. Este sistema no cumple con las condiciones del *Teorema de Popov*, ya que no tiene todos sus valores propios estrictamente en el lado izquierdo del plano  $s$ . No fue posible controlar este proceso con un CND que utilice solamente el error, por lo que fue necesario utilizar uno con dos entradas: el error y su derivada. Los conjuntos difusos de las entradas y de la salida tienen la misma distribución que en el caso anterior

En la figura 4.8 se presenta un esquema del sistema



Acción de control

Fig. 4.8.- Esquema de la bola y la barra

El modelo linealizado correspondiente es el siguiente.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/T_0 & KGc3/T_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a'/T \end{bmatrix} u \quad (4.33)$$

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0]x$$

donde:

- $x_1$ : posición de la bola (mts)
- $x_2$ : velocidad de la bola (mts/seg)
- $x_3$ : posición angular de la barra (rads)
- $x_4$ : velocidad angular de la barra (rads/seg)
- $a'$ :  $a/(n \ m)$
- $a$ : velocidad angular por voltaje de entrada (= 19 rad/s/volts )
- $n$ : razón de reducción de engranes (= 64 )
- $m$ : razón de reducción de poleas (= 15 )
- $T$ : constante de tiempo del motor (= 0.022 s )

- $T_0$ : constante de tiempo de la bola y la barra ( $=1.73s$ )  
 $K$ :  $mg/f$   
 $m$ : peso de la bola ( $= 0.23 \text{ kg}$ )  
 $g$ : aceleración de gravedad ( $= 9.81 \text{ m/s}^2$ )  
 $f$ : coeficiente de fricción. ( $= 0.24 \text{ kg/s}$ )  
 $y$ : posición de la bola (m)  
 $u$ : voltaje del motor (volts)  
 $Gc3$ : ganancia del sensor de velocidad ( $-1.14$ )

El esquema de control, que se utilizó en el ambiente computacional "Simulink", está representado en la figura 4.9; en donde se puede apreciar que las dos variables de entrada al CND son el error y la derivada del error y la salida es el voltaje de control que se le aplica al motor de CD

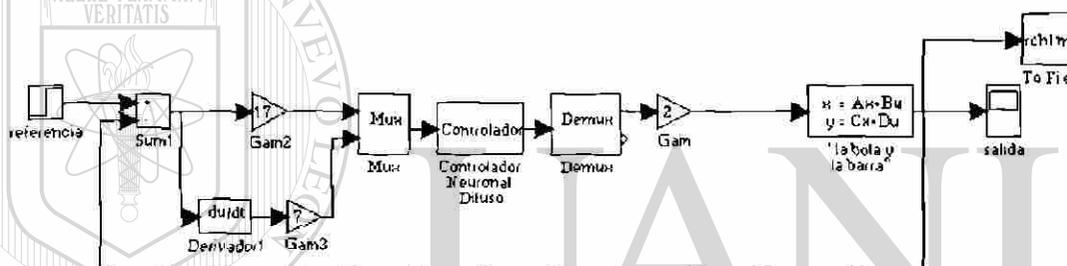
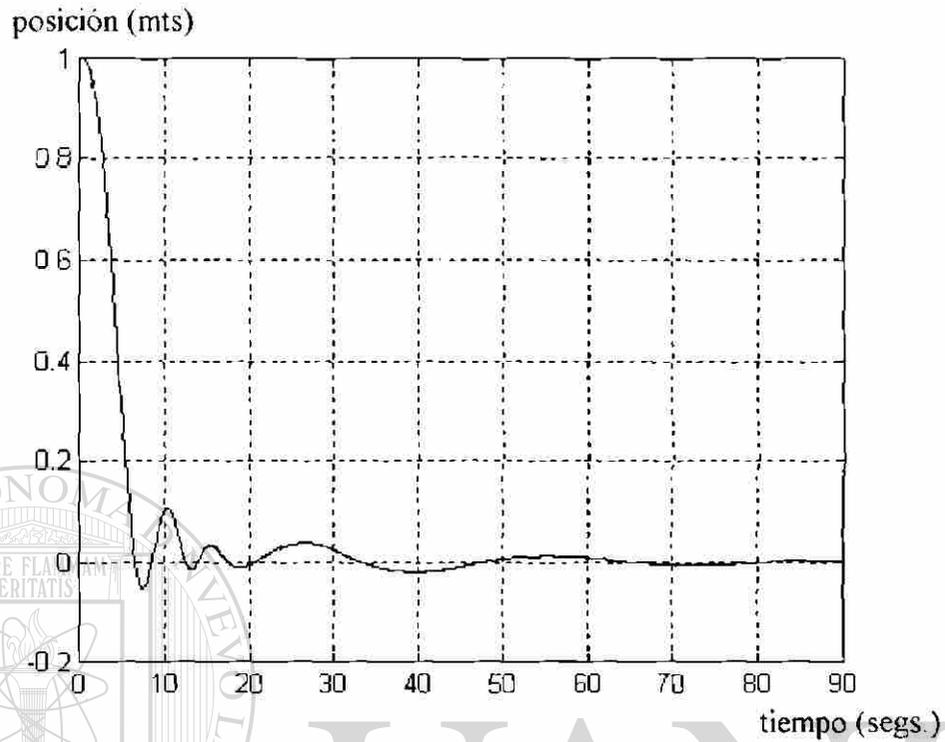


Fig. 4.9.- Sistema de control de la bola y la barra con un CND de dos variables

Utilizando los parámetros anteriores y el esquema de control representado en la figura 4.9, se obtiene un resultado bastante favorable. Como se puede ver en la figura 4.10 la salida de la planta, que en este caso es la posición de la bola en la barra, tiende asintóticamente a cero, o sea, al centro de la barra.

La estructura específica de los Controladores Neuronales Difusos (CND) se presenta en el anexo 1.



**Fig. 4.10.-** La bola y la barra en lazo cerrado con un CND de dos variables

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# Capítulo Cinco

## ANÁLISIS DE ESTABILIDAD Y APLICACIONES EN SISTEMAS NO LINEALES

### 5.1 Introducción

El análisis de estabilidad que se realiza en este capítulo utiliza la representación *entrada-salida*, los conceptos de los espacios  $L_p$  y de *pasividad*<sup>1</sup>. Se establece un teorema que garantiza estabilidad  $L_2$  para sistemas no lineales en lazo cerrado con el Controlador Neuronal Difuso. Además se presentan aplicaciones al control de la velocidad angular en el penduleo de un Generador Síncrono conectado a un "bus" Infinito, al control de posición de un Robot de un grado de libertad, al control de posición de un Robot de dos grados de libertad, y por último, al control de velocidad de un Motor de Inducción de Corriente Alterna (C.A.) trifásico.

### 5.2 Espacios $L_p$ y sus extensiones.

La integración que comúnmente se utiliza en *cálculo* es la integración de Riemann. Existen muchas funciones que no son integrables en este sentido, es necesario un concepto más general de *integración*. Por lo que surge la motivación para el uso de espacios  $L_p$ , basados en la integral de Lebesgue, cuya discusión está más allá del alcance de esta tesis. Solo se mencionan algunos conceptos necesarios para el análisis por pasividad de sistemas no lineales; éstos son:

- La función  $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  es *medible* si y solamente si  $f(\cdot)$  es el límite de una secuencia de funciones continuas a tramos
- $\forall p \in [1, \infty)$ , el conjunto  $L_p[0, \infty) - L_p$  consiste de todas las funciones medibles:

<sup>1</sup>Los conceptos básicos sobre espacios  $L_p$  y pasividad presentados en este capítulo fueron tomados de [16]

$$f(\cdot): \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R} \text{ tales que } \int_0^{\infty} |f(t)|^p dt < \infty \quad (5.1)$$

- Para  $p \in [1, \infty)$ , la función norma  $\|\cdot\|_p: L_p \rightarrow \mathbb{R}_+$  está definida por:

$$\|f(\cdot)\|_p = \left[ \int_0^{\infty} |f(t)|^p dt \right]^{1/p} \quad (5.2)$$

De la definición anterior, si se hace  $p = 2$  se tiene lo siguiente:

$$\|f(\cdot)\|_2 = \left[ \int_0^{\infty} |f(t)|^2 dt \right]^{1/2} = \left( \int_0^{\infty} f(t)f(t) dt \right)^{1/2} \quad (5.3)$$

Estando definido el producto interior de funciones como:

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^{\infty} f(t)g(t) dt \quad (5.4)$$

para  $p=2$ , éste induce la norma:

$$\sqrt{\langle f(t), f(t) \rangle} = \|f(\cdot)\|_2 \quad (5.5)$$

- Supóngase  $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ . Entonces  $\forall T \in \mathbb{R}_+$ , la función  $f_T: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  está definida como:

$$f_T(t) = \begin{cases} f(t), & 0 \leq t < T \\ 0, & T < t \end{cases} \quad (5.6)$$

- El conjunto  $L_{pe}$  consiste de todas las funciones medibles  $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  con la propiedad de que  $f_T \in L_p$  para todo  $T$  finito, y es llamado el espacio  $L_p$  extendido ( $L_{pe}$ )
- Sea  $R$  una relación binaria (a cada  $x$  asocia una  $y$ ) en  $L_{pe}$ , entonces  $R$  es  $L_p$  estable si

$$(x, y) \in R, x \in L_p \Rightarrow y \in L_p \quad (5.7)$$

- $R$  es  $L_p$  estable con ganancia finita y sin *bias*, si ésta es  $L_p$  estable, y además  $\exists$  una constante finita  $k$  tal que:

$$(x, y) \in R, x \in L_p \Rightarrow \|y\|_p \leq k \|x\|_p \quad (5.8)$$

### 5.3 Conceptos Básicos de Pasividad.

En esta sección se establecen algunos conceptos básicos relacionados con pasividad.

- Un operador continuo  $G: L_{2c} \rightarrow L_{2c}$  es pasivo si:

$$\int_0^T x(t)G(x(t))dt \geq 0 \quad \forall T \geq 0 \quad \forall x \in L_{2c} \quad (5.9)$$

- Un operador continuo  $G: L_{2c} \rightarrow L_{2c}$  es estrictamente pasivo si  $\exists \varepsilon > 0$  tal que:

$$\int_0^T x(t)G(x(t))dt > \varepsilon \int_0^T x(t)x(t)dt \quad \forall T \geq 0 \quad \forall x \in L_{2c} \quad (5.10)$$

### 5.4 Propiedades del Controlador Neuronal Difuso

El Controlador Neuronal Difuso cumple con algunas de las propiedades mencionadas, lo que permite establecer bases para formalizar la demostración de estabilidad  $L_2$  de sistemas no lineales controlados en lazo cerrado con el CND. Estas propiedades son:

- El Controlador Neuronal Difuso es un operador continuo que mapea de un espacio  $L_{2c}$  a un espacio  $L_{2c}$ . En efecto, utilizando la ecuación (4.2) se puede constatar que para una entrada  $L_{2c}$  la salida del CND será  $L_{2c}$ , por las propiedades de las funciones Gaussianas. Por la misma razón esta propiedad puede ser extendida al CND multientrada, multisalida (ecuación 3.9), en cuyo caso el mapeo será  $L_{2c}^p \rightarrow L_{2c}^q$ , donde  $p, q$  son las dimensiones del vector de entrada y del vector de salida respectivamente.

- Es  $L_2$  estable con ganancia finita sin *bias*. Como se vio en la sección 4.3, el *CND* cumple con la condición sector; por lo tanto de la desigualdad (5.8), se establece que existe una  $k$  finita tal que:

$$\int_0^{\infty} f^2(y) dt \leq k \int_0^{\infty} y^2 dt \quad (5.11)$$

donde:

$f$ .- representa la característica funcional del *CND*

$y$ .- representa la variable de entrada al *CND*

- Es estrictamente pasivo, ya que tomando en cuenta (5.10) existe un  $\varepsilon > 0$  tal que:

$$\int_0^T yf(y) dt \geq \varepsilon \int_0^T y^2 dt \quad (5.12)$$

en efecto para el *CND* se cumple  $yf(y) \geq 0$ , entonces siempre es posible encontrar  $\varepsilon > 0$  tal que:

$$\varepsilon < \frac{\int_0^T yf(y) dt}{\int_0^T y^2 dt} \quad (5.13)$$

## 5.5 Análisis de Estabilidad

Antes de realizar este análisis se presenta el siguiente corolario tomado de [16].

*Corolario 5.1*.- El sistema retroalimentado representado en la figura 5.1

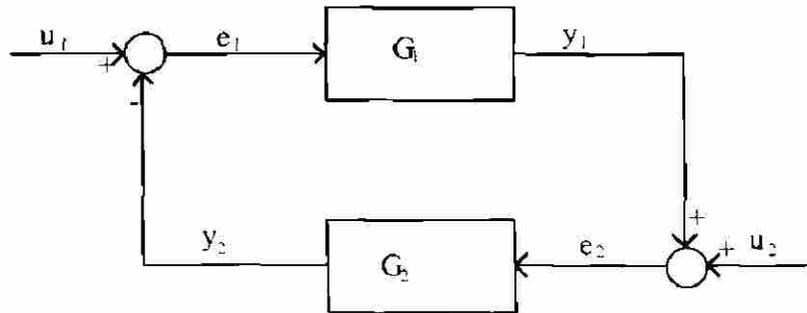


Fig. 5.1.- Sistema retroalimentado

es  $L_2$  estable sin "bias", si se cumple alguna de las siguientes condiciones:

- i)  $G_1$  es estrictamente pasivo y de ganancia finita y  $G_2$  es pasivo.
- ii)  $G_1$  es pasivo y  $G_2$  es estrictamente pasivo y de ganancia finita.

donde:

$$G_1: L_{2e} \rightarrow L_{2c}$$

$$G_2: L_{2c} \rightarrow L_{2e}$$

Con los conceptos expuestos anteriormente es posible establecer el siguiente teorema, que puede ser utilizado para analizar la estabilidad de sistemas no lineales controlados en lazo cerrado con el CND.

**Lema 5.1.-** Dado un sistema no lineal, si el operador que representa el mapeo entrada/salida es pasivo, entonces el lazo cerrado de este sistema con el CND propuesto (4.2) es  $L_2$  estable.

*prueba.-* En efecto, este lazo cerrado tiene la siguiente estructura:

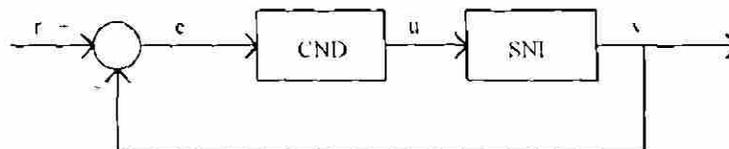


Fig. 5.2.- Sistema no lineal en lazo cerrado con un CND

la que puede ser representada como:

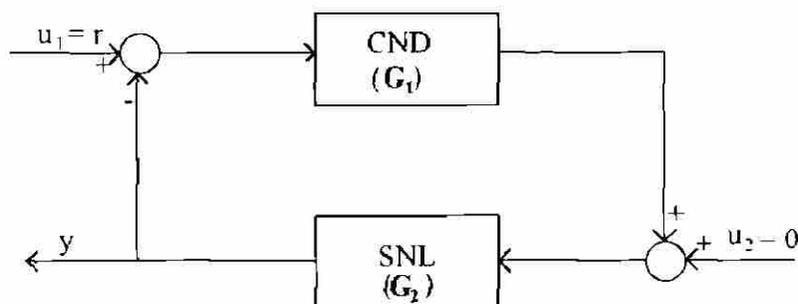


Fig. 5.3.- Representación equivalente del sistema de la figura 5.2

Tomando en cuenta que el CND ( $G_1$ ) es estrictamente pasivo, como se demostró anteriormente, entonces se puede aplicar la primera condición del corolario 5.1 para afirmar que un sistema no lineal pasivo ( $G_2$ ), en lazo cerrado con el CND, es  $L_2$  estable

□ □ □

## 5.6 Aplicaciones

Para ilustrar la aplicabilidad del lema 5.1 y/o del Controlador Neuronal Difuso (CND) en sistemas no lineales, se realizaron diferentes experimentos. Estos se llevaron a cabo utilizando el ambiente computacional "Simulink". Los sistemas no lineales utilizados fueron:

- Control del penduleo de un Generador Síncrono conectado a un "bus" infinito.
- Control de la posición de un robot rígido de un grado de libertad
- Control de la posición de un robot rígido de dos grados de libertad
- Control de la velocidad de un motor trifásico de corriente alterna

De estos sistemas sólo el primero cumple estrictamente con el lema 5.1. Los otros se incluyen con el propósito de visualizar las capacidades del CND para controlar sistemas no lineales.

### 5.6.1 Control del penduleo de un Generador Síncrono conectado a un "bus" Infinito

El control del penduleo de un generador síncrono conectado a un "bus" infinito es una aplicación muy interesante, debido a su utilización en el análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia.

Una de las perturbaciones más importantes a las que está expuesto este sistema es una falla en la línea de transmisión que tenga como consecuencia la alteración en el valor ohmico de la reactancia de transmisión, que puede provocar la pérdida de sincronismo.

El modelo matemático que representa a este sistema fue obtenido de [17] y es el siguiente:

$$M\ddot{q} = P_m + P_c - a \cdot V_s \cdot \text{sen}(q) \quad (5.14)$$

donde:

q: defasamiento angular del voltaje en terminales del generador y el voltaje en el "bus"

M: Inercia de la máquina (= 0.371 p.u.)

P<sub>m</sub>: Potencia mecánica constante suministrada al generador (= 2.0 p.u.)

P<sub>c</sub>: Potencia suministrada como acción de control (en p.u.)

$V_s = \frac{V_g \cdot V_b}{X_t} = 3.704$  p.u.

V<sub>g</sub>: Voltaje del generador (en p.u.)

V<sub>b</sub>: Voltaje del "bus" infinito (en p.u.)

X<sub>t</sub>: Reactancia de transmisión (en p.u.)

a: factor de falla, que representa el cambio de reactancia que provoca la falla

Todos los valores expresados en por unidad (p.u.) se calcularon con una base del sistema de 100 MVA.

La figura 5.4 muestra un esquema gráfico del generador síncrono conectado a un "bus" infinito.

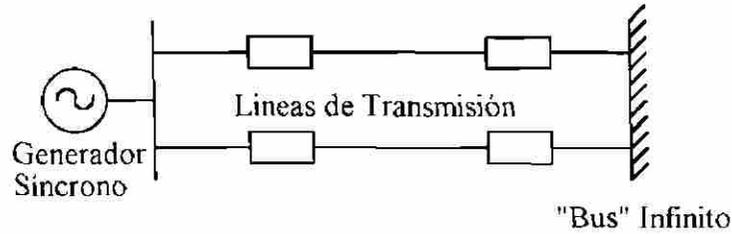


Fig. 5.4.- Generador Síncrono conectado a un "bus" infinito

El objetivo de control es regular la velocidad angular del penduleo a cero para que la posición angular se restablezca, aún en presencia de fallas. La figura 5.5 muestra un esquema de control del sistema en lazo cerrado con un CND, con solamente el error como variable de entrada. Este esquema cumple exactamente con el lema 5.1 pues el mapeo potencia mecánica a velocidad angular es pasivo. El modelo matemático es idéntico al del robot rígido, para el cual ya está demostrado la pasividad del mapeo par de entrada-velocidad angular [18]. En la figura 5.6 se representa el sistema en los términos del lema 5.1.

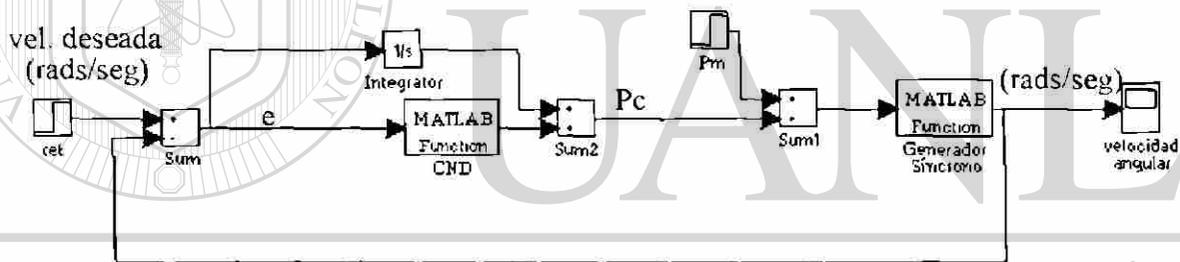


Fig. 5.5.- Sistema de control del Generador Síncrono conectado a un "bus" infinito

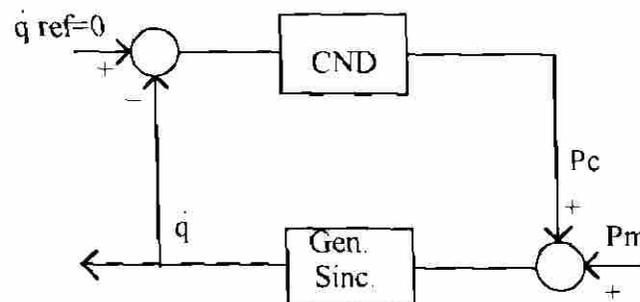


Fig. 5.6.- Esquema de control del Generador Síncrono en términos del lema 5.1

El sistema, con los valores en sus parámetros dados anteriormente, tiene el siguiente punto de equilibrio llamado de pre-disturbio:

$$q_0 = \text{sen}^{-1}\left(\frac{P_m}{E_s}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{2.0}{3.704}\right) = 0.57 \text{rads}$$

Esto significa que el generador, en condiciones normales de operación, alcanza una posición angular de 0.57 radianes; al presentarse un disturbio, como sucede cuando la reactancia de transmisión es modificada, ese ángulo cambia a un punto diferente al de condiciones nominales de operación.

Como se requiere para las simulaciones diversos valores de falla en la línea de transmisión, a continuación se presenta una tabla con el significado de cada una de ellas.

**Tabla 5.1** Factores de falla del generador sincrónico conectado a un "bus" infinito

Tipo de falla	Factor de falla	Porcentaje de aumento en el valor ohmico de la reactancia de transmisión	Significado
a	0.6	66 %	De seis líneas, dos de ellas quedan fuera de servicio
b	0.5	100 %	La mitad de las líneas de transmisión quedan fuera de servicio
c	0.33	200 %	De seis líneas, cuatro de ellas quedan fuera de servicio

Las fallas son hipotéticas, se seleccionan solo para ilustrar las capacidades del Controlador.

La primera simulación se realizó con el fin de comprobar la aplicabilidad del *lema 5.1*. Para este efecto se hizo variar la potencia suministrada al generador ( $P_m$ ); esta variación fue del valor de equilibrio a 3 p.u. a los 5 segundos y de 3 p.u. al valor de equilibrio a los 25 segundos. Los resultados de esta simulación se presentan en la figura 5.7, donde se aprecia que el sistema es  $L_2$ , conforme el lema 5.1.

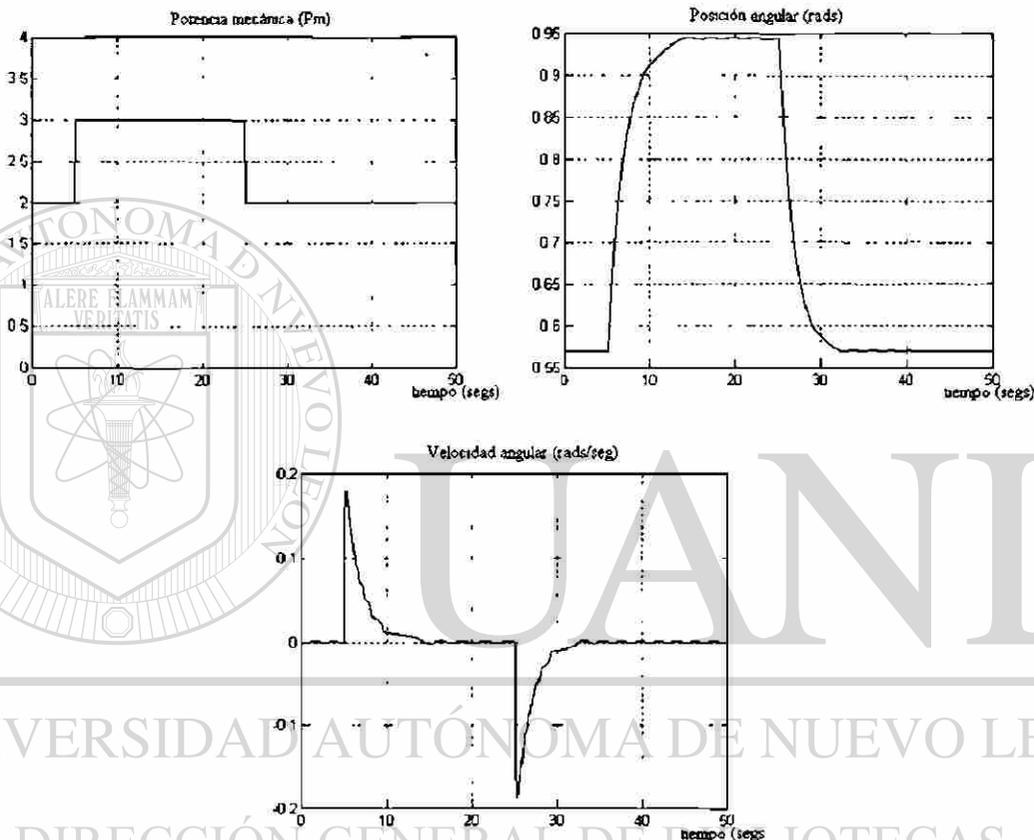


Fig. 5.7.-Variación de la Potencia mecánica ( $P_m$ ) suministrada al generador.

Inicialmente no se consideran las dinámicas del gobernador ni de la turbina. En la siguiente simulación se inicia el sistema en condiciones normales de operación, para después de 5 segundos simular una falla con un factor de 0.6, y posteriormente a los 25 segundos, se restablece el sistema a condiciones normales. Los resultados de esta simulación se presentan en la figura 5.8.

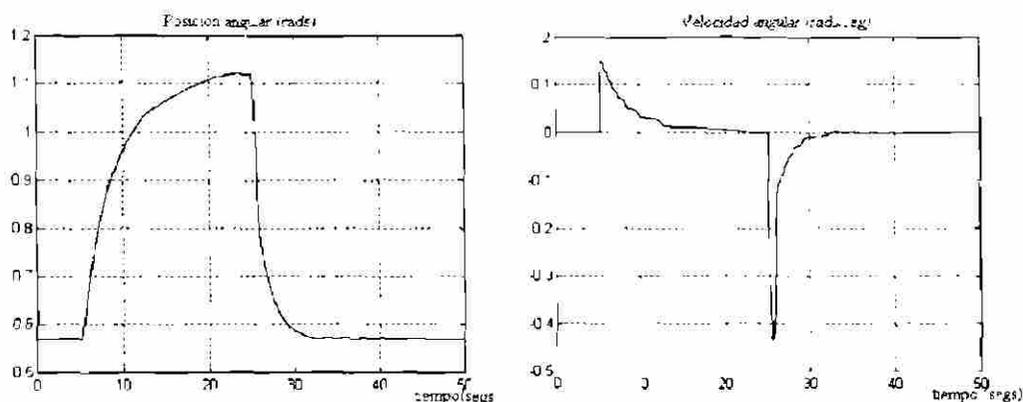


Fig. 5.8.- Falla tipo a (0.6) sin integrador y sin ruido

En fallas más fuertes, como es el caso de una falla con un factor de 0.5, el sistema se sale de sincronismo utilizando solamente el CND en el sistema de control. Los resultados de esta simulación son presentados en la figura 5.9.

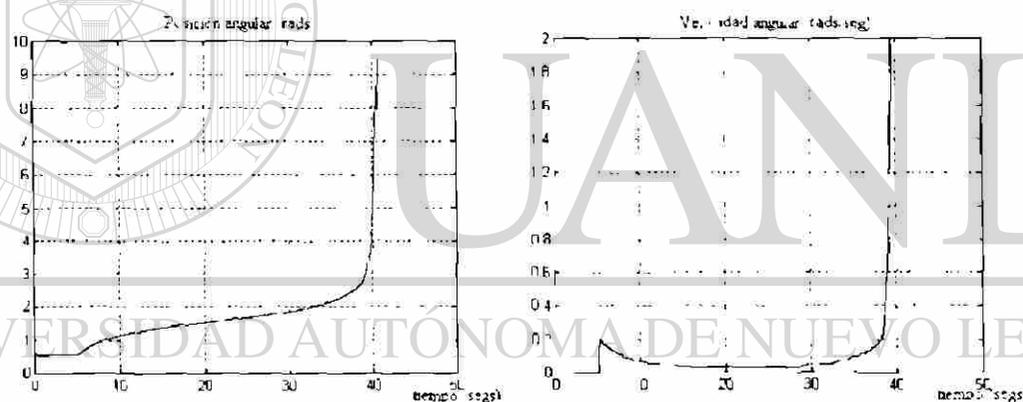
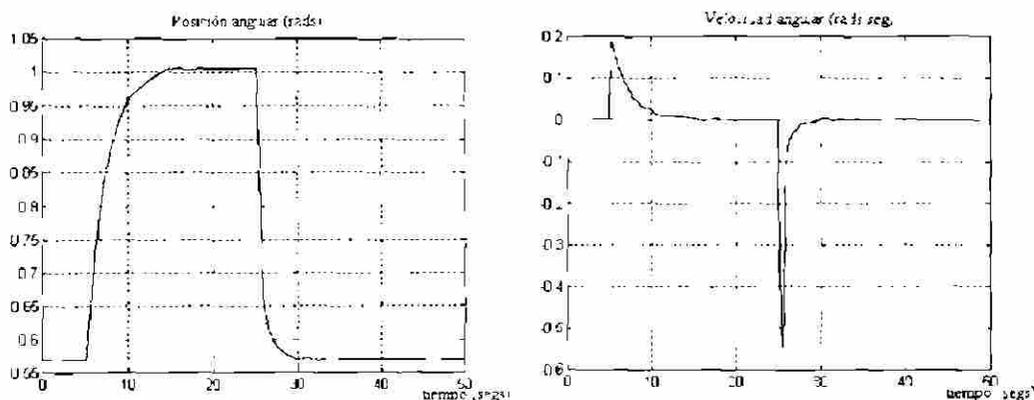


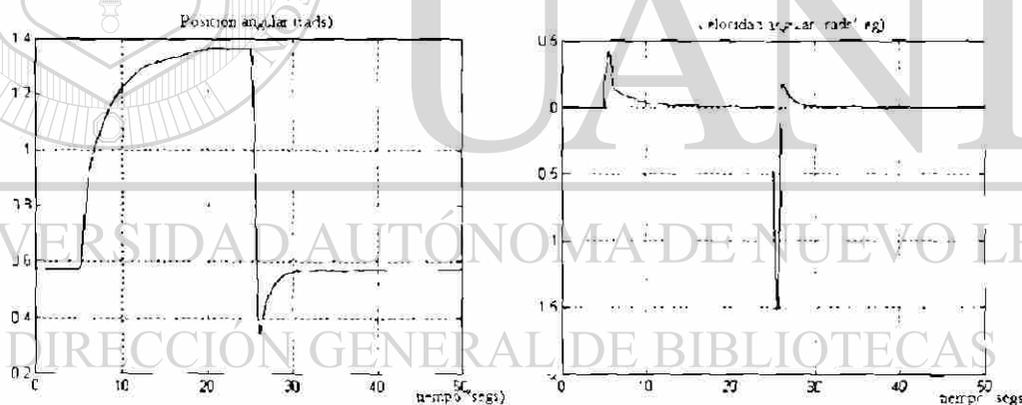
Fig. 5.9.- Falla tipo b (0.5) sin integrador y sin ruido

Para lograr una regulación efectiva de la velocidad y poder mantener al generador en sincronismo con una falla de 0.5, fue necesario adicionar un integrador de ganancia unitaria en el sistema de control. La siguiente simulación se realiza con este esquema, introduciendo la falla a los 5 segundos y restableciendo el sistema a condiciones normales de operación a los 25 segundos. La figura 5.10 muestra los resultados de esta simulación.



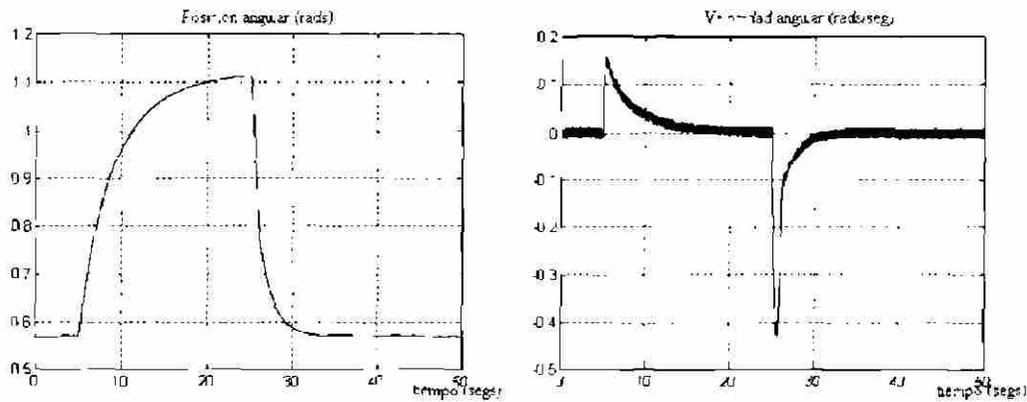
**Fig. 5.10.-** Falla tipo b (0.5) con integrador y sin ruido

La siguiente simulación se realiza con una falla más fuerte que las anteriores, o sea con un factor de 0.33 y al igual que en la simulación anterior se adiciona un integrador de ganancia unitaria al sistema de control. Con los mismos tiempos de *introducción* de la falla y de restablecimiento a condiciones normales de operación que la prueba anterior se obtienen los resultados representados en la figura 5.11.



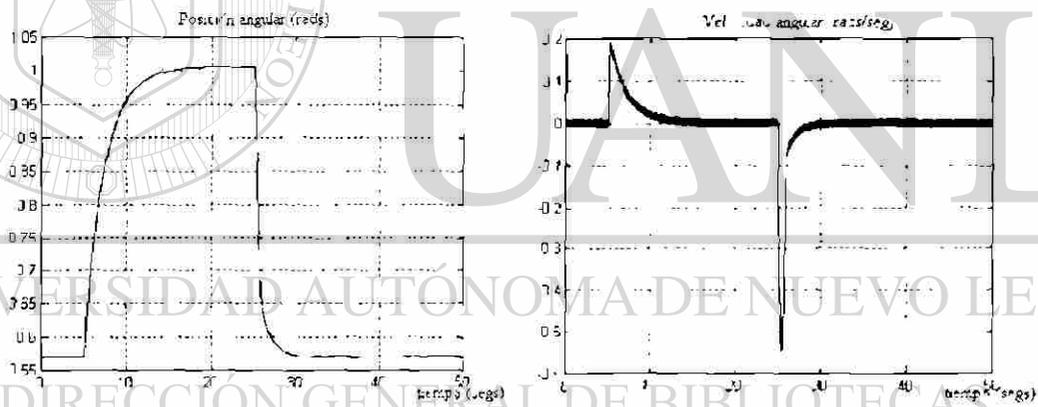
**Fig. 5.11.-** Falla tipo c (0.3) con integrador y sin ruido

Una característica de la medición es que la señal medida se puede contaminar con ruido adicional. La siguiente simulación se realizó tomando en cuenta dicha característica en la medición de velocidad. Primeramente se tiene una prueba con un factor de falla de 0.6. Los resultados se muestran en la figura 5.12.



**Fig. 5.12.-** Falla tipo **a** (0.6) sin integrador y con ruido

Luego se simuló una falla de 0.5 a los 5 segundos y volviendo a restablecer el sistema a los 25 segundos. Como lo mencionamos anteriormente, es necesaria la adición de un integrador en este tipo de fallas, por lo que la siguiente prueba se realiza con éste. Los resultados se presentan en la figura 5.13.



**Fig. 5.13.-** Falla tipo **b** (0.5) con integrador y con ruido

La figura 5.14 muestra la simulación del generador con una falla de 0.33 y con ruido en la medición de la velocidad angular; la falla se presenta a los 5 segundos y se restablece el sistema a condiciones normales de operación a los 25 segundos.

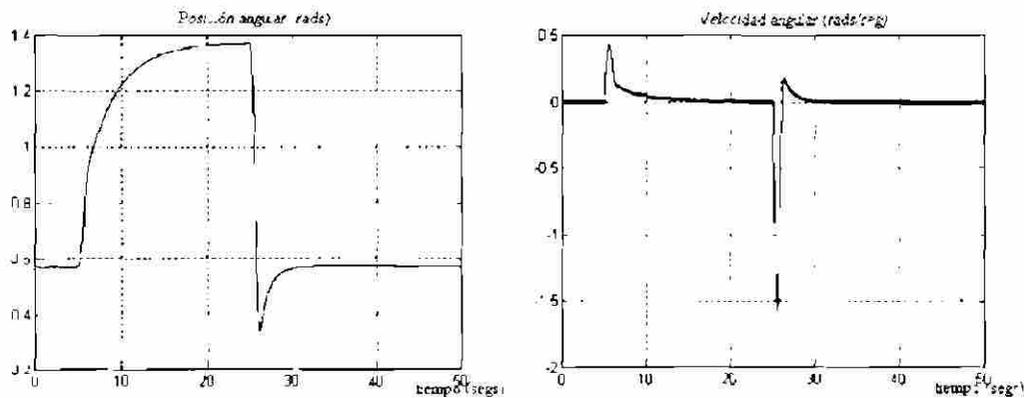


Fig. 5.14.- Falla tipo c (0.33) con integrador y con ruido

En las siguientes simulaciones de esta sección se agregan las dinámicas tanto del gobernador como de la turbina. Estas dinámicas tienen como consecuencia un retardo de tiempo en la acción de control suministrada al generador. La figura 5.15 muestra el esquema del sistema de control utilizado en esta prueba, donde se pueden apreciar las dinámicas antes mencionadas.

Para estabilizar este sistema fue necesario utilizar un CND con dos variables de entrada: el error y su derivada, puesto que con solamente el error como variable de entrada no fue posible regular la velocidad angular. La utilización de un integrador en el esquema de control como se muestra en la figura 5.15 es necesaria para los casos donde el factor de falla es de 0.5 y 0.33.

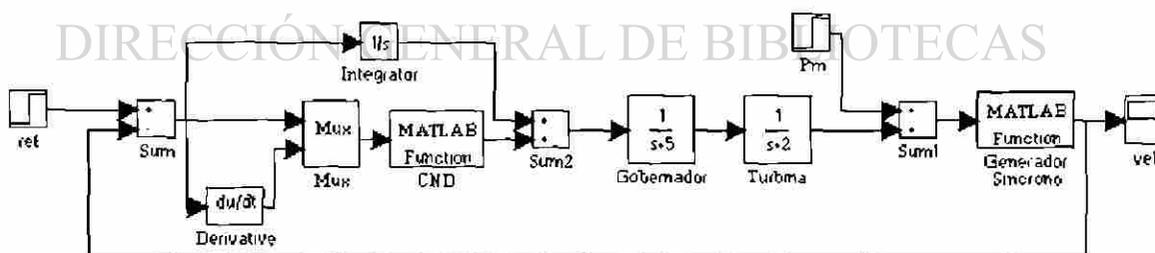
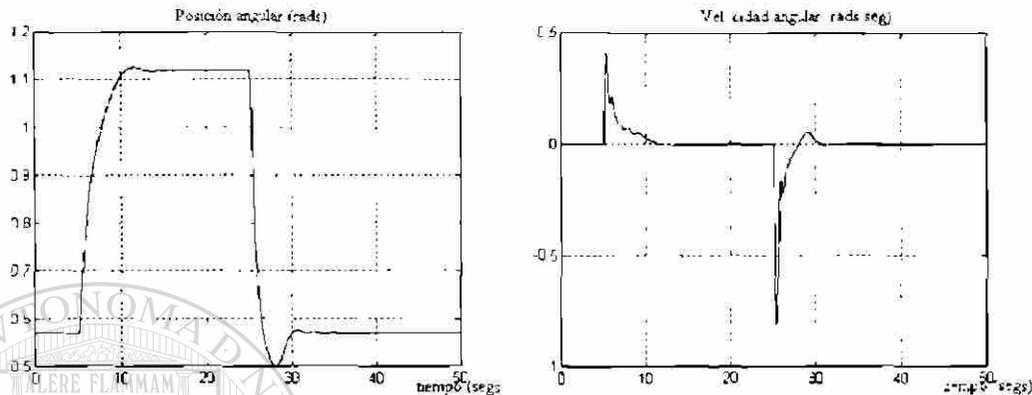


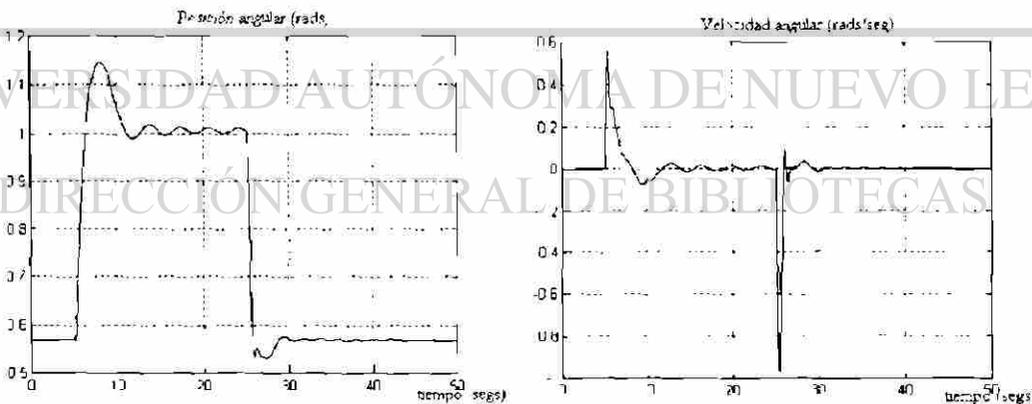
Fig. 5.15.- Sistema de control del generador sincrónico conectado a un "bus" infinito con las dinámicas del gobernador y de la turbina

En la figura 5.16 se presentan las trayectorias tanto de la posición como de la velocidad angular del generador cuando es afectada por una falla con factor de 0.6. En este caso no es utilizado el integrador en el sistema de control.



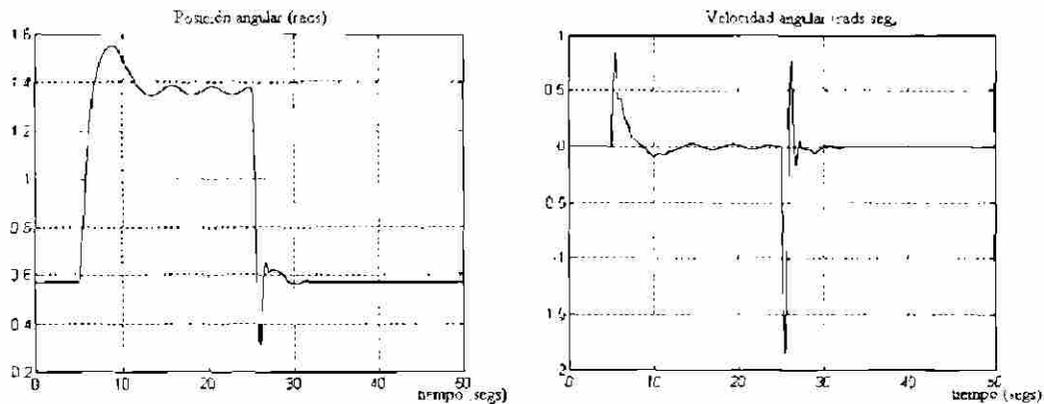
**Fig 5.16.-** Falla tipo a (0.6) sin integrador, sin ruido y con las dinámicas del gobernador y de la turbina

La siguiente simulación se realizó con una falla de 0.5 y con un integrador adicional, ya que el generador se sale de sincronismo al no contar con el integrador mencionado. La figura 5.17 muestra los resultados de esta prueba.



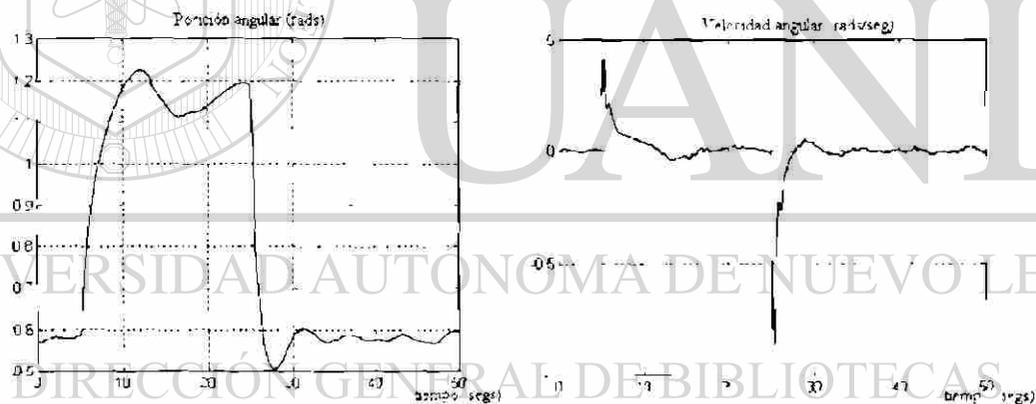
**Fig. 5.17.-** Falla tipo b (0.5) con integrador, sin ruido y con las dinámicas del gobernador y de la turbina

La figura 5.18 muestra la simulación del generador con una falla de 0.33 después de los 5 segundos para posteriormente restablecer el sistema a los 25 segundos. Se adiciona un integrador al sistema de control.



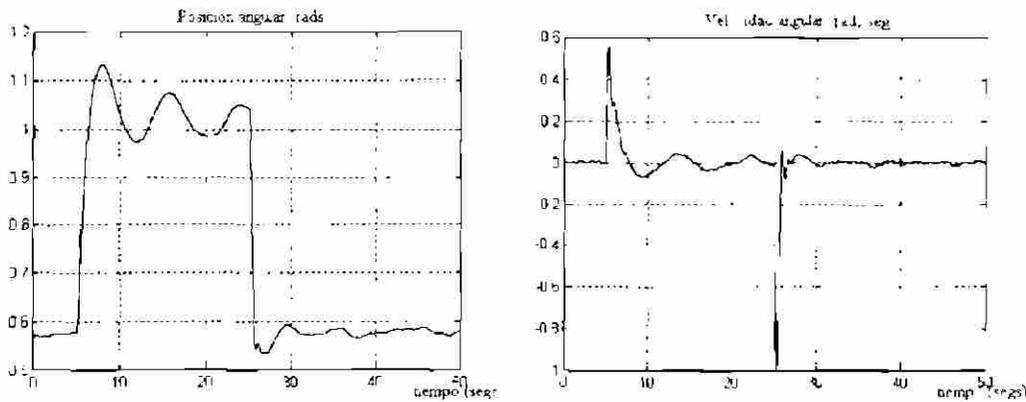
**Fig. 5.18.-** Falla tipo  $c$  (0.33) con integrador, sin ruido y con las dinámicas del gobernador y de la turbina

El ruido en la medición de la velocidad angular es de nuevo utilizado para las siguientes simulaciones. En la figura 5.19 se muestra una falla de 0.6, en la cual no fue necesario utilizar el integrador.



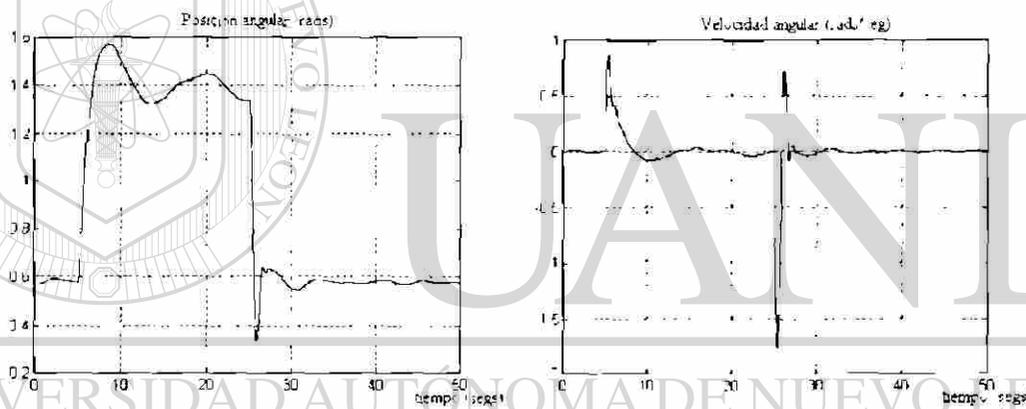
**Fig. 5.19.-** Falla tipo  $a$  (0.6) con integrador, con ruido y con las dinámicas del gobernador y de la turbina.

Otra de las simulaciones fue con una falla de 0.5. También como en las pruebas anteriores, con este tipo de falla, fue necesario adicionar un integrador para poder regular la velocidad. Los resultados de esta simulación se presentan en la figura 5.20



**Fig. 5.20.-** Falla tipo b (0.5) con integrador, con ruido y con las dinámicas del gobernador y de la turbina

Finalmente se realizó una simulación con una falla de 0.33. Los resultados de esta última prueba en esta sección se presentan en la figura 5.21.



**Fig. 5.21.-** Falla tipo c (0.33) con integrador, con ruido y con las dinámicas del gobernador y de la turbina

Las simulaciones muestran el buen desempeño del Controlador para regular el penduleo del Generador Síncrono, tanto para cambios de potencia mecánica, como para fallas en las líneas de transmisión (cambios bruscos de parámetros).

Es importante señalar que al agregar el integrador se obtiene el siguiente sistema.

$$\dot{\hat{x}}_2 = \frac{1}{M} (-x_1 - f(x_2) - a \cdot V_s \cdot \text{sen}(x_1) + P_m) \quad (5.15)$$

Con  $x_1 = q$  y  $x_2 = \dot{q}$ .

El análisis de estabilidad de este sistema se puede efectuar por la metodología de Lyapunov. Dicho análisis no se realizó en esta tesis.

Por otra parte, los resultados de las simulaciones indican que el esquema Integrador más Controlador Neuronal Difuso amerita de ser considerado para el control de Frecuencia Interáreas en Sistemas Eléctricos de Potencia. En efecto este control se realiza actualmente en forma mayoritaria por una acción integral, cuya ganancia es seleccionada como un compromiso entre respuesta rápida y bajo sobrepaso [19] Este controlador es lento y no permite tener en cuenta las no linealidades inherentes en el sistema.

### 5.6.2 Control de posición de un Robot de un grado de libertad

En esta sección se considera un robot manipulador rígido de un grado de libertad cuyo modelo matemático es:

$$m l^2 \ddot{q} + b l^2 \dot{q} + mgl \cos(q) = \tau \quad (5.16)$$

donde:

m: peso del brazo (=15.91 kgs.)

l: longitud del brazo (=0.432 mts.)

b: coeficiente de amortiguamiento (=0.53)

g: aceleración gravitacional ( $-9.81 \text{ m/s}^2$ )

q: posición angular del brazo (en radianes)

$\tau$ : torque mecánico (en Newton-mts)

Los parámetros se tomaron de [20].

Un esquema gráfico de este sistema se presenta en la figura 5.22, donde se puede ver que la variable a controlar es la posición angular.

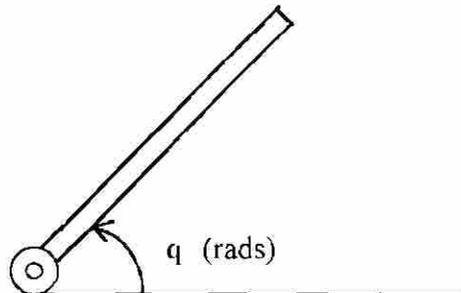


Fig. 5.22.- Esquema gráfico de un robot de un grado de libertad

Se hicieron simulaciones con dos esquemas de control diferentes, el primer esquema utiliza un CND con solamente el error como variable de entrada y un filtro en el lazo de control, el segundo utiliza un CND de dos variables de entrada: el error y su derivada. En la figura 5.23 se muestra el primer esquema de control. En la figura 5.24 se muestra la posición angular con este primer esquema.

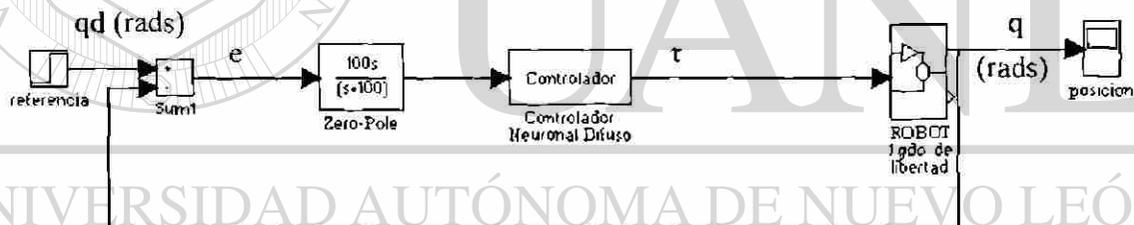
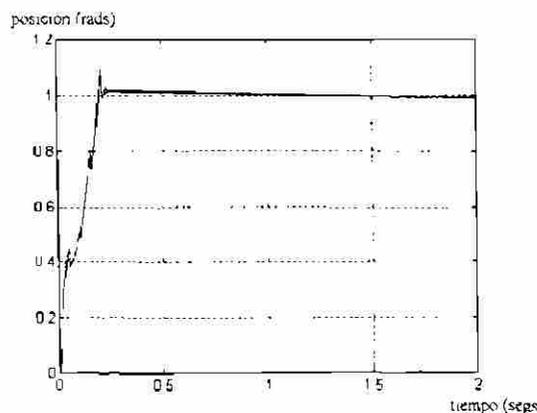
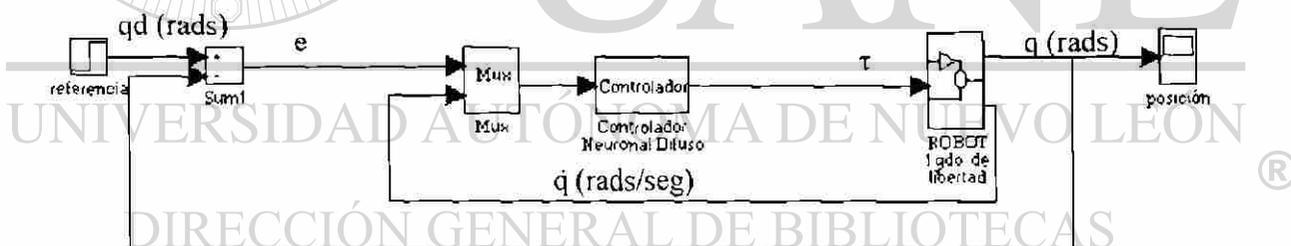


Fig. 5.23.- Sistema de control de un robot de un grado de libertad con un CND de una variable de entrada

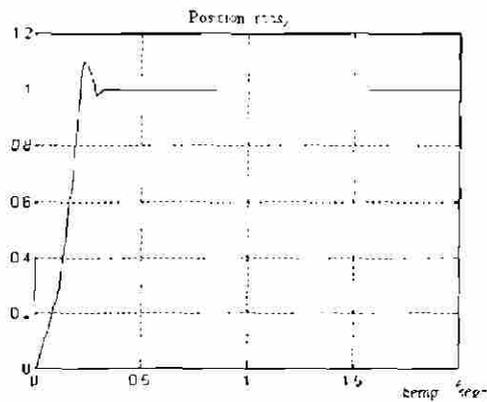


**Fig. 5.24.-** Trayectoria de la posición angular del robot con un CND de una variable de entrada

El segundo esquema utilizado para el control de posición de un robot de un grado de libertad está representado en la figura 5.25. En la simulación correspondiente para este esquema se utiliza el modelo matemático expuesto anteriormente pero haciendo que el coeficiente de amortiguamiento sea igual a cero. Esto con el fin de probar la utilidad del CND en el caso de no contar con amortiguamiento. En la figura 5.26 se muestra el resultado de esta simulación.



**Fig. 5.25.-** Sistema de control de un Robot de un grado de libertad con un CND de dos variables de entrada



**Fig. 5.26.-** Trayectoria de la posición angular del robot con un CND de dos variables de entrada

Las simulaciones muestran que el agregar la velocidad del robot como entrada del CND mejora sustancialmente el desempeño del sistema.

### 5.6.3 Control de posición de un Robot de dos grados de libertad

En el control de posición de un robot de dos grados de libertad se utilizó un CND de dos variables de entrada: el error de posición y la velocidad angular de cada eslabón. El esquema gráfico de este robot se presenta en la figura 5.27, donde se puede apreciar las dos variables a controlar:  $q_1$  y  $q_2$ , las cuales son las posiciones angulares del robot. La figura 5.28 muestra el esquema de control de este sistema.



**Fig. 5.27.-** Esquema gráfico de un robot de dos grados de libertad

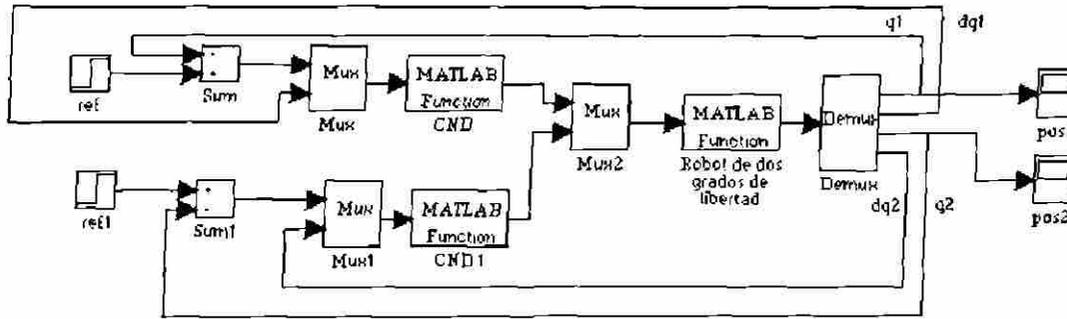


Fig. 5.28.- Esquema de control de un Robot de dos grados de libertad

El modelo que se utilizó para estas simulaciones, así como los valores de los parámetros fueron obtenidos de [20] y son:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) - \tau \tag{5.17}$$

donde:

$$M = \begin{bmatrix} 7.2093 + 4.2401\cos(q_2) & 2.12 + 0.5 * 4.2401\cos(q_2) \\ 2.12 + 0.5 * 4.2401\cos(q_2) & 2.12 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} (4.2401\text{sen}(q_2)) * (\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2 \dot{q}_1 * 0.5) \\ 4.2401\text{sen}(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_1 * 0.5 \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} 115.568\cos(q_1) + 48.1428\cos(q_1 + q_2) \\ 48.1428\cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

Este modelo es válido para los siguientes parámetros del robot

- m1 peso del primer eslabón (- 15.91 kgs)
- m2 peso del segundo eslabón (- 11.36 kgs)
- l1 = l2 : longitud de los eslabones (- 0.432 mts)
- g aceleración gravitacional (- 9.81 m/s<sup>2</sup>)
- q1 posición angular del primer eslabon (en radianes)
- q2 posición angular del segundo eslabon (en radianes)

Se realizaron una serie de simulaciones con el robot de dos grados de libertad en lazo cerrado con el CND y también con un controlador PD convencional, a fin de comparar el funcionamiento, tanto en rapidez como en robustez

La figura 5.29 muestra las trayectorias de  $q_1$  y  $q_2$  del robot en lazo cerrado con el PD. Esta simulación se realizó con condiciones normales de operación, sin ninguna perturbación

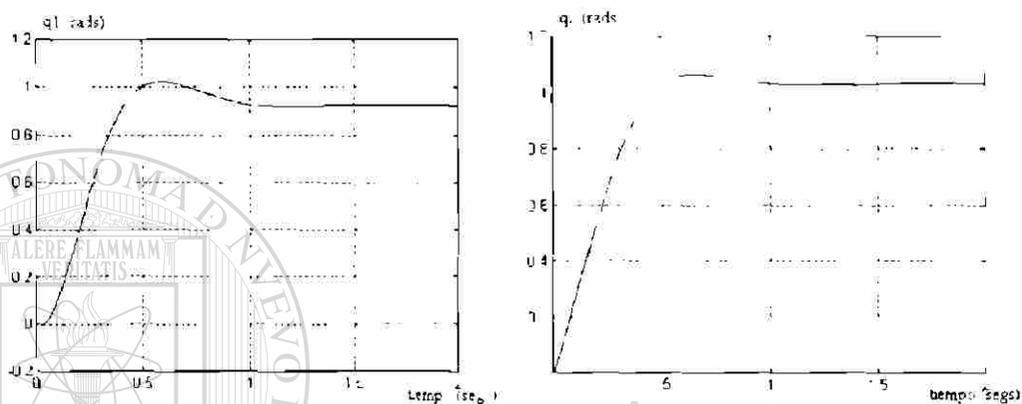


Fig. 5.29.- Posiciones del robot de dos grados de libertad en lazo cerrado con un controlador PD convencional

Las ganancias utilizadas para el controlador PD fueron obtenidas de [20] y son las siguientes:

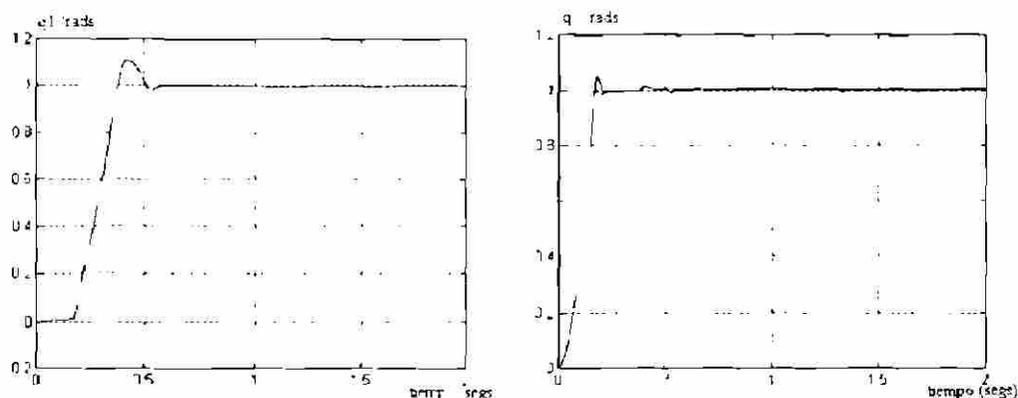
$$k_{p1} = 680.0$$

$$k_{p2} = 550.0$$

$$k_{v1} = 100.0$$

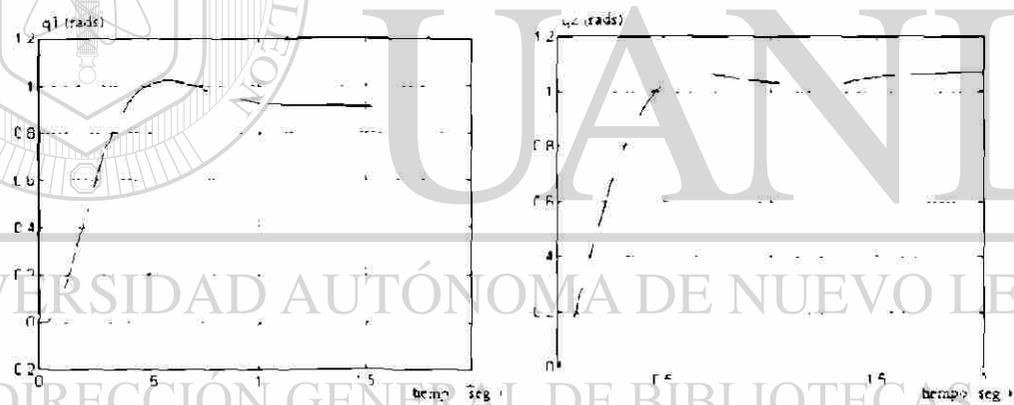
$$k_{v2} = 90.0$$

En la figura 5.30 se muestran las posiciones angulares del robot en lazo cerrado con el CND, que al igual que la simulación anterior, se realizó con condiciones normales de operación.



**Fig. 5.30.-** Posición angular  $q_1$  y  $q_2$  del robot de dos grados de libertad en lazo cerrado con un CND.

Para visualizar el desempeño de los dos algoritmos se simuló que a los 1.2 segundos el robot sujetará un peso igual al del segundo eslabon. La figura 5.31 muestra el desempeño del Controlador PD y la figura 5.32 muestra el desempeño del CND.



**Fig. 5.31.-** Posición angular  $q_1$  y  $q_2$  del robot de dos grados de libertad en lazo cerrado con un controlador PD convencional y un sobrepeso en el segundo brazo de un 100 %

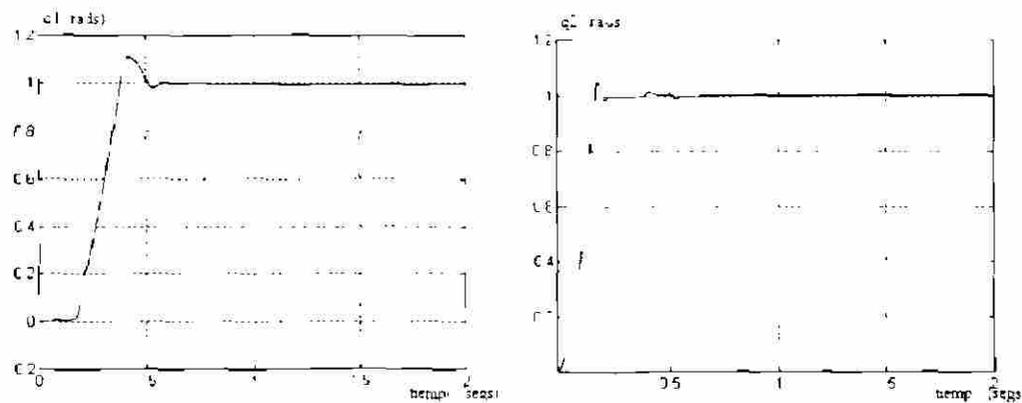


Fig. 5.32.- Posición angular  $q_1$  y  $q_2$  del robot de dos grados de libertad en lazo cerrado con un CND y un sobrepeso en el segundo brazo de un 100 %

Como se puede ver en las simulaciones, el CND asimila la perturbación sin ningún cambio en la posición del robot.

#### 5.6.4 Control de velocidad de un Motor de Inducción de C.A.

En esta sección se presenta la aplicación al control de velocidad de un motor de inducción trifásico de 500 HP. El modelo matemático y el valor de sus parámetros fueron obtenidos de [21] y son:

$$\dot{\psi}_{qs} = \omega_b \left[ v_{qs} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{r_s}{X_{ls}} (\psi_{mq} - \psi_{qs}) \right] \quad (5.18)$$

$$\dot{\psi}_{ds} = \omega_b \left[ v_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{r_s}{X_{ls}} (\psi_{md} - \psi_{ds}) \right] \quad (5.19)$$

$$\dot{\psi}_{0s} = \omega_b \left[ v_{0s} - \frac{r_s}{X_{ls}} \psi_{0s} \right] = 0 \quad (5.20)$$

$$\dot{\psi}_{qr} = \omega_b \left[ v_{qr} - \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi_{dr} + \frac{r_r}{X_{lr}} (\psi_{mq} - \psi_{qr}) \right] \quad (5.21)$$

$$\dot{\psi}_{dr} = \omega_b \left[ v_{dr} - \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi_{qr} + \frac{r_r}{X_{lr}} (\psi_{md} - \psi_{dr}) \right] \quad (5.22)$$

$$\dot{\Psi}_{0r} - \omega_b \left[ v_{0r} - \frac{r_s}{X_{lr}} \Psi_{0r} \right] = 0 \quad (5.23)$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{T_e - T_L}{J} \left( \frac{P}{2} \right) \quad (5.24)$$

$$i_{qs} = \frac{1}{X_{ls}} (\Psi_{qs} - \Psi_{mq}) \quad (5.25)$$

$$i_{ds} = \frac{1}{X_{ls}} (\Psi_{ds} - \Psi_{md}) \quad (5.26)$$

$$i_{qr} = \frac{1}{X_{lr}} (\Psi_{qr} - \Psi_{mq}) \quad (5.27)$$

$$i_{dr} = \frac{1}{X_{lr}} (\Psi_{dr} - \Psi_{md}) \quad (5.28)$$

$$\Psi_{mq} = X_{aq} \left( \frac{\Psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\Psi_{qr}}{X_{lr}} \right) \quad (5.29)$$

$$\Psi_{md} = X_{ad} \left( \frac{\Psi_{ds}}{X_{ls}} + \frac{\Psi_{dr}}{X_{lr}} \right) \quad (5.30)$$

$$T_e = \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{P}{2} \right) \left( \frac{1}{\omega_b} \right) (\Psi_{qr} i_{dr} - \Psi_{dr} i_{qr}) \quad (5.31) \textcircled{R}$$

$$X_{aq} = X_{ad} = \left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X_{lr}} \right)^{-1} \quad (5.32)$$

donde:

$\Psi_{qs}$ : flujo en el eje cuadrático del estator

$\Psi_{ds}$ : flujo en el eje directo del estator

$\Psi_{0s}$ : flujo en el eje cero del estator

$\Psi_{qr}$ : flujo en el eje cuadrático del rotor

$\Psi_{dr}$ : flujo en el eje directo del rotor

$\Psi_{0r}$ : flujo en el eje cero del rotor

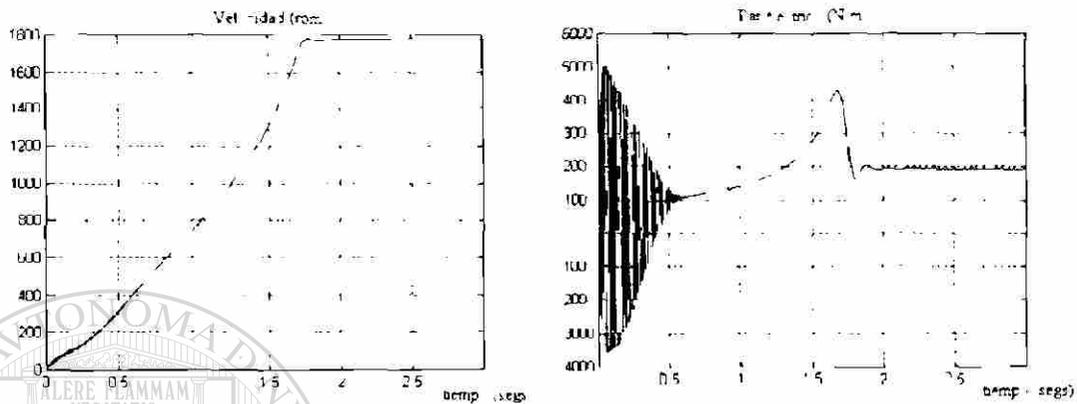
- $\Psi_{mq}$ : flujo mutuo en el eje cuadrático  
 $\Psi_{md}$ : flujo mutuo en el eje directo  
 $\omega_b$ : velocidad angular base  
 $\omega$ : velocidad angular del esquema de referencia  
 $\omega_r$ : velocidad del rotor  
 $v_{qs}$ : voltaje en el eje cuadrático del estator  
 $v_{ds}$ : voltaje en el eje directo del estator  
 $v_{0s}$ : voltaje en el eje cero del estator  
 $v_{qr}$ : voltaje en el eje cuadrático del rotor  
 $v_{dr}$ : voltaje en el eje directo del rotor  
 $v_{0r}$ : voltaje en el eje cero del rotor  
 $i_{qs}$ : corriente en el eje cuadrático del estator  
 $i_{ds}$ : corriente en el eje directo del estator  
 $i_{qr}$ : corriente en el eje cuadrático del rotor  
 $i_{dr}$ : corriente en el eje directo del rotor  
 $r_s$ : resistencia del estator  
 $r_r$ : resistencia del rotor  
 $X_{ls}$ : reactancia del estator  
 $X_{lr}$ : reactancia del rotor  
 $X_M$ : reactancia mutua  
 $J$ : parámetro de inercia  
 $T_L$ : par mecánico  
 $T_e$ : par eléctrico  
 $P$ : número de polos

En la tabla 5.2 se muestran los valores nominales del motor.

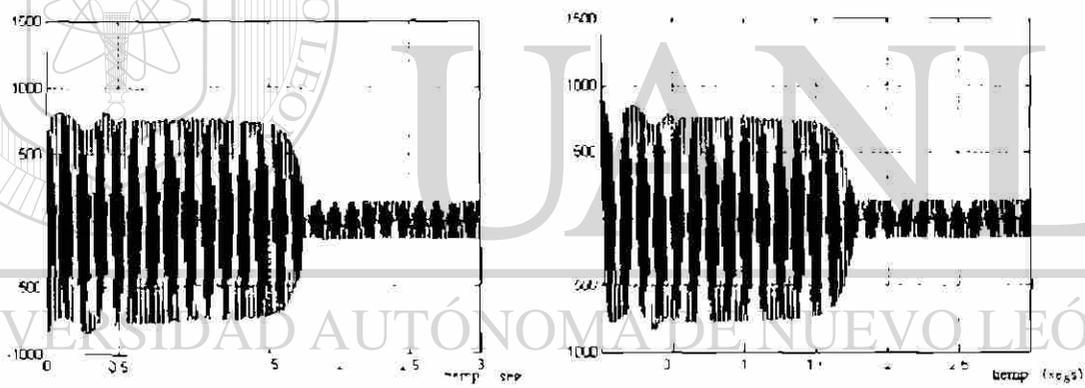
**Tabla 5.2.- Valores nominales del motor de inducción trifásico seleccionado**

hp	volts	rpm	$T_L$ N.m	$I(abc)$ amps.	$r_s$ homs	$X_{ls}$ ohms	$X_M$ ohms	$X_{lr}$ ohms	$r_r$ ohms	$J$ kg m <sup>2</sup>
500	2300	1773	1980	93.6	0.262	1.206	54.02	1.206	0.187	11.06

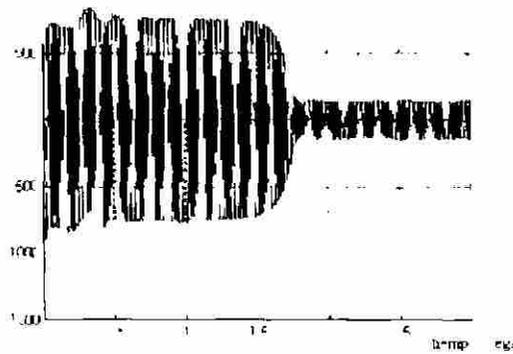
La primer simulación que se presenta es el funcionamiento del motor con condiciones normales de operación y en lazo abierto. Los resultados de esta simulación se presentan en las figuras 5.33 y 5.34.



**Fig. 5.33.-** motor en lazo abierto en condiciones nominales de operación



(a) DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS (b)



(c)

**Fig. 5.34.-** Corrientes de las fases a, b y c del motor en lazo abierto

Estos resultados son idénticos a los presentados en [21].

Suponiendo que los voltajes de alimentación al motor estén completamente equilibrados, esto es: la magnitud de voltaje entre fases sea igual para las tres y el defasamiento entre éstas sea exactamente  $120^\circ$ , entonces en un esquema de referencia sincrónico los voltajes en d,q son:

$$\begin{aligned}v_{qs} &= \sqrt{2} V_{\text{eff}} \cos(0) = \sqrt{2} V_{\text{eff}} \\v_{ds} &= -\sqrt{2} V_{\text{eff}} \sin(0) = 0 \\v_{0s} &= 0 \\V_{\text{eff}} &= \sqrt{3} V_{ab} = \sqrt{3} V_{bc} = \sqrt{3} V_{ca} \\V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} &= \text{Voltaje entre fases.}\end{aligned}$$

En las simulaciones que se reportan a continuación se supuso que siempre se cumplen estas condiciones

El esquema de control se presenta en la figura 5.35. El objetivo es regular la velocidad angular en un valor de referencia ( $v_{ref}$ ). El error ( $e$ ) de velocidad es la entrada al CND, el cual genera una variación  $V_c$  que se suma al voltaje nominal  $V_k$ ; esta suma da como resultado el voltaje eficaz ( $V_{\text{eff}}$ ) con el que se alimenta el motor. Los resultados de las simulaciones para las corrientes y voltajes, están dados en cantidades de fase ( $abc$ ) del motor.

Como acción adicional de control, se hace variar la frecuencia directamente proporcional al voltaje eficaz de la siguiente manera:

$$f = \frac{V_{\text{eff}}}{k} \quad (5.33)$$

donde:

$$k = \frac{1328 \text{ volts}}{60 \text{ hz}} = 22.133$$

Por lo que la velocidad angular eléctrica varía proporcionalmente a la variación del voltaje eficaz quedando de la siguiente manera:

$$\omega = 2\pi f \quad (5.34)$$

Fue necesario agregar esta acción de control para obtener una buena regulación de la velocidad.

Tanto en la simulación anterior como en la siguiente, no se presentan las gráficas que muestren el comportamiento de los voltajes en las fases del motor, ya que estas simulaciones se realizan con condiciones normales de operación y por lo tanto no se tienen alteraciones importantes en la alimentación del motor.

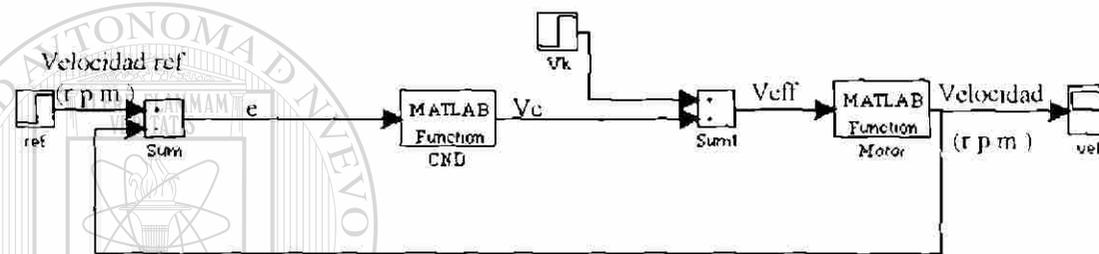


Fig. 5.35.- Sistema de control del motor de inducción trifásico

En la figura 5.36 se muestran la velocidad y el par eléctrico del motor en lazo cerrado con el CND y en la figura 5.37 se puede ver las corrientes de las fases a, b y c del motor.

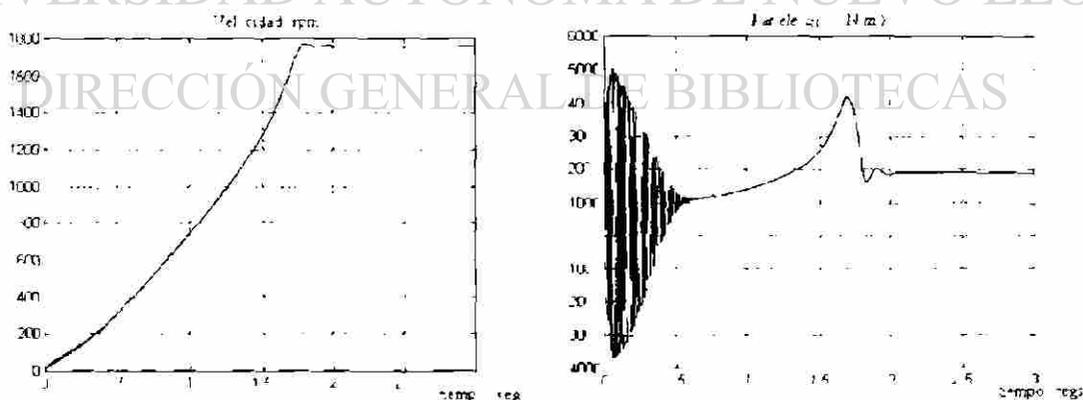


Fig. 5.36.- Velocidad y par eléctrico del motor de inducción en lazo cerrado con el CND

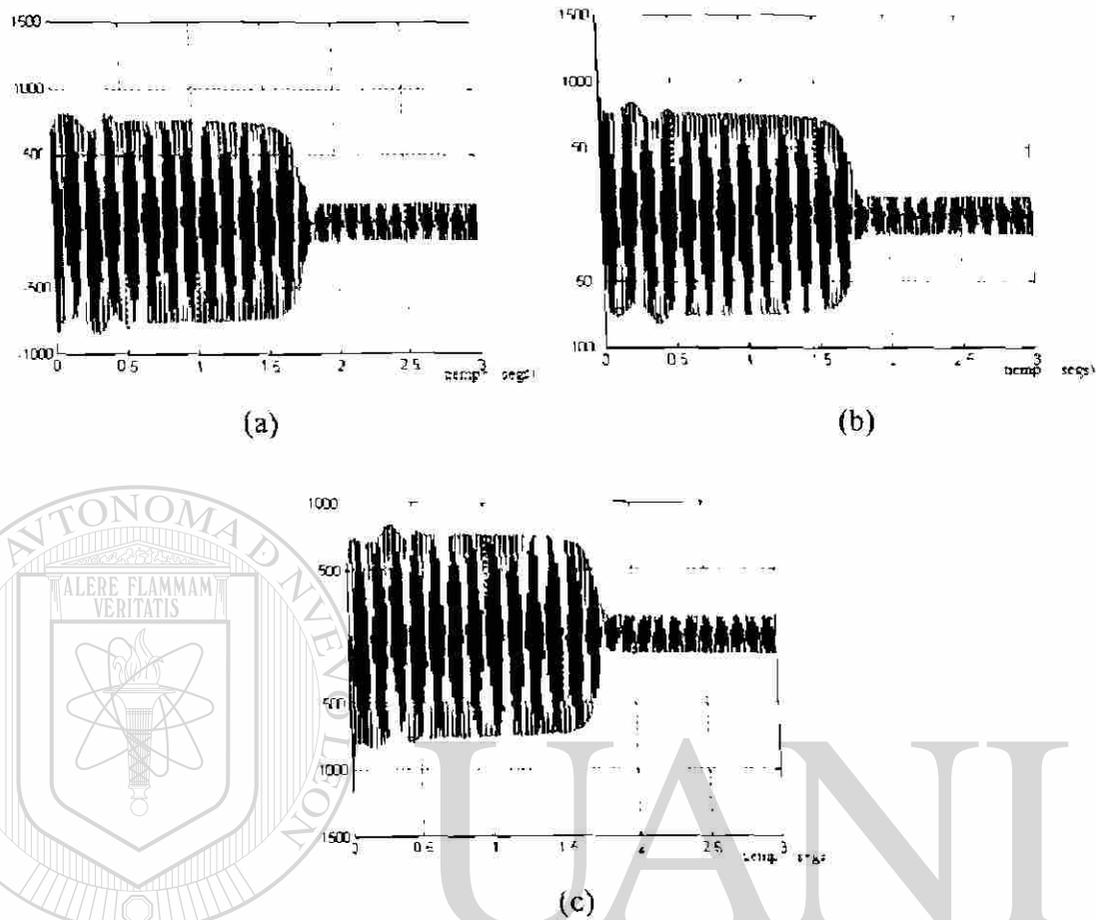


Fig. 5.37.- Corrientes de las fases a, b y c del motor en lazo cerrado

Una vez comprobado el funcionamiento en condiciones nominales para el motor, en lazo cerrado con el CND, se procedió a experimentar la capacidad de regulación del Controlador. Primero se cambió la velocidad nominal de 1773 rpm a otra más baja de 1510 rpm; este cambio se efectuó a los tres segundos. Los resultados tanto en la velocidad como en el par eléctrico son presentados en la figura 5.38. Las corrientes en las fases se presentan en la figura 5.39 y los voltajes en la figura 5.40.

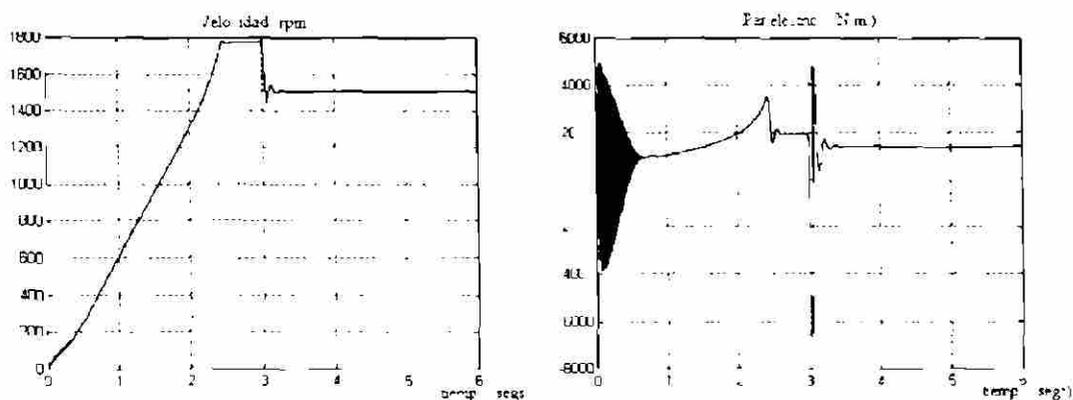


Fig. 5.38.- Velocidad y par eléctrico en el motor en lazo cerrado con un CND con un cambio de velocidad de 1773 a 1510 r.p.m.

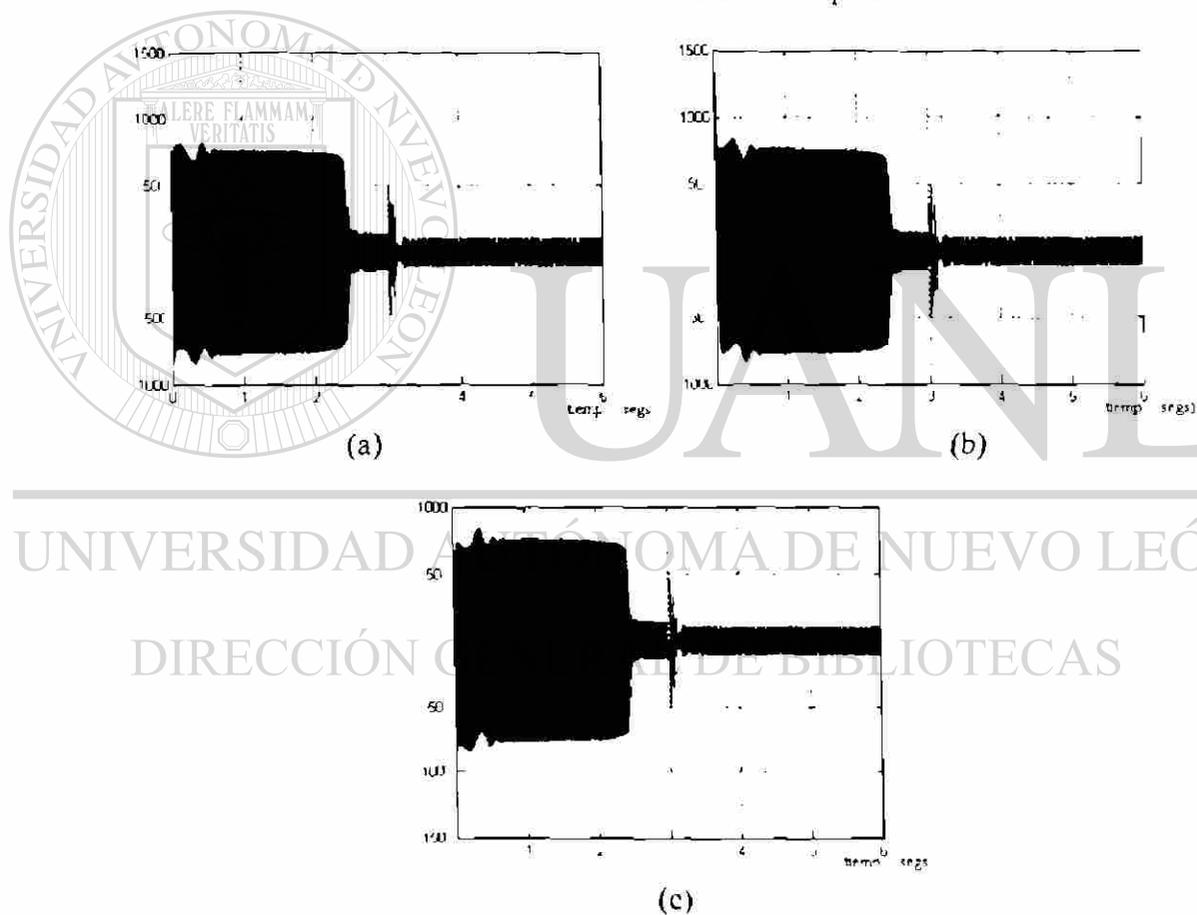
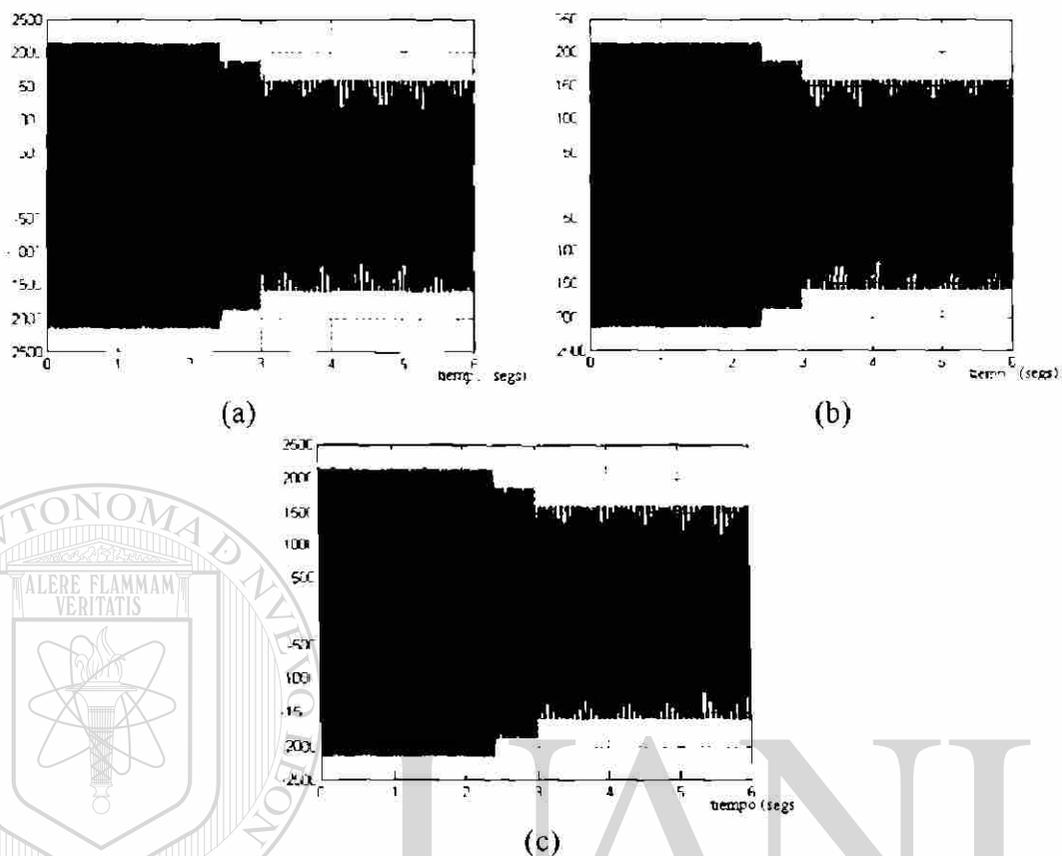


Fig. 5.39.- Corrientes en las fases a, b y c del motor con un cambio de velocidad de 1773 a 1510 r.p.m.



**Fig. 5.40.-** Voltajes en las fases a, b y c del motor con un cambio de velocidad de 1773 a 1510 r p m.

La siguiente simulación se realizó disminuyendo el valor del par mecánico del valor nominal a 1000 N.m.; la disminución se efectuó a los 2.5 segundos. Los resultados de la velocidad, par eléctrico, corrientes y voltajes en las fases están en las figuras siguientes:

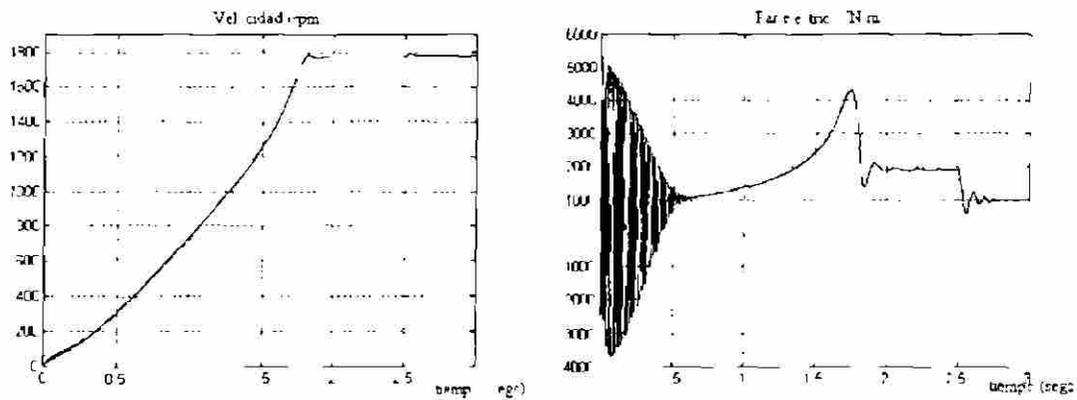


Fig. 5.41.- Velocidad y par eléctrico del motor de inducción con un cambio del par mecánico a 1000 N m.

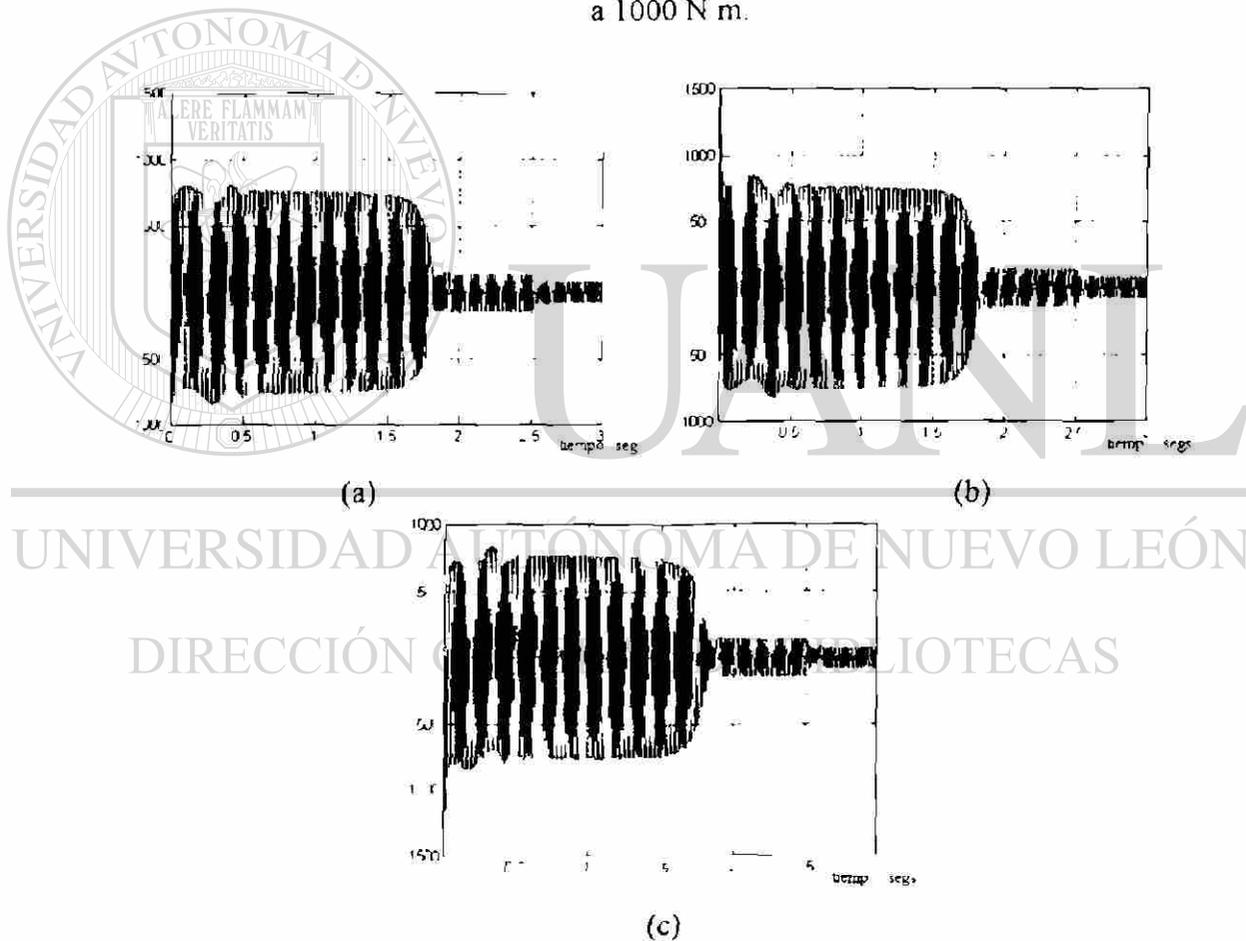


Fig. 5.42.- Corrientes en las fases a, b y c del motor con un cambio del par mecánico a 1000 N m

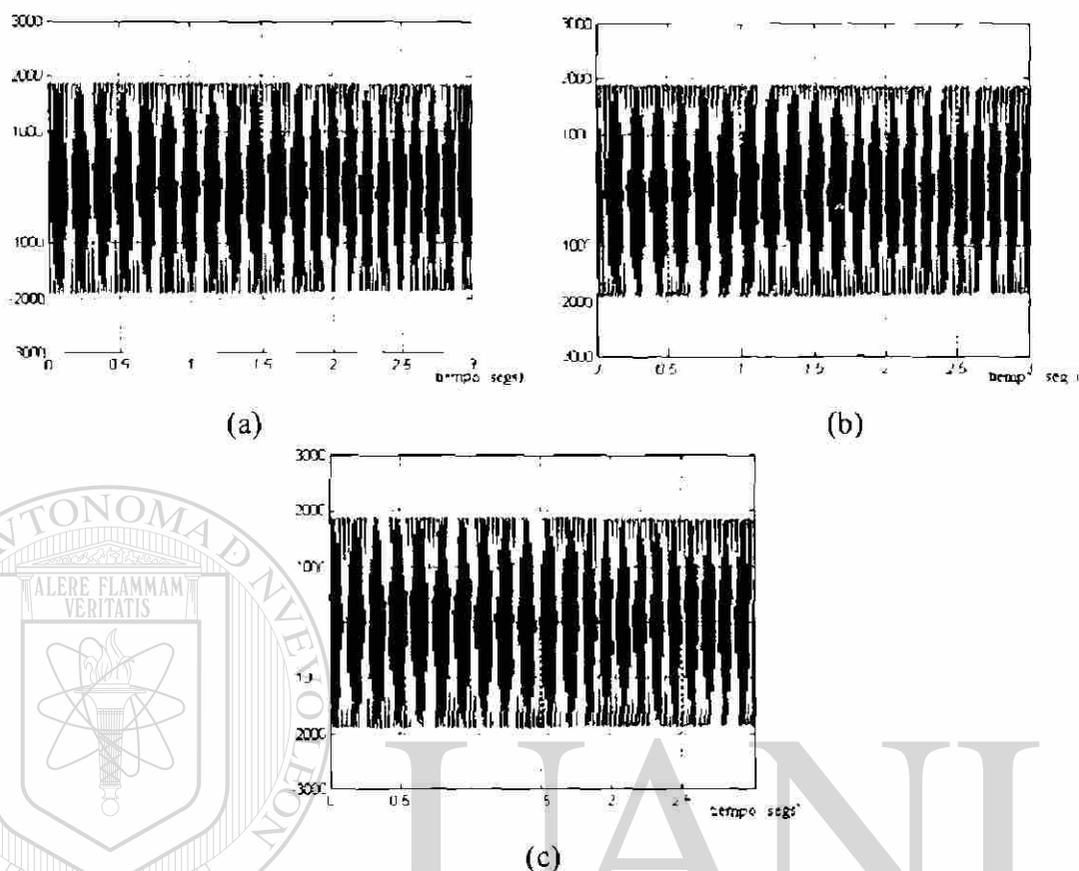


Fig. 5.43.- Voltajes en las fases a, b y c del motor con un cambio en el par mecánico a 1000 N.m

Finalmente se simuló la siguiente perturbación la alteración en el valor ohmico de la reactancia del estator. En esta simulación se cambió instantáneamente el valor de la inductancia a la mitad de su valor nominal: esto es, de 1.206 a 0.603 ohms. Este cambio se efectuó a los 2.2 segundos. Los resultados en la velocidad, par, corrientes y voltajes de fase se presentan en las siguiente figuras:

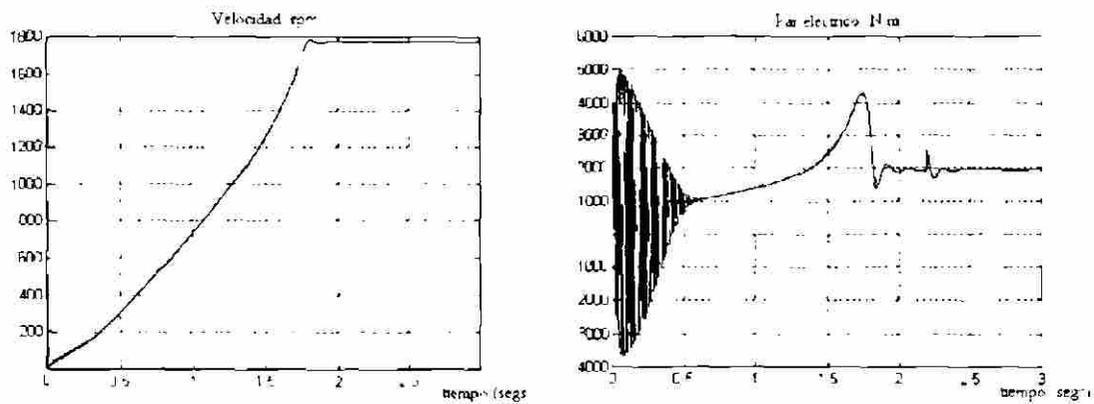


Fig. 5.44.- Velocidad y par eléctrico con la disminución del valor de la reactancia del estator

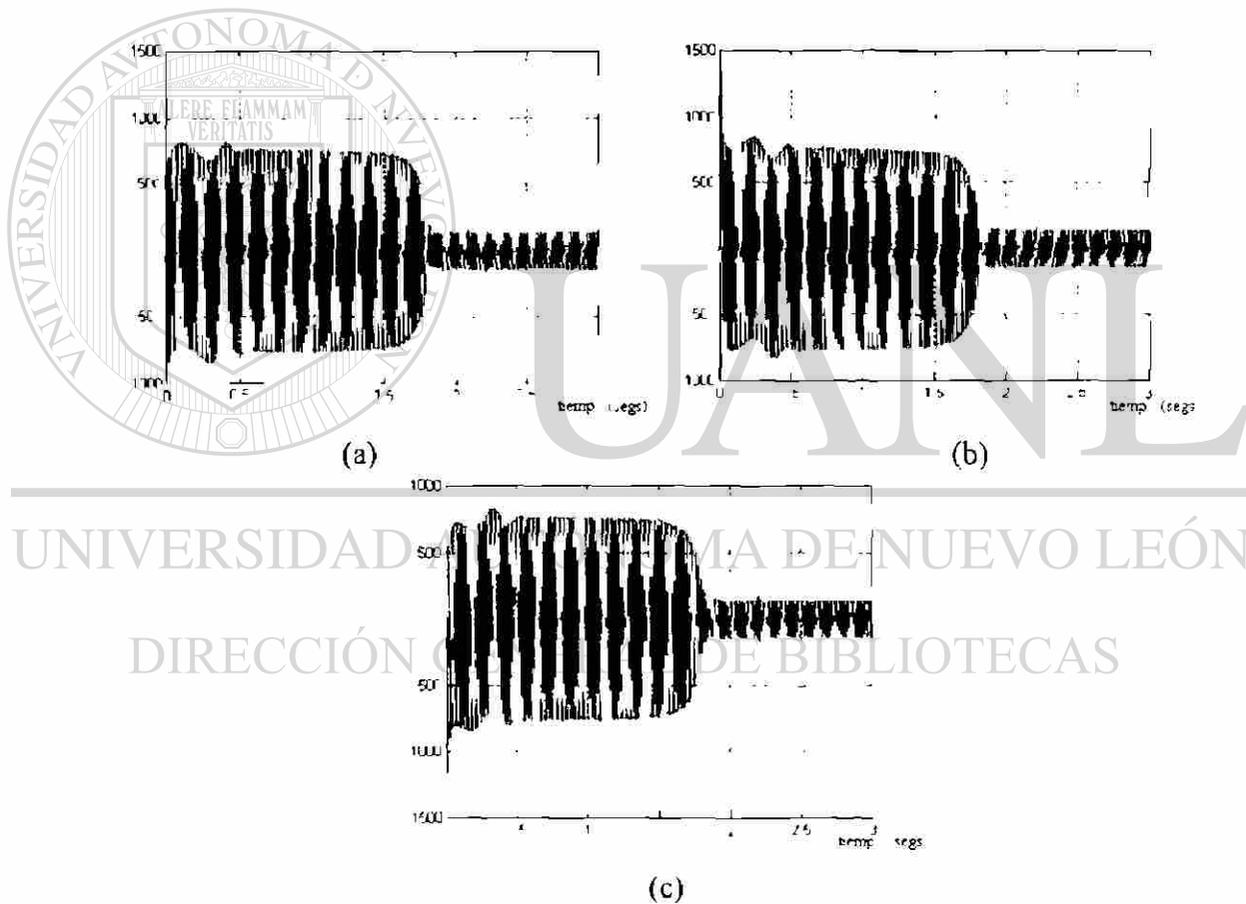
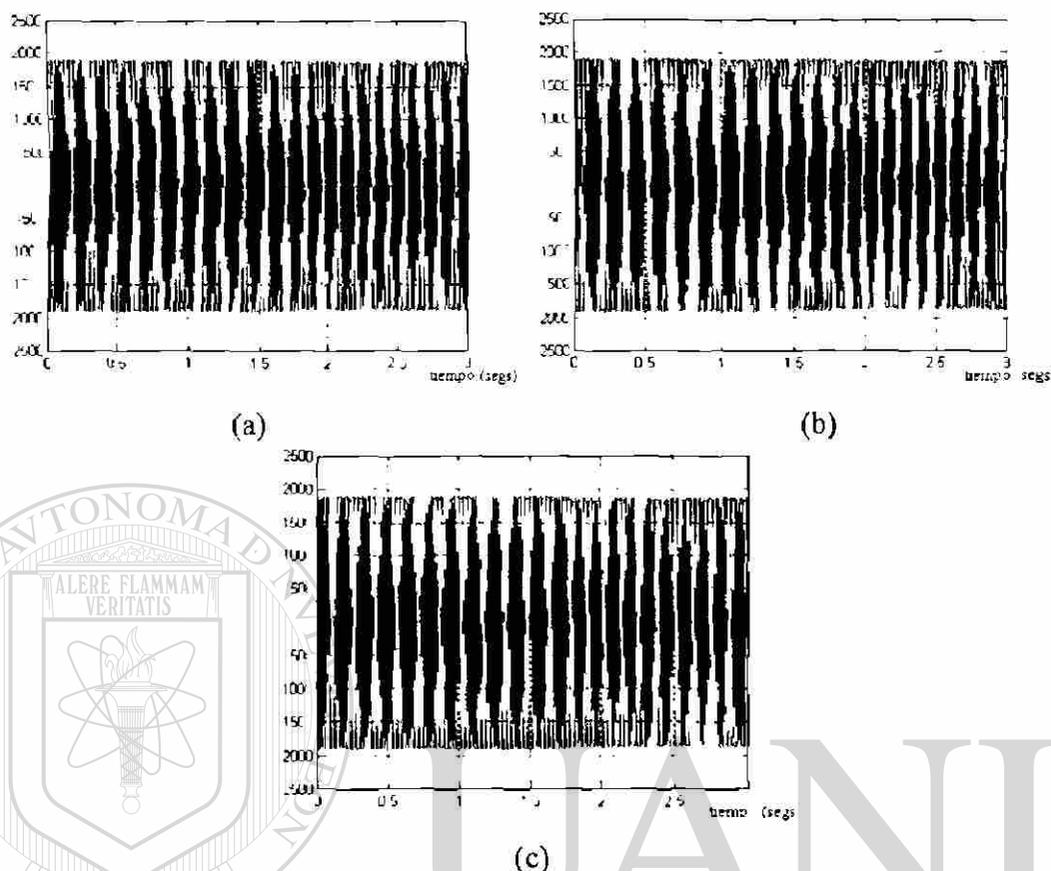


Fig. 5.45.- Corrientes en las fases a, b y c del motor con la disminución del valor de la reactancia del estator



**Fig. 5.46.-** Voltajes en las fases a, b y c del motor con la disminución del valor de la reactancia del estator

Como las simulaciones muestran, también en la aplicación del motor, el CND presenta un buen grado de robustez a los cambios bruscos en los parámetros

DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS

La estructura específica de los Controladores Neuronales Difusos (CND) utilizados en todas las simulaciones reportadas en este capítulo se presentan en el Anexo 1

# Capítulo Seis

## CONCLUSIONES

No obstante el éxito obtenido por el Control Difuso en diferentes aplicaciones, el análisis de sus propiedades, particularmente la estabilidad, es un campo abierto. El principal objetivo de esta tesis fue contribuir precisamente a establecer herramientas que faciliten este análisis

Como resultado, se lograron establecer condiciones de estabilidad, para el lazo cerrado tanto de sistemas lineales como no lineales controlados con un tipo de controlador difuso, producto éste también del trabajo de investigación

El controlador difuso que se desarrolló se denominó Controlador Neuronal Difuso (CND), pues se basa en la equivalencia entre una cierta estructura de Redes Neuronales (Redes Neuronales de Función Base Radial) y Controladores Difusos con funciones de pertenencia Gaussianas. La demostración estricta de esta equivalencia es aportación de la presente tesis.

La equivalencia mencionada permite, a partir de conocimiento heurístico expresado en reglas del tipo **SI . . . ENTONCES**, sintetizar un Controlador Neuronal Difuso (CND), cuyo mapeo entrada-salida tiene una representación matemática exacta. Esta representación también se dedujo como parte del presente trabajo de investigación

A partir de esta representación matemática estricta, fue posible demostrar que el Controlador Neuronal Difuso cumple con la condición sector  $[0, k]$ . Utilizando el Teorema de Popov, fue entonces posible derivar condiciones de estabilidad para Sistemas Lineales en lazo cerrado con el CND. La aplicación fue ilustrada por simulaciones.

Cumpliendo el CND con la condición sector, se demostró que es estrictamente pasivo y de ganancia finita sin "bias". Con estas propiedades se pudo establecer las condiciones de estabilidad  $L_2$  para Sistemas No Lineales en lazo cerrado con el CND. La aplicación de estas condiciones se visualiza con la regulación del péndulo de un Generador Síncrono conectado a

un "bus" infinito. Para ilustrar la viabilidad de la aplicación del CND a Sistemas No Lineales también se simularon el control de posición de un robot manipulador de uno y de dos grados de libertad, y el control de velocidad de un motor trifásico de corriente alterna. Las simulaciones muestran que el CND presenta un buen grado de robustez a cambios bruscos en los parámetros del Sistema No Lineal.

La aplicación al problema del penduleo del Generador Sincrono conectado al "bus" infinito indica que, el esquema Integrador mas Controlador Neuronal Difuso amerita a ser considerado para el control de Frecuencia Interareas de Sistemas Eléctricos de Potencia, cuyo mejoramiento tiene una gran importancia para la Industria de la Energía Eléctrica.

Es importante señalar que las condiciones de estabilidad, se establecieron para cuando el CND utiliza como señal de entrada solo el error. Sin embargo las simulaciones muestran que utilizar la derivada del error o la velocidad angular, en el caso del robot, mejora el desempeño del sistema controlado. Este es un tema que queda abierto para trabajo futuro.

Las condiciones de estabilidad  $L_2$  derivadas, solo garantizan acotamiento de las señales en el lazo de control. Reviste mayor importancia poder demostrar estabilidad asintótica del error. Este es un tema que también queda abierto para futuras investigaciones.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

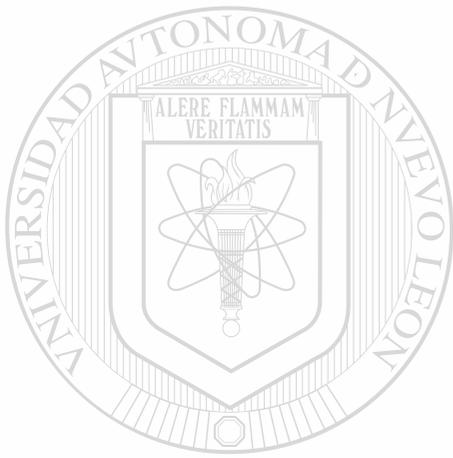
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## REFERENCIAS

- [1] R. Haber, "*Control Borroso*", Instituto Superior Politecnico "Julio Antonio Mella", Santiago de Cuba. 1991
- [2] D. Driankov, H. Hellendoorn and M. Reinfrank, "*An Introduction to Fuzzy Control*", Springer-Verlang. 1993.
- [3] G. Langari and M. Tomizuka, "*Analysis and Synthesis of Fuzzy Linguistic Control Systems*", Submitted to ASME -Winter Annual Meeting - Nov 1990 -Dallas, Tx.
- [4] C. C. Lee, "*Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller - Part I*", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 20, No. 2, 1990.
- [5] C. C. Lee, "*Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller - Part II*", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 20, No. 2, 1990.
- [6] L. A. Zadeh, "*Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes*", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, January 1973.
- 
- [7] Y. Tsukamoto, "*An Approach to Fuzzy Reasoning Method*", in *Advances in Fuzzy Set Theory and Applications*, M. M. Gupta, R. K. Ragade, and R. R. Yager, Eds. Amsterdam: North-Holland, 1979.
- [8] T. Takagi and M. Sugeno, "*Derivation of Fuzzy Control Rules from Human Operator's Control Actions*", in Proc of the IFAC Symp on Fuzzy Information, Knowledge Representation and Decision Analysis, Marseilles, France, 1983
- [9] C. Lau, "*Neural Networks, Theoretical Foundations and Analysis*". IEEE Press, A Selected Reprint Volume, Neural Networks Council Sponsor 1991
- [10] J. E. Dayhoff, "*Neural Network Architectures. An Introduction*", Van Nostrand Reinhold, 1990

- [11] A. Cichocki and R. Unbehaven, "*Neural Networks for Optimization and Signal Processing*", J Willey and Sons 1993.
- [12] J. Nie and D. A. Linkens, "*Learning Control Using Fuzzified Self-Organizing Radial Function Network*", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol 1, No. 4, 1993
- [13] L. X. Wang, "*Adaptive Fuzzy Systems and Control*", Prentice Hall, 1994
- [14] J. E. Slotine and Weiping Li, "*Applied Nonlinear Control*", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632 1991.
- [15] M. Le Coeur, "*La Commande Floue*", Rapport De DEA, Laboratoire d'Automatique, Institut National Polytechnique de Grenoble, France. 1992.
- [16] M. Vidyasagar, "*Nonlinear Systems Analysis*", Second Edition, Prentice Hall, 1993.
- [17] H. Horowitz and A. G. Phadke, "*Power System Relaying*", Research Studies Press LTD, 1992.
- [18] R. Ortega, M. Spong, "*Adaptive Motion Control of Rigid Robots: a tutorial*", Proc. IEEE Conf. on Dec. and Control, Austin, TX. USA, 1988
- [19] F. Beaufays, Y. Abdel-Regin and B. Widrow, "*Application of Neural Networks to Load-Frequency Control in Power Systems*", Neural Networks, Vol 7, Nov 1994
- [20] M. Jamshidi, N. Vadiie and T. J. Ross, "*Fuzzy Logic and Control*" PTR Prentice Hall, 1993
- [21] P. C. Krause, "*Analysis of Electric Machinery*", McGraw-Hill International Editions, Electrical Engineering Series, 1987



ANEXO 1

UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

En las simulaciones de esta tesis se utilizaron varios tipos de Controladores Neuronales Difusos. Esto en función del número de reglas, de la distribución de los conjuntos difusos en los correspondientes universos de discurso y del número de entradas al CND. A continuación se presentan las diferentes estructuras utilizadas en estas simulaciones

En el control del Sistema de Tercer Orden, en el capítulo cuatro, se utilizó un CND con siete reglas como se representa en la tabla 1 A, y en las figura 1.A.

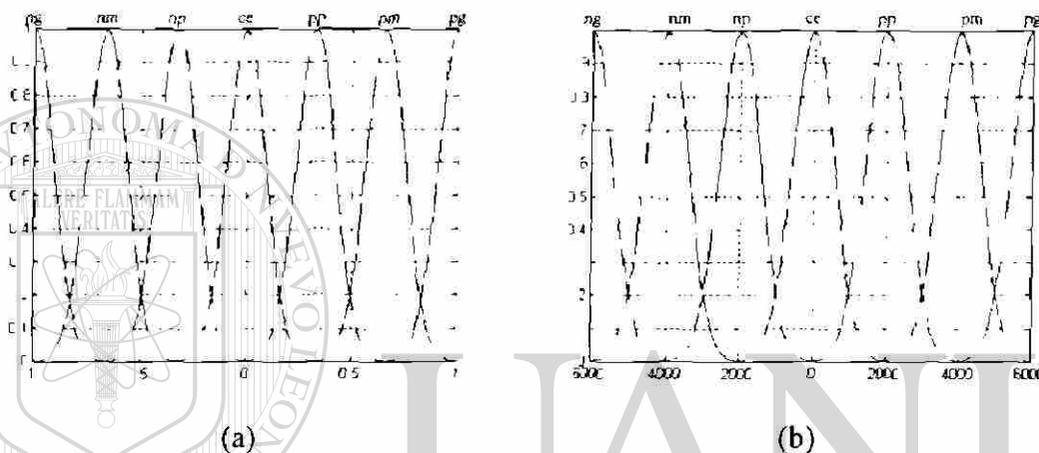


Fig. 1.A.- Distribución de los conjuntos difusos en los universos de discurso del error (a) y la acción de control (b)

Tabla 1.A.- Controlador Neuronal Difuso de siete reglas

<b>error</b>	ng	nm	np	ce	pp	pm	pg
<b>acción de control</b>	ng	nm	np	ce	pp	pm	pg

El control de posición de la "bola y la barra", también del capítulo cuatro, fue hecho con un CND de dos variables de entrada el error y su derivada. En esta simulación se utilizó un CND de 49 reglas como está representado en la tabla 2 A y en la figura 2 A

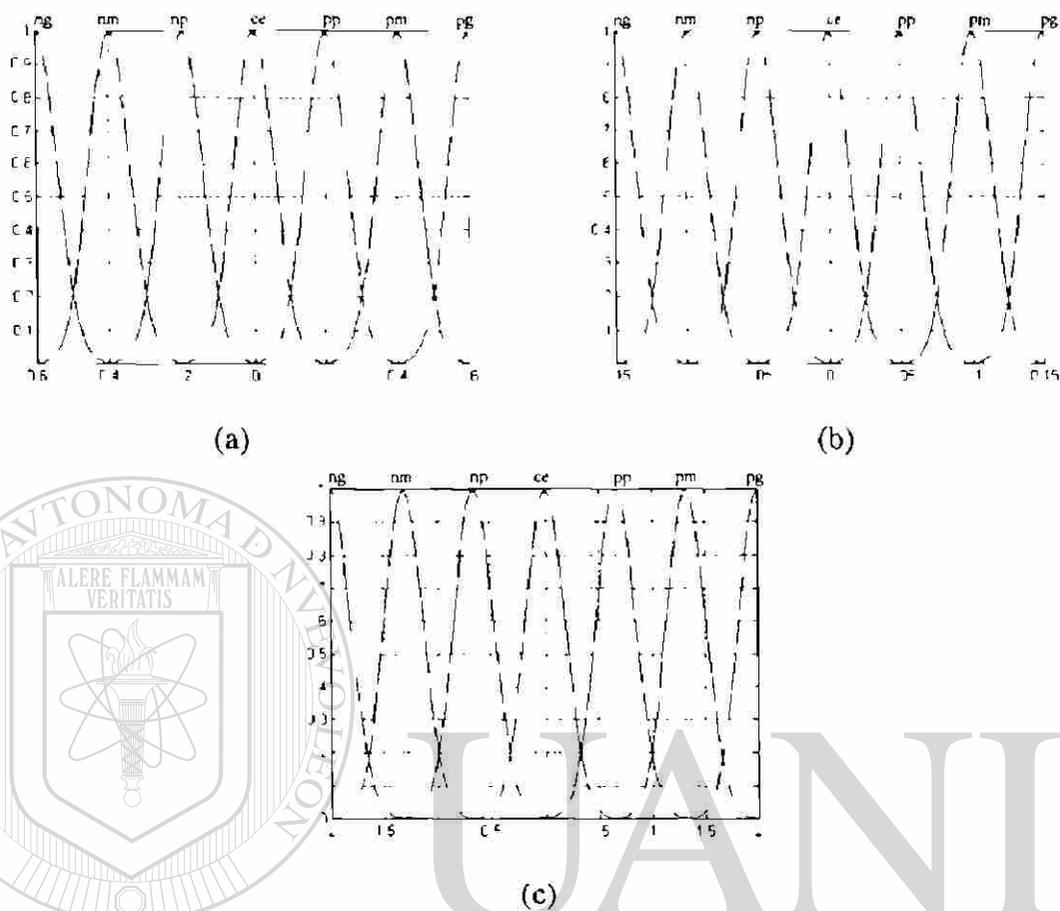


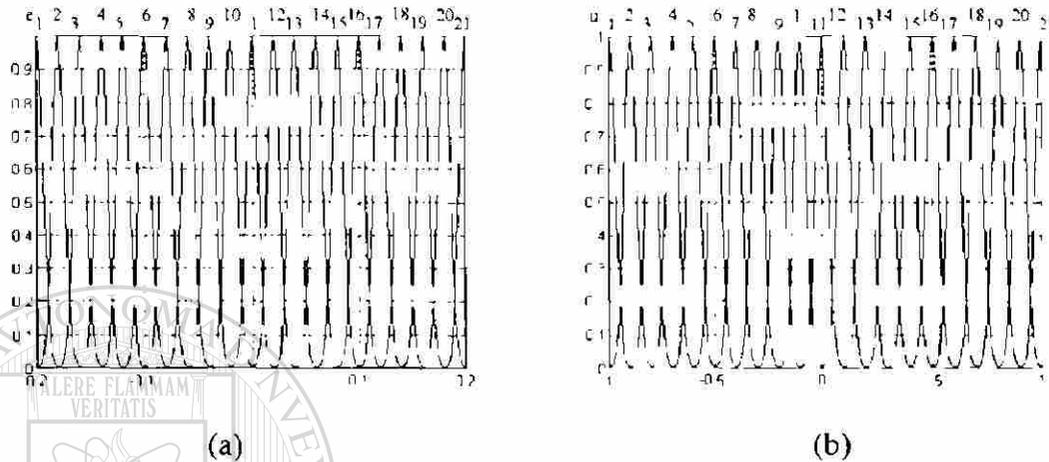
Fig. 2.A.- Distribución de los conjuntos difusos en los universos de discurso del error (a), la derivada del error (b) y la acción de control (c).

Tabla 2.A.- Controlador Neuronal Difuso de 49 reglas

der/err	ng	nm	np	ce	pp	pm	pg
ng	ng	ng	nm	nm	np	np	ce
nm	ng	nm	np	np	np	ce	pp
np	nm	np	np	np	ce	pp	pp
ce	np	np	np	ce	pp	pp	pp
pp	np	np	ce	pp	pp	pp	pm
pm	np	ce	pp	pp	pp	pm	pg
pg	ce	pp	pp	pm	pm	pg	pg

Para las simulaciones del control del penduleo en el generador sincrónico conectado a un "bus" infinito se utilizaron dos tipos de CND el primero de 21 reglas representadas en la tabla

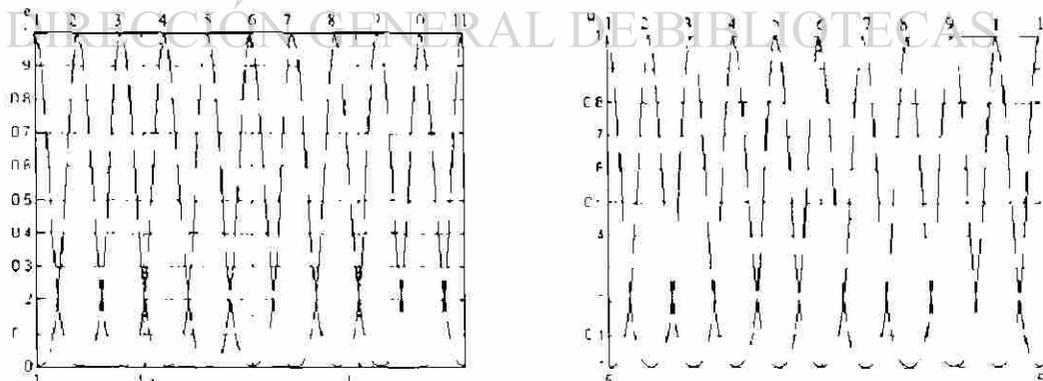
3.A y en la figura 3 A para el esquema de control representado en la figura 5.5, y el segundo, de 121 reglas representado en la tabla 4. A y en la figura 4.A para el esquema de control representado en la figura 5.15



**Fig. 3.A.-** Distribución de los conjuntos difusos en los universos de discurso del error (a) y la acción de control (b)

**Tabla 3.A.-** Controlador Neuronal Difuso de 21 reglas

error	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12	e13	e14	e15	e16	e17	e18	e19	e20	e21
acción	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8	u9	u10	u11	u12	u13	u14	u15	u16	u17	u18	u19	u20	u21
de																					
control																					

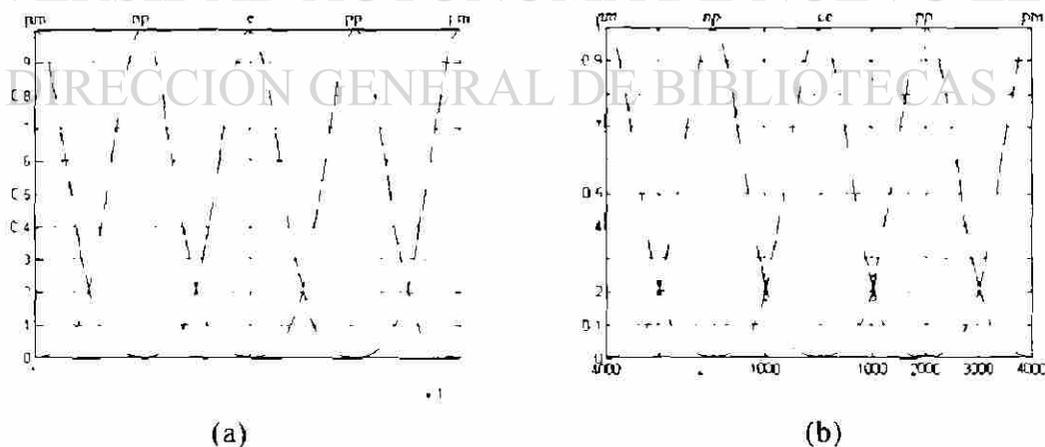


**Fig. 4.A.-** Distribución de los conjuntos difusos en los universos de discurso del error y la derivada del error (a), y la acción de control (b)

**Tabla 4.A.- Controlador Neuronal Difuso de 121 reglas**

de\e	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11
de1	u1	u1	u2	u2	u3	u3	u4	u4	u5	u5	u6
de2	u1	u2	u3	u4	u4	u5	u5	u5	u5	u6	u7
de3	u2	u3	u4	u5	u5	u5	u5	u5	u6	u7	u7
de4	u3	u4	u5	u5	u5	u5	u5	u6	u7	u7	u7
de5	u4	u5	u5	u5	u5	u5	u6	u7	u7	u7	u7
de6	u5	u5	u5	u5	u5	u6	u7	u7	u7	u7	u7
de7	u5	u5	u5	u5	u6	u7	u7	u7	u8	u8	u8
de8	u5	u5	u5	u6	u7	u7	u7	u8	u8	u8	u9
de9	u5	u5	u6	u7	u7	u7	u8	u8	u8	u9	u9
de10	u5	u6	u7	u7	u7	u8	u8	u8	u9	u9	u11
de11	u6	u7	u7	u8	u8	u9	u9	u9	u10	u11	u11

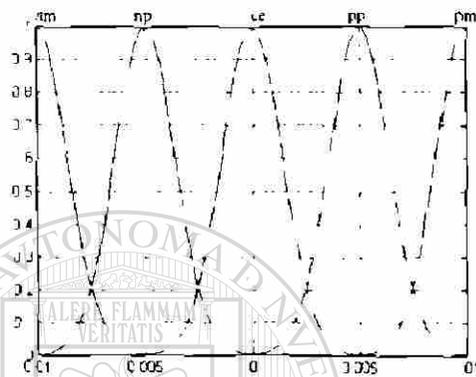
En la simulación del robot de un grado de libertad utilizando el esquema de control representado en la figura 5.23, se utilizó un CND de cinco reglas como el representado en la tabla 5.A y en la figura 5.A. La simulación del robot de un grado de libertad con el esquema de control representado en la figura 5.25 fue realizada con un CND de 15 reglas como las representadas en la tabla 6.A, y en la figura 6.A. Para el robot de dos grados de libertad se utilizó un CND de 15 reglas representado en la tabla 6.A y en la figura 7.A



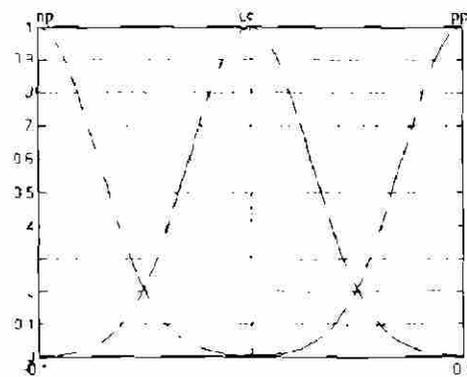
**Fig .5.A.- Distribucion de los conjuntos difusos en los universos de discurso del error (a) y la accion de control**

Tabla 5.A.- Controlador Neuronal Difuso de cinco reglas

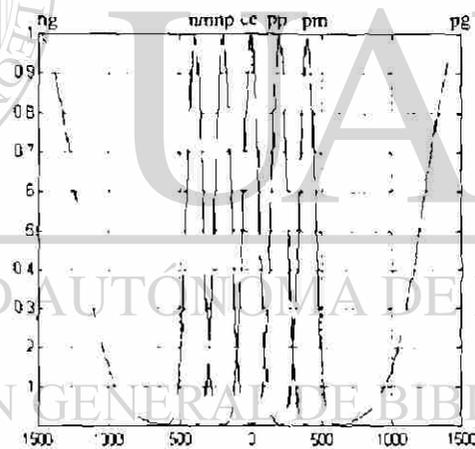
<b>error</b>	nm	np	ce	pp	pm
<b>acción de control</b>	nm	np	ce	pp	pm



(a)



(b)

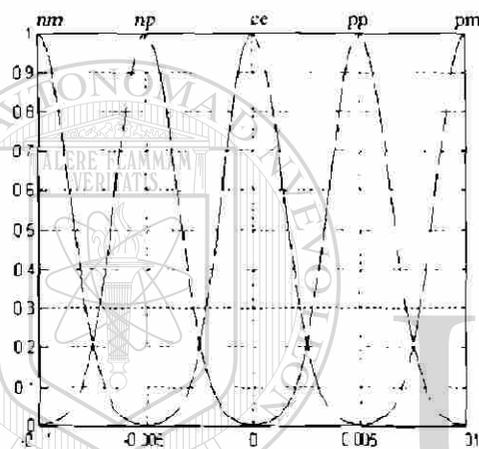


(c)

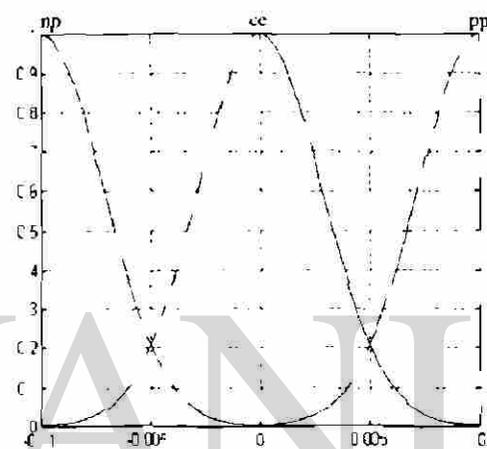
Fig. 6.A.- Distribución de los conjuntos difusos en los universos de discurso del error (a), la velocidad (b) y la acción de control (c)

**Tabla 6.A.- Controlador Neuronal Difuso de 15 reglas**

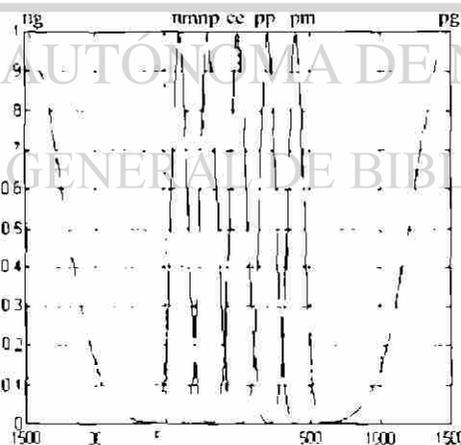
err.\der	np	ce	pp
np	ce	np	nm
nm	np	nm	ng
ce	pp	ce	np
pp	pm	pp	ce
pm	pg	pm	pp



(a)



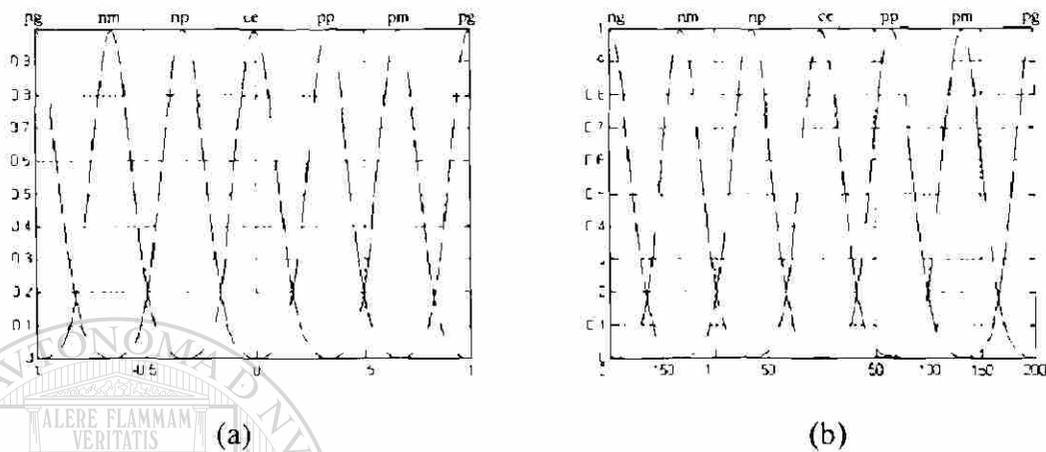
(b)



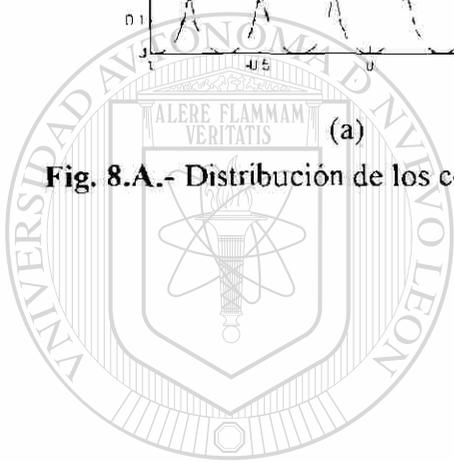
(c)

**Fig. 7.A.- Distribución de los conjuntos difusos en los universos de discurso del error (a), la velocidad (b) y la acción de control (c)**

En las simulaciones del control de velocidad del motor de inducción de corriente alterna se utilizó un CND de siete reglas representado en la tabla 1 A y en la figura 8 A



**Fig. 8.A.-** Distribución de los conjuntos difusos en los universos de discurso del error (a) y la acción de control (b)

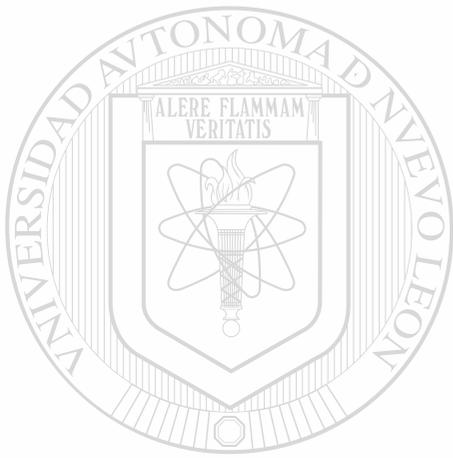


UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS





ANEXO 2

UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# Conference Publications Editor - IEEE Control Systems Society

Mechanical Engineering Dept  
 Northwestern University  
 2145 Sheridan Road  
 Evanston, IL 60208-3111

email: cdc@nwu.edu  
 fax: 708-491-3915  
 voice: 708-467-2666

**Corresponding Author information**

+52-83764514  
 +52-83320904  
 esanchez@ccr.dsi.uanl.mx

phone  
 fax  
 email

Edgar N. Sanchez  
 Automat. Contr. Graduate Prog.  
 Univ. Auton. de Nuevo Leon  
 Apartado Postal F-93, CU  
 San Nicolas de los Garza, NL 66451 MEXICO

name  
 dept  
 institution  
 address  
 city state zip country

Dear Dr. Sanchez:

January 2, 1995

This concerns your manuscript number 95S-053 which was submitted to the 1995 American Control Conference.

I am pleased to inform you that your paper was accepted as a SHORT paper for presentation in ACC95.

Copies of the reviews of your paper are enclosed. More information is on the reverse side of this letter. Thank you for your contribution to the American Control Conference.

Sincerely,



Michael Peshkin

- Reviewers' comments enclosed.  
 There were no useful reviewer comments for your paper.

Session: FP12 Sequence in session: 4  
 Fuzzy Control III

Title

Stability of Neurofuzzy Controllers

Paper ID

95S-053

Paper type

Short

Authorship (in correct sequence):

(surname)

Sanchez  
 Vega

(first name)

Edgar N.  
 Victor

(affiliation)

Univ. Auton. de Nuevo Leon  
 Univ. Auto. de Neuvo Leon

## About the decision on your paper

The decision about which contributed papers to accept for presentation at the conference is ultimately that of the program chair. It is made in consultation with the program committee, and is based on the recommendations of the associate editors of the conference. The associate editors in turn rely on reviews by numerous members of the community.

Please inform your co-authors (if any) of the decision on your paper. The acceptance of papers is made under the assumption that at least one author will attend the conference and present the paper. If this is not the case, please immediately inform Professor Galip Ulsoy (ACC '95 Program Chair) so that your paper can be removed from the schedule.

## About the reviews, enclosed

If there were useful comments about your paper, we have enclosed them with this letter. Please note that the return of these comments is unlike the return of journal reviews in several ways. First, the decision of the program committee is final; there is no need or opportunity to respond to the enclosed comments. Second, the comments enclosed are not intended to explain the decision of the program committee - it is entirely possible that the associate editor who handled your paper disagreed with the comments, and the program committee's decision may reflect that.

We are trying to send out only those comments that contain potentially useful suggestions to authors. However we are dealing with a very large number of papers all at once. If the comments enclosed are not of this nature, please accept my apologies.

## Schedule information

The session number (e.g. WA01) encodes the date and time of your session. The first character (W, T, or F) refers to Wednesday, Thursday, or Friday, June 21, 22, or 23, respectively. The second character (A, M, or P) refers to the morning, midday, or afternoon session, respectively. There will be 19 parallel tracks, numbered 01 through 19.

The Advance Program, which contains listings of all sessions as well as conference and hotel reservation information, will be mailed to you in March 1995.

An Author's Kit, containing detailed instructions for the preparation of your paper for publication in the Conference Proceedings will be mailed to you directly from the printer. Five pages are allotted for a regular paper and two pages for a short paper. If you have not received an Author's Kit by February 1, 1995, then please contact Galip Ulsoy.

ACC participants come from all over the world. The Operating and Program Committees are prepared to assist you to facilitate your participation in the ACC '95. Such assistance includes an invitation letter from the General Chair to help with your travel grant application. Unfortunately, our budget does not allow us to pay for your travel expenses and/or registration fee. If you need our assistance, please contact Professor Masayoshi Tomizuka (ACC '95 General Chair).

Thank you for choosing the 1995 ACC as an outlet for your work. We look forward to seeing you in Seattle.

Sincerely,

Michael Peshkin  
Editor, Conference Publications  
email: cdc@nwu.edu

STABILITY ANALYSIS FOR NEUROFUZZY CONTROLLERS

Edgar N. Sanchez and Victor Vega

Elect. Eng. Graduate Program  
FIME, Universidad Autonoma de Nuevo León  
Apartado Postal F-93, CU  
San Nicolas de los Garza, N.L., C.P. 66451  
MEXICO

Tel.(52)(8)3764514. Fax:(52)(8)3764514 or 3320904  
e-mail: esanchez@ccr.dsi.uanl.mx

**Keywords:** Fuzzy Control, Radial Basis Neural Networks, Stability Analysis

**Abstract**

The paper presents the stability analysis for a class of Neuro-Fuzzy Controllers. A representation of Fuzzy Sets as Radial Basis Neural Network is utilized. Stability conditions when linear plants are controlled with this type of Controller are obtained by means of Popov Theorem. Applicability of these conditions is illustrated via simulations.

**I. INTRODUCTION**

Since its introduction by L. A. Zadeh, almost thirty years ago, Fuzzy Logic has motivated a lot of interest and controversy. An excellent introductory text is [1]; unquestionably there has been a rapid growth of its use in a wide variety of consumer products and industrial systems [2,3]. Its application to Control Systems was initiated by E.H Mandani [4] and since then it has not stopped. One objection to Fuzzy Logic Controllers is the lack of formal analysis [5], recently there have appeared results which intend to solve this situation as in [6]

Due to the strong rebirth of Neural Networks during the last decade, there has been a great research interest to try to combine both paradigms in order to exploit better their advantages [7]. Perhaps the simplest approach is the one recently proposed in [8,9], there the relation between Radial Basis Neural Networks [10] and a particular structure of Fuzzy Control is established. This relation allows to implement Adaptive Fuzzy Control

For the researches reported in this paper, we reconsider the Neurofuzzy representation scheme proposed in [8,9]. Considering Gaussian membership functions, the intersection operation as the product of the membership values, and the defuzzifier introduced in [11]. We were able to demonstrate this Neurofuzzy Controller fulfills a sector condition; then we applied Popov Theorem to derive stability conditions. This is the main contribution of the paper.

The paper is organized as follows: first the Neurofuzzy Controller is briefly described, then the stability conditions are derived; to illustrate the applicability of these conditions simulations are included; finally the respective conclusions are stated.

**II. CONTROLLER DESCRIPTION**

The Fuzzy Controller, which structure is described above, is equivalent to a normalized Radial Basis Neural Network [8,9]; it can be formulated as:

$$v_k = \frac{\sum_{j=1}^p M_{v,k}^j * \prod_{i=1}^n \exp\left(-\frac{|M_{u,i}^j - u_i|^2}{\delta_i^2}\right)}{\sum_{j=1}^p \prod_{i=1}^n \exp\left(-\frac{|M_{u,i}^j - u_i|^2}{\delta_i^2}\right)} \quad (2.1)$$

where:

$\delta_i$ : support, on the universe of discourse  $U_i$ , of the  $i$ -th fuzzy set, corresponding to the  $i$  part of the rules

$M_{u,i}$ : support value where the  $i$ -th fuzzy set membership, corresponding to the IF part activated by the  $j$ -th rule, achieves its maximum value.

$M_{v,k}$ : support value where the  $j$ -th fuzzy set membership, corresponding to THEN part activated by the  $j$ -th rule, achieves its maximum value.

$P$  = Number of IF-THEN rules

$u_i$   $i$ -th component of the input

$v_k$   $k$ -th component of the output.

Selecting adequately the Fuzzy Sets support corresponding to the different "IF-THEN" rules, it is possible to obtain a configuration with no overlapping between more than two of them. The same configuration can be obtained for the control action fuzzy sets. Fig. 1 shows this configuration with the universe of discourse normalized to the interval  $[-1,+1]$ .

### III. STABILITY ANALYSIS

After determining the structure we proceed with the stability analysis, for single input-single output (SISO) plant. The input to the Neurofuzzy Controller was the error between the reference and the output of the plant. The Neurofuzzy Controller output constituted the input to the plant. So, if we assume the plant represented by a linear system then the closed loop system is formulated as

$$e = r - y$$

$$u = \Phi(e) \quad (3.1)$$

$$y(s) = g(s)u(s)$$

where:

- $e$ : error
- $g(s)$ : transfer function of the plant
- $r$ : reference
- $u$ : output of the Neurofuzzy Controller.
- $y$ : output of the plant
- $u(s)$ : Laplace transform of  $u$
- $y(s)$ : Laplace transform of  $y$

$\Phi()$  Neurofuzzy Controller function formulated as (2.1)

For the analysis, the fuzzy sets defined on the interval  $[-1,+1]$  are Gaussians; for values out of this interval the membership is equal to 1. Fig. 2 presents the output of the Controller as a function of the error, it is an odd symmetric function.

At this stage, we state and prove a theorem about the stability of the Neurofuzzy Controller.

#### Theorem

The closed loop system described by (3.1) is globally asymptotically stable if real number  $q$  exists, and if for all real  $\omega \geq 0$  and an arbitrary small  $\delta > 0$  then

$$\text{Re} \left[ (1 + j\omega q)g(j\omega) \right] + \frac{1}{K} \geq \delta \quad (3.2)$$

#### Proof

Let assume, without loss of generality,  $c$  bigger than or equal to zero, similar arguments to the ones presented below can be made for  $c$  smaller than zero

Due to the configuration of the fuzzy sets, both for the rules and for the control action, only two of them will be active at any time. Ordering the rules by the error magnitude, from smaller to bigger, then the activation of the first two rules is given by the equation.

$$f(e) = \frac{M_1 \cdot \exp\left(-\frac{(m_1 - e)^2}{\sigma^2}\right)}{\left(\exp\left(-\frac{e^2}{\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(m_1 - e)^2}{\sigma^2}\right)\right)} \quad (3.3)$$

where

$m_1$  support value different from zero where the fuzzy sets, corresponding to the IF-

THEN rules, achieve its first maximum value.

$M_1$ : support value different from zero, where the fuzzy sets, corresponding to the output, achieve its first maximum value.

As it can be seen in Fig. 2, the angle  $\alpha$  defines a sector condition [0,K]. To know K, the derivative of the function has to be equal to the tangent of the angle  $\alpha$ . This condition can be formulated as:

$$\frac{2m_1 e^{-\sigma^2}}{\sigma^2} = \exp\left(\frac{2m_1 e^{-m_1^2}}{\sigma^2}\right) \quad (3.4)$$

Unfortunately this equation can not be solved analytically, so a graphical procedure has to be utilized. Once K is known, Popov Theorem is directly applied. □ □ □

#### IV. SIMULATIONS

We tested, by simulations, the stability condition for different plants. In this paper, We include two typical examples: a first order system, and a ball and beam system.

##### First Order System

The transfer function of the first order system is as follows:

$$g(s) = \frac{1}{1+s}$$

The experiment consisted in regulating the plant starting from initial conditions different from zero. As presented in Fig. 3, the Neurofuzzy Controller (3.1) was able to regulate the plant, since the system fulfills the theorem.

##### Ball and beam system

We consider this system driven by a DC motor through pulleys connected by a cable. The transfer function of the linearized plant is,

$$g(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{a'K}{s^2(1+Ts)(1+T_0s)}$$

where:

- a': a/(n m)
- a: input voltage to motor angular speed ratio ( = 19 rad/s/volts )
- n: gear reduction ratio ( = 64 )
- m: pulleys reduction ratio ( = 15 )
- T: motor time constant ( = 0.022s )
- T<sub>0</sub>: ball and beam time constant (=1.73s)
- K: mg/f
- m: weight of the ball ( = 0.23 kg )
- g: gravity acceleration ( = 9.81 m/s<sup>2</sup> )
- f: friction coefficient. ( = 0.24 kg/s )
- y: ball position (m)
- u: motor voltage (volts)

The Neurofuzzy Controller (3.1) was unable to regulate this plant, since it does not satisfy the theorem. In order to obtain this regulation it was required to connect two Neurofuzzy Controllers (3.1) in parallel, the first one for the error and the second one for the derivative of the error, using this structure it was possible to regulate the plant as shown in Fig. 4.

#### V. CONCLUSIONS

We stated and proved a theorem about the stability of a specific structure of Neurofuzzy Controllers. The applicability of the stability conditions was illustrated by simulations. As this simulations suggest including the derivative of the error improves the stability of the closed loop systems. This condition is being analyzed using the Multivariable Popov Theorem.

It will be very useful to extend this stability analysis to nonlinear plant. Work is in progress, using the passivity approach, to determine the corresponding stability conditions.

#### REFERENCES

- 1) L. A. Zadeh, "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes", IEEE trans. on Syst., Man, and Cybern.,

Vol.3, No1, 1973

2) M Sugeno. Ed. "Industrial Application of Fuzzy Control", Edit North-Holland, 1985.

3) S Yasunobu, S. Sekino, and T. Hasegawa. "Automatic Train Operation and Automatic Crane Operation based on Predictive Fuzzy Control", Proc 2nd. IFSA Congress, Tokyo Japan, 1987.

4) E H.Mandani, "Applications of Fuzzy Algorithms for Simple Dynamics Plant", Proc IEE, Vol 121, No 12, 1974.

5) P Bernard, "Fuzzy Control, Facts, Japan and Europe". Tecnews, Vol 1, No 1, 1992.

6) W Pedrycz, "Fuzzy Control and Fuzzy Systems". 2nd Edition, Edit John Wiley and Sons, 1992

7) S Horikawa, T. Furushadi and Y. Uchikawa, "On Fuzzy Modeling using Fuzzy Neural Networks with the Back-Propagation Algorithm", IEEE trans. on Neural Networks, Vol. 3, No 5, 1992.

8) J Nic and D A Linkens, "Learning Control using Fuzzified Self-organizing Radial Basis Function Networks", IEEE trans. on Fuzzy Systems, Vol 1, No 4, 1993.

9) L X.Wang, "Adaptive Fuzzy Systems and Control", Edit Prentice Hall, 1994

10) T. Poggio and F Girosi, "Networks for Approximation and Learning", Proc IEEE, Vol 78, pp 1481-1497, 1990.

11) G. Langari, M Tomizuka, "Analysis and Synthesis of Fuzzy Linguistic Control Systems", Tech Report ESRC 90-10, University of California, Berkeley, 1990.

12) J Moody and C.Darken, "Fast-learning in Networks of Locally-tuned Processing Unit", Neural Computation, Vol. 3, pp 281-294, 1989

13) H K.Khalil, "Nonlinear Systems". Edit. Maxwell Macmillan, 1992.

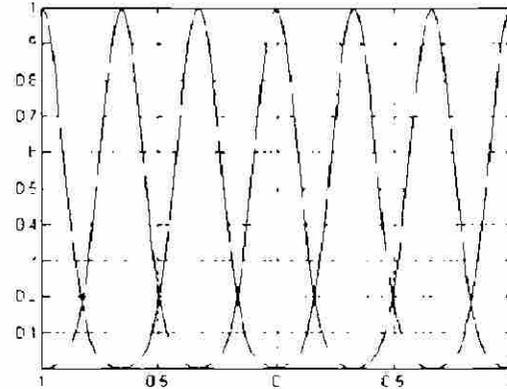


Fig. 1 - Gaussians Fuzzy Sets

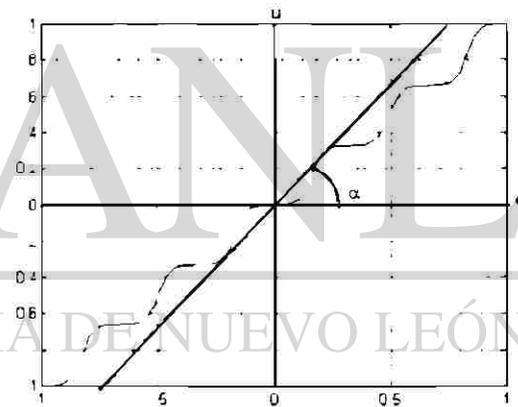
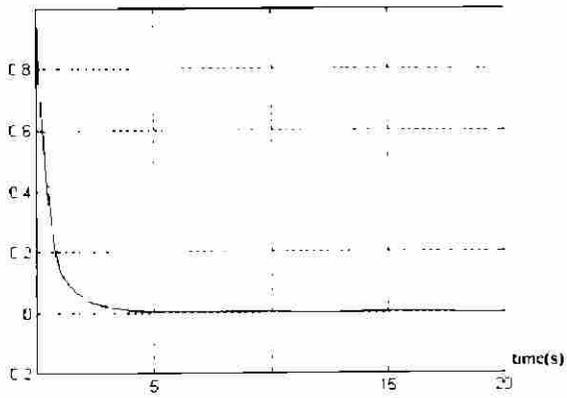


Fig. 2 - Controller Function



**Fig. 3 First Order System Regulation**



**Fig. 4.- Ball position Regulation**

