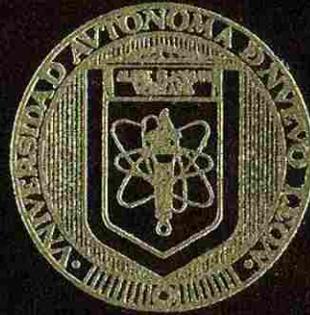


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



FORMULACIONES TRIFASICAS MULTIFRECUENCIAS  
PARA EL ESTUDIO DE REDES ELECTRICAS  
EN ESTADO ESTABLE

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
DOCTOR EN INGENIERIA ELECTRICA

P R E S E N T A :

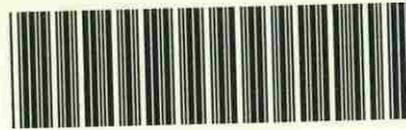
JUAN MARCOS GARCIA MARTINEZ

MONTERREY, N. L.

FEBRERO DE 1995

FORMULACIONES TRIRASICAS MULTITERRECUENCIAS  
PARA EL ESTUDIO DE REDES ELECTRICAS  
EN ESTADO ESTABLE

FD  
Z5853  
.M2  
FIME  
1995  
G3



1020112146



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**FORMULACIONES TRIFÁSICAS MULTIFRECUENCIAS  
PARA EL ESTUDIO DE REDES ELÉCTRICAS  
EN ESTADO ESTABLE**

Los miembros del comité aprueban la Tesis  
Doctoral de Juan Marcos García Martínez

Dr. Florencio Aboytes García  
Asesor



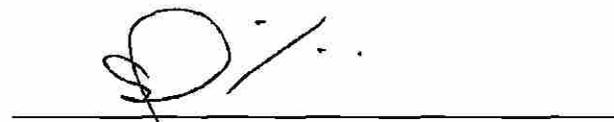
Dr. Oscar Chacón Mondragón



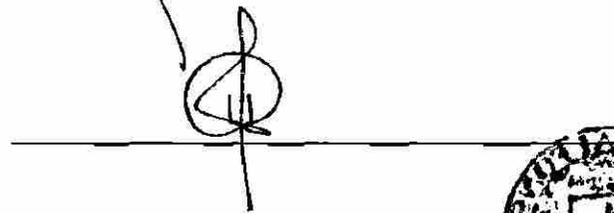
Dr. Federico Viramontes Brown



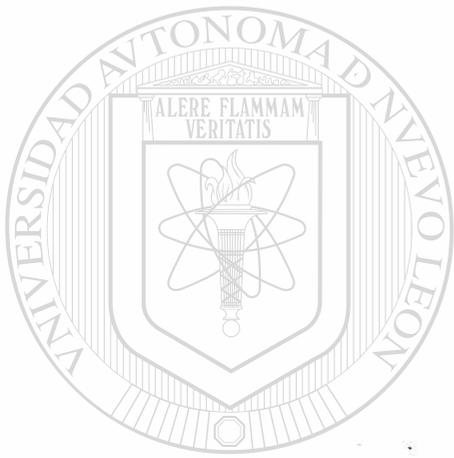
Dr. Salvador Acha Daza



Dr. Hector Altuve Ferrer



FONDO TESIS



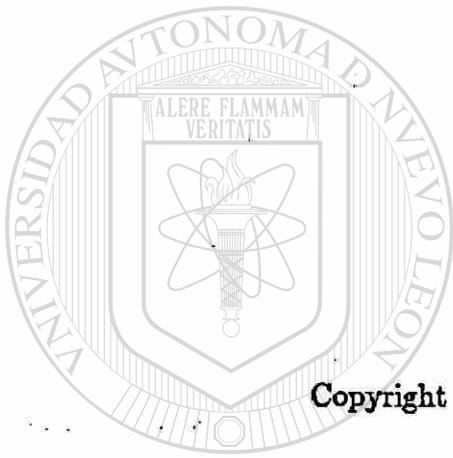
# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN<sup>®</sup>  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**FONDO TESIS**



**Copyright ©1995 by Juan Marcos García Martínez  
Reservados todos los derechos**

UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**Dedicado a mis padres:**

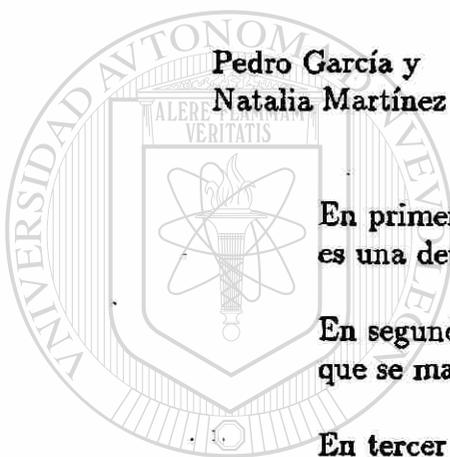
**Pedro García y  
Natalia Martínez**

**En primer lugar por la vida,  
es una deuda que nunca podré pagar.**

**En segundo término por su amor sin límites,  
que se materializó en un constante espíritu de sacrificio.**

**En tercer lugar porque todo lo que soy se lo debo a ellos,  
al espíritu de superación que supieron transmitir a todos sus hijos.**

**Por todo mil gracias.**



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



**FORMULACIONES TRIFÁSICAS MULTIFRECUENCIAS  
PARA EL ESTUDIO DE REDES ELÉCTRICAS  
EN ESTADO ESTABLE**

---

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**TESIS**

**DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO L.  
DOCTOR EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PRESENTA:**

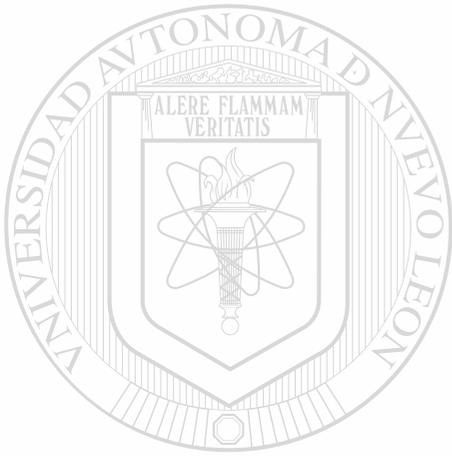
**JUAN MARCOS GARCÍA MARTÍN**

**Monterrey, N.L.**

**Febrero de 1995**

TD  
75893  
M2  
FIME  
1995  
53

0117-10860



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**FONDO TESIS**

## **AGRADECIMIENTOS:**

**Al Dr. Florencio Aboytes, por la acertada dirección de este trabajo de investigación.**

**A todos los maestros y compañeros del Programa de Doctorado en Ingeniería Eléctrica, por la amistad que siempre me han brindado y por su valiosa ayuda en el desarrollo del presente trabajo.**

**A mis amigos del Centro Universitario Roda, por la gran amistad que me han brindado. Y porque en esas instalaciones inicié y concluí mis estudios de posgrado.**

**Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el apoyo económico para realizar estos estudios.**

**Al Sistema Nacional de Investigadores por el apoyo económico que me ha brindado para realizar la presente investigación.**

**A la Universidad Autónoma de Nuevo León por la oportunidad y el apoyo que me brindó para realizar estos estudios.**

**DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS**

## RESUMEN

### FORMULACIONES TRIFÁSICAS MULTIFRECUENCIAS PARA EL ESTUDIO DE REDES ELÉCTRICAS EN ESTADO ESTABLE

Publicación No. \_\_\_\_\_

Juan Marcos García Martínez, Doctor en Ingeniería Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León, 1995

Profesor Asesor: Dr. Florencio Aboytes García

En este trabajo se presentan técnicas de análisis trifásicas para el estudio de sistemas eléctricos de potencia en estado estable.

---

Se describe en detalle una formulación para realizar estudios de flujos de potencia trifásicos de frecuencia fundamental, posteriormente se generaliza el algoritmo para realizar estudios de flujos de potencia trifásicos armónicos.

Se analizan modelos activos de máquinas síncronas y rectificadores controlados por tiristores, los cuales actúan como fuentes de armónicas. El modelo de la máquina síncrona considera los fenómenos de conversión de frecuencias y de saturación del flujo principal. También se incluyen modelos pasivos, dependientes de la frecuencia, de los componentes del sistema eléctrico, por ejemplo, modelos de líneas de transmisión; transformadores, cargas, etc.

También se presentan técnicas de análisis lineales para estudios de frecuencia fundamental y de frecuencias armónicas; se detalla una formulación para realizar estudios

trifásicos de resonancia en líneas de transmisión con compensación paralelo, adicionalmente se presenta una técnica lineal para determinar la penetración de armónicas en redes eléctricas.

Se presentan conceptos para estudiar señales eléctricas no-sinusoidales. Se desarrollan y analizan expresiones para evaluar los valores rms de señales de voltaje y corriente, de la potencia real y de sus componentes analíticos, voltamperes aparentes, reactivos y de distorsión. Además se presentan índices para medir los grados de contaminación de armónicas en las señales.

Para ilustrar las técnicas desarrolladas se incluyen resultados de simulaciones en sistemas de prueba considerando diversos estudios de interés, tanto a la frecuencia fundamental como a las frecuencias armónicas, v.g. flujos de potencia, desconexión monopolar, resonancia en líneas de transmisión compensadas, efectos del reactor controlado por tiristores y de la máquina síncrona en la contaminación de armónicas, amplificación de armónicas debido al fenómeno de resonancia, etc. Los estudios se realizan en coordenadas de fase (abc), lo cual permite considerar los desbalances del sistema.

---

Finalmente, se presentan conclusiones y recomendaciones para realizar los estudios y para la selección de las metodologías contenidas en este trabajo.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# Contenido

<b>1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1 Motivación del trabajo . . . . .	1
1.1.1 Justificación de los estudios trifásicos . . . . .	2
1.1.2 Justificación de los estudios armónicos . . . . .	3
1.1.3 Reseña histórica del problema de armónicas . . . . .	5
1.2 Estudios de frecuencia fundamental . . . . .	7
1.2.1 Estudios de fallas . . . . .	8
1.2.2 Estudios de flujos de potencia . . . . .	9
1.2.3 Estudios de estabilidad . . . . .	10
1.3 Estudios de armónicas . . . . .	11
1.3.1 Análisis linealizado . . . . .	12
1.3.2 Análisis no-lineal multifrecuencia . . . . .	13
1.3.3 Simulación no-lineal en el tiempo . . . . .	13
1.4 Fuentes de armónicas . . . . .	14
1.4.1 Fuentes de armónicas internas . . . . .	15
1.4.2 Fuentes de armónicas externas . . . . .	15
1.5 Revisión histórica de estudios de flujos trifásicos multifrecuencias . . . . .	16
1.6 Contenido de la tesis . . . . .	20
<b>2 ANÁLISIS DE SEÑALES ARMÓNICAS</b>	<b>23</b>
2.1 Transformada de Fourier . . . . .	24
2.1.1 Series de Fourier . . . . .	25
2.1.2 Forma trigonométrica . . . . .	25
2.1.2.1 Cálculo de los coeficientes de Fourier . . . . .	27

2.1.3	Forma compleja de la serie de Fourier . . . . .	27
2.1.4	Simetría de formas de onda . . . . .	29
2.1.4.1	Simetría impar . . . . .	29
2.1.4.2	Simetría par . . . . .	30
2.1.4.3	Simetría de media onda . . . . .	30
2.1.5	Transformada discreta de Fourier . . . . .	31
2.1.5.1	Transformada rápida de Fourier . . . . .	32
2.2	Factores de distorsión . . . . .	33
<b>3</b>	<b>MODELADO DE ELEMENTOS PARA ESTUDIOS MULTIFRECUEN-</b>	
	<b>CIA</b> . . . . .	<b>41</b>
3.1	Introducción . . . . .	41
3.2	Máquinas síncronas . . . . .	42
3.2.1	Modelado de la conversión de frecuencias . . . . .	43
3.2.1.1	Modelo armónico de la máquina síncrona en coordenadas (dqo) . . . . .	44
3.2.1.2	Modelo armónico de la máquina síncrona en coordenadas (abc) . . . . .	47
3.2.2	Modelado de la saturación . . . . .	51
3.2.2.1	Saturación en coordenadas (dqo) . . . . .	51
3.2.2.2	Saturación en coordenadas (abc) . . . . .	56
3.2.2.3	Proceso iterativo para calcular $W(h)$ . . . . .	57
3.2.3	Modelo pasivo de máquina síncrona . . . . .	57
3.3	Reactor controlado por tiristores . . . . .	58
3.3.1	Equivalente Norton del RCT . . . . .	58
3.3.2	Conexión real de compensadores . . . . .	61
3.4	Líneas de transmisión . . . . .	63
3.5	Transformadores . . . . .	66
3.6	Cargas . . . . .	69
3.7	Inductores y Capacitores . . . . .	70
<b>4</b>	<b>ESTUDIO DE FLUJO TRIFÁSICO DE FRECUENCIA FUNDAMEN-</b>	
	<b>TAL</b> . . . . .	<b>71</b>
4.1	Introducción . . . . .	71

4.2	Formulación del problema . . . . .	72
4.3	Algoritmo de solución utilizando el método de Newton-Raphson . . . . .	72
4.4	Ecuaciones de restricción . . . . .	74
4.4.1	Nodos de carga . . . . .	74
4.4.2	Nodos de voltaje controlado . . . . .	76
4.4.2.1	Ecuación de la potencia activa total . . . . .	76
4.4.2.2	Ecuación del voltaje controlado . . . . .	76
4.4.2.3	Ecuaciones de las corrientes internas . . . . .	77
4.4.3	Nodo compensador . . . . .	79
4.5	Elementos del jacobiano . . . . .	80
4.5.1	Nodos de carga . . . . .	80
4.5.2	Nodos de generación . . . . .	81
4.5.3	Nodo compensador . . . . .	81
4.6	Control de voltaje de secuencia positiva . . . . .	83
4.7	Límites de potencia reactiva generada . . . . .	85
4.8	Diagrama lógico del algoritmo . . . . .	87
4.9	Formulaciones desacopladas . . . . .	92
4.9.1	Formulación desacoplada rápida . . . . .	93
4.10	Análisis de resultados en casos de estudio . . . . .	95
4.10.1	Sistema desbalanceado . . . . .	96
4.10.2	Desconexión monopolar . . . . .	100
4.10.3	Cálculo de neutros . . . . .	105
4.11	Conclusiones . . . . .	108
<b>5</b>	<b>ESTUDIO DE FLUJO DE POTENCIA ARMÓNICO</b>	<b>110</b>
5.1	Introducción . . . . .	110
5.2	Formulación del problema . . . . .	111
5.3	Ajuste de parámetros de control . . . . .	114
5.3.1	Característica de operación del RCT . . . . .	115
5.3.2	Ajuste del ángulo de conducción del RCT utilizando el error en la ecuación de control . . . . .	117

5.3.3	Ajuste del ángulo de conducción del RCT utilizando las características de operación . . . . .	119
5.3.3.1	Obtención de la característica del sistema . . . . .	122
5.3.3.2	Justificación de la aproximación de la característica del sistema . . . . .	123
5.4	Algoritmo de solución . . . . .	124
5.5	Análisis de resultados en casos de estudio . . . . .	127
5.5.1	Contaminación de armónicas del RCT . . . . .	128
5.5.2	Efecto del ángulo de conducción en la generación de armónicas . . . . .	138
5.5.3	Efecto del capacitor en la propagación de armónicas . . . . .	139
5.5.4	Análisis de la convergencia del método de la función error . . . . .	146
5.5.5	Análisis de la convergencia de los métodos de las características . . . . .	149
5.5.6	Comparación de las tres alternativas mediante el número de iteraciones . . . . .	151
5.5.7	Efecto de la conversión de frecuencias . . . . .	153
5.5.7.1	Máquina síncrona como única fuente de armónicas . . . . .	154
5.5.7.2	Conversión de las frecuencias armónicas de una fuente externa . . . . .	158
5.5.8	Efecto de la saturación . . . . .	160
5.6	Conclusiones . . . . .	161

## 6 ESTUDIOS TRIFÁSICOS LINEALES 164

6.1	Resonancia en líneas de transmisión compensadas . . . . .	165
6.1.1	Formulación del problema . . . . .	165
6.1.2	Análisis utilizando las ecuaciones nodales . . . . .	166
6.1.2.1	Formación del sistema de ecuaciones nodales . . . . .	167
6.1.2.2	Solución de las ecuaciones nodales completas . . . . .	168
6.1.2.3	Solución considerando solo el efecto capacitivo . . . . .	170
6.1.3	Método electrostático . . . . .	172
6.1.4	Conclusiones . . . . .	174
6.2	Análisis armónico linealizado . . . . .	175
6.2.1	Formulación del estudio . . . . .	175
6.2.2	Caso de estudio 1 . . . . .	176
6.2.3	Caso de estudio 2 . . . . .	181

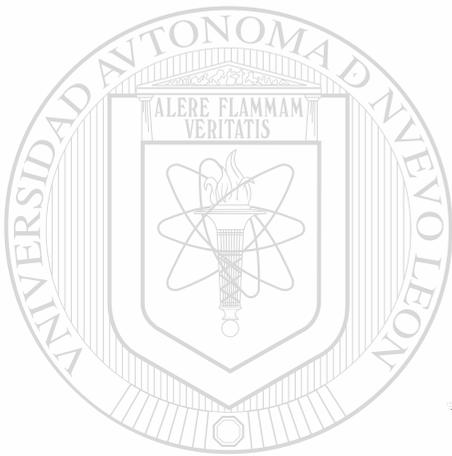
F.1	Efecto en la tensión térmica . . . . .	230
F.1.1	Clasificación de las pérdidas . . . . .	231
F.1.1.1	Pérdidas en el cobre . . . . .	231
F.1.1.2	Pérdidas en el hierro . . . . .	232
F.1.1.3	Pérdidas en el dieléctrico . . . . .	233
F.1.2	Efecto en elementos del sistema . . . . .	233
F.1.2.1	Motores y generadores . . . . .	234
F.1.2.2	Transformadores . . . . .	235
F.1.2.3	Bancos de capacitores . . . . .	235
F.1.2.4	Cargas . . . . .	236
F.2	Efecto en la tensión dieléctrica . . . . .	237
F.3	Funcionamiento anormal . . . . .	237
<b>APÉNDICE G. LÍMITES DE ARMÓNICAS RECOMENDADOS</b>		<b>239</b>
<b>APÉNDICE H. RESONANCIA EN LÍNEAS COMPENSADAS</b>		<b>242</b>
H.1	Condiciones sin falla . . . . .	243
H.1.1	Línea balanceada, reactor sin acoplamiento . . . . .	243
H.1.2	Línea con disposición horizontal, reactor sin acoplamiento . . . . .	244
H.1.3	Línea desbalanceada, reactor sin acoplamiento . . . . .	245
H.1.4	Línea balanceada, reactor con acoplamiento . . . . .	246
H.1.5	Línea con disposición horizontal, reactor con acoplamiento . . . . .	246
H.2	Fallas en la línea desconectada . . . . .	246
H.2.1	Falla de fase a tierra . . . . .	247
H.2.2	Falla doble de fase a tierra . . . . .	248
H.2.3	Falla de línea a línea . . . . .	248
H.2.4	Falla trifásica . . . . .	249
H.3	Ejemplo numérico . . . . .	249

# Lista de Figuras

2.1	Representación de una señal en los dos dominios	26
2.2	Ahorro de operaciones usando FFT	33
3.1	Modelo general de máquina síncrona	43
3.2	Proceso de conversión de frecuencias	50
3.3	Curva de saturación de la máquina	53
3.4	Formas de onda de voltaje y corriente en un RCT	59
3.5	Equivalente Norton de un RCT	60
3.6	Diagrama unifilar de un compensador de 6 pulsos	62
3.7	Diagrama unifilar de un compensador de 12 pulsos	63
3.8	Parámetros de una línea de transmisión en función de la frecuencia	65
3.9	Modelos armónicos de transformadores	67
3.10	Obtención punto a punto de la corriente de magnetización	68
3.11	Modelo de la carga para las frecuencias armónicas	69
4.1	Modelos del generador de frecuencia fundamental	77
4.2	Diagrama lógico del estudio de flujo de potencia	88
4.3	Sistema de estudio desbalanceado	96
4.4	Transformador 1-2 antes y después de desconectar la fase b de la línea 2-6	103
4.5	Transformador en conexión delta-estrella sin aterrizar	106
4.6	Circuito equivalente del transformador con conexión delta-estrella	106
5.1	Esquema de control del RCT	115
5.2	Error en función del ángulo de conducción	118
5.3	Proceso de solución utilizando el método de la secante	119
5.4	Proceso de solución utilizando las características de operación	120

5.5	Función ( $\sigma - \text{sen}\sigma$ ) . . . . .	122
5.6	Obtención de la pendiente de la característica del sistema . . . . .	123
5.7	Equivalente del sistema para la obtención de la característica . . . . .	123
5.8	Diagrama lógico del estudio de flujo de potencia armónico . . . . .	125
5.9	Sistema de estudio de 5 nodos . . . . .	128
5.10	Formas de onda de voltajes . . . . .	132
5.11	Formas de onda de corrientes del RCT para $\sigma = 136^\circ$ . . . . .	134
5.12	Potencia instantánea de la fase a del RCT . . . . .	135
5.13	Flujos de corriente y potencia de la línea 4-3, fase a . . . . .	137
5.14	Flujos de potencia instantáneos en líneas (fase a) . . . . .	137
5.15	Formas de onda de las corrientes del RCT para $\sigma = 90^\circ$ . . . . .	140
5.16	Magnitud del voltaje en función de la admitancia del capacitor . . . . .	141
5.17	Equivalente visto desde el nodo 3 para la quinta armónica . . . . .	141
5.18	Formas de onda de voltajes . . . . .	143
5.19	Flujos de potencia instantáneos en líneas (fase a) . . . . .	144
5.20	Función error para distintos valores de inductancia . . . . .	147
5.21	Función error para distintos valores de pendiente del RCT . . . . .	148
5.22	Características reales de un sistema de prueba . . . . .	150
5.23	Sistema de prueba de 3 nodos . . . . .	154
5.24	Formas de onda de voltajes, efecto de conversión de frecuencias . . . . .	156
5.25	Formas de onda de corrientes en el nodo 2 . . . . .	156
5.26	Potencias instantáneas en el nodo 2 . . . . .	157
5.27	Formas de onda de voltajes . . . . .	159
5.28	Formas de onda de voltajes . . . . .	161
6.1	Línea de transmisión acoplada con compensación . . . . .	166
6.2	Voltajes en el nodo 5, calculados con ecuaciones completas . . . . .	169
6.3	Voltajes en el nodo 5 para $Q = 400$ . . . . .	170
6.4	Línea de transmisión compensada sin considerar el efecto inductivo . . . . .	171
6.5	Voltajes en el nodo 5, sin considerar el efecto inductivo . . . . .	172
6.6	Forma de onda de la corriente inyectada . . . . .	177
6.7	Voltajes de los nodos 1 y 2 . . . . .	178

<b>6.8</b>	<b>Voltajes de los nodos 3, 4 y 5</b>	<b>179</b>
<b>6.9</b>	<b>Redes equivalentes en componentes (<math>\phi + -</math>)</b>	<b>187</b>
<b>H.1</b>	<b>Reactancia de compensación para condiciones de falla</b>	<b>252</b>
<b>H.2</b>	<b>Valores de reactancia para falla de fase a tierra</b>	<b>252</b>



**UANL**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# Lista de Tablas

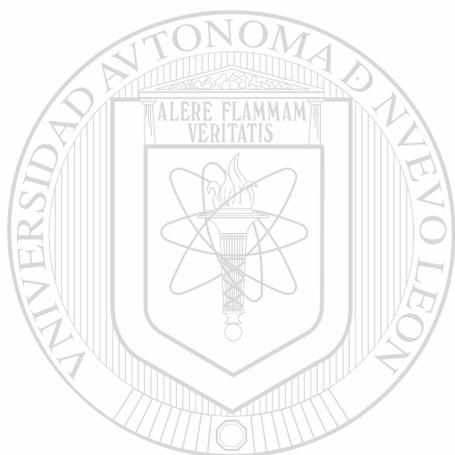
3.1	Clasificación de modelos . . . . .	42
4.1	Tipos de nodos en un estudio de flujo trifásico . . . . .	73
4.2	Submatriz del jacobiano, nodos de carga . . . . .	81
4.3	Submatriz del jacobiano, nodos de generación . . . . .	82
4.4	Submatriz del jacobiano, nodo compensador . . . . .	82
4.5	Voltajes y potencias nodales . . . . .	97
4.6	Voltajes y corrientes de generadores en valores de secuencia . . . . .	98
4.7	Corrientes de secuencia (0 + -) en transformadores . . . . .	99
4.8	Flujos de potencia en transformadores . . . . .	99
4.9	Flujos de potencia en líneas de transmisión . . . . .	100
4.10	Voltajes y potencias nodales, desconexión monopolar . . . . .	102
4.11	Voltajes y corrientes de generadores en valores de secuencia . . . . .	104
4.12	Flujos de potencia en transformadores, desconexión monopolar . . . . .	104
4.13	Flujos de potencia en líneas, desconexión monopolar . . . . .	105
5.1	Datos del RCT . . . . .	129
5.2	Voltajes y potencias nodales de frecuencia fundamental . . . . .	129
5.3	Voltajes de frecuencias armónicas . . . . .	130
5.4	Factores de distorsión de voltaje en por ciento . . . . .	131
5.5	Corrientes armónicas del RCT para $\sigma = 136^\circ$ . . . . .	132
5.6	Magnitud de las componentes armónicas de las corrientes del RCT . . . . .	133
5.7	Factores de distorsión de la corriente del RCT para $\sigma = 136^\circ$ en por ciento . . . . .	134
5.8	Potencia reactiva de frecuencia fundamental del RCT para $\sigma = 136^\circ$ . . . . .	134
5.9	Componentes armónicas de la potencia inyectada en la fase a del nodo 5 . . . . .	136

5.10	Voltamperes de la fase a del nodo 5, con y sin armónicas . . . . .	136
5.11	Voltamperes en líneas de transmisión (fase a) . . . . .	138
5.12	Corrientes armónicas del RCT para $\sigma = 90^\circ$ . . . . .	139
5.13	Factores de distorsión de las corrientes del RCT para $\sigma = 90^\circ$ en por ciento . . . . .	139
5.14	Magnitudes de voltajes nodales en función de la frecuencia . . . . .	142
5.15	Factores de distorsión de voltaje . . . . .	143
5.16	Factores de distorsión de las corrientes del RCT para $\sigma = 136^\circ$ en por ciento . . . . .	144
5.17	Componentes armónicas del flujo de potencia en líneas . . . . .	145
5.18	Voltamperes en líneas de transmisión (fase a) . . . . .	146
5.19	Comparación de los métodos para $V_r = .975$ . . . . .	151
5.20	Comparación de los métodos para $V_r = 1.078$ . . . . .	152
5.21	Comparación de los métodos para $V_r = .925$ . . . . .	153
5.22	Voltajes nodales . . . . .	155
5.23	Voltamperes de la carga . . . . .	157
5.24	Voltajes nodales, con conversión de frecuencias . . . . .	158
5.25	Voltajes nodales, sin conversión de frecuencias . . . . .	159
5.26	Voltajes nodales, conversión de frecuencias y saturación . . . . .	160
6.1	Valores típicos de corrientes armónicas en por ciento . . . . .	176
6.2	Corrientes nodales de frecuencia fundamental . . . . .	177
6.3	Factores de distorsión de voltaje y corriente . . . . .	179
6.4	Magnitudes de voltajes armónicos . . . . .	180
6.5	Corrientes nodales de frecuencia fundamental . . . . .	181
6.6	Magnitudes de voltajes armónicos . . . . .	182
6.7	Factores de distorsión de voltaje y corriente . . . . .	182
C.1	Impedancias de generadores . . . . .	216
C.2	Parámetros de las unidades de transformación monofásicas . . . . .	216
D.1	Impedancias de generadores . . . . .	224
E.1	Parámetros de la máquina síncrona . . . . .	227

**LISTA DE TABLAS**

**xix**

<b>E.2 Datos del RCT</b> . . . . .	<b>228</b>
<b>G.1 Límites de distorsión de voltaje</b> . . . . .	<b>240</b>
<b>G.2 Actualización de límites de distorsión de voltaje</b> . . . . .	<b>241</b>
<b>G.3 Límites de las corrientes armónicas</b> . . . . .	<b>241</b>



**UANL**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Motivación del trabajo

Las técnicas convencionales para el análisis del flujo de potencia en redes eléctricas generalmente modelan sólo la red de secuencia positiva a la frecuencia fundamental. Lo anterior implica dos suposiciones; primero, que todos los componentes de la red eléctrica son balanceados, y segundo, que las formas de onda de corrientes y voltajes en la red son perfectamente sinusoidales.

En los sistemas reales, tanto los componentes de la red como las cargas tienen cierto grado de desbalance, además algunos elementos de la red distorsionan las señales de voltaje y corriente. Por lo anterior, es necesario disponer de herramientas de análisis que consideren las características reales de la red eléctrica; el objetivo de este trabajo es proporcionar dichas herramientas.

En el caso general de sistemas desbalanceados se utilizarán formulaciones trifásicas que permitan considerar directamente todos los desbalances del sistema, incluyendo la generalización de estos estudios al caso multifrecuencia, de manera de incluir las componentes armónicas de voltajes y corrientes.

## 1.1.1 Justificación de los estudios trifásicos

Los estudios tradicionales en sistemas de potencia consideran que los componentes de la red son balanceados; por lo tanto, al utilizar la transformación de componentes simétricas las redes de secuencia quedan desacopladas. Como los voltajes internos de los generadores son generalmente balanceados, sólo el voltaje de secuencia positiva es distinto de cero y en consecuencia sólo es necesario estudiar la red de secuencia positiva.

En la práctica se encuentra que sólo algunos elementos del sistema son balanceados. A continuación se mencionan algunos elementos y condiciones de operación que ocasionan desbalances en el sistema:

- Cargas desbalanceadas
- Líneas de transmisión sin transposiciones
- Transformadores trifásicos formados por unidades monofásicas distintas y/o con cambiadores de taps independientes para cada fase
- Apertura/Recierre monopolar

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Al utilizar únicamente la red de secuencia positiva en sistemas reales se hacen simplificaciones; por lo tanto, los resultados que se obtienen son aproximados. Para lograr una representación más cercana a la realidad es necesario modelar todos los desbalances del sistema.

En el estudio de redes desbalanceadas las transformaciones matemáticas no ofrecen ninguna ventaja; esto se debe a que para desacoplar el modelo matricial de cada elemento se requiere una matriz de transformación distinta. Es por ésto que los estudios de sistemas desbalanceados se realizan en componentes de fase (abc).

A continuación se mencionan algunas de las ventajas que se obtienen de modelar el sistema de potencia en componentes de fase (abc):

- La modelación es más exacta y general.
- Es fácil modelar elementos y conexiones especiales, incluyendo condiciones de operación poco comunes.
- Se utilizan variables reales del sistema y no variables transformadas, permitiendo la visualización directa de resultados.
- Es posible representar cualquier punto del sistema, no exclusivamente nodos trifásicos, por ejemplo, neutros de elementos.
- Es factible implantar restricciones no convencionales, v.g. control de potencia en generadores y líneas de transmisión por fase.

### 1.1.2 Justificación de los estudios armónicos

En estudios convencionales se considera que el voltaje y la corriente son señales sinusoidales de una sola frecuencia. Sin embargo, en los sistemas eléctricos de potencia (SEP's) existen elementos no-lineales que distorsionan dichas señales produciendo señales armónicas en las ondas de voltaje y corriente. Hasta hace algunos años estas distorsiones eran despreciables, debido a que eran causadas por pequeñas no-linealidades en el diseño o en la condición de operación de algunos elementos del sistema de potencia. Sin embargo, en los últimos años se ha incrementado notablemente la presencia de armónicas debido a algunos factores [1, 2]:

- Uso intensivo de dispositivos que utilizan elementos de estado sólido, las cuales recortan las formas de onda de corriente, v.g. rectificadores, inversores, etc.

## 1. INTRODUCCIÓN

4

- Incremento en el uso de capacitores para compensación de reactivos. Esto introduce la posibilidad de resonancias entre estos elementos y las reactancias inductivas de elementos vecinos, lo cual puede generar la amplificación de las señales armónicas.
- Disminución en los márgenes de diseño de equipos para reducir costos de producción. Esto ocasiona que los equipos actuales sean más sensibles a la presencia de armónicas.

Algunos de los problemas causados por las armónicas son:

- Sobrecarga de capacitores. Las armónicas pueden aumentar o disminuir el valor cresta del voltaje, lo cual impacta en la tensión dieléctrica. Como resultado se producen condiciones de operación críticas que pueden causar la destrucción del elemento.
- Aparición de valores altos de voltaje y corriente debido a resonancias.
- Ruido en señales de control en el rango de audiofrecuencias, por ejemplo, en sistemas de onda portadora para la protección tipo piloto de líneas de transmisión.
- Aumento en el calentamiento y pérdidas en máquinas rotatorias, además de la aparición de pares parásitos.
- Problemas en el aislamiento de cables debido al incremento de la tensión dieléctrica.
- Interferencia en sistemas de comunicación cercanos.
- Errores en equipos de medición, debido a que generalmente los diseños consideran señales sinusoidales puras.
- Operación anormal de sistemas de rectificación de estado sólido, especialmente cuando el funcionamiento se basa en el cruce por cero de la señal de voltaje, el cual puede moverse debido a la presencia de armónicas.

- Fallas en el funcionamiento de dispositivos de protección.

Adicionalmente, las armónicas pueden causar incremento en las pérdidas del sistema, el funcionamiento inadecuado, envejecimiento acelerado y en ocasiones la destrucción de algunos elementos del sistema. Por estos motivos es necesario evaluar la penetración de armónicas en la red eléctrica, de manera de diseñar medidas correctivas, tales como la colocación de filtros, y la modificación del diseño de equipo, entre otras.

### 1.1.3 Reseña histórica del problema de armónicas

En un sistema eléctrico ideal la energía es generada y suministrada con señales sinusoidales —voltaje y corriente— de una sola frecuencia. En los sistemas reales lo anterior no se cumple, ya que existen elementos internos y externos a la red eléctrica que deforman las señales de voltaje y corriente. Utilizando la transformada de Fourier[3] es posible descomponer estas señales en una serie de componentes de varias frecuencias que son múltiplos de la fundamental, las cuales son llamadas armónicas.

Desde tiempo atrás se ha tenido conocimiento de la presencia de armónicas en las redes eléctricas, sin embargo, al principio sólo eran generadas por causas internas —debidas al diseño y punto de operación del sistema,— lo cual producía niveles de distorsión pequeños que podían ser despreciados.

Con la aparición de rectificadores y convertidores estáticos se originó un incremento en la atención prestada a las armónicas, debido a que se empezó a observar que las señales de voltaje y corriente estaban considerablemente distorsionadas[1]. La atención se centró en los efectos ocasionados a máquinas síncronas y de inducción, en las fallas de capacitores de potencia y en los problemas de interferencia telefónica.

Un estudio realizado en 1920 en una línea de transmisión de 20 kV mostraba[1]:

- Que la presencia de un 7% en la tercera armónica en el nodo de emisión resultaba en un 53% en el nodo de recepción.
- La reducción del contenido de armónicas en el nodo de recepción de 53% a 28% para carga máxima.
- El cambio del factor de potencia —lado del generador— de 0.85 con la presencia de armónicas a 0.96 sin ellas.
- El cambio del factor de potencia —lado de la carga— de 0.75 con armónicas a 0.82 sin considerarlas.

En ese tiempo los problemas de armónicas se resolvieron construyendo equipo más robusto y reduciendo el acoplamiento eléctrico entre circuitos. Por otro lado, la conexión apropiada de elementos redujo notablemente la propagación de armónicas, por ejemplo, transformadores conectados en delta *atrapan* las armónicas de secuencia cero —de orden  $3k$ , para  $k$  entero. Sin embargo, debido a la circulación de corrientes en la delta aumentan las pérdidas.

Las primeras aplicaciones industriales de rectificadores causaron fenómenos no esperados en los sistemas de comunicación [4]. Una de las primeras aplicaciones fue en una refinería de cobre al oeste de los EUA; cuando se energizó la instalación, se interrumpió el sistema telefónico transcontinental. Las líneas que alimentaban los rectificadores estaban en paralelo con los conductores de las líneas telefónicas, y las armónicas generadas por los rectificadores indujeron voltajes muy altos en las líneas telefónicas creando un ruido que interrumpió las conversaciones. Otro caso similar ocurrió en una mina al este de Canadá; cuando se energizó un rectificador de potencia, introdujo ruido en las líneas de comunicación —las cuales estaban en paralelo con la alimentación del rectificador,— lo cual impidió atender las llamadas de auxilio.

Al final de la década de los veinte, un grupo de trabajo formado por representantes de compañías de manufactura, suministro eléctrico y telefónicas, se dedicó a estudiar

los problemas causados por armónicas en los sistemas de comunicación y a establecer estándares para reducir este problema. Se establecieron límites en la distancia entre líneas de potencia y líneas de comunicaciones, y en el nivel del ruido inducido. Los estándares fueron registrados en publicaciones del Instituto Eléctrico Edison y el AIEE.

La aplicación inicial de rectificadores fue principalmente en la industria electroquímica, allí se minimizó el problema introduciendo circuitos de rectificación de mayor número de pulsos, los cuales resolvieron satisfactoriamente el efecto adverso de las armónicas.

Sin embargo, con la introducción de rectificadores de bajo costo y alta eficiencia en la década de los sesentas, se incrementó enormemente la inyección de armónicas en el sistema. Hoy en día estos equipos se encuentran en la mayor parte de los procesos industriales, lo cual ha generado una nueva situación: las armónicas pueden ser generadas, propagadas e inyectadas en todos los nodos de la red eléctrica. Esto ha aumentado notablemente la presencia de armónicas en los sistemas eléctricos, generando mayores problemas a los componentes de la red, a los usuarios del sistema y a los circuitos de comunicación cercanos.

---

### 1.2 Estudios de frecuencia fundamental

Los estudios de redes eléctricas se pueden clasificar en estudios de estado estable y de estado transitorio. En los estudios de estado estable se considera que las formas de onda de las señales eléctricas no cambia; esto permite representar a las señales en forma fasorial, lo cual simplifica los cálculos. En los estudios transitorios la forma de onda de las señales cambia, lo cual obliga a trabajar con las señales en el tiempo.

Los estudios de estado estable pueden ser de frecuencia fundamental o armónicos; para el primer caso se considera que las señales eléctricas son sinusoidales puras, en el segundo caso se consideran señales deformadas.

Se presenta una breve descripción de los estudios más comunes en sistemas de potencia, señalando su utilización en el análisis de las redes eléctricas. En cada caso se señalan las diferencias entre los estudios convencionales y los estudios trifásicos, y se enumeran las ventajas más importantes del uso de las formulaciones trifásicas.

## 1.2.1 Estudios de fallas

Una falla es la conexión no planeada de uno o varios puntos de la red eléctrica, generalmente a través de impedancias. Los estudios de fallas se realizan principalmente para seleccionar las capacidades y tiempos de operación de elementos de protección. También se utilizan para establecer estrategias de operación sin violar límites de corto circuito.

Los estudios de fallas permiten obtener la distribución de corrientes en la red al ocurrir un disturbio en el sistema. Se parte de un estado inicial, definido por inyecciones nodales de corriente, que representan la carga y la generación, o por voltajes nodales para esas condiciones de operación. El estado inicial se toma de una corrida de flujos de potencia, o se considera un perfil plano de voltaje.

Los estudios de fallas modernos consisten básicamente en resolver las ecuaciones nodales del sistema de potencia. La diferencia entre las diversas formulaciones consiste en la modelación de la red eléctrica; la estructura de las ecuaciones para las diversas formulaciones de fallas es la misma, sólo cambian las variables que representa cada elemento de las ecuaciones [5, 6, 7, 8, 9].

En los estudios de redes balanceadas el problema se simplifica porque las ecuaciones de la red en componentes de secuencia ( $0+-$ ) son desacopladas y sólo la red de secuencia positiva está energizada. Cuando se estudian fallas balanceadas en redes balanceadas el problema se reduce al análisis de una red monofásica, la red de secuencia positiva [6, 7].

En el estudio de fallas desbalanceadas en redes balanceadas, las redes de secuencia

( $o + -$ ) del sistema están desacopladas, pero se interconectan a través de la red de falla; en este caso se tienen que incluir en el estudio las tres redes de secuencia. En estos casos se sigue utilizando la transformación de componentes simétricas, debido a que es mejor trabajar con tres redes de secuencia de orden  $n$  — $n$  es el número de nodos— que con una red trifásica de orden  $3n$ .

Los estudios de fallas trifásicas son similares a los estudios de redes balanceadas, sólo que en este caso se modelan los elementos en cantidades de fase [5, 9]; la estructura de las ecuaciones es la misma que para las formulaciones tradicionales. Estos estudios permiten visualizar y analizar directamente los resultados, la desventaja es que los recursos computacionales requeridos en la solución se incrementan.

### 1.2.2 Estudios de flujos de potencia

Los estudios de flujos de potencia permiten obtener los voltajes nodales en estado estable para distintas condiciones de operación: niveles de generación, condiciones de carga, ajuste de controles, etc. Una vez determinados los voltajes nodales es posible evaluar los flujos de potencia en los elementos del sistema [6, 7, 5].

Los estudios de flujos de potencia también se utilizan en la planeación y operación de redes eléctricas para estudiar el efecto de la topología de la red o las condiciones de operación del sistema. En todos los casos interesa conocer si las condiciones de operación propuestas satisfacen los requerimientos de buen servicio a los consumidores, v.g. niveles de voltaje, límites térmicos y de estabilidad en líneas, confiabilidad del suministro, pérdidas de transmisión, etc.

La representación matemática del problema consiste en un conjunto de ecuaciones de forma  $f(x) = 0$ , donde  $x$  son los voltajes nodales y  $f(x)$  son en general funciones no lineales que definen las restricciones del sistema, v.g. especificaciones de carga, generación, límites de flujos de potencia, voltajes controlados, etc.

La diferencia entre los estudios en sistemas balanceados y desbalanceados se encuentra en las ecuaciones a resolver y en el modelado de la red eléctrica; en el caso balanceado el análisis se reduce al estudio de una red monofásica, en el caso desbalanceado se debe estudiar la red trifásica.

En el caso balanceado las funciones  $f(x)$  definen los valores totales de las cargas y la generación trifásicas y sólo se puede simular el control de la magnitud del voltaje de secuencia positiva. La formulación trifásica permite especificar condiciones de carga y generación por fase; en los nodos de voltaje controlado se puede implantar el control de una variable que es función de los voltajes de fase —el voltaje de secuencia positiva es un caso particular de esta variable. Una de las ventajas de la formulación trifásica es la versatilidad para simular condiciones de operación especiales [6, 7, 5].

## 1.2.3 Estudios de estabilidad

En condiciones estables todos los generadores se encuentran operando en sincronía; los equipos de control de generadores —sistemas de excitación y gobernadores de velocidad— realizan ajustes mediante cambios pequeños. Al ocurrir un disturbio, los sistemas de control actúan tratando de restablecer el equilibrio en generadores y con esto mantener la operación síncrona del sistema.

El objetivo de los estudios de estabilidad es determinar si ante disturbios algún generador del sistema pierde sincronismo. La forma más completa de determinar la estabilidad de sistemas de potencia requiere representar los generadores y sus controles: sistemas de excitación y gobernadores, mediante ecuaciones diferenciales y algebraicas cuya solución determina la evolución en el tiempo de las variables modeladas.

La variable que se utiliza como parámetro para determinar la estabilidad es el ángulo de carga ( $\delta$ ), el cual mide la posición angular del rotor respecto a una referencia que gira a la velocidad síncrona. Si  $\delta$  aumenta indefinidamente el sistema es inestable, si  $\delta$

alcanza un estado de equilibrio después de un período de oscilación, el sistema es estable.

En los estudios tradicionales las variables del estator de las máquinas síncronas se representan en coordenadas (dqo), ésto resulta en un sistema de ecuaciones invariante en el tiempo, lo cual simplifica notablemente la solución. Sin embargo, este modelo sólo permite realizar estudios bajo condiciones balanceadas.

La representación de las variables del estator en coordenadas de fase (abc) permite simular condiciones de operación desbalanceadas [33]. El modelo de la máquina en coordenadas de fase resulta en un sistema de ecuaciones con parámetros variables en el tiempo, lo cual ocasiona un incremento grande en los requerimientos de cálculo.

En la modelación trifásica la matriz de inductancias cambia con el tiempo, para cada paso de integración es necesario evaluar e invertir la matriz de inductancias, lo cual representa una carga computacional grande.

La ventaja de la formulación trifásica es la versatilidad para simular condiciones de operación desbalanceadas y conexiones poco comunes, las cuales no se pueden realizar con las formulaciones convencionales balanceadas.

### 1.3 Estudios de armónicas

Considerando el grado de complejidad y exactitud del estudio, los métodos para evaluar la penetración de armónicas se clasifican en tres grupos generales [10]:

- Análisis linealizado
- Análisis no-lineal multifrecuencia
- Simulación no-lineal en el tiempo

La diferencia entre los estudios balanceados y desbalanceados consiste principalmente en la modelación de la red eléctrica, que puede ser a través de las ecuaciones nodales de secuencia positiva o de ecuaciones nodales trifásicas. En general, en estudios de armónicas se recomienda utilizar formulaciones trifásicas, debido a que los desbalances de la red son más notables a medida que la frecuencia aumenta.

Los modelos de la red para cada frecuencia pueden considerarse acoplados o desacoplados. Para los componentes pasivos el acoplamiento entre frecuencias es despreciable, por lo cual se requieren modelos desacoplados de la red para cada frecuencia; de esta forma se tendrá un problema independiente —sistema de ecuaciones nodales— para cada frecuencia.

### 1.3.1 Análisis linealizado

El análisis linealizado [10, 11] supone una forma de onda de corriente conocida en los elementos no-lineales —fuentes de armónicas— la cual es independiente de los voltajes armónicos en terminales del elemento; generalmente el cálculo de las corrientes armónicas se realiza con modelos simplificados, suponiendo que sólo existe el voltaje de frecuencia fundamental. Es evidente que esta técnica no funciona cuando las corrientes armónicas son dependientes de los voltajes terminales.

El proceso de cálculo consiste en resolver sistemas de ecuaciones simultáneas —ecuaciones nodales del sistema para cada frecuencia— para vectores independientes conocidos —corrientes armónicas. Con esta técnica la solución se obtiene sin iteraciones.

Esta técnica de evaluación de penetración de armónicas es la más sencilla, requiere pocos recursos computacionales y tiempos de evaluación reducidos; sin embargo, la solución que se obtiene es aproximada. El grado de exactitud de la solución depende de la aproximación de las formas de onda utilizadas para las corrientes armónicas.

### 1.3.2 Análisis no-lineal multifrecuencia

En el análisis no-lineal para diferentes frecuencias existen dos métodos generales. El primero acopla los modelos de elementos no-lineales con la matriz de admitancia del sistema para encontrar una solución iterativa; este método es propiamente una extensión del método de inyección de corrientes. El segundo método es el estudio de flujo de potencia armónico, el cual combina las ecuaciones de los elementos no-lineales con las ecuaciones de un estudio de flujo de potencia con el fin de encontrar la distribución de corrientes armónicas en la red eléctrica para la especificación de carga y generación.

Los estudios de flujos armónicos son los métodos más utilizados para evaluar el estado estable del sistema en presencia de cargas no-lineales, esto se debe a que la solución se obtiene en función de la especificación de potencias en nodos de generación y carga. Los recursos computacionales y el tiempo requerido para llegar a la solución son considerablemente más reducidos que los utilizados por la simulación en el dominio del tiempo.

---

### 1.3.3 Simulación no-lineal en el tiempo

La simulación no-lineal en el tiempo resuelve directamente un conjunto de ecuaciones diferenciales no-lineales que representan tanto a los elementos convencionales del sistema de potencia como a las cargas no-lineales. Los convertidores son modelados como un conjunto de interruptores ideales con una carga lineal.

La solución se obtiene especificando un conjunto de condiciones iniciales para las variables de estado del sistema e integrando las ecuaciones en el tiempo. Los resultados muestran el comportamiento del sistema desde el punto inicial hasta el estado estable.

Este método de análisis se ha aplicado utilizando computadoras digitales, analógicas e híbridas, así como el analizador de transitorios de redes (TNA). En las simulaciones

mediante computadora digital, el tiempo de solución y los recursos computacionales requeridos se incrementa con el orden del sistema. Generalmente se requiere un gran número de ciclos antes de alcanzar el estado estable. El tiempo de integración debe ser pequeño debido al número de interruptores ideales que simulan el convertidor. Si el estado transitorio no es de interés, la elección apropiada de las condiciones iniciales acorta el tiempo para llegar a la solución.

### 1.4 Fuentes de armónicas

Las fuentes generadoras de armónicas pueden dividirse en dos grupos generales: las internas a la red y las externas. El efecto del primer grupo se ha incrementado en los últimos años. El efecto del segundo grupo empezó prácticamente en los años veinte con la introducción del rectificador estático, y se acentuó a partir de 1965 con su aplicación generalizada.

Las armónicas siempre han existido en las redes eléctricas, pero en los últimos años algunos factores han contribuido a aumentar su efecto en los sistemas eléctricos:

- Uso generalizado de dispositivos basados en elementos de estado sólido, por ejemplo, rectificadores controlados de silicio (SCR).
- Cambios drásticos en los márgenes de diseño de equipos. La filosofía actual es construir equipos en la forma más económica posible, lo cual los hace más sensibles a los efectos de armónicas. Por ejemplo, en el caso de equipos con núcleos electromagnéticos, el punto de operación está ahora más cerca de la característica no lineal, lo cual ocasiona un aumento en la generación de armónicas.

## 1.4.1 Fuentes de armónicas internas

Entre las causas internas más importantes en la generación de armónicas se tienen las siguientes [1]:

**Deformación o rizo en la forma de onda del voltaje de máquinas eléctricas debido a pulsaciones rápidas y oscilaciones del flujo magnético causado por el movimiento de los polos frente a las proyecciones de los dientes de la armadura.**

**Variación de la reluctancia del entrehierro debido a la inclinación del polo de la máquina síncrona, lo cual genera variaciones en el flujo magnético que afecta la forma de onda y se traduce en generación de armónicas.**

**Distorsión del flujo magnético en máquinas síncronas debida a efectos de carga. Los cambios grandes de carga provocan cambios súbitos de la velocidad sin cambios en el flujo magnético, lo cual causa una distorsión de la señal.**

**Generación de fem's no sinusoidales ocasionadas por la distribución no sinusoidal del flujo magnético en el entrehierro de las máquinas síncronas.**

**Saturación de circuitos magnéticos debida a condiciones de operación.**

**Conversión de frecuencias en máquinas síncronas.**

## 1.4.2 Fuentes de armónicas externas

La mayor parte de las fuentes externas a la red son ocasionados por dispositivos de estado sólido:

**Control de velocidad de motores utilizando semiconductores, que producen formas de onda con alto contenido de armónicas.**

**Estrategias para la conservación de la energía, uso de semiconductores y microprocesadores para mejorar la eficiencia y el ajuste de carga en motores. Las formas de onda de voltajes y corrientes de estos dispositivos son muy irregulares.**

**Hornos y molinos eléctricos para usos industriales, que ocasionan desbalances y formas de ondas irregulares de voltajes y corrientes.**

**Transmisión de corriente directa en alto voltaje, en que la conversión de CA a CD y viceversa produce corrientes armónicas; sin embargo, es norma utilizar filtros en el lado de CA, con lo cual se reduce apreciablemente la inyección de armónicas al sistema.**

**Interconexión de fuentes alternas de energía al sistema, v.g. generadores solares y eólicos; se requiere utilizar convertidores para hacer el enlace con la red, generando la inyección de armónicas al sistema.**

**Automóviles eléctricos, actualmente se observa una tendencia a utilizarlos para disminuir problemas de contaminación. Esto representará en el futuro un aumento en el uso de rectificadores para la carga de baterías.**

---

### 1.5 Revisión histórica de estudios de flujos trifásicos multifrecuencias

El análisis de redes eléctricas se realiza tradicionalmente considerando que el sistema es balanceado y que las señales eléctricas son sinusoidales puras. Lo anterior ha reducido el estudio a la red monofásica de secuencia positiva de frecuencia fundamental.

En años anteriores estas simplificaciones eran necesarias debido a la capacidad reducida de los equipos de cómputo. En nuestros días la capacidad de las computadoras permite realizar estudios trifásicos multifrecuencias, lo que facilita simular las condiciones de operación reales de los sistemas eléctricos.

Las primeras innovaciones a los estudios de flujos tradicionales se enfocaron a modelar los desbalances del sistema considerando sólo la frecuencia fundamental, lo que resultó en los estudios de flujos de potencia trifásicos [12, 13, 14, 15].

Con el transcurso del tiempo se han reportado diversas variantes de estudios de flujos de potencia trifásicos, los algoritmos difieren en la forma de modelar el funcionamiento interno balanceado del generador, en la representación de las variables complejas, ya sea en forma rectangular o polar y en el método para solucionar el conjunto de ecuaciones que definen el problema, v.g. Newton-Raphson, Gauss-Seidel, etc.

El funcionamiento interno balanceado del generador se puede considerar agregando al conjunto de ecuaciones del estudio de flujos, ecuaciones que definan el balance de los voltajes internos [12]. También se puede considerar esta situación sustituyendo en el modelo para las fases b y c el voltaje de la fase a desplazado  $-120^\circ$  y  $+120^\circ$  respectivamente [13]. En la referencia [14] se definió el funcionamiento interno balanceado del generador agregando al modelo tradicional del generador ecuaciones que expresan esa situación.

También se han desarrollado formulaciones trifásicas representando a las variables en coordenadas rectangulares [12] y polares [13, 15]; las ventajas y desventajas para cada caso son las mismas que en los estudios tradicionales. Las formulaciones rectangulares son más sencillas de derivar, mientras que con las formulaciones polares se tiene un menor número de ecuaciones a resolver; además, las formulaciones polares permiten simplificar el problema mediante las formulaciones desacopladas [15].

Para resolver las ecuaciones de flujos trifásicos se han utilizado los métodos de Gauss [14] y de Newton-Raphson [12, 13, 15]; el método de Gauss es muy sencillo de implementar y requiere pocos recursos computacionales, sin embargo el número de iteraciones requerido para llegar a la solución es grande y aumenta de acuerdo con el número de ecuaciones a resolver. El método de Newton Raphson requiere más trabajo de codificación y mayores recursos computacionales, pero generalmente converge de 2 a 5 iteraciones,

independientemente del número de ecuaciones a resolver.

Una vez generalizado el estudio de flujos de potencia a una formulación trifásica, el siguiente paso fue considerar varias frecuencias. A continuación se revisa la evolución de los estudios armónicos.

Los primeros estudios que consideraban señales con varias frecuencias eran puntuales, esto es, no consideraban toda la red, sólo consideraban el nodo donde se encontraba la fuente de armónicas y en ocasiones algunos nodos vecinos.

En la referencia [4] se presenta un estudio ilustrativo de distribución de armónicas en un sistema industrial. El análisis se realiza obteniendo relaciones de impedancias para definir la trayectoria que siguen las corrientes desde la fuente de armónicas hacia los nodos vecinos y la fuente de alimentación. No se modela con detalle la fuente de armónicas, se asume que las corrientes armónicas dependen de la fundamental  $I(h) = I(1)/h$  —donde  $h$  es el valor de la armónica— o se utilizan valores típicos para el elemento no-lineal. El sistema de alimentación se representa como una barra infinita atrás de la impedancia de cortocircuito.

El primer algoritmo para evaluar la distribución de corrientes armónicas en redes eléctricas se denominó estudio lineal de armónicas [11, 10]. El método determina la solución del sistema de ecuaciones nodales de la red para cada armónica; una vez calculados los voltajes se aplican a las terminales de cada elemento para evaluar la distribución de corrientes. En estas formulaciones se consideran conocidas las corrientes armónicas inyectadas, obtenidas mediante mediciones, utilizando valores típicos o calculadas en base al valor de frecuencia fundamental  $I(h) = I(1)/h$ .

Los primeros estudios de flujos de potencia armónicos consideraban al sistema balanceado [16, 17]; las formulaciones se basaron en incluir en las ecuaciones de los estudios de flujos las ecuaciones de los elementos no-lineales.

El trabajo pionero en esta área fue de D. Xia [16, 18], quien desarrolló en detalle las ecuaciones para evaluar las corrientes de un puente rectificador de onda completa y las incluyó en las ecuaciones del estudio de flujos de frecuencia fundamental para satisfacer la especificación de potencia en el nodo del rectificador. El método requiere de grandes desarrollos para modelar cada elemento no-lineal; además, la implementación del estudio de flujos es laboriosa y diferente para cada caso.

Se desarrolló otra formulación de estudios de flujos armónicos en sistemas balanceados [17]; en este trabajo, basado en el principio de superposición, se introdujo el concepto de análisis armónico iterativo (AAI), el cual consiste en resolver en forma alternada las ecuaciones del estudio de flujos y las ecuaciones de los elementos no-lineales. En la solución del estudio de flujos los elementos no-lineales se sustituyen por equivalentes Norton. Esta forma de considerar los elementos no-lineales no requiere reformular el problema de flujos de potencia y pueden incluirse fácilmente elementos no-lineales de naturaleza distinta, v.g. reactores controlados por tiristores (RCT), máquinas síncronas, transformadores, etc.

En el trabajo anterior se modela como fuente de armónicas un RCT; el algoritmo permite calcular el ángulo de conducción de los tiristores para las condiciones de operación especificadas. La convergencia del ángulo de conducción se realiza mediante rectas características —magnitud del voltaje contra corriente reactiva— del sistema y del RCT. La característica del sistema se aproxima con el equivalente de la red en el nodo del RCT o se evalúa mediante puntos sucesivos previamente calculados.

Utilizando el AAI es posible generalizar fácilmente un estudio de flujos trifásico [12, 5] a un estudio trifásico multifrecuencias [19]. En la referencia [19] se presenta un estudio de flujos armónico utilizando como fuentes de armónicas un RCT; este trabajo es una continuación del previamente reportado por el mismo autor [17]. Con esta formulación es posible considerar los desbalances del sistema. Además, en un artículo complementario [20] se presenta otra alternativa para evaluar el ángulo de conducción del RCT, se utiliza la historia de los valores previos del ángulo para obtener el valor actual con el método

de la secante.

En la referencia [21] se analizan las causas por las cuales el AAI puede tener problemas de convergencia, proponiendo una solución alterna. Encuentra que el AAI puede diverger si la impedancia del sistema es grande o si el elemento no-lineal es muy sensible a los cambios en los voltajes armónicos.

Uno de los problemas que más se han abordado es el estudio de flujos considerando enlaces de corriente directa [22, 23]. D. Xia reporta una extensión a su trabajo inicial [16] en la cual se incluyen los enlaces de CD [22]. En este trabajo se realiza un estudio de flujos de potencia modelando con detalle los convertidores e inversores del enlace de CA-CD.

En la referencia [23] se evalúa la generación de armónicas no características en un convertidor AC-DC debido a desbalances en la red de CA. Se concluye que la magnitud de las armónicas no características aumenta conforme se incrementa el factor de desbalance (FDB) —relación entre las magnitudes de los voltajes de secuencia positiva y negativa.

---

### 1.6 Contenido de la tesis

La tesis consta de siete capítulos, referencias bibliográficas y ocho apéndices, a continuación se describe brevemente su contenido.

En el presente capítulo se expone la motivación que llevó a la realización de este trabajo, y se justifica la necesidad de desarrollar formulaciones para realizar estudios trifásicos y de penetración de armónicas en sistemas eléctricos. Se describe la evolución de las distintas formulaciones que se han desarrollado para realizar estos estudios. Se presenta una descripción de los estudios realizados en sistemas de potencia, tanto de frecuencia fundamental como a las frecuencias armónicas, indicando las diferencias de

las formulaciones balanceadas y trifásicas. Finalmente, se mencionan los elementos y condiciones de operación del sistema que propician la generación de armónicas.

En el capítulo 2 se presentan técnicas para el análisis de señales no sinusoidales. En la primera sección se trabaja con la transformada de Fourier. Se considera tanto el caso continuo como el discreto de esta transformación, y se muestran los casos particulares de simetrías de formas de onda. En la segunda sección se desarrollan expresiones para evaluar en señales con armónicas los valores rms de voltaje y corriente, la potencia promedio, los voltamperes aparentes y reactivos y los índices para medir el grado de contaminación.

En el capítulo 3 se presentan modelos trifásicos dependientes de la frecuencia de los componentes de la red eléctrica. Se incluyen en detalle modelos activos —fuentes de armónicas— del reactor controlado por tiristores y de la máquina síncrona, para esta última se modelan los fenómenos de conversión de frecuencia y de saturación del flujo principal. Se presentan modelos pasivos de los elementos convencionales del sistema eléctrico.

En el capítulo 4 se desarrollan en detalle formulaciones para realizar estudios de flujos de potencia trifásicos de frecuencia fundamental. Se incluyen los algoritmos que permiten implementar estas formulaciones en un programa digital. Se presentan y analizan resultados de casos de estudio.

En el capítulo 5 se desarrolla una formulación para estudios de flujos de potencia armónicos. Se generalizan las formulaciones trifásicas de frecuencia fundamental del capítulo 4 para considerar múltiples frecuencias. Se incluye en forma detallada un algoritmo para realizar estos estudios. Se presentan diversos algoritmos para evaluar el ángulo de conducción del RCT. Se presentan casos de estudio realizados en sistemas de prueba. Mediante casos de estudio se analizan y comparan los algoritmos para calcular el ángulo de conducción del RCT.

En el capítulo 6 se realizan estudios trifásicos lineales —resolviendo sólo ecuaciones lineales. Para la frecuencia fundamental se estudia la resonancia en líneas de transmisión acopladas con compensación inductiva paralelo, para frecuencias armónicas se realizan estudios linealizados de penetración de armónicas.

En el capítulo 7 se presentan las conclusiones del trabajo agrupadas por temas. Además, se incluyen recomendaciones para la realización de estudios futuros.

En los apéndices A y B se presentan desarrollos algebraicos para implementar los algoritmos de flujos de potencia. En los apéndices C, D y E se muestran los datos de los sistemas de estudio utilizados. En el apéndice F se presenta una clasificación general de los efectos de las armónicas y se indica cómo afectan a cada componente del sistema. En el apéndice G se presentan estándares de límites de armónicas. En el apéndice H se desarrollan ecuaciones para evaluar los valores del capacitor que causan resonancia en líneas acopladas con compensación en derivación, se consideran condiciones con y sin fallas en la línea desconectada.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## Capítulo 2

# ANÁLISIS DE SEÑALES ARMÓNICAS

En este capítulo se presentan técnicas para el análisis de señales no-sinusoidales. En la primera sección se considera la transformada de Fourier para los distintos casos. En la siguiente sección se presentan los conceptos para el análisis de señales eléctricas no-sinusoidales.

En el estudio de armónicas la transformada de Fourier es una herramienta indispensable, permite realizar el análisis en el dominio de la frecuencia de una señal no-sinusoidal, si no se dispusiera de esta herramienta se tendría que hacer el estudio en el tiempo con ecuaciones diferenciales.

El estudio de redes eléctricas tradicionalmente sólo considera la frecuencia fundamental; las definiciones de voltaje, corriente y potencia comúnmente sólo se tienen para esas condiciones.

En este capítulo se desarrollan expresiones para evaluar los componentes analíticos de las señales eléctricas no-sinusoidales, v.g. valores rms de voltaje y corriente, potencia promedio o real, voltamperes aparentes y reactivos, etc. También se presentan índices

para medir los grados de contaminación de armónicas en las señales.

## 2.1 Transformada de Fourier

En esta sección se presentan los conceptos de transformada de Fourier para señales continuas y discretas. Se estudia el caso de señales periódicas y los casos particulares de simetría de formas de onda.

Una señal se puede analizar de dos formas diferentes. La forma más común es en el dominio del tiempo; esta forma es la que se tiene al observar la señal en un osciloscopio, en el eje de las abscisas se tiene al tiempo ( $t$ ) y en el eje de las ordenadas la magnitud de la señal  $f(t)$ . La segunda forma es la representación de la señal en el dominio de la frecuencia, la cual se obtiene con un analizador del espectro de frecuencias, la señal  $F(w)$  se observa como función de la variable  $w$ .

El proceso de pasar una señal del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia se conoce como transformada de Fourier, a su vez, al proceso de pasar del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo se denomina transformada inversa de Fourier.

Las ecuaciones (2.1) y (2.2) relacionan las señales en el dominio del tiempo y la frecuencia. La primera representa la transformada de Fourier de  $f(t)$ , se le llama integral de Fourier o ecuación de análisis. La segunda representa la transformada inversa de Fourier, se le denomina también la ecuación de síntesis.

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w)e^{j\omega t} dw \quad (2.2)$$

En el caso general de tener una señal no periódica, al aplicar la transformada de Fourier se obtiene una función  $F(w)$  que es continua. En el caso de una señal periódica,

la transformada de Fourier  $F(\omega)$  es una señal discreta. Al caso particular de la transformación de Fourier de señales periódicas se le conoce como series de Fourier.

### 2.1.1 Series de Fourier

Una función periódica se define como una señal que se repite cada cierto tiempo (2.3):

$$f(t) = f(T + t) \quad \text{para todo } t \quad (2.3)$$

donde  $T$  es el periodo de tiempo con el cual la función se repite.

Las señales periódicas pueden representarse como la suma de una señal constante, una señal de frecuencia fundamental y señales de frecuencia que son múltiplos de la fundamental.

### 2.1.2 Forma trigonométrica

La serie de Fourier de una señal periódica tiene la forma de (2.4):

$$f(t) = a_0 + \sum_{h=1}^{\infty} (a_h \cos(h\omega_0 t) + b_h \text{sen}(h\omega_0 t)) \quad (2.4)$$

Donde:  $\omega_0 = 2\pi/T$  es la frecuencia fundamental,  $T$  el periodo de la señal  $f(t)$ . Las cantidades  $a_h$  y  $b_h$  se denominan los coeficientes de Fourier.

Cada término de la sumatoria:

$$F(h\omega_0) = a_h \cos(h\omega_0 t) + b_h \text{sen}(h\omega_0 t) \quad (2.5)$$

define una armónica de la función  $f(t)$ , la frecuencia de esta armónica es  $h$  veces la frecuencia de la señal fundamental. El término  $a_0$  representa una componente constante.

Ejemplo:

Dada la representación de una señal en el dominio de la frecuencia expresar dicha señal en el dominio del tiempo:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 \\ b_1 &= 4 \\ a_3 &= -.5 \\ b_3 &= 1 \\ a_5 &= .3 \end{aligned}$$

La función en el dominio del tiempo se obtiene a partir de los coeficientes de Fourier:

$$f(t) = 1 + 4\text{sen}(\omega_0 t) - .5 \cos(3\omega_0 t) + \text{sen}(3\omega_0 t) + .3 \cos(5\omega_0 t)$$

La ecuación anterior sintetiza la función en el dominio del tiempo a partir de sus componentes de frecuencia. En la Figura 2.1 se tiene la representación gráfica de la señal en el dominio del tiempo y de la frecuencia.

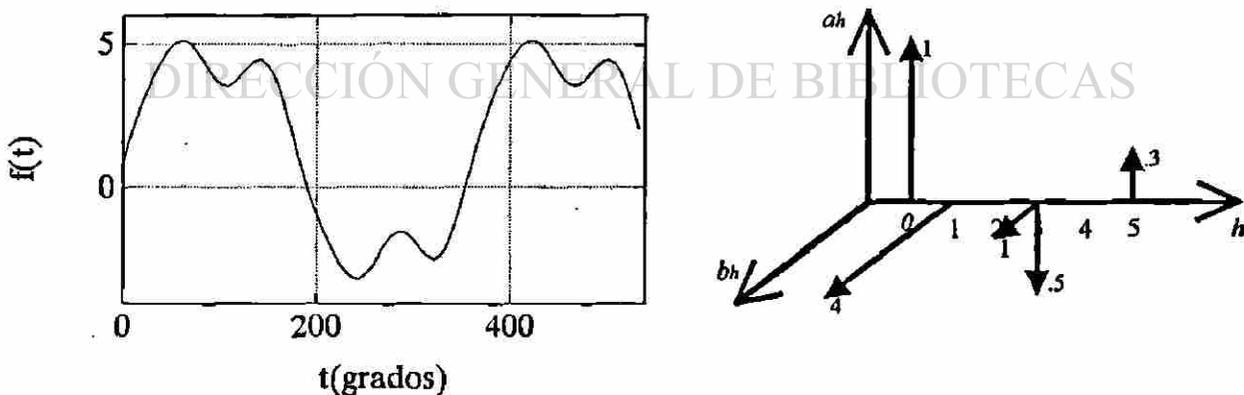


Figura 2.1: Representación de una señal en los dos dominios

2.1.2.1 Cálculo de los coeficientes de Fourier

Las ecuaciones (2.6) a (2.8) se utilizan para calcular los coeficientes de Fourier.

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt \quad (2.6)$$

$$a_h = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(h\omega_0 t) dt \quad (2.7)$$

$$b_h = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(h\omega_0 t) dt \quad (2.8)$$

Las ecuaciones (2.6) a (2.8) equivalen a la ecuación de análisis (2.1) para el caso particular donde  $f(t)$  es periódica. La ecuación (2.4) equivale a la ecuación de síntesis (2.2).

2.1.3 Forma compleja de la serie de Fourier

En la ecuación (2.5) se observa que cada armónica está representada por dos cantidades reales. Existe una forma alterna de representar cada armónica a través de dos cantidades que son el módulo y el argumento de un número complejo.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Utilizando la fórmula de Euler en las funciones trigonométricas de (2.5) se obtiene:

$$F(h\omega_0) = a_h \frac{e^{jh\omega_0 t} + e^{-jh\omega_0 t}}{2} + b_h \frac{e^{jh\omega_0 t} - e^{-jh\omega_0 t}}{2j}$$

Realizando operaciones se obtiene:

$$F(h\omega_0) = c_h e^{jh\omega_0 t} + c_{-h} e^{-jh\omega_0 t} \quad (2.9)$$

donde:

$$c_h = \frac{a_h - jb_h}{2} \quad c_{-h} = \frac{a_h + jb_h}{2} \quad (h > 0)$$

Si  $c_0 = a_0$ , se puede expresar la ecuación trigonométrica de la serie de Fourier (2.4) como:

$$f(t) = c_0 + \sum_{h=1}^{\infty} \{c_h e^{jh\omega_0 t} + c_{-h} e^{-jh\omega_0 t}\}$$

El segundo término de la sumatoria se puede expresar como:

$$\sum_{h=1}^{\infty} c_{-h} e^{-jh\omega_0 t} = \sum_{h=-1}^{-\infty} c_h e^{jh\omega_0 t}$$

Con esta igualdad se obtiene:

$$f(t) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} c_h e^{jh\omega_0 t} \quad (2.10)$$

La ecuación (2.10) es la ecuación de síntesis de la serie de Fourier en forma exponencial. En forma similar utilizando las ecuaciones de Euler y las ecuaciones (2.7) y (2.8) es posible calcular la ecuación de análisis para la forma compleja (2.11).

$$c_h = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jh\omega_0 t} dt \quad (2.11)$$

También cada armónica puede expresarse en forma de una señal sinusoidal definida por una magnitud y un ángulo. Transformando los coeficientes complejos de (2.9) a forma polar:

$$c_h = \frac{1}{2} |C_h| e^{j\theta_h} \quad c_{-h} = \frac{1}{2} |C_h| e^{-j\theta_h}$$

donde:

$$|C_h| = \sqrt{a_h^2 + b_h^2}, \quad \theta_h = \arctan \left( \frac{-b_h}{a_h} \right)$$

Sustituyendo los factores en forma polar en (2.9):

$$F(h\omega_0) = \frac{1}{2} |C_h| e^{jh\omega_0 t + j\theta_h} + \frac{1}{2} |C_h| e^{-(jh\omega_0 t + j\theta_h)}$$

Utilizando la forma de Euler se obtiene finalmente la representación de una armónica a través de una magnitud y un ángulo.

$$F(hw_o) = |C_h| \cos(hw_o t + \theta_h)$$

Transformando cada armónica de (2.4) a esta forma se obtiene:

$$f(t) = \sum_{h=0}^{\infty} |C_h| \cos(hw_o t + \theta_h) \quad (2.12)$$

### 2.1.4 Simetría de formas de onda

Existen algunos casos particulares de formas de onda para los cuales el cálculo de los coeficientes de Fourier se simplifica.

Separando la integral de (2.7) en dos partes se obtiene:

$$a_h = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos(hw_o t) dt + \frac{2}{T} \int_{-T/2}^0 f(t) \cos(hw_o t) dt \quad (2.13)$$

Mediante un cambio de variable de  $-t$  por  $t$  en el segundo término de (2.13) se obtiene (2.14):

$$a_h = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} [f(t) + f(-t)] \cos(hw_o t) dt \quad (2.14)$$

En forma similar, con (2.8) resulta:

$$b_h = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} [f(t) - f(-t)] \sin(hw_o t) dt \quad (2.15)$$

#### 2.1.4.1 Simetría impar

Se dice que una función posee simetría impar si para todo  $t$  cumple con:

$$f(t) = -f(-t)$$

Para esta forma de onda (2.14) y (2.15) resultan:

$$a_h = 0 \quad \text{para toda } h \quad (2.16)$$

$$b_h = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \text{sen}(h\omega_0 t) dt \quad (2.17)$$

### 2.1.4.2 Simetría par

Una función tiene simetría par si para todo  $t$  cumple con:

$$f(t) = f(-t)$$

Las ecuaciones (2.14) y (2.15) se reducen a:

$$a_h = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos(h\omega_0 t) dt \quad (2.18)$$

$$b_h = 0 \quad \text{para toda } h \quad (2.19)$$

### 2.1.4.3 Simetría de media onda

Se dice que una función tiene simetría de media onda si para todo  $t$  cumple con:

$$-f(t - T/2) = f(t) = -f(t + T/2)$$

Separando la integral de (2.7) en dos partes como en (2.13) y haciendo un cambio de variable de  $t$  por  $t - T/2$  se obtiene:

$$a_h = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos(h\omega_0 t) dt + \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t - T/2) \cos(h\omega_0 (t - T/2)) dt \quad (2.20)$$

Para el caso particular de simetría de media onda resulta:

$$a_h = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) (\cos(h\omega_0 t) - \cos(h\omega_0 t - h\pi)) dt \quad (2.21)$$

En forma similar para  $b_h$ :

$$b_h = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) (\text{sen}(hw_0t) - \text{sen}(hw_0t - h\pi)) dt \quad (2.22)$$

Para las funciones seno y coseno se tiene:

$$\begin{aligned} \cos(hw_0t + h\pi) &= -\cos(hw_0t) & \text{sen}(hw_0t + h\pi) &= -\text{sen}(hw_0t) & \text{para } h \text{ impar} \\ \cos(hw_0t + h\pi) &= \cos(hw_0t) & \text{sen}(hw_0t + h\pi) &= \text{sen}(hw_0t) & \text{para } h \text{ par} \end{aligned}$$

Sustituyendo las relaciones trigonométricas en las ecuaciones de  $a_h$  y  $b_h$  se obtiene:

$$a_h = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos(hw_0t) dt \quad \text{para } h \text{ impar} \quad (2.23)$$

$$b_h = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \text{sen}(hw_0t) dt \quad \text{para } h \text{ impar} \quad (2.24)$$

$$a_h = b_h = 0 \quad \text{para } h \text{ par} \quad (2.25)$$

Se observa que una señal con simetría de media onda sólo tiene componentes armónicas de orden impar. En los sistemas eléctricos de potencia la mayoría de los dispositivos son bilaterales —la forma de corriente en las dos direcciones es igual,— por lo que en los estudios no se consideran generalmente las armónicas pares.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### 2.1.5 Transformada discreta de Fourier

En el caso de representar la función  $f(t)$  a través de un conjunto de mediciones es posible aplicar la transformación de Fourier y obtener el espectro de frecuencia de dicha señal también en forma discreta. El par de ecuaciones de transformación es [3, 24]:

$$F(f_h) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(t_n) e^{-j2\pi hn/N} \quad (2.26)$$

$$f(t_n) = \sum_{h=0}^{N-1} F(f_h) e^{j2\pi hn/N} \quad (2.27)$$

Donde  $N$  es el número de muestras que se tienen en un ciclo completo de la señal periódica,  $f(t_n)$  y  $F(f_h)$  son las muestras de las señales en el dominio del tiempo y de la frecuencia.

Las ecuaciones (2.26) y (2.27) son el caso discreto de (2.1) y (2.2) respectivamente. Esta es la forma adecuada de representar las señales para aplicar la transformada de Fourier utilizando computadoras, es por eso que a la par con el desarrollo de los sistemas de cómputo aumentó el uso de estos algoritmos.

Para determinar el número de muestras necesarias de una función que se va a transformar se utiliza el teorema de Nyquist o de muestreo, el cual establece que la frecuencia de muestreo debe ser mayor que dos veces la frecuencia de la componente armónica de mayor orden que se quiera recuperar.

### 2.1.5.1 Transformada rápida de Fourier

Para calcular la transformada discreta de Fourier de una señal utilizando (2.26) se requieren  $N^2$  operaciones complejas, lo cual hace prohibitivo este proceso conforme aumenta el número de muestras. Para el caso de un número de muestras igual a  $2^k$ , para  $k$  entero, existe una versión que realiza en forma eficiente estos cálculos, requiere sólo  $(N/2) \log_2(N)$  multiplicaciones. Este algoritmo se conoce como transformada rápida de Fourier (FFT) [3, 24].

El ahorro en el número de operaciones realizadas al hacer la transformación utilizando la versión rápida en lugar del algoritmo completo se obtiene de la relación:

$$\frac{N^2}{(N/2) \log_2(N)} = \frac{\ln(4)N}{\ln(N)}$$

En la Figura 2.2 se muestra el ahorro en el número de operaciones con respecto al número de muestras. Se observa que para  $2^{10} \approx 10^3$  muestras, el número de operaciones

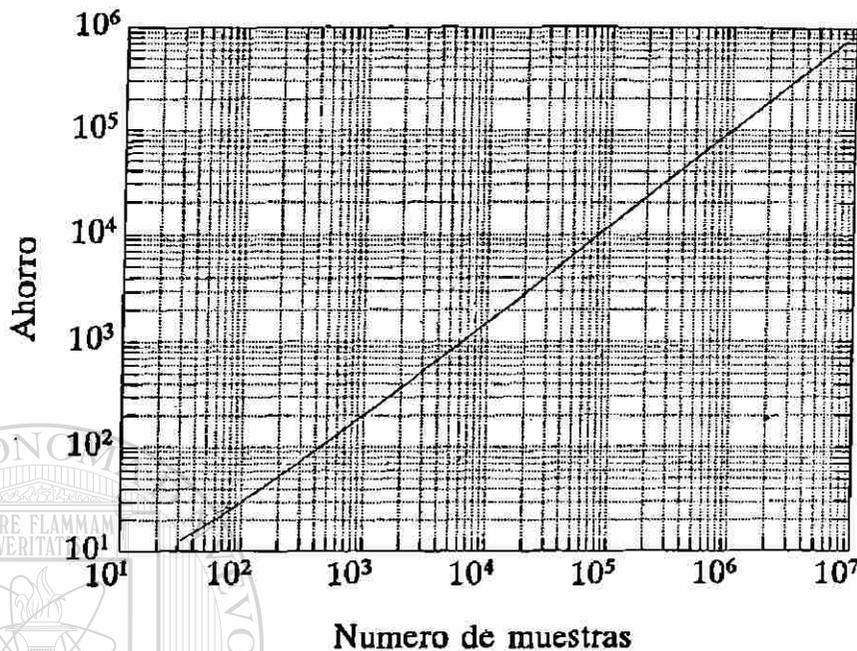


Figura 2.2: Ahorro de operaciones usando FFT

se reduce 205 veces; para  $2^{20} \approx 10^6$  muestras se reduce 105,000 veces. El ahorro se incrementa notablemente al aumentar el número de muestras, esto representa mayores ventajas conforme se quieren estudiar armónicas de más alto orden.

## 2.2 Factores de distorsión

En esta sección se presentan las definiciones de voltaje, corriente y potencia, así como los índices más utilizados para cuantificar la presencia de armónicas en el sistema.

El análisis de armónicas en estado estable se realiza usualmente utilizando una representación en series de Fourier de las señales de voltaje y corriente (2.28) y (2.29) [25, 16, 26, 27]. Debido a lo anterior, la mayoría de las definiciones existentes son función de los términos de estas series.

$$v(\omega t) = \sum_{h=1}^N V_{\max}(h) \cos(h\omega_0 t + \theta(h)) \quad (2.28)$$

$$i(\omega t) = \sum_{h=1}^N I_{\max}(h) \cos(h\omega_o t + \phi(h)) \quad (2.29)$$

En la representación de las señales de voltaje y corriente es necesario conocer las armónicas que las constituyen. El número máximo de armónicas a considerar ( $N$ ) depende de la fuente de armónicas. Generalmente las armónicas de menor orden son de mayor magnitud; en el caso de reactores controlados por tiristores la armónica 17 ya es despreciable, en el modelo de conversión de frecuencias de la máquina síncrona basta considerar hasta la séptima armónica.

En general en los sistemas eléctricos se considera que los dispositivos son bilaterales, por lo que las señales resultan con simetría de media onda y no se consideran las armónicas pares. Una excepción a este caso lo constituyen los hornos de arco, donde, debido al carácter aleatorio de la carga, la corriente resulta con armónicas pares e impares.

Como puede observarse en (2.28) y (2.29), generalmente, en las redes eléctricas, las señales no contienen componente constante —frecuencia cero.

El valor rms de una señal en el tiempo, con período  $2\pi$ , se define por [25]:

$$F_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f^2(\omega t) d\omega t} \quad (2.30)$$

Para una señal de una sola frecuencia:

$$f(\omega t) = F_{\max}(h) \cos(h\omega_o t + \theta(h))$$

El valor rms es igual a:

$$F_{\text{rms}}(h) = \frac{F_{\max}(h)}{\sqrt{2}}$$

Utilizando (2.30) para evaluar el valor rms del voltaje (2.28) y desarrollando la

sumatoria elevada al cuadrado se obtiene:

$$V_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{h=1}^N [V_{\text{max}}(h) \cos(hw_0t + \theta(h))]^2 dt + \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{h=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq h}}^N V_{\text{max}}(h) \cos(hw_0t + \theta(h)) V_{\text{max}}(l) \cos(lw_0t + \theta(l)) dt$$

El primer término de la ecuación anterior es la sumatoria de los valores rms al cuadrado de cada componente armónica de la señal. El segundo término consiste en productos de componentes de distinta frecuencia, de los cuales resultan señales oscilatorias cuya integral es cero.

Por lo anterior, los valores rms de las señales armónicas (2.28) y (2.29) se relacionan con los valores rms de sus componentes armónicas de acuerdo con las siguientes ecuaciones:

$$V_{\text{rms}}^2 = \sum_{h=1}^N V_{\text{rms}}^2(h) \tag{2.31}$$

$$I_{\text{rms}}^2 = \sum_{h=1}^N I_{\text{rms}}^2(h) \tag{2.32}$$

La potencia real o potencia promedio se obtiene integrando el producto de voltaje y corriente instantáneos durante un ciclo completo de la señal periódica:

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(wt) i(wt) dt$$

Sustituyendo (2.28) y (2.29) en la ecuación anterior y desarrollando el producto de las sumatorias se obtiene:

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{h=1}^N V_{\text{max}}(h) \cos(hw_0t + \theta(h)) I_{\text{max}}(h) \cos(hw_0t + \phi(h)) dt + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{h=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq h}}^N V_{\text{max}}(h) \cos(hw_0t + \theta(h)) I_{\text{max}}(l) \cos(lw_0t + \phi(l)) dt$$

Utilizando relaciones trigonométricas se obtiene:

$$P = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{h=1}^N V_{\max}(h) I_{\max}(h) [\cos(2h\omega_0 t + \theta(h) - \phi(h)) + \cos(\theta(h) - \phi(h))] d\omega t + \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{h=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq h}}^N V_{\max}(h) I_{\max}(l) \cos(h\omega_0 t - 2h\omega_0 t - \theta(h) - \phi(h)) d\omega t$$

El primer término del lado derecho de la ecuación anterior tiene una componente oscilatoria cuya integral resulta cero, y un valor constante cuya integral es distinta de cero. El segundo término es el producto de señales de distinta frecuencia, que resulta oscilatorio y su integral es cero.

Finalmente, integrando la ecuación anterior se obtiene la ecuación para evaluar la potencia promedio de una señal con componentes armónicas:

$$P = \sum_{h=1}^N V_{\text{rms}}(h) I_{\text{rms}}(h) \cos(\theta(h) - \phi(h)) \quad (2.33)$$

Al tratar con señales no sinusoidales, la potencia instantánea y la potencia promedio son las únicas cantidades que realmente existen en el sistema físico y a las cuales se les puede dar el nombre de potencia [25, 28]. En estas cantidades se cumple el principio de conservación de energía, esto es, la potencia instantánea en terminales de un elemento es igual a la potencia instantánea de cada componente de dicho elemento. Debido a lo anterior a otros productos de voltaje y corriente se les da el nombre de voltamperes [25], v.g. voltamperes aparentes, voltamperes reactivos, etc.

Los voltamperes aparentes se definen como el producto de los valores rms del voltaje y la corriente:

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \quad (2.34)$$

$$S^2 = \sum_{h=1}^N V_{\text{rms}}^2(h) \sum_{h=1}^N I_{\text{rms}}^2(h) \quad (2.35)$$

De la ecuación anterior se observa que, en general, se cumplen las siguientes desigualdades:

$$S \neq \sum_{h=1}^N V_{\text{rms}}(h) I_{\text{rms}}(h) \quad (2.36)$$

$$S^2 \neq \sum_{h=1}^N (V_{\text{rms}}(h) I_{\text{rms}}(h))^2 \quad (2.37)$$

En general, los voltamperes aparentes de la señal completa no se pueden relacionar con los voltamperes aparentes de cada componente armónica.

Los voltamperes aparentes indican la capacidad máxima de potencia que se puede transmitir. La eficiencia de un circuito se mide por la relación de la potencia promedio y los voltamperes aparentes; esta relación se conoce como *factor de potencia*, cuando tiene valor unitario significa que toda la potencia transmitida se está consumiendo.

$$\text{FP} = \frac{P}{S} \quad (2.38)$$

La definición de factor de potencia es independiente de la forma de onda de las señales de voltaje y corriente.

Los voltamperes reactivos se definen como la componente de los voltamperes aparentes obtenidos por la combinación de las corrientes desplazadas  $90^\circ$  y los voltajes correspondientes [25]. La expresión resultante es:

$$Q = \sum_{h=1}^N V_{\text{rms}}(h) I_{\text{rms}}(h) \sin(\theta(h) - \phi(h)) \quad (2.39)$$

El término  $Q$  en (2.39) solamente define un componente analítico de los voltamperes aparentes, no tiene existencia independiente en el sistema físico, no se asocia con la disipación de energía y no siempre se puede relacionar con la energía almacenada. La definición de  $Q$  se elige por la dualidad con la expresión de la potencia real  $P$  (2.33).

Para el caso de señales de una sola frecuencia los voltamperes reactivos se pueden relacionar con la energía almacenada. Por ejemplo, para un circuito RL en paralelo la potencia instantánea total es:

$$P_p = V_{rms} I_{rms} \cos(\phi) [1 - \cos(2\omega t)] - V_{rms} I_{rms} \sin(\phi) \sin(2\omega t)$$

Se puede demostrar [25], que el primer término de la ecuación anterior corresponde a la potencia instantánea del elemento resistivo y el segundo término corresponde a la potencia instantánea del elemento inductivo. Para este caso el valor de los voltamperes reactivos  $Q = V_{rms} I_{rms} \sin(\phi)$  corresponde al valor máximo de la potencia instantánea que fluctúa entre el elemento inductivo y el sistema. En el caso de señales no sinusoidales no es posible relacionar los voltamperes reactivos con la energía almacenada en inductores y capacitores.

En el caso de señales con armónicas, en general se cumple la siguiente desigualdad:

$$S^2 \neq P^2 + Q^2 \quad (2.40)$$

Los voltamperes de distorsión se definen como:

$$D^2 = S^2 - P^2 - Q^2 \quad (2.41) \text{®}$$

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Los voltamperes de distorsión no tienen existencia independiente en el sistema físico, esto es, no se relacionan con ninguna cantidad real. La separación de la diferencia  $S^2 - P^2$  en dos componentes  $-Q$  y  $D$  no tiene una justificación real; tal separación es sólo matemática y sujeta a interpretaciones particulares [25, 28].

Los factores de distorsión del voltaje y la corriente se definen por [25, 26]:

$$FDV = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^N V_{rms}^2(h)}}{V_{rms}(1)} \quad (2.42)$$

$$FDI = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^N I_{rms}^2(h)}}{I_{rms}(1)} \quad (2.43)$$

El factor de distorsión de voltaje se puede expresar como:

$$\text{FDV}^2 = \frac{V_{\text{rms}}^2 - V_{\text{rms}}^2(1)}{V_{\text{rms}}^2(1)} \quad (2.44)$$

En la ecuación anterior, el primer término del numerador representa el valor rms de la señal completa, el segundo término es el valor rms de la componente de frecuencia fundamental. Los factores de distorsión son el porcentaje del valor rms de las componentes armónicas con respecto al valor rms de la componente fundamental.

Los factores de distorsión de voltaje y corriente pueden relacionarse con índices del incremento de pérdidas de potencia activa debido a la presencia de armónicas. Por ejemplo, en el caso de una carga resistiva se tiene:

$$\frac{P(h)}{P(1)} = \text{FDV}^2 \quad (2.45)$$

$$\frac{P(h)}{P(1)} = \text{FDI}^2 \quad (2.46)$$

Donde  $P(h)$  es la potencia debida a las componentes armónicas y  $P(1)$  es la potencia debida a la señal fundamental. FDV es el factor de distorsión del voltaje en terminales de la carga y FDI es el factor de distorsión de la corriente que circula por la carga.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
El factor de influencia telefónica está dado por [48]:

$$\text{FIT} = \frac{1}{V(1)} \left( \sum_{h=2}^N (W(h)V(h))^2 \right)^{1/2} \quad (2.47)$$

Donde  $W(h)$  es un factor de peso que toma en cuenta los efectos de audio y el acoplamiento a la frecuencia de la  $h$ -ésima armónica.

El factor de magnitud se define por [48]:

$$\text{FM} = \frac{1}{V(1)} \sum_{h=2}^N V(h) \quad (2.48)$$

El factor de magnitud es útil en la estimación de los niveles de voltaje pico, los cuales son de interés en los estudios de aislamiento.

El factor de desviación del voltaje se define como la desviación máxima de la onda de voltaje distorsionada con respecto a la onda de voltaje sinusoidal de valor nominal [48]. Este factor se utiliza para evaluar efectos de las armónicas en equipo electrónico.

Existen otros factores útiles en estudios específicos como son la razón de cambio del voltaje ( $dv/dt$ ) y el producto voltaje-tiempo [48].



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## Capítulo 3

# MODELADO DE ELEMENTOS PARA ESTUDIOS MULTIFRECUENCIA

### 3.1 Introducción

El análisis generalizado de redes desbalanceadas se realiza en componentes de fase (abc); a la frecuencia fundamental en ocasiones es posible despreciar el nivel de desbalance; sin embargo, los desbalances pueden ser importantes a las frecuencias armónicas.

Los modelos de elementos se pueden clasificar en pasivos y activos. Los elementos pasivos son sólo impedancias, los elementos activos incluyen, además de la impedancia, una fuente de corriente o voltaje.

Los modelos pasivos se clasifican como modelos lineales, ya que la corriente en terminales del elemento depende linealmente del voltaje de alimentación. Los modelos activos se clasifican como modelos no-lineales, donde la inyección de corriente depende de los voltajes terminales, y éstos a su vez dependen de la fuente activa del elemento.

Los modelos pueden ser acoplados o desacoplados respecto a la frecuencia. Esto es, pueden o no existir conexiones entre los circuitos que representan el elemento a cada frecuencia.

Tabla 3.1: Clasificación de modelos

Modelos de elementos	}	Pasivos, lineales (impedancia)	}	acoplados
				desacoplados
		Activos, no-lineales (impedancia y fuente de voltaje o corriente)	}	acoplados
				desacoplados

En este capítulo se presentarán modelos de elementos del sistema en cantidades de fase en función de la frecuencia. Para los elementos pasivos se obtendrán modelos desacoplados para cada frecuencia armónica. En general los modelos de elementos activos resultan acoplados, sin embargo, para hacer el proceso de solución más sencillo y eficiente, se obtienen equivalentes desacoplados que se van actualizando en forma iterativa.

La estructura de los modelos armónicos de elementos pasivos es similar a la de los modelos para la frecuencia fundamental, que se representan a través de ecuaciones matriciales. Los modelos activos —fuentes de armónicas— se representan a través de circuitos equivalentes Norton, la fuente de corriente modela la inyección de armónicas al sistema.

### 3.2 Máquinas síncronas

En esta sección se desarrolla y analiza un modelo de la máquina síncrona que considera los fenómenos de conversión de frecuencias y de saturación del flujo del entrehierro [29].

En la Figura 3.1 se presenta este modelo, que al igual que en los modelos tradicionales, se consideran fuentes de voltajes balanceadas atrás de una impedancia; además, este modelo incluye una fuente de corriente que representa la generación de armónicas debida a la conversión de frecuencias y la saturación.

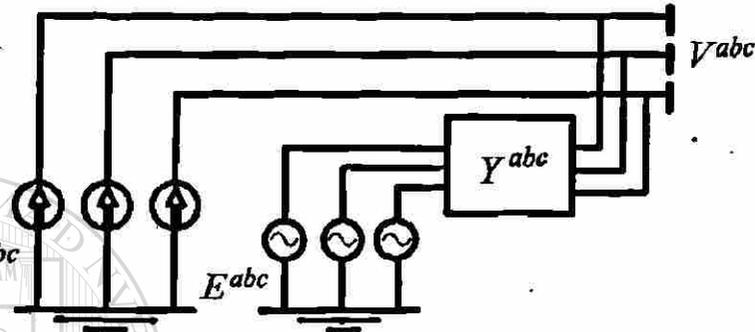


Figura 3.1: Modelo general de máquina síncrona

### 3.2.1 Modelado de la conversión de frecuencias

El análisis de máquinas síncronas se realiza generalmente en coordenadas (dqo) [30, 31, 32]; la transformación de componentes de fase (abc) a (dqo) se realiza utilizando (3.1).

$$v^{dqo} = P^{-1}v^{abc} \quad (3.1)$$

donde: DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$v^{dqo} = \begin{bmatrix} v^d & v^q & v^o \end{bmatrix}^T$$

$$v^{abc} = \begin{bmatrix} v^a & v^b & v^c \end{bmatrix}^T$$

$$P^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ \sqrt{1/2} & \sqrt{1/2} & \sqrt{1/2} \end{bmatrix}$$

En la ecuación anterior,  $\theta$  es la posición angular del rotor con respecto a una referencia fija —generalmente se utiliza el voltaje de la fase a— y se relaciona con la velocidad angular  $\omega$  y el ángulo de carga  $\delta$  mediante (3.2).

$$\theta = \omega t + \delta \quad (3.2)$$

La matriz  $P^{-1}$  se utiliza para transformar cantidades (abc) a (dqo) en el tiempo —punto a punto. Por simplicidad, el análisis de sistemas en estado estable se realiza en forma fasorial, por lo cual la matriz  $P^{-1}$  se debe expresar en una forma apropiada.

Utilizando la fórmula de Euler en las funciones trigonométricas de la matriz de Park inversa  $P^{-1}$ , es posible expresarla como en (3.3).

$$P^{-1} = D e^{j\omega t} + D^C e^{-j\omega t} + D_o \quad (3.3)$$

donde:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & a^2 & a \\ -j & -ja^2 & -ja \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{e^{j\delta}}{\sqrt{6}}$$

$$D_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{1/3} & \sqrt{1/3} & \sqrt{1/3} \end{bmatrix}$$

$$a = e^{j2\pi/3}$$

La matriz  $P^{-1}$  se ha expresado en (3.3) mediante complejos, lo que permite la transformación de cantidades (abc) a (dqo) expresadas como fasores.

Como  $P^{-1}$  es una matriz ortogonal, se cumple:  $P = (P^{-1})^T$

$$P = D^T e^{j\omega t} + D^H e^{-j\omega t} + D_o^T \quad (3.4)$$

En las ecuaciones (3.3) y (3.4), los superíndices C, T y H significan conjugado, transpuesta y conjugado-transpuesta, respectivamente.

### 3.2.1.1 Modelo armónico de la máquina síncrona en coordenadas (dqo)

El modelo de la máquina síncrona está formado por el sistema de ecuaciones diferenciales (3.5). El modelo más completo considera tres devanados para el estator, un devanado

de campo alimentado con corriente directa y tres devanados de amortiguamiento. Este modelo corresponde a un máquina con rotor de polos salientes. El modelo para una máquina con rotor de polos lisos no incluye el devanado de amortiguamiento g.

$$v_{park} = -Ri_{park} - \frac{d}{dt}(\lambda_{park}) + F\lambda_{park} \quad (3.5)$$

donde:

$$\lambda_{park} = Li_{park} \quad (3.6)$$

$$v_{park} = [v^d \ v^q \ v^o \ v^f \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$i_{park} = [i^d \ i^q \ i^o \ i^f \ i^g \ i^D \ i^Q]^T$$

$$R = \text{Diag}\{r^d \ r^q \ r^o \ r^f \ r^g \ r^D \ r^Q\}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$L = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & M_{df} & 0 & M_{dD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & M_{qg} & 0 & M_{qQ} \\ 0 & 0 & L_o & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{df} & 0 & 0 & L_f & 0 & M_{fD} & 0 \\ 0 & M_{qg} & 0 & 0 & L_g & 0 & M_{gQ} \\ M_{dD} & 0 & 0 & M_{fD} & 0 & L_D & 0 \\ 0 & M_{qQ} & 0 & 0 & M_{gQ} & 0 & M_Q \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Las ecuaciones de la máquina síncrona en coordenadas de fase requieren grandes recursos computacionales para su solución, esto se debe principalmente a que la matriz de inductancias es variable en el tiempo, por su dependencia de la posición angular. La

ventaja principal de la transformación de Park consiste en hacer constante la matriz de inductancias.

Sustituyendo (3.6) en (3.5) se obtiene (3.9).

$$\begin{aligned}
 v_{park} &= -Ri_{park} - p(Li_{park}) + FLi_{park} \\
 &= (-R - pL + FL)i_{park} \\
 &= Z(p)i_{park}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

donde:

$$Z(p) = -R - pL + FL$$

Para el análisis sinusoidal de estado estable se puede utilizar  $pL = j\omega L = jh\omega_o L$ ; de donde se obtiene un sistema de ecuaciones para cada frecuencia armónica  $h\omega_o$ :

$$V_{park}(h) = Z(h)I_{park}(h) \tag{3.10}$$

En forma desarrollada se tiene (3.11), para  $h \neq 0$ .

$$\begin{bmatrix} V^d(h) \\ V^q(h) \\ V^o(h) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(h) & Z_{12}(h) \\ Z_{21}(h) & Z_2(h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^d(h) \\ I^q(h) \\ I^o(h) \\ I^f(h) \\ I^s(h) \\ I^D(h) \\ I^Q(h) \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Usando la reducción de Kron se eliminan las variables del rotor; el modelo resultante relaciona voltajes y corrientes en terminales de la máquina en coordenadas dqo.

$$V^{dqo}(h) = Z^{dqo}(h)I^{dqo}(h) \tag{3.12}$$

donde:

$$Z^{dqo}(h) = Z_1(h) - Z_{12}(h)(Z_2(h))^{-1}Z_{21}(h)$$

La matriz inversa se utiliza para relacionar el voltaje y la corriente en coordenadas (dqo):

$$Y^{dqo}(h) = [Z^{dqo}(h)]^{-1} \quad (3.13)$$

En forma similar, es posible obtener  $Y^{dqo}$  para  $h = 0$ .

El devanado de secuencia cero se localiza en un eje normal al plano formado por los ejes d y q, por lo cual las ecuaciones de secuencia cero en (3.11) resultan desacopladas, la matriz de  $Y^{dqo}(h)$  resulta con la estructura de (3.14). Esta condición simplificará posteriormente algunos cálculos.

$$Y^{dqo}(h) = \begin{bmatrix} y_{dd}(h) & y_{dq}(h) & 0 \\ y_{qd}(h) & y_{qq}(h) & 0 \\ 0 & 0 & y_{oo}(h) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

En el apéndice A se presentan ecuaciones directas para calcular la matriz  $Y^{dqo}(h)$ .

### 3.2.1.2 Modelo armónico de la máquina síncrona en coordenadas (abc)

Considerando que el voltaje aplicado a la máquina está formado sólo por una señal armónica de orden ( $h$ ), se puede escribir el voltaje mediante un complejo (3.15). En esta ecuación  $V^{abc}(h)$  representa los valores rms de los voltajes  $v^{abc}(t)$ .

$$v^{abc}(t) = \text{Real} \left\{ \sqrt{2} V^{abc}(h) e^{jh\omega t} \right\} \quad (3.15)$$

Transformando (3.15) a componentes (dqo) se obtiene (3.16).

$$\begin{aligned} v^{dqo}(t) &= P^{-1} v^{abc}(t) \\ &= \text{Real} \{ P^{-1} \sqrt{2} V^{abc}(h) e^{jh\omega t} \} \\ &= \sqrt{2} \text{Real} \{ D V^{abc}(h) e^{j(h+1)\omega t} + \\ &\quad D^C V^{abc}(h) e^{j(h-1)\omega t} + \\ &\quad D_o V^{abc}(h) e^{jh\omega t} \}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Con el voltaje de (3.16) se calcula la corriente correspondiente utilizando (3.13)

$$\begin{aligned}
 i^{dqo}(t) &= Y^{dqo} v^{dqo}(t) \\
 &= \sqrt{2} \text{Real}\{Y^{dqo}(h+1)DV^{abc}(h)e^{j(h+1)\omega t} + \\
 &\quad Y^{dqo}(h-1)D^C V^{abc}(h)e^{j(h-1)\omega t} + \\
 &\quad Y^{dqo}(h)D_o V^{abc}(h)e^{j h \omega t}\}. \tag{3.17}
 \end{aligned}$$

En las ecuaciones (3.16) y (3.17) se observa que un voltaje de frecuencia ( $h$ ) en componentes ( $abc$ ), produce tres armónicas en las señales de voltaje y corriente en componentes ( $dqo$ ). El voltaje de secuencia positiva  $D^C V^{abc}$  produce señales de frecuencia ( $h-1$ ), el de secuencia negativa  $DV^{abc}$  produce señales de frecuencia ( $h+1$ ), y el voltaje de secuencia cero  $D_o V^{abc}$  produce señales de la misma frecuencia ( $h$ ).

Lo anterior concuerda con el análisis tradicional de la máquina síncrona. La señal de frecuencia fundamental balanceada en componentes ( $abc$ ) al transformarse a componentes ( $dqo$ ) resulta en valores constantes  $h = 0$ . Como la señal balanceada de frecuencia fundamental  $-h = 1$  sólo tiene valor para la secuencia positiva, en componentes ( $dqo$ ) sólo se tienen señales de frecuencia  $h - 1 = 0$ .

La corriente en (3.17) se transforma a componentes ( $abc$ ) utilizando (3.4).

$$i^{abc}(t) = P i^{dqo}(t)$$

$$\begin{aligned}
 i^{abc}(t) &= \sqrt{2} \text{Real}\{[D_o^T Y^{dqo}(h)D_o + \\
 &\quad D^T Y^{dqo}(h-1)D^C + \\
 &\quad D^H Y^{dqo}(h+1)D]V^{abc}(h)e^{j h \omega t} + \\
 &\quad D^H Y^{dqo}(h-1)D^C V^{abc}(h)e^{j(h-2)\omega t} + \\
 &\quad D^T Y^{dqo}(h+1)DV^{abc}(h)e^{j(h+2)\omega t}\}. \tag{3.18}
 \end{aligned}$$

En la ecuación (3.18) se han omitido los términos agrupados en (3.19), debido a que resultan nulos cuando  $Y^{dqo}$  tiene la estructura de (3.14) —secuencia cero desacoplada.

En el apéndice A se demuestra que efectivamente estos términos resultan cero.

$$\begin{aligned}
 T = & D^T Y^{dqo}(h) D_o V^{abc}(h) e^{j(h+1)wt} + \\
 & D^H Y^{dqo}(h) D_o V^{abc}(h) e^{j(h-1)wt} + \\
 & D_o^T Y^{dqo}(h) D V^{abc}(h) e^{j(h+1)wt} + \\
 & D_o^T Y^{dqo}(h) D^C V^{abc}(h) e^{j(h-1)wt}, \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

En la ecuación (3.18) se refleja el fenómeno de conversión de frecuencia en la máquina síncrona; un voltaje (abc) de frecuencia ( $h$ ) genera corrientes (abc) de frecuencias ( $h-2$ ), ( $h$ ) y ( $h+2$ ). El voltaje de secuencia positiva produce corrientes (abc) de frecuencia ( $h$ ) y ( $h-2$ ), el de secuencia negativa produce frecuencias ( $h$ ) y ( $h+2$ ), el voltaje de secuencia cero produce corrientes (abc) de la misma frecuencia ( $h$ ).

El proceso de conversión de frecuencia se ilustra en la Figura 3.2. Un voltaje de frecuencia ( $h$ ) en el estator, es visto desde el rotor como tres voltajes armónicos de frecuencias ( $h-1$ ), ( $h$ ) y ( $h+1$ ), cada señal de voltaje excita en el rotor corrientes de la misma frecuencia, a su vez, cada una de estas corrientes son vistas desde el estator como tres corrientes armónicas. Algunas de las corrientes en (abc) resultan cero —recuadro punteado— debido a la estructura de la matriz  $Y^{dqo}$ .

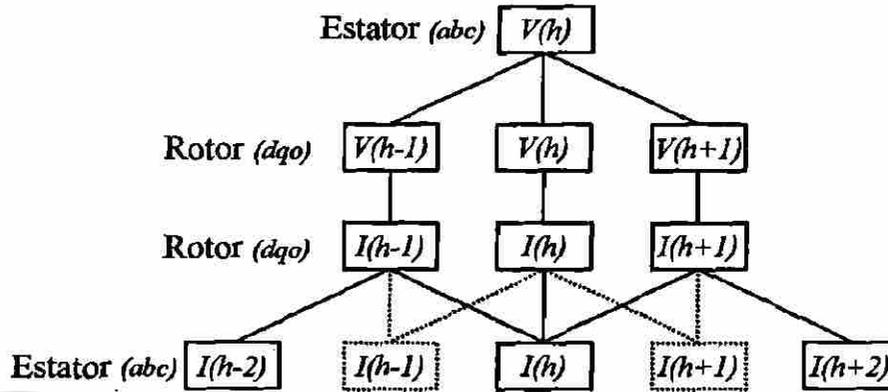


Figura 3.2: Proceso de conversión de frecuencias

En la ecuación (3.18) se observa que existen tres voltajes armónicos que pueden producir corrientes (abc) de frecuencia ( $h$ ). Asumiendo que existen todas las armónicas en el voltaje (abc), la corriente de frecuencia ( $h$ ) es (3.20):

$$\begin{aligned}
 I^{abc}(h) = & [D_o^T Y^{dqo}(h) D_o + \\
 & D^T Y^{dqo}(h-1) D^C + \\
 & D^H Y^{dqo}(h+1) D] V^{abc}(h) + \\
 & D^H Y^{dqo}(h+1) D^C V^{abc}(h+2) + \\
 & D^T Y^{dqo}(h-1) D V^{abc}(h-2). \tag{3.20}
 \end{aligned}$$

La corriente  $I^{abc}(h)$  (3.20) se puede expresar como un equivalente Norton (3.21).

$$I^{abc}(h) = Y^{abc}(h) V^{abc}(h) + I_f^{abc}(h) \tag{3.21}$$

donde:

$$\begin{aligned}
 Y^{abc}(h) = & D_o^T Y^{dqo}(h) D_o + \\
 & D^T Y^{dqo}(h-1) D^C + \\
 & D^H Y^{dqo}(h+1) D. \tag{3.22}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_f^{abc}(h) = & D^H Y^{dqo}(h+1) D^C V^{abc}(h+2) + \\
 & D^T Y^{dqo}(h-1) D V^{abc}(h-2). \tag{3.23}
 \end{aligned}$$

La ecuación (3.21) es el equivalente Norton de la máquina síncrona que considera el fenómeno de conversión de frecuencia.  $Y^{abc}$  es el equivalente pasivo,  $I_f^{abc}$  es el equivalente activo. Para considerar en el modelo la saturación es necesario sumarle al equivalente activo otro componente.

En el apéndice A se presentan ecuaciones para evaluar directamente los productos matriciales de (3.22) y (3.23).

### 3.2.2 Modelado de la saturación

En esta sección se desarrollará un modelo de máquina síncrona que considera el efecto de la saturación del flujo del entrehierro.

#### 3.2.2.1 Saturación en coordenadas (dqo)

Se asumen que todas las ecuaciones se representan en por unidad [32, 33], además se considera que la curva de saturación ha sido escalada para que la recta no-saturada tenga pendiente unitaria. El escalamiento hace que la fuerza magnetomotriz sea igual al flujo no saturado.

La fuerza magnetomotriz (FMM) en un tiempo  $t$  se expresa en (3.24).

$$f^d(t) = M_d(i^d + i^f + i^D) \quad (3.24)$$

$$f^q(t) = M_q(i^q + i^g + i^Q)$$

En la ecuación (3.24)  $f^d(t)$  y  $f^q(t)$  representan la FMM sobre los ejes d y q respectivamente.  $M_d$  y  $M_q$  son las inductancias mutuas no saturadas. En la ecuación (3.25) se muestra su relación con la matriz de inductancias no saturada.

$$L = \begin{bmatrix} L_l + M_d & 0 & 0 & M_d & 0 & M_d & 0 \\ 0 & L_l + M_q & 0 & 0 & M_q & 0 & M_q \\ 0 & 0 & L_o & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_d & 0 & 0 & L_{fl} + M_d & 0 & M_d & 0 \\ 0 & M_q & 0 & 0 & L_{gl} + M_q & 0 & M_q \\ M_d & 0 & 0 & M_d & 0 & L_{Dl} + M_d & 0 \\ 0 & M_q & 0 & 0 & M_q & 0 & M_{Ql} + M_q \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Los encadenamiento de flujo a lo largo de los ejes d y q son función de ambas fuerzas magnetomotrices:

$$\lambda_{md} = \Psi_d(f^d, f^q)$$

$$\lambda_{mq} = \Psi_q(f^d, f^q)$$

Existen diversas teorías para determinar esas funciones; actualmente no se ha definido aún cual se adapta mejor a las mediciones de campo. La metodología que se presenta se puede aplicar independientemente de la función para calcular  $\lambda_{md}$  y  $\lambda_{mq}$ . Se utilizará la teoría que considera la saturación del flujo total.

En la Figura 3.3 se muestra la curva de saturación  $S(\lambda_{total})$  como una función del flujo total. La curva no saturada se indica con pendiente unitaria. La función  $R(\lambda_{total})$  se obtiene restando a la curva no saturada la curva de saturación  $S(\lambda_{total})$ .

De la Figura 3.3 se tiene que el flujo total es:

$$\begin{aligned} \lambda_{total}(t) &= S(f_{total}(t)) \\ &= f_{total}(t) - R(f_{total}(t)) \end{aligned} \quad (3.26)$$

La FMM total se calcula con (3.27).

$$f_{total}(t) = \sqrt{f^d(t)^2 + f^q(t)^2} \quad (3.27)$$

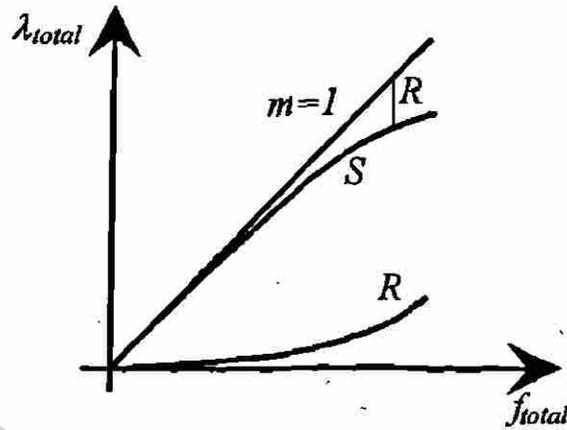


Figura 3.3: Curva de saturación de la máquina

Se considera que los flujos sobre los ejes d y q guardan la misma proporción que sus FMM's correspondientes, se calculan con (3.28).

$$\lambda_{md}(t) = \frac{f^d}{f_{total}} \lambda_{total}(t) \quad (3.28)$$

$$\lambda_{mq}(t) = \frac{f^q}{f_{total}} \lambda_{total}(t)$$

Sustituyendo (3.26) en (3.28) se obtienen (3.29) y (3.30).

$$\lambda_{md}(t) = f^d(t) - w^d(t) \quad (3.29)$$

$$\lambda_{mq}(t) = f^q(t) - w^q(t)$$

$$w^d = \frac{f^d(t)}{f_{total}} R(f_{total}(t)) \quad (3.30)$$

$$w^q = \frac{f^q(t)}{f_{total}} R(f_{total}(t))$$

Se observa en (3.29) que debido a la saturación, los encadenamientos de flujo en los ejes d y q se disminuyen por las cantidades  $w^d$  y  $w^q$  respectivamente; con esta

modificación la ecuación de encadenamientos de flujos será (3.31):

$$\lambda_{park} = \begin{bmatrix} L_l i^d + \lambda_{md} \\ L_l i^g + \lambda_{mg} \\ L_o i^o \\ L_f i^f + \lambda_{md} \\ L_g i^g + \lambda_{mg} \\ L_D i^D + \lambda_{md} \\ L_Q i^Q + \lambda_{mg} \end{bmatrix}$$

$$\lambda_{park} = \begin{bmatrix} L_l i^d + f^d \\ L_l i^g + f^g \\ L_o i^o \\ L_f i^f + f^d \\ L_g i^g + f^g \\ L_D i^D + f^d \\ L_Q i^Q + f^g \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w^d \\ w^g \\ 0 \\ w^d \\ w^g \\ w^d \\ w^g \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Escribiendo (3.31) en forma compacta:

$$\lambda_{park} = L i_{park} - E w_{park} \quad (3.32)$$

donde:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$w_{park} = \begin{bmatrix} w^d & w^g \end{bmatrix}^T$$

La ecuación (3.32) permite obtener los encadenamientos de flujos considerando la saturación.

La ecuación (3.5) no cambia al incluir saturación. Sustituyendo (3.32) en (3.5):

$$\begin{aligned} v_{park} &= -R i_{park} - p \lambda_{park} + F \lambda_{park} \\ &= (-R - pL + FL) i_{park} + (pU - F) E w_{park} \\ &= Z(p) i_{park} + G(p) w_{park} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Donde  $U$  es la matriz identidad, de dimensiones  $7 \times 7$  y:

$$G(p) = (pU - F)E$$

La ecuación (3.33) es similar a (3.9) sólo con el término adicional  $G(p)w_{park}$ . Como  $w_{park}$  es una función no-lineal de  $i_{park}$ , se obtendrá mediante un proceso iterativo. Este proceso se describirá en la siguiente sección.

De las ecuaciones (3.24) y (3.29) se encuentra, que si las corrientes son funciones periódicas, entonces  $w_{park}$  en estado estable también es una función periódica; por lo que puede expresarse en el dominio de la frecuencia como:

$$w_{park}(t) = \text{Real} \left\{ \sum_{h=0}^{n+1} \sqrt{2}W(h)e^{jhwt} \right\}$$

Utilizando esta expresión en (3.33) se obtiene un sistema lineal con excitación armónica, que puede ser analizado en el dominio de la frecuencia. Para  $h \neq 0$  se tiene:

$$\begin{bmatrix} V^d(h) \\ V^q(h) \\ V^o(h) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}(h) & Z_{12}(h) \\ Z_{21}(h) & Z_{22}(h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^d(h) \\ I^q(h) \\ I^o(h) \\ I^f(h) \\ I^g(h) \\ I^p(h) \\ I^q(h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R^{dqo}(h) \\ R^{fgDQ}(h) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

donde:

$$\begin{bmatrix} R^{dqo}(h) \\ R^{fgDQ}(h) \end{bmatrix} = G(h)W(h) \quad (3.35)$$

Utilizando la reducción de Kron se obtiene el modelo de la máquina con saturación de coordenadas (dqo) (3.36):

$$I_s^{dqo}(h) = Y^{dqo}(h)V^{dqo}(h) + I_s^{dqo}(h) \quad (3.36)$$

donde:

$$I_s^{dqo} = -Y^{dqo}(h) \left( R^{dqo}(h) - Z_{12}(h)Z_{22}^{-1}(h)R^{fgDQ}(h) \right) \quad (3.37)$$

En el apéndice A se presentan ecuaciones directas para evaluar los elementos de la matriz  $Y^{dqo}(h)$  y del producto matricial  $Z_{12}(h)Z_{22}^{-1}(h)$ .

### 3.2.2.2 Saturación en coordenadas (abc)

En la sección anterior se presentó el modelo de la máquina en coordenadas (dqo) considerando la saturación; el modelo en (abc) se obtiene aplicando la transformación. El primer término de la ecuación (3.36) es el efecto de conversión de armónicas ya considerado, por lo que sólo falta considerar el efecto de la corriente en el segundo término.

Aplicando la transformación de Park al segundo término de (3.36):

$$\begin{aligned} I_s^{abc}(t) &= \text{Real}\{P\sqrt{2}I_s^{dqo}(h)e^{jhwt}\} \\ &= \text{Real}\{\sqrt{2}[D^T e^{j(h+1)wt} + D^H e^{j(h-1)wt} + D_o^T e^{jhwt}]I_s^{dqo}(h)\}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Se observa que una corriente armónica (dqo) de frecuencia ( $h$ ) produce tres armónicas en (abc): ( $h-1$ ), ( $h$ ) y ( $h+1$ ). Por lo tanto, existen tres corrientes armónicas en (dqo) que producen corrientes (abc) de frecuencia ( $h$ ); considerando que existen todas las armónicas en la corriente  $I_s^{dqo}(t)$ , la corriente (abc) de frecuencia ( $h$ ) resultante es:

$$I_s^{abc}(h) = D^T I_s^{dqo}(h-1) + D^H I_s^{dqo}(h+1) + D_o^T I_s^{dqo}(h) \quad (3.39)$$

La corriente  $I_s^{abc}(h)$  junto con  $I_f^{abc}$  de (3.23) forman el equivalente Norton activo de la máquina síncrona.

$$I_{nl}^{abc} = I_s^{abc}(h) + I_f^{abc} \quad (3.40)$$

El equivalente pasivo (3.22) y el activo (3.40) constituyen el circuito equivalente Norton que considera los fenómenos de conversión de frecuencia y saturación.

3.2.2.3 Proceso iterativo para calcular  $W(h)$ 

En el cálculo de  $I_s^{dq\alpha}$  descrito en la sección anterior se consideró conocido el vector  $W(h)$ ; para su evaluación se presenta el siguiente algoritmo.

1. Inicializar los valores de  $W(h)$  en cero.
2. Evaluar  $v_{park}(h)$  a partir de  $v_{abc}(h)$  utilizando la transformación de Park (3.1). Los voltajes (abc) se obtienen de un estudio de flujos para  $h = 1$  y de un estudio de penetración de armónicas para  $h \neq 1$
3. Calcular  $I_{park}$  utilizando (3.33) en forma fasorial:

$$I_{park} = [Z(h)]^{-1}(V_{park} - G(h)W_{park})$$

4. Evaluar punto a punto  $f^d$ ,  $f^q$ ,  $f_t$ ,  $w^d$  y  $w^q$ . Utilizar las ecuaciones desarrolladas en la sección anterior.
5. Con los valores evaluados punto a punto de  $w^d$  y  $w^q$ , transformar utilizando FFT para obtener  $W(h)$ .

Si el cambio del vector  $W(h)$  con respecto a la iteración anterior está dentro de una tolerancia, ya se tiene el valor buscado. Si no es así, regresar al paso 2.

## 3.2.3 Modelo pasivo de máquina síncrona

Cuando no interesa observar los fenómenos de conversión de frecuencias y saturación, la máquina se modela a la frecuencia fundamental con el modelo conocido de una fuente de voltaje atrás de una impedancia. Para las frecuencias armónicas se modela como una impedancia pasiva.

Los parámetros para las frecuencias armónicas se calculan en función de los valores de frecuencia fundamental, considerando que las impedancias varían monótonicamente

con la frecuencia [9, 19].

$$X^+(h) = X^-(h) = hX^-(1) \quad (3.41)$$

$$X^o(h) = hX^o(1) \quad (3.42)$$

Para las frecuencias armónicas, los valores de secuencia positiva y negativa se calculan en función del valor de secuencia negativa. Esto se debe a que, cuando las corrientes armónicas circulan por los devanados del estator de la máquina síncrona, establecen un flujo rotatorio a una velocidad mayor que la velocidad del rotor, por lo que reaccionan tanto en el eje directo como en el de cuadratura. Esto es muy similar a lo que ocurre con las corrientes de secuencia negativa.

La reactancia de secuencia negativa se puede calcular utilizando las reactancias subtransitorias [19]:

$$X^-(1) = jw_o \frac{L_d'' + L_q''}{2} \quad (3.43)$$

### 3.3 Reactor controlado por tiristores

#### 3.3.1 Equivalente Norton del RCT

El reactor controlado por tiristores (RCT) es básicamente un reactor en serie con dos tiristores en antiparalelo [34]. Cada tiristor conduce una mitad del ciclo de la frecuencia fundamental, durante períodos  $\sigma$  que dependen del ángulo de disparo  $\alpha$  (3.44), ajustando con ello la inyección de potencia reactiva al sistema.

$$\sigma = 2(180^\circ - \alpha) \quad (3.44)$$

El ángulo de disparo puede variar entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ , y es función del punto de operación del sistema, definido por las condiciones de carga y generación.

En la Figura 3.4 se presentan las formas de onda de voltaje y corriente de un RCT, y se indican los ángulos de disparo y conducción, así como los tiempos de encendido y apagado del tiristor. Las formas de onda que se presentan consideran que el voltaje en terminales está libre de armónicas.

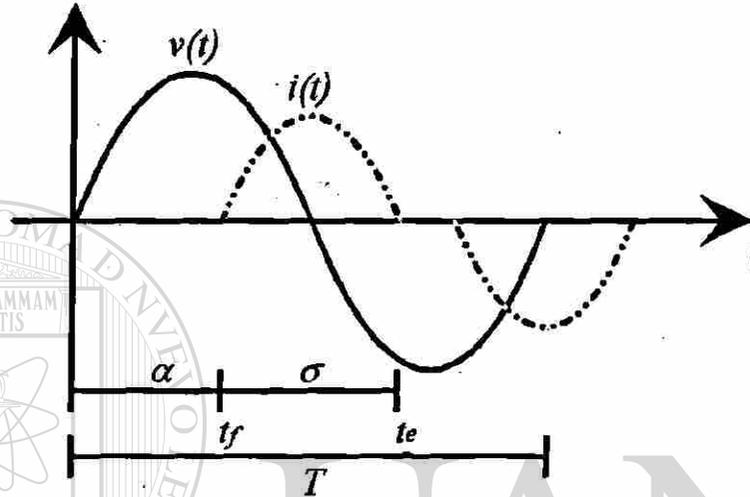


Figura 3.4: Formas de onda de voltaje y corriente en un RCT

Para un ángulo de conducción fijo, la corriente del RCT depende de los voltajes en terminales, y estos a su vez dependen de la inyección de corrientes del RCT, por lo que se tiene un modelo no-lineal. Del modelo no-lineal se obtendrá un circuito Norton lineal para cada frecuencia armónica, con el cual se representará el RCT para los diversos estudios. En la Figura 3.5 se muestra una rama del RCT y su correspondiente circuito Norton equivalente.

La corriente que fluye por el RCT se determina mediante (3.45)

$$L \frac{di}{dt} = v(t), \quad i(t_f) = 0 \quad (3.45)$$

Donde  $L$  es la inductancia del RCT y  $t_f$  es el tiempo de disparo del tiristor —ver Figura 3.4.

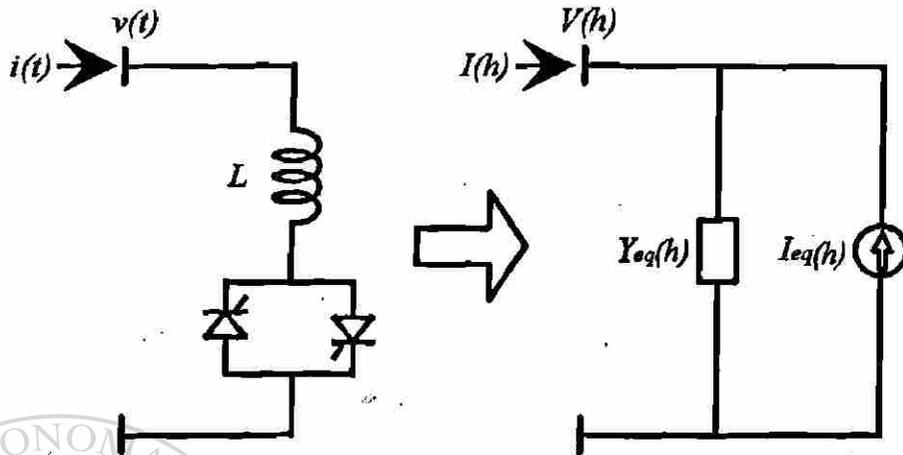


Figura 3.5: Equivalente Norton de un RCT

Considerando que el voltaje de alimentación del RCT contiene una serie de armónicas, como en (2.28), se sustituye este voltaje en (3.45) y se procede a integrar, resultando (3.46).

$$\int_{t_f}^t di = \int_{t_f}^t \frac{1}{L} \sum_{h=1}^N V(h) \cos(h\omega_o t + \theta(h)) dt \quad (3.46)$$

Integrando (3.46) se obtiene la corriente del RCT (3.47) para el período de conducción de uno de los tiristores; para el otro medio ciclo la corriente sólo cambia de signo.

$$i(\omega t) = \sum_{h=1}^N \frac{V(h)}{h\omega_o L} \{ \text{sen}[h\omega_o t + \theta(h)] - \text{sen}[h\omega_o t_f + \theta(h)] \} \quad (3.47)$$

La ecuación (3.47) es válida para  $t_f \leq t \leq t_e$ ; la corriente es cero para  $0 < t < t_f$  y  $t_e < t < \pi/2 + T/2$ ;  $t_e$  es el tiempo de extinción de la corriente y  $T$  es el período de la frecuencia fundamental.

La ecuación (3.47) se evalúa punto a punto y se le aplica la transformada rápida de Fourier [3], para obtener una representación de la forma de (3.48):

$$i(\omega t) = \sum_{h=1}^N I(h) \cos(h\omega_o t + \phi(h)) \quad (3.48)$$

Se puede demostrar que la inductancia equivalente del RCT para una onda de voltaje sinusoidal pura a la frecuencia fundamental está dada por (3.49) [35].

$$L_{eq} = \frac{\pi L}{\sigma - \text{sen}\sigma} \quad (3.49)$$

Este valor de inductancia modela adecuadamente al RCT a la frecuencia fundamental y es una buena aproximación para las otras frecuencias, por lo cual se utiliza para calcular la parte pasiva del equivalente Norton (3.50).

$$Y_{eq}(h) = \frac{1}{jh\omega_o L_{eq}} \quad (3.50)$$

La parte activa del equivalente Norton se obtiene de la diferencia de la corriente total (3.48) y la corriente que absorbe la parte pasiva del equivalente (3.51).

$$I_{eq}(h) = \frac{1}{jh\omega_o L_{eq}} V(h) - I(h) \quad (3.51)$$

Las ecuaciones (3.50) y (3.51) forman el equivalente Norton del convertidor para cada frecuencia armónica.

El valor del ángulo de conducción  $\sigma$  depende de las condiciones de carga y generación del sistema y se determina, como se verá más adelante, durante el proceso de solución del estudio de flujo de potencia.

Para incorporar otros elementos no-lineales en estudios armónicos, siempre es posible obtener equivalentes Norton. La forma de las ecuaciones para calcular los parámetros del equivalente Norton cambia de elemento a elemento.

### 3.3.2 Conexión real de compensadores

En la sección anterior se desarrollaron ecuaciones para calcular el equivalente Norton de una rama de un RCT; los arreglos trifásicos de RCT se forman sustituyendo cada rama

por su circuito equivalente.

Los compensadores estáticos de VAR (CEV) están constituidos por arreglos trifásicos de RCT y capacitores conmutados por tiristores (CCT); además, generalmente incluyen filtros para controlar las armónicas más significativas.

En los CCT's —a diferencia de los RCT's,— los capacitores se conmutan durante ciclos completos de la señal de voltaje, por lo cual no son fuentes de armónicas. Estos elementos se modelan como impedancias pasivas que se conectan o desconectan según un esquema de control de voltaje.

En la Figura 3.6 se presenta el diagrama unifilar de un CEV de 6 pulsos; el nombre lo recibe del número de tiristores utilizado en cada arreglo trifásico de RCT y CCT. Para evitar las armónicas múltiplos de 3 las ramas del RCT se conectan en delta; generalmente el compensador se conecta al sistema a través de un transformador de dos devanados con conexión estrella-estrella.

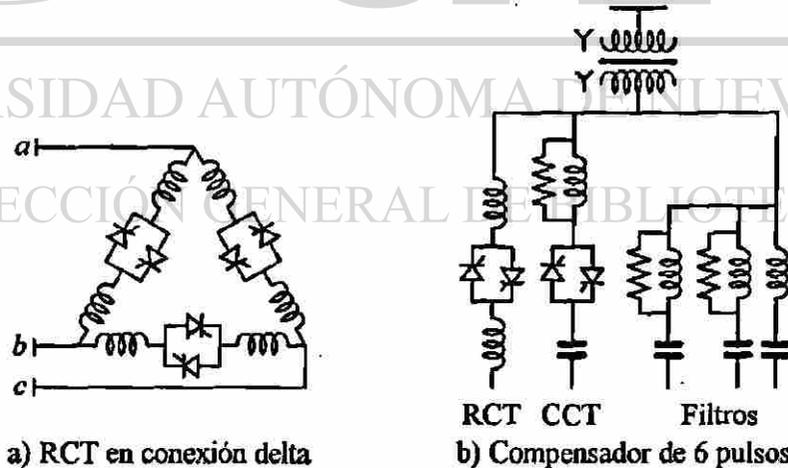


Figura 3.6: Diagrama unifilar de un compensador de 6 pulsos

Para el compensador de 6 pulsos las armónicas características —las armónicas que se generan bajo condiciones balanceadas— son  $6k \pm 1$ ,  $k = 1, 2$ , etc.

En la Figura 3.7 se presenta un compensador de 12 pulsos, está constituido por un transformador de 3 devanados, el primario conectado en estrella aterrizada, el secundario en estrella y el terciario en delta, en el secundario y terciario se conectan arreglos de compensación de 6 pulsos. Las armónicas características para este arreglo son  $12k \pm 1$ ,  $k = 1, 2$ , etc. Con respecto al compensador de 6 pulsos se eliminan, entre otras, las armónicas 5 y 7, que son las más significativas.

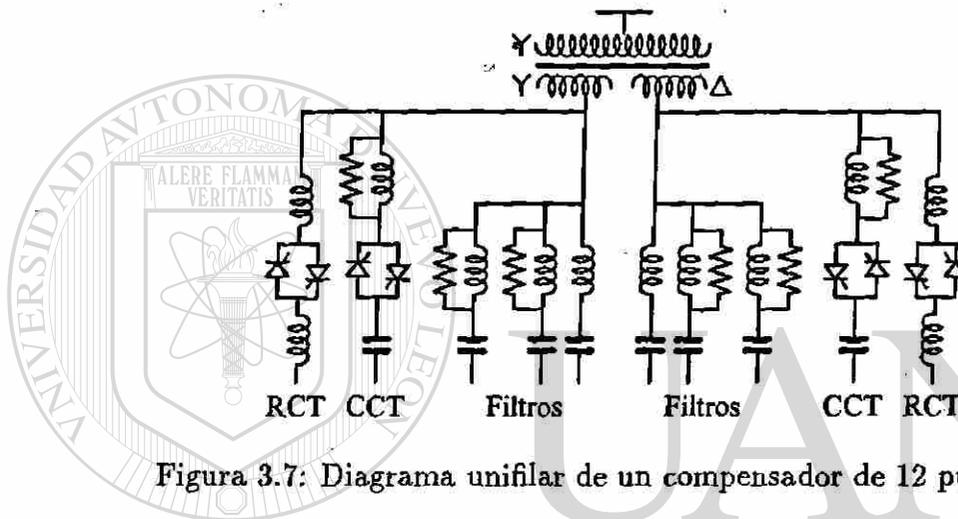


Figura 3.7: Diagrama unifilar de un compensador de 12 pulsos

Para condiciones balanceadas las armónicas no características se eliminan, y aparecen cuando existen desbalances, aunque con valores poco significativos.

En la modelación trifásica la simulación de los arreglos de 6 ó 12 pulsos, no implica mayor diferencia; se incluye para cada caso el modelo del transformador correspondiente y cada rama de la delta del RCT se sustituye por su equivalente Norton.

### 3.4 Líneas de transmisión

Las ecuaciones (3.52) y (3.53) modelan un elemento de longitud diferencial de una línea de transmisión con parámetros distribuidos [8, 9].

$$\Delta V_{pq}^{abc} = Z^{abc} I_{pq}^{abc} \quad (3.52)$$

$$I_p^{abc} = Y^{abc} V_p^{abc} \quad (3.53)$$

$Z^{abc}$  y  $Y^{abc}$  son matrices de orden igual a tres veces el número de líneas acopladas; la primera contiene las impedancias serie de la línea en por unidad de longitud y la segunda las admitancias paralelo. El cálculo de estos parámetros se presenta en [8, 9] y son función de la frecuencia.

Aplicando las leyes de Kirchhoff en el elemento diferencial se obtienen (3.54) y (3.55)[8]:

$$\frac{d^2 V^{abc}}{dx^2} = Z^{abc} Y^{abc} V^{abc} \quad (3.54)$$

$$\frac{d^2 I^{abc}}{dx^2} = Y^{abc} Z^{abc} I^{abc} \quad (3.55)$$

Las ecuaciones (3.54) y (3.55) definen el estado estable de la línea de transmisión utilizando parámetros distribuidos.

Con las ecuaciones de parámetros distribuidos de la línea trifásica acoplada se obtiene la representación de parámetros concentrados en forma similar a como se hace para una línea monofásica[8]. Sin embargo, como el proceso requiere calcular funciones hiperbólicas de la matrices y no existe una forma directa de hacerlo, se utiliza la técnica de análisis modal[9].

El análisis modal consiste en la diagonalización de (3.54) y (3.55) utilizando los vectores propios de la matrices  $Z^{abc} Y^{abc}$  y  $Y^{abc} Z^{abc}$  respectivamente; esto resulta en un equivalente de  $3a$  líneas monofásicas ( $a$  es el número de líneas acopladas).

De cada línea monofásica se obtiene un equivalente  $\pi$  utilizando (3.56) y (3.57)[8].

$$z = z_c \sinh(\gamma l) \quad (3.56)$$

$$y/2 = \frac{1}{z_c} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \quad (3.57)$$

Una vez calculado cada circuito  $\pi$  equivalente se realiza la transformación inversa para obtener el circuito  $\pi$  de la línea trifásica.

En la Figura 3.8 se presenta las impedancias de secuencia positiva serie y paralelo del circuito  $\pi$  equivalente de una línea de transmisión de 75 km de longitud operando a 69 kV y 60 Hz —no se considera el efecto piel.

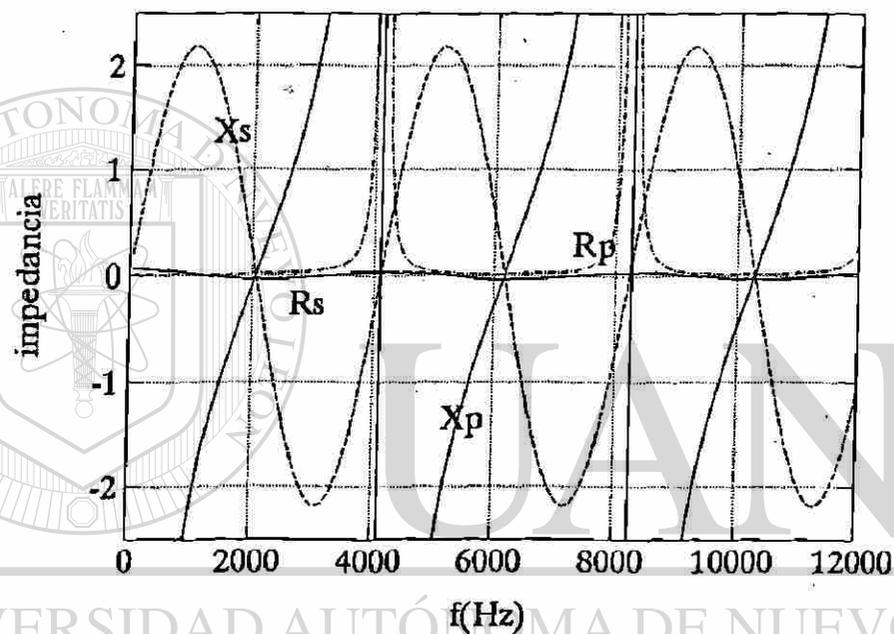


Figura 3.8: Parámetros de una línea de transmisión en función de la frecuencia

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Algunas observaciones importantes en la Figura 3.8 son:

1. Los componentes mayores son las reactancias serie y paralelo —la impedancia paralelo se obtiene invirtiendo el valor calculado de admitancia.
2. La variación de parámetros en función de la frecuencia es periódica. El período corresponde con la frecuencia cuya longitud de onda corresponde con la longitud de la línea.
3. La reactancia serie varía sinusoidalmente con la frecuencia; la primera mitad del ciclo es inductiva y la segunda capacitiva. La reactancia paralelo varía en forma

de una función tangente; a la frecuencia fundamental es grande y capacitiva, es cero a la mitad del ciclo y se hace inductiva durante la segunda mitad.

4. La resistencia serie siempre es muy pequeña, lo que es de esperarse porque el diseño de la línea está orientado a lograr que las pérdidas sean pequeñas. Sin embargo, el valor pequeño de resistencia serie impide que la línea pueda amortiguar las corrientes armónicas que se inyectan al sistema. Los valores de resistencia serie negativos no tienen interpretación física, son resultado del equivalente matemático utilizado.
5. La resistencia paralelo no se considera a la frecuencia fundamental, pero su valor se incrementa con la frecuencia, y es máximo al final del ciclo.
6. A un cuarto del ciclo las impedancia serie y paralelo son iguales, pero de signos distintos, lo que resulta en una resonancia serie con impedancia puramente resistiva.
7. A la mitad del ciclo las reactancias serie y paralelo tienen valores pequeños, sin embargo resulta en una alta impedancia equivalente de la línea.

---

### 3.5 Transformadores

Los transformadores de potencia a la frecuencia fundamental se modelan mediante la admitancia de dispersión [15, 9, 5]. Para estudios de armónicas se han desarrollado modelos donde la admitancia de dispersión se sustituye por impedancias que toman en cuenta el efecto de la frecuencia [9, 36].

En la Figura 3.9 se presentan tres alternativas para modelar un transformador para las frecuencias armónicas. Los parámetros de dichos modelos se evalúan utilizando (3.58) a (3.65) [9].

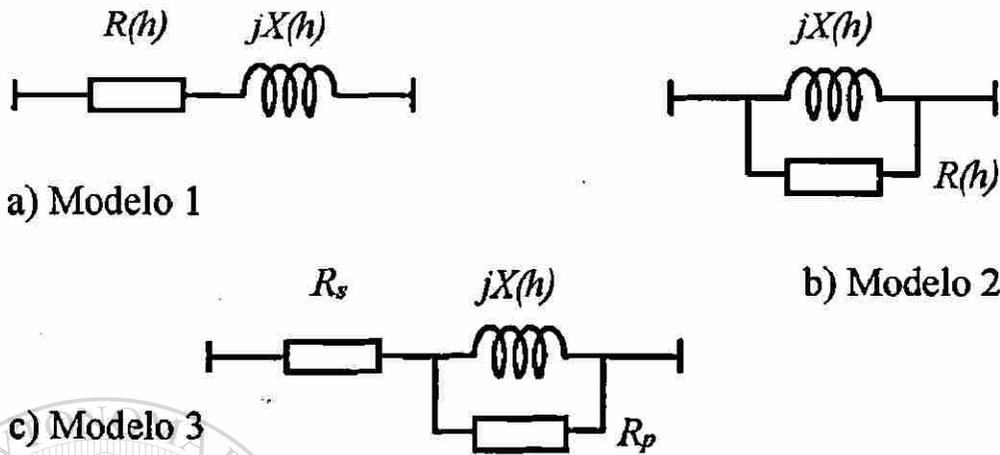


Figura 3.9: Modelos amónicos de transformadores

a) Modelo 1:

$$R(h) = .1026 \frac{J + h}{J + 1} hX(1) \quad (3.58)$$

$$X(h) = hX(1) \quad (3.59)$$

$$J = \frac{P_H}{P_E} \quad (3.60)$$

b) Modelo 2:

$$R(h) = 80X(1) \quad (3.61)$$

$$X(h) = hX(1) \quad (3.62)$$

c) Modelo 3:

$$90 < \frac{V^2}{SR_s} < 100 \quad (3.63)$$

$$13 < \frac{SR_p}{V^2} < 30 \quad (3.64)$$

$$X(h) = hX(1) \quad (3.65)$$

En las ecuaciones (3.58) a (3.65),  $X(1)$  es la admitancia de dispersión de frecuencia fundamental. En la ecuación (3.60)  $P_H$  son las pérdidas por corrientes de histéresis y

$P_E$  son las pérdidas por corrientes de Eddy. En las ecuaciones (3.63) y (3.64),  $S$  y  $V$  son la potencia y el voltaje nominal del transformador, respectivamente. Valores típicos en por unidad de  $R_s$  y  $R_p$  son 0.04 y 60 para un transformador de 30 MVA y de 0.01 y 20 para un transformador de 100 MVA [9].

El transformador actúa como fuente de armónicas cuando su circuito magnético opera en la región no lineal; este efecto se toma en cuenta calculando corrientes armónicas e inyectándolas en el punto de conexión. En la Figura 3.10 se ilustra el proceso de deformación de la corriente de magnetización del transformador.

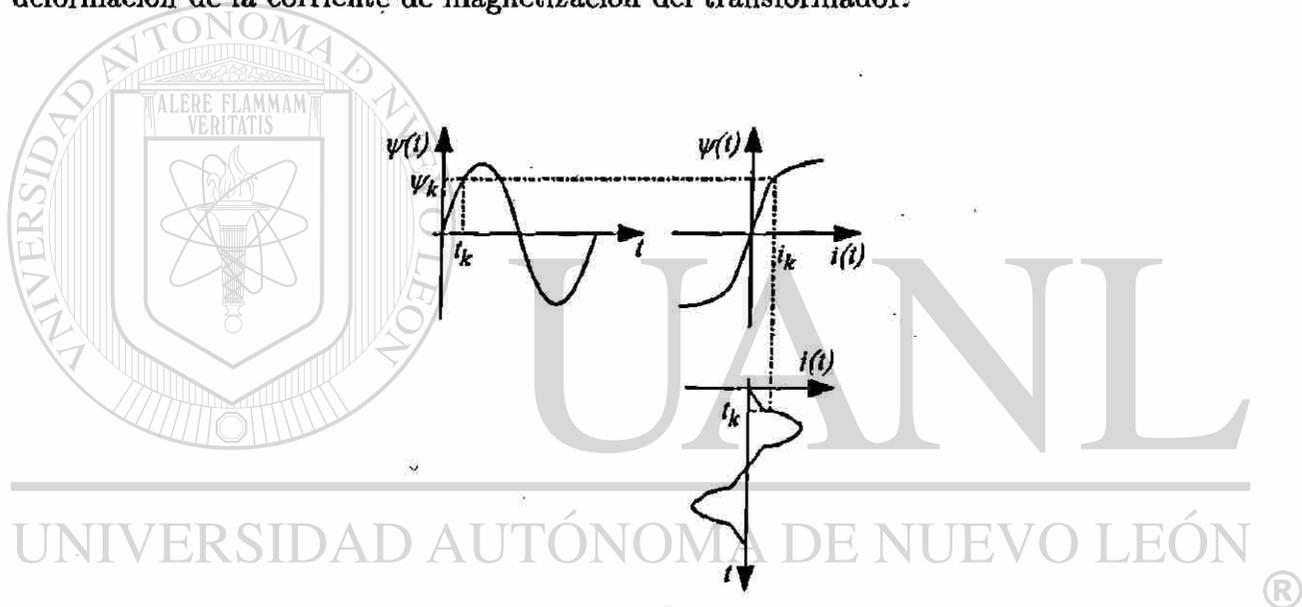


Figura 3.10: Obtención punto a punto de la corriente de magnetización

Como las frecuencias de resonancias internas de los transformadores de potencia ocurren para armónicas de orden mayor que las consideradas en los estudios de penetración de armónicas, las capacitancias entre devanados y de los devanados a tierra tienen poco efecto en los resultados, por lo cual no se toman en cuenta.

### 3.6 Cargas

Existen diferentes tipos de cargas de muy variadas naturalezas, cuyos modelos se obtienen generalmente en base a mediciones. Es posible representar cualquier carga mediante combinación de elementos RLC; en la referencia [37] se presenta un método que utiliza técnicas de procesamiento de señales.

En caso de que no se disponga de mediciones, se ha reportado otra alternativa que produce resultados satisfactorios; se trata de un modelo obtenido mediante mediciones en niveles de voltajes medios, utilizando un generador de señales en el rango de audiofrecuencias [38].

Una carga monofásica  $P + jQ$  se puede representar a las frecuencias armónicas mediante el circuito de la Figura 3.11, los parámetros del circuito se calculan con (3.66) a (3.68).

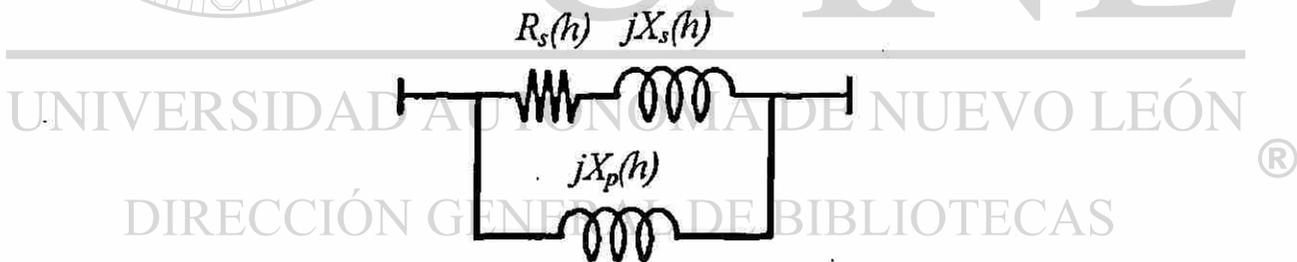


Figura 3.11: Modelo de la carga para las frecuencias armónicas

$$R_s(h) = \frac{|V(1)|^2}{P} \quad (3.66)$$

$$X_s(h) = .073hR_s(h) \quad (3.67)$$

$$X_p(h) = \frac{hR_s(h)}{6.7(P/Q) - .74} \quad (3.68)$$

En las ecuaciones (3.66) y (3.68),  $V(1)$  es el voltaje nominal de frecuencia fundamental, y  $P$  y  $Q$  son la potencia activa y reactiva de la carga, respectivamente.

Para modelar una carga trifásica se utilizan además (3.69) y (3.70).

$$Z^+(h) = Z^-(h) = Z_i(h) \quad (3.69)$$

$$Z^o(h) = \frac{Z^+(h)}{r(h)} \quad (3.70)$$

En las ecuaciones (3.69) y (3.70)  $Z_i(h) = (R_s(h) + jX_s(h)) \parallel jX_p(h)$  es la impedancia resultante del circuito equivalente de la Figura 3.11,  $r(h)$  es la razón de la impedancia de secuencia positiva a secuencia cero de la carga para cada armónica. En este caso los parámetros del circuito equivalente se calculan utilizando la potencia trifásica. Los parámetros de secuencia ( $o + -$ ) se transforman a componentes (abc) para poder incluirlos en las ecuaciones de la red trifásica.

### 3.7 Inductores y Capacitores

Como aproximación la impedancia de estos elementos se supone que varía monotónicamente con la frecuencia [11, 36]:

$$X_l(h) = hX(1) \quad (3.71)$$

$$X_c(h) = X(1)/h \quad (3.72)$$

## Capítulo 4

# ESTUDIO DE FLUJO TRIFÁSICO DE FRECUENCIA FUNDAMENTAL

### 4.1 Introducción

Los estudios de flujo de potencia son una de las herramientas más utilizadas para el análisis de redes eléctricas en estado estable, tanto durante la fase de diseño como en la operación del sistema. Permiten obtener el estado del sistema —voltajes nodales— para condiciones específicas de carga y generación.

El objetivo primario del estudio de flujo de potencia es obtener los voltajes nodales, para posteriormente calcular las variables de interés, v.g. flujos de corriente y potencia en líneas, aportación de potencia reactiva en generadores, etc.

En este capítulo se presenta en detalle una formulación generalizada para realizar estudios de flujo de potencia trifásico en redes desbalanceadas considerando sólo la frecuencia fundamental [5, 12]. En el siguiente capítulo se generaliza dicha formulación al estudio de flujo de potencia trifásico para diferentes frecuencias armónicas.

## 4.2 Formulación del problema

Los estudios de flujos permiten obtener el comportamiento del SEP en estado estable bajo condiciones de operación específicas [39, 40, 41, 42, 12]. Las condiciones de operación se definen mediante variables de control en el sistema: potencia activa y magnitud del voltaje controlado en las unidades generadoras, y potencia activa y reactiva en nodos de carga.

Adicionalmente existen restricciones impuestas al funcionamiento del SEP, v.g. límites de generación de potencia reactiva, control del intercambio de potencia entre áreas del sistema, límites en la transmisión de potencia, etc.

La representación matemática del problema consiste en resolver un conjunto de ecuaciones de la forma:

$$f(V) = 0 \quad (4.1)$$

En la ecuación (4.1)  $V$  es un vector formado por los voltajes nodales complejos del SEP y  $f$  es una función no lineal que define las condiciones específicas de operación.

Existen diferentes métodos para resolver un conjunto de ecuaciones de la forma de (4.1) [39, 40, 42]; en este trabajo se utilizará el método de Newton-Raphson [5, 12], debido a que es uno de los métodos que presentan mejores características de convergencia, con tiempos de cálculo reducidos.

## 4.3 Algoritmo de solución utilizando el método de Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson utiliza una ecuación por cada incógnita del problema de flujos. Debido a que en el estudio trifásico cada nodo tiene seis incógnitas —la parte

real y la parte imaginaria de los voltajes nodales de las fases a, b y c,— es necesario plantear seis ecuaciones por nodo. La forma de las ecuaciones depende del tipo de nodo.

En la Tabla 4.1 se presentan los tipos de nodos que se distinguen en un estudio de flujo trifásico, así como los datos de entrada y los resultados obtenidos.

Tabla 4.1: Tipos de nodos en un estudio de flujo trifásico

Tipo de nodo	Datos	Resultados
Carga	Potencia compleja (activa y reactiva) de cada fase	Voltajes nodales complejos por fase
Voltaje controlado	Potencia activa total generada, magnitud del voltaje controlado y potencia compleja de carga por fase	Potencia compleja generada por fase
Compensador	Magnitud y ángulo del voltaje controlado, potencia compleja de carga por fase	Voltajes nodales complejos y potencia generada por fase

En los estudios convencionales, en cada nodo se define el valor de la carga trifásica, considerando que a cada fase corresponde un tercio del valor total. En los estudios trifásicos es posible definir el valor real de la carga en cada fase.

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

En estudios de flujos balanceados sólo es posible controlar la magnitud del voltaje de secuencia positiva; en los estudios trifásicos es posible implementar el control de la magnitud de una variable que es función de los voltajes de las tres fases.

En general, en los estudios balanceados se tiene acceso a las variables de voltaje y corriente de secuencia positiva, y a los valores de potencia trifásicos —considerando que a cada fase corresponde un tercio del valor total. En los estudios trifásicos se trabaja y se puede tener control de las cantidades por fase, v.g. se puede controlar la magnitud del voltaje o el flujo de potencia en una línea por fase.

El método de Newton-Raphson requiere inicialmente un estimado de los voltajes nodales para después obtener iterativamente al valor que satisface las ecuaciones de restricción (4.1). El cambio en las variables  $\Delta V_i$  se calcula resolviendo (4.2):

$$[\Delta f_i] = -[J_i][\Delta V_i] \quad (4.2)$$

donde:

$\Delta f_i$  es la diferencia entre el valor de  $f$  con los voltajes actuales y el valor especificado.

$J_i$  es el jacobiano, matriz de primeras derivadas de  $f$ .

$\Delta V_i$  son los cambios en las variables del problema.  $i$  denota la iteración en que se encuentra el proceso de solución.

Una vez que se ha obtenido el incremento de los voltajes nodales, estos se actualizan utilizando (4.3):

$$[V_{i+1}] = [V_i] + [\Delta V_i] \quad (4.3)$$

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
**4.4 Ecuaciones de restricción** <sup>®</sup>  
 DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La forma de las ecuaciones a resolver depende del tipo de nodo, siendo la mayoría ecuaciones cuadráticas. A continuación se desarrollarán en detalle las ecuaciones de restricción partiendo de los datos en cada nodo.

#### 4.4.1 Nodos de carga

En estos nodos se especifica el valor de la potencia activa y reactiva de cada fase, de estas condiciones de operación se obtienen 6 ecuaciones.

#### 4. ESTUDIO DE FLUJO TRIFÁSICO

75

La potencia que se entrega en la fase  $f$  del nodo  $k$  se calcula con (4.4):

$$-S_k^f = V_k^f (I_k^f)^* \quad f=a,b,c \quad (4.4)$$

El signo negativo de  $S_k^f$  se debe a que la potencia se considera positiva entrando a la red, generalmente se especifica el valor de la potencia que sale del nodo hacia la carga.

Expresando los elementos (4.4) en sus componentes reales e imaginarias:

$$-P_k^f - jQ_k^f = (e_k^f + jf_k^f) (a_k^f - jb_k^f)$$

$$-P_k^f - jQ_k^f = (e_k^f a_k^f + f_k^f b_k^f) + j(-e_k^f b_k^f + f_k^f a_k^f)$$

donde:

$$S_k^f = P_k^f + jQ_k^f$$

$$V_k^f = e_k^f + jf_k^f$$

$$I_k^f = a_k^f + jb_k^f$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Igualando las partes reales e imaginarias de cada lado de la ecuación anterior se obtienen (4.5) y (4.6):

$$\Delta P_k^f = 0 = P_k^f + e_k^f a_k^f + f_k^f b_k^f \quad (4.5)$$

$$\Delta Q_k^f = 0 = Q_k^f - e_k^f b_k^f + f_k^f a_k^f \quad (4.6)$$

Para cada fase de los nodos de carga se plantean las ecuaciones (4.5) y (4.6); de esta forma, para los nodos de carga se tienen las seis ecuaciones requeridas.

#### 4.4.2 Nodos de voltaje controlado

En estos nodos se especifica el valor de la potencia activa total entregada al sistema y la magnitud del voltaje controlado.

Existen para los nodos de voltaje controlado tres tipos de ecuaciones, las cuales serán obtenidas a continuación.

##### 4.4.2.1 Ecuación de la potencia activa total

La potencia activa trifásica generada en el nodo  $k$  es la parte real de la potencia compleja que sale del nodo hacia la red y hacia la carga.

$$P_{gk} = \text{Real} \left\{ \sum_{m=a}^c V_k^m (I_k^m)^* \right\} + \sum_{m=a}^c PL_k^m \quad (4.7)$$

Donde  $I_k^m$  es la corriente que sale de la fase  $m$  del nodo  $k$  hacia la red y  $PL$  es la potencia de carga por fase.

Expresando (4.7) en componentes rectangulares se obtiene (4.8):

$$\Delta P_{gk} = P_{gk} - \sum_{m=a}^c PL_k^m - \sum_{m=a}^c (e_k^m a_k^m + f_k^m b_k^m) \quad (4.8)$$

##### 4.4.2.2 Ecuación del voltaje controlado

El control automático de voltaje (CAV) de las unidades generadoras mantiene fija una variable que es función de los voltajes nodales de las fases del generador:

$$V_k^{reg} = f(V_k^a, V_k^b, V_k^c)$$

La forma de la función  $f$  depende del esquema de control seleccionado.

Inicialmente se presenta la ecuación para el esquema de regulación que controla la magnitud del voltaje de la fase  $a$ , posteriormente se incluirá la ecuación para el esquema de control de secuencia positiva.

$$\Delta V_k^2 = (V_{gk}^a)^2 - (e_k^a)^2 - (f_k^a)^2 \quad (4.9)$$

En la ecuación (4.9)  $V_{gk}^a$  es la magnitud de voltaje especificado para la fase  $a$ .

#### 4.4.2.3 Ecuaciones de las corrientes internas

En la Figura 4.1 se presenta en forma compacta el modelo tradicional del generador que sólo considera la frecuencia fundamental; la excitación se representa como una fuente interna de voltaje o de corriente. La corriente en terminales del generador se ha separado en dos partes, la que va hacia la carga local  $IL_k^{abc}$  y la que entra a la red  $I_k^{abc}$ .

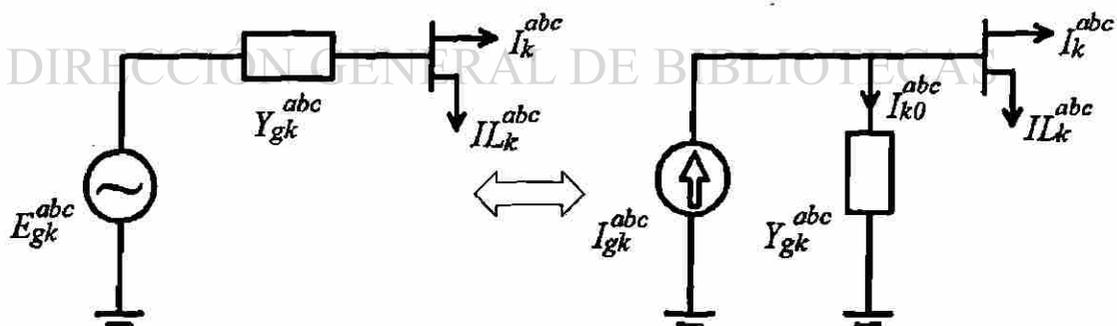


Figura 4.1: Modelos del generador de frecuencia fundamental

Debido a la construcción simétrica de los devanados del estator de la máquina síncrona, los voltajes internos  $E_{gk}^{abc}$  son balanceados, esto es:

$$E_{gk}^a = a E_{gk}^b \quad (4.10)$$

$$E_{gk}^a = a^2 E_{gk}^c \quad (4.11)$$

La corriente interna del generador se evalúa mediante (4.12).

$$I_{gk}^{abc} = Y_{gk}^{abc} E_{gk}^{abc} \quad (4.12)$$

Debido a que  $Y_{gk}^{abc}$  es una matriz balanceada, las fuentes internas de corriente del generador resultan ser balanceadas, esto es:

$$I_{gk}^a = a I_{gk}^b \quad (4.13)$$

$$I_{gk}^a = a^2 I_{gk}^c \quad (4.14)$$

Expresando los elementos de (4.13) en sus componentes reales e imaginarias:

$$A_{gk}^a + jB_{gk}^a = \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) (A_{gk}^b + jB_{gk}^b)$$

$$A_{gk}^a + jB_{gk}^a = -\left(\frac{1}{2}A_{gk}^b + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{gk}^b\right) - j\left(\frac{1}{2}B_{gk}^b - \frac{\sqrt{3}}{2}A_{gk}^b\right)$$

Igualando las partes reales e imaginarias correspondientes de cada lado de la ecuación anterior se obtienen (4.15) y (4.16).

$$A_{gk}^a = -\left(\frac{1}{2}A_{gk}^b + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{gk}^b\right) \quad (4.15)$$

$$B_{gk}^a = -\left(\frac{1}{2}B_{gk}^b - \frac{\sqrt{3}}{2}A_{gk}^b\right) \quad (4.16)$$

Como se muestra en la Figura 4.1, la corriente interna del generador  $I_{gk}^f$  se divide en dos partes, una que va hacia la impedancia interna del generador y otra que sale hacia

el SEP. Esta última a su vez se divide en dos partes: la que va hacia la red eléctrica y la que va hacia la carga local; lo anterior se expresa en (4.17).

$$I_{gk}^f = I_{k0}^f + I_k^f + IL_k^f \quad f=a,b,c \quad (4.17)$$

Expresando (4.17) en forma rectangular y separando las partes reales e imaginarias se obtienen (4.18) y (4.19):

$$A_{gk}^f = a_{k0}^f + a_k^f + AL_k^f \quad (4.18)$$

$$B_{gk}^f = b_{k0}^f + b_k^f + BL_k^f \quad (4.19)$$

Sustituyendo (4.18) y (4.19) en (4.15) y (4.16) se obtienen (4.20) y (4.21).

$$\Delta A1_k = (a_{k0}^a + a_k^a + AL_k^a) + \frac{1}{2} (a_{k0}^b + a_k^b + AL_k^b) + \frac{\sqrt{3}}{2} (b_{k0}^b + b_k^b + BL_k^b) \quad (4.20)$$

$$\Delta B1_k = (b_{k0}^a + b_k^a + BL_k^a) + \frac{1}{2} (b_{k0}^b + b_k^b + BL_k^b) - \frac{\sqrt{3}}{2} (a_{k0}^b + a_k^b + AL_k^b) \quad (4.21)$$

— Siguiendo un proceso similar al anterior para (4.14) se obtienen (4.22) y (4.23):

$$\Delta A2_k = (a_{k0}^a + a_k^a + AL_k^a) + \frac{1}{2} (a_{k0}^c + a_k^c + AL_k^c) - \frac{\sqrt{3}}{2} (b_{k0}^c + b_k^c + BL_k^c) \quad (4.22)$$

$$\Delta B2_k = (b_{k0}^a + b_k^a + BL_k^a) + \frac{1}{2} (b_{k0}^c + b_k^c + BL_k^c) + \frac{\sqrt{3}}{2} (a_{k0}^c + a_k^c + AL_k^c) \quad (4.23)$$

Las ecuaciones (4.8), (4.9) y (4.20) a (4.23) son las seis ecuaciones que se utilizarán para los nodos de generación.

#### 4.4.3 Nodo compensador

El nodo compensador es un nodo de generación especial en el cual no se especifica la potencia activa generada, sin embargo se especifica la magnitud y el ángulo del voltaje controlado.

El hecho de dejar libre la potencia activa generada permite al nodo compensador absorber las pérdidas del sistema, las cuales no se conocen al inicio del estudio. Al especificar el ángulo del voltaje controlado se define una referencia para la posición angular de los fasores de voltaje y corriente.

Para el esquema de control de voltaje en la fase a se tienen que cumplir en cada iteración (4.24) y (4.25):

$$\Delta e_k^a = 0 \quad (4.24)$$

$$\Delta f_k^a = 0 \quad (4.25)$$

Se puede observar que en este nodo se tienen dos incógnitas menos,  $\Delta e_k^a$  y  $\Delta f_k^a$ , por lo cual pueden eliminarse dos ecuaciones. Estas serían las de la potencia activa total (4.8), y la del voltaje controlado (4.9), sin embargo desde el punto de vista computacional puede resultar problemático tener nodos especiales con distinto número de ecuaciones, por lo cual se colocan en los renglones correspondientes a (4.8) y (4.9) las ecuaciones (4.24) y (4.25).

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

## 4.5 Elementos del jacobiano

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La matriz jacobiana está formada por submatrices de derivadas de dimensión  $6 \times 6$ ; a continuación se presentan dichas submatrices, en el apéndice B se desarrollan las ecuaciones para calcular sus elementos.

### 4.5.1 Nodos de carga

En la Tabla 4.2 se presenta la estructura de la submatriz del jacobiano correspondiente a los nodos de carga.

Tabla 4.2: Submatriz del jacobiano, nodos de carga

	$\Delta e_j^a$	$\Delta f_j^a$	$\Delta e_j^b$	$\Delta f_j^b$	$\Delta e_j^c$	$\Delta f_j^c$
$\Delta P_k^a$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta P_k^a}{\partial f_j^c}$
$\Delta Q_k^a$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^a}{\partial f_j^c}$
$\Delta P_k^b$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta P_k^b}{\partial f_j^c}$
$\Delta Q_k^b$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^b}{\partial f_j^c}$
$\Delta P_k^c$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta P_k^c}{\partial f_j^c}$
$\Delta Q_k^c$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial e_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial f_j^a}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial e_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial f_j^b}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial e_j^c}$	$\frac{\partial \Delta Q_k^c}{\partial f_j^c}$

### 4.5.2 Nodos de generación

En la Tabla 4.3 se presenta la estructura de las submatrices del jacobiano correspondientes a los nodos de generación.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### 4.5.3 Nodo compensador

Las submatrices correspondientes al nodo compensador sólo cambian, con respecto a las submatrices de los nodos de voltaje controlado, en los renglones correspondientes a las ecuaciones de la potencia activa total y del voltaje controlado, las cuales pueden ser eliminadas o sustituidas por (4.24) y (4.25). En la Tabla 4.4 se presentan dichos renglones.

## 4.6 Control de voltaje de secuencia positiva

Se presenta la ecuación de restricción y los elementos del jacobiano para el esquema del control de voltaje de secuencia positiva. En general para un esquema de control de voltaje particular basta obtener la ecuación de restricción y derivarla con respecto a las componentes de los voltajes nodales para obtener los elementos del jacobiano.

Aplicando la transformación inversa de componentes simétricas al vector de voltajes de secuencia (abc) se obtiene el voltaje de secuencia positiva:

$$V_k^+ = \frac{1}{3} (V_k^a + aV_k^b + a^2V_k^c) \quad (4.26)$$

Separando la ecuación anterior en sus partes real e imaginaria:

$$e_k^+ = \frac{1}{3} \left[ e_k^a - \frac{1}{2} (e_k^b + e_k^c) - \frac{\sqrt{3}}{2} (f_k^b - f_k^c) \right] \quad (4.27)$$

$$f_k^+ = \frac{1}{3} \left[ f_k^a - \frac{1}{2} (f_k^b + f_k^c) + \frac{\sqrt{3}}{2} (e_k^b - e_k^c) \right] \quad (4.28)$$

Si se desea mantener fijo el voltaje de secuencia positiva en cada iteración se debe cumplir la siguiente ecuación:

$$V_{gk}^+ = \sqrt{(e_k^+)^2 + (f_k^+)^2}$$

Donde  $V_{gk}^+$  es la magnitud del voltaje especificado.

Arreglando la ecuación anterior se obtiene la ecuación de restricción (4.29), la cual sustituye a (4.9) en el caso de tener control de voltaje de secuencia positiva.

$$\Delta V_k^+ = (V_{gk}^+)^2 - (e_k^+)^2 - (f_k^+)^2 \quad (4.29)$$

Derivando (4.29) con respecto a las componentes de los voltajes nodales se obtienen los elementos del jacobiano.

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial e_k^a} = -\frac{2}{3}e_k^+ \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial f_k^a} = -\frac{2}{3}f_k^+ \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial e_k^b} = \frac{1}{3}e_k^+ - \frac{1}{\sqrt{3}}f_k^+ \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial f_k^b} = \frac{1}{\sqrt{3}}e_k^+ + \frac{1}{3}f_k^+ \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial e_k^c} = \frac{1}{3}e_k^+ + \frac{1}{\sqrt{3}}f_k^+ \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial f_k^c} = -\frac{1}{\sqrt{3}}e_k^+ + \frac{1}{3}f_k^+ \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial e_j^f} = 0 \quad (j \neq k) \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^+}{\partial f_j^f} = 0 \quad (j \neq k) \quad (4.37)$$

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Para el nodo compensador con un esquema de control de voltaje de secuencia positiva, (4.29) sustituye a (4.24) y (4.25) debe ser sustituida por la ecuación del ángulo del voltaje de secuencia positiva:

$$\theta_k^+ = \arctan \left( \frac{f_k^f}{e_k^f} \right)$$

Arreglando la ecuación anterior se obtiene (4.38):

$$\Delta \theta_k^+ = e_k^+ \tan(\theta_k^+) - f_k^+ \quad (4.38)$$

La ecuación (4.38) se utiliza para fijar el ángulo del voltaje de secuencia positiva en

el nodo compensador. Los elementos del jacobiano correspondientes a esta ecuación se obtienen derivando con respecto a las componentes reales e imaginarias de los voltajes nodales.

$$\frac{\partial \Delta \theta_k^+}{\partial e_k^a} = \frac{1}{3} \tan(\theta_k^+) \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_k^+}{\partial f_k^a} = -\frac{1}{3} \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_k^+}{\partial e_k^b} = -\frac{1}{6} \tan(\theta_k^+) - \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_k^+}{\partial f_k^b} = -\frac{\sqrt{3}}{6} \tan(\theta_k^+) + \frac{1}{6} \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_k^+}{\partial e_k^c} = -\frac{1}{6} \tan(\theta_k^+) + \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_k^+}{\partial f_k^c} = \frac{\sqrt{3}}{6} \tan(\theta_k^+) + \frac{1}{6} \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_k^+}{\partial e_k^f} = 0 \quad (j \neq k) \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial \Delta \theta_k^+}{\partial f_k^f} = 0 \quad (j \neq k) \quad (4.46)$$

#### 4.7 Límites de potencia reactiva generada

La potencia reactiva de las máquinas generadoras está limitada por diferentes factores de acuerdo con su curva de capacidad, por lo que es necesario verificar en cada iteración si algunas máquinas han violado el límite superior o inferior de potencia reactiva. Si esto ocurre se deben tomar medidas correctivas.

La potencia reactiva de las máquinas generadoras es función de la magnitud de su

voltaje en terminales; en consecuencia, cuando una máquina viola un límite de reactivos se debe dejar libre la magnitud del voltaje y hacer que la potencia reactiva generada sea igual al valor del límite violado. Desde el punto de vista matemático esto equivale a sustituir la ecuación del voltaje controlado por una ecuación que limite la potencia reactiva generada. En los casos comunes la magnitud del voltaje disminuirá si el límite violado fue el superior y aumentará si el límite violado fue el inferior.

En ocasiones, los límites de reactivos se violan debido a que los estimados iniciales de los voltajes se encuentran muy lejos de la solución. Sin embargo, en iteraciones posteriores, al mejorar estos valores no se presentará el problema de límites de reactivos. Por lo tanto, se debe cambiar la ecuación de la potencia reactiva por la de voltaje controlado. La evidencia de que el problema de límites de reactivos ha desaparecido es que en iteraciones posteriores a la liberación del voltaje se obtenga un valor mayor al especificado inicialmente, para el caso de límite superior violado, o un valor menor al especificado, para el caso de límite inferior violado.

La ecuación de la potencia reactiva generada se calcula sumando la contribución de las tres fases de la potencia que se entrega a la red y de la que se consume en la carga local.

$$Q_{gk} = \text{Im}g \left\{ \sum_{m=a}^c V_k^m (I_k^m)^* \right\} + \sum_{m=a}^c QL_k^m$$

$$Q_{gk} = \text{Im}g \left\{ \sum_{m=a}^c (e_k^m + j f_k^m) (a_k^m - j b_k^m) \right\} + \sum_{m=a}^c QL_k^m$$

De la ecuación anterior se obtiene:

$$\Delta Q_{gk} = Q_{gk} - \sum_{m=a}^c QL_k^m - \sum_{m=a}^c (e_k^m b_k^m - f_k^m a_k^m) \quad (4.47)$$

La ecuación (4.47) reemplaza a la ecuación del voltaje controlado (4.9) ó (4.29), dependiendo del esquema de control de voltaje implementado. A continuación se presentan los elementos del jacobiano correspondientes a (4.47).

$$\frac{\partial \Delta Q_{gk}}{\partial e_k^p} = \sum_{m=a}^c (e_k^m G_{kk}^{mp} - f_k^m B_{kk}^{mp}) - b_k^p \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_{gk}}{\partial f_k^p} = \sum_{m=a}^c (e_k^m B_{kk}^{mp} + f_k^m G_{kk}^{mp}) - a_k^p \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_{gk}}{\partial e_j^p} = \sum_{m=a}^c (e_k^m B_{kj}^{mp} - f_k^m G_{kj}^{mp}) \quad (j \neq k) \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_{gk}}{\partial f_j^p} = \sum_{m=a}^c (e_k^m G_{kj}^{mp} + f_k^m B_{kj}^{mp}) \quad (j \neq k) \quad (4.51)$$

## 4.8 Diagrama lógico del algoritmo

En la Figura 4.2 se presenta un diagrama esquemático del algoritmo desarrollado para el estudio de flujo trifásico. A continuación se describen los puntos relevantes.

1. **Lectura de datos de la red.** Se requieren los valores de impedancia de los elementos que constituyen el sistema de potencia, así como los nodos a los cuales están conectados dichos elementos.

Los modelos de elementos se utilizan en coordenadas de fase [15, 5, 43, 44]. Las líneas de transmisión se representan mediante un circuito  $\pi$ , en su estado natural desbalanceado y acoplado [15]. Es posible considerar los acoplamientos entre las fases de una línea y entre los grupos de conductores que forman una línea trifásica. Puede modelarse cualquier condición balanceada o desbalanceada debido al calibre de los conductores o su disposición geométrica; también se puede considerar la desconexión de algunas de las fases [5]. Además, se pueden incluir en el modelo nodos no convencionales, por ejemplo, hilos de guarda.

Los transformadores se representan mediante un sistema de ecuaciones nodales en coordenadas de fase; en las referencias [43, 44] se presentan técnicas para formar dichas ecuaciones. Los modelos en coordenadas de fase permiten modelar cualquier desbalance y conexión, v.g. bancos formados por unidades monofásicas diferentes o con cambiadores de taps independientes por fase, conexiones en delta abierta,

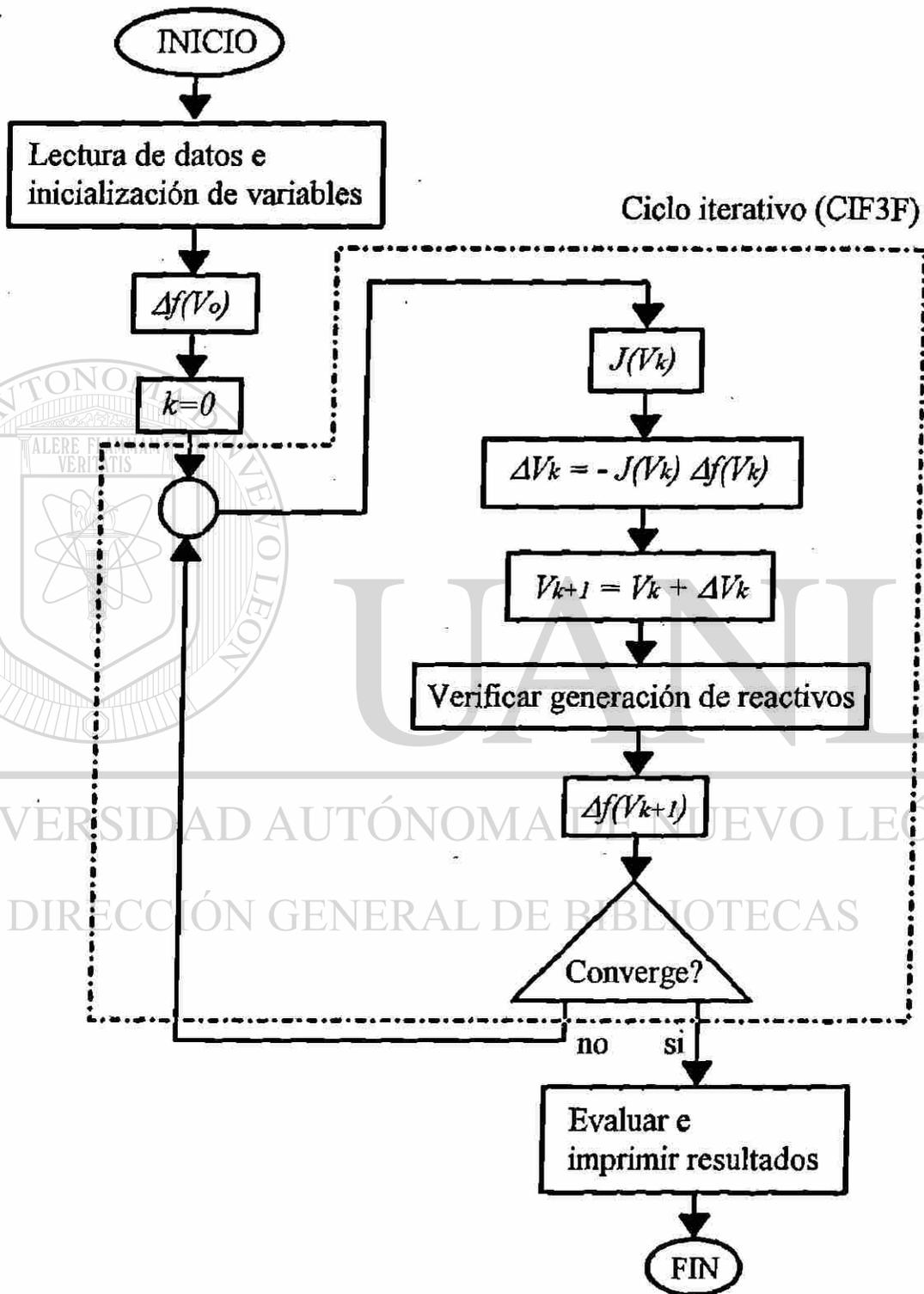


Figura 4.2: Diagrama lógico del estudio de flujo de potencia

etc. Los cambios de fase debidos a conexiones estrella-delta y a transformadores desfasadores quedan incluidos intrínsecamente en los modelos.

En general, la representación en coordenadas de fase de los componentes del sistema permite considerar cualquier desbalance y conexión.

2. **Lectura de las condiciones de operación del SEP.** Se leen los valores de las potencias generadas, los voltajes controlados, los límites de reactivos y las cargas en cada nodo —ver Tabla 4.1.

3. **Lectura de datos para control del algoritmo.** Se requiere:

- **kq.-** Número de la iteración para empezar a verificar límites de reactivos. Se recomienda no empezar a verificar desde la primera iteración, debido a que se parte de un estimado de los voltajes que puede ocasionar que se violen límites de reactivos injustificadamente.

- **lit.-** Número máximo de iteraciones. Puede suceder que no existan voltajes nodales que satisfagan las condiciones de operación requeridas, por lo que no existe solución y debe ponerse un límite máximo de iteraciones para obtener la solución.

- **tol.-** Tolerancia para la convergencia.

4. **Formación de la matriz de admitancia nodal trifásica.** Con los datos de la red se forma la matriz de admitancia nodal de acuerdo con las reglas para su formación [5, 9, 15].

5. **Inicialización de los voltajes nodales.** La buena o mala estimación inicial de los voltajes nodales influye en el número de iteraciones requeridas para llegar a la solución. Algunas consideraciones son:

- La magnitud de los voltajes en cada fase es la misma y se toma para los nodos de generación el valor del voltaje a controlar y para los nodos de carga se asume la unidad.

- Los voltajes de las fases están separados  $120^\circ$ .

- Deben considerarse los cambios de fase debidos a transformadores en conexión delta-estrella y a transformadores desfasadores. Los ángulos de los voltajes iniciales se deben de incrementar por el cambio de fase de la conexión.

Los voltajes iniciales recomendados se obtienen automáticamente realizando una corrida del estudio de flujo sin carga ni generación; también se pueden calcular resolviendo el sistema de ecuaciones nodales de la red para una inyección de corriente trifásica balanceada.

6. Se calculan las corrientes nodales con los estimados iniciales de los voltajes nodales. Ecuaciones (B.3) y (B.4).
7. Se evalúan las funciones de restricción con los estimados de los voltajes nodales —errores nodales. Se utilizan (4.5), (4.6), (4.8), (4.9), (4.20) a (4.23), (4.29), (4.38) y (4.47).
8. Se evalúa la matriz Jacobiana. Ecuaciones (B.9) a (B.34), (B.43) a (B.54), (4.30) a (4.37), (4.39) a (4.46) y (4.48) a (4.51).
9. Se calcula el incremento de los voltajes nodales. Solución del sistema de ecuaciones nodales del jacobiano (4.2).
10. Se actualizan los estimados de los voltajes nodales según (4.3).
11. Verificación de límites de reactivos. Para cada nodo de voltaje controlado se debe determinar primero cuál es la segunda ecuación de restricción:
  - Si la ecuación es la del voltaje controlado, lo cual indica que no se ha violado alguno de los límites de reactivos, verificar si en esta iteración se viola alguno de los límites; si esto ocurre, cambiar la ecuación del voltaje controlado (4.9) ó (4.29) por la ecuación de la potencia reactiva (4.47).
  - Si la ecuación es del límite de potencia reactiva, verificar si en esta iteración se cumplen los requisitos para regresar a controlar la magnitud del voltaje controlado; si se cumplen, cambiar (4.47) por (4.9) ó (4.29), si no, continuar.

12. **Evaluar las ecuaciones de restricción** (4.5), (4.6), (4.8), (4.9), (4.20) a (4.23), (4.29), (4.38) y (4.47) y verificar si están dentro de la tolerancia establecida. Si las ecuaciones de restricción no están dentro de la tolerancia, regresar al paso 8. Si las ecuaciones de restricción están dentro de la tolerancia, calcular flujos de potencia e imprimir resultados.
13. **Cálculo de resultados.** A continuación se presenta el procedimiento de cálculo de algunos resultados:

- Los flujos de potencia en elementos se calculan utilizando sus correspondientes modelos. Por ejemplo, un elemento paralelo y uno serie se representan por las siguientes ecuaciones:

$$Y_p^{abc} V_p^{abc} = I_p^{abc}$$

$$Y_{s_{pq}}^{abc} v_{pq}^{abc} = i_{pq}^{abc}$$

En las ecuaciones anteriores las variables están escritas en forma compacta, los voltajes y corrientes representan vectores —matrices de 3x1,— que incluyen las variables de las tres fases. Las admitancias representan matrices de dimensiones 3x3. Los voltajes y corrientes con un subíndice representan cantidades nodales. Los voltajes con doble subíndice indican diferencias de voltajes entre los nodos indicados; el doble subíndice para las corrientes indica que circulan entre esos nodos.

Los términos del lado izquierdo de las ecuaciones anteriores son conocidos, por lo cual es posible evaluar las corrientes. El flujo de potencia en elementos se calcula mediante el producto de los voltajes y las corrientes:

$$S_p^{abc} = V_p^{abc} \cdot (I_p^{abc})^C$$

$$S_{s_{pq}}^{abc} = v_{pq}^{abc} \cdot (i_{pq}^{abc})^C$$

El superíndice C de las corrientes indica el conjugado del número complejo, el punto en el producto indica que el producto se realiza elemento a elemento.

- La potencia reactiva en generadores se puede obtener sumando las potencias de los elementos que tiene conectados; también se puede obtener solucionando

el sistema de ecuaciones nodales:

$$Y_{bus}V_{bus} = I_{bus}$$

El producto de las corrientes nodales con los voltajes respectivos, obtiene las potencias de todos los nodos del sistema:

$$S_{bus} = V_{bus} \cdot I_{bus}^C$$

- Las pérdidas del sistema se pueden calcular sumando las potencias de generación y restando las de carga de todos los nodos.

## 4.9 Formulaciones desacopladas

Como se comentó en la sección 1.5, la representación de las variables del problema de flujo de potencia en forma polar, tiene la ventaja de que los requerimientos de cómputo se pueden reducir utilizando formulaciones desacopladas.

Las ecuaciones linealizadas del estudio de flujos en forma polar se pueden escribir de la siguiente forma [15]:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta P_{gen} \\ \Delta Q \\ \Delta V_{reg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \theta_{int} \\ \Delta V/V \\ \Delta V_{int}/V_{int} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

En la ecuación anterior los subíndices gen, reg e int denotan variables de las terminales generador y de los voltajes controlado e interno del generador.

Por la experiencia de los estudios convencionales, donde el efecto del valor de  $\Delta \theta$  en el cálculo de la potencia reactiva y de  $\Delta V$  en el cálculo de la potencia activa son despreciables, se puede aproximar [15]:

$$\begin{aligned} J_{13} = J_{14} = J_{23} = J_{24} &= 0 \\ J_{31} = J_{32} &= 0 \end{aligned}$$

Además, como se considera que el control del voltaje en generadores sólo se hace en función de las magnitudes de los voltajes en terminales, resulta en:

$$J_{41} = J_{42} = 0$$

Con las simplificaciones anteriores, las ecuaciones completas del estudio de flujo de potencia en coordenadas polares (4.52), se pueden escribir en forma desacoplada:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta P_{gen} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \theta_{int} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q \\ \Delta V_{reg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{33} & J_{34} \\ J_{43} & J_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DIV/V \\ \Delta V_{int}/V_{int} \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

En comparación con la formulación completa, la formulación desacoplada tiene un ahorro global del 30 al 40% en el proceso de solución. Sin embargo, para una exactitud elevada las formulaciones desacopladas requieren más iteraciones [15]. A su vez, las características de convergencia se pueden mejorar si las ecuaciones de especificaciones de potencia se dividen entre el voltaje [15].

#### 4.9.1 Formulación desacoplada rápida

Al igual que en los estudios convencionales, es posible simplificar aún más la solución de las ecuaciones de flujo de potencia si, además de desacoplar las ecuaciones, las matrices de derivadas se mantienen constantes [15]. Para simplificar el problema se hacen suposiciones similares a las realizadas en los estudios convencionales:

- La conductancia de las líneas es muy pequeña comparada con la susceptancia:

$$G_{ik}^{pm} \ll B_{ik}^{pm}$$

- Para todos los nodos se considera que:

$$Q_k^m \ll B_{kk}^{mm} (V_k^m)^2$$

#### 4. ESTUDIO DE FLUJO TRIFÁSICO

94

- La diferencia angular entre nodos, para una misma fase, es muy pequeña y se puede considerar que:

$$\cos \theta_{ik}^{mm} \approx 1$$

además:

$$G_{ik}^{mm} \sin \theta_{ik}^{mm} \ll B_{ik}^{mm}$$

- La diferencia angular entre las fases de un mismo nodo es de  $120^\circ$ .

$$\theta_{kk}^{pm} \approx \pm 120^\circ$$

- De las dos suposiciones anteriores, se puede considerar que la diferencia angular entre las fases de diferentes nodos es de  $120^\circ$ .

$$\theta_{ik}^{pm} \approx \pm 120^\circ$$

Por lo tanto se puede considerar que:

$$\cos \theta_{ik}^{pm} \approx -0.5$$

$$\sin \theta_{ik}^{pm} \approx \pm 0.866$$

Utilizando las consideraciones anteriores y ordenando adecuadamente las variables se obtiene la formulación desacoplada rápida, en la cual las matrices de derivadas son constantes:

$$\begin{bmatrix} \Delta P/V \\ \Delta P_{gen}/V_{int} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B'_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \theta_{int} \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q/V \\ \Delta V_{reg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B''_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta V_{int} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Las matrices  $B'_m$  y  $B''_m$  se aproximan a las pendientes de las rectas tangentes a la superficie multidimensional definida por las ecuaciones de flujos de potencia.

Las simplificaciones de las formulaciones desacopladas en el cálculo de la matriz Jacobiano no afectan la solución, debido a que el criterio de convergencia se cumple cuando las ecuaciones de restricción quedan dentro de una tolerancia.

En comparación con otras técnicas de solución —por ejemplo, métodos de Gauss,— el método de Newton-Raphson ofrece mejores características de convergencia; sin embargo, los recursos computacionales requeridos son mayores. Esta desventaja se atenúa en las formulaciones desacopladas, especialmente con la desacoplada rápida.

Las simplificaciones presentadas con anterioridad, mediante las cuales es posible derivar la formulación desacoplada rápida, sólo se aplican a las redes de alta tensión. En los sistemas de distribución no se cumplen, debido principalmente a que los valores de resistencia son significativos. Además, el número de nodos a considerar es más grande. Para estos casos los métodos de Gauss tienen ventajas sobre los de Newton-Raphson.

#### 4.10 Análisis de resultados en casos de estudio

En esta sección se reportan resultados de estudios de flujo de potencia trifásico de frecuencia fundamental, realizados mediante simulación digital en sistemas de prueba. Para realizar los estudios se implementó el algoritmo presentado en las secciones anteriores de este capítulo; el programa ha sido validado utilizando estudios reportados en la literatura, se han considerado redes balanceadas y desbalanceadas [7, 15].

Los resultados se muestran en valores de cantidades físicas reales, no en valores de cantidades transformadas, lo cual permite una visualización directa de los mismos. Las cantidades de secuencia (0 + -) se pueden obtener directamente transformado las cantidades de fase y pueden servir como índices para observar el grado de desbalance en la red y en las condiciones de operación.

En la simulación se pueden observar fenómenos que no se modelan con las formulaciones tradicionales, como son el intercambio de potencia entre fases en transformadores y líneas de transmisión. Además, todas las condiciones del sistema se pueden incluir en los modelos de elementos y aparecen directamente en la solución, como son el cambio de fase por conexión de transformadores y transformadores defasadores.

La modelación trifásica permite incluir restricciones en las condiciones de operación por fase, v.g. control de voltajes de generación, control de niveles de voltajes de carga o flujos de potencia. Lo anterior no es posible en los estudios tradicionales, donde sólo se trabaja con cantidades de secuencia positiva.

A menos que se indique lo contrario, las cantidades de voltajes, corrientes e impedancias se presentan en por unidad. Para los voltajes se utilizan como base los valores nominales; en todo el sistema se utiliza una potencia base trifásica de 100 MVA. Los flujos de potencia se expresan en MW y MVAR.

#### 4.10.1 Sistema desbalanceado

Se presenta el análisis de un sistema desbalanceado, tanto en la red como en las cargas. El objetivo es mostrar las condiciones de desbalance que pueden aparecer en un sistema real y lo alejado que se puede estar del estado balanceado generalmente supuesto. En la Figura 4.3 se muestra el sistema de estudio; en el Apéndice C se presentan los valores de los parámetros de la red.

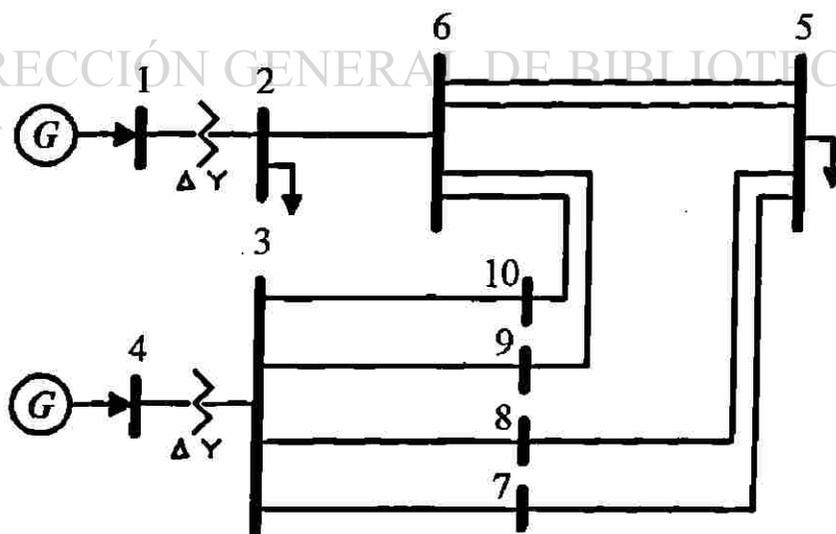


Figura 4.3: Sistema de estudio desbalanceado

#### 4. ESTUDIO DE FLUJO TRIFÁSICO

97

En la red se tienen varias líneas acopladas y desbalanceadas; el modelo de estos elementos considera sin ninguna aproximación los desbalances y los acoplamientos, con lo cual estas condiciones entran directamente al estudio.

La conexión delta-estrella de transformadores produce un cambio de fase de 30°, el cual debe tomarse en cuenta en los voltajes iniciales.

En la Tabla 4.5 se presentan los valores resultantes de voltajes y potencias de generación y carga nodales. Se observa que en general todas las cantidades son desbalanceadas; la carga se había especificado desbalanceada y por lo tanto la generación resultó desbalanceada.

Tabla 4.5: Voltajes y potencias nodales

NODO	V	$\theta$	GENERACION		CARGA	
			MW	MVAR	MW	MVAR
1 <sup>a</sup>	1.0501	-1.7547	93.844	35.298	.000	.000
1 <sup>b</sup>	1.0658	-120.6149	86.281	31.646	.000	.000
1 <sup>c</sup>	1.0766	118.1293	97.203	25.703	.000	.000
2 <sup>a</sup>	1.0364	23.5427	.000	.000	48.000	20.000
2 <sup>b</sup>	1.0751	-96.0458	.000	.000	47.000	12.000
2 <sup>c</sup>	1.0478	141.9917	.000	.000	51.300	28.299
3 <sup>a</sup>	1.0727	24.8415	.000	.000	.000	.000
3 <sup>b</sup>	1.0850	-95.6989	.000	.000	.000	.001
3 <sup>c</sup>	1.0679	143.8271	.000	.000	.000	-.001
4 <sup>a</sup>	1.0449	-2.0926	134.031	54.640	.000	.000
4 <sup>b</sup>	1.0544	-121.9283	129.903	39.980	.000	.000
4 <sup>c</sup>	1.0525	117.5613	146.068	41.883	.000	.000
5 <sup>a</sup>	1.0219	21.5504	.000	.000	120.000	80.000
5 <sup>b</sup>	1.0482	-98.3593	.000	.000	127.000	77.998
5 <sup>c</sup>	1.0372	139.2836	.000	.000	143.001	71.998
6 <sup>a</sup>	1.0246	21.7270	.000	.000	50.000	14.999
6 <sup>b</sup>	1.0558	-98.0109	.000	.000	45.000	14.000
6 <sup>c</sup>	1.0403	139.6798	.000	.000	48.300	16.598
7 <sup>a</sup>	1.0374	22.3704	.000	.000	.000	.000
7 <sup>b</sup>	1.0595	-97.6454	.000	.000	.000	.001
7 <sup>c</sup>	1.0466	140.4232	.000	.000	.000	.000

Tabla 4.5: Voltajes y potencias nodales (continuación)

NODO	V	$\theta$	GENERACION		CARGA	
			MW	MVAR	MW	MVAR
8 <sup>a</sup>	1.0363	22.3397	.000	.000	.000	.000
8 <sup>b</sup>	1.0595	-97.7594	.000	.000	.000	.000
8 <sup>c</sup>	1.0466	140.3581	.000	.000	.000	.000
9 <sup>a</sup>	1.0353	22.4694	.000	.000	.000	.000
9 <sup>b</sup>	1.0639	-97.4872	.000	.000	.000	-.001
9 <sup>c</sup>	1.0504	140.6626	.000	.000	.000	.000
10 <sup>a</sup>	1.0375	22.4928	.000	.000	.000	.000
10 <sup>b</sup>	1.0644	-97.4640	.000	.000	.000	.000
10 <sup>c</sup>	1.0485	140.7335	.000	.000	.000	.000

Se observa que en la solución aparece directamente el cambio de fase por conexión de transformadores, lo cual no ocurre en los estudios tradicionales, donde se tiene que incluir posteriormente.

En la Tabla 4.6 se muestran los voltajes y las corrientes nodales en generadores en cantidades de secuencia; estos valores son un índice para observar el grado de desbalance en la generación.

Tabla 4.6: Voltajes y corrientes de generadores en valores de secuencia

NODO	$ V^0 $	$\theta^0$	$ V^+ $	$\theta^+$	$ V^- $	$\theta^-$
1	.0002	179.9977	1.0641	-1.4133	.0151	-157.0000
4	.0001	179.9912	1.0506	-2.1532	.0057	166.5191
	$ I^0 $	$\phi^0$	$ I^+ $	$\phi^+$	$ I^- $	$\phi^-$
1	.0000	.0000	2.7485	-19.9331	.1662	-66.9996
4	.0000	.0000	4.1136	-20.5866	.2691	-103.4804

Los cantidades de secuencia cero en terminales de generadores son iguales a cero, porque la conexión delta-estrella del transformador aísla la red de secuencia cero del generador; sin embargo, en el lado de alta del transformador son diferentes de cero, según puede verse en la Tabla 4.7.

Tabla 4.7: Corrientes de secuencia (0 + -) en transformadores

$p - q$	$ I^0 $	$\phi^0$	$ I^+ $	$\phi^+$	$ I^- $	$\phi^-$
2 - 1	0.1264	-128.2955	2.6895	-169.9328	0.1626	83.0005
3 - 4	0.0717	-68.5549	3.9367	-170.5861	0.2576	46.5080

En la Tabla 4.6 se aprecia que el sistema está operando en condiciones muy desbalanceadas. En los nodos 1 y 4, los voltajes de secuencia negativa son el 14% y el 5% de los valores de secuencia positiva, respectivamente. Las corrientes de secuencia negativa son del 6% con respecto a los valores de secuencia positiva.

En la Tabla 4.8 se presentan los flujos de potencia en transformadores, se observa que en algunas fases existe una ganancia aparente de potencia activa: por ejemplo, en la fase b del transformador 4-3, la potencia que se recibe es mayor que la que se envía, esto es posible por la conexión delta-estrella del transformador.

En la conexión delta del transformador, cada devando está conectado y recibe potencia de dos fase, en el lado de la estrella el secundario del mismo devando está conectado y sólo entrega potencia a una fase; esto permite un intercambio de potencia entre fases. Cuando se tiene desbalance en los voltajes, la combinación de potencias en la delta resulta en pérdida de potencia para unas fases y ganancia para otras, sin embargo, la suma de pérdidas de las tres fases resulta positiva.

Tabla 4.8: Flujos de potencia en transformadores

$p - q$	$P^a$	$Q^a$	$P^b$	$Q^b$	$P^c$	$Q^c$
3 - 4	-127.283	-38.288	-136.554	-28.532	-145.167	-41.805
4 - 3	134.031	54.640	129.903	39.980	146.068	41.883
2 - 1	-91.349	-24.429	-86.905	-15.621	-97.564	-23.723
1 - 2	93.844	35.298	86.281	31.646	97.203	25.703

En la Tabla 4.9 se presentan los flujos de potencia en líneas de transmisión, se observa que para cada fase se tienen flujos notablemente distintos. Además, se observa

en algunas fases una aparente ganancia de potencia activa, por ejemplo, en la línea 2-6; esta potencia circula de una fase a otra a través de los acoplamientos, sin embargo, la suma total de pérdidas es positiva.

Tabla 4.9: Flujos de potencia en líneas de transmisión

$p - q$	$P^a$	$Q^a$	$P^b$	$Q^b$	$P^c$	$Q^c$
6 - 2	-43.836	-17.077	-39.530	-17.654	-45.380	-7.778
2 - 6	43.349	4.429	39.905	3.621	46.264	-4.577
6 - 5	27.755	9.977	35.425	21.983	27.662	17.777
6 - 5	35.145	20.293	42.758	18.355	48.877	21.728
5 - 6	-27.713	-11.567	-35.365	-23.345	-27.683	-19.097
5 - 6	-35.114	-21.867	-42.561	-19.735	-48.862	-22.927
7 - 5	28.272	19.563	26.213	15.060	32.318	13.453
8 - 5	28.981	22.298	23.115	14.108	34.243	11.406
5 - 7	-28.251	-21.967	-26.150	-17.854	-32.283	-16.037
5 - 8	-28.923	-24.598	-22.924	-17.065	-34.173	-13.936
9 - 6	32.808	9.602	42.322	15.527	37.686	24.839
10 - 6	36.526	14.611	41.923	16.567	41.573	19.866
6 - 9	-32.680	-11.636	-42.014	-17.866	-37.827	-26.670
6 - 10	-36.384	-16.556	-41.639	-18.818	-41.633	-21.659
3 - 7	28.082	11.628	26.651	5.955	32.483	5.213
3 - 8	28.954	14.898	23.770	4.769	34.490	3.574
3 - 9	33.315	3.325	43.418	8.324	36.847	19.036
3 - 10	36.931	8.437	42.715	9.484	41.347	13.984
7 - 3	-28.272	-19.563	-26.213	-15.061	-32.318	-13.453
8 - 3	-28.981	-22.298	-23.115	-14.108	-34.244	-11.406
9 - 3	-32.808	-9.602	-42.322	-15.527	-37.686	-24.839
10 - 3	-36.526	-14.611	-41.923	-16.567	-41.573	-19.866

#### 4.10.2 Desconexión monopolar

Una de las ventajas principales de la formulación trifásica es la versatilidad para la simulación de condiciones de operación especiales. Es posible establecer restricciones para cada fase del sistema, no así en los estudios tradicionales, donde se establecen condiciones sólo para la secuencia positiva.

Se presenta la simulación de la desconexión de la fase b de la línea 2-6. Es conveniente señalar que con los algoritmos tradicionales no es posible realizar este estudio.

Para simular la desconexión de una fase existen dos alternativas. La primera consiste en conectar en serie elementos auxiliares, el valor de la impedancia serie en las fases a y c es cero y en la fase b es infinito. La segunda alternativa consiste en modificar el modelo de la línea para la fase b desconectada. La primera alternativa tiene la desventaja de que para representar los valores de impedancia cero se requieren valores de admitancia grandes, los cuales ocasionan problemas numéricos; por ese motivo se utilizó la segunda alternativa.

A continuación se muestran las matrices de admitancia de la línea considerando la desconexión de la fase b.

$$Ym_1^{abc} = \begin{bmatrix} 3.9867 - 25.0731j & 0 & -2.2226 + 8.8228j \\ 0 & 0 & 0 \\ -2.2226 + 8.8228j & 0 & 4.1747 - 23.8933j \end{bmatrix}$$

$$Ym_{j/2}^{abc} = \begin{bmatrix} 0.1750 & 0 & -0.0200 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.0200 & 0 & 0.1700 \end{bmatrix} j$$

La matriz que representa la admitancia equivalente serie  $Ym_1^{abc}$  se obtiene de la inversa de la matriz original  $Z_1^{abc}$  —ver apéndice C,— sumándole a la diagonal de la fase un valor muy grande y luego invirtiendo; el alto valor de impedancia no permite que recule corriente por la fase b, con lo cual se simula la desconexión. La matriz  $Ym_1^{abc}$  también se puede obtener si en  $Z_1^{abc}$  sólo se toma la matriz de  $2 \times 2$  con los valores de las fases a y c propios y mutuos, se invierte, y después se forma la matriz de  $3 \times 3$  agregando ceros en el renglón y la columna de la fase b.

La matriz que representa la admitancia paralelo  $Ym_{j/2}^{abc}$  se obtiene de la matriz original, haciendo cero los elementos propios y mutuos de la fase b.

Como se ha descrito, la simulación de la desconexión monopolar utilizando la formulación trifásica se realiza directamente; a continuación se presentan algunos resultados interesantes.

En la Tabla 4.10 se presentan algunos voltajes nodales para el sistema de prueba anterior, desconectando la fase b de la línea 2-6. Se observa que la generación en la fase b del nodo 1 disminuye, debido a que ya no puede entregar potencia al sistema a través de la fase b de la línea 2-6. Aún cuando la potencia entregada disminuyó de 40 MW a 0, la potencia de generación sólo disminuyó 16 MW; la generación de la fase b se pasa a las otras fases a través de las ramas de la delta del transformador.

Tabla 4.10: Voltajes y potencias nodales, desconexión monopolar

NODO	V	$\theta$	GENERACION		CARGA	
			MW	MVAR	MW	MVAR
1 <sup>a</sup>	1.0443	-4.5532	114.895	27.532	.000	.000
1 <sup>b</sup>	1.0264	-118.8033	70.233	43.126	.000	.000
1 <sup>c</sup>	1.1244	119.1199	94.090	3.768	.000	.000
2 <sup>a</sup>	.9935	20.8334	.000	.000	48.000	20.000
2 <sup>b</sup>	1.0938	-91.0013	.000	.000	47.000	12.000
2 <sup>c</sup>	1.0964	139.4008	.000	.000	51.300	28.300
4 <sup>a</sup>	1.0556	-8.3691	116.219	57.426	.000	.000
4 <sup>b</sup>	1.0588	-129.6025	155.802	49.621	.000	.000
4 <sup>c</sup>	1.0376	110.8788	137.979	84.730	.000	.000
6 <sup>a</sup>	1.0129	17.2466	.000	.000	50.000	15.000
6 <sup>b</sup>	.9949	-109.7443	.000	.000	45.000	13.999
6 <sup>c</sup>	1.0668	135.2340	.000	.000	48.300	16.599

Como se mantuvieron constantes las especificaciones de carga por fase y de generación trifásica, la disminución de potencia de generación en la fase b del nodo 1 ocasiona que aumente notablemente la potencia en la fase a. Las potencias de generación en el nodo 4 se comportan inversamente, disminuye la generación en la fase a y aumenta en b. Se observa que el voltaje de la fase b del nodo 6 se reduce ligeramente debido a que perdió el soporte del generador en el nodo 1 —aumentó la distancia eléctrica.

En la Figura 4.4 se muestran los flujos de potencia en el transformador 1-2, antes y después de desconectar la fase b de la línea 2-6. También se presentan los voltajes y corrientes nodales del generador en el nodo 1 en componentes de secuencia (0 + -). En el primer renglón se muestran los valores de la condición sin falla, en el segundo renglón se presentan las cantidades que se tienen cuando se desconectó la fase b de la línea 2-6. La potencia de la carga del nodo 2 se mantiene constante y se muestra sólo una vez.

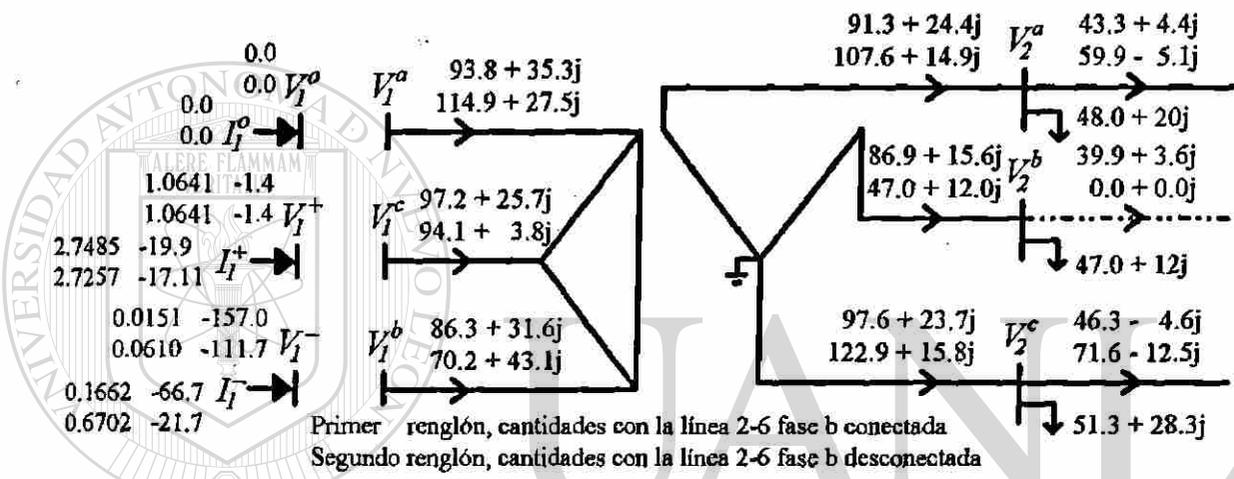


Figura 4.4: Transformador 1-2 antes y después de desconectar la fase b de la línea 2-6

En la Tabla 4.10 se observa que la desconexión monopolar ocasiona que la generación sea notablemente más desbalanceada. El incremento en el grado de desbalance también se observa en la Figura 4.4 y en la Tabla 4.11. Con respecto a la simulación anterior, los voltajes y las corrientes de secuencia negativa se incrementan 4 y 2.3 veces en los generadores 1 y 4 respectivamente. Las corrientes de secuencia negativa en generadores para esta condición de operación resultan muy grandes.

Tabla 4.11: Voltajes y corrientes de generadores en valores de secuencia

NODO	$ V^0 $	$\theta^0$	$ V^+ $	$\theta^+$	$ V^- $	$\theta^-$
1	.0002	-179.9855	1.0641	-1.4133	.0610	-111.7322
4	.0001	173.1353	1.0506	-9.0310	.0132	58.5634
	$ I^0 $	$\phi^0$	$ I^+ $	$\phi^+$	$ I^- $	$\phi^-$
1	.0000	.0000	2.7257	-17.1187	.6702	-21.7322
4	.0000	.0000	4.3116	-34.1938	.6283	148.5634

En las Tablas 4.13 y 4.12 se presentan los flujos de potencia en transformadores y líneas de transmisión. Como las especificaciones de generación se mantuvieron constantes respecto a la simulación anterior, el generador en el nodo 1 se mantiene igual, pero su potencia se distribuye en las otras fases. Como la salida de la potencia del nodo 1 sólo puede ser a través de la línea 2-6, la transmisión total se mantiene, sólo se distribuye a las otras fases la potencia que no puede transmitir la fase b. En la Figura 4.4 se observa que la fase b del secundario del transformador sólo recibe la potencia que se consume en la carga del nodo 2.

Tabla 4.12: Flujos de potencia en transformadores, desconexión monopolar

$p - q$	$P^a$	$Q^a$	$P^b$	$Q^b$	$P^c$	$Q^c$
2 - 1	-107.620	-14.860	-47.000	-12.000	-122.934	-15.771
1 - 2	114.895	27.532	70.233	43.126	94.090	3.768

Debido a la situación de que la línea 2-6 es la única salida para la generación del nodo 1, el desbalance es más notable del nodo 6 hacia el nodo 1, por ejemplo en el flujo de potencia por el transformador 1-2. El desbalance en el resto del sistema aún cuando aumenta lo hace en menor grado.

Tabla 4.13: Flujos de potencia en líneas, desconexión monopolar

$p - q$	$P^a$	$Q^a$	$P^b$	$Q^b$	$P^c$	$Q^c$
6 - 2	-59.441	-3.543	.000	.000	-70.392	3.534
2 - 6	59.620	-5.140	.000	.000	71.634	-12.529
6 - 5	31.825	6.704	28.443	18.754	32.160	17.470
6 - 5	40.268	18.061	34.779	14.830	54.037	19.089
5 - 6	-31.904	-8.223	-28.334	-20.150	-32.099	-18.576
5 - 6	-40.434	-19.594	-34.564	-16.295	-53.842	-19.994
9 - 6	30.436	13.556	54.122	22.217	29.715	28.965
10 - 6	33.158	18.299	54.649	23.323	33.743	23.223
6 - 9	-30.000	-15.769	-53.841	-23.313	-30.057	-31.237
6 - 10	-32.651	-20.454	-54.380	-24.269	-34.048	-25.458

### 4.10.3 Cálculo de neutros

La formulación trifásica permite evaluar cualquier variable del sistema físico, v.g. neutros de conexiones estrella, hilos de guarda en líneas, etc. Para calcular las variables de esos nodos no convencionales existen dos alternativas. La primera alternativa consiste en mantener en los modelos de elementos los nodos adicionales. La segunda alternativa consiste en eliminar los nodos adicionales, trabajar sólo con las variables de fase (abc) y, una vez obtenida la solución, calcular los nodos adicionales. La primera alternativa es directa, sin embargo, puede resultar problemático para la programación tener nodos con distinto número de ecuaciones, por lo cual puede resultar conveniente utilizar la segunda alternativa.

Se repite el estudio de la sección 4.10.1, considerando que el transformador conectado entre los nodos 1-2 tiene conexión delta-estrella sin aterrizar. Se utilizará la segunda alternativa para calcular las variables del neutro.

En la Figura 4.5 se presenta la conexión del transformador; se considera que se tiene una unidad de transformación monofásica idéntica para cada fase. Los datos se presentan en el apéndice C.

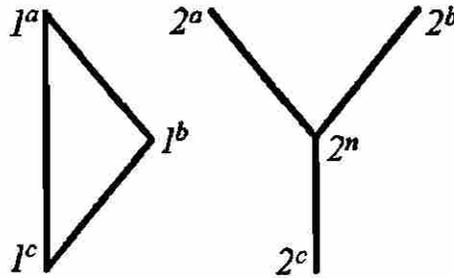


Figura 4.5: Transformador en conexión delta-estrella sin aterrizar

Cada unidad monofásica se representa mediante un equivalente [43]; en la Figura 4.6 se presenta el circuito equivalente.

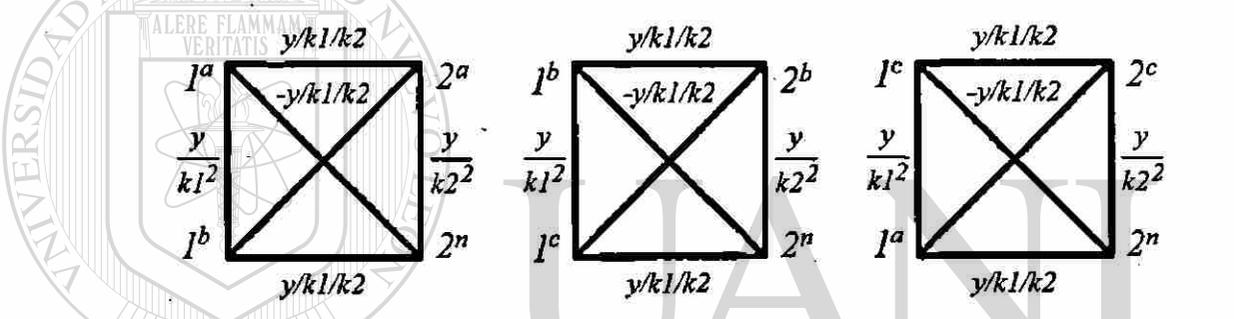


Figura 4.6: Circuito equivalente del transformador con conexión delta-estrella

Por simple observación se forma el sistema de ecuaciones nodales del circuito de la Figura 4.6, el cual representa al transformador.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$\begin{bmatrix} 2y_1 & -y_1 & -y_1 & -y_2 & 0 & y_2 & 0 \\ -y_1 & 2y_1 & -y_1 & y_2 & -y_2 & 0 & 0 \\ -y_1 & -y_1 & 2y_1 & 0 & y_2 & -y_2 & 0 \\ -y_2 & y_2 & 0 & y_3 & 0 & 0 & -y_3 \\ 0 & -y_2 & y_2 & 0 & y_3 & 0 & -y_3 \\ y_2 & 0 & -y_2 & 0 & 0 & y_3 & -y_3 \\ 0 & 0 & 0 & -y_3 & -y_3 & -y_3 & 3y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^a \\ V_1^b \\ V_1^c \\ V_2^a \\ V_2^b \\ V_2^c \\ V_2^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^a \\ I_1^b \\ I_1^c \\ I_2^a \\ I_2^b \\ I_2^c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

donde:

$$\begin{aligned} y_1 &= y/k1^2 &= 0.4604 - 8.7477j \\ y_2 &= y/k1/k2 &= 0.7803 - 14.8253j \\ y_3 &= y/k2^2 &= 1.3224 - 25.1254j \end{aligned}$$

En las ecuaciones anteriores  $y$  representa la admitancia de dispersión del transfor-

mador,  $k_1$  y  $k_2$  representan el cambio de tap del primario y del secundario respectivamente; debe considerarse adicionalmente un tap de  $\sqrt{3}$  del lado de la delta debido al cambio de base de voltaje [43, 15].

Expresando en forma compacta la ecuación anterior:

$$\begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{an} \\ Y_{na} & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,2}^{abc} \\ V_2^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1,2}^{abc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

Realizando los productos matriciales se tiene:

$$\begin{aligned} Y_{aa} V_{1,2}^{abc} + Y_{an} V_2^n &= I_{1,2}^{abc} \\ Y_{na} V_{1,2}^{abc} + Y_{nn} V_2^n &= 0 \end{aligned}$$

Se despeja de la segunda ecuación  $V_2^n$ :

$$V_2^n = -Y_{nn}^{-1} Y_{na} V_{1,2}^{abc} \quad (4.59)$$

Se sustituye el  $V_2^n$  en la primera ecuación para obtener el modelo del transformador el cual sólo considera a las variables de fase:

$$(Y_{aa} - Y_{an} Y_{nn}^{-1} Y_{na}) V_{1,2}^{abc} = I_{1,2}^{abc} \quad (4.60)$$

Se realizó el estudio considerando este modelo del transformador, los voltajes de los nodos 1 y 2 se presentan a continuación:

$$V_{1,2}^{abc} = \begin{bmatrix} 1.0465\angle & -1.7651 \\ 1.0675\angle & -120.4444 \\ 1.0785\angle & 117.9691 \\ 1.0433\angle & 22.4273 \\ 1.0965\angle & -94.9282 \\ 1.0193\angle & 141.8715 \end{bmatrix}$$

Una vez que se tienen los voltajes de fase se puede calcular el voltaje en el neutro utilizando (4.59):

$$V_2^n = .0315\angle -43.5794$$

En forma similar en otros elementos pueden eliminarse los nodos no convencionales para obtener un modelo que sólo considere las variables de fase; sin embargo, siempre se tiene una ecuación como (4.59), la cual sirve para evaluar los voltajes en los nodos no convencionales una vez que se tiene la solución.

### 4.11 Conclusiones

1. Mediante simulaciones se demostró que los desbalances en la red y en las condiciones de operación pueden ser importantes. Estas condiciones son ignoradas al efectuar los estudios convencionales, los cuales sólo consideran la red de secuencia positiva.
2. La modelación matricial de redes eléctricas en coordenadas de fase permitió considerar en detalle los desbalances del SEP y la simulación de condiciones de operación especiales, por ejemplo, desconexión monopolar.
3. La modelación trifásica ofrece muchas ventajas, v.g. la visualización directa de los resultados, ya que se trabaja con cantidades físicas no con variables transformadas; se puede modelar cualquier punto de la red, por ejemplo, los neutros de conexiones estrella; se consideran directamente los cambios de fase debidos a la conexión de transformadores.
4. Los estudios trifásicos de flujo de potencia determinan el comportamiento del sistema en estado estable considerando desbalances en la red y en las condiciones de operación. Estos estudios son de gran utilidad en la planeación y operación de redes eléctricas, debido a que evalúan con más detalle y precisión el estado del sistema.

5. Los métodos empleados en estudios de flujo de potencia balanceados pueden generalizarse a sistemas desbalanceados. A diferencia de los estudios balanceados, en las formulaciones trifásicas es necesario representar el comportamiento interno de los generadores.
6. La modelación trifásica permite implementar diferentes esquemas para el control del voltaje en las unidades generadoras, las cuales pueden ser en general funciones de los voltajes de fase.
7. En los ejemplos numéricos presentados se observaron características no incluidas en los estudios balanceados, como son el intercambio de potencia entre fases a través de los acoplamientos en las líneas de transmisión y de la conexión delta en transformadores.
8. En los sistemas balanceados la conexión delta-estrella en transformadores puede tratarse como conexión estrella-estrella y, una vez realizado el estudio, se hacen ajustes a los ángulos de voltajes y corrientes. En el caso de sistemas desbalanceados no es posible realizar lo anterior, debido a que la conexión delta permite el intercambio de potencia entre fases.

- 
9. La formulación trifásica permite simular con facilidad condiciones de operación especiales. Se estudió la desconexión de sólo una fase en una línea de transmisión. La preparación de los datos para realizar la simulación resultó muy sencilla.

## Capítulo 5

# ESTUDIO DE FLUJO DE POTENCIA ARMÓNICO

### 5.1 Introducción

Los estudios de flujo de potencia armónico trifásico [19, 45], resuelven las ecuaciones de flujos de potencia de la red considerando la presencia de desbalances y de elementos que actúan como fuentes de armónicas.

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El objetivo de estos estudios es obtener los voltajes nodales de frecuencia fundamental y armónicos que satisfagan simultáneamente las especificaciones de carga y generación de frecuencia fundamental, los modelos de las fuentes de armónicas y la topología de la red. Una vez calculados los voltajes de todas las frecuencias se pueden calcular las corrientes y potencias de los elementos para cada frecuencia.

El cálculo se realiza en el dominio de la frecuencia, sin embargo, una vez que se tienen todos los componentes de una señal, se puede representar en el dominio del tiempo y así observar su forma de onda.

Los estudios de flujo armónico también calculan para los elementos no-lineales — fuentes de armónicas— las condiciones de operación, que son función del punto de operación del sistema de potencia, por ejemplo, el ángulo de conducción de los RCT.

En este capítulo se presenta una formulación para realizar estudios de flujo de potencia armónico. Para realizar estos estudios se requieren modelos de los elementos para cada frecuencia, los cuales se presentaron en el Capítulo 3.

## 5.2 Formulación del problema

El objetivo de los estudios de flujo armónico es obtener los voltajes que satisfagan simultáneamente las ecuaciones de la red y las ecuaciones de los elementos no-lineales. Las ecuaciones que modelan el sistema de potencia a las frecuencias armónicas son las ecuaciones nodales de la red calculadas para cada frecuencia. Para la frecuencia fundamental el punto de operación del sistema se establece a través de las ecuaciones de flujo de potencia.

Los modelos de los elementos pasivos de la red eléctrica para las distintas frecuencias se consideran desacoplados, por lo cual la red es independiente para cada frecuencia. La inclusión de los elementos no-lineales hace que esas redes se interconecten, lo cual complica notablemente el problema.

En lugar de utilizar directamente los modelos físicos de elementos no-lineales, se obtienen equivalentes Norton desacoplados para cada frecuencia, esto permite resolver las ecuaciones de cada frecuencia por separado [19]. Esto no significa que el acoplamiento de los elementos no-lineales se desprecie, el cálculo de los equivalentes Norton considera intrínsecamente esa situación.

Las ecuaciones que se utilizan para calcular los parámetros de los equivalentes Norton varían de elemento a elemento. En el Capítulo 3 se desarrollaron ecuaciones para obtener

equivalentes Norton de máquinas síncronas y reactores controlados por tiristores.

El proceso de solución calcula inicialmente circuitos Norton equivalentes para los elementos no-lineales, para ello utiliza los mejores estimados disponibles de los voltajes nodales. Posteriormente, acopla estos equivalentes con las ecuaciones de la red y las soluciona, obteniendo mejores estimados de los voltajes nodales para cada frecuencia armónica. Con estos voltajes vuelve a calcular los equivalentes Norton de los elementos no-lineales, para posteriormente volver a resolver las ecuaciones de la red. El proceso termina cuando las corrientes en los equivalentes Norton no cambian considerablemente de una iteración a otra y además se han satisfecho las ecuaciones de la red.

Las ecuaciones de la red para la frecuencia fundamental son las ecuaciones de flujo de potencia presentadas en el Capítulo 4. Se trata de ecuaciones de la forma de (4.1), las cuales especifican las condiciones de generación y carga y los puntos de voltaje controlado:

$$\Delta P_k^f = P_k^f + e_k^f a_k^f + f_k^f b_k^f$$

$$\Delta Q_k^f = Q_k^f - e_k^f b_k^f + f_k^f a_k^f$$

$$\Delta P_{gk} = P_{gk} - \sum_{m=a}^c PL_k^m - \sum_{m=a}^c (e_k^m a_k^m + f_k^m b_k^m)$$

$$\Delta V_k^2 = (V_{gk}^a)^2 - (e_k^a)^2 - (f_k^a)^2$$

$$\Delta A1_k = (a_{k0}^a + a_k^a + AL_k^a) + \frac{1}{2} (a_{k0}^b + a_k^b + AL_k^b) + \frac{\sqrt{3}}{2} (b_{k0}^b + b_k^b + BL_k^b)$$

$$\Delta B1_k = (b_{k0}^a + b_k^a + BL_k^a) + \frac{1}{2} (b_{k0}^b + b_k^b + BL_k^b) - \frac{\sqrt{3}}{2} (a_{k0}^b + a_k^b + AL_k^b)$$

$$\Delta A2_k = (a_{k0}^a + a_k^a + AL_k^a) + \frac{1}{2} (a_{k0}^c + a_k^c + AL_k^c) - \frac{\sqrt{3}}{2} (b_{k0}^c + b_k^c + BL_k^c)$$

$$\Delta B2_k = (b_{k0}^a + b_k^a + BL_k^a) + \frac{1}{2} (b_{k0}^c + b_k^c + BL_k^c) + \frac{\sqrt{3}}{2} (a_{k0}^c + a_k^c + AL_k^c)$$

Los estimados iniciales para los voltajes de frecuencia fundamental [5] se consideran igual a 1 p.u. en magnitud y con ángulos de fase separados 120°, se deben considerar los cambios de fase ocasionados por conexiones de transformadores delta-estrella y por transformadores defasadores.

La red eléctrica para las frecuencias armónicas se representa a través de las ecuaciones nodales (5.1) para cada frecuencia:

$$Y^{abc}(h)V^{abc}(h) = I^{abc}(h) \quad (5.1)$$

Para las frecuencias armónicas las restricciones de operación son la topología de la red, definida por la matriz de admitancia nodal  $Y^{abc}$  y las fuentes de corrientes armónicas incluidas en el vector de corrientes nodales  $I^{abc}$ .

Las magnitudes de los voltajes nodales iniciales para las frecuencias armónicas pueden considerarse cero, porque son valores pequeños comparados con la fundamental. Como las magnitudes son cero, los ángulos de fase de los voltajes armónicos pueden tener valores arbitrarios.

Aún cuando los estimados iniciales de los voltajes armónicos se consideren cero, su impacto en el cálculo de los equivalentes Norton no es muy notable, debido a que siempre tienen magnitudes pequeñas comparadas con el voltaje fundamental, esto es: la forma de onda de la corriente en un RCT, calculada con un voltaje con armónicas o sin ellas no es considerablemente diferente. Sin embargo, después de la primera iteración los voltajes armónicos calculados ya se encuentran cerca de la solución.

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Es importante observar que aún cuando las ecuaciones de las distintas frecuencias se resuelven separadamente, porque los elementos pasivos se consideran desacoplados y para los elementos no-lineales se calculan equivalentes Norton para cada frecuencia, el acoplamiento de frecuencias que existe en los elementos no-lineales se toma en cuenta intrínsecamente en las ecuaciones que calculan los parámetros de los equivalentes Norton con que se representan.

### 5.3 Ajuste de parámetros de control

Durante el proceso de solución, el estado del sistema —voltajes nodales— cambia, partiendo de valores supuestos al inicio del estudio. Algunos parámetros de los elementos no-lineales son dependientes del estado del sistema, esta dependencia se debe a acciones de control de los elementos no-lineales, por ejemplo, ángulo de conducción del RCT, o a características funcionales del elemento como el ángulo de carga en máquinas síncronas. En esta sección se analiza el ajuste de dichos parámetros durante el proceso iterativo de solución.

El ajuste de los parámetros de control se realiza de la siguiente manera:

1. Se parte de valores iniciales para los parámetros.
2. Se realiza una iteración del estudio de flujo armónico.
  - (a) Se evalúan los equivalentes Norton de los elementos no-lineales.
  - (b) Se incluyen los equivalentes Norton en la red y se solucionan. Para la frecuencia fundamental se resuelven las ecuaciones de flujo de potencia, para las frecuencias armónicas se solucionan las ecuaciones nodales.
3. Con los nuevos estimados de los voltajes nodales se recalculan los parámetros de control. Se continúa el proceso iterativo.

El criterio de convergencia continúa siendo que no cambien —dentro de una tolerancia— los equivalentes Norton de una iteración a otra.

### 5.3.1 Característica de operación del RCT

El RCT es una fuente de armónicas, la generación de armónicas depende del ángulo de conducción, el cual es función de las condiciones de operación del sistema — especificaciones de carga y generación, magnitud de voltajes de generadores, etc.

El RCT se utiliza para controlar la magnitud del voltaje de frecuencia fundamental del nodo donde se encuentra conectado. Para lograr el control, el RCT ajusta la inyección de potencia reactiva a la red. El ajuste se realiza mediante el control del ángulo de conducción.

La potencia reactiva que el RCT debe inyectar a la red depende del punto de operación: condiciones de carga, generación, magnitud de voltajes en generadores, etc. El esquema que comúnmente se utiliza para controlar la generación de reactivos en un RCT se presenta gráficamente en la Figura 5.1 y matemáticamente en (5.2). El esquema de control se implanta mediante un diseño adecuado de mediciones, bloques de control y unidades de disparo.

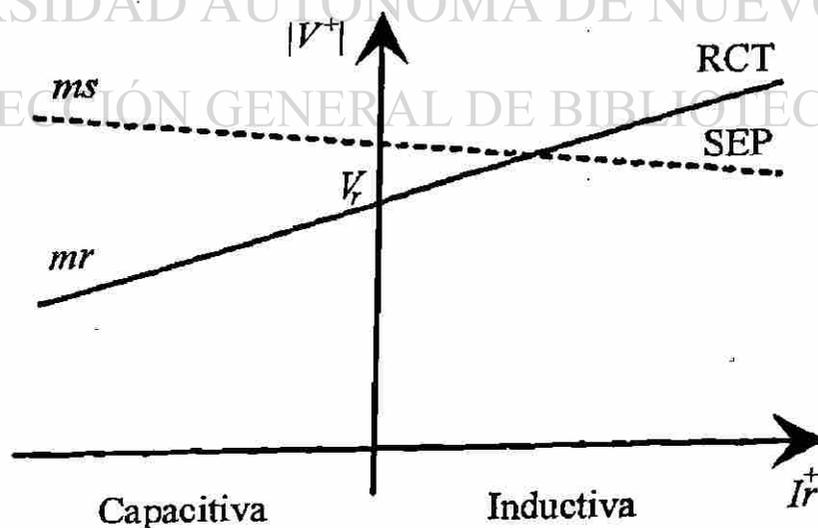


Figura 5.1: Esquema de control del RCT

$$|V^+| = V_r + m_r I_r^+ \quad (5.2)$$

Donde:

$|V^+|$  Es el voltaje de secuencia positiva, de frecuencia fundamental del nodo donde está conectado el RCT

$V_r$  Voltaje de referencia —punto de ajuste— del RCT

$m_r$  Pendiente de la recta característica del RCT

$I_r^+ = |I^+| \text{sen}(\phi^+ - \theta^+)$  es la componente reactiva de  $I^+$ , corriente de secuencia positiva de frecuencia fundamental inyectada a la red.  $\theta^+$  y  $\phi^+$  son los ángulos de los fasores voltaje y corriente nodales de secuencia positiva frecuencia de fundamental, respectivamente.

Como se muestra en (5.2), los esquemas de control de RCT generalmente trabajan con cantidades de secuencia positiva; la utilización de la formulación trifásica permite estudiar alternativas donde la función de control sea cualquier función de los voltajes de fase.

En la Figura 5.1 la recta de pendiente negativa  $m_s$  es la característica de operación del SEP, describe el comportamiento de la magnitud del voltaje en el nodo con respecto a la componente imaginaria de la corriente que entra a dicho nodo. La recta de pendiente positiva  $m_r$  corresponde a la característica de operación del RCT, relaciona el cambio de la magnitud del voltaje nodal con respecto al cambio de la componente imaginaria de la corriente que el RCT inyecta al nodo.

Como el voltaje del RCT es el mismo que el del sistema —ya que se encuentra conectado— el punto de operación se establece donde los dos voltajes son iguales, esto es, en la intersección de las rectas. El estudio de flujo armónico debe determinar el valor

del ángulo de conducción necesario para obtener la corriente reactiva que aparece en la intersección de las rectas.

La característica de operación del RCT está acotada, en el extremo izquierdo por la inyección mínima de reactivos —no conducción de los tiristores— y en el extremo derecho para un máximo en la inyección —conducción total. Fuera de esos límites el RCT no puede satisfacer (5.2), se comporta en el primer caso como desconectado y en el segundo como una inductancia constante.

### 5.3.2 Ajuste del ángulo de conducción del RCT utilizando el error en la ecuación de control

En esta sección se analizan dos alternativas para obtener el valor del ángulo de conducción del RCT; en ambos casos se parte de un valor inicial de ángulo de conducción y se obtiene un mejor estimado, que estará más cerca de la solución.

La primera alternativa utiliza una función error dependiente del ángulo de conducción y obtiene el punto con error igual a cero. La segunda alternativa busca directamente encontrar la intersección de las características de operación del sistema y del RCT.

En base a la característica de operación del RCT se define una función error (5.3). El error es la diferencia del voltaje del sistema y del RCT para la inyección de corriente reactiva que corresponde a un valor de ángulo de conducción  $\sigma$ .

$$\epsilon = |V^+| - V_r - m_r I_r^+ \quad (5.3)$$

Variando el ángulo de conducción y obteniendo la corriente reactiva inyectada por el RCT, se pueden evaluar los valores del error  $\epsilon$ , como se indica en la Figura 5.2a. También se puede representar  $\epsilon$  como una función de  $\sigma$ . El valor del ángulo de conducción  $\sigma$  buscado es aquel donde el error sea cero  $\epsilon = 0$  —ver la Figura 5.2b.

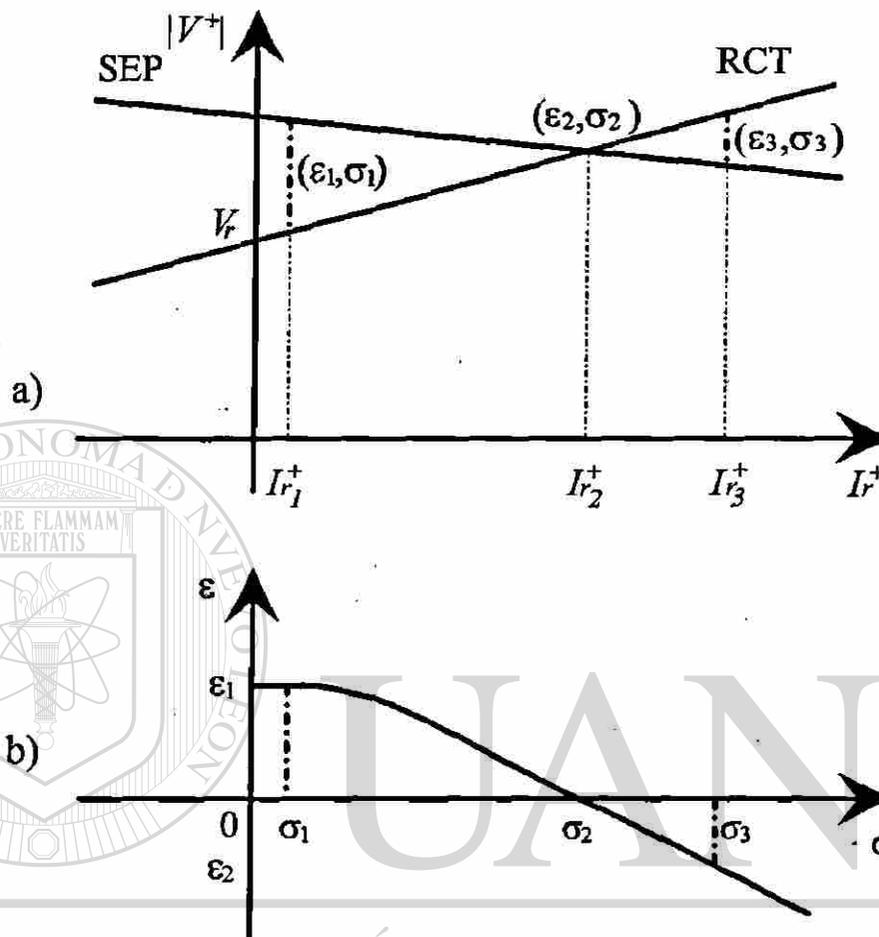


Figura 5.2: Error en función del ángulo de conducción

La evaluación del valor del ángulo de conducción se concreta a encontrar la raíz de la función  $\epsilon(\sigma)$ ; para lograr esto se puede utilizar cualquier método para determinar raíces de funciones no-lineales.

Como alternativa para obtener la raíz de la función error se presenta el método de la secante. El método parte de un valor inicial e iterativamente llega a la solución utilizando (5.4).

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - \frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{\epsilon_i - \epsilon_{i-1}} \epsilon_i \quad (5.4)$$

Se observa en (5.4) que para calcular un nuevo valor con este método se requieren

dos valores anteriores, por lo tanto las dos primeras iteraciones se realizan con valores arbitrarios del ángulo de conducción y a partir de la tercera iteración se busca el valor real.

En la Figura 5.3 se muestra gráficamente el proceso de solución. Se realizan dos corridas con valores arbitrarios  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , obteniendo los valores  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ , con estos dos pares ordenados, mediante (5.4) se obtiene un mejor estimado  $\sigma_3$ . En la siguiente iteración se busca un mejor estimado utilizando  $(\sigma_2, \epsilon_2)$  y  $(\sigma_3, \epsilon_3)$ , y así sucesivamente.

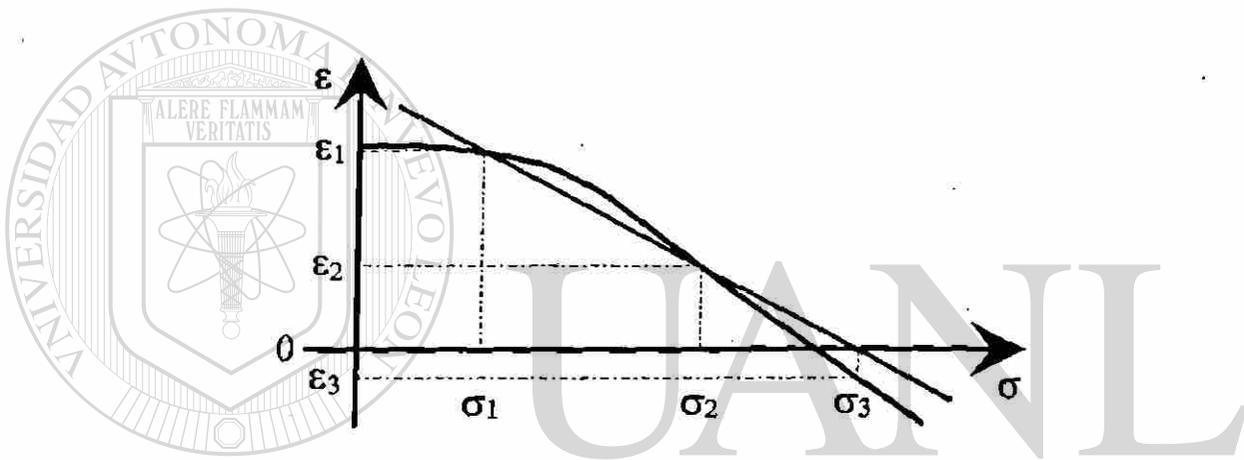


Figura 5.3: Proceso de solución utilizando el método de la secante

En la sección 5.5.4 se presenta un análisis del proceso de convergencia realizando estudios en un sistema de prueba. A su vez, en la sección 5.5.6 se presenta un análisis comparativo de la convergencia de esta alternativa con respecto a las alternativas que utilizan las rectas características.

### 5.3.3 Ajuste del ángulo de conducción del RCT utilizando las características de operación

La segunda alternativa para obtener el valor del ángulo de conducción del RCT utiliza las características de operación del sistema y del RCT. Se considera que la característica de operación del sistema es una recta —lo cual es aproximadamente válido, a menos que el sistema se encuentre en un punto de inestabilidad de voltaje,— y se obtiene la

corriente reactiva en la intersección de las rectas del sistema y del RCT; finalmente, se evalúa el ángulo de conducción necesario para producir la corriente reactiva obtenida.

En la Figura 5.4 se presenta el proceso de convergencia utilizando esta alternativa. Se parte de un valor arbitrario de ángulo de conducción  $\sigma_1$ , el cual produce la corriente reactiva  $Ir_1^+$ ; la corriente reactiva en la intersección se calcula mediante un análisis geométrico de las rectas del sistema y del RCT.

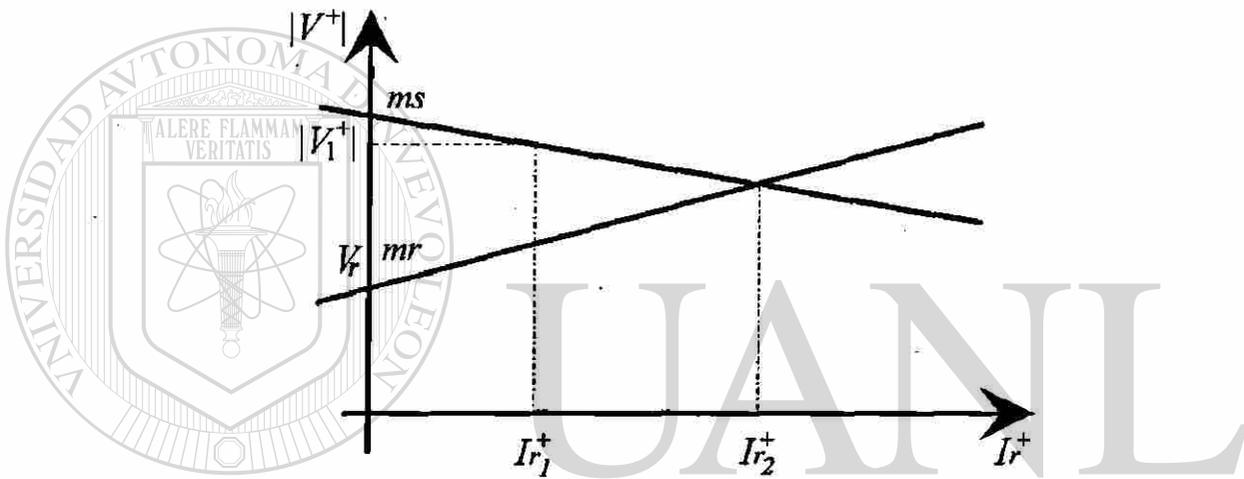


Figura 5.4: Proceso de solución utilizando las características de operación

De la Figura 5.4 se obtiene (5.5), con la cual se evalúa la corriente reactiva en la intersección.

$$Ir_2^+ = \frac{Vr - |V_1^+| + msIr_1^+}{ms - mr} \quad (5.5)$$

La corriente del RCT se calcula con (5.6).

$$Ir^+ = -y_{cg}^+ V^+ \quad (5.6)$$

En la ecuación (5.6) el signo negativo se debe a que la corriente reactiva utilizada en las características es la que entra al sistema. La inductancia equivalente se calcula utilizando (3.49) y (3.50).

De las ecuaciones (5.6), (3.49) y (3.50) se obtiene la corriente reactiva en función del ángulo de conducción.

$$I_r^+ = \frac{|V^+|}{\omega\pi L^+}(\sigma - \text{sen}\sigma)$$

Finalmente, (5.7) relaciona el ángulo de conducción requerido con la corriente reactiva en la intersección.

$$\sigma - \text{sen}\sigma = \frac{\omega\pi L^+}{|V^+|} I_r^+ \quad (5.7)$$

Dado que no existe una ecuación que obtenga  $\sigma$  para un valor específico de  $\sigma - \text{sen}\sigma$ , una alternativa es obtener  $\sigma$  a través de una tabla previamente evaluada de  $\sigma$  y su correspondiente  $\sigma - \text{sen}\sigma$ , también se puede utilizar un método de solución de ecuaciones no-lineales.

En este trabajo se utilizó el método de Newton-Raphson para obtener el valor de  $\sigma$  que satisface (5.8), donde  $C$  es el valor de la función correspondiente al lado derecho de (5.7).

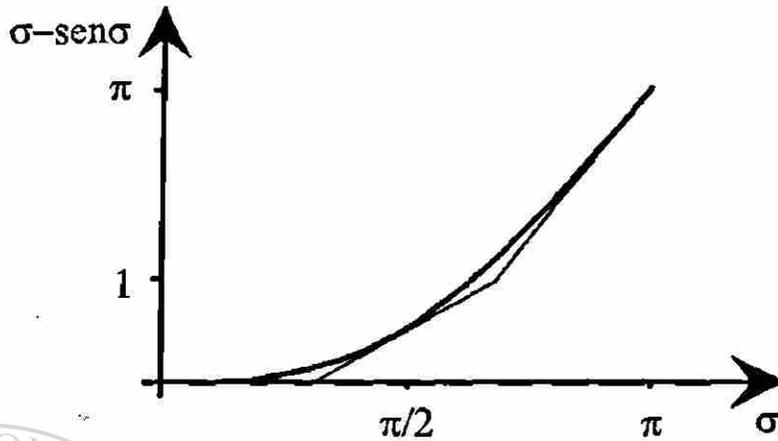
$$f(\sigma) = \sigma - \text{sen}\sigma = C \quad (5.8)$$

El método parte un valor inicial  $\sigma_i$  y obtiene un mejor estimado utilizando (5.9).

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - \frac{\sigma_i - \text{sen}\sigma_i - C}{1 - \cos\sigma_i} \quad (5.9)$$

En la Figura 5.5 se presenta la gráfica de la función  $\sigma - \text{sen}\sigma$ . Se aprecia que la función se puede aproximar por las rectas tangentes a la función en  $\sigma = \pi/2$  y  $\sigma = \pi$ . Por tanto, si se toman como valores de arranque  $\sigma_o = \pi/2$  para  $\sigma - \text{sen}\sigma \leq 1$  y  $\sigma_o = \pi$  para  $\sigma - \text{sen}\sigma > 1$ , se requerirán de una a tres iteraciones para llegar a la solución.

En la sección 5.5.5 se presenta una análisis de la convergencia utilizando un sistema de estudio. En la sección 5.5.6 se presenta un análisis comparativo de estas alternativas y el método que utiliza la función error.

Figura 5.5: Función  $(\sigma - \text{sen}\sigma)$ 

### 5.3.3.1 Obtención de la característica del sistema

Para la presentación del método de las características se supuso conocida la característica de operación del sistema, en esta sección se explica como obtenerla. Existen dos alternativas para obtener la característica del sistema: la primera alternativa consiste en realizar dos iteraciones iniciales con valores arbitrarios del ángulo de conducción para obtener dos puntos de la recta  $(Ir_1^+, |V_1^+|)$ , y  $(Ir_2^+, |V_2^+|)$  —ver Figura 5.6,— el ajuste del ángulo de conducción comienza, al igual que con el método de la secante, a partir de la tercera iteración.

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La segunda alternativa utiliza inicialmente como pendiente el negativo de la reactancia equivalente del sistema en el punto de conexión del RCT. En este caso se realiza sólo una iteración con un valor arbitrario del ángulo de conducción para obtener un punto de la recta  $(Ir_1^+, |V_1^+|)$  y con la pendiente aproximada se inicia el ajuste del ángulo de conducción a partir de la segunda iteración. La pendiente del sistema se va actualizando a partir de la tercera iteración con los puntos de la recta obtenidos en las iteraciones anteriores. La utilización de la aproximación de la pendiente ahorra una iteración en el estudio de flujo armónico.

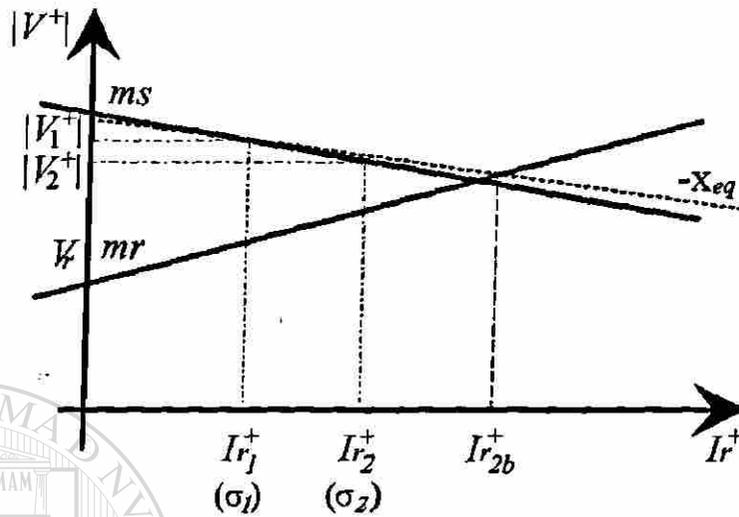


Figura 5.6: Obtención de la pendiente de la característica del sistema

5.3.3.2 Justificación de la aproximación de la característica del sistema

En la Figura 5.7 se muestra el equivalente del sistema visto desde el punto donde se quiere obtener la característica. Por simplicidad se supone igual a cero el ángulo de la fuente de voltaje equivalente y se desprecia la parte resistiva del equivalente.

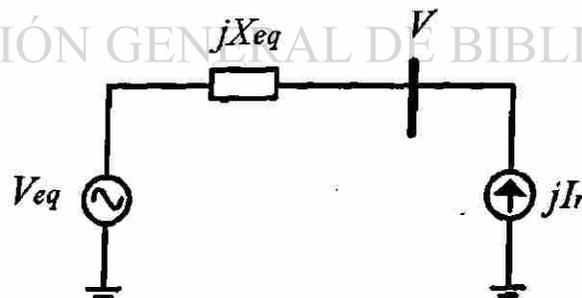


Figura 5.7: Equivalente del sistema para la obtención de la característica

De la Figura 5.7 se obtiene (5.10).

$$V = V_{eq} - X_{eq} I_r \tag{5.10}$$

Con la ecuación (5.10) se puede representar gráficamente la característica del sistema; la pendiente de la recta resultaría igual a  $-X_{eq}$ , y  $V_{eq}$  sería el voltaje donde la característica cruza el eje de las ordenadas.

Se puede demostrar que despreciar la parte resistiva del equivalente no introduce un error apreciable, debido a que el incremento que ocasiona al voltaje es muy pequeño y además es perpendicular al producido por la reactancia.

## 5.4 Algoritmo de solución

Se presenta en detalle el algoritmo para realizar un estudio de flujo de potencia armónico. Es importante mencionar que, debido a que los desbalances de la red son más significativos a las frecuencias armónicas, este tipo de estudios deben ser trifásicos.

En la Figura 5.8 se presenta el diagrama lógico del algoritmo para realizar estudios de flujo de potencia armónico. A continuación se describen con detalle cada uno de los pasos.

1. Lectura de datos de la red. Se requieren las matrices de admitancia nodal trifásica de frecuencia fundamental y de las armónicas consideradas. Para la formación de las matrices de admitancia se requieren los parámetros de los componentes de la red para cada frecuencia. Se utilizan los modelos del Capítulo 3.

También se requieren los datos de los elementos no-lineales, v.g. para el RCT, el valor del reactor, la pendiente de la característica  $mr$ , para la máquina síncrona, las resistencias y admitancias para cada devanado.

2. Lectura de las condiciones de operación. Se trata de especificaciones de potencias de generación y carga, de magnitudes y esquemas para el control de voltaje y de límites de operación, por ejemplo, límites de reactivos generados.

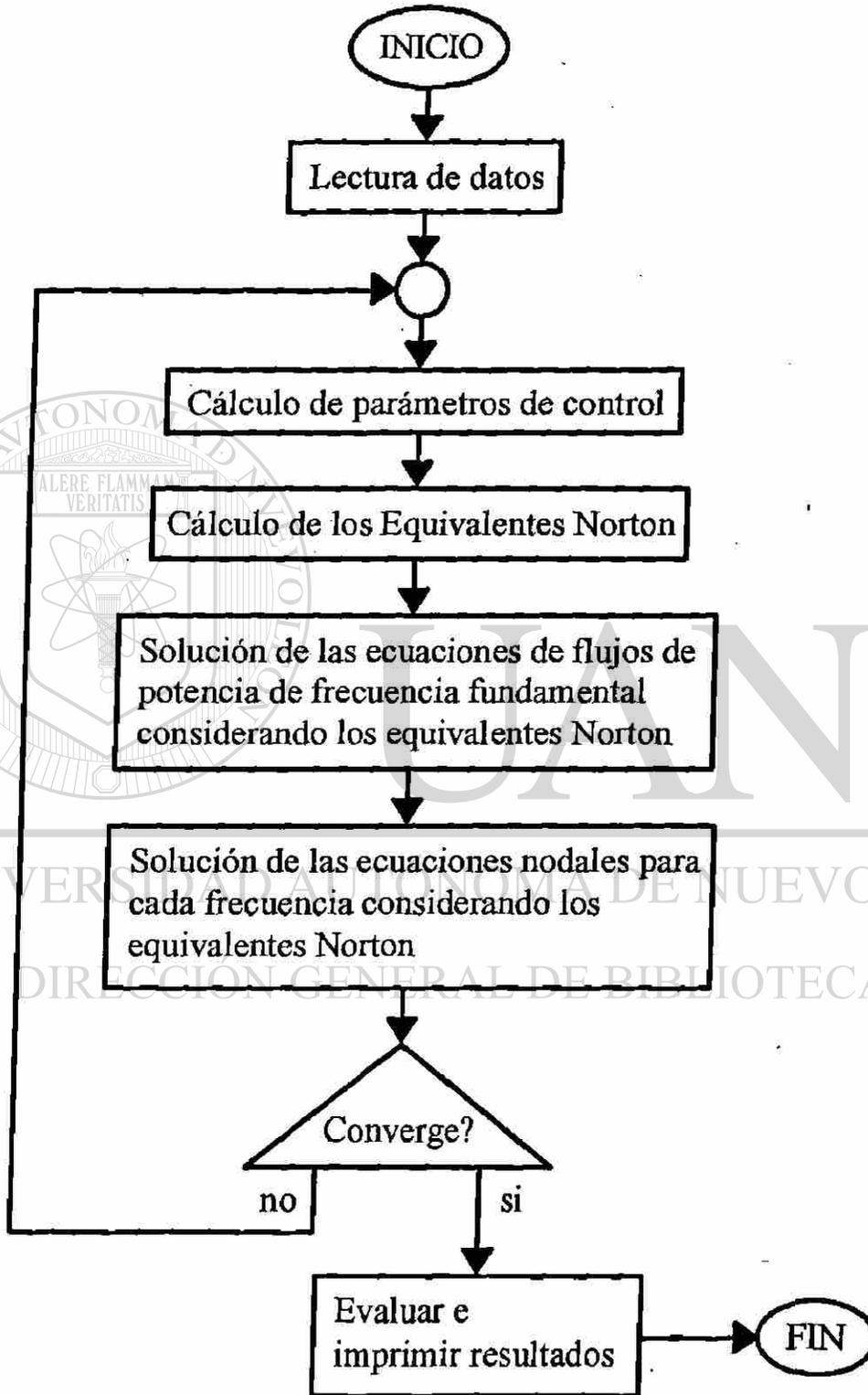


Figura 5.8: Diagrama lógico del estudio de flujo de potencia armónico

3. Lectura de voltajes iniciales. Para la frecuencia fundamental los voltajes se consideran con magnitud unitaria y desfasados  $120^\circ$ , se deben tomar en cuenta los cambios de fase debidos a conexiones de transformadores. Para las frecuencias armónicas se consideran las magnitudes iguales a cero.
4. Cálculo de los parámetros de los elementos no-lineales que dependen de las condiciones de operación. En la primera iteración se calculan en base a los voltajes iniciales o por recomendaciones prácticas. Para el ángulo de conducción del RCT se utilizan (5.4) ó (5.5), (5.7) y (5.9).
5. Cálculo de equivalentes Norton de los elementos no-lineales. Obtención de mejores estimados de las corrientes armónicas inyectadas a la red. Para la máquina síncrona se utilizan (3.22), (3.23) y (3.39), y para el RCT (3.49), (3.50) y (3.51).
6. Solución conjunta de las ecuaciones de la red con los equivalentes Norton de los elementos no-lineales, para obtener nuevos estimados de los voltajes nodales.  
Para la frecuencia fundamental, solución simultánea de las ecuaciones de flujo de potencia con los equivalentes Norton para esta frecuencia. Se trata de las ecuaciones de restricción del flujo de potencia trifásico presentadas en el Capítulo 4: (4.5), (4.6), (4.8), (4.9), (4.20) a (4.23), (4.29), (4.38) y (4.47).  
Para las frecuencias armónicas solución de las ecuaciones nodales (5.1), incluyendo el equivalente Norton de cada elemento no-lineal. Los equivalentes Norton cambian de iteración a iteración; para incluirlos eficientemente en las ecuaciones nodales de cada frecuencia se recomienda utilizar algoritmos modernos de fallas, en donde los elementos que se interconectan se sustituyen por una corriente equivalente con el fin de no cambiar la matriz de admitancia del sistema y aprovechar las ventajas de las técnicas de factorización de matrices [5].
7. Verificación del cumplimiento de las ecuaciones de flujo de potencia y de si las ecuaciones de los equivalentes Norton no han cambiado considerablemente con respecto a la iteración anterior. Si lo anterior se cumple, se ha llegado a la solución, en caso, contrario regresar al paso 4.

8. Cálculo de resultados. Con los voltajes nodales armónicos, evaluar los componentes armónicos de flujos de corriente y potencia en elementos, con estos valores calcular las formas de onda de voltajes, corrientes y potencias. Obtener los factores de distorsión de voltajes y corrientes para observar si están dentro de los límites recomendados.

Es conveniente señalar que los requerimientos de cómputo de los estudios de flujo trifásico armónico son notablemente superiores a los requerimientos de los estudios de frecuencia fundamental. Cada iteración del estudio armónico resuelve el sistema de ecuaciones nodales para cada frecuencia y realiza un estudio de flujo de potencia de frecuencia fundamental completo. Después de la primera iteración del estudio armónico la solución del estudio de flujo de frecuencia fundamental es más directa, debido a que ya se tienen buenos estimados de los voltajes nodales de todas las frecuencias.

### 5.5. Análisis de resultados en casos de estudio

Se presentan resultados de estudios de flujo de potencia armónico, los cuales se realizaron utilizando las formulaciones expuestas en las secciones anteriores de este capítulo. En los estudios se muestra el grado de contaminación por armónicas que puede presentarse en un sistema eléctrico de potencia, y se analizan los factores que ocasionan mayor contaminación de armónicas.

Se calculan los factores de distorsión de voltaje (2.42) y de corriente (2.43) como índices para medir el grado de contaminación por armónicas; los factores de distorsión se presentan en por ciento. Se incluyen voltajes y corrientes en función del tiempo para apreciar las formas de onda de estas señales.

Se incluye un análisis de la convergencia utilizando las tres variantes del ajuste del ángulo de conducción del RCT.

### 5.5.1 Contaminación de armónicas del RCT

Se presentan resultados de un estudio de flujo armónico considerando un RCT como única fuente de armónicas. En el estudio se considera hasta la armónica 23. Como la mayoría de las fuentes de armónicas —entre ellas el RCT— son bilaterales, las señales resultan con simetría de media onda, por lo cual no se consideran las armónicas de orden par. Además, como el RCT está en conexión delta, las frecuencias armónicas múltiplos de tres prácticamente se eliminan por esta conexión y no se modelarán.

El considerar o no considerar algunas armónicas sólo implica trabajo computacional, no se afecta el algoritmo de solución. El aumento de carga computacional se tiene en el modelado y solución de la red.

En la Figura 5.9 se presenta el diagrama unifilar del sistema de estudio, se trata de un sistema de 69 kV de 5 nodos, 4 líneas, 2 generadores y un transformador con conexión estrella-delta. Como fuente de armónicas se tiene un RCT. Los datos del sistema se presentan en el apéndice D. Por simplicidad la red eléctrica se considera balanceada, sin embargo las cargas están notablemente desbalanceadas.

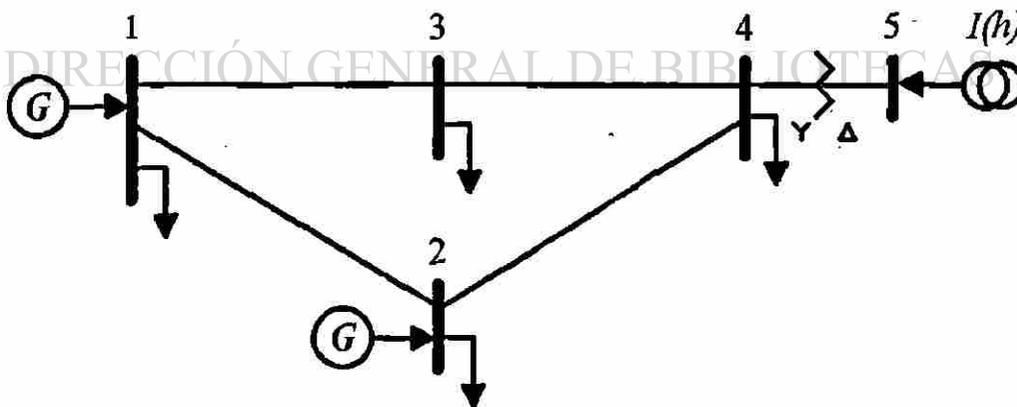


Figura 5.9: Sistema de estudio de 5 nodos

Los datos del RCT se presentan en la Tabla 5.1. El RCT está conectado en delta, se presenta el valor de la inductancia de línea a línea en p.u.

Tabla 5.1: Datos del RCT

Nodo	Conexión	$L''$	$V_r$	$m_r$
5	$\Delta$	0.01768	0.975	0.1111

En la Tabla 5.2 se presentan resultados de cantidades nodales de frecuencia fundamental. Se observa el notable desbalance de las cargas, el cual se refleja en la potencia de generación y en los voltajes nodales. Las potencias se calcularon considerando sólo las componentes de frecuencia fundamental del voltaje y la corriente.

Tabla 5.2: Voltajes y potencias nodales de frecuencia fundamental

NODO	V	$\theta$	GENERACION		CARGA	
			MW	MVAR	MW	MVAR
1 <sup>a</sup>	1.0991	.2935	16.898	9.965	8.000	4.000
1 <sup>b</sup>	1.0959	-120.3298	29.093	18.494	14.000	7.000
1 <sup>c</sup>	1.1051	120.0352	16.692	14.037	8.000	4.000
2 <sup>a</sup>	1.1013	-.2852	6.687	4.809	4.000	2.000
2 <sup>b</sup>	1.0980	-120.4714	12.365	7.209	6.000	3.000
2 <sup>c</sup>	1.1007	119.4840	10.949	8.462	8.000	4.000
3 <sup>a</sup>	1.0395	-.1161	.000	.000	4.000	2.000
3 <sup>b</sup>	.9819	-124.0338	.000	.000	14.000	7.000
3 <sup>c</sup>	1.0437	118.7358	.000	.000	6.000	3.000
4 <sup>a</sup>	1.0195	-1.1409	.000	.000	4.000	2.000
4 <sup>b</sup>	.9779	-122.9747	.000	.000	8.000	4.000
4 <sup>c</sup>	1.0008	119.4397	.000	.000	6.000	3.000
5 <sup>a</sup>	1.0152	-30.5477	.000	.000	-.001	-.003
5 <sup>b</sup>	1.0099	-152.7222	.000	.000	-.001	-.003
5 <sup>c</sup>	.9791	88.6350	.000	.000	-.001	-.003

En la Tabla 5.3 se presentan los voltajes nodales de frecuencias armónicas. Las armónicas más significativas son la 5, 13, 11 y 7; las armónicas restantes tienen magnitudes muy pequeñas y pueden despreciarse. Los nodos con armónicas de mayor magnitud son el 5, 4 y 3.

Tabla 5.3: Voltajes de frecuencias armónicas

Nodo	V(5)		V(7)		V(11)		V(13)	
1 <sup>a</sup>	.0043	172.7	.0020	172.3	.0034	4.9	.0074	25.3
1 <sup>b</sup>	.0046	-68.7	.0017	48.2	.0040	121.1	.0058	-102.2
1 <sup>c</sup>	.0045	55.4	.0017	-62.4	.0039	-109.3	.0060	155.4
2 <sup>a</sup>	.0015	-179.2	.0006	177.3	.0007	5.4	.0011	22.9
2 <sup>b</sup>	.0017	-60.6	.0006	53.2	.0009	121.6	.0008	-104.6
2 <sup>c</sup>	.0016	63.5	.0006	-57.5	.0009	-108.8	.0009	153.1
3 <sup>a</sup>	.0132	-10.9	.0061	-9.5	.0104	-175.2	.0225	-154.3
3 <sup>b</sup>	.0142	107.7	.0053	-133.6	.0123	-59.0	.0176	78.2
3 <sup>c</sup>	.0140	-128.2	.0054	115.7	.0121	70.6	.0183	-24.1
4 <sup>a</sup>	.0200	-11.3	.0088	-10.7	.0133	-177.7	.0263	-157.5
4 <sup>b</sup>	.0214	107.2	.0077	-134.8	.0158	-61.5	.0205	75.0
4 <sup>c</sup>	.0212	-128.7	.0078	114.6	.0155	68.1	.0213	-27.4
5 <sup>a</sup>	.0320	22.3	.0129	-36.7	.0183	-145.9	.0285	173.6
5 <sup>b</sup>	.0324	138.1	.0128	-165.2	.0186	-36.6	.0278	38.6
5 <sup>c</sup>	.0343	-99.2	.0111	79.7	.0213	89.5	.0215	-72.1
	V(17)		V(19)		V(23)			
1 <sup>a</sup>	.0003	-73.8	.0015	-48.7	.0003	-44.2		
1 <sup>b</sup>	.0005	44.5	.0011	178.9	.0005	70.9		
1 <sup>c</sup>	.0004	-176.0	.0011	87.1	.0005	-149.8		
2 <sup>a</sup>	.0000	.0	.0002	137.8	.0001	137.7		
2 <sup>b</sup>	.0000	-90.0	.0001	5.4	.0002	-107.2		
2 <sup>c</sup>	.0000	29.1	.0001	-90.0	.0002	32.0		
3 <sup>a</sup>	.0009	107.4	.0044	132.8	.0009	137.7		
3 <sup>b</sup>	.0014	-134.2	.0030	.4	.0013	-107.2		
3 <sup>c</sup>	.0012	5.2	.0032	-91.4	.0012	32.1		
4 <sup>a</sup>	.0008	101.8	.0031	125.1	.0003	116.7		
4 <sup>b</sup>	.0012	-139.9	.0022	-7.3	.0004	-128.1		
4 <sup>c</sup>	.0011	-4	.0023	-99.1	.0004	11.1		
5 <sup>a</sup>	.0005	123.3	.0012	28.6	.0010	16.4		
5 <sup>b</sup>	.0006	-140.1	.0011	-113.5	.0011	112.8		
5 <sup>c</sup>	.0008	-3.3	.0007	140.5	.0014	-112.4		

De acuerdo con la Tabla G.2, para el nivel de voltaje de 69 kV, el valor máximo permitido para las armónicas individuales es de 1.5 en porcentaje de la fundamental. En algunos nodos las armónicas se encuentran arriba de los valores permitidos, v.g.  $V_5(5)$ ,  $V_4(11)$ ,  $V_5(11)$ ,  $V_3(13)$ ,  $V_4(13)$  y  $V_5(13)$ .

En la Tabla 5.4 se presentan los factores de distorsión de voltaje —evaluados con (2.42),— se aprecia que la mayor contaminación de armónicas se tiene en el nodo donde está conectado el RCT y en los nodos eléctricamente más cercanos.

También, mediante el cálculo de los factores de distorsión se observa que las armónicas en los nodos 3, 4 y 5 no se encuentran dentro de los límites permitidos —2.5 %. En el nodo 3 los factores de distorsión se encuentran ligeramente arriba del valor máximo permitido; sin embargo, en el nodo 5 los factores son casi el doble del valor máximo.

Tabla 5.4: Factores de distorsión de voltaje en por ciento

Fase	Nodo				
	1	2	3	4	5
a	0.87	0.19	2.80	3.61	4.77
b	0.79	0.20	2.70	3.53	4.78
c	0.79	0.19	2.57	3.48	4.81

Para apreciar el grado de contaminación de armónicas se presentan en la Figura 5.10 las formas de onda de algunos voltajes del sistema. Se observa la mayor contaminación en el nodo 5; en cambio, en el nodo 2 se observa una forma senoidal casi pura.

Los factores de distorsión son un buen indicador de la magnitud de las componentes armónicas, lo cual no se puede apreciar directamente de las formas de onda. Sin embargo, las formas de onda utilizan la magnitud y el ángulo de las armónicas y permiten determinar otros factores de distorsión que son necesarios para algunos estudios, como son el factor de desviación del voltaje y la razón de cambio de la señal. También se puede observar si las armónicas cambian el cruce por cero de la señal.

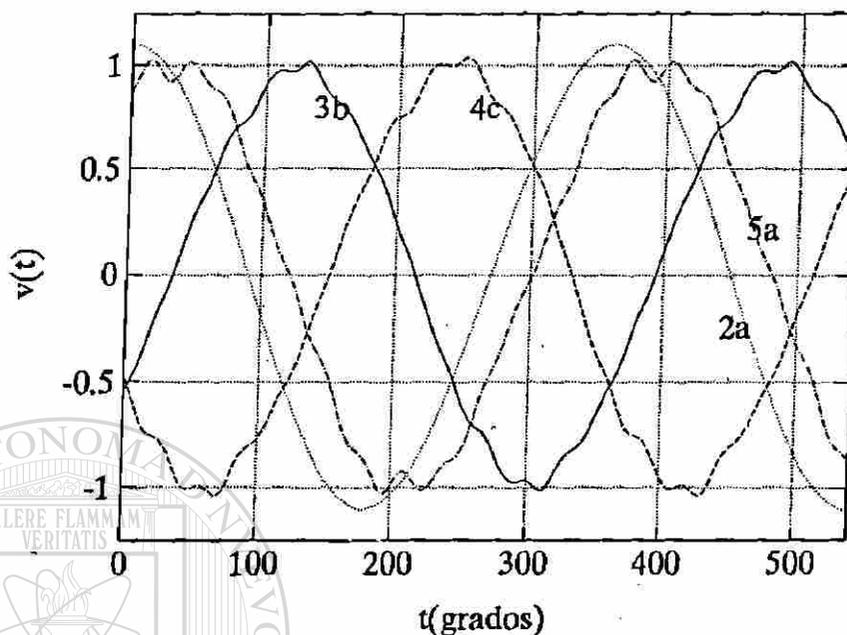


Figura 5.10: Formas de onda de voltajes

Para las condiciones de operación especificadas —carga, generación y voltajes controlados— el ángulo de conducción del RCT resulta ser  $136^\circ$ . En la Tabla 5.5 se presentan las componentes de frecuencia fundamental y armónicas de la corriente del RCT para ese ángulo de conducción; la armónica 5 es la componente más significativa, seguida de la 7 y la 11.

Tabla 5.5: Corrientes armónicas del RCT para  $\sigma = 136^\circ$

Nodo	$I(1)$		$I(5)$		$I(7)$		$I(11)$	
5 <sup>a</sup>	.2381	59.49	.0185	-65.15	.0049	-127.72	.0030	109.54
5 <sup>b</sup>	.2370	-62.74	.0187	50.57	.0049	103.76	.0031	-141.12
5 <sup>c</sup>	.2295	178.61	.0198	173.27	.0043	-11.30	.0036	-14.99
	$I(13)$		$I(17)$		$I(19)$		$I(23)$	
5 <sup>a</sup>	.0027	38.32	.0002	-90.00	.0013	-140.97	.0005	-81.95
5 <sup>b</sup>	.0026	-96.71	.0003	4.21	.0013	76.94	.0005	14.46
5 <sup>c</sup>	.0020	152.67	.0003	141.05	.0008	-29.08	.0006	149.27

También se aprecia que las armónicas más significativas en los voltajes no son las mismas que en las corrientes; esto se debe a que la red puede atenuar o amplificar las

armónicas inyectadas por efecto de filtrado o resonancia.

En la Tabla 5.6 se presentan la magnitud de las componentes armónicas de las corrientes del RCT en porciento del valor de frecuencia fundamental. Se observa que, a excepción de la quinta armónica, las corrientes se encuentran dentro de los límites recomendados —ver Tabla G.3,— la corriente de quinta armónica resultó el doble del valor máximo recomendado. Los límites utilizados corresponden a la relación  $I_{s1}/I_L = 3.122/.45 = 6.9$  del sistema de prueba.

Tabla 5.6: Magnitud de las componentes armónicas de las corrientes del RCT

Nodo	$I(5)$	$I(7)$	$I(11)$	$I(13)$	$I(17)$	$I(19)$	$I(23)$
5 <sup>a</sup>	7.7698	2.0580	1.2600	1.1340	0.0840	0.5460	0.2100
5 <sup>b</sup>	7.8903	2.0675	1.3080	1.0970	0.1266	0.5485	0.2110
5 <sup>c</sup>	8.6275	1.8736	1.5686	0.8715	0.1307	0.3486	0.2614
1/h	20.00	14.29	9.09	7.69	5.88	5.26	4.34

Cuando no se dispone de un modelo para la fuente de armónicas, algunos autores recomiendan [11, 10] estimar las corrientes armónicas en función del valor de frecuencia fundamental  $I(1)/h$ . Como se observa en el último renglón de la Tabla 5.6, para este caso tal recomendación no funciona, pues esos valores están muy lejos de los valores calculados en forma más exacta por el programa de flujo armónico.

En la Tabla 5.7 se muestran los factores de distorsión de la corriente del RCT —evaluados mediante (2.43). Estas cantidades son el doble de los factores de distorsión de voltaje en el mismo nodo, la red ha atenuado la contaminación de armónicas. Debido a la magnitud grande de la componente de quinta armónica, los factores de distorsión están fuera del límite recomendado —ver Tabla G.3.

Tabla 5.7: Factores de distorsión de la corriente del RCT para  $\sigma = 136^\circ$  en porcentaje

$5^a$	$5^b$	$5^c$
8.24	8.36	9.02

En la Figura 5.11 se presentan las formas de la corriente del RCT. También aquí se observa mayor distorsión que en los voltajes.

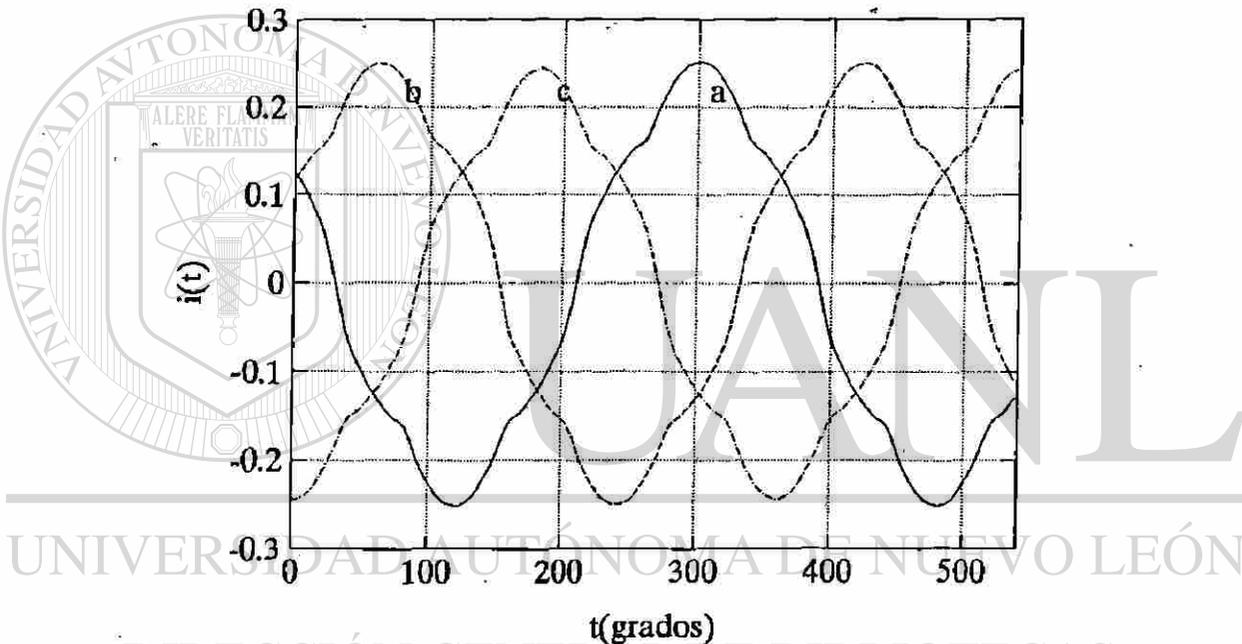


Figura 5.11: Formas de onda de corrientes del RCT para  $\sigma = 136^\circ$

En la Tabla 5.8 se muestra la potencia reactiva que el RCT inyecta al sistema para un ángulo de conducción de  $136^\circ$ , se calculó considerando sólo la frecuencia fundamental. El ángulo de conducción se considera igual para las tres fases de la delta del RCT, el desbalance en las potencias es ocasionado por el desbalance de los voltajes nodales.

Tabla 5.8: Potencia reactiva de frecuencia fundamental del RCT para  $\sigma = 136^\circ$

$Q^a$	$Q^b$	$Q^c$
-8.06	-7.98	-7.49

La potencia instantánea se obtiene evaluando las señales de voltaje y corriente en el tiempo a partir de sus componentes armónicas y realizando el producto en cada instante de tiempo. Una vez obtenida la potencia en función del tiempo se pueden calcular sus componentes armónicas aplicando la transformada de Fourier.

En la Figura 5.12 se presenta la forma de onda de la potencia de la fase a del RCT, en línea punteada se muestra la potencia instantánea calculada considerando sólo las señales de frecuencia fundamental, la cual resulta de doble frecuencia. Se observa la distorsión de la señal con respecto al caso ideal con sólo frecuencia fundamental. También se observa que la potencia promedio es cero, debido a que sólo se tienen inductancias en el RCT.

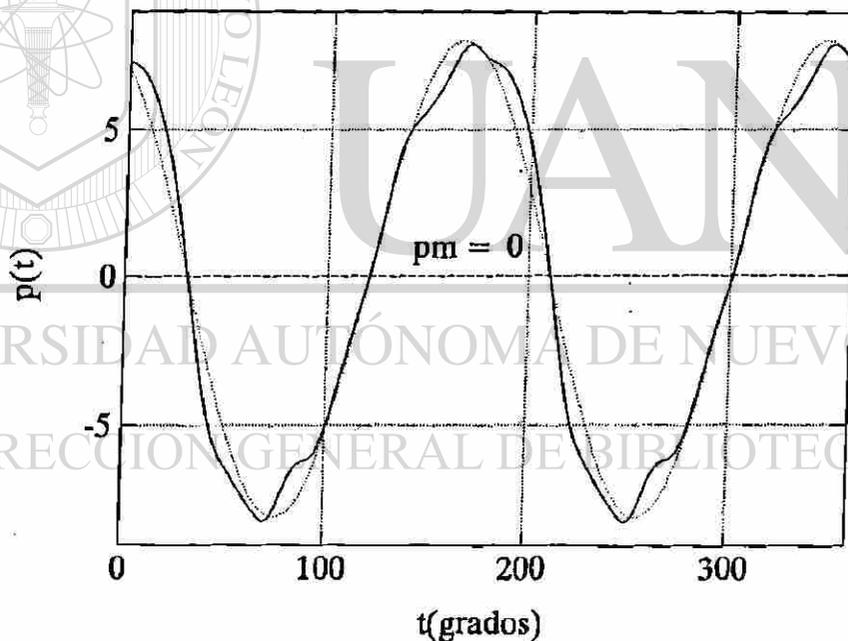


Figura 5.12: Potencia instantánea de la fase a del RCT

En la Tabla 5.9 se presentan las componentes armónicas de la potencia instantánea que inyecta el RCT al sistema; se observa que como resultado de productos de armónicas de orden impar del voltaje y la corriente las componentes armónicas de la potencia resultan de orden par.

Tabla 5.9: Componentes armónicas de la potencia inyectada en la fase a del nodo 5

$h$	$P(h)$		$h$	$P(h)$	
2	4.0304	28.9579	14	0.0878	-106.1060
4	0.4406	-35.2841	16	0.0044	138.2687
6	0.3249	-94.5777	18	0.0170	-122.4293
8	0.0372	-151.0750	20	0.0197	170.6255
10	0.1128	149.5808	22	0.0134	-47.4237
12	0.1178	98.4402	24	0.0073	-107.5430

En la Tabla 5.10 se presentan la potencia y los voltamperes de la fase a del RCT considerando y sin considerar las armónicas —se evalúan mediante (2.35), (2.33), (2.39) y (2.41). Se observa que en este caso el error es pequeño si no se consideran las armónicas.

Tabla 5.10: Voltamperes de la fase a del nodo 5, con y sin armónicas

	$S$	$P$	$Q$	$D$
Con armónicas	8.09	.00	-8.03	1.00
Sólo fundamental	8.06	.00	-8.06	0.00

En la Figura 5.13 se presentan las señales del voltaje del nodo 4 y los flujos de corriente y potencia en la línea de transmisión 3-4. El voltaje se representa aumentado 5 veces, y la corriente, 24 veces. En las tres señales se observa una ligera distorsión. En este caso el valor promedio de la potencia es distinto de cero.

En la Figura 5.14 se presentan los flujos de potencia en líneas de transmisión en función del tiempo para la fase a. El flujo en la línea 1-2 está poco distorsionado, la distorsión en las otras líneas es mayor, sin embargo sigue siendo pequeña.

En la Tabla 5.11 se presentan los componentes analíticos de los voltamperes en líneas de transmisión con y sin considerar las armónicas en las señales de voltaje y corriente, también se presenta el error que se tiene si sólo se considera la frecuencia fundamental; el error se presenta en por ciento del valor que se obtiene considerando las componentes armónicas del voltaje y la corriente. El error de la Tabla 5.11 se tendría en un dispositivo

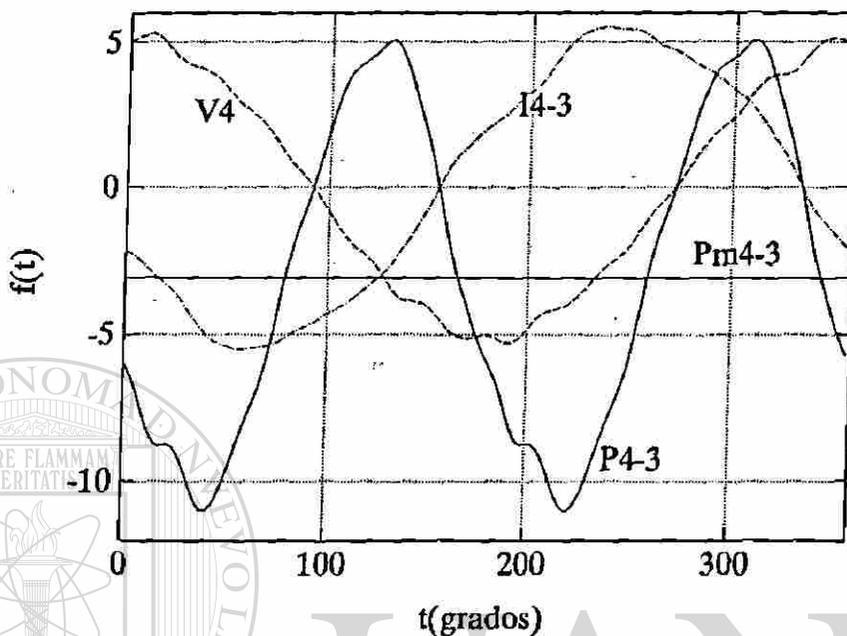


Figura 5.13: Flujos de corriente y potencia de la línea 4-3, fase a

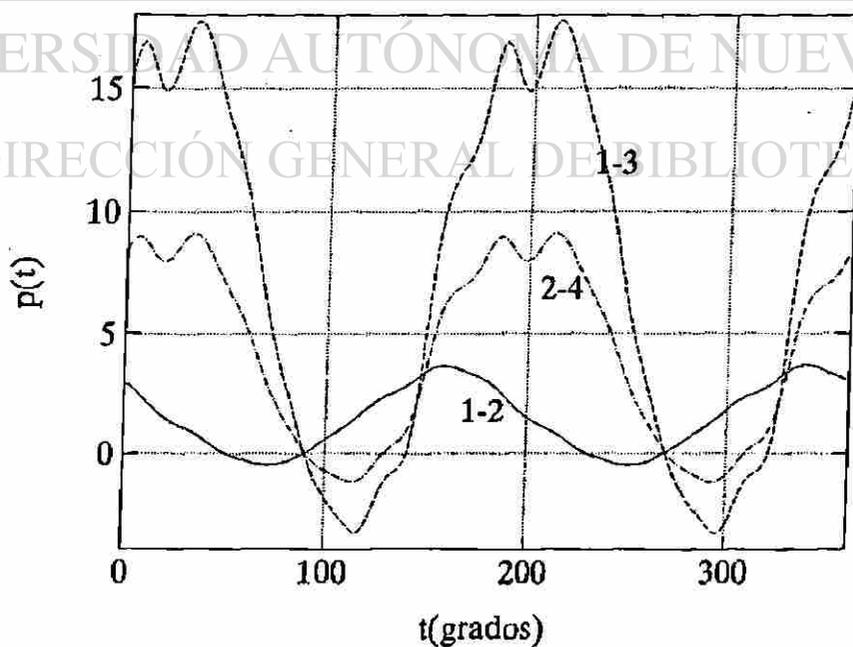


Figura 5.14: Flujos de potencia instantáneos en líneas (fase a)

que sólo considerara en la medición la frecuencia fundamental. Para este caso en que la distorsión no es muy grande el error es pequeño.

Tabla 5.11: Voltamperes en líneas de transmisión (fase a)

	Línea 1-2			Línea 1-3		
	CFA	SFF	Error	CFA	SFF	Error
<i>S</i>	1.9735	1.9709	0.1329	10.4045	10.3688	0.3431
<i>P</i>	1.4898	1.4897	0.0017	7.4059	7.4057	0.0022
<i>Q</i>	-1.2897	-1.2904	-0.0514	7.2640	7.2572	0.0940
<i>D</i>	0.1095	0	---	0.7999	0	---
	Línea 2-4			Línea 4-3		
	CFA	SFF	Error	CFA	SFF	Error
<i>S</i>	5.2805	5.2609	0.3720	7.5993	7.5810	0.2403
<i>P</i>	4.1747	4.1747	-0.0001	-3.0951	-3.0946	0.0169
<i>Q</i>	3.2022	3.2014	0.0263	-6.9114	-6.9206	-0.1337
<i>D</i>	0.4492	0	---	0.6338	0	---

CFA: Considerando frecuencias armónicas en  $v(t)$  e  $i(t)$

SFF: Considerando sólo frecuencia fundamental en  $v(t)$  e  $i(t)$

Error: Diferencia de CFA y SFF en porcentaje de CFA

Como se aprecia en los resultados presentados, mediante el estudio de flujo de potencia armónico es posible obtener información de cada fase para las frecuencias fundamental y armónicas. Pueden obtenerse las señales de voltaje, corriente y potencia de cualquier punto del sistema.

### 5.5.2 Efecto del ángulo de conducción en la generación de armónicas

Para observar el efecto del ángulo de conducción en la generación de armónicas se repitió el estudio de la sección 5.5.1, pero cambiando el voltaje de referencia del RCT a  $V_r = 1.0415$ , con lo cual el ángulo de conducción resultó igual a  $90^\circ$ . En la Tabla 5.12 se presentan las componentes armónicas de la corriente para este caso.

Tabla 5.12: Corrientes armónicas del RCT para  $\sigma = 90^\circ$ 

Nodo	$I(1)$		$I(5)$		$I(7)$		$I(11)$	
$5^a$	.0871	58.78	.0097	120.07	.0069	59.97	.0027	-60.61
$5^b$	.0866	-63.34	.0097	-119.93	.0069	-60.03	.0027	59.39
$5^c$	.0840	178.00	.0097	.07	.0069	179.97	.0027	179.39
	$I(13)$		$I(17)$		$I(19)$		$I(23)$	
$5^a$	.0016	57.43	.0010	-60.56	.0009	-120.21	.0006	119.94
$5^b$	.0016	-62.57	.0010	59.43	.0009	119.78	.0006	-120.07
$5^c$	.0016	177.44	.0010	179.44	.0009	-.20	.0006	-.05

En la Tabla 5.13 se muestran los factores de distorsión de la corriente para  $\sigma = 90^\circ$ . Con respecto al caso base de  $\sigma = 136^\circ$ , los factores aumentan un 70%; sin embargo, las armónicas inyectadas son más pequeñas.

Tabla 5.13: Factores de distorsión de las corrientes del RCT para  $\sigma = 90^\circ$  en por ciento

$5^a$	$5^b$	$5^c$
14.23	14.32	14.76

En la Figura 5.15 se muestran las corrientes del RCT en función del tiempo. Se aprecia una gran deformación en las formas de onda, aunque la magnitud con respecto al caso de  $\sigma = 136^\circ$  es tres veces más pequeña.

### 5.5.3 Efecto del capacitor en la propagación de armónicas

En redes contaminadas por armónicas la presencia de capacitores origina un doble problema: por un lado, presentan caminos de baja impedancia a las frecuencias armónicas, por lo cual se convierten en vertederos de corrientes armónicas; además, existe la posibilidad de resonancia para alguna frecuencia armónica, con la impedancia equivalente del sistema en el punto donde se encuentra conectado, con lo cual se origina una ampliación de la contaminación.

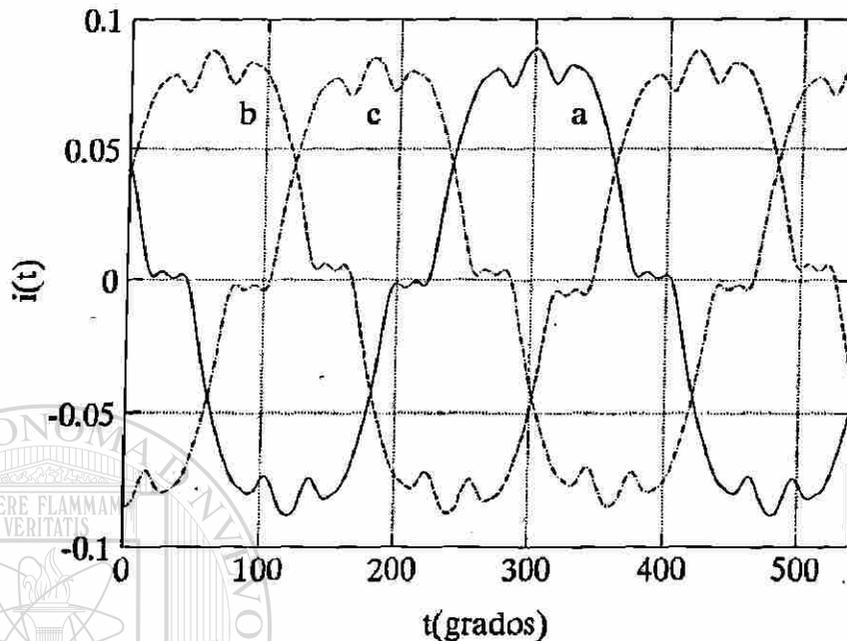


Figura 5.15: Formas de onda de las corrientes del RCT para  $\sigma = 90^\circ$

Para ilustrar este efecto se repitió el estudio de la sección 5.5.1 conectando distintos valores de capacitancia en el nodo 3; se consideró una conexión estrella aterrizada de los capacitores con admitancias por fase iguales. En la Figura 5.16 se presenta la magnitud del voltaje de quinta armónica en la fase a del nodo 3 en función del valor de la admitancia del capacitor calculada a esa frecuencia.

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Se aprecia que existen valores de admitancia que ocasionan altos niveles de contaminación. El valor más crítico de la admitancia que se puede conectar en el nodo 3 es el negativo del equivalente visto desde ese nodo; en la figura 5.17 se presenta el equivalente en componentes simétricas visto desde el nodo 3 para la red de quinta armónica.

Como la componente principal de la corriente de excitación de quinta armónica es de secuencia negativa, la conexión del negativo de la admitancia equivalente de secuencia negativa ( $-y_{3-eq}^- = -.0741 + 1.2713j$ ) produce una condición de resonancia más crítica que las presentadas en la Figura 5.16. Se repitió el estudio conectando ese valor de admitancia en cada fase, el voltaje de la fase a resultó igual a .3108 p.u.

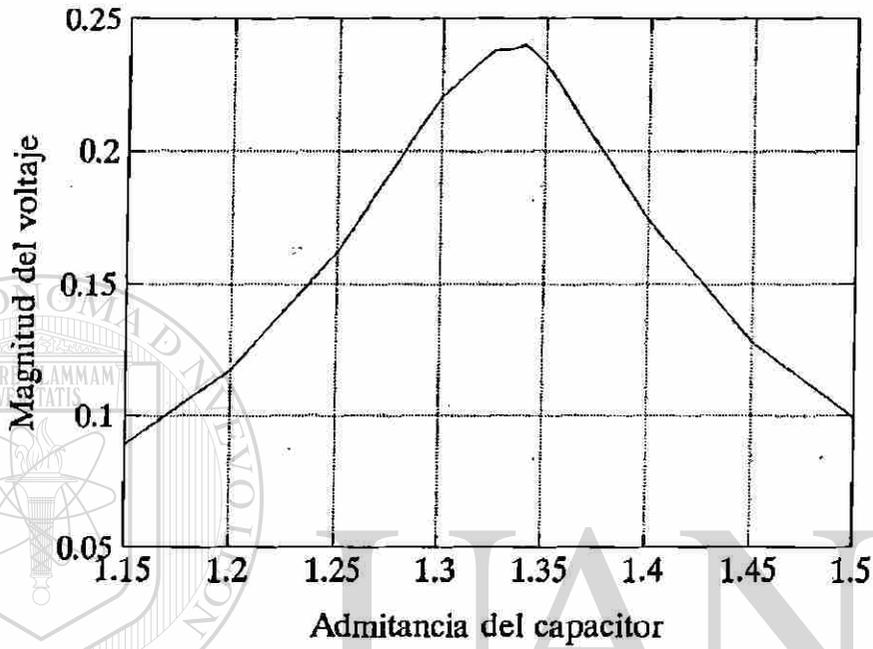


Figura 5.16: Magnitud del voltaje en función de la admitancia del capacitor

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

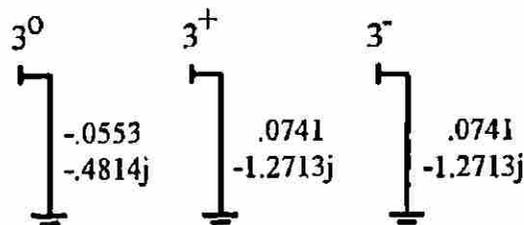


Figura 5.17: Equivalente visto desde el nodo 3 para la quinta armónica

A continuación se presentan resultados de la simulación donde se agregó en el nodo 3 un capacitor en conexión estrella aterrizada con admitancia de quinta armónica igual 1.35j p.u. Al conectar el capacitor aumentan los voltajes de todo el sistema, por lo cual se requiere una mayor absorción de reactivos del RCT, lo que ocasiona que cambie el ángulo de conducción y las corrientes armónicas inyectadas.

Para evitar combinar el efecto de la conexión del capacitor y el cambio de corrientes armónicas inyectadas se movió el voltaje de referencia del RCT a  $V_r = 1.0086$ , con lo que se mantiene el ángulo de conducción del RCT en  $\sigma = 136^\circ$ .

En la Tabla 5.14 se presentan las magnitudes de los voltajes de la fase a para la frecuencia fundamental y frecuencias armónicas. Se observa que la magnitud de todas las armónicas disminuye, con excepción de la quinta armónica, la cual se incrementó apreciablemente. Las magnitudes mayores se tienen en el nodo 3; la quinta armónica se incrementó en 17.5 veces.

Tabla 5.14: Magnitudes de voltajes nodales en función de la frecuencia

Nodo	V(1)	V(5)	V(7)	V(11)	V(13)	V(17)	V(19)	V(23)
1ª	1.0992	.0840	.0018	.0007	.0006	.0001	.0004	.0001
2ª	1.1013	.0031	.0005	.0006	.0007	.0002	.0006	.0001
3ª	1.0828	.2322	.0046	.0015	.0011	.0002	.0005	.0001
4ª	1.0544	.2002	.0009	.0027	.0033	.0012	.0037	.0009
5ª	1.0504	.1998	.0034	.0083	.0084	.0030	.0076	.0019

En este caso la impedancia del capacitor entró en resonancia con la impedancia del sistema a la quinta armónica. Esto hace que los voltajes para esa armónica queden fuera de los límites de operación recomendados para el capacitor.

En la Tabla 5.15 se muestran los factores de distorsión de voltaje, los cuales están bastante fuera de los límites de operación recomendados. Se puede observar que en el caso de resonancia los nodos más contaminados son los que están eléctricamente más cerca del punto de resonancia.

Tabla 5.15: Factores de distorsión de voltaje

Fase	Nodo				
	1	2	3	4	5
a	7.64	.30	21.45	19.00	19.07
b	8.13	.32	24.08	20.98	19.13
c	8.08	.32	22.70	20.54	20.89

En la Figura 5.18 se muestran las formas de onda de algunos voltajes de la red eléctrica. Las señales se observan bastante deformadas, además las armónicas ocasionan que los valores pico de los voltajes en los nodos 3, 4 y 5 aumenten un 25%, lo cual queda fuera de los límites de operación del capacitor y puede ocasionar su destrucción.

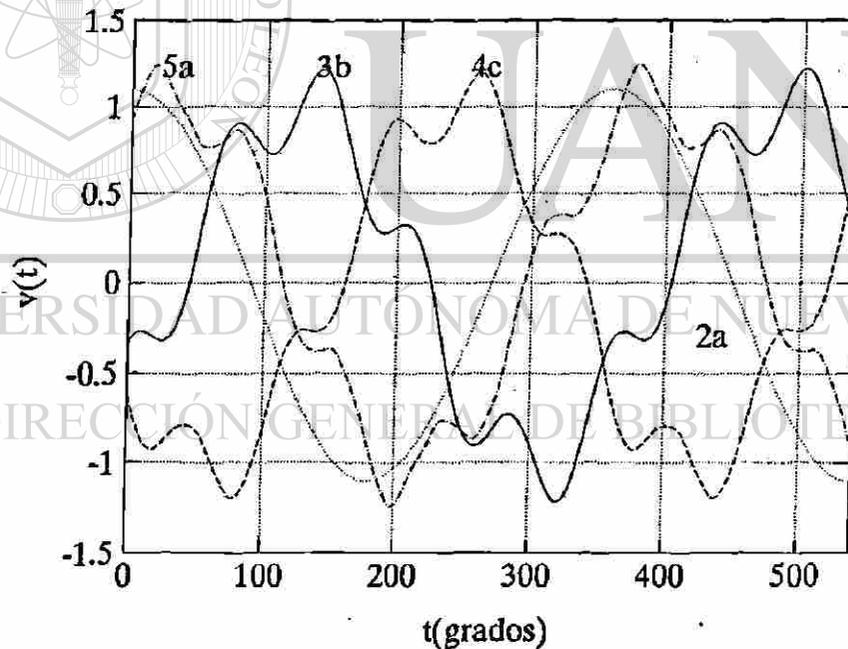


Figura 5.18: Formas de onda de voltajes

En la Tabla 5.16 se presentan los factores de distorsión de las corrientes nodales del RCT. Se observa que, aún cuando el ángulo de conducción del RCT es el mismo que en el sistema de la sección 5.5.1, los factores de distorsión cambian; esto se debe a que el voltaje de alimentación en este caso está más contaminado.

Tabla 5.16: Factores de distorsión de las corrientes del RCT para  $\sigma = 136^\circ$  en por ciento

$5^a$	$5^b$	$5^c$
11.50	11.64	12.55

En la Figura 5.19 se muestran los flujos de potencia en las líneas de transmisión conectadas al nodo 3; se muestran con línea punteada las señales que se tendrían si sólo se consideraran las componentes de frecuencia fundamental del voltaje y la corriente. Para este caso las señales están bastante distorsionadas, especialmente en la línea 1-3, donde las armónicas ocasionan que el valor máximo positivo del flujo de potencia aumente de 15.6 a 38.6 MVA lo cual somete a la línea a un esfuerzo mayor.

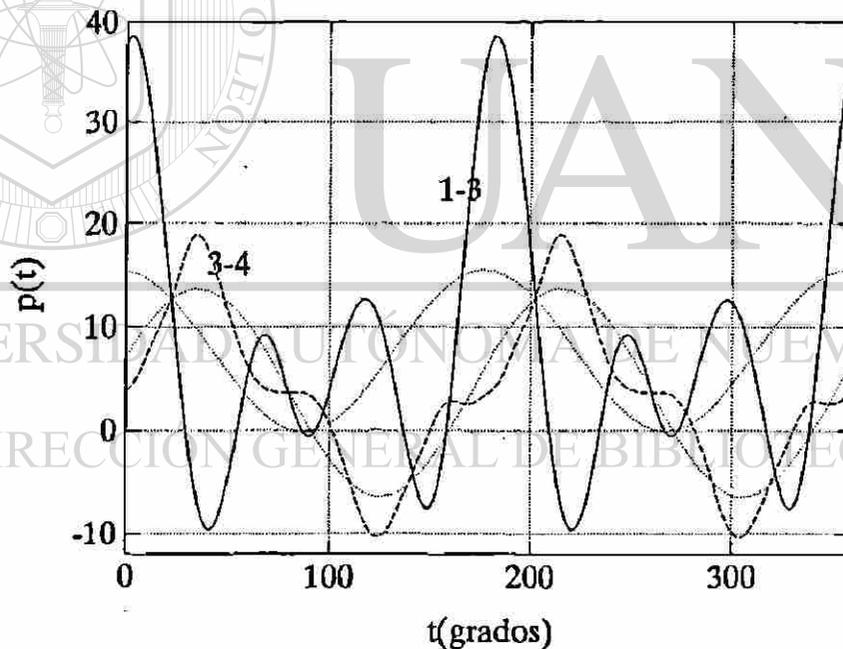


Figura 5.19: Flujos de potencia instantáneos en líneas (fase a)

En la Tabla 5.17 se presentan algunos de las componentes armónicas del flujo de potencia en las líneas conectadas al nodo 3 con y sin considerar las frecuencias armónicas en las señales de voltaje y corriente. Para el flujo de potencia de la línea 1-3 se observa que las componentes armónicas 4 y 6 resultan mayores que los debidos a las señales de frecuencia fundamental —componentes de frecuencia 0 y 2.

Tabla 5.17: Componentes armónicas del flujo de potencia en líneas

Línea de transmisión 1-3				
$h$	Con armónicas		Sólo fundamental	
	$P(h)$		$P(h)$	
0	3.8776		3.8750	
2	3.8914	5.4005	3.8888	5.4243
4	5.8465	-19.9602	0	
6	5.7614	-20.1304	0	
8	0.0861	-133.0673	0	
10	0.4580	46.2227	0	
Línea de transmisión 3-4				
$h$	Con armónicas		Sólo fundamental	
	$P(h)$		$P(h)$	
0	1.7637		1.8147	
2	5.0373	-70.8964	5.0483	-70.7720
4	0.1576	-100.7551	0	
6	1.9516	153.7042	0	
8	0.1220	39.7277	0	
10	0.1935	4.4968	0	

En la Tabla 5.18 se presentan los componentes analíticos de los voltamperes en líneas de transmisión con y sin considerar armónicas en las señales de voltaje y corriente. La diferencia en los valores de  $P$  y  $Q$  en casi todas las líneas es pequeña, sin embargo, en algunos casos las armónicas aumentan los valores de  $S$  hasta el doble. Esto ocasiona que se requieran líneas más robustas para transmitir un mismo valor de potencia real cuando se tienen armónicas.

Tabla 5.18: Voltamperes en líneas de transmisión (fase a)

	Línea 1-2			Línea 1-3		
	CFA	SFF	Error	CFA	SFF	Error
<i>S</i>	3.1044	1.4002	54.8956	14.0284	7.7776	44.5582
<i>P</i>	0.8940	0.8846	1.0522	7.7552	7.7500	0.0673
<i>Q</i>	-0.8746	-1.0854	-24.1046	0.2340	-0.6546	379.7508
<i>D</i>	2.8413	0	---	11.6875	0	---
	Línea 2-4			Línea 3-4		
	CFA	SFF	Error	CFA	SFF	Error
<i>S</i>	5.0898	3.6642	28.0093	10.5290	10.0966	4.1071
<i>P</i>	3.5989	3.6044	-0.1503	3.5275	3.6293	-2.8869
<i>Q</i>	0.6677	0.6593	1.2560	9.8376	9.4217	4.2278
<i>D</i>	3.5366	0	---	1.2798	0	---

CFA: Considerando frecuencias armónicas en  $v(t)$  e  $i(t)$

SFF: Considerando sólo frecuencia fundamental en  $v(t)$  e  $i(t)$

Error: Diferencia de CFA y SFF en porciento de CFA

#### 5.5.4 Análisis de la convergencia del método de la función error

En esta sección se analiza el proceso de convergencia para el cálculo del ángulo de conducción mediante el método que utiliza el error de la ecuación de control. El análisis se efectúa para diferentes condiciones del RCT y del sistema de potencia. Se estudian las funciones error del sistema de prueba de la sección 5.5.1.

Para analizar el proceso de convergencia en el cálculo del ángulo de conducción, para diferentes condiciones de operación del RCT, es necesario conocer la forma de la función  $\epsilon(\sigma)$  para cada caso.

De la ecuación (5.3), calculando  $I_r^+$  con la inductancia equivalente del RCT (3.50) y (3.49) para la frecuencia fundamental y considerando que la característica de la red

eléctrica es una recta de pendiente  $ms$ , se obtiene la expresión de la función error (5.11).

$$\epsilon = V_s - V_r + \frac{3(mr - ms)|V^+|}{\omega\pi L^2}(\text{sen}\sigma - \sigma) \quad (5.11)$$

En la ecuación (5.11)  $V_s$  es el valor del voltaje en la característica del sistema al cruzar el eje de las ordenadas, el 3 en el numerador del segundo término se debe a la conexión en delta del RCT.

En las Figuras 5.20 y 5.21 se presentan las funciones error  $\epsilon(\sigma)$  del sistema de estudio de la sección 5.5.1, para cambios en los parámetros del RCT. Los valores base son los listados en la Tabla 5.1. Las gráficas se obtuvieron punto a punto realizando una iteración del estudio de flujo armónico para valores de ángulo de conducción de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . El comportamiento de las gráficas se puede corroborar con las ecuaciones del error (5.3) y (5.11).

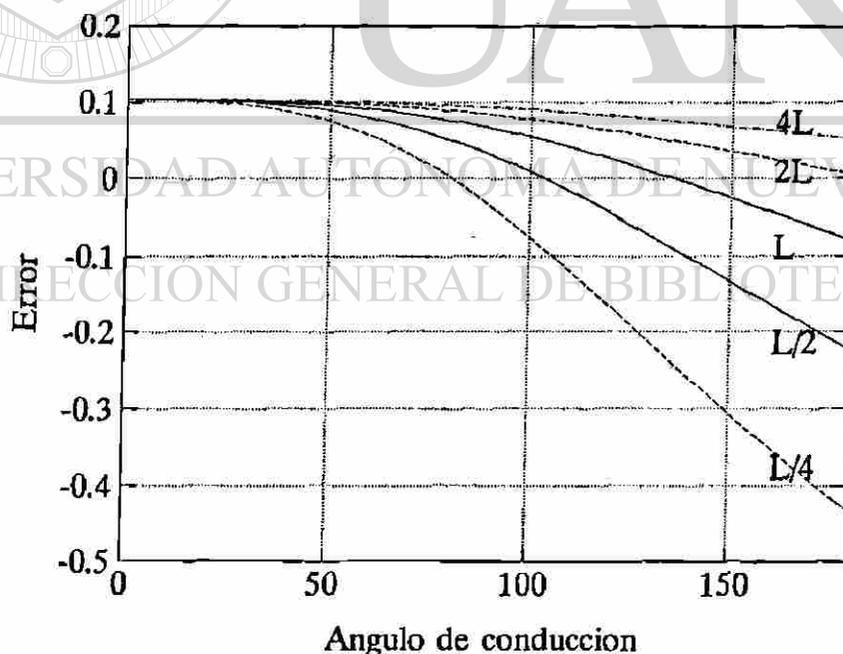


Figura 5.20: Función error para distintos valores de inductancia

En la Figura 5.20 se observa que la función error se alarga —se hace más negativa— cuando la inductancia disminuye; esto se debe a que la corriente aumenta y el RCT

compensa más para un mismo valor de ángulo de conducción. La función error se alarga para valores de pendiente  $mr$  mayores porque aumenta el producto  $mrIr^+$ . Como se observa en (5.3) y (5.11), el cambio del voltaje de referencia  $V_r$  del RCT sólo provoca que la función error se desplace.

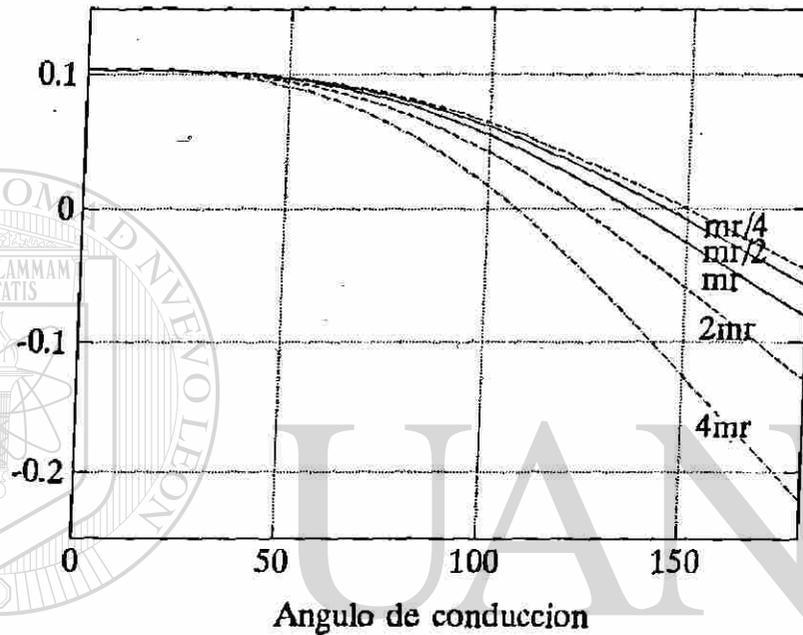


Figura 5.21: Función error para distintos valores de pendiente del RCT

Los cambios en las condiciones de carga y generación del sistema mueven el valor del  $V_s$  y tienen el mismo efecto que el cambio del voltaje de referencia del RCT: sólo desplazan la función error.

En las gráficas se observa que variando los parámetros del RCT, la función error se encoge, se alarga o se desplace, pero no cambia la forma.

Como se demuestra en (5.11), la función error siempre tiene la forma de una función  $\text{sen}\sigma - \sigma$ , pero con distinto escalamiento. La función es horizontal para valores del ángulo de conducción menores de  $40^\circ$ , de  $40^\circ$  a  $100^\circ$  es una curva pronunciada, y para valores mayores de  $100^\circ$  es una recta de pendiente variable de acuerdo con las condiciones de operación del sistema y de los parámetros del RCT.

Para fines de convergencia, se observa que los cambios de los parámetros del RCT y de las condiciones de operación del sistema se reflejan en el valor del ángulo de conducción en que el eje de las abscisas corta a la función ( $\epsilon = 0$ ).

El algoritmo propuesto considera dos valores arbitrarios de ángulo de conducción para obtener los correspondientes valores de error y a partir de estos valores comenzar la búsqueda del ángulo verdadero. Si los valores iniciales no se seleccionan adecuadamente, el algoritmo no obtiene la solución. Por ejemplo, si la solución es  $\sigma = 140^\circ$  y si los valores iniciales se toman como  $60^\circ$  y  $80^\circ$ , el algoritmo obtendría un valor mayor de  $180^\circ$ , que no es posible.

Los dos valores iniciales arbitrarios del ángulo se deben tomar en la parte recta de la función; se han obtenido buenos resultados con  $120^\circ$  y  $140^\circ$ . El algoritmo converge una o dos iteraciones después de las realizadas con estos valores arbitrarios para la mayoría de los casos. El algoritmo tarda un poco más cuando el ángulo final es menor de  $45^\circ$ .

### 5.5.5 Análisis de la convergencia de los métodos de las características

Se analiza el proceso de convergencia del cálculo del ángulo de conducción del RCT para las dos alternativas del método que utiliza las rectas características para diferentes condiciones de operación del RCT y del sistema de potencia. Se estudian las rectas características reales del sistema de prueba de la sección 5.5.1.

En la Figura 5.22 se muestran las características reales del sistema de prueba de la sección 5.5.1. Los cantidades que se presentan son de variables de secuencia positiva. Los cambios en la topología y en las condiciones de carga y generación de la red, ocasionan que la recta característica se desplace y/o que la pendiente cambie. Lo mismo ocurre con la recta característica del RCT para los cambios en sus parámetros. Sin embargo, se siguen teniendo dos rectas y el proceso de convergencia no se altera.

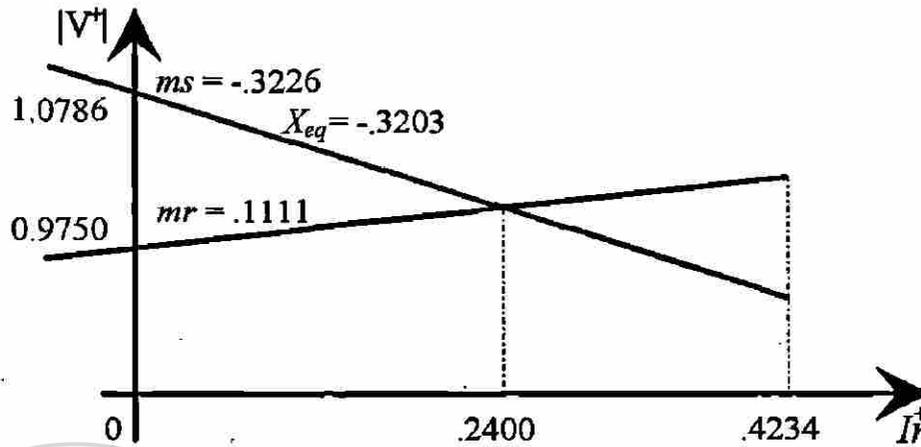


Figura 5.22: Características reales de un sistema de prueba

Con el método de las características se tenían dos alternativas; en la primera, al igual que el método de la función error, se realizaban dos iteraciones con valores arbitrarios del ángulo de conducción, para obtener la característica del sistema. En la segunda alternativa sólo se requería hacer una iteración con un valor arbitrario de ángulo de conducción, pues se aproximaba la pendiente del sistema con el negativo de la reactancia equivalente del sistema.

Como se aprecia en la Figura 5.22, con este método el proceso de convergencia no se afecta por los valores arbitrarios iniciales de ángulo de conducción, ya que se tiene una recta. Independientemente si el valor final del ángulo sea pequeño o grande la convergencia se realiza en pocas iteraciones.

En la Figura 5.22 también puede observarse que, en este caso, el negativo de la impedancia equivalente de secuencia positiva es un buen estimado de la pendiente del sistema.

### 5.5.6 Comparación de las tres alternativas mediante el número de iteraciones

En esta sección se compara el proceso de convergencia en el cálculo del ángulo de conducción del método de la función error y de las dos variantes del método de las características.

A continuación se estudia el proceso de convergencia para diferentes valores finales de ángulo de conducción en un mismo sistema de prueba. En la Tabla 5.19 se presenta el proceso de convergencia con los tres métodos para el sistema de prueba de la sección 5.5.1. En la primera columna se tienen las iteraciones generales del estudio de flujo armónico. Para cada método se muestran, además, las iteraciones que realizó el programa de flujo de potencia de frecuencia fundamental, el valor de ángulo de conducción utilizado y el error correspondiente.

Una iteración del estudio de flujo armónico comprende un estudio de flujo de potencia de frecuencia fundamental y la solución de las ecuaciones nodales de la red para cada frecuencia armónica. Para este sistema de prueba en cada iteración del estudio de flujo armónico se realiza un estudio trifásico de flujo de potencia de frecuencia fundamental para una red de 5 nodos —15 fases en total— y se solucionan 7 sistemas de ecuaciones nodales de  $15 \times 15$  —7 armónicas, 5 nodos, 3 fases.

Tabla 5.19: Comparación de los métodos para  $V_r = .975$

IterG	Método de la función error			Método de las característica sin $-x_{eq}$			Método de las características con $-x_{eq}$		
	Iter	$\sigma$	$\epsilon$	Iter	$\sigma$	$\epsilon$	Iter	$\sigma$	$\epsilon$
1	3	120.0°	.0260	3	120.0°	.0260	3	120.0°	.0260
2	2	140.0°	-.0075	2	140.0°	-.0075	3	134.7°	.0017
3	2	135.5°	.0003	1	136.0°	-.0005	—	—	—

En la Tabla 5.19 se aprecia que con los tres métodos se llega rápidamente a la solución. Los errores finales de la ecuación de control son bastante aceptables.

Los tres métodos llegan a la solución en la primera búsqueda del ángulo de conducción; sin embargo, el método de la función error y el método de las características que no utiliza  $-x_{eq}$ , requieren dos iteraciones iniciales con valores de ángulo arbitrario, mientras que el método que utiliza  $-x_{eq}$  sólo requiere una, por lo cual llega antes a la solución. Como se aprecia claramente, el uso de  $-x_{eq}$  ahorra una iteración del estudio de flujo de potencia armónico.

En la Tabla 5.20 se muestra el proceso de convergencia del sistema de prueba de la sección 5.5.1, para otro valor final de ángulo de conducción; para hacer este cambio se movió el voltaje de referencia del RCT de  $V_r = .975$  a  $V_r = 1.078$ .

Tabla 5.20: Comparación de los métodos para  $V_r = 1.078$

IterG	Método de la función error			Método de las característica sin $-x_{eq}$			Método de las características con $-x_{eq}$		
	Iter	$\sigma$	$\epsilon$	Iter	$\sigma$	$\epsilon$	Iter	$\sigma$	$\epsilon$
1	3	120.0°	-.0770	3	120.0°	-.0770	3	120.0°	-.0770
2	2	140.0°	-.1105	2	140.0°	-.1105	2	20.5°	.0001
3	2	74.0°	-.0211	3	24.9°	-.0003	1	21.8°	.0000
4	2	58.5°	-.0105	1	21.7°	.0000	—	—	—
5	1	43.0°	-.0039	—	—	—	—	—	—

En la Tabla 5.20 se aprecia que el método de la característica que utiliza  $-x_{eq}$ , la primera vez que evalúa el ángulo de conducción —segunda iteración, la primera se hace con un valor arbitrario— obtiene un buen estimado del valor final. Lo mismo ocurre con el método que no utiliza el valor de  $-x_{eq}$ ; en la primera búsqueda —tercera iteración— obtiene un buen estimado del valor del ángulo final. El método de la función error, converge lentamente debido a la forma de esta función, e incluso llega a un valor alejado del verdadero, aunque como ambos son pequeños la solución es aceptable.

Para el estudio de la Tabla 5.20 el método de la función error resolvió 5 veces los 7 sistemas de ecuaciones nodales —de las armónicas— y realizó 10 iteraciones del estudio trifásico de flujo de potencia de frecuencia fundamental. El método que utiliza  $-x_{eq}$ , sólo resolvió 3 veces los 7 sistemas de ecuaciones nodales y realizó 6 iteraciones del

estudio de flujo de potencia de frecuencia fundamental. El método que utiliza  $-x_{eq}$  sólo realizó el 60% de las operaciones que realizó el método de la función error. El método que no utiliza  $-x_{eq}$  realizó el 85% de las operaciones.

En la Tabla 5.21 se repite el análisis del proceso de convergencia con  $V_r = .925$  lo cual resulta en un ángulo de conducción de  $163^\circ$ .

Tabla 5.21: Comparación de los métodos para  $V_r = .925$

IterG	Método de la función error			Método de las característica sin $-x_{eq}$			Método de las características con $-x_{eq}$		
	Iter	$\sigma$	$\epsilon$	Iter	$\sigma$	$\epsilon$	Iter	$\sigma$	$\epsilon$
1	3	$120.0^\circ$	.0760	3	$120.0^\circ$	.0760	3	$120.0^\circ$	.0760
2	2	$140.0^\circ$	.0425	2	$140.0^\circ$	.0425	2	$159.5^\circ$	.0073
3	2	$165.4^\circ$	-.0035	2	$161.1^\circ$	.0043	1	$163.0^\circ$	.0008

Se observa que los tres métodos convergen rápidamente. El método del error y el que no utiliza  $-x_{eq}$  realizan el mismo número de operaciones. El método que utiliza  $-x_{eq}$  realiza una iteración menos del estudio de flujo de potencia de frecuencia fundamental.

De los resultados presentados en las Tablas 5.19, 5.20 y 5.21 se concluye que el método que utiliza  $-x_{eq}$  tiene las mejores características de convergencia para cualquier valor final de ángulo de conducción. El método del error y el que no utiliza  $-x_{eq}$  se comportan en forma similar para valores finales grandes de ángulo de conducción, incluso se observa que los errores de la ecuación de control son menores con el método de la función error. Sin embargo, el método de la función error converge lentamente para valores finales pequeños de ángulo de conducción.

### 5.5.7 Efecto de la conversión de frecuencias

Cuando una máquina síncrona opera en condiciones desbalanceadas genera armónicas, debido al fenómeno de conversión de frecuencias. Una corriente de secuencia negativa

de frecuencia fundamental en el estator induce en el rotor una armónica de orden dos, que a su vez induce en el estator una armónica de orden tres, y así sucesivamente.

Se presentan simulaciones del comportamiento de una máquina síncrona utilizando el modelo de conversión de frecuencia del capítulo 3. Se realizan estudios considerando a la máquina como única fuente de armónicas y se analiza la interacción con las armónicas generadas por un RCT.

#### 5.5.7.1 Máquina síncrona como única fuente de armónicas

Se realiza un estudio de flujo armónico en el sistema de prueba de la Figura 5.23, considerando sólo los nodos 1 y 2; los datos de los elementos del sistema se presentan en el apéndice E.

Se tiene una máquina síncrona alimentando una carga pasiva notablemente desbalanceada a través de una línea de transmisión.

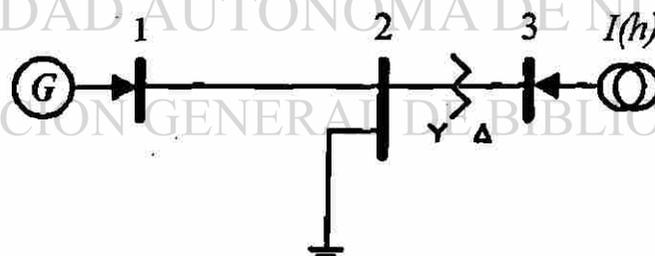


Figura 5.23: Sistema de prueba de 3 nodos

Debido al desbalance de la carga se generan corrientes de secuencia negativa las cuales inician el proceso de conversión de frecuencias. En la Tabla 5.22 se muestran los voltajes de frecuencia fundamental y armónicos.

Tabla 5.22: Voltajes nodales

Nodo	V(1)		V(3)		V(5)		V(7)	
1 <sup>a</sup>	.9680	1.5223	.0478	53.1	.0076	93.2	.0006	53.5
1 <sup>b</sup>	.9980	-117.8988	.0256	-124.7	.0072	20.4	.0006	-29.5
1 <sup>c</sup>	1.0369	116.5549	.0639	117.3	.0013	-103.5	.0002	-149.4
2 <sup>a</sup>	.9668	-1.3401	.0473	44.6	.0073	79.2	.0005	34.2
2 <sup>b</sup>	.9505	-117.8988	.0244	-124.7	.0068	20.4	.0006	-29.5
2 <sup>c</sup>	1.0915	116.5549	.1162	117.3	.0052	76.5	.0002	30.6

Los voltajes de tercera armónica son más grandes de 3% del valor de frecuencia fundamental, que es el límite recomendado; las armónicas 5 y 7 tienen magnitudes aceptables. Como se aprecia en la Tabla 5.22, en el caso de conversión de frecuencias debidas a desbalances de la red, basta modelar hasta la armónica 7. Para la tercera armónica los voltajes de la fase c son notablemente más grandes, esto se debe a que la carga de esa fase es capacitiva y, como se ilustró en la sección 5.5.3, la presencia de capacitores origina la posibilidad de resonancia con las impedancias inductivas de la red.

En la Figura 5.24 se muestran los voltajes en terminales de la carga para las tres fases. El voltaje de la fase c presenta una distorsión considerable, debido a que la componente de tercera armónica es 11% del valor de frecuencia fundamental. El voltaje de tercera armónica de la fase a es mayor que el límite recomendado; sin embargo, como las otras armónicas no son significativas, no se deforma notablemente la forma de onda.

En la Figura 5.25 se muestran las formas de onda de las corrientes de la carga RLC en derivación en el nodo 2. La distorsión es distinta para cada fase, debido a que tienen cargas de naturaleza diferente y las impedancias cambian en forma distinta con la frecuencia. La impedancia en la fase a, que es resistiva y permanece constante con la frecuencia, da lugar a que las formas de onda del voltaje y la corriente sean iguales. La impedancia en la fase b aumenta directamente con la frecuencia, por lo cual las componentes armónicas de la corriente son pequeñas. La impedancia de la fase c disminuye con la frecuencia, con lo cual la deformación de la corriente es mayor que la del voltaje.

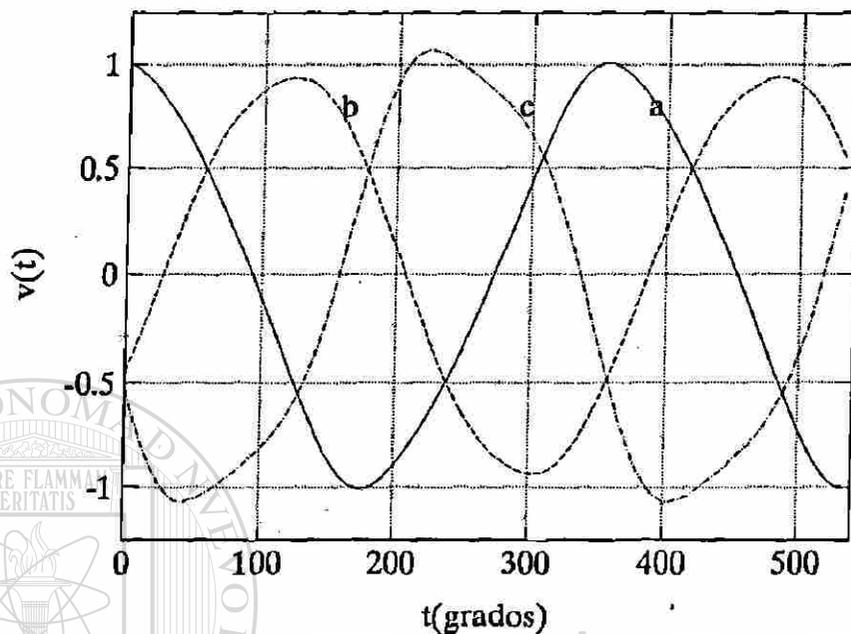


Figura 5.24: Formas de onda de voltajes, efecto de conversión de frecuencias

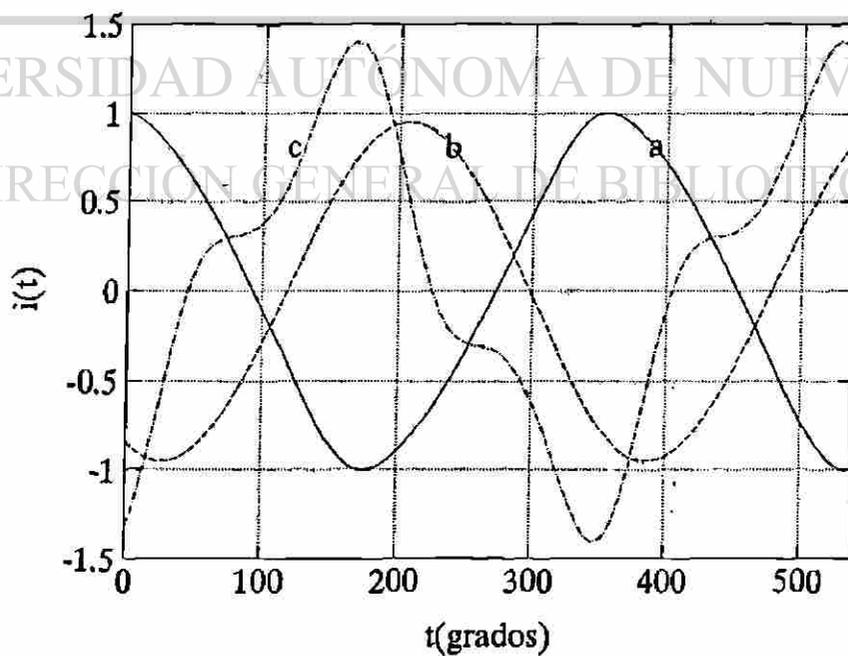


Figura 5.25: Formas de onda de corrientes en el nodo 2

En la Figura 5.26 se muestran las potencias instantáneas de la carga RCL, en la Tabla 5.23 se presentan los voltamperes aparentes, reales, reactivos y de distorsión.

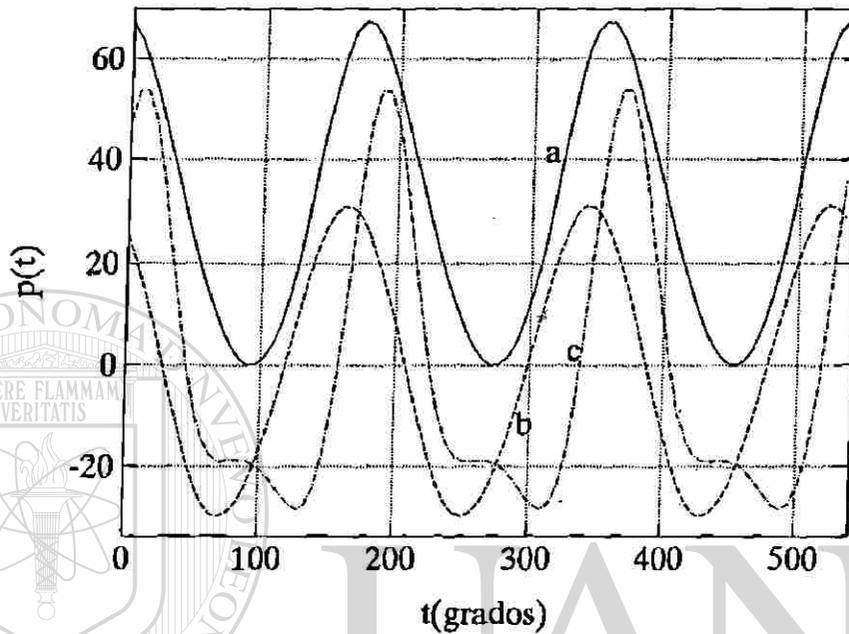


Figura 5.26: Potencias instantáneas en el nodo 2

— En la fase a que tiene carga resistiva, sólo existe potencia real, la cual es igual a la aparente, en la gráfica la señal siempre es positiva. En las fases b y c no existe componente resistiva, por lo cual no existe potencia real; las armónicas ocasionan que los voltamperes reactivos no sean iguales a los aparentes, con lo cual aparecen los voltamperes de distorsión.

Tabla 5.23: Voltamperes de la carga

	$2^a$	$2^b$	$2^c$
<i>S</i>	31.2331	30.1268	41.9354
<i>P</i>	31.2331	.0000	.0000
<i>Q</i>	.0000	30.1219	-41.0671
<i>D</i>	.0000	.5437	8.4895

En este estudio las armónicas son generadas exclusivamente por la conversión de frecuencia de la máquina síncrona, debido a las condiciones de operación desbalanceadas.

En el caso de condiciones balanceadas el efecto de conversión de frecuencias puede tener lugar con las armónicas generadas por otras fuentes.

### 5.5.7.2 Conversión de las frecuencias armónicas de una fuente externa

Se realiza un estudio del sistema completo de la Figura 5.23. Se tiene una máquina síncrona con el modelo de conversión de frecuencias, la cual alimenta a un sistema con un RCT. En este caso en la máquina síncrona se realiza la conversión de frecuencias de las armónicas generadas por el RCT.

Los voltajes de frecuencia fundamental y armónicos se presentan en la Tabla 5.24.

Tabla 5.24: Voltajes nodales, con conversión de frecuencias

Nodo	V(1)		V(3)		V(5)		V(7)	
1 <sup>a</sup>	.9588	.8006	.0888	42.2	.0110	113.8	.0045	93.0
1 <sup>b</sup>	1.0123	-118.0498	.0966	-98.1	.0065	37.7	.0030	25.3
1 <sup>c</sup>	1.0308	117.3395	.1198	139.5	.0018	-130.5	.0011	167.8
2 <sup>a</sup>	.9529	-2.5237	.0881	25.2	.0102	120.9	.0049	102.9
2 <sup>b</sup>	.9670	-117.8649	.0972	-92.6	.0066	-5.6	.0035	31.3
2 <sup>c</sup>	1.0730	117.5683	.1875	139.5	.0128	104.1	.0032	91.5
3 <sup>a</sup>	1.0353	-34.4340	.1358	-21.3	.0086	-155.9	.0093	127.5
3 <sup>b</sup>	.9563	-149.9276	.0897	-123.4	.0157	-31.7	.0066	-6.0
3 <sup>c</sup>	1.0649	91.4147	.1463	121.8	.0130	115.0	.0067	-97.6

Como se aprecia en la Tabla 5.24, las armónicas generadas por el RCT aumentaron considerablemente el nivel de contaminación de armónicas del sistema, los voltajes de tercera armónica están bastante por encima de los límites recomendados. Los voltajes de frecuencia 7 tienen en este caso valores significativos, lo cual sugiere considerar armónicas superiores; esto se debe a que como se vió en secciones anteriores el RCT genera corrientes de orden superior.

En la Figura 5.27 se muestran las formas de onda de los voltajes del sistema. Se

aprecia que el voltaje en terminales del RCT es el más deformado; la deformación en los nodos 1 y 2 también es apreciable aunque menor que en el nodo 3.

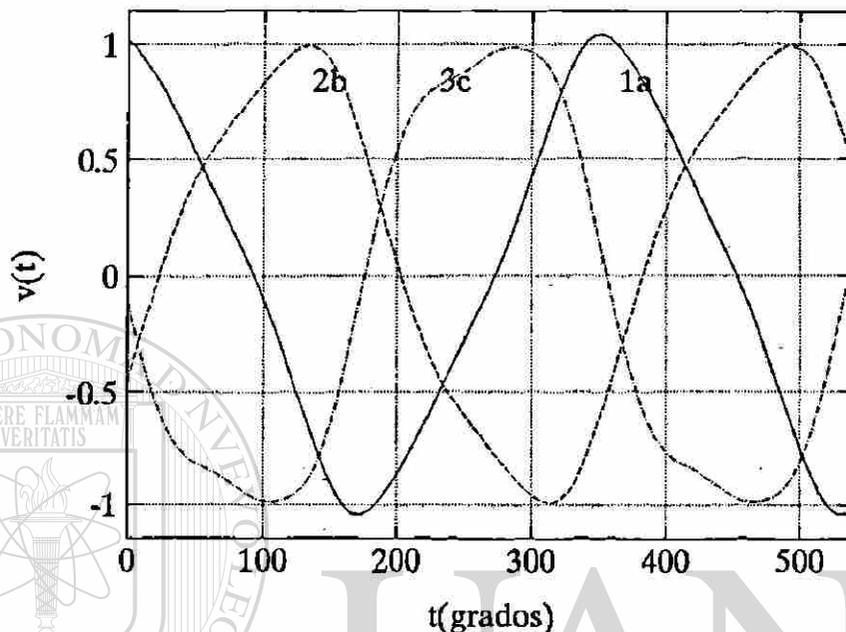


Figura 5.27: Formas de onda de voltajes

Para evaluar el impacto del modelado de la conversión de frecuencias se repitió este estudio pero considerando el modelo pasivo de la máquina síncrona. En la Tabla 5.25 se presentan los voltajes nodales.

Tabla 5.25: Voltajes nodales, sin conversión de frecuencias

Nodo	V(1)		V(3)		V(5)		V(7)	
1 <sup>a</sup>	.9893	-14.3695	.0132	-132.5	.0025	122.6	.0037	-18.8
1 <sup>b</sup>	.7952	-109.2966	.0064	-172.2	.0006	-132.1	.0009	-82.5
1 <sup>c</sup>	1.2641	124.4383	.0100	23.6	.0004	-100.4	.0005	13.1
2 <sup>a</sup>	.9913	-17.6356	.0190	-133.0	.0034	112.7	.0040	-12.5
2 <sup>b</sup>	.7601	-108.6783	.0081	159.8	.0018	-75.8	.0025	-172.8
2 <sup>c</sup>	1.3125	124.4457	.0248	27.2	.0020	-58.3	.0025	138.5
3 <sup>a</sup>	1.2839	-39.3372	.0380	-136.2	.0034	128.7	.0044	72.1
3 <sup>b</sup>	.7417	-160.5413	.0235	81.2	.0065	-60.8	.0086	-172.4
3 <sup>c</sup>	1.1008	105.4728	.0240	7.1	.0032	109.0	.0078	-22.9

Comparando los voltajes de las Tablas 5.24 y 5.25 se concluye que es importante modelar el fenómeno de conversión de frecuencias en las máquinas síncronas; de no hacerse, las armónicas que se obtienen son más pequeñas que las reales.

### 5.5.8 Efecto de la saturación

En esta sección se estudia el efecto de la saturación en la generación de armónicas de la máquina síncrona. Se repite el estudio de la sección anterior considerando en el modelado la saturación.

En la Tabla 5.26 se presentan los voltajes nodales de frecuencia fundamental y armónicos. Se aprecia que la contaminación de armónicas es mayor a los de la Tabla 5.24, los cuales fueron calculados considerando sólo la conversión de frecuencias.

Tabla 5.26: Voltajes nodales, conversión de frecuencias y saturación

Nodo	V(1)		V(3)		V(5)		V(7)	
1 <sup>a</sup>	.9588	.8006	.0833	18.4	.0012	-15.5	.0147	-172.5
1 <sup>b</sup>	1.0123	-118.0498	.0902	-121.9	.0028	-95.4	.0156	105.7
1 <sup>c</sup>	1.0308	117.3395	.1119	115.7	.0021	-150.3	.0063	-5.4
2 <sup>a</sup>	.9529	-2.5237	.0825	1.3	.0023	141.6	.0131	175.0
2 <sup>b</sup>	.9670	-117.8649	.0912	-116.7	.0035	-65.0	.0136	92.0
2 <sup>c</sup>	1.0730	117.5683	.1754	115.4	.0050	-99.7	.0089	146.8
3 <sup>a</sup>	1.0353	-34.4340	.1270	-45.9	.0081	162.0	.0091	151.1
3 <sup>b</sup>	.9563	-149.9276	.0846	-147.6	.0104	-30.8	.0140	37.6
3 <sup>c</sup>	1.0649	91.4147	.1375	97.1	.0030	112.6	.0133	-103.3

En la Figura 5.28 se muestran las formas de onda de los voltajes del sistema, donde se aprecia que la deformación es mayor que en las señales de la Figura 5.27.

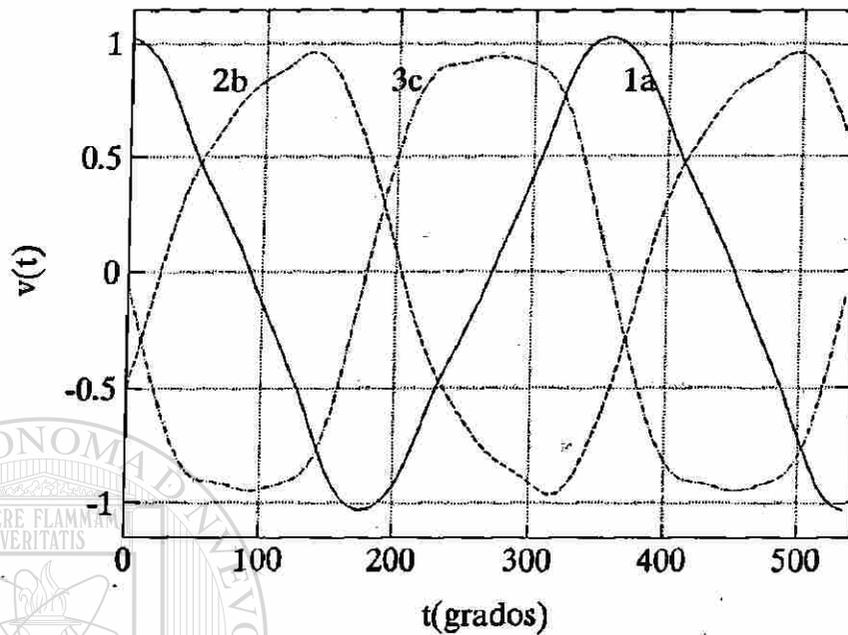


Figura 5.28: Formas de onda de voltajes

Como se puede apreciar de las Tablas 5.24, 5.25 y 5.26, los fenómenos de conversión de frecuencias y saturación introducen un mayor contenido de armónicas, el cual no puede ser evaluado utilizando los modelos pasivos de la máquina síncrona.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

## 5.6 Conclusiones

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

1. Los estudios trifásicos de flujo de potencia armónico son una herramienta eficiente para determinar el estado estable de frecuencia fundamental y armónicas de las redes eléctricas. Las señales de voltaje, corriente y potencia para cualquier punto de la red se obtienen como si se estuvieran midiendo del sistema físico. Esto permite estudiar con bajo costo, mediante simulación digital, estrategias de diseño y operación, considerando situaciones reales de desbalances y contaminación de armónicas.

2. Se describe un algoritmo sencillo y eficiente para un estudio de flujo armónico, el cual representa los elementos no-lineales mediante equivalentes Norton a las frecuencias consideradas.
3. La representación de los elementos no-lineales mediante un circuito equivalente Norton simplifica los algoritmos de solución, debido a que permite resolver por separado las ecuaciones de la red para cada frecuencia y a la vez considera intrínsecamente el acoplamiento entre frecuencias que existe en dichos elementos. Al utilizar esta alternativa, la solución simultánea de las ecuaciones de la red y de los elementos no-lineales se realiza en forma iterativa.
4. El estudio de flujo armónico permite obtener el punto de operación de los elementos no-lineales definidos por las especificaciones de operación del sistema, por ejemplo, el ángulo de conducción del RCT.
5. Se presentaron tres alternativas para evaluar el ángulo de conducción del RCT. Se analizó en detalle el proceso de solución de cada alternativa. Se encontró que el método que utiliza la función error presenta problemas de convergencia para ángulos de conducción pequeños. Los métodos que utilizan las rectas características llegan rápidamente a la solución, independientemente del valor final del ángulo de conducción.
6. El utilizar como una aproximación inicial de la pendiente del sistema el negativo de la impedancia equivalente, ahorra una iteración del proceso de solución.
7. Se demostró que el error en la ecuación de control del RCT siempre tiene la forma de una función  $\text{sen } \sigma - \sigma$ . Los cambios en los parámetros del RCT y en las condiciones de operación del sistema solo escalan o desplazan la función.
8. La alternativa que utiliza la función error requiere la elección apropiada de los dos valores arbitrarios iniciales del ángulos de conducción para que el algoritmo no diverja. Se obtienen buenos resultados si se utilizan  $120^\circ$  y  $140^\circ$ ; para la mayoría de los casos el algoritmo converge una o dos iteraciones después de los valores arbitrarios iniciales.

9. La generación de corrientes armónicas del reactor controlado por tiristores cambia considerablemente para cada condición de operación. Por lo cual no es posible representar este elemento mediante estimados de las corrientes armónicas.
10. Las máquinas síncronas actúan como convertidores de frecuencias; si se les aplica un voltaje de frecuencia armónica ( $h$ ), generan corrientes armónicas de frecuencias  $(h-2)$  y  $(h+2)$  que, al inyectarse a la red, producen voltajes de las frecuencias correspondientes. La conversión de frecuencias puede tener lugar con las armónicas generadas por una fuente externa. También la conversión se puede realizar con las armónicas generadas por la misma máquina; a partir de la frecuencia fundamental se genera una tercera armónica, ésta produce una quinta armónica, y así sucesivamente; en este caso es suficiente modelar hasta la séptima armónica.
11. Las máquinas síncronas también puede generar armónicas debido a la saturación del circuito magnético del flujo magnético principal. El efecto combinado de la saturación del núcleo y la conversión de frecuencias puede ocasionar valores altos de inyección de armónicas.
12. Bajo condiciones normales los nodos más contaminados por armónicas son aquellos donde están conectadas las fuentes de armónicas y aquellos eléctricamente más cercanos.
13. La presencia de capacitores en derivación origina la posibilidad de resonancia entre este elemento y la impedancia equivalente del sistema en el punto donde se encuentra conectado. En condiciones de resonancia los nodos más contaminados son aquellos donde ocurre la resonancia y sus vecinos.
14. Se presentaron diversos casos de estudio de penetración de armónicas. En algunos casos los niveles de contaminación son aceptables; sin embargo, al ocurrir el fenómeno de resonancia la distorsión alcanzan niveles muy altos.

## Capítulo 6

# ESTUDIOS TRIFÁSICOS LINEALES

En el estudio de redes eléctricas reales es necesario utilizar la modelación trifásica para incluir los desbalances propios del sistema. Todos los estudios que tradicionalmente se realizan considerando la red balanceada se pueden realizar representando el sistema en coordenadas de fase. Dentro de las aplicaciones se tienen los estudios de fallas, de flujos de potencia y de estabilidad.

En los Capítulos 4 y 5 se presentaron formulaciones las cuales para obtener el estado del sistema resuelven en forma iterativa ecuaciones no lineales. Algunos estudios se pueden realizar resolviendo ecuaciones lineales; en algunos casos las ecuaciones lineales reproducen adecuadamente el fenómeno, en otros casos la solución que se obtiene es aproximada. Con las formulaciones lineales la solución se obtiene sin iteraciones.

En este capítulo se presentan estudios trifásicos lineales —resolviendo sólo ecuaciones lineales— en redes reales. Para la frecuencia fundamental se realiza un estudio de resonancia en líneas de transmisión acopladas con compensación inductiva paralelo. Para las frecuencias armónicas se presenta un estudio linealizado de penetración de armónicas. Para cada caso se presenta la teoría y resultados de estudios.

## 6.1 Resonancia en líneas de transmisión compensadas

Se han reportado algunos casos donde aparecen niveles altos de voltajes en líneas desconectadas cuando se tiene compensación inductiva en derivación y además existe una línea cercana energizada. Se considera que este fenómeno se debe a condiciones de resonancia, donde el valor de reactancia de compensación juega un papel importante. Es necesario determinar los valores de reactancia que producen el fenómeno para evitar riesgos al personal de mantenimiento de equipos.

En esta sección se presenta un estudio de resonancia en una línea de transmisión (L.T.) con compensación inductiva en derivación [46, 47]. La formulación trifásica permite encontrar los valores de reactancia que causan resonancia; estos valores son diferentes si se considera que el sistema es balanceado.

### 6.1.1 Formulación del problema

La compensación reactiva paralelo de líneas de transmisión aéreas es una alternativa económica para controlar las fluctuaciones de voltaje ocasionadas por causas diversas, v.g. cambios de carga, cambios de la topología de la red, etc.

En la Figura 6.1 se presentan en forma esquemática dos líneas de transmisión que tienen conectados reactores en derivación; las L.T. están representadas mediante un circuito  $\pi$  equivalente de parámetros concentrados. La línea  $p-q$  se encuentra conectada a la red y la línea  $r-s$  está desconectada. Cuando se tienen las condiciones de la Figura 6.1, existe la posibilidad de que en la L.T. desenergizada la inductancia del reactor de compensación entre en resonancia con la impedancia capacitiva de la línea. El circuito resonante es excitado por la línea energizada a través de los acoplamientos mutuos.

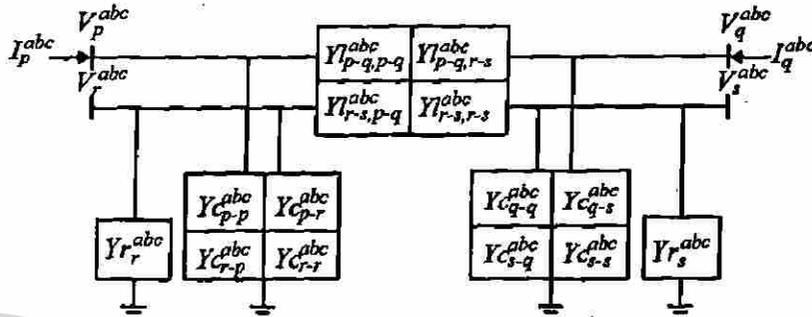


Figura 6.1: Línea de transmisión acoplada con compensación

En esta sección se presentarán dos alternativas para la determinación de los valores de compensación que causan resonancia. La primera alternativa consiste en resolver para cada valor de reactancia de compensación las ecuaciones nodales trifásicas de la línea. La segunda alternativa, llamada método electrostático, obtiene mediante un cálculo simplificado los valores que causan resonancia. La primera alternativa obtiene la respuesta de los voltajes para todos los valores de impedancia del reactor, mientras que la segunda alternativa obtiene sólo aquellos valores que causan resonancia.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

### 6.1.2 Análisis utilizando las ecuaciones nodales

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Con esta alternativa se modela la L.T. mediante las ecuaciones nodales, las cuales se solucionan para cada valor de reactancia de compensación. En esta sección se presenta en detalle el proceso de solución. Para este caso se consideran dos alternativas; la primera considera la impedancia inductiva serie de la L.T., la segunda alternativa la desprecia.

## 6.1.2.1 Formación del sistema de ecuaciones nodales

Las líneas de transmisión se modelan mediante un circuito  $\pi$  equivalente de parámetros concentrados —ver la sección 3.4. El modelo considera una admitancia inductiva serie (6.1) y una admitancia capacitancia paralelo (6.2).

$$\left[ \begin{array}{c|c} Y_{p-q,p-q}^{abc} & Y_{p-q,r-s}^{abc} \\ \hline Y_{r-s,p-q}^{abc} & Y_{r-s,r-s}^{abc} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} v_{p-q}^{abc} \\ v_{r-s}^{abc} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} i_{p-q}^{abc} \\ i_{r-s}^{abc} \end{array} \right] \quad (6.1)$$

La admitancia capacitiva en el extremo q-s, es la misma que en el extremo p-r.

$$\left[ \begin{array}{c|c} Y_{q-q}^{abc} & Y_{q-s}^{abc} \\ \hline Y_{s-q}^{abc} & Y_{s-s}^{abc} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} V_q^{abc} \\ V_s^{abc} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} I_q^{abc} \\ I_s^{abc} \end{array} \right] \quad (6.2)$$

El reactor de compensación se modela mediante las ecuaciones nodales en componentes de fase. Las ecuaciones del reactor en el extremo s se presentan en (6.3), tienen la misma estructura —y generalmente también el mismo valor— en los extremos q, p y r.

$$Y_{r-s}^{abc} V_s^{abc} = I_s^{abc} \quad (6.3)$$

Mediante el análisis de circuitos se obtienen las reglas para la formación de la matriz de admitancia nodal [5] que considera L.T. acopladas e incluye los reactores de compensación. En la ecuación (6.4) se presenta la matriz de admitancia nodal para el sistema de la Figura 6.1.

$$\left[ \begin{array}{cc} Y_{p-q,p-q}^{abc} + Y_{C_{p-p}}^{abc} + Y_{r_p}^{abc} & -Y_{p-q,p-q}^{abc} \\ -Y_{p-q,p-q}^{abc} & Y_{p-q,p-q}^{abc} + Y_{C_{q-q}}^{abc} + Y_{r_q}^{abc} \\ Y_{r-s,p-q}^{abc} + Y_{C_{r-p}}^{abc} & -Y_{r-s,p-q}^{abc} \\ -Y_{r-s,p-q}^{abc} & Y_{r-s,p-q}^{abc} + Y_{C_{s-q}}^{abc} \\ Y_{p-q,r-s}^{abc} + Y_{C_{p-r}}^{abc} & -Y_{p-q,r-s}^{abc} \\ -Y_{p-q,r-s}^{abc} & Y_{p-q,r-s}^{abc} + Y_{C_{q-s}}^{abc} \\ Y_{r-s,r-s}^{abc} + Y_{C_{r-r}}^{abc} + Y_{r_r}^{abc} & -Y_{r-s,r-s}^{abc} \\ -Y_{r-s,r-s}^{abc} & Y_{r-s,r-s}^{abc} + Y_{C_{s-s}}^{abc} + Y_{r_s}^{abc} \end{array} \right] \quad (6.4)$$

Por simplicidad en el ejemplo se ha considerado que la L.T. desenergizada no se

encuentra conectada a otros elementos, por ejemplo, transformadores. Para considerar esas situaciones basta incluir dichos elementos en la matriz de admitancia nodal.

La ventaja principal de la formulación trifásica es que permite simular con facilidad condiciones de operaciones especiales en los elementos del sistema, v.g. desbalances, conexiones, etc.

### 6.1.2.2 Solución de las ecuaciones nodales completas

En la ecuación (6.5) se muestra en forma abreviada el sistema de ecuaciones de la L.T. y el reactor. Como la línea  $rs$  está desconectada las corrientes en los nodos  $r$  y  $s$  son cero.

$$\begin{bmatrix} Y_{p-q,p-q} & Y_{p-q,r-s} \\ Y_{r-s,p-q} & Y_{r-s,r-s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_p^{abc} \\ V_q^{abc} \\ V_r^{abc} \\ V_s^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_p^{abc} \\ I_q^{abc} \\ I_r^{abc} \\ I_s^{abc} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

De las ecuaciones inferiores de (6.5) se obtiene la ecuación para calcular los voltajes en la línea desenergizada (6.6).

$$\begin{bmatrix} V_r^{abc} \\ V_s^{abc} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{r-s,r-s} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{r-s,p-q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_p^{abc} \\ V_q^{abc} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

A continuación se presentan los resultados de un estudio de las líneas de transmisión acopladas conectadas entre los nodos 5 y 6 del sistema de la Figura 4.3; los datos se presentan en el apéndice C.

Se trata de dos líneas desbalanceadas, las cuales se modelan considerando sus acoplamientos. Se considera que el reactor de compensación no tiene acoplamientos entre fases, y que los reactores en cada extremo de la L.T. son idénticos. Se considera infinito el factor de calidad del reactor. El factor de calidad relaciona la reactancia y la resistencia del reactor  $Q = x/r$ .

En la Figura 6.2 se presentan los voltajes en las tres fases en la línea desenergizada en función del valor de la reactancia del reactor. Se presentan los voltajes del nodo 5, ya que los voltajes del nodo 6 resultan prácticamente iguales —diferencias de diezmilésimas.

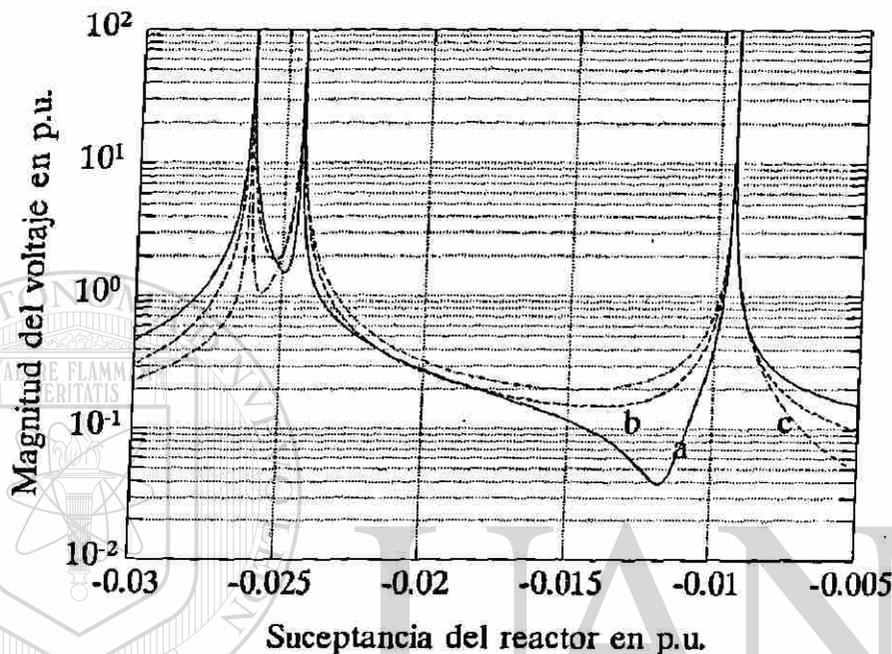


Figura 6.2: Voltajes en el nodo 5, calculados con ecuaciones completas

Los voltajes en ambos extremos de la L.T. desconectada resultaron iguales porque la impedancia del reactor de compensación es relativamente grande y la línea queda aislada del plano de tierra, prácticamente no hay circulación de corrientes y la caída en la impedancia inductiva serie de la L.T. es muy pequeña.

En la Figura 6.2 se observa que existen tres valores de reactancia que causan resonancia. Los valores que producen resonancia lo hacen en las tres fases a la vez, aunque las magnitudes de los voltajes de las tres fases sean diferentes.

El estudio anterior se repitió modificando el factor de calidad del reactor al valor  $Q = 400$ . En la Figura 6.3 se presentan los voltajes en el nodo 5.

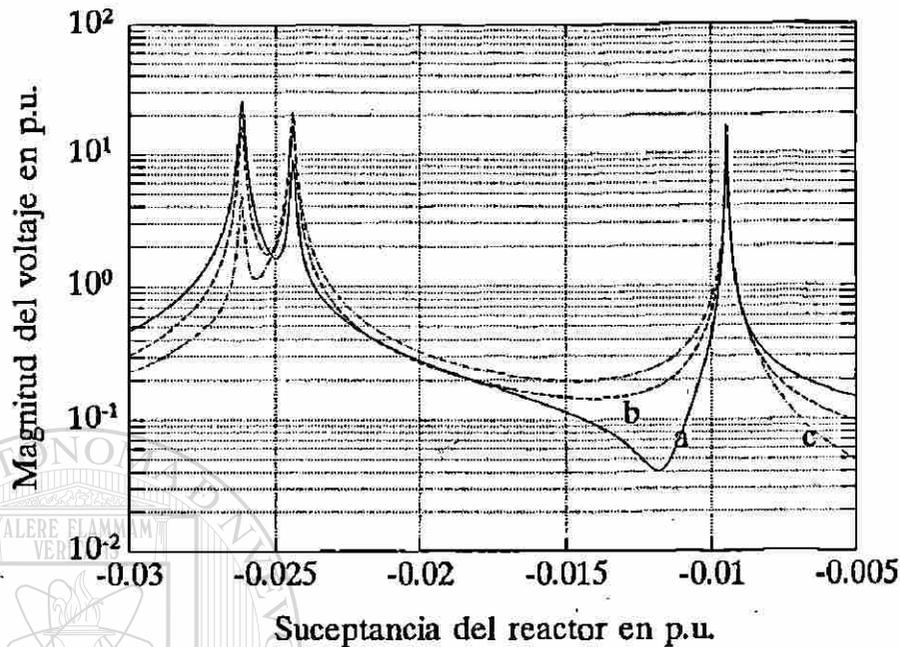


Figura 6.3: Voltajes en el nodo 5 para  $Q = 400$

Como se aprecia en la Figura 6.3, el factor de calidad no afecta los puntos resonantes, sólo cambia la magnitud de los voltajes.

### 6.1.2.3 Solución considerando solo el efecto capacitivo

Como se mencionó en la sección anterior, la línea desenergizada queda prácticamente aislada del plano de tierra, por lo cual la corriente en la inductancia serie es mínima y la caída de voltaje resultante es muy pequeña. La reactancia inductiva se comporta en este caso como un conductor sólido con impedancia cero que une los extremos de la línea. De esta forma, las impedancias capacitivas y las reactancias de compensación de los dos extremos quedan agrupados en un mismo nodo. En la Figura 6.4 se muestra esta situación. Se considera que los parámetros de la L.T. y del reactor en ambos extremos son iguales.

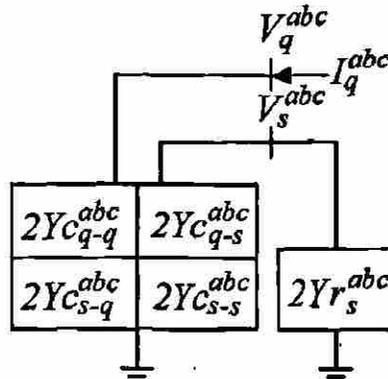


Figura 6.4: Línea de transmisión compensada sin considerar el efecto inductivo

Las ecuaciones nodales del sistema de la Figura 6.4 está dado por (6.7):

$$\begin{bmatrix} 2Y_{q-q}^{abc} + 2Y_r_s^{abc} & 2Y_{q-s}^{abc} \\ 2Y_{s-q}^{abc} & 2Y_{s-s}^{abc} + 2Y_r_s^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_q^{abc} \\ V_s^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_q^{abc} \\ I_s^{abc} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Del renglón inferior del sistema de ecuaciones nodales (6.7), observando que la corriente en el nodo s es cero, se obtiene (6.8):

$$V_s^{abc} = - \left[ Y_{s-s}^{abc} + Y_r_s^{abc} \right]^{-1} Y_{s-q}^{abc} V_q^{abc} \quad (6.8)$$

Para comparar resultados se repitió el estudio en las líneas acopladas conectadas entre los nodos 5 y 6 del sistema de la Figura 4.3, sin considerar el efecto inductivo serie (6.8). Los voltajes se muestran en la Figura 6.5.

Los resultados de las Figuras 6.3 y 6.5 muestran que con las ecuaciones reducidas, las cuales no consideran el efecto inductivo, se obtiene el mismo resultado que con las ecuaciones completas.

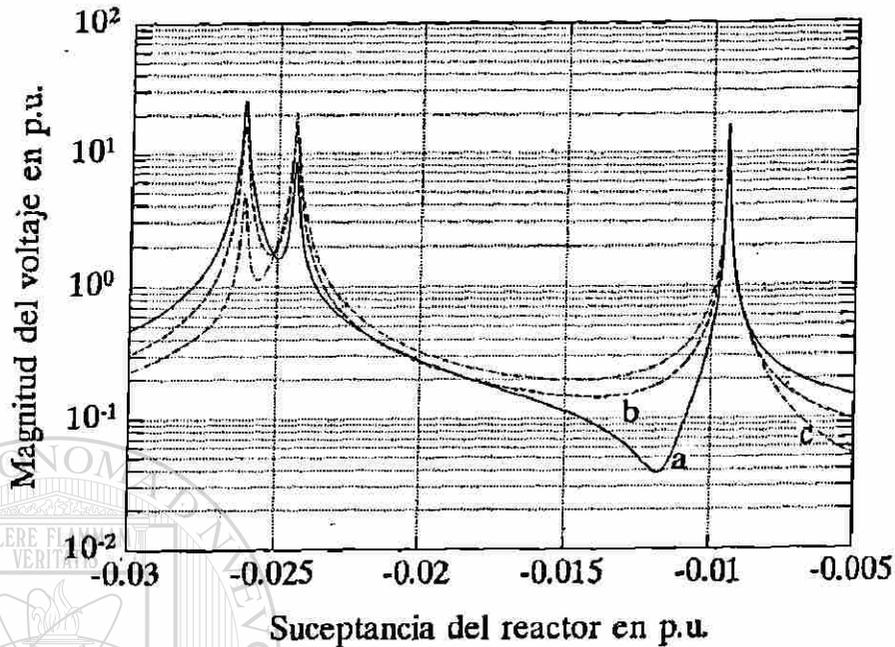


Figura 6.5: Voltajes en el nodo 5, sin considerar el efecto inductivo

### 6.1.3 Método electrostático

El método electrostático es una alternativa sencilla que permite obtener los valores de reactancia que causan resonancia, sin solucionar el sistema de ecuaciones nodales del sistema.

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La ecuación (6.8) se puede expresar como en (6.9), donde DET significa determinante y ADJ significa adjunta.

$$V_s^{abc} = -\frac{1}{\text{DET} [Y_{c_{s-s}^{abc}} + Y_{r_s^{abc}}]} \text{ADJ} [Y_{c_{s-q}^{abc}} + Y_{r_s^{abc}}] Y_{c_{q-q}^{abc}} V_q^{abc} \quad (6.9)$$

Si se considera que los reactores de compensación tienen factor de calidad infinito —no se consideran pérdidas en el reactor,— la magnitud de los voltajes en condiciones de resonancia sería infinita. En la ecuación (6.9) se observa que los voltajes tendrían valor infinito si el determinante valiera cero.

En la ecuación (6.9) se observa que los valores de reactancia que causan resonancia son determinados por las capacitancias propias de la L.T.  $Y_{c_{s-s}}^{abc}$ ; las capacitancias mutuas  $Y_{q-s}^{abc}$  sólo son el medio para que la L.T. conectada energice el circuito resonante y por lo tanto sólo afectan la magnitud de los voltajes.

El método electrostático consiste en obtener los valores de reactancia que hacen que el determinante (6.10) sea cero.

$$\text{DET} [Y_{c_{s-s}}^{abc} + Y_{r_s}^{abc}] = 0 \quad (6.10)$$

Como las matrices en (6.10) son de dimensión  $3 \times 3$ , el determinante resulta ser un polinomio de grado 3. Por lo tanto, se tendrán tres valores de reactancia que causan resonancia —o menos, si el polinomio tiene raíces repetidas.

Se obtendrán los valores de reactancia que causan resonancia para las líneas 5-6. El determinante resultante se presenta a continuación:

$$\Delta = y_r^3 + .06y_r^2 + 1.1158 \times 10^{-3}y_r + 6.0295 \times 10^{-6}$$

Las raíces del determinante anterior son los valores de reactancia que causan resonancia: DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$y_{r1} = -.00945j$$

$$y_{r2} = -.02440j$$

$$y_{r3} = -.02615j$$

Los valores de reactancia que causan resonancia, calculados utilizando el método electrostático, son los mismos que se observan en las Figuras 6.2, 6.3 y 6.5.

En el apéndice H se desarrollan ecuaciones generales para calcular los valores de reactancia que causan resonancia; se consideran diferentes configuraciones de las líneas

de transmisión y de los reactores de compensación. Además, se consideran diferentes fallas en la línea desenergizada.

### 6.1.4 Conclusiones

1. Cuando una línea de transmisión con compensación inductiva en derivación está desconectada, pero acoplada a otra energizada, existe la posibilidad de que el reactor de compensación entre en resonancia con la impedancia capacitiva de la línea.
2. Se presentaron dos alternativas para realizar estos estudios. La primera consiste en solucionar las ecuaciones nodales del arreglo de L.T. y reactores, para distintos valores de reactancia. La segunda alternativa obtiene mediante un cálculo simplificado los valores de reactancia que causan resonancia.
3. La solución de las ecuaciones nodales trifásicas resulta ser una formulación generalizada para realizar estos estudios, pues permite obtener los voltajes en la L.T. desenergizada para cualquier arreglo de línea de transmisión y de los reactores de compensación. Además, es posible considerar fácilmente en el estudio si otros elementos permanecen conectados a la L.T. desenergizada, por ejemplo, transformadores.
4. Debido a que la línea desenergizada se encuentra prácticamente aislada del plano de tierra, el efecto inductivo serie de la L.T. se puede despreciar. Lo anterior simplifica notablemente el cálculo.
5. Los valores de reactancia que producen resonancia están definidos por la admitancia capacitiva propia de la línea desenergizada; los acoplamientos con otras líneas solo sirven para energizar el circuito resonante, afectan solamente las magnitudes de los voltajes resonantes.
6. El valor del factor de calidad del reactor no impacta en la ubicación de los puntos resonantes, solo afecta la magnitud de los voltajes.

7. Se demostró que las raíces del polinomio  $p(yr) = \text{DET}(Yc_{s-s}^{abc} + Yr_s^{abc})$  son los valores de reactancia que producen resonancia.
8. Cuando no existe falla se tienen como máximo tres valores de reactancia que causan resonancia. Considerando las fallas, en una línea con disposición horizontal existen en total 13 valores de reactancia que causan resonancia —ver apéndice H. En una línea completamente desbalanceada, existen en total 19 valores.

## 6.2 Análisis armónico linealizado

### 6.2.1 Formulación del estudio

El análisis armónico linealizado [11, 10], llamado también técnica de inyección de corrientes, aproxima los elementos no-lineales del sistema de potencia con un modelo lineal. La linealización más común consiste en considerar que la corriente inyectada tiene forma de onda cuadrada. La corriente de frecuencia fundamental se obtienen mediante las especificaciones de operación; las corrientes armónicas se calculan en base al valor de frecuencia fundamental, considerando conocida la forma de onda de la corriente.

En las ecuaciones (6.11) se muestra la relación que deben tener las corrientes armónicas y la fundamental para una señal con forma de onda cuadrada.

$$\begin{aligned}
 I(h) &= \frac{|I(1)|}{h} e^{jh\phi(1)} & h = 5, 9, 13\dots \\
 I(h) &= -\frac{|I(1)|}{h} e^{jh\phi(1)} & h = 3, 7, 11, \dots
 \end{aligned}
 \tag{6.11}$$

En este modelo las corrientes armónicas sólo son función de la corriente fundamental en magnitud y en fase, por lo que son independientes de la forma del voltaje y de la impedancia armónica del sistema.

La respuesta en estado estable del sistema se obtiene resolviendo por separado el sistema de ecuaciones nodales para cada armónica considerada.

$$Y^{abc}(h)V^{abc}(h) = I^{abc}(h)$$

Este método es sencillo y requiere relativamente pocos recursos computacionales, pero sólo obtiene una aproximación a la respuesta real. La exactitud del método puede elevarse utilizando mejores estimados de las corrientes armónicas inyectadas, las cuales pueden obtenerse a través de mediciones [11] o utilizando valores recomendados. En la Tabla 6.1 se presentan valores recomendados para las corrientes armónicas de un convertidor de seis pulsos; los valores se expresan en por ciento de la corriente fundamental.

Tabla 6.1: Valores típicos de corrientes armónicas en por ciento

$h$	$I(h)$	$h$	$I(h)$
5	17.5	17	1.5
7	11.1	19	1.0
11	4.5	23	0.9
13	2.4	25	0.8

Este método no es recomendado para estudios con cargas no-lineales donde las corrientes son muy dependientes de los voltajes.

### 6.2.2 Caso de estudio 1

Se repite el estudio con el sistema de prueba de la sección 5.5.1 mediante el análisis armónico linealizado.

Las corrientes nodales de frecuencia fundamental se obtienen de las especificaciones de potencia de carga y generación. En la Tabla 6.2 se presentan dichas corrientes.

Tabla 6.2: Corrientes nodales de frecuencia fundamental

	$I_1$	$\phi_1$	$I_2$	$\phi_2$	$I_3$	$\phi_3$	$I_4$	$\phi_4$	$I_5$	$\phi_5$
a	.2924	-33.5	.1059	-46.6	.1291	153.3	.1316	152.3	.2381	59.5
b	.5193	-157.6	.2085	-153.9	.4782	29.4	.2744	30.5	.2370	-62.7
c	.3604	70.9	.1458	62.9	.1928	-87.8	.2011	-87.1	.2295	178.6

Las corrientes armónicas sólo tienen valor en el nodo 5, se evalúan con (6.11), utilizando las corrientes de frecuencia fundamental de la Tabla 6.2. Las armónicas modeladas son la 5, 7, 11, 13, 17, 19 y 23.

En la Figura 6.6 se presenta la corriente deformada que se inyecta en la fase a del nodo 5. No tiene la forma de onda cuadrada, porque el estudio no considera las armónicas múltiplos de 3. Para apreciar mejor la deformación se muestra en línea punteada la componente de frecuencia fundamental.

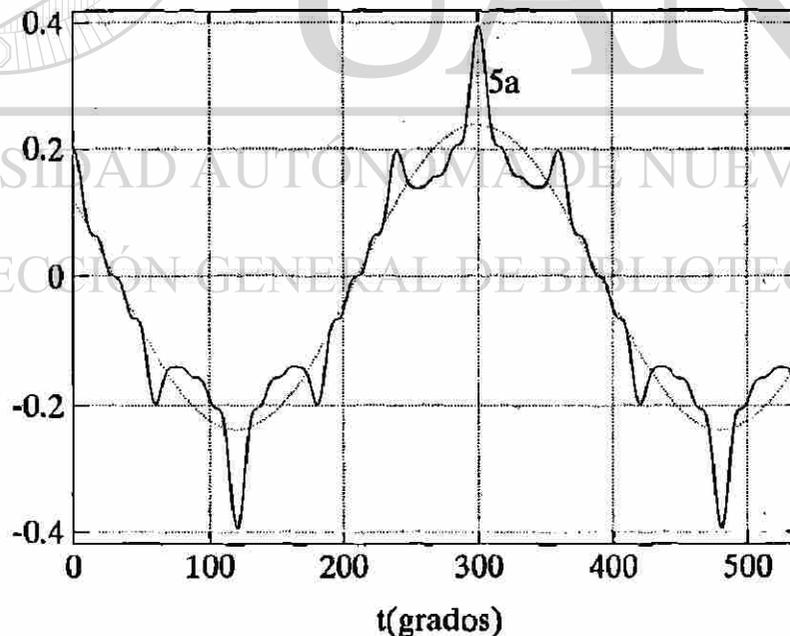


Figura 6.6: Forma de onda de la corriente inyectada

Utilizando los datos del apéndice D, los modelos del capítulo 3 y las corrientes nodales presentadas, se forman los sistemas de ecuaciones nodales y se resuelven.

En la Figura 6.7 se muestran las formas de onda de los voltajes para los nodos 1 y 2. Con respecto al nodo 2, se aprecia mayor deformación en el nodo 1 debido a la cercanía eléctrica con la fuente de armónicas.

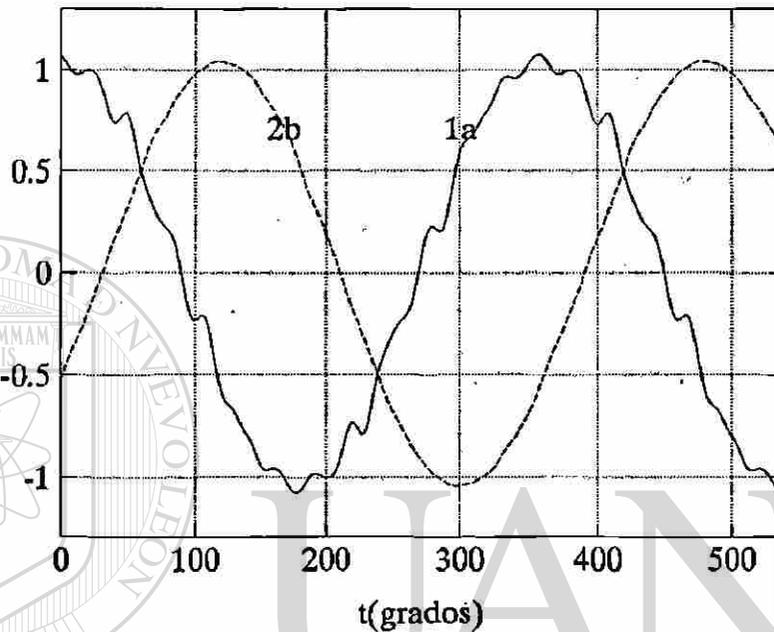


Figura 6.7: Voltajes de los nodos 1 y 2

En la Figura 6.8 se presentan las formas de onda de los voltajes de los nodos 3, 4 y 5, los cuales están bastante deformados. La mayor contaminación de armónicas se tiene en el nodo donde está la fuente de armónicas y en los nodos eléctricamente más cercanos.

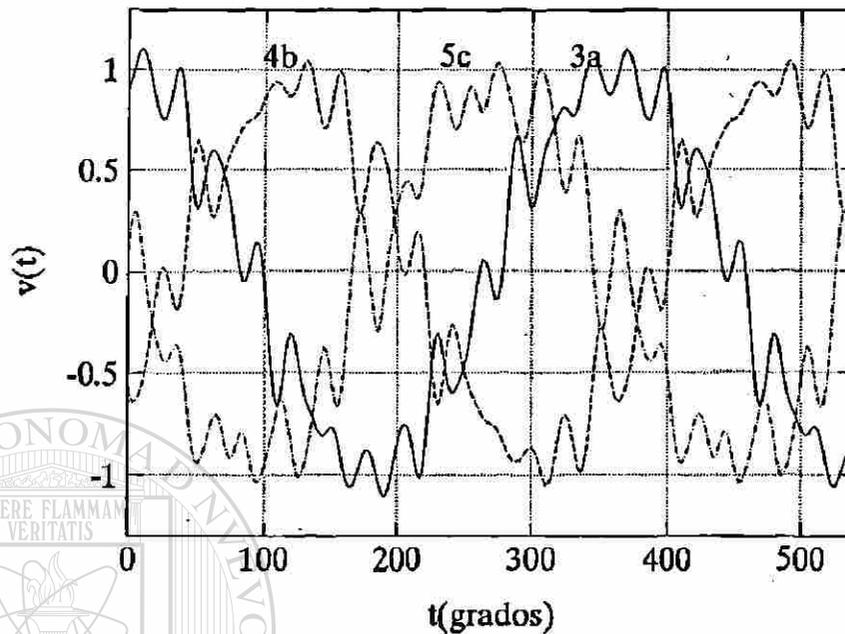


Figura 6.8: Voltajes de los nodos 3, 4 y 5

En la Tabla 6.3 se presentan los factores de distorsión de los voltajes y la corriente de la fase a. Los factores se presentan en por ciento.

Tabla 6.3: Factores de distorsión de voltaje y corriente

FDI5 <sup>a</sup>	FDV1 <sup>a</sup>	FDV2 <sup>a</sup>	FDV3 <sup>a</sup>	FDV4 <sup>a</sup>	FDV5 <sup>a</sup>
28.76	6.08	1.07	19.63	23.41	27.9

Se observa que, con respecto al estudio de la sección 5.5.1, los resultados son notablemente distintos. Lo anterior era de esperarse porque las corrientes armónicas inyectadas son distintas a las utilizadas en aquella sección.

En la Tabla 5.6 de la sección 5.5.1 se pueden observar las diferencias en las corrientes armónicas reales para esa condición de operación del RCT y las utilizadas con el modelo linealizado; estas últimas están bastante más distorsionadas.

Con este ejemplo se concluye que con el análisis linealizado sólo se obtiene una respuesta aproximada de la contaminación de armónicas. La exactitud de los resultados depende de los estimados se tengan de las corrientes armónicas.

Comparando las Tablas 5.4 y 5.7 de la sección 5.5.1 con la Tabla 6.3 de esta sección, se observa que el factor de distorsión de corriente aumentó 3 veces, mientras que los factores de distorsión de voltaje aumentaron 6 veces. El error en la distorsión de las corrientes armónicas estimadas no se refleja en forma proporcional en los voltajes obtenidos.

Este método se recomienda cuando las corrientes armónicas se tienen bien estimadas, ya sea mediante un modelo adecuado o a través de mediciones.

Si se midieran las corrientes armónicas en el sistema de estudio, se obtendrían las calculadas en la sección 5.5.1, presentadas en la Tabla 5.5. Utilizando estas corrientes se realiza el estudio con el análisis armónico linealizado; en la Tabla 6.4 se presenta la magnitud de los voltajes de la fase a.

Tabla 6.4: Magnitudes de voltajes armónicos

Nodo	V(1)	V(5)	V(7)	V(11)	V(13)	V(17)	V(19)	V(23)
1a	1.0443	.0043	.0020	.0033	.0073	.0003	.0016	.0003
2a	1.0465	.0015	.0006	.0007	.0011	.0000	.0002	.0001
3a	.9851	.0132	.0061	.0102	.0224	.0009	.0045	.0009
4a	.9654	.0199	.0088	.0130	.0261	.0008	.0032	.0003
5a	.9590	.0320	.0129	.0179	.0284	.0005	.0012	.0010

Comparando los resultados del estudio de flujo armónico —ver Tabla 5.3— con los resultados del análisis linealizado de la Tabla 6.4, se aprecia que son los mismos. Con lo anterior se concluye que el análisis armónico linealizado obtiene la solución real cuando se han estimado correctamente las fuentes de armónicas.

### 6.2.3 Caso de estudio 2

En esta sección se estudian los resultados que obtiene el análisis armónico linealizado cuando se presenta el fenómeno de resonancia. Se repite el estudio de la sección 5.5.3 considerando que no se conocen las corrientes armónicas inyectadas, por lo cual se aproximan calculándolas a partir de los valores de frecuencia fundamental utilizando (6.11).

En la Tabla 6.5 se presentan las corrientes utilizadas, que se calculan a partir de los resultados de frecuencia fundamental del estudio de la sección 5.5.3.

Tabla 6.5: Corrientes nodales de frecuencia fundamental

	$I_1$	$\phi_1$	$I_2$	$\phi_2$	$I_3$	$\phi_3$	$I_4$	$\phi_4$	$I_5$	$\phi_5$
a	.2406	11.7	.0741	-1.3	.1239	152.5	.1272	151.6	.2496	59.5
b	.4174	-135.7	.1789	-134.1	.4588	28.7	.2650	29.8	.2463	-62.5
c	.2346	105.2	.0921	89.4	.1850	-88.7	.1942	-87.9	.2404	179.2

En la Tabla 6.6 se muestran los voltajes armónicos calculados. También en este caso la solución es diferente de la respuesta real presentada en la Tabla 5.14, debido a que las corrientes inyectadas son valores aproximados.

Sin embargo, el estudio indica claramente que se ha presentado el fenómeno de resonancia. Lo anterior se puede concluir al observar que las magnitudes de la quinta armónica son muy grandes. Además, se confirma que la resonancia ocurre en el nodo 3, pues se observa que la magnitud del voltaje de quinta armónica es más grande en el nodo 3 que en el nodo 5, que es donde está la fuente de armónicas.

En la Tabla 6.7 se presentan los factores de distorsión de la corriente y los voltajes nodales de la fase a. En los factores de distorsión de voltajes también se puede observar que se ha presentado el fenómeno de resonancia en el nodo 3, pues el factor es mayor en el nodo 3 que en la fuente de armónicas.

Tabla 6.6: Magnitudes de voltajes armónicos

Nodo	V(1)	V(5)	V(7)	V(11)	V(13)	V(17)	V(19)	V(23)
1a	1.0882	.1455	.0130	.0037	.0037	.0021	.0028	.0018
2a	1.0904	.0054	.0032	.0030	.0040	.0031	.0046	.0033
3a	1.0716	.4023	.0328	.0075	.0067	.0031	.0039	.0021
4a	1.0434	.3468	.0064	.0132	.0203	.0182	.0292	.0229
5a	1.0423	.3418	.0250	.0406	.0532	.0448	.0633	.0492

Tabla 6.7: Factores de distorsión de voltaje y corriente

FDI5 <sup>a</sup>	FDV1 <sup>a</sup>	FDV2 <sup>a</sup>	FDV3 <sup>a</sup>	FDV4 <sup>a</sup>	FDV5 <sup>a</sup>
28.76	13.77	0.94	37.68	33.56	34.64

#### 6.2.4 Cálculo de equivalentes armónicos

En el estudio de grandes redes eléctricas interconectadas es común separar el sistema en una área de interés —interna— y un área externa. Para el área de interés se mantiene el modelo original, mientras que el área externa se representa mediante un equivalente.

El uso de equivalentes permite realizar estudios en sistemas grandes, utilizando pocos recursos computacionales y en tiempos de cómputo aceptables, sin perder exactitud. La solución se obtiene sólo para el área interna, que es la que interesa.

Los equivalentes se obtienen de la siguiente manera: utilizando los modelos de cada elemento se forma el sistema de ecuaciones nodales para cada armónica; las ecuaciones se separan en las correspondientes a las áreas externa e interna y se expresan en forma de impedancia:

$$\begin{bmatrix} V_E \\ V_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{EE} & Z_{EI} \\ Z_{IE} & Z_{II} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} I_{oE} \\ I_{oI} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_I \end{bmatrix} \right\} \quad (6.12)$$

En la ecuación (6.12) las corrientes  $I_o$  son las excitaciones que tiene el sistema original, e  $I_I$  son las excitaciones que se aplicarán a la red equivalente.

De los renglones inferiores de (6.12) se obtienen las ecuaciones del circuito equivalente Thevenin:

$$V_I = V_{eq} + Z_{eq} I_I \quad (6.13)$$

En la ecuación (6.13)  $V_{eq}$  es el equivalente activo Thevenin, está formado por los voltajes nodales del área interna considerando la excitación inicial del sistema. Si no existe excitación inicial, su valor es cero.  $Z_{eq}$  es el equivalente pasivo Thevenin, y se forma con los elementos correspondientes al área interna de la matriz de impedancias nodales del sistema.

Se presenta el cálculo del equivalente entre los nodos 3 y 5 del sistema de estudio de la Figura 5.9, para la red de quinta armónica.

La matriz de admitancia nodal del sistema de estudio resulta de dimensiones 15x15, debido a que se tienen 5 nodos trifásicos. La matriz de admitancias para la quinta armónica se forma utilizando los modelos de cada componente del sistema evaluados a esa frecuencia. Una vez que se ha formado la matriz, se invierte; no es necesario acomodar las ecuaciones de los nodos 3 y 5 hasta el final, basta tomar los elementos adecuados en la matriz con el orden original.

La matriz original está compuesta por cuatro submatrices de orden 3x3:

$$\begin{bmatrix} Z_{33}^{abc} & Z_{35}^{abc} \\ Z_{53}^{abc} & Z_{55}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3^{abc} \\ I_5^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_3^{abc} \\ V_5^{abc} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

En la ecuación (6.14) la matriz  $Z_{33}^{abc}$  se toma de los renglones y columnas 7 a 9 de la matriz de admitancia completa; la matriz  $Z_{35}^{abc}$  se toma de los renglones 7 a 9 y de las columnas 13 a 15; la matriz  $Z_{53}^{abc}$  se toma de los renglones 13 a 15 y de las columnas 7 a 9, la matriz  $Z_{55}^{abc}$  se toma de los renglones y columnas 13 a 15.

La matriz de admitancias de la red equivalente se obtiene invirtiendo la matriz de (6.14):

$$\begin{bmatrix} y_{d1} & y_{m1} & y_{d1} & y_D & -y_D & 0 \\ y_{m1} & y_{d1} & y_{m1} & 0 & y_D & -y_D \\ y_{m1} & y_{m1} & y_{d1} & -y_D & 0 & y_D \\ y_D & 0 & -y_D & y_{d2} & y_{m2} & y_{m2} \\ -y_D & y_D & 0 & y_{m2} & y_{d2} & y_{m2} \\ 0 & -y_D & y_D & y_{m2} & y_{m2} & y_{d2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3^a \\ V_3^b \\ V_3^c \\ V_5^a \\ V_5^b \\ V_5^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3^a \\ I_3^b \\ I_3^c \\ I_5^a \\ I_5^b \\ I_5^c \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

En la ecuación (6.15):

$$y_{d1} = .0480 - 1.5449j$$

$$y_{m1} = -.0516 + .5317j$$

$$y_{d2} = .0210 + 7.3709j$$

$$y_{m2} = -.0105 + 8.3146j$$

$$y_D = -.0164 + .5033j$$

En forma similar a la descrita para la armónica 5, es posible obtener un equivalente para cada frecuencia armónica modelada. Una vez que se ha obtenido el equivalente para cada armónica, los voltajes en el nodo 3 debidos a las inyecciones armónicas en el nodo 5 se obtienen resolviendo los sistemas reducidos.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

#### 6.2.4.1 Uso de equivalentes para evaluar la penetración de armónicas

Se repite el cálculo de los voltajes de quinta armónica para el sistema de la sección 6.2.3; se utiliza el sistema reducido (6.15) y se agrega el capacitor en el nodo 3, para hacer esto se suma a los elementos de la diagonal  $y_{d1}$  el valor de admitancia del capacitor 1.35j.

Se muestran la magnitud y el ángulo de fase de las corrientes armónicas inyectadas:

$$\begin{bmatrix} I_3^a \\ I_3^b \\ I_3^c \\ I_5^a \\ I_5^b \\ I_5^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ .0499\angle -62.5^\circ \\ .0493\angle 47.7^\circ \\ .0481\angle 176.0^\circ \end{bmatrix}$$

Con las corrientes anteriores se resuelve el sistema de ecuaciones (6.15), los voltajes resultantes son:

$$\begin{bmatrix} V_3^a \\ V_3^b \\ V_3^c \\ V_5^a \\ V_5^b \\ V_5^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .4007\angle -144.0^\circ \\ .4328\angle -24.7^\circ \\ .4220\angle 99.4^\circ \\ .3399\angle -105.5^\circ \\ .3493\angle 10.2^\circ \\ .3665\angle 133.7^\circ \end{bmatrix}$$

La solución que se obtuvo con el sistema reducido de dimensiones 6x6 es la misma obtenida con el sistema completo de la sección 6.2.3, de dimensiones 15x15.

#### 6.2.4.2 Dibujo de circuitos equivalentes

A partir de la matriz de admitancias reducido de (6.15) es posible dibujar la red equivalente. En este caso se observa que resulta bastante complejo dibujar el circuito, debido a que se tienen 6 ecuaciones y a la presencia del transformador con conexión delta-estrella.

En este caso donde la red es balanceada, la transformación del sistema (abc) a componentes simétricas (o + -) simplifica la tarea de dibujar el circuito equivalente. Aplicando la transformación de componentes simétricas al sistema de ecuaciones (6.15) se obtiene (6.16):

$$\begin{bmatrix} .06 - .48j & & & 0 & & \\ & .10 - 2.08j & & & & \\ & & .10 - 2.08j & & & \\ 0 & & & 24j & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3^o \\ V_3^+ \\ V_3^- \\ V_5^o \\ V_5^+ \\ V_5^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3^o \\ I_3^+ \\ I_3^- \\ I_5^o \\ I_5^+ \\ I_5^- \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

De las ecuaciones anteriores se separan las ecuaciones para cada secuencia; los valores de secuencia positiva y negativa se expresan en forma polar:

$$\begin{bmatrix} -.0553 - .4814j & & & \\ & 24j & & \\ & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3^0 \\ V_5^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3^0 \\ I_5^0 \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

$$\begin{bmatrix} 2.0790\angle -87.3^\circ & .8722\angle 121.9^\circ \\ .8722\angle 61.9^\circ & .9442\angle -88.1^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3^+ \\ V_5^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3^+ \\ I_5^+ \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

$$\begin{bmatrix} 2.0790\angle -87.3^\circ & .8722\angle 61.9^\circ \\ .8722\angle 121.9^\circ & .9442\angle -88.1^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3^- \\ V_5^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3^- \\ I_5^- \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

El circuito de secuencia cero se puede dibujar directamente. Sin embargo, los circuitos de secuencia positiva y negativa no se pueden dibujar, debido a que las impedancias mutuas de 3-5 y 5-3 no son iguales. Para hacer iguales las impedancias mutuas se introducen variables ficticias:

$$Vf_5^+ = V_5^+ \angle -30^\circ$$

$$If_5^+ = I_5^+ \angle -30^\circ$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en (6.18) se obtiene (6.20):

$$\begin{bmatrix} 2.0790\angle -87.3^\circ & .8722\angle 91.9^\circ \\ .8722\angle 91.9^\circ & .9442\angle -88.1^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3^+ \\ Vf_5^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3^+ \\ If_5^+ \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

La matriz de admitancias en (6.20) tiene impedancias mutuas iguales y se puede dibujar directamente. En forma similar a como se hizo para la secuencia positiva, se pueden introducir variables ficticias en las ecuaciones de secuencia negativa. En la Figura 6.9 se presentan los circuitos equivalentes. El cambio de fase de  $30^\circ$  se debe a la conexión estrella-delta del transformador.

### 6.2.5 Conclusiones

1. El análisis armónico linealizado es una alternativa rápida para evaluar el contenido de armónicas en redes eléctricas.

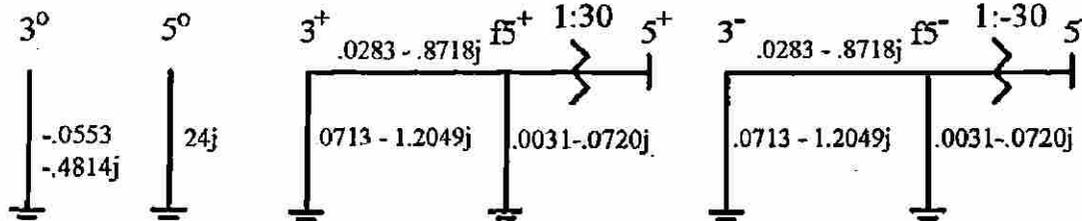


Figura 6.9: Redes equivalentes en componentes (0 + -)

2. La exactitud de los resultados depende de la estimación que se tenga de las corrientes en las fuentes de armónicas.
3. Aún con una estimación de las corrientes armónicas, mediante el análisis linealizado se puede detectar si existen problemas de resonancia en la red.
4. A través del uso de los equivalentes de las redes para frecuencias armónicas es posible conocer los valores de capacitores de compensación que causan resonancia.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Capítulo 7

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 7.1 Conclusiones

#### 7.1.1 Estudios trifásicos de frecuencia fundamental

En resultados de simulaciones se observa que los desbalances en la red y en las condiciones de carga y generación pueden ser importantes, por lo cual es necesario utilizar formulaciones adecuadas para modelar los desbalances. Las formulaciones convencionales no pueden considerar estas condiciones, debido a que sólo modelan la red de secuencia positiva.

Para considerar en detalle los desbalances del sistema de potencia es necesaria la representación matricial en coordenadas de fase (abc) de cada elemento del sistema. Lo anterior permite simular condiciones de operación especiales, por ejemplo, desconexión monopolar.

Utilizando estudios trifásicos de flujos de potencia fue posible evaluar con más detalle

y precisión los voltajes y corrientes para cada fase de los nodos del sistema, lo cual resulta de gran utilidad en la planeación y operación de redes eléctricas.

Con la modelación trifásica se pueden representar restricciones de operación que son generalmente función de cantidades de fase, por ejemplo, esquemas para el control de voltaje. En los estudios convencionales sólo es posible controlar el voltaje de secuencia positiva.

Los estudios trifásicos ofrecen muchas ventajas: la visualización directa de los resultados; se trabaja con cantidades físicas, no con variables transformadas; se puede modelar cualquier punto de la red, por ejemplo, neutros de conexiones en estrella; se consideran directamente los cambios de fase debidos a la conexión de transformadores.

Los algoritmos para estudios de flujos balanceados pueden generalizarse para sistemas desbalanceados. A diferencia de los estudios balanceados, en las formulaciones trifásicas es necesario representar el comportamiento interno de los generadores.

En los resultados de simulaciones se observaron características no incluidas en los estudios balanceados como son el intercambio de potencia entre fases a través de los acoplamientos en líneas de transmisión y de la conexión delta en transformadores —ver Tablas 4.8 y 4.9.

Para observar el grado de desbalance, los resultados de estudios trifásicos pueden transformarse a componentes de secuencia ( $\sigma + -$ ). En el capítulo 4 se utilizaron voltajes y corrientes de generadores para apreciar el desbalance del sistema.

Los estimados iniciales de los voltajes nodales impactan notablemente en el proceso de convergencia del estudio de flujo de potencia. La selección adecuada de los ángulos de los voltajes —considerando el desplazamiento entre fases y los cambios de ángulo por conexión de transformadores— mejora la confiabilidad de la convergencia.

Mediante una formulación lineal es posible evaluar la resonancia en líneas de transmisión con compensación inductiva en derivación. La solución de las ecuaciones nodales trifásicas resulta ser una formulación generalizada para realizar estos estudios.

### 7.1.2 Estudios trifásicos armónicos

En la actualidad existe una tendencia a aumentar el nivel de contaminación de armónicas en las redes eléctricas, esto se debe principalmente a dos factores: el primero es el uso generalizado de dispositivos que funcionan en base a elementos de estado sólido, el segundo es la filosofía actual de disminuir los márgenes de diseño en equipos para aumentar la eficiencia de producción.

Los efectos de las armónicas en el sistema de potencia se pueden resumir en: aumento de pérdidas en los componentes del sistema, funcionamiento inadecuado de equipos, envejecimiento acelerado o destrucción de elementos y problemas de interferencia en sistemas de comunicación.

La representación de los elementos no-lineales mediante equivalentes Norton, a las frecuencias consideradas, permitió generalizar el estudio de flujo trifásico de frecuencia fundamental a un estudio de flujo armónico. Esta alternativa permite resolver por separado las ecuaciones de la red para cada frecuencia y a la vez considera intrínsecamente el acoplamiento que existe en los elementos no-lineales. De esta forma se simplifica la implementación del algoritmo y se reduce el tiempo de cálculo para obtener la solución.

El estudio de flujo armónico permite obtener el punto de operación de los elementos no-lineales, los cuales se deben ajustar a las especificaciones de carga y generación del sistema, v.g. el ángulo de conducción del reactor controlado por tiristores.

En el análisis de las alternativas presentadas para evaluar el ángulo de conducción del reactor controlado por tiristores se encontró que:

- El método que utiliza la función error presenta problemas de convergencia para ángulos de conducción pequeños.
- Los métodos que utilizan las rectas características llegan rápidamente a la solución independientemente del valor final del ángulo de conducción.
- La aproximación de la característica del sistema mediante el negativo de la impedancia equivalente del sistema ahorra una iteración en el proceso de solución.

En los casos de estudio se observó que la generación de corrientes armónicas del reactor controlado por tiristores cambia considerablemente para cada condición de operación. Por lo cual resulta difícil encontrar un modelo simplificado de este elemento.

Las máquinas síncronas actúan como convertidores de frecuencias; si se alimenta un voltaje armónico de frecuencia ( $h$ ), se generan corrientes armónicas de frecuencias ( $h - 2$ ), ( $h$ ) y ( $h + 2$ ) que, al inyectarse a la red, producen voltajes de las frecuencias correspondientes.

La conversión de frecuencias en la máquina síncrona se produce con las armónicas de una fuente externa o con las armónicas generadas por la misma máquina. En el caso en que no exista una fuente externa, la conversión se realiza a partir de las señales de frecuencia fundamental, las cuales producen una tercera armónica, ésta produce una quinta armónica y así sucesivamente. El factor de conversión disminuye al aumentar la frecuencia, por lo cual es suficiente modelar hasta la séptima armónica.

Las máquinas síncronas también pueden generar armónicas debido a la saturación del flujo magnético principal, el cual se representa mediante inyecciones de corrientes que consideran el punto de operación en la curva de saturación. El efecto combinado de la saturación del flujo y la conversión de frecuencias puede ocasionar valores altos de inyección de armónicas.

Mediante simulación se encontró que, bajo condiciones normales de operación, los

nodos más contaminados por armónicas son aquellos donde están conectadas las fuentes de armónicas y aquellos eléctricamente más cercanos.

La presencia de capacitores en derivación origina la posibilidad de que se forme un circuito resonante para ciertas frecuencias armónicas. En condiciones de resonancia los nodos más contaminados fueron aquellos donde se ocurre la resonancia y sus vecinos.

Las simulaciones realizadas muestran que los estudios de flujo armónicos son una herramienta eficiente para determinar voltajes y corrientes de frecuencia fundamental y frecuencias armónicas en redes eléctricas. El estudio se realiza en el dominio de la frecuencia, sin embargo, con las componentes armónicas de las señales, es posible obtener las formas de onda de voltajes, corrientes y potencias.

En el análisis de señales armónicas la potencia instantánea y la potencia promedio son las únicas cantidades que existen en el sistema físico y a las cuales se les puede dar el nombre de potencia.

Los voltamperes aparentes muestran la cantidad de potencia que se está transmitiendo, la potencia promedio es la potencia que se consume, los voltamperes reactivos ya no tienen significado, no se pueden relacionar con la energía almacenada en capacitores e inductores. En el caso de señales con armónicas no se cumple que el cuadrado de los voltamperes aparentes sea igual a la suma de los cuadrados de la potencia real y los voltamperes reactivos, existe un componente adicional llamado voltamperes de distorsión.

El análisis armónico linealizado resultó ser una técnica sencilla para determinar la contaminación de armónicas, la exactitud de los resultados depende del estimado de las corrientes armónicas. Esta formulación permite evaluar con rapidez si se presenta el fenómeno de resonancia.

## 7.2 Aportaciones de la tesis

Se presentó una formulación detallada para realizar estudios trifásicos de flujo de potencia de frecuencia fundamental. Esta formulación permite estudiar sin simplificaciones características de operación reales de sistemas eléctricos.

Se desarrolló un programa computacional para realizar estudios de flujos de potencia trifásicos. Dicho programa se ha utilizado para realizar estudios especiales en el Sistema Eléctrico Nacional y en cursos avanzados de análisis de redes.

Se presentaron y evaluaron modelos del reactor controlado por tiristores y la máquina síncrona actuando como fuentes de armónicas. Para el reactor se consideró la interrupción de la onda de corriente. Para la máquina se modelaron los fenómenos de conversión de frecuencias y de saturación del flujo principal.

Se presentó con detalle una formulación para realizar estudios de flujos de potencia armónicos. Se efectuaron desarrollos para facilitar y hacer más eficiente la programación del algoritmo de solución.

En base al algoritmo presentado se desarrolló un simulador de redes eléctricas para el análisis de frecuencias armónicas. Dicho simulador permite evaluar el grado de contaminación de armónicas en redes eléctricas desbalanceadas y estudiar estrategias para el control de las armónicas.

Se realizó el análisis de tres alternativas para evaluar el ángulo de conducción del reactor controlado por tiristores en un estudio de flujo armónico. Se concluyó que la mejor alternativa es la que utiliza las rectas características y que aproxima inicialmente la pendiente de la característica del sistema con el negativo de la impedancia equivalente del sistema.

Se presentó una formulación generalizada para realizar estudios de resonancia en

líneas de transmisión con compensación inductiva en derivación. Dicha formulación permite estudiar cualquier arreglo de línea de transmisión y de reactor de compensación. Se desarrollaron ecuaciones generalizadas para calcular los valores del reactor de compensación que causan resonancia, considerando los casos con y sin falla en la línea desenergizada.

### **7.3 Recomendaciones para estudios futuros**

Es necesario evaluar el impacto de los desbalances y la contaminación de armónicas en el funcionamiento de sistemas de protección, con el fin de mejorar la confiabilidad en la operación. En resultados de simulaciones se observó que los desbalances y la contaminación de armónicas pueden resultar altos, esto puede ser interpretado por los equipos de protección como una falla.

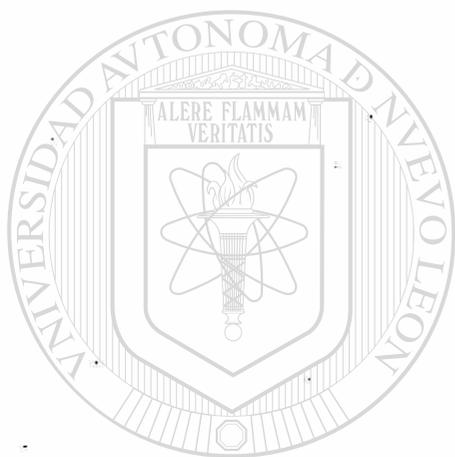
Resulta importante estudiar técnicas para el control de armónicas, por ejemplo, utilización de filtros. En los casos de estudio se encontró que las señales armónicas pueden tener valores altos y afectar la operación del sistema, por lo cual se deben tomar medidas correctivas. Los simuladores desarrollados son una herramienta adecuada para estudiar diversas estrategias.

Se recomienda desarrollar modelos de transformadores actuando como fuentes de armónicas e incorporarlos en el estudio de flujo de potencia. Bajo ciertas condiciones de operación los transformadores son fuentes importantes de armónicas.

Resulta de gran utilidad implementar estudios trifásicos multifrecuencias para redes de distribución, debido a que se tienen condiciones más severas de desbalances y existen más fuentes de armónicas.

Es conveniente validar los resultados de la simulación digital con mediciones de campo y con simulación física a nivel de laboratorio.

Todos los estudios convencionales se pueden generalizar al caso trifásico para considerar condiciones desbalanceadas; un problema importante es el estudio de estabilidad.



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Referencias

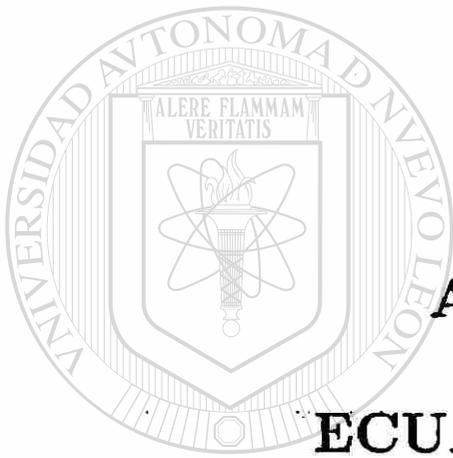
- [1] A.A. Mahmoud, "Power system harmonic: an assessment," *memorias del IEEE Tutorial Course, Power System Harmonics, (PSHTC'84)* 84 EH0221-2-PWR, pp. 1-8.
- [2] R.P. Stratford, "Sources of harmonics," *PSHTC'84*, p. 9.
- [3] E.O. Brigham, *The Fast Fourier Transform and its Applications*, New Jersey: Prentice-Hall, 1988.
- [4] R.P. Stratford, "Analysis and control of harmonic current in systems with static power converter," *PSHTC'84*, pp. 58-68.
- [5] J.M. García, *Análisis Trifásico de Redes Desbalanceadas para el Diseño y Operación de Redes Eléctricas*, Tesis de Maestría, U.A.N.L.-F.I.M.E., 1989.
- [6] F. Aboytes, *Análisis de Sistemas de Potencia*, México: Universidad Autónoma de Nuevo León, FIME-DIE, 1990.
- [7] P.M. Anderson, *Analysis of Faulted Power Systems*, Iowa: The Iowa State University Press, 1973.
- [8] C.A. Gross, *Análisis de Sistemas de Potencia*, México: Interamericana, 1982.
- [9] J. Arrillaga and C.P. Arnold, *Computer Analysis of Power Systems*, England: John Wiley & Sons Ltd, 1990.
- [10] T.H. Ortmeyer, "Harmonic analysis methodology," *PSHTC'84*, pp. 74-84.

- [11] A.A. Mahmoud and R.D. Shultz, "A method for analyzing harmonic distribution in A.C. power systems," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No. 6, pp. 1815-1824, June 1982.
- [12] R.G. Wasley and M.A. Shlash, "Newton-Raphson algorithm for 3-phase load flow," *Proc. IEE*, Vol. 121, No. 7, 630-638, July 1974.
- [13] K.A. Birt, J.J. Graffy and J.D. McDonald, "Three phase load flow program," *IEEE Summer Meeting*, San Francisco, CA, July 20-25, 1975, Paper No. F 75 423-4.
- [14] L. Roy, B.H. Rao and M.A. Laughton, "Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase coordinates - Part III. Load flow analysis," *IEEE Winter Meeting*, New York, N.Y., February 4-9, 1979, Paper No. A 79 026-6.
- [15] J. Arrillaga, C.P. Arnold and B.J. Harker, *Computer modelling of electrical power systems*. Great Britain: John Wiley & Sons Ltd, 1983.
- [16] D. Xia and G.T. Heydt, "Harmonic power flow studies, Part I-Formulation and solution," *IEEE, Trans. Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No.6, pp. 1257-1265, June 1982.
- [17] W. Xu and H.W. Dommel, "Computation of steady-state harmonics of static VAR compensators," in *Proc. of the Third International Conference on Harmonics in Power Systems (ICHPS'III)*, Nashville, In., USA, September 28-October 1, 1988, pp. 239-245.
- [18] D. Xia and G.T. Heydt, "Harmonic power flow studies, Part II-Implementation and practical application," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No.6, pp. 1266-1270, June 1982.
- [19] W. Xu, J.R. Marti and H.W. Dommel, "A multiphase harmonic load flow solution technique," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 6, No. 1, pp. 174-182, February 1991.
- [20] W. Xu, J.R. Marti and H.W. Dommel, "Harmonic analysis of systems with static compensators," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 6, No. 1, pp. 183-190, February 1991.

- [21] C.D. Callaghan and J. Arrillaga, "Convergence criteria for iterative harmonic analysis and its application to static convertors," in *Proc. of the Fourth International Conference on Harmonics in Power Systems (ICHPS'IV)*, Budapest, Hungary, October 4-6, 1990, pp. 38-43.
- [22] D. Xia, Z. Shen and Z. Shu, "Unified fundamental frequency and characteristic harmonic load flow solution in AC/DC power systems," in *Proc. of the ICHPS'III*, pp. 15-21.
- [23] Y. Yao and A.M. Sheraf, "Uncharacteristic harmonics caused by AC system imbalances and the effects of smoothing reactor," in *Proc. of the ICHPS'III*, pp. 28-33.
- [24] P. Kraniuskas, *Transforms in Signals and Systems*. Great Britain: Addison-Wesley, 1992.
- [25] W. Shepherd and P. Zand, *Energy flow and Power Factor in Nonsinusoidal Circuits*, Great Britain: Cambridge University Press, 1979.
- [26] W.M. Grady, G.T. Heydt, A.A. Mahmoud and R.D. Shultz, "System response to harmonics," *PSHTC'84*, pp. 10-20.
- 
- [27] Working group on power system harmonic, A.A. Mahmoud, Chairman, "The effects of power system harmonics on power system equipment and loads," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-104, No. 9, pp. 2555-2563, September 1985.
- [28] P.S. Filipksi, Y. Baghzouz and M.D. Cox, "Discussion of power definitions contained in the IEEE dictionary," *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 9, No. 3, pp. 1237-1244, July 1994.
- [29] A. Semlyen, J.F. Eggleston and J. Arrillaga, "Admittance matrix model of a synchronous machine for harmonic analysis," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. PWRS-2, No. 4, pp. 833-840, November 1987.
- [30] P.M. Anderson, B.L. Agrawal and G.E. Van Ness, *Subsynchronous Resonance in Power Systems*, New York, N.Y.: IEEE Press, 1990.

- [31] D. O'Kelly and S. Simmons, *Introduction to Generalized Electrical Machine Theory*. Great Britain: Mc Graw-Hill, 1968.
- [32] C. Concordia, *Synchronous Machines Theory and Performance*. Schenectady, New York, General Electric Company, 1951.
- [33] C. Pérez, *Formulación Trifásica de Sistemas Eléctricos en Coordenadas de Fase abc*. Tesis de Maestría, U.A.N.L.-F.I.M.E., 1993.
- [34] M.A. Moreno, "Análisis y simulación de compensadores estáticos de VARS de seis y doce pulsos," *Memorias de la Reunión de Verano de Potencia 1990 del IEEE sección México*, Tomo I, pp. 155-161.
- [35] T.J.E. Miller, *Reactive Power Control in Electric Systems*, New York: John Willey & Sons Inc., 1982.
- [36] J. Arrillaga, D.A. Bradley and P.S. Bodger, *Power System Harmonics*, Great Britain: John Wiley & Sons Ltd., 1989.
- [37] A.S. Morched and P. Kundur, "Identification and modelling of load characteristics at high frequencies," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 2, no. 1, pp. 153-160, February 1987.
- [38] CIGRE Working Group 36-05, "Harmonic characteristic parameters, methods of study, estimates of existing values in the network," *Electra* No. 77, pp. 35-54, July 1982.
- [39] W.F. Tinney and C.E. Hart, "Power flow solution by Newton's method," *IEEE Winter Meeting, New York, N.Y.*, January 29-February 3, 1967.
- [40] B. Stott, "Decoupled Newton load flow," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-91, September/October 1972.
- [41] B. Stott and O. Alsac, "Fast decoupled load flow," *IEEE Summer Meeting, Vancouver, B.C., Canada*, July 15-20, 1973.

- [42] D.G. Taylor and J.A. Treece, "Load flow analysis by the Gauss-Seidel method," *Symposium on power systems load flow analysis*, University of Manchester, Institute of Science and Technology, Manchester, U.K., 1967.
- [43] L.D. Aréchiga, *Modelos Generalizados de Unidades de Transformación para el Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia*. Tesis de maestría, U.A.N.L.-F.I.M.E., 1989.
- [44] M.A. Laughton, "Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase coordinates - Part I. System representation in phase frame of reference," *Proc. IEE*, Vol. 115, No. 8, pp. 1163-1172, August 1968.
- [45] A. Semlyen, E. Acha and J. Arrillaga, "Newton-type algorithms for the harmonics phasor analysis of non-linear power circuits in periodical steady state with special reference to magnetic non-linearities," *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 3, No. 3, pp. 1090-1098, July 1988.
- [46] J.J. LaForest, K.W. Priest, A. Ramírez and H. Nowak, "Resonant voltages on reactor compensated extra-high-voltage lines," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-91, pp. 2528-2536, November 1971.
- [47] E.E. Colapret and W.E. Reid, "Effect of fault and shunt reactor parameters on parallel resonance," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS 100, no. 2, pp. 572-584, February 1981.
- [48] A.P. Meliopoulus, K.R. Chakravarthi and T.H. Ortmeier, "Effects of harmonics on power system equipment and loads," *PSHTC'84*, pp. 21-31.
- [49] IEEE Std 519-1981, *Guide for harmonic control and reactive compensation of static power converters*. New York, N.Y., IEEE, 1981.
- [50] C.K. Duffey and R.P. Stratford, "Update of harmonic standard IEEE-519. IEEE recommended practices and requirements for harmonic control in electric power systems," *IEEE*, Paper No. PCIC-88-7, 1988.



**APÉNDICE A**  
**ECUACIONES DE LA**  
**MÁQUINA SÍNCRONA**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# APÉNDICE A

## ECUACIONES DE LA MÁQUINA SÍNCRONA

El modelo de la máquina síncrona que considera los fenómenos de conversión de frecuencias y saturación, el cual se presentó en el capítulo 3, requiere de cálculos matriciales para evaluar los parámetros de los circuitos Norton equivalentes, por ejemplo, reducción de Kron de las ecuaciones de Park.

En este apéndice se presentan ecuaciones simplificadas para realizar fácilmente los cálculos requeridos. Estas ecuaciones son de gran utilidad en la implementación del modelo presentado, debido a que se requiere menos esfuerzo de programación y menor tiempo de cómputo.

### A.1 Cálculo de elementos de la matriz $Y^{dqo}(h)$

Se presentan las ecuaciones desarrolladas para calcular los elementos de la matriz  $Y^{dqo}(h)$ , de acuerdo con (3.13).

Primero se calcula la matriz de admitancias y posteriormente se invierte. Las ecuaciones de secuencia cero se mantienen sin acoplamiento con otros devanados desde las ecuaciones generales de Park.

$$Z^{dqo}(h) = \begin{bmatrix} z^{dd}(h) & z^{dq}(h) & 0 \\ z^{qd}(h) & z^{qq}(h) & 0 \\ 0 & 0 & z^{oo}(h) \end{bmatrix} \quad (A.1)$$

$$z^{dd}(h) = -r^a - jhx^d + \frac{(hx^{md})^2[h(x^f + x^D - 2x^{md}) - j(r^f + r^D)]}{-h(r^f x^D + r^D x^f) + j[r^f r^D - h^2(x^f x^D - (x^{md})^2)]} \quad (A.2)$$

$$z^{dq}(h) = -hx^q - \frac{(hx^{mq})^2[h(x^q + x^Q - 2x^{mq}) - j(r^q + r^Q)]}{r^q r^Q - h^2(x^q x^Q - (x^{mq})^2) + jh(r^q x^Q + r^Q x^q)} \quad (\text{A.3})$$

$$x^{qd}(h) = hx^d + \frac{(hx^{md})^2[h(x^f + x^D - 2x^{md}) - j(r^f + r^D)]}{r^f r^D - h^2(x^f x^D - (x^{md})^2) + jh(r^f x^D + r^D x^f)} \quad (\text{A.4})$$

$$z^{qq}(h) = -r^a - jhx^q + \frac{(hx^{mq})^2[h(x^q + x^Q - 2x^{mq}) - j(r^q + r^Q)]}{-h(r^q x^Q + r^Q x^q) + j[r^q r^Q - h^2(x^q x^Q - (x^{mq})^2)]} \quad (\text{A.5})$$

$$Z^{oo}(h) = -r^a - jhx^o \quad (\text{A.6})$$

Como se aprecia en las ecuaciones anteriores, las expresiones para calcular los elementos de la matriz de impedancias resultan con muchas variables. Las expresiones de los elementos de la matriz de admitancias resultarían bastante grandes y complicadas. Por lo anterior, es mejor evaluar la matriz de impedancias e invertirla para obtener la matriz de admitancias.

$$Y^{dqo}(h) = \begin{bmatrix} z^{qq}(h)/\det & -z^{dq}(h)/\det & 0 \\ -z^{qd}(h)/\det & z^{dd}(h)/\det & 0 \\ 0 & 0 & 1/z^{oo}(h) \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

donde:

$$\det = z^{dd}(h)z^{qq}(h) - z^{dq}(h)z^{qd}(h)$$

## A.2 Cálculo de los parámetros de los equivalentes Norton

Se presentan ecuaciones directas para evaluar los productos matriciales necesarios para calcular los parámetros de los circuitos equivalentes Norton  $Y^{abc}(h)$  (3.22) y  $I_f^{abc}$  (3.23).

Los productos se realizaron considerando que  $Y^{dqo}(h)$  tiene la estructura de (3.14)

—secuencia cero desacoplada.

$$D_o^T Y^{dqo} D_o = \frac{y^{oo}}{3} A_0 \quad (\text{A.8})$$

$$D^T Y^{dqo} D^C = \frac{y^{dd} + y^{qq} + j(y^{dq} - y^{qd})}{6} A_1 \quad (\text{A.9})$$

$$D^H Y^{dqo} D = \frac{y^{dd} + y^{qq} - j(y^{dq} - y^{qd})}{6} A_1^T \quad (\text{A.10})$$

$$D^H Y^{dqo} D^C = \frac{y^{dd} - y^{qq} + j(y^{dq} + y^{qd})}{6} A_2 e^{-j2\delta} \quad (\text{A.11})$$

$$D^T Y^{dqo} D = \frac{y^{dd} - y^{qq} - j(y^{dq} + y^{qd})}{6} A_2^T e^{j2\delta} \quad (\text{A.12})$$

donde:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ a^2 & 1 & a \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ a & a^2 & 1 \\ a^2 & 1 & a \end{bmatrix}$$

En el desarrollo de la ecuación para calcular la corriente Norton que representa la conversión de frecuencia  $I_f^{abc}$  (3.18), se indicó que algunos productos matriciales no se consideraban, porque, debido a la estructura de  $Y^{dqo}(h)$  —secuencia cero desacoplada,— son nulos. Lo anterior se demuestra a continuación.

Se evalúan los términos agrupados en (3.19). Para el cálculo se consideró llena a la matriz  $Y^{dqo}(h)$ .

$$D^T Y^{dqo} D_o = \frac{y^{do} - jy^{qo}}{\sqrt{3}} A_3$$

$$D^H Y^{dqo} D_o = \frac{y^{do} + jy^{qo}}{\sqrt{3}} A_3$$

$$D_o^T Y^{dqo} D = \frac{y^{do} - jy^{qo}}{\sqrt{3}} A_3^T$$

$$D_o^T Y^{dqo} D^C = \frac{y^{do} + jy^{qo}}{\sqrt{3}} A_3^T$$

donde:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a^2 & a^2 \\ a & a & a \end{bmatrix}$$

Se observa en las ecuaciones anteriores que los productos matriciales dependen de los valores  $do$  y  $qo$ . Como en este caso ambos valores son cero, los productos matriciales siempre resultan iguales a cero.

### A.3 Evaluación de la matriz $Z_{12}(h)z_{22}^{-1}(h)$

En el cálculo de la corriente  $I_s^{dqo}$  (3.36), es necesario evaluar el producto  $Z_{12}(h)z_{22}^{-1}(h)$ ; se presentan ecuaciones directas para evaluar la matriz resultante.

La matriz resultante tiene la forma presentada a continuación.

$$Z_{12}(h)z_{22}^{-1}(h) = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} \\ jz_{11} & jz_{12} & jz_{13} & jz_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.13)$$

Las ecuaciones para evaluar los elementos son:

$$z_{11} = \frac{hx^{md}[h(x^D - x^{md}) - jr^D]}{-r^f r^D + h^2(x^f x^D - (x^{md})^2) - jh(r^f x^D + r^D x^f)} \quad (A.14)$$

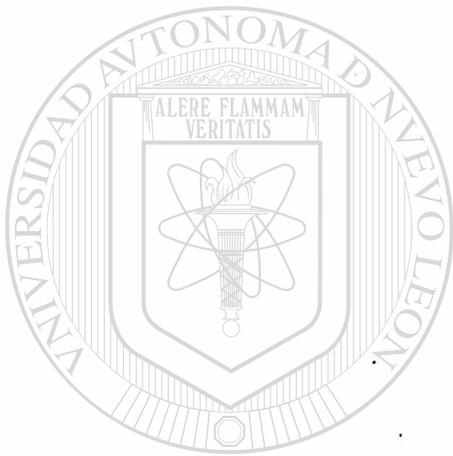
$$z_{12} = \frac{-hx^{mq}[r^Q + jh(x^Q - x^{mq})]}{-r^g r^Q + h^2(x^g x^Q - (x^{mq})^2) - jh(r^g x^Q + r^Q x^g)} \quad (A.15)$$

$$z_{13} = \frac{hx^{md}[h(x^f - x^{md}) - jr^f]}{-r^f r^D + h^2(x^f x^D - (x^{md})^2) - jh(r^f x^D + r^D x^f)} \quad (A.16)$$

$$z_{14} = \frac{-hx^{mq}[r^g + jh(x^g - x^{mq})]}{-r^g r^Q + h^2(x^g x^Q - (x^{mq})^2) - jh(r^g x^Q + r^Q x^g)} \quad (A.17)$$

Se observa que cuando  $r^f$ ,  $r^g$ ,  $r^D$ ,  $r^Q$  son pequeños, la matriz  $Z_{12}(h)[z_{22}(h)]^{-1}$  es una función de  $h$  casi constante. Si se sustituye  $r^x/h$  por  $r_m^x$ , desaparece la dependencia de  $h$ . Como  $r_h^x$  es aún más pequeña que  $r^x$ , se puede despreciar, con lo cual la matriz resulta constante.

También se observa que  $z_{11}$  y  $z_{13}$  son ecuaciones similares, solo cambian algunos elementos del numerador; basta cambiar los subíndices D por f. Lo mismo ocurre con  $z_{12}$  y  $z_{14}$ , en que sólo se cambian los subíndices Q por g del numerador.

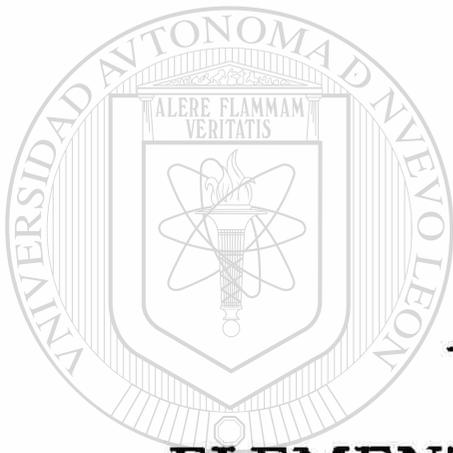


# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS





## **APÉNDICE B**

### **ELEMENTOS DEL JACOBIANO**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## APÉNDICE B

### ELEMENTOS DEL JACOBIANO

#### B.1 Nodos de carga

##### B.1.1 Submatrices de la diagonal ( $j=k$ )

Derivando (4.5) se obtiene (B.1):

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial e_k^f} = e_k^f \frac{\partial a_k^f}{\partial e_k^f} + \frac{\partial e_k^f}{\partial e_k^f} a_k^f + f_k^f \frac{\partial b_k^f}{\partial e_k^f} + \frac{\partial f_k^f}{\partial e_k^f} b_k^f \quad (\text{B.1})$$

A continuación se presenta el desarrollo para obtener las derivadas parciales de las corrientes nodales con respecto a los voltajes nodales. De las ecuaciones nodales del sistema de potencia se obtiene (B.2):

$$I_k^f = \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c (Y_{ki}^{f,m} V_i^m) \quad (\text{B.2})$$

Expresando los elementos de la sumatoria en sus componentes reales e imaginarias:

$$a_k^f + j b_k^f = \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c \{ (G_{ki}^{f,m} + j B_{ki}^{f,m}) (e_i^m + j f_i^m) \}$$

$$a_k^f + j b_k^f = \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c (G_{ki}^{f,m} e_i^m - B_{ki}^{f,m} f_i^m) + j \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c (G_{ki}^{f,m} f_i^m + B_{ki}^{f,m} e_i^m)$$

Igualando las partes reales e imaginarias de cada lado de la ecuación anterior se obtienen (B.3) y (B.4).

$$a_k^f = \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c (G_{ki}^{f,m} e_i^m - B_{ki}^{f,m} f_i^m) \quad (\text{B.3})$$

$$b_k^f = \sum_{i=1}^n \sum_{m=a}^c (G_{ki}^{fm} f_i^m + B_{ki}^{fm} e_i^m) \quad (B.4)$$

Derivando (B.3) y (B.4) con respecto a las componentes de los voltajes nodales se obtienen (B.5) a (B.8).

$$\frac{\partial a_k^f}{\partial e_j^p} = G_{kj}^{fp} \quad (B.5)$$

$$\frac{\partial a_k^f}{\partial f_j^p} = -B_{kj}^{fp} \quad (B.6)$$

$$\frac{\partial b_k^f}{\partial e_j^p} = B_{kj}^{fp} \quad (B.7)$$

$$\frac{\partial b_k^f}{\partial f_j^p} = G_{kj}^{fp} \quad (B.8)$$

Sustituyendo (B.5) y (B.7) en (B.1) se obtiene (B.9):

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial e_k^f} = e_k^f G_{kk}^{ff} + f_k^f B_{kk}^{ff} + a_k^f \quad (B.9)$$

Utilizando (4.5), (4.6) y (B.5) a (B.8) se obtienen (B.10) a (B.16):

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial e_k^p} = e_k^f G_{kk}^{fp} + f_k^f B_{kk}^{fp} \quad (p \neq f) \quad (B.10)$$

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial f_k^f} = -e_k^f B_{kk}^{ff} + f_k^f G_{kk}^{ff} + b_k^f \quad (B.11)$$

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial f_k^p} = -e_k^f B_{kk}^{fp} + f_k^f G_{kk}^{fp} \quad (p \neq f) \quad (B.12)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial e_k^f} = -e_k^f B_{kk}^{ff} + f_k^f G_{kk}^{ff} - b_k^f \quad (B.13)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial e_k^p} = -e_k^f B_{kk}^{fp} + f_k^f G_{kk}^{fp} \quad (p \neq f) \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial f_k^f} = -e_k^f G_{kk}^{ff} - f_k^f B_{kk}^{ff} + a_k^f \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial f_k^p} = -e_k^f G_{kk}^{fp} - f_k^f B_{kk}^{fp} \quad (p \neq f) \quad (\text{B.16})$$

### B.1.2 Submatrices fuera de la diagonal ( $j \neq k$ )

Derivando (4.5) y (4.6) se obtienen (B.17) a (B.20).

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial e_j^p} = e_k^f G_{kj}^{fp} + f_k^f B_{kj}^{fp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial \Delta P_k^f}{\partial f_j^p} = -e_k^f B_{kj}^{fp} + f_k^f G_{kj}^{fp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial e_j^p} = -e_k^f B_{kj}^{fp} + f_k^f G_{kj}^{fp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k^f}{\partial f_j^p} = -e_k^f G_{kj}^{fp} - f_k^f B_{kj}^{fp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.20})$$

## B.2 Nodos de generación

### B.2.1 Submatrices de la diagonal ( $j=k$ )

Derivando (4.8) se obtienen (B.21) y (B.22).

$$\frac{\partial \Delta P_{jk}^p}{\partial e_k^p} = - \sum_{m=a}^c (e_k^m G_{kk}^{mp} + f_k^m B_{kk}^{mp}) - a_k^p \quad (\text{B.21})$$

$$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial f_k^p} = \sum_{m=a}^c (e_k^m B_{kk}^{mp} - f_k^m G_{kk}^{mp}) - b_k^p \quad (\text{B.22})$$

Derivando (4.9) se obtienen (B.23) a (B.26).

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial e_k^a} = -2e_k^a \quad (\text{B.23})$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial e_k^p} = 0 \quad (p \neq a) \quad (\text{B.24})$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial f_k^a} = -2f_k^a \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial f_k^p} = 0 \quad (p \neq a) \quad (\text{B.26})$$

Derivando (4.20) a (4.23) se obtienen (B.27) a (B.34).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta A1_k}{\partial e_k^p} &= G_{gk}^{ap} + G_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} (G_{gk}^{bp} + G_{kk}^{bp}) + \frac{\sqrt{3}}{2} (B_{gk}^{bp} + B_{kk}^{bp}) + \\ &\frac{\partial AL_k^a}{\partial e_k^p} + \frac{1}{2} \frac{\partial AL_k^b}{\partial e_k^p} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\partial BL_k^b}{\partial e_k^p} \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta A1_k}{\partial f_k^p} &= -B_{gk}^{ap} - B_{kk}^{ap} - \frac{1}{2} (B_{gk}^{bp} + B_{kk}^{bp}) + \frac{\sqrt{3}}{2} (G_{gk}^{bp} + G_{kk}^{bp}) + \\ &\frac{\partial AL_k^a}{\partial f_k^p} + \frac{1}{2} \frac{\partial AL_k^b}{\partial f_k^p} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\partial BL_k^b}{\partial f_k^p} \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta B1_k}{\partial e_k^p} &= B_{gk}^{ap} + B_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} (B_{gk}^{bp} + B_{kk}^{bp}) - \frac{\sqrt{3}}{2} (G_{gk}^{bp} + G_{kk}^{bp}) + \\ &\frac{\partial BL_k^a}{\partial e_k^p} + \frac{1}{2} \frac{\partial BL_k^b}{\partial e_k^p} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\partial AL_k^b}{\partial e_k^p} \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta B1_k}{\partial f_k^p} &= G_{gk}^{ap} + G_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} (G_{gk}^{bp} + G_{kk}^{bp}) + \frac{\sqrt{3}}{2} (B_{gk}^{bp} + B_{kk}^{bp}) + \\ &\frac{\partial BL_k^a}{\partial f_k^p} + \frac{1}{2} \frac{\partial BL_k^b}{\partial f_k^p} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\partial AL_k^b}{\partial f_k^p} \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta A 2_k}{\partial e_k^p} &= G_{gk}^{ap} + G_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} (G_{gk}^{cp} + G_{kk}^{cp}) - \frac{\sqrt{3}}{2} (B_{gk}^{cp} + B_{kk}^{cp}) + \\ &\quad \frac{\partial AL_k^a}{\partial e_k^p} + \frac{1}{2} \frac{\partial AL_k^c}{\partial e_k^p} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\partial BL_k^c}{\partial e_k^p} \end{aligned} \quad (B.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta A 2_k}{\partial f_k^p} &= -B_{gk}^{ap} - B_{kk}^{ap} - \frac{1}{2} (B_{gk}^{cp} + B_{kk}^{cp}) - \frac{\sqrt{3}}{2} (G_{gk}^{cp} + G_{kk}^{cp}) + \\ &\quad \frac{\partial AL_k^a}{\partial f_k^p} + \frac{1}{2} \frac{\partial AL_k^c}{\partial f_k^p} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\partial BL_k^c}{\partial f_k^p} \end{aligned} \quad (B.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta B 2_k}{\partial e_k^p} &= B_{gk}^{ap} + B_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} (B_{gk}^{cp} + B_{kk}^{cp}) + \frac{\sqrt{3}}{2} (G_{gk}^{cp} + G_{kk}^{cp}) + \\ &\quad \frac{\partial BL_k^a}{\partial e_k^p} + \frac{1}{2} \frac{\partial BL_k^c}{\partial e_k^p} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\partial AL_k^c}{\partial e_k^p} \end{aligned} \quad (B.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta B 2_k}{\partial f_k^p} &= G_{gk}^{ap} + G_{kk}^{ap} + \frac{1}{2} (G_{gk}^{cp} + G_{kk}^{cp}) - \frac{\sqrt{3}}{2} (B_{gk}^{cp} + B_{kk}^{cp}) + \\ &\quad \frac{\partial BL_k^a}{\partial f_k^p} + \frac{1}{2} \frac{\partial BL_k^c}{\partial f_k^p} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\partial AL_k^c}{\partial f_k^p} \end{aligned} \quad (B.34)$$

A continuación se presentan las ecuaciones para evaluar las derivadas de las componentes reales e imaginarias de las corrientes de carga local en un nodo de generación.

$$IL_k^f = \left( \frac{SL_k^f}{V_k^f} \right)^* = \frac{PL_k^f - jQL_k^f}{e_k^f - jf_k^f}$$

$$AL_k^f + jBL_k^f = \frac{1}{(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2} (PL_k^f e_k^f + QL_k^f f_k^f) + j \frac{1}{(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2} (PL_k^f f_k^f - QL_k^f e_k^f)$$

Igualando las partes reales e imaginarias de la ecuación anterior se obtienen (B.35) y (B.36).

$$AL_k^f = \frac{1}{(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2} (PL_k^f e_k^f + QL_k^f f_k^f) \quad (B.35)$$

$$BL_k^f = \frac{1}{(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2} (PL_k^f f_k^f - QL_k^f e_k^f) \quad (B.36)$$

Derivando (B.35) y (B.36) se obtienen (B.37) a (B.42).

$$\frac{\partial AL_k^f}{\partial e_k^f} = \frac{1}{[(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2]^2} \left\{ - \left[ (e_k^f)^2 - (f_k^f)^2 \right] PL_k^f - 2e_k^f f_k^f QL_k^f \right\} \quad (B.37)$$

$$\frac{\partial AL_k^f}{\partial f_k^f} = \frac{1}{[(e_k^f)^2 + (f_k^f)^2]^2} \left\{ \left[ (e_k^f)^2 - (f_k^f)^2 \right] QL_k^f - 2e_k^f f_k^f PL_k^f \right\} \quad (B.38)$$

$$\frac{\partial BL_k^f}{\partial e_k^f} = \frac{\partial AL_k^f}{\partial f_k^f} \quad (B.39)$$

$$\frac{\partial BL_k^f}{\partial f_k^f} = - \frac{\partial AL_k^f}{\partial e_k^f} \quad (B.40)$$

$$\frac{\partial AL_k^f}{\partial f_k^p} = 0 \quad (p \neq f) \quad (B.41)$$

$$\frac{\partial BL_k^f}{\partial e_k^p} = 0 \quad (p \neq f) \quad (B.42)$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
 Las ecuaciones (B.37) a (B.42) son utilizadas para evaluar (B.27) a (B.34).

### B.2.2 Submatrices fuera de la diagonal ( $j \neq k$ )

Derivando (4.8), (4.9) y (4.20) a (4.23) se obtienen (B.43) a (B.54).

$$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial e_j^p} = - \sum_{m=a}^c (e_k^m G_{kj}^{mp} + f_k^m B_{jk}^{mp}) \quad (j \neq k) \quad (B.43)$$

$$\frac{\partial \Delta P_{gk}}{\partial f_j^p} = \sum_{m=a}^c (e_k^m B_{kj}^{mp} - f_k^m G_{jk}^{mp}) \quad (j \neq k) \quad (B.44)$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial e_j^p} = 0 \quad (j \neq k) \quad (\text{B.45})$$

$$\frac{\partial \Delta V_k^2}{\partial f_j^p} = 0 \quad (j \neq k) \quad (\text{B.46})$$

$$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial e_j^p} = G_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} G_{kj}^{bp} + \frac{\sqrt{3}}{2} B_{kj}^{bp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.47})$$

$$\frac{\partial \Delta A1_k}{\partial f_j^p} = -B_{kj}^{ap} - \frac{1}{2} B_{kj}^{bp} + \frac{\sqrt{3}}{2} G_{kj}^{bp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.48})$$

$$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial e_j^p} = B_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} B_{kj}^{bp} - \frac{\sqrt{3}}{2} G_{kj}^{bp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.49})$$

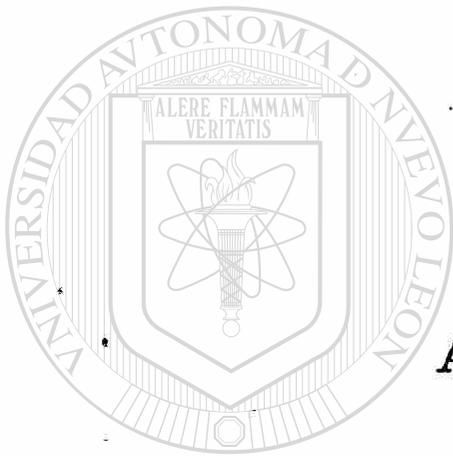
$$\frac{\partial \Delta B1_k}{\partial f_j^p} = -G_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} G_{kj}^{bp} + \frac{\sqrt{3}}{2} B_{kj}^{bp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.50})$$

$$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial e_j^p} = G_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} G_{kj}^{cp} - \frac{\sqrt{3}}{2} B_{kj}^{cp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.51})$$

$$\frac{\partial \Delta A2_k}{\partial f_j^p} = -B_{kj}^{ap} - \frac{1}{2} B_{kj}^{cp} - \frac{\sqrt{3}}{2} G_{kj}^{cp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.52})$$

$$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial e_j^p} = B_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} B_{kj}^{cp} + \frac{\sqrt{3}}{2} G_{kj}^{cp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.53})$$

$$\frac{\partial \Delta B2_k}{\partial f_j^p} = -G_{kj}^{ap} + \frac{1}{2} G_{kj}^{cp} - \frac{\sqrt{3}}{2} B_{kj}^{cp} \quad (j \neq k) \quad (\text{B.54})$$



## APÉNDICE C

**DATOS DEL SISTEMA DE 10 NODOS**  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## APÉNDICE C

### DATOS DEL SISTEMA DE 10 NODOS

En este apéndice se presentan los datos de frecuencia fundamental del sistema de 10 nodos de la Figura 4.3. Con excepción de los generadores, los parámetros de todos los elementos se presentan en cantidades de fase. Todas las cantidades se expresan en por unidad, con una potencia base trifásica de 100 MVA.

En la Tabla C.1 se muestran los datos de generadores; como por diseño este elemento es balanceado, sus parámetros se presentan en cantidades de secuencia. Los valores en cantidades de fase se obtienen fácilmente aplicando la transformación de componentes simétricas.

Tabla C.1: Impedancias de generadores

Nodo	$z^0$	$z^+$	$z^-$
1	.150	.010	.091
4	.080	.010	.021

Los transformadores están formados por tres unidades monofásicas iguales y con conexión delta-estrella sólidamente aterrizada. En la Tabla C.2 se presenta la admitancia de dispersión y el tap del lado del nodo p.

Tabla C.2: Parámetros de las unidades de transformación monofásicas

$p - q$	$y$	Tap
3 - 4	$2.2278 - 60.8941j$	1.045
2 - 1	$1.3812 - 26.2431j$	1.022

Con los valores de la Tabla C.2 se forman las matrices de admitancia nodal de los

transformadores en cantidades de fase. Se utilizan los métodos desarrollados en [43, 5]. Las matrices se muestran a continuación.

$$Y_{t_{3-4}} = \begin{bmatrix} 2.0401 - 55.7626j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.0401 - 55.7626j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.0401 - 55.7626j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.2309 + 33.6433j & 0 & 0 & 1.2309 - 33.6433j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.2309 - 33.6433j & -1.2309 + 33.6433j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2309 - 33.6433j & -1.2309 + 33.6433j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.2309 + 33.6433j & 1.2309 - 33.6433j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.2309 + 33.6433j & 1.2309 - 33.6433j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.2309 - 33.6433j & 0 & -1.2309 + 33.6433j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.4852 - 40.5961j & -.7426 + 20.2980j & -.7426 + 20.2980j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -.7426 + 20.2980j & 1.4852 - 40.5961j & -.7426 + 20.2980j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -.7426 + 20.2980j & -.7426 + 20.2980j & 1.4852 - 40.5961j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (C.1)$$

$$Y_{t_{2-1}} = \begin{bmatrix} 1.3224 - 25.1254j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.3224 - 25.1254j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.3224 - 25.1254j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -.7803 + 14.8253j & 0 & 0 & .7803 - 14.8253j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .7803 - 14.8253j & -.7803 + 14.8253j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .7803 - 14.8253j & -.7803 + 14.8253j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -.7803 + 14.8253j & .7803 - 14.8253j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -.7803 + 14.8253j & .7803 - 14.8253j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .7803 - 14.8253j & 0 & -.7803 + 14.8253j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .9208 - 17.4954j & -.4604 + 8.7477j & -.4604 + 8.7477j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -.4604 + 8.7477j & .9208 - 17.4954j & -.4604 + 8.7477j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -.4604 + 8.7477j & -.4604 + 8.7477j & .9208 - 17.4954j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (C.2)$$

Se presentan las matrices de admitancia del efecto inductivo serie y capacitivo paralelo de las líneas de transmisión en componentes de fase. Aparecen en su estado natural desbalanceado y acoplado.

$$Yl_{6-2} = \begin{bmatrix} 4.0201 - 26.3269j & -.3939 + 5.4418j & -2.0724 + 7.3143j \\ -.3939 + 5.4418j & 2.7916 - 23.5701j & -.9519 + 6.5257j \\ -2.0724 + 7.3143j & -.9519 + 6.5257j & 4.4880 - 25.6987j \end{bmatrix} \quad (C.3)$$

$$Y/2_{6-2} = \begin{bmatrix} .1750 & -.0300 & -.0200 \\ -.0300 & .1760 & -.0300 \\ -.0200 & -.0300 & .1700 \end{bmatrix} j \quad (C.4)$$

$$Yl_{6-5,6-5} = \begin{bmatrix} 16.5916 - 107.631j & -4.4966 + 34.5147j & -2.5484 + 20.8748j \\ -4.4966 + 34.5147j & 17.2263 - 111.126j & -7.5320 + 34.3866j \\ -2.5484 + 20.8748j & -7.5320 + 34.3866j & 18.7889 - 102.530j \\ -1.7740 + 10.4013j & -1.7430 + 9.3611j & -.9111 + 8.7962j \\ -2.5097 + 9.5747j & -1.8172 + 6.7239j & -1.0108 + 6.3232j \\ -1.0780 + 10.7818j & -.0673 + 7.0431j & -3.0306 + 7.6496j \\ -1.7740 + 10.4013j & -2.5097 + 9.5747j & -1.0780 + 10.7818j \\ -1.7430 + 9.3611j & -1.8172 + 6.7239j & -.0673 + 7.0431j \\ -.9111 + 8.7962j & -1.0108 + 6.3232j & -3.0306 + 7.6496j \\ 22.8384 - 133.568j & -3.5541 + 36.9009j & -12.2459 + 54.2082j \\ -3.5541 + 36.9009j & 28.8420 - 124.018j & -18.2358 + 49.1629j \\ -12.2459 + 54.2082j & -18.2358 + 49.1629j & 37.9109 - 156.128j \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

$$Y/2_{6-5,6-5} = \begin{bmatrix} .0225 & -.0040 & -.0045 & -.0035 & -.0015 & -.0010 \\ -.0040 & .0200 & -.0055 & -.0015 & -.0025 & -.0010 \\ -.0045 & -.0055 & .0175 & -.0015 & -.0010 & -.0020 \\ -.0035 & -.0015 & -.0015 & .0220 & -.0050 & -.0050 \\ -.0015 & -.0025 & -.0010 & -.0050 & .0200 & -.0055 \\ -.0010 & -.0010 & -.0020 & -.0050 & -.0055 & .0180 \end{bmatrix} j \quad (C.6)$$

$$Yl_{7-5,8-5} = \begin{bmatrix} 5.4436 - 41.8288j & .2492 + 8.9600j & .9796 + 3.4236j \\ .2492 + 8.9600j & 4.9820 - 44.8908j & .2076 + 8.3296j \\ .9796 + 3.4236j & .2076 + 8.3296j & 5.5992 - 42.4088j \\ -1.0628 + 4.6668j & -.5656 + 3.3956j & -1.8212 + 3.6648j \\ -1.1172 + 2.5480j & -1.0096 + 5.1952j & -1.1128 + 5.3920j \\ -1.6872 + 4.0248j & -1.0536 + 4.7232j & -.9772 + 5.1856j \end{bmatrix}$$

C. DATOS DEL SISTEMA DE 10 NODOS

$$\begin{bmatrix}
 -1.0628 + 4.6668j & -1.1172 + 2.5480j & -1.6872 + 4.0248j \\
 -.5656 + 3.3956j & -1.0096 + 5.1952j & -1.0536 + 4.7232j \\
 -1.8212 + 3.6648j & -1.1128 + 5.3920j & -.9772 + 5.1856j \\
 5.5368 - 43.3824j & .3844 + 8.1352j & -.1700 + 7.6768j \\
 .3844 + 8.1352j & 5.0840 - 44.3180j & .3588 + 7.6336j \\
 -.1700 + 7.6768j & .3588 + 7.6336j & 5.7424 - 43.7092j
 \end{bmatrix} \quad (C.7)$$

$$Y/2_{7-5,8-5} =$$

$$\begin{bmatrix}
 .0371 & -.0075 & -.0063 & -.0050 & -.0056 & -.0050 \\
 -.0075 & .0374 & -.0075 & -.0037 & -.0044 & -.0040 \\
 -.0063 & -.0075 & .0388 & -.0044 & -.0040 & -.0035 \\
 -.0050 & -.0037 & -.0044 & .0371 & -.0075 & -.0063 \\
 -.0056 & -.0044 & -.0040 & -.0075 & .0374 & -.0075 \\
 -.0050 & -.0040 & -.0035 & -.0063 & -.0075 & .0375
 \end{bmatrix} j \quad (C.8)$$

$$Yl_{9-6,10-6} =$$

$$\begin{bmatrix}
 9.2048 - 59.6608j & -4.1132 + 22.3412j & -1.1972 + 10.5276j \\
 -4.1132 + 22.3412j & 14.7940 - 75.8224j & -4.7292 + 24.5600j \\
 -1.1972 + 10.5276j & -4.7292 + 24.5600j & 10.5780 - 64.8404j \\
 -1.8676 + 11.2584j & -1.2988 + 2.6988j & 2.1360 - 6.3752j \\
 -1.2988 + 2.6988j & -1.4856 + 9.3216j & -1.2352 + 2.3636j \\
 2.1360 - 6.3752j & -1.2352 + 2.3636j & -2.3632 + 13.1020j \\
 -1.8676 + 11.2584j & -1.2988 + 2.6988j & 2.1360 - 6.3752j \\
 -1.2988 + 2.6988j & -1.4856 + 9.3216j & -1.2352 + 2.3636j \\
 2.1360 - 6.3752j & -1.2352 + 2.3636j & -2.3632 + 13.1020j \\
 9.2048 - 59.6608j & -4.1132 + 22.3412j & -1.1972 + 10.5276j \\
 -4.1132 + 22.3412j & 14.7940 - 75.8224j & -4.7292 + 24.5600j \\
 -1.1972 + 10.5276j & -4.7292 + 24.5600j & 10.5780 - 64.8404j
 \end{bmatrix} \quad (C.9)$$

$$Y/2_{7-5,8-5} =$$

$$\begin{bmatrix}
 .0321 & -.0063 & -.0056 & -.0054 & -.0040 & -.0035 \\
 -.0063 & .0325 & -.0052 & -.0050 & -.0047 & -.0040 \\
 -.0056 & -.0052 & .0314 & -.0040 & -.0035 & -.0031 \\
 -.0054 & -.0050 & -.0040 & .0321 & -.0063 & -.0056 \\
 -.0040 & -.0047 & -.0035 & -.0063 & .0325 & -.0051 \\
 -.0035 & -.0040 & -.0031 & -.0056 & -.0051 & .0314
 \end{bmatrix} j \quad (C.10)$$

$$Yl_{3-7,3-8,3-9,3-10} \approx$$

1.8609 - 14.0831j	.1276 + 2.8862j	.3719 + 1.0276j
.1276 + 2.8862j	1.7246 - 15.1372j	.1133 + 2.6586j
.3719 + 1.0276j	.1133 + 2.6586j	1.9092 - 14.2432j
-.3512 + 1.5153j	-.1848 + 1.1006j	-.6007 + 1.1808j
-.3740 + .8298j	-.3411 + 1.7174j	-.3740 + 1.7929j
-.5613 + 1.3178j	-.3424 + 1.5369j	-.3231 + 1.6997j
-.1348 + .8162j	-.0600 - .0427j	-.1971 + .5821j
.0648 - .0588j	.0528 + .3992j	.0632 - .0620j
-.1808 + .3608j	-.38011.2465j	-.1469 + .6990j
-.0715 + .1355j	-.2148 + .7692j	-.1092 + .4411j
-.1615 + .5885j	-.0239 - .1901j	-.0493 + .0787j
-.0828 + .3989j	-.0225 - .0173j	-.1256 + .2544j
-.3512 + 1.5153j	-.3740 + .8298j	-.5613 + 1.3178j
-.1848 + 1.1006j	-.3411 + 1.7174j	-.3424 + 1.5369j
-.6007 + 1.1808j	-.3740 + 1.7929j	-.3231 + 1.6997j
1.8541 - 14.5078j	.1271 + 2.7214j	-.0589 + 2.5642j
.1271 + 2.7214j	1.7122 - 14.8343j	.1172 + 2.5570j
-.0589 + 2.5642j	.1172 + 2.5570j	1.9218 - 14.6123j
-.1405 + .7496j	.0711 - .2520j	-.0213 + .1571j
.0048 - .1911j	-.2963 + 1.0984j	.0125 - .2236j
.0061 + .1097j	.1215 - .4352j	-.1116 + .6344j
-.0181 + .3833j	.0989 - .3191j	.0776 - .3751j
.0829 - .2179j	-.0612 + .4860j	.0964 - .2352j
.0532 - .2681j	.0751 - .1963j	-.0432 + .4763j
-.1348 + .8162j	.0648 - .0588j	-.1808 + .3608j
-.0600 - .0427j	.0528 + .3992j	-.3801 + 1.2465j
-.1971 + .5821j	.0632 - .0620j	-.1469 + .6990j
-.1405 + .7496j	.0048 - .1911j	.0061 + .1097j
.0711 - .2520j	-.2963 + 1.0984j	.1215 - .4352j
-.0213 + .1571j	.0125 - .2236j	-.1116 + .6344j
3.0605 - 19.4794j	-1.8198 + 8.5578j	.6439 + .2864j
-1.8198 + 8.5578j	5.3817 - 26.3783j	-2.0246 + 9.2455j
.6439 + .2864j	-2.0246 + 9.2455j	3.5710 - 21.2872j
-.4596 + 3.3676j	-.4164 + .7570j	.5733 - 1.6704j
-.5072 + .9681j	-.4064 + 2.9682j	-.5028 + .9061j
.5228 - 1.5478j	-.3919 + .6607j	-.6095 + 3.9584j

C. DATOS DEL SISTEMA DE 10 NODOS

$-.0715 + .1355j$	$-.1615 + .5885j$	$-.0828 + .3989j$	} (C.11)
$-.2148 + .7692j$	$.0239 - .1901j$	$-.0225 - .0173j$	
$-.1092 + .4411j$	$-.0493 + .0787j$	$-.1256 + .2544j$	
$-.0181 + .3833j$	$.0829 - .2179j$	$.0532 - .2681j$	
$.0989 - .3191j$	$-.0612 + .4860j$	$.0751 - .1963j$	
$.0776 - .3751j$	$.0964 - .2352j$	$-.0432 + .4763j$	
$-.4596 + 3.3676j$	$-.5072 + .9681j$	$.5228 - 1.5478j$	
$-.4164 + .7570j$	$-.4064 + 2.9682j$	$-.3919 + .6607j$	
$.5733 - 1.6704j$	$-.5028 + .9061j$	$-.6095 + 3.9584j$	
$3.0506 - 19.8859j$	$-1.3645 + 7.4349j$	$-.3368 + 3.3660j$	
$-1.3645 + 7.4349j$	$4.9597 - 25.3272j$	$-1.5629 + 8.1563j$	
$-.3368 + 3.3660j$	$-1.5629 + 8.1563j$	$3.4806 - 21.5469j$	

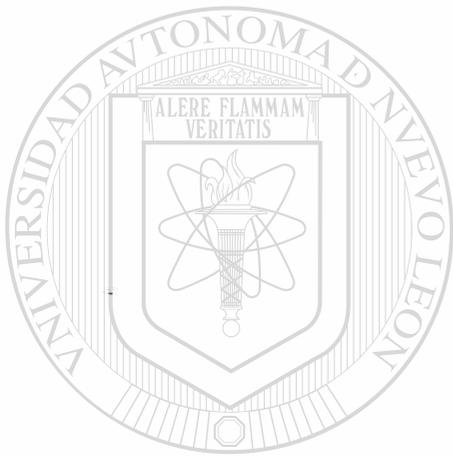
$Y/2_{3-7,3-8,3-9,3-10} =$

$.1113$	$-.0225$	$-.0188$	$-.0150$	$-.0169$	$-.0150$
$-.0225$	$.1121$	$-.0225$	$-.0112$	$-.0131$	$-.0120$
$-.0188$	$-.0225$	$.1163$	$-.0131$	$-.0120$	$-.0105$
$-.0150$	$-.0112$	$-.0131$	$.1113$	$-.0225$	$-.0188$
$-.0169$	$-.0131$	$-.0120$	$-.0225$	$.1121$	$-.0225$
$-.0150$	$-.0120$	$-.0105$	$-.0188$	$-.0225$	$.1125$
$-.0075$	$-.0083$	$-.0067$	$-.0067$	$-.0045$	$-.0034$
$-.0082$	$-.0067$	$-.0056$	$-.0045$	$-.0045$	$-.0037$
$-.0067$	$-.0056$	$-.0067$	$-.0034$	$-.0037$	$-.0053$
$-.0056$	$-.0034$	$-.0034$	$-.0037$	$-.0034$	$-.0030$
$-.0034$	$-.0030$	$-.0034$	$-.0034$	$-.0030$	$-.0026$
$-.0034$	$-.0030$	$-.0030$	$-.0030$	$-.0026$	$-.0022$
$-.0075$	$-.0082$	$-.0067$	$-.0056$	$-.0034$	$-.0034$
$-.0083$	$-.0067$	$-.0056$	$-.0034$	$-.0030$	$-.0030$
$-.0067$	$-.0056$	$-.0067$	$-.0034$	$-.0034$	$-.0030$
$-.0067$	$-.0045$	$-.0034$	$-.0037$	$-.0034$	$-.0030$
$-.0045$	$-.0045$	$-.0037$	$-.0034$	$-.0030$	$-.0026$
$-.0034$	$-.0037$	$-.0053$	$-.0030$	$-.0026$	$-.0022$
$.0963$	$-.0188$	$-.0169$	$-.0161$	$-.0120$	$-.0105$
$-.0188$	$.0975$	$-.0158$	$-.0150$	$-.0142$	$-.0120$
$-.0169$	$-.0158$	$.0941$	$-.0120$	$-.0105$	$-.0094$
$-.0161$	$-.0150$	$-.0120$	$.0963$	$-.0188$	$-.0169$
$-.0120$	$-.0142$	$-.0105$	$-.0188$	$.0975$	$-.0154$
$-.0105$	$-.0120$	$-.0094$	$-.0169$	$-.0154$	$.0941$

j (C.12)

Con los datos presentados y con el proceso descrito en [5] se forma la matriz de admitancia nodal, con la cual se representa la red eléctrica a la frecuencia fundamental.

Con estos mismos datos y con los modelos presentados en el capítulo 3 se forman las matrices de admitancia para las frecuencias armónicas.



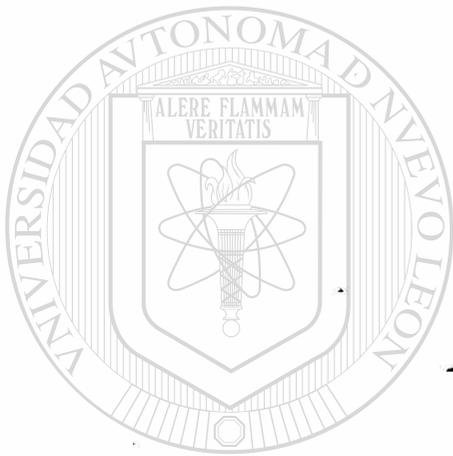
UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS





## APÉNDICE D

### **DATOS DEL SISTEMA DE 5 NODOS**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## APÉNDICE D

### DATOS DEL SISTEMA DE 5 NODOS

Se presentan los datos de frecuencia fundamental del sistema de 5 nodos de la Figura 5.9. Con excepción de los generadores, para todos los elementos se presentan las matrices de admitancia en componentes de fase.

En la Tabla D.1 se tienen las impedancias de secuencia de los generadores. Aplicando la transformación de componentes simétricas se obtienen las matrices en cantidades de fase.

Tabla D.1: Impedancias de generadores

Nodo	$z^0$	$z^+$	$z^-$
1	$.06j$	$.01j$	$.01j$
2	$.06j$	$.01j$	$.01j$

Se presenta la matriz de admitancia nodal del transformador en componentes de fase. <sup>®</sup>

La unidad está formada por unidades monofásicas idénticas en conexión estrella-delta. La admitancia de estas unidades es 8.333 y el tap en el lado del nodo 4 es 0.97.

$$Y_{t_{4-5}} = \begin{bmatrix} -8.8567 & 0 & 0 & 4.9600 & -4.9600 & 0 \\ 0 & -8.8567 & 0 & 0 & 4.9600 & -4.9600 \\ 0 & 0 & -8.8567 & -4.9600 & 0 & 4.9600 \\ 4.9600 & 0 & -4.9600 & -5.5555 & 2.7778 & 2.7778 \\ -4.9600 & 4.9600 & 0 & 2.7778 & -5.5555 & 2.7778 \\ 0 & -4.9600 & 4.9600 & 2.7778 & 2.7778 & -5.5555 \end{bmatrix} j \quad (D.1)$$

Se presentan las matrices de admitancia de los efecto inductivo serie y capacitivo paralelo.

$$Y_{l_{1-2}} = \begin{bmatrix} 1.1061 - 3.4886j & -0.3999 + 1.0069j & -0.3999 + 1.0069j \\ -0.3999 + 1.0069j & 1.1061 - 3.4886j & -0.3999 + 1.0069j \\ -0.3999 + 1.0069j & -0.3999 + 1.0069j & 1.1061 - 3.4886j \end{bmatrix} \quad (D.2)$$

$$Y/2_{1-2} = \begin{bmatrix} 0.0175 & -0.0035 & -0.0035 \\ -0.0035 & 0.0175 & -0.0035 \\ -0.0035 & -0.0035 & 0.0175 \end{bmatrix} j \quad (D.3)$$

$$Y_{l_{1-3}} = \begin{bmatrix} 1.1222 - 3.5262j & -0.3838 + 0.9693j & -0.3838 + 0.9693j \\ -0.3838 + 0.9693j & 1.1222 - 3.5262j & -0.3838 + 0.9693j \\ -0.3838 + 0.9693j & -0.3838 + 0.9693j & 1.1222 - 3.5262j \end{bmatrix} \quad (D.4)$$

$$Y/2_{1-3} = \begin{bmatrix} 0.0175 & -0.0035 & -0.0035 \\ -0.0035 & 0.0175 & -0.0035 \\ -0.0035 & -0.0035 & 0.0175 \end{bmatrix} j \quad (D.5)$$

$$Y_{l_{2-4}} = \begin{bmatrix} 0.8988 - 1.4659j & -0.2721 - 0.0608j & -0.2721 - 0.0608j \\ -0.2721 - 0.0608j & 0.8988 - 1.4659j & -0.2721 - 0.0608j \\ -0.2721 - 0.0608j & -0.2721 - 0.0608j & 0.8988 - 1.4659j \end{bmatrix} \quad (D.6)$$

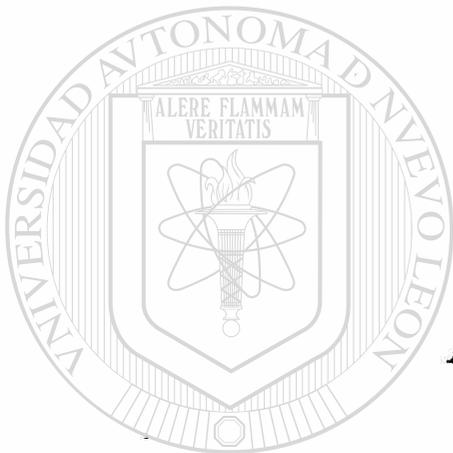
$$Y/2_{2-4} = \begin{bmatrix} 0.0029 & -0.0006 & -0.0006 \\ -0.0006 & 0.0029 & -0.0006 \\ -0.0006 & -0.0006 & 0.0029 \end{bmatrix} j \quad (D.7)$$

$$Y_{l_{3-4}} = \begin{bmatrix} 2.2502 - 6.8752j & -0.7975 + 2.0886j & -0.7975 + 2.0886j \\ -0.7975 + 2.0886j & 2.2502 - 6.8752j & -0.7975 + 2.0886j \\ -0.7975 + 2.0886j & -0.7975 + 2.0886j & 2.2502 - 6.8752j \end{bmatrix} \quad (D.8)$$

$$Y/2_{3-4} = \begin{bmatrix} 0.0087 & -0.0017 & -0.0017 \\ -0.0017 & 0.0087 & -0.0017 \\ -0.0017 & -0.0017 & 0.0087 \end{bmatrix} j \quad (D.9)$$

Con los datos presentados y con el proceso descrito en [5] se forma la matriz de admitancia nodal, con la cual se representa la red eléctrica a la frecuencia fundamental.

Con estos mismos datos y con los modelos presentados en el capítulo 3 se forman las matrices de admitancia para las frecuencias armónicas.



## APÉNDICE E

### **DATOS DEL SISTEMA DE 3 NODOS**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## APÉNDICE E

### DATOS DEL SISTEMA DE 3 NODOS

Se presentan los datos del sistema de 3 nodos de la Figura 5.23.

En la Tabla E.1 se tienen los parámetros de la máquina síncrona en por unidad.

Tabla E.1: Parámetros de la máquina síncrona

$L_d = 1.00$	$M_d = 0.80$
$L_q = 0.80$	$M_q = 0.60$
$L_o = 0.08$	$r^a = 0.05$
$L_f = 1.10$	$r^f = 0.02$
$L_g = 1.00$	$r^g = 0.01$
$L_D = 0.90$	$r^D = 0.01$
$L_Q = 0.90$	$r^Q = 0.01$

El enlace entre los nodos 1-2 se representa mediante un circuito inductivo desacoplado. Se presenta la matriz de admitancia nodal de frecuencia fundamental. Para las frecuencias armónicas las admitancias disminuyen con la frecuencia.

$$Y_{1-2}^{abc} = \begin{bmatrix} -20j & & \\ & -20j & \\ & & -20j \end{bmatrix} \quad (\text{E.1})$$

En el nodo 2 se tiene una carga pasiva, las admitancias de las fases b y c cambian monótonicamente con la frecuencia; el valor resistivo de la fase a se considera constante.

$$Y_2^{abc} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -j & \\ & & j \end{bmatrix} \quad (E.2)$$

Se presenta la matriz de admitancias de frecuencia fundamental del transformador, que para las frecuencias armónicas, cambia inversamente con la frecuencia.

$$Y_{t_{2-3}} = \begin{bmatrix} -8.8567 & 0 & 0 & 4.9600 & -4.9600 & 0 \\ 0 & -8.8567 & 0 & 0 & 4.9600 & -4.9600 \\ 0 & 0 & -8.8567 & -4.9600 & 0 & 4.9600 \\ 4.9600 & 0 & -4.9600 & -5.5555 & 2.7778 & 2.7778 \\ -4.9600 & 4.9600 & 0 & 2.7778 & -5.5555 & 2.7778 \\ 0 & -4.9600 & 4.9600 & 2.7778 & 2.7778 & -5.5555 \end{bmatrix} j \quad (E.3)$$

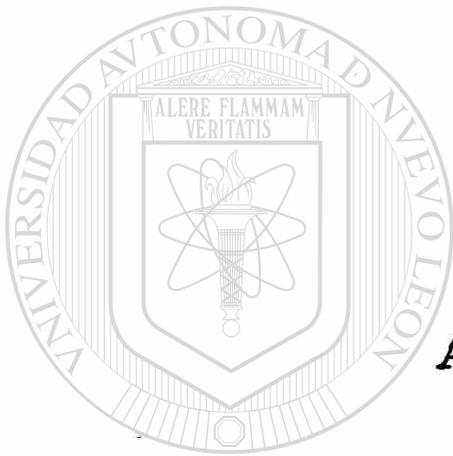
En la Tabla E.2 se presentan los datos del RCT.

Tabla E.2: Datos del RCT

Nodo	Conexión	$L^u$	$V_r$	$m_r$
5	$\Delta$	0.01768	1.0086	0.1111

UNIVERSIDAD ANTONIO DE NEBUCADNEZAR DE BARRAHONA DE SAN JUAN DE LOS RIOS, NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## **APÉNDICE F**

### **EFFECTOS DE LAS ARMÓNICAS**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## APÉNDICE F

### EFFECTOS DE LAS ARMÓNICAS

En este apéndice se clasifican los efectos de las armónicas de acuerdo con la forma en que se altera la operación de los elementos. Se indica cómo afectan las armónicas a cada elemento del sistema eléctrico.

Los efectos de las armónicas en los sistemas de potencia pueden dividirse en tres grupos generales [48, 27]:

1. Efecto en la tensión térmica.
2. Efecto en la tensión dieléctrica.
3. Funcionamiento anormal.

#### F.1 Efecto en la tensión térmica

La circulación de corrientes armónicas provoca aumento en el calentamiento de todos los elementos del SEP, lo cual, además de disminuir la vida del sistema de aislamiento de todos los componentes, incrementa las pérdidas en el sistema. Se presentan efectos particularmente importantes en algunos elementos del sistema de potencia [27].

### F.1.1 Clasificación de las pérdidas

Las pérdidas en la tensión térmica se clasifican [48] en:

- Pérdidas en el cobre
- Pérdidas en el hierro
- Pérdidas en el dieléctrico

#### F.1.1.1 Pérdidas en el cobre

Las pérdidas en el cobre se calculan con la ecuación:

$$P_c = \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{\infty} R(h) I(h)^2 \quad (\text{F.1})$$

Donde:

$I(h)$  Es el valor pico de la corriente de h-ésima armónica.

$R(h)$  Es la resistencia del elemento a la h-ésima armónica.

En el caso en que la resistencia del aparato no dependa de la frecuencia, la ecuación resultante es:

$$P_c = \frac{1}{2} R \sum_{h=1}^{\infty} I(h)^2 \quad (\text{F.2})$$

$$P_c = \frac{1}{2} R (1 + \text{FDC}^2) I(1)^2 \quad (\text{F.3})$$

En el caso particular de resistencia constante, las pérdidas en el cobre quedan determinadas por el factor de distorsión de corriente. Sin embargo, generalmente la resistencia es función de la frecuencia.

F.1.1.2 Pérdidas en el hierro

Las pérdidas en el hierro se dividen en dos grupos:

1. Pérdidas de histéresis
2. Pérdidas por corrientes de Eddy

Las pérdidas de histéresis se calculan utilizando la ecuación:

$$P(h) = a(h) f B_m^v \tag{F.4}$$

Donde:

- $a(h)$  Constante que depende de las dimensiones del núcleo magnético.
- $f$  Frecuencia de la corriente.
- $B_m$  Valor máximo de la densidad de flujo magnético.
- $v$  Constante que depende del material del núcleo magnético (generalmente en el intervalo de 1.5 a 2.5).

Las pérdidas por corrientes de Eddy se calculan con la ecuación:

$$P_e = a_e f^2 B_m^2 \tag{F.5}$$

Donde  $a_e$  es una constante que depende del material y del espesor de la laminación.

Las pérdidas totales en el hierro se obtienen sumando las dos ecuaciones anteriores:

$$P_{hc} = a(h) f B_m^v + a_e f^2 B_m^2 \tag{F.6}$$

La ecuación anterior puede utilizarse para calcular las pérdidas en el hierro en un circuito magnético alimentado con una fuente puramente sinusoidal de frecuencia  $f$ . En

el caso de un circuito alimentado con una señal que contiene armónicas, las pérdidas pueden calcularse por separado para cada armónica y posteriormente sumar cada contribución. Lo anterior es válido solo en el caso de elementos lineales, lo cual no ocurre cuando se presenta la saturación magnética o el fenómeno de histéresis. Sin embargo, generalmente los dispositivos funcionan en zonas de operación lineales lejos de la saturación, por lo cual casi siempre es posible utilizar el método de superposición para calcular la contribución de cada armónica a las pérdidas totales en el hierro.

**F.1.1.3 Pérdidas en el dieléctrico**

Las pérdidas en el dieléctrico para una frecuencia dada se calculan con la ecuación:

$$P_d = \frac{1}{2} (\tan\delta)_h V(h)^2 h \omega C \tag{F.7}$$

Donde:

- $\omega$  Frecuencia angular fundamental.
- $V(h)$  Valor pico del voltaje de la h-ésima armónica.
- $C$  Capacitancia del aparato.
- $(\tan\delta)_h$  El factor dieléctrico a la h-ésima armónica.

**F.1.2 Efecto en elementos del sistema**

Se presentan los efectos más importantes ocasionados en los elementos del sistema de potencia debido al aumento de la tensión térmica.

## F.1.2.1 Motores y generadores

Los efectos más conocidos de las armónicas en las máquinas rotatorias son el aumento en las pérdidas y en el calentamiento —generalmente atribuidos a armónicas de bajo orden y alta magnitud— y la aparición de pares parásitos.

La magnitud de la corriente de la  $h$ -ésima armónica de un motor de inducción trifásico se puede aproximar con (F.8).

$$I(h) = \frac{V(h)}{h\omega_o L_{ln}} \quad (\text{F.8})$$

Donde  $L_{ln}$  es la suma de las reactancias de dispersión efectivas del estator y del rotor referidas al estator. Esta reactancia tiende a disminuir al aumentar la frecuencia, debido al efecto piel.

Las pérdidas ocasionadas por estas corrientes son del tipo  $I^2R$  y pueden dividirse en pérdidas en el estator, pérdidas en el rotor y pérdidas adicionales. El valor de la resistencia tiende a disminuir al aumentar la frecuencia. Otros tipos de pérdidas debidas a la distorsión del voltaje son pequeñas y pueden despreciarse.

Para las máquinas síncronas generalmente se considera que la impedancia armónica es igual a la reactancia subtransitoria multiplicada por el orden de la armónica.

Las corrientes armónicas pueden interactuar con el campo magnético fundamental y dar lugar a pares oscilatorios. Estas oscilaciones pueden estimular modos acoplados complejos que pueden producir oscilaciones torsionales en los elementos del rotor y flexiones en los álabes de la turbina. Si la frecuencia de tales modos torsionales de vibración mecánica está cerca de la frecuencia armónica, pueden desarrollarse respuestas resonantes que pueden causar ciclos de fatiga en la flecha y los álabes de la turbina.

## F.1.2.2 Transformadores

El efecto de las armónicas en los transformadores es en dos formas: por un lado aumentan las pérdidas en el cobre, las pérdidas debidas al flujo de dispersión y la tensión dieléctrica; por otro lado, establecen la posibilidad de resonancias entre los devanados del transformador y las capacitancias de las líneas de transmisión.

Las pérdidas en los conductores por corrientes de Eddy pueden obtenerse con (F.9):

$$P_E = P(1) \sum_{h=1}^N \left( \frac{hI(h)}{I_R} \right)^2 \quad (\text{F.9})$$

Donde  $I_R$  es la corriente nominal a la frecuencia fundamental.

Las pérdidas aumentan con la frecuencia, por lo que las altas frecuencias pueden resultar más impactantes en el calentamiento de transformadores.

La norma C57.12.00-1980 de IEEE propone un límite para las armónicas en la corriente de la carga que alimenta el transformador. Este límite es de .05 para el factor de distorsión por corriente. También establece un límite para el sobrevoltaje rms, este límite es 5% con carga nominal y 10% sin carga.

## F.1.2.3 Bancos de capacitores

La presencia de armónicas origina un aumento de las pérdidas en capacitores. El incremento de pérdidas puede calcularse con (F.10):

$$\Delta P_c = \sum_{h=2}^N C(\tan \delta) h \omega_o V(h)^2 \quad (\text{F.10})$$

Donde  $\tan \delta$  es un factor de pérdidas.

La norma C55.1-1980 del IEEE para capacitores de potencia en derivación, establece que los capacitores pueden continuar operando con armónicas en el voltaje de alimentación, siempre que:

- La potencia reactiva total no sea mayor del 135% de su valor nominal.
- La corriente rms total no exceda al 180% del valor nominal.
- El voltaje rms total no exceda el 110%, y el valor cresta el 120% del valor nominal.

La presencia de un capacitor puede afectar notablemente el contenido de armónicas del nodo donde se encuentra conectado, debido a la posibilidad de resonancia con la impedancia equivalente del sistema vista desde ese nodo.

#### F.1.2.4 Cargas

Para cargas de tipo resistivo, el incremento en la potencia debido a las armónicas es función del cuadrado del factor de distorsión del voltaje. La lámpara incandescente es uno de los dispositivos de este grupo más afectado por el incremento en el calentamiento. La vida de una lámpara incandescente se calcula con (F.11):

$$V_L = \frac{1}{V^n} = \frac{1}{[V(1)^2 + (1 + FDV^2)]^{n/2}} \quad (F.11)$$

Un valor típico para  $n$  es 13. Se observa que altos factores de distorsión acortan notablemente la vida de la lámpara; sin embargo, son más impactantes los cambios en el voltaje fundamental.

## F.2 Efecto en la tensión dieléctrica

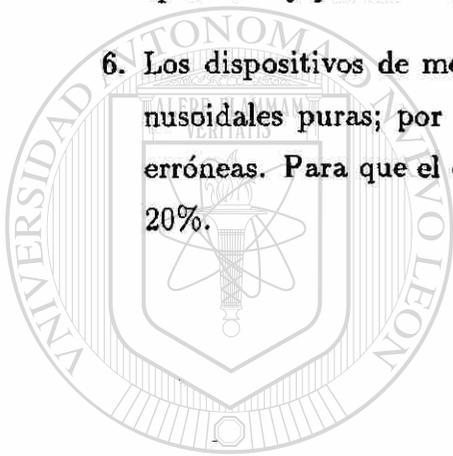
La tensión dieléctrica depende en primer término del valor pico de la señal de voltaje y en segundo término de su razón de cambio. La presencia de armónicas puede ocasionar el aumento del valor pico del voltaje, aumentando la tensión dieléctrica. Generalmente los aparatos están diseñados para soportar tensiones superiores a las generadas por las armónicas, por lo cual este efecto generalmente no es de importancia. Sin embargo, los bancos de capacitores son muy sensibles a sobrevoltajes por lo cual deben protegerse contra estas desviaciones.

## F.3 Funcionamiento anormal

Dentro de funcionamiento anormal se agrupa la operación anormal o la falla de los elementos del sistema de potencia ocasionada por armónicas. Se enumeran algunos de los efectos clasificados en esta sección.

1. Existe equipo electrónico muy susceptible a la distorsión de la señal de voltaje, debido a que basan su operación en la suposición de una señal de voltaje sinusoidal pura.
2. Decremento del par electromagnético útil en máquinas eléctricas. La presencia de componentes armónicas circulando en la armadura de una máquina eléctrica puede generar pares electromagnéticos pulsantes, los cuales acortan la vida del equipo, además de reducir su eficiencia.
3. La presencia de armónicas puede afectar la capacidad de interrupción de elementos de protección. El problema se debe a incrementos en la razón de cambio de la corriente ( $di/dt$ ), lo cual hace más difícil la interrupción.

4. Un nivel significativo de armónicas en la corriente ocasiona incremento en el calentamiento de fusibles, lo cual resulta en cambios en su característica tiempo-corriente.
5. La presencia de armónicas en las señales de voltaje y corriente afecta el funcionamiento de relevadores de protección electromecánicos, estáticos y, en menor medida digitales. Cada tipo de relevador tiene un comportamiento particular ante señales distorsionadas. De ello pueden derivarse operaciones incorrectas, fallos de operación y pérdidas de coordinación de relevadores.
6. Los dispositivos de medición son generalmente diseñados para medir señales sinusoidales puras; por lo tanto la presencia de armónicas da lugar a mediciones erróneas. Para que el error sea significativo se requieren distorsiones mayores del 20%.



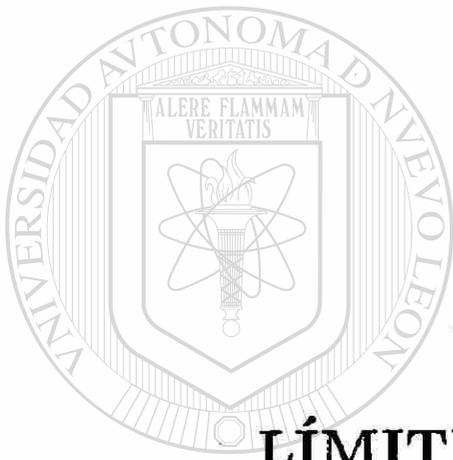
UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## **APÉNDICE G**

# **LÍMITES DE ARMÓNICAS RECOMENDADOS**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## APÉNDICE G

### LÍMITES DE ARMÓNICAS RECOMENDADOS

En este apéndice se definen las condiciones máximas de contaminación de armónicas que se pueden permitir para que los elementos del sistema operen con seguridad y sin riesgo de daño.

Las primeras recomendaciones sobre límites de armónicas aparecieron en 1981 [49]. En esta recomendación solo se limitaba el contenido total de armónicas del sistema; se consideraba el caso de sistemas con dispositivos muy sensibles a armónicas y el caso de sistemas en general. Los sistemas se dividían de acuerdo con el nivel de voltaje en sólo dos grupos. Estas recomendaciones se presentan en la Tabla G.1.

Tabla G.1: Límites de distorsión de voltaje

Nivel de voltaje	Convertidor específico†	Sistema de potencia gral.
2.4 – 69 kV	8.0%	5.0%
115 kV y mayor	1.5%	1.5%

†Su funcionamiento no se afecta por las armónicas

Todos los estándares de IEEE se revisan cada cinco años; a partir de 1986 un grupo de trabajo comenzó a trabajar en ese tema, en 1988 apareció una propuesta de actualización de los estándares [50].

En la Tabla G.2 se presentan las nuevas recomendaciones sobre límites de armónicas en las señales de voltaje. En esta recomendación los sistemas se separan en tres grupos de acuerdo con el nivel de voltaje. Además del factor de distorsión de voltaje total, se recomiendan límites para cada componente armónica.

Tabla G.2: Actualización de límites de distorsión de voltaje

Nivel de voltaje	Armónica individual	FDV
2.3 - 68 kV	3.0%	5.0%
69 - 138 kV	1.5%	2.5%
mayor de 138 kV	1.0%	1.5%

En la Tabla G.3 se muestran las recomendaciones para los valores máximos permitidos de las corrientes armónicas inyectadas a la red.

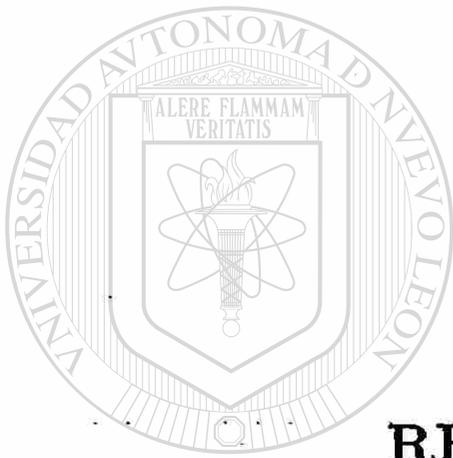
Tabla G.3: Límites de las corrientes armónicas

$I_{sc}/I_L$	Máxima corriente armónica en % de la fundamental					FDI
	$h < 11$	$11 < h < 17$	$17 < h < 23$	$23 < h < 35$	$35 < h$	
< 20	4.0	2.0	1.5	0.6	0.3	5.0
20-50	7.0	3.5	2.5	1.0	0.5	8.0
50-100	10.0	4.5	4.0	1.5	0.7	12.0
100-1000	12.0	5.5	5.0	2.0	1.0	15.0
> 1000	15.0	7.0	6.0	2.5	1.4	20.0

En la Tabla G.3  $I_{sc}$  es la corriente de corto circuito en el punto de conexión común.

$I_L$  es la corriente de carga máxima de frecuencia fundamental en el punto de conexión común. Para las unidades de generación se recomienda utilizar los valores del primer renglón de la tabla, independientemente de la relación  $I_{sc}/I_L$ .

Los límites en la Tabla G.3 son para armónicas impares y para niveles de voltaje de 2.4 a 68 kV. Para las armónicas pares se recomienda utilizar el 25% de los valores presentados. Para niveles de voltaje de 69 a 138 kV, los límites son el 50% de los presentados en la Tabla G.3. Para niveles de voltaje mayores de 138 kV se requiere hacer una evaluación particular para cada caso.



**APÉNDICE H**

**RESONANCIA EN**

**LÍNEAS COMPENSADAS**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# APÉNDICE H

## RESONANCIA EN LÍNEAS COMPENSADAS

En este apéndice se desarrollan ecuaciones generales para calcular los valores de reactancia que causan resonancia, se estudian condiciones con y sin fallas para diferentes configuraciones de la línea desconectada y del reactor de compensación. Además, se presenta un ejemplo numérico en un sistema de estudio.

### H.1 Condiciones sin falla

Utilizando el método electrostático se obtienen ecuaciones generales para calcular los valores de reactancia que causan resonancia. Se estudian diferentes condiciones de operación.

#### H.1.1 Línea balanceada, reactor sin acoplamientos

Se estudia una línea de transmisión balanceada que está compensada con un reactor con núcleos independientes para cada fase. La matriz de admitancia del efecto capacitivo de la L.T. se presenta en (H.1), la matriz del reactor se muestra en (H.2).

$$Y_{c_{-s}}^{abc} = \begin{bmatrix} y_d & y_m & y_m \\ y_m & y_d & y_m \\ y_m & y_m & y_d \end{bmatrix} \quad (\text{H.1})$$

$$Y_{r_s}^{abc} = \begin{bmatrix} y_r & 0 & 0 \\ 0 & y_r & 0 \\ 0 & 0 & y_r \end{bmatrix} \quad (\text{H.2})$$

El determinante (6.10) resultante de las matrices (H.1) y (H.2) se muestra a continuación:

$$\Delta = y_r^3 + 3y_d y_r^2 + 3(y_d^2 - y_m^2)y_r + y_d^3 - 3y_d y_m^2 + 2y_m^2$$

Las raíces de la ecuación anterior son:

$$y_{r1,2} = -y_d + y_m \quad (\text{H.3})$$

$$y_{r3} = -y_d - 2y_m \quad (\text{H.4})$$

Para este caso el polinomio tiene una raíz repetida, por lo cual solo existen dos valores de reactancia que causan resonancia.

### H.1.2 Línea con disposición horizontal, reactor sin acoplamientos

Se considera el caso particular de una línea con las tres fases en disposición horizontal.

La matriz de admitancias del efecto capacitivo se muestra en (H.5). La matriz de admitancias del reactor es la misma del caso anterior (H.2).

$$Y_{c_{-s}}^{abc} = \begin{bmatrix} y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} \\ y_{ab} & y_{aa} & y_{ab} \\ y_{ac} & y_{ab} & y_{aa} \end{bmatrix} \quad (\text{H.5})$$

El determinante (6.10) que resulta de las matrices (H.5) y (H.2) se muestra a continuación:

$$\Delta = y_r^3 + 3y_{aa}y_r^2 + (3y_{ab}^2 - 2y_{ab}^2 - y_{ac}^2)y_r + y_{ab}^3 - 2y_{ab}y_{ab}^2 + 2y_{ab}^2y_{ac} - y_{ab}y_{ac}^2$$

Las raíces para este caso son:

$$y_{r1} = -y_{aa} + y_{ac} \quad (\text{H.6})$$

$$y_{r2,3} = \frac{-2y_{aa} - y_{ac} \pm \sqrt{8y_{ab}^2 + y_{ac}^2}}{2} \quad (\text{H.7})$$

### H.1.3 Línea desbalanceada, reactor sin acoplamientos

La matriz de admitancias de la L.T. se presenta en (H.8), la matriz de admitancias del reactor se presentó en (H.2).

$$Y_{c_{-s}}^{abc} = \begin{bmatrix} y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} \\ y_{ab} & y_{aa} & y_{bc} \\ y_{ac} & y_{bc} & y_{aa} \end{bmatrix} \quad (\text{H.8})$$

El determinante (6.10) de las matrices (H.8) y (H.2) se muestra a continuación:

$$\Delta = y_r^3 + 3y_{aa}y_r^2 + (3y_{aa}^2 - y_{ab}^2 - y_{ac}^2 - y_{bc}^2)y_r + y_{aa}(y_{aa}^2 - y_{ab}^2 - y_{ac}^2 - y_{bc}^2) + 2y_{ab}y_{ac}y_{bc}$$

Las raíces para el polinomio anterior aunque se pudieron calcular, resultan ecuaciones demasiado complejas y, por lo tanto, imprácticas para calcular los valores de reactancia que causan resonancia.

En los casos en que las matrices  $Y_{c_{-s}}^{abc}$  y  $Y_r^{abc}$  ocasionen que el determinante (6.10) resulte un polinomio muy complejo se recomienda sustituir los valores numéricos de los elementos de las matrices y evaluar las raíces.

**H.1.4 Línea balanceada, reactor con acoplamientos**

La matriz de admitancias de la línea se presentó en (H.1) la matriz de admitancia del reactor se muestra en (H.9).

$$Y_{r,abc} = \begin{bmatrix} y_r & y_{mr} & y_{mr} \\ y_{mr} & y_r & y_{mr} \\ y_{mr} & y_{mr} & y_r \end{bmatrix} \quad (H.9)$$

Los valores de reactancia que causan resonancia con las matrices (H.1) y (H.9) son:

$$y_{r1,2} = -y_d + y_m + y_{mr} \quad (H.10)$$

$$y_{r3} = -y_d - 2(y_m + y_{mr}) \quad (H.11)$$

**H.1.5 Línea con disposición horizontal, reactor con acoplamientos**

Para este caso se utilizan las matrices (H.5) y (H.9). Los valores de reactancia que causan resonancia son:

$$y_{r1} = -y_{aa} + y_{ac} + y_{mr} \quad (H.12)$$

$$y_{r2,3} = \frac{-2y_{aa} - y_{ac} - y_{mr} \pm \sqrt{8y_{ab}^2 + y_{ac}^2 + (y_{ab} + 2y_{ac} + 9y_{mr})y_{mr}}}{2} \quad (H.13)$$

**H.2 Fallas en la línea desconectada**

En la sección anterior se demostró que, bajo condiciones normales, existen como máximo tres valores de reactancia que causan resonancia. En esta sección se demuestra que, cuando existen fallas en la línea desconectada, otros valores del reactor también ocasionan resonancia [47].

Se obtendrán las ecuaciones generales para determinar el valor del reactor que causa resonancia para las fallas más comunes. En todos los casos se considera que la L.T. está en posición horizontal (H.5) y que existe acoplamiento entre las tres fases del reactor (H.9).

Se utiliza el método electrostático. Para cada caso se presentan las matrices de admitancia de la L.T. y del reactor que se utilizan en el cálculo del determinante (6.10).

### H.2.1 Falla de fase a tierra

Cuando una fase se va a tierra el voltaje se hace cero; por lo tanto, en el sistema de ecuaciones nodales el producto del voltaje de esa fase con la columna correspondiente en la matriz de admitancia nodal resulta cero y pueden eliminarse esos elementos. Además, como ya se sabe que el voltaje en esa fase es cero, no interesa calcularlo y el renglón correspondiente de la matriz de admitancia nodal puede eliminarse.

A continuación se presentan las matrices (H.5) y (H.9) para una falla en la fase a. Se tendrían las mismas ecuaciones para una falla en la fase c.

$$Y_{C-s}^{abc} = \begin{bmatrix} y_{aa} & y_{ab} \\ y_{ab} & y_{aa} \end{bmatrix} \quad (H.14)$$

$$Y_{r-s}^{abc} = \begin{bmatrix} y_r & y_{mr} \\ y_{mr} & y_r \end{bmatrix} \quad (H.15)$$

Los valores de reactancia que causan resonancia con estas condiciones son las raíces del polinomio (6.10) utilizando las matrices anteriores, las cuales se presentan a continuación.

$$y_{r1,2} = -y_{aa} \pm y_{ab} \pm y_{mr} \quad (H.16)$$

Para una falla en la fase b las raíces serían:

$$y_{r1,2} = -y_{aa} \pm y_{ac} \pm y_{mr} \quad (H.17)$$

### H.2.2 Falla doble de fase a tierra

De acuerdo con la explicación que se dio en el caso anterior, para esta falla se eliminan los renglones y las columnas de las fases falladas de la matriz de admitancias del sistema. Para cualquier combinación de fases falladas las ecuaciones son:

$$Y_{C_{-s}}^{abc} = [y_{aa}] \quad (H.18)$$

$$Y_{r_s}^{abc} = [y_r] \quad (H.19)$$

El valor de reactancia que causa resonancia es:

$$y_{r1} = -y_{aa} \quad (H.20)$$

### H.2.3 Falla de línea a línea

Cuando las dos fases se unen los voltajes se hacen iguales, por lo cual los elementos de la matriz de admitancia nodal en las columnas correspondientes a las fases falladas se pueden factorizar. Además, como las corrientes nodales se suman, los renglones correspondientes también se suman.

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

A continuación se presentan las matrices correspondientes para falla entre las fases b y c.

$$Y_{C_{-s}}^{abc} = \begin{bmatrix} y_{aa} & y_{ab} + y_{ac} \\ y_{ab} + y_{ac} & 2(y_{aa} + y_{ab}) \end{bmatrix} \quad (H.21)$$

$$Y_{r_s}^{abc} = \begin{bmatrix} y_r & 2y_{mr} \\ 2y_{mr} & 2(y_r + y_{mr}) \end{bmatrix} \quad (H.22)$$

Los valores de reactancia que causan resonancia para este caso son:

$$y_{r1,2} = \frac{-2y_{aa} - y_{ab} - y_{mr} \pm \sqrt{3y_{ab}^2 + 4y_{ab}y_{ac} + 2y_{ac}^2 + 10y_{ab}y_{mr} + 8y_{ac}y_{mr} + 9y_{mr}^2}}{2} \quad (H.23)$$

El mismo resultado se obtiene si la falla es entre las fases a y b. Si la falla ocurre entre las fases a y c, los valores del reactor serían:

$$y_{r1,2} = \frac{-2y_{aa} - y_{ac} - y_{mr} \pm \sqrt{8y_{ab}^2 + y_{ac}^2 + 16y_{ab}y_{mr} + 2y_{ac}y_{mr} + 9y_{mr}^2}}{2} \quad (H.24)$$

### H.2.4 Falla trifásica

Cuando las tres fases se unen, los renglones y las columnas de la matriz de admitancia nodal se suman. A continuación se presentan las matrices correspondientes a esta falla.

$$Y_{C-s}^{abc} = [3y_{aa} + 4y_{ab} + 2y_{ac}] \quad (H.25)$$

$$Y_{R-s}^{abc} = [3y_r + 6y_{mr}] \quad (H.26)$$

El valor de reactancia que causa resonancia es:

$$y_{r1} = -\frac{3y_{aa} + 4y_{ab} + 2y_{ac} + 6y_{mr}}{3} \quad (H.27)$$

En el caso de que la falla trifásica sea a tierra, los voltajes en las tres fases son iguales a cero y no puede existir la resonancia.

Considerando a la L.T. con disposición horizontal se encontró que existen 3 valores de reactancia que causan resonancia para la línea sin falla; cuando ocurren fallas existen otros 10 valores que causan resonancia. Si la L.T. está completamente desbalanceada, se puede demostrar que existen en total 19 valores de reactancia que causan resonancia.

## H.3 Ejemplo numérico

Se realiza un estudio de los valores de reactancia de compensación que causan resonancia en las líneas acopladas 5-6 del sistema del la Figura 4.3 bajo diversas condiciones de falla.

Los datos de la línea se presentan en el apéndice C. La submatriz de admitancias propia de la línea desconectada es:

$$Y/2_{5-6}^{abc} = \begin{bmatrix} .0220 & -.0050 & -.0050 \\ -.0050 & .0200 & -.0055 \\ -.0050 & -.0055 & .0180 \end{bmatrix} j$$

Para utilizar las ecuaciones desarrolladas en la sección anterior se consideran iguales los elementos de la diagonal.

$$Y/2_{5-6}^{abc} = \begin{bmatrix} .0200 & -.0050 & -.0050 \\ -.0050 & .0200 & -.0055 \\ -.0050 & -.0055 & .0200 \end{bmatrix} j$$

La matriz anterior corresponde a una línea con disposición horizontal, donde la fase a se encuentra entre las fases b y c, las admitancias mutuas de a con b y a con c son iguales. Las ecuaciones desarrolladas en la sección anterior consideraban que la fase b se encontraba entre las fase a y c. Por tanto, cuando ocurre una falla en la fase a hay que utilizar la ecuación correspondiente a una falla en b y viceversa.

Utilizando la matriz de admitancias anterior y las ecuaciones desarrolladas en las secciones anteriores se evalúan los valores de reactancia que causan resonancia. No se consideran los acoplamientos entre las fases del reactor.

Condición sin falla:

$$y_{r1} = -.00965j$$

$$y_{r2} = -.0248j$$

$$y_{r3} = -.0255j$$

Comparando estos resultados con los obtenidos en el ejemplo numérico de la sección 6.1.3 para la línea original, se observan diferencias, lo cual indica la importancia considerar los desbalances de las líneas.

Falla de fase a tierra, fase b o c:

$$y_{r1} = -.015j$$

$$y_{r2} = -.025j$$

Falla de fase a tierra, fase a:

$$y_{r1} = -.0145j$$

$$y_{r2} = -.0255j$$

Falla de doble fase a tierra, para cualquier par de fases:

$$y_{r1} = -.02j$$

Falla de línea a línea, fases ab o ac:

$$y_{r1} = -.0097j$$

$$y_{r2} = -.0253j$$

Falla de línea a línea, fases bc:

$$y_{r1} = -.0097j$$

$$y_{r2} = -.0248j$$

Falla trifásica:

$$y_{r1} = -.00967j$$

En la Figura H.1 se presentan en forma esquemática los valores de reactancia para las distintas condiciones de falla; se aprecia que los valores de reactancia de compensación que produce resonancia para las diversas condiciones de falla, están comprendidos entre los valores mínimo y máximo de reactancia cuando no se tiene falla.

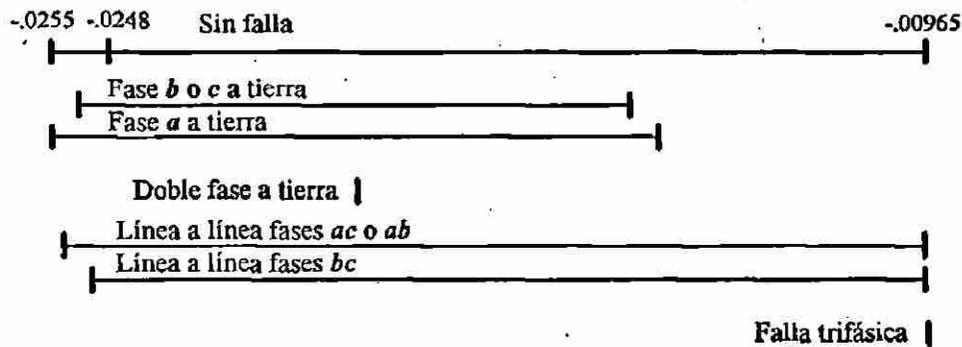


Figura H.1: Reactancia de compensación para condiciones de falla

Los valores de reactancia también se calcularon resolviendo las ecuaciones nodales para distintos valores de reactancia de compensación y se comprobó que se obtienen los mismos resultados.

En la Figura H.2 se presentan los voltajes resonantes en función del valor de reactancia de compensación para una falla de fase a tierra, fase b. Se considera la impedancia de falla igual a 100 p.u.

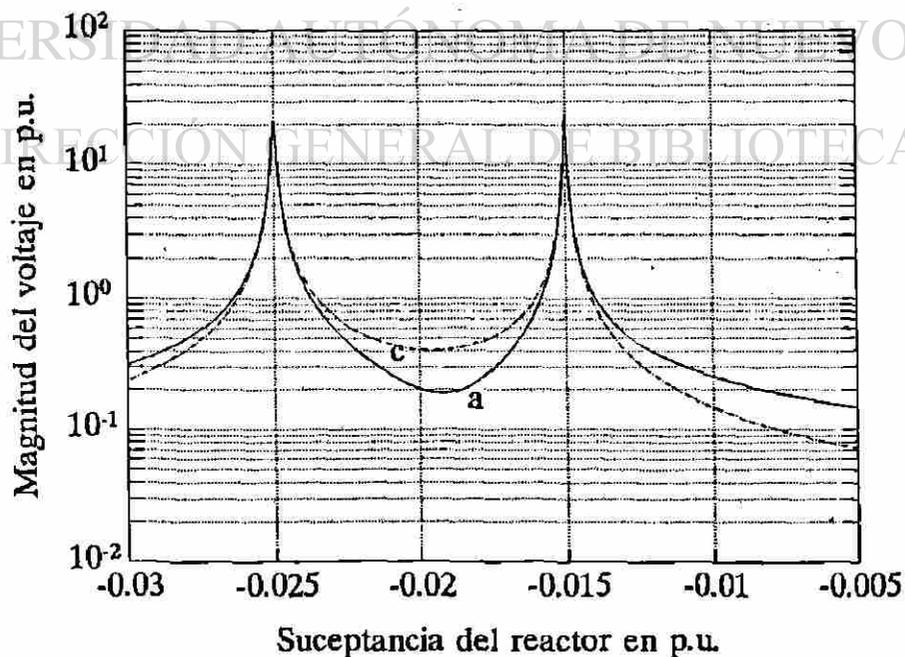
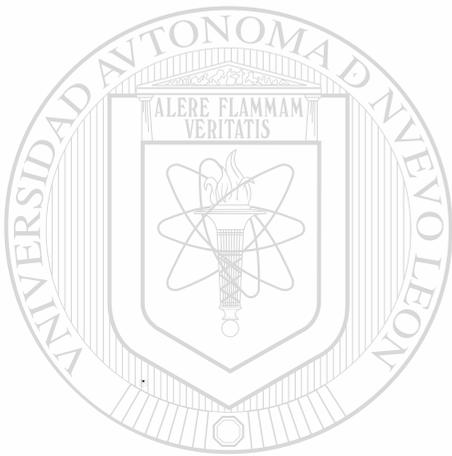


Figura H.2: Valores de reactancia para falla de fase a tierra

Se observa que sólo se tienen dos valores de reactancia que causan resonancia, dichos valores concuerdan con los obtenidos utilizando las ecuaciones desarrolladas en la sección anterior.



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



