

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



FORMULACION UNIFICADA DE COORDINACION  
HIDROTERMICA DE CORTO PLAZO UTILIZANDO  
MODELOS DETALLADOS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA  
ESPECIALIDAD EN POTENCIA

PRESENTA

MARCELINO MADRIGAL MARTINEZ

MONTERREY, N. L.

DICIEMBRE DE 1995

FORMULACION UNIFICADA DE COORDINACION  
HIDROTERMICA DE CORTO PLAZO UTILIZANDO  
MODELOS DE DETALLES

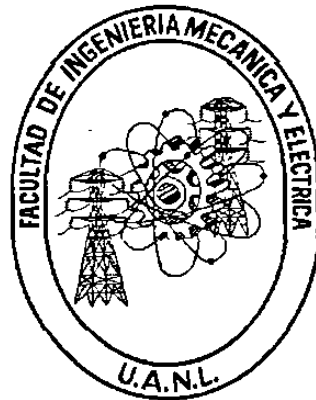
TM  
Z5853  
.M2  
FIME  
1995  
M35

99



1020112507

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



**FORMULACION UNIFICADA DE COORDINACION HIDROTERMICA  
DE CORTO PLAZO UTILIZANDO MODELOS DETALLADOS**

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA  
CON ESPECIALIDAD EN POTENCIA

PRESENTA

**MARCELINO MADRIGAL MARTINEZ**

MONTERREY, N. L.

DICIEMBRE, 1995.

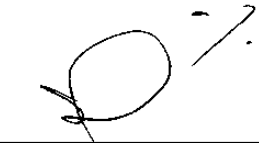
TM  
E853  
M2  
FINE  
1995  
M35

0116-86660

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

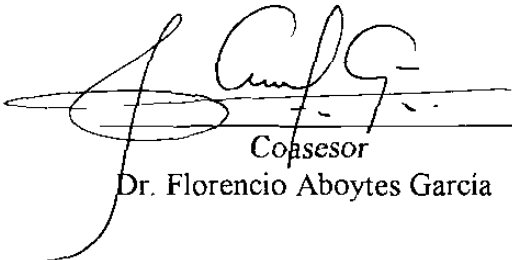
Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis FORMULACION UNIFICADA DE COORDINACION HIDROTERMICA DE CORTO PLAZO UTILIZANDO MODELOS DETALLADOS realizada por el Ing. Marcelino Madrigal Martínez sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Potencia.

El Comité de Tesis



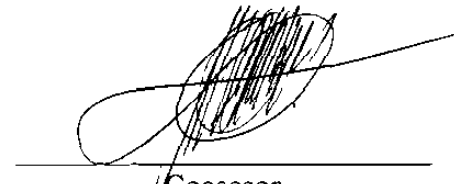
---

Asesor  
Dr. Salvador Acha Daza




---

Coasesor  
Dr. Florencio Aboytes Garcia



---

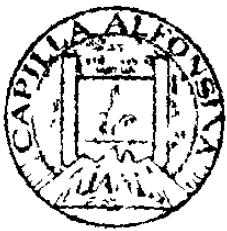
Coasesor  
Dr. Oscar Leonel Chacón Mondragón



---

Vo. Bo.  
M.C. Marco A. Mendez Cavazos  
División de Estudios de Postgrado

Monterrey, N.L., Diciembre de 1995



FONDO TESIS

---

Dedico especialmente este trabajo a :

mi mamá Cenovia †  
(1904-1994)

a mis padres :

Marcelino Madrigal y Adelaida Martinez

a mis hermanos :

Susana, Gonzalo, Lourdes, Socorro, Rafael, Teresa, Manuel y Esteban

A quienes debo todo, y les estoy profundamente agradecido.

---



## AGRADECIMIENTOS

---

Deseo expresar mi agradecimiento al Dr. Salvador Acha Daza, por todo su apoyo brindado desde el inicio de mis estudios de maestría y en la conducción de este trabajo.

A los profesores sinodales, *Dr. Oscar Leonel Chacón Mondragón* y *Dr. Florencio Aboytes García* por sus comentarios e interés mostrado en este trabajo.

Indispensable ha sido el apoyo de mi hermano Manuel Madrigal, de Jesús Rico y demás amigos de siempre.

A todos los compañeros y maestros del Programa de Doctorado en Ing. Eléctrica.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

---

**RESUMEN**  
**FORMULACION UNIFICADA DE COORDINACION HIDROTERMICA**  
**DE CORTO PLAZO UTILIZANDO MODELOS DETALLADOS**

Publicación No. \_\_\_\_\_

Marcelino Madrigal Martínez, M. C. en Ing. Eléctrica  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica  
Universidad Autónoma de Nuevo León, 1995

Profesor Asesor : Salvador Acha Daza, Ph. D.

La solución del problema de coordinación hidrotérmica de corto plazo representa un problema de optimización no lineal de gran dimensión y con un gran número de restricciones. El uso de modelos detallados que permiten obtener soluciones más precisas al problema real ha sido objeto de investigaciones recientes, debido principalmente a las implicaciones y beneficios económicos que estos resultados significan para la operación de los sistemas eléctricos de potencia. Sin embargo, la solución del problema con un alto nivel de modelación implica esfuerzos computacionales considerables, por lo que es importante investigar métodos que permitan obtener una solución eficiente del problema.

El presente trabajo de tesis aborda el problema de coordinación hidrotérmica de corto plazo utilizando modelos detallados. Se desarrolla una formulación unificada para este propósito capaz de considerar sistemas hidroeléctricos en cascada, con retardo de tiempo en el viaje del agua y variación de la altura en embalses. Se consideran además las ecuaciones no

lineales de los flujos de potencia para la representación de la red eléctrica, y funciones no lineales para las características de costo y descarga de las plantas termoeléctricas e hidroeléctricas respectivamente.

Partiendo del desarrollo de las ecuaciones de optimalidad para este problema de gran dimensión, se utiliza el método de Newton para su solución. El sistema de ecuaciones resultante es ordenado del tal manera que su estructura presenta características que permiten que la solución global del problema pueda ser obtenida por medio de la solución de problemas de menor dimensión; sub-problemas eléctricos e hidráulico. La consiguiente reducción en la complejidad computacional del problema retiene las excelentes características de convergencia inherentes al método de Newton.

En la formulación se consideran las restricciones operativas y de seguridad por medio de funciones de penalización y se presenta un algoritmo simple para identificar el conjunto de restricciones activas. Se incluyen resultados de simulación utilizando la formulación desarrollada en MATLAB<sup>®</sup>, utilizando sistemas de prueba de 5 y de 14 nodos de amplio uso en la literatura técnica. En cada caso se hace el análisis correspondiente haciendo énfasis en las implicaciones que la utilización de modelos detallados tiene sobre la operación económica del sistema. Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros tomando como base la formulación desarrollada.

## INDICE

Resumen .....	v
Indice de Figuras .....	xi
Indice de Tablas .....	xiii
1. INTRODUCCION .....	1
1.1. Operación económica de sistemas hidrotérmicos .....	1
1.1.1. Estudios de largo plazo .....	3
1.1.2. Estudios de mediano plazo .....	3
1.1.3. Estudios de corto plazo .....	4
1.2. Resumen histórico sobre la solución del problema de corto plazo .....	5
1.3. Ambito y aportaciones de la tesis .....	8
1.4. Estructura de la tesis .....	9
2. MODELADO DE PLANTAS, RED ELECTRICA Y RED HIDRAULICA .....	11
2.1. Introducción .....	11
2.2. Plantas termoeléctricas .....	11
2.3. Plantas hidroeléctricas .....	14
2.3.1. Alternativas de modelación .....	17
2.4. Red eléctrica .....	20
2.5. Red hidráulica .....	22
2.6. Resumen .....	27

## INDICE (Continuación)

3. COORDINACION HIDROTERMICA DE CORTO PLAZO .....	28
3.1. Introducción .....	28
3.2. Coordinación hidrotérmica y el método de Newton .....	28
3.3. Planteamiento del problema .....	32
3.3.1. Condiciones necesarias para la optimalidad .....	35
3.3.2. Solución por el método de Newton .....	37
3.4. Estructura de la matriz W .....	40
3.4.1. Ejemplo ilustrativo .....	41
3.5. Solución eficiente .....	45
3.6. Condiciones iniciales .....	49
3.7. Resumen .....	53
4. RESTRICCIONES DE SEGURIDAD Y OPERATIVAS PARA UN SISTEMA DE POTENCIA .....	54
4.1. Introducción .....	54
4.2. Funciones de penalización .....	55
4.2.1. Funciones de penalización y multiplicadores de Lagrange .....	57
4.3. Restricciones de desigualdad .....	58
4.3.1. Potencias reactivas de generación .....	58
4.3.2. Potencias reales de generación, voltajes nodales y volúmenes en embalses ..	60
4.3.3. Flujos de potencia real .....	62
4.3.4. Descargas hidráulicas .....	64
4.4. Identificación del conjunto de restricciones activas .....	65
4.4.1. Inicialización y magnitud de penalización .....	66
4.5. Algoritmo general para la solución de la coordinación hidrotérmica .....	67
4.5.1. Convergencia y las condiciones de segundo orden .....	68
4.6. Resumen .....	69

## INDICE (Continuación)

5. CASOS DE ESTUDIO Y ANALISIS DE RESULTADOS .....	70
5.1. Introducción .....	70
5.2. Sistema de 5 nodos .....	70
5.2.1. Plantas aisladas .....	70
5.2.1.1. Efecto de la variación de la altura en el embalse .....	71
5.2.1.2. Límites en voltajes .....	74
5.2.1.3. Comportamiento del volumen almacenado y costos incrementales .....	76
5.2.2. Plantas en cascada .....	80
5.2.2.1. Límites en volúmenes almacenados y flujos de potencia .....	81
5.3. Sistema de 14 nodos, IEEE .....	84
5.3.1. Plantas aisladas .....	85
5.3.1.1. Efecto de la variación de la altura .....	85
5.3.2. Plantas en cascada .....	87
5.3.2.1. Límites en potencias generadas y descargas hidráulicas .....	89
5.4. Resumen .....	91
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	93
6.1. Conclusiones .....	93
6.1.1. Generales sobre la coordinación hidrotérmica .....	93
6.1.2. Sobre la formulación desarrollada .....	95
6.2. Aportaciones de la tesis .....	96
6.3. Recomendaciones y trabajos futuros .....	97
REFERENCIAS .....	99

## INDICE (Continuación)

### APENDICE A

Ecuaciones de coordinación y algoritmo de descomposición básicos ..... 105

### APENDICE B

Derivadas de las potencias netas inyectadas y funciones de descarga ..... 109

### APENDICE C

Parámetros de los sistemas de prueba ..... 115

## INDICE DE FIGURAS

Figura		Página
1.1.	Estudios de coordinación hidrotérmica .....	2
2.1.	Curva de costo .....	12
2.2.	Curva de costo específico .....	13
2.3.	Curva de costo incremental .....	14
2.4.	Planta hidroeléctrica de almacenamiento .....	15
2.5.	Embalse con forma trapezoidal .....	16
2.6.	Característica $P(q,S)$ .....	19
2.7.	Característica $q(P,S)$ .....	20
2.8.	Nodo de la red eléctrica .....	21
2.9.	Nodo de la red hidráulica .....	22
2.10.	Plantas hidroeléctricas en cascada .....	24
2.11.	Representación gráfica de (2.22) .....	25
3.1.	Sistema hidrotérmico para ejemplo .....	41
3.2.	Estructura de matriz $W$ .....	43
3.3.	Algoritmo para la solución eficiente de $Wz=f(z)$ .....	47
4.1.	Efecto de las funciones de penalización .....	56
4.2.	Algoritmo general para la solución de la coordinación hidrotérmica .....	68
5.1.	Patrón de convergencia .....	75
5.2.a.	Resultados sin pérdidas de transmisión .....	76
5.2.b.	Resultados sin pérdidas de transmisión .....	77



## INDICE DE FIGURAS (Continuación)

Figura	Página
5.3 a. Resultados con pérdidas de transmisión .....	78
5.3 b. Resultados con pérdidas de transmisión .....	79
5.4. Estructura de matriz $W$ , sistema de 5 nodos .....	84
5.5. Flujo de agua (totales) .....	90
A.1. Diagrama de bloques para algoritmo de descomposición .....	108
C.1. Diagrama unifilar sistema de 5 nodos .....	116
C.2. Diagrama unifilar sistema de 14 nodos del IEEE .....	117

## INDICE DE TABLAS

Tabla	Página
4.1. Forzar/liberar potencias reactivas .....	60
4.2. Forzar/liberar variables .....	61
5.1. Resultados altura constante .....	71
5.2. Resultados altura variable .....	72
5.3. Resultados con distribución de generación forzada .....	73
5.4.a Costo incremental de las violaciones .....	74
5.4.b Resultados con límites menores de voltajes .....	74
5.5. Comparación de costos y generación .....	75
5.6. Demanda horaria .....	76
5.7. Comparación de costos y generación .....	79
5.8. Volúmenes y escurrimientos .....	80
5.9. Resultados para plantas en cascada .....	81
5.10. Flujos de potencia real (MW), segundo periodo .....	81
5.11. Resultados, límites en volumen y flujos .....	82
5.12. Flujos de potencia real (MW), segundo periodo .....	82
5.13. Comparación de costos y generación .....	83
5.14. Características de Convergencia .....	83
5.15. Resultados altura constante .....	85
5.16. Resultados altura variable .....	86
5.17. Comparación de costos y generación .....	86

## INDICE DE TABLAS (Continuación)

Tabla	Página
5.18. Características de convergencia . . . . .	86
5.19. Volúmenes y escurrimientos . . . . .	87
5.20. Resultados plantas en cascada . . . . .	88
5.21. Potencias totales por período y energía total . . . . .	88
5.22. Resultados, límites en potencias y descargas . . . . .	89
5.23. Potencias totales por período y energía total . . . . .	90
5.24. Características de convergencia . . . . .	91
C.1. Datos de la red de 5 nodos . . . . .	116
C.2. Cargas nodales . . . . .	116
C.3. Parámetros, curva de costo . . . . .	116
C.4. Parámetros, curva de descarga (embalses con paredes planas y area A) . . . . .	116
C.5. Datos de la red de 14 nodos . . . . .	117
C.6. Cargas nodales . . . . .	118
C.7. Parámetros, curva de costo . . . . .	118
C.8. Parámetros, curva de descarga (embalses con paredes planas y area A) . . . . .	118
C.9. Límites en potencias reactivas (MVAR) . . . . .	118

# CAPITULO 1

## INTRODUCCION

### 1.1 OPERACION ECONOMICA DE SISTEMAS HIDROTERMICOS

Una de las tareas más importantes y complejas en la planificación de la operación de los sistemas eléctricos de potencia es la determinación de la manera en que el sistema de potencia debe ser operado, generalmente con el objetivo de que la demanda sea suministrada a los usuarios de la manera más económica, cumpliendo con los estándares de seguridad y calidad. Así el contar con procedimientos que determinen la forma óptima de operar el sistema pretende obtener ahorros económicos muy importantes.

Cuando el sistema de potencia cuenta con distintos tipos de generación, la operación económica del sistema será determinada por la coordinación en el uso de estos tipos de generación. En sistemas reales la combinación más común es de generación termoeléctrica e hidroeléctrica; en el caso de México la generación hidroeléctrica representa aproximadamente el 30% del total de generación, el resto es generación termoeléctrica y otras combinaciones no convencionales. Debido a que la generación hidroeléctrica tiene un costo variable prácticamente despreciable, comparado con el costo del combustible utilizado por las plantas de generación termoeléctrica, se puede tener grandes beneficios económicos al hacer un uso óptimo de ambos recursos.

La incertidumbre en la disponibilidad del recurso hidráulico, el comportamiento ciclico de la demanda, la gran variedad y capacidad de los sistemas hidráulicos, las diferentes

restricciones operativas y de seguridad hacen que la planificación de la operación económica de estos sistemas se lleve a cabo por medio de una serie de estudios secuenciales que abarcan distintos horizontes de tiempo, niveles de modelación y variables involucradas, enfocados todos a encontrar la política más económica para la operación del sistema de potencia. Estos estudios se dividen generalmente en estudios de largo, mediano y corto plazo; como se muestra en la Figura. 1.1.

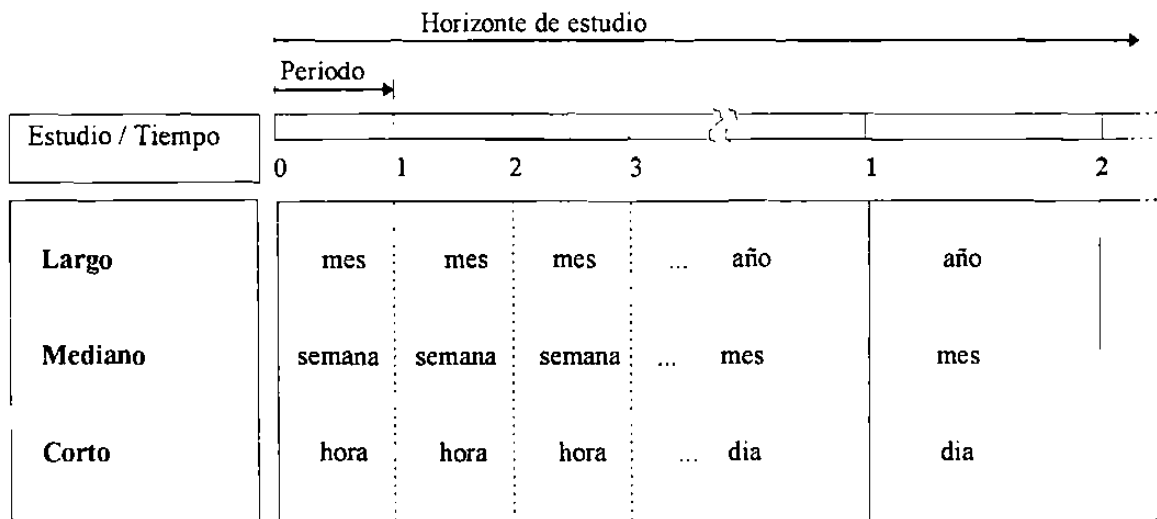


Fig. 1.1. Estudios de coordinación hidrotérmica

Las decisiones de mediano y largo plazo son las que afectarán en mayor medida la operación económica global del sistema y la operación segura de los sistemas hidráulicos. Una decisión errónea sobre un uso intensivo del agua puede llevar a déficits de energía en el futuro, con el consiguiente aumento en el costo de operación. En el otro extremo una decisión errónea sobre el almacenamiento del agua puede llevar a tener que derramar el agua que de otra manera pudo haber sido turbinada.

### 1.1.1 Estudios de largo plazo

El horizonte y la resolución en el tiempo, para este tipo de estudio, depende principalmente de la capacidad de regulación de los embalses. Generalmente el horizonte es de uno o varios años, con períodos mensuales o de varias semanas.

Para cada período en el horizonte de tiempo considerado, las entradas naturales a los embalses son consideradas como variables aleatorias y la demanda es generalmente representada por curvas de duración de carga. El objetivo del estudio será minimizar el costo esperado de producción de las plantas termoeléctricas, este costo es expresado como una función de los volúmenes a descargar por los embalses. Además se minimiza un costo terminal asociado con el uso o almacenamiento del agua, es decir, con los volúmenes finales del horizonte.

La red eléctrica no es considerada y los generadores termoeléctricos son representados por una sola curva de costo equivalente. Los embalses en cascada de diferentes sistemas hidráulicos son representados por medio de equivalentes [57], con un solo embalse y planta hidroeléctrica donde se deberá modelar con especial atención las variaciones de la altura. Esta agregación de embalses se hace con el objetivo de reducir la complejidad del problema de naturaleza estocástica. Para la solución de este problema se utiliza generalmente la programación dinámica estocástica [66].

### 1.1.2 Estudios de mediano plazo

Tomando como base el costo terminal o los volúmenes finales de cada período obtenidos por el estudio de largo plazo, el objetivo será igualmente minimizar el costo de operar las plantas termoeléctricas; las diferencias más importantes son la resolución de tiempo y los modelos utilizados. Generalmente se considera que las entradas naturales son deterministas y la carga se modela en cada período del estudio por medio de curvas de

duración de carga o por un valor constante, los periodos van de varios días hasta una semana cubriendo uno o varios meses. El resultado del estudio será, además del costo, los volúmenes en los embalses individuales al finalizar cada periodo.

Se utilizan curvas de costo equivalentes para las plantas termoeléctricas de áreas eléctricas distintas y la red hidráulica ahora es considerada en su forma original, de tal manera que sean incluidas todas las restricciones en el sistema hidráulico, y además que sea posible el considerar los intercambios entre áreas y la reserva de potencia del sistema.

En este tipo de estudios debe darse atención especial al sistema hidráulico, las variaciones de la altura pueden ser apreciables y por lo tanto deben ser utilizados modelos detallados que incluyan estas dinámicas. El problema es de naturaleza no lineal, pero se han utilizado ampliamente distintos algoritmos de aproximaciones sucesivas y programación lineal [69] para su solución.

### **1.1.3 Estudios de corto plazo**

En los estudios de corto plazo se desea determinar cómo distribuir la generación entre las plantas termoeléctricas e hidroeléctricas de manera horaria, cubriendo varios días o hasta una semana. El objetivo es que el costo de las plantas termoeléctricas sea minimizado y que las plantas hidroeléctricas utilicen sólo el agua que permita llegar a los volúmenes finales, los cuales, han sido obtenidos por los estudios de mediano plazo.

En este caso la red eléctrica juega un papel muy importante en la distribución de la potencia y las pérdidas. De la misma manera la red hidráulica se deberá de modelar de manera completa, aun cuando la variación de la altura en los embalses es menos notable. Se deberán respetar distintos límites, tanto en el sistema eléctrico como en el hidráulico.

Dependiendo de la cantidad relativa de unidades termoeléctricas e hidroeléctricas en el sistema será o no necesaria la asignación de unidades (en sistemas predominantemente hidroeléctricos generalmente no es necesaria [9-10,17-18]). El problema de corto plazo comprenderá tanto la asignación de unidades como la coordinación hidrotérmica, los dos problemas son resueltos generalmente de manera independiente [67,69] o con el uso de algoritmos de descomposición en su parte entera (asignación de unidades) y continua (coordinación hidrotérmica) [11].

La coordinación hidrotérmica de corto plazo representa un problema de optimización no lineal de gran dimensión, por lo que generalmente se han utilizado distintos niveles de simplificación y descomposición del problema en sus partes: eléctrica (térmica) e hidráulica, de tal manera que el problema global pueda ser resuelto por problemas de menor dimensión y que sea posible la aplicación de distintas técnicas de optimización, tanto lineales como no lineales, como se presenta en la próxima sección.

## **1.2 RESUMEN HISTORICO SOBRE LA SOLUCION DEL PROBLEMA DE CORTO PLAZO**

El método heurístico más antiguo para la coordinación de recursos hidrotérmicos se le conoce como método de “aplanamiento” de picos o “peak shaving method” [55], la idea central del método consiste en utilizar la generación hidroeléctrica para substituir la generación termoeléctrica más cara. Como el costo de la generación termoeléctrica es más elevado en los periodos de mayor demanda, es ahí donde se deberá utilizar la generación hidroeléctrica. El resultado es que la generación termoeléctrica se disminuye en estos periodos de alta demanda, de ahí el nombre que recibe el método.

Las primeras formulaciones matemáticas del problema, utilizando técnicas de optimización, dieron lugar, al igual que en sistemas térmicos, a las conocidas ecuaciones de



coordinación [2-3] (Apéndice A), que establecen que la operación económica se logra si todas las unidades, tanto hidroeléctricas como termoeléctricas, operan a “igual costo incremental”. En estas primeras formulaciones se utilizaban modelos simplificados de la red eléctrica, considerando pérdidas constantes o bien aproximadas por distintas formulaciones [4].

La primera formulación [5] que incorporó las ecuaciones de flujos de potencia activa y reactiva para la modelación de la red eléctrica en el problema de coordinación hidrotérmica, dio lugar al concepto de flujos óptimos en sistemas hidrotérmicos FOSHT (problema en el tiempo). El problema de flujos óptimos se desarrolló principalmente para sistemas puramente térmicos (problema estático) y entre las formulaciones más importantes se tiene: el método de la matriz Hessiana [6], el gradiente reducido [7], y el método de Newton [8]. Con el desarrollo de este último método, con sus sobresalientes características de convergencia y la posibilidad de obtener soluciones en tiempos reducidos, apareció de manera más formal el problema de FOSH por el método de Newton [9], el cual consideró únicamente plantas aisladas y la variación de la altura en embalses de forma aproximada [10]. En [2] se presenta una de las primeras formulaciones matemáticas para la solución del problema cuando se cuenta con sistemas hidráulicos en cascada, pero la red eléctrica fue representada por formulaciones de pérdidas aproximadas.

Debido a la complejidad del problema cuando se utilizan modelos detallados, se han aplicado ampliamente los algoritmos de descomposición [15-20, 41-42] (Apéndice A), de tal manera que la solución del problema global es obtenida por medio de la solución iterativa entre dos sub-problemas, eléctricos e hidráulico. Para la solución del problema eléctrico, (o puramente térmico) se tiene formulaciones que usan ecuaciones de coordinación hasta las de flujos óptimos. Para la solución del problema hidráulico se han utilizado técnicas como programación dinámica [2], gradiente reducido [11], y algoritmos de flujo en redes [12-15]. Una de las primeras formulaciones con tal detalle se presenta en [16], se incluye las ecuaciones de flujos de potencia y plantas hidroeléctricas en cascada, la solución del problema

global se obtiene por medio de descomposición y se utilizan perturbaciones singulares y métodos heurísticos para encontrar *soluciones mejoradas que permitan llegar al óptimo*.

Recientemente, en [17] se utiliza una formulación de flujo en redes para el sistema hidráulico, y una formulación de flujos de potencia activa para el sistema eléctrico. Se utiliza el método de direcciones factibles de Zoutendijk para el mejoramiento del objetivo, así como técnicas de programación lineal para la solución de la red eléctrica.

En [18] se utilizan curvas linealizadas por secciones para representar las características de las plantas hidroeléctricas, algoritmos de flujo en redes y una combinación de flujos óptimos y ecuaciones de coordinación para la solución de los sub-problemas hidráulico y eléctricos.

Una formulación de flujo en redes, tanto para la red eléctrica como la red hidráulica, es presentada en [14]. El acoplamiento no lineal (curvas de producción de potencia-balance de potencia), entre ambos sub-sistemas es considerado indirectamente a través de una función de penalización lineal-cuadrática. En [19] se utiliza *una formulación de flujos de corriente directa* para la red eléctrica, en este esquema la red hidráulica no es optimizada sino únicamente simulada, buscando soluciones factibles.

El común denominador de los algoritmos de descomposición es la solución iterativa entre ambos sub-sistemas hasta que cierto criterio (costos incrementales iguales, uso del agua etc.), se satisface. El problema básico con este enfoque es la forma en que las soluciones mejoradas se deben calcular entre una iteración y otra; esto ha llevado a que se tenga convergencia oscilatoria [17-20] y retardo en la convergencia [14-20].

Dependiendo del grado de modelación y las técnicas de optimización que se utilicen así será la rapidez con la que las soluciones serán obtenidas. Las formulaciones más detalladas conllevan a mayores requerimientos computacionales, pero permiten evaluar la posibilidad de

mayores ahorros económicos en la solución; las formulaciones simplificadas pueden obtener soluciones de manera muy rápida, pero pueden resultar infactibles. Este es en general el contrapunto entre el nivel de modelación, los tiempos en que las soluciones son obtenidas y su exactitud.

### 1.3 AMBITO Y APORTACIONES DE LA TESIS

La presente tesis aborda el problema de la coordinación hidrotérmica de corto plazo, utilizando modelos detallados tanto para la red eléctrica como para la red hidráulica de tal manera que quedan incluidas las ecuaciones de flujos de potencia real y reactiva para la red eléctrica, sistemas hidráulicos en cascada con retardos de tiempo y variación de la altura en los embalses; utilizando modelos no lineales para las características de costo y para la descarga de las plantas termoeléctricas e hidroeléctricas respectivamente. La aportación principal de esta tesis se puede resumir como sigue :

- Desarrollo de una formulación unificada para el problema de coordinación hidrotérmica de corto plazo.

Las aportaciones particulares que para el desarrollo de esta formulación fueron necesarias son las siguientes:

- Desarrollo de las condiciones de optimalidad del problema general unificado (eléctrico e hidráulico).
- Solución de las ecuaciones de optimalidad por el método de Newton.
- Ordenamiento especial del sistema de ecuaciones lineales resultante.
- Algoritmo para una solución eficiente.
- Diseño de condiciones iniciales apropiadas.
- Implementación de un programa prototipo generalizado, en MATLAB<sup>®</sup>, utilizando la formulación desarrollada.

En la tesis se enfatiza que al solucionar las ecuaciones de optimalidad utilizando el método de Newton, la solución global al problema puede ser obtenida por medio de la solución sucesiva de problemas de menor dimensión (térmicos e hidráulico), aún y cuando no se descomponen el problema original ni se realizan simplificaciones. La formulación presenta excelentes características de convergencia las cuales son inherentes al método de Newton.

Se incluyen las restricciones de desigualdad por medio de funciones de penalización, se muestran las particularidades de cada una de estas restricciones y se muestra un algoritmo sencillo para la identificación del conjunto activo de restricciones.

#### **1.4 ESTRUCTURA DE LA TESIS**

La presentación del trabajo desarrollado se ha distribuido en los siguientes capítulos y el contenido fundamental de cada uno se describe a continuación:

- **Capítulo 2.** Se presentan los modelos de las centrales termoeléctricas e hidroeléctricas para estudios de operación económica, se hace énfasis en los modelos hidráulicos. Se presenta además, sin abundar en detalles ya conocidos, la modelación de la red eléctrica y de la red hidráulica.
- **Capítulo 3.** En este capítulo se presenta la formulación unificada propuesta en esta investigación para resolver el problema de coordinación hidrotérmica de corto plazo. Se incluyen los modelos presentados en el capítulo 2 y se desarrollan las condiciones de optimalidad las cuales son resueltas por el método de Newton. Un ordenamiento apropiado de las ecuaciones resultantes permite proponer una solución eficiente al problema de optimización. Se diseña un procedimiento para obtener condiciones iniciales apropiadas.

- **Capítulo 4** Se muestra la teoría básica de las funciones de penalización y la forma en que son usadas para incluir diversas restricciones de desigualdad en el problema de optimización, las cuales son resultado de restricciones operativas o de seguridad en los sistemas de potencia. Se describe además un algoritmo sencillo para la identificación del conjunto activo de restricciones.
- **Capítulo 5.** Se presentan resultados de simulaciones en sistemas de prueba ampliamente usados en la literatura técnica, así como el análisis correspondiente, de tal manera que se pueda observar el efecto de las distintas consideraciones y de las restricciones sobre la operación económica del sistema.
- **Capítulo 6.** Se exponen las conclusiones sobre el trabajo desarrollado y se proponen futuros trabajos de investigación en esta importante área de la operación económica y segura de los sistemas de eléctricos de potencia.

## **CAPITULO 2**

### **MODELADO DE PLANTAS, RED ELECTRICA Y RED HIDRAULICA**

#### **2.1 INTRODUCCION**

En el presente capítulo se muestra la modelación detallada, desde el punto de vista de estudios de operación económica, de centrales de generación termoeléctrica e hidroeléctrica. Se describen las características de producción de potencia, así como las variables que intervienen, haciendo énfasis en la características de las plantas hidroeléctricas. Se presenta además la modelación de la red eléctrica, sin profundizar en detalles que son ampliamente conocidos en el modelado y análisis de los sistemas de potencia. A su vez la red hidráulica se trata de tal manera que pueda ser considerada en estudios de operación económica de sistemas de potencia.

#### **2.2 PLANTAS TERMOELECTRICAS**

En este tipo de plantas los generadores eléctricos son impulsados por medio de turbinas de vapor, la producción del vapor se logra por medio del calentamiento de agua al quemar un combustible, que puede ser: carbón, gas o combustóleo entre otros. Es precisamente el combustible el que representa el mayor costo variable en la generación de la energía eléctrica. Desde el punto de vista económico se requieren modelos (tipo entrada-salida) que proporcionen información sobre la cantidad de combustible o directamente el costo (precio del combustible \$/Kcal por consumo Kcal/hr) en (\$/hr) para producir cierta potencia eléctrica neta (MW), en una unidad generadora.

Por medio de pruebas de campo se pueden obtener datos, a partir de los cuales se generan tablas o gráficos con esta información; las características son muy variadas, dependiendo de la infraestructura térmica de la planta (ciclos de recalentamiento, válvulas disponibles, etc). Una vez obtenidas las características entrada salida deseadas se construyen modelos y se selecciona las técnicas de optimización a usar. El modelo más utilizado, que requiere de técnicas de optimización no lineales, es el que expresa de manera idealizada o aproximada, el costo por unidad de tiempo (\$/hr) para producir cierta cantidad de potencia a la salida (MW), como una función cuadrática de la potencia generada (2.1); la gráfica correspondiente se muestra en la Figura 2.1.

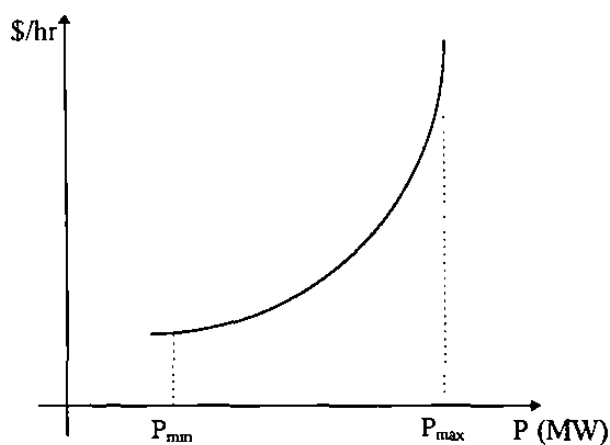


Fig. 2.1 Curva de costo.

$$C(P) = \alpha + \beta P + \gamma P^2 \quad \$/hr \quad (2.1)$$

A partir de (2.1) se pueden obtener otras curvas que proveen información importante sobre las características económicas de la unidad, si a (2.1) se le divide entre la potencia generada  $P$  se obtiene la curva denominada de costo específico (2.2), (o consumo específico "heat rate" si se utiliza la curva de consumo), la cual representa información sobre la eficiencia (el recíproco) de la unidad, esta curva se muestra en la Figura 2.2. El punto de máxima eficiencia  $P^*$  se localiza donde su derivada es cero, la eficiencia típica de una unidad térmica

esta en un rango del 30-40%, lo que significa que se requerira una energia del combustible equivalente a 3 MWhr, para obtener 1 MWhr a la salida

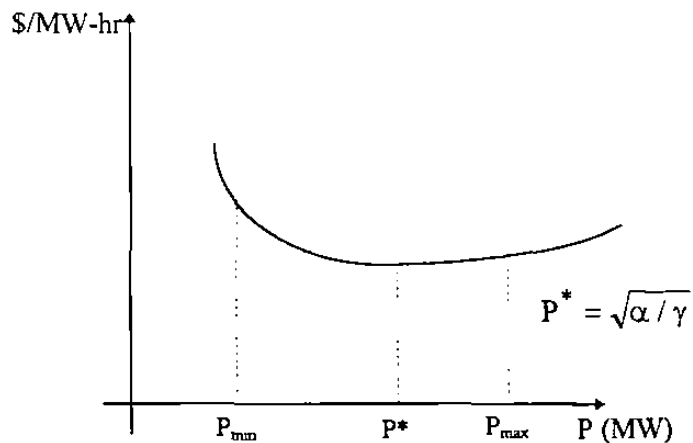


Fig. 2.2 Curva de costo específico.

$$CE(P) = \frac{\alpha}{P} + \beta + \gamma P \quad \$/MWhr \quad (2.2)$$

Por último la derivada de la función de costo (2.1) con respecto a la potencia generada define la curva de costo incremental, esta curva juega un papel importante en la operación económica del sistema, contiene información sobre el incremento en el costo debido a los incrementos en la potencia, esta curva es lineal (2.3) y creciente para el caso cuadrático, como se observa en la Figura 2.3.



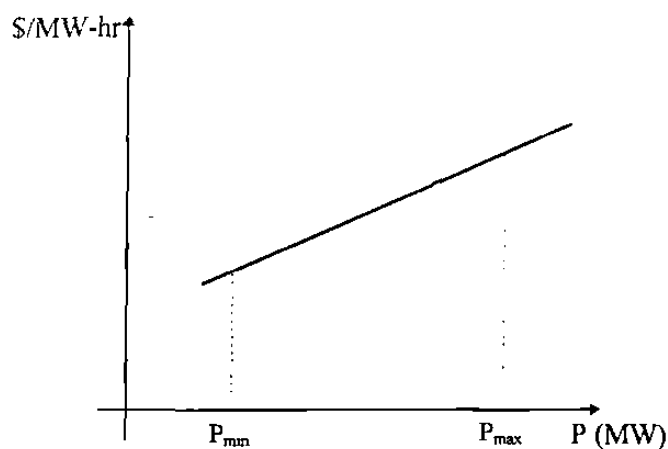


Fig. 2.3 Curva de costo incremental.

$$CI(P) = \beta + 2\gamma P \quad (2.3)$$

La característica de costo (2.1) es ampliamente utilizada en diversas aplicaciones, la función es convexa y monótonicamente creciente con primera y segunda derivadas continuas, características ideales para funciones objetivo cuando se utilizan métodos de optimización que requieren primeras y segundas derivadas.

### 2.3 PLANTAS HIDROELECTRICAS

En la Figura 2.4 se presenta la estructura típica para una planta hidroeléctrica de almacenamiento, consta principalmente de un embalse (1) donde se almacena el agua, las rejillas de toma (6) por donde entra el agua hacia las compuertas (5 y 6), la tubería de alta presión (7), la turbina hidráulica (8) y finalmente la compuerta de desfogue (9).

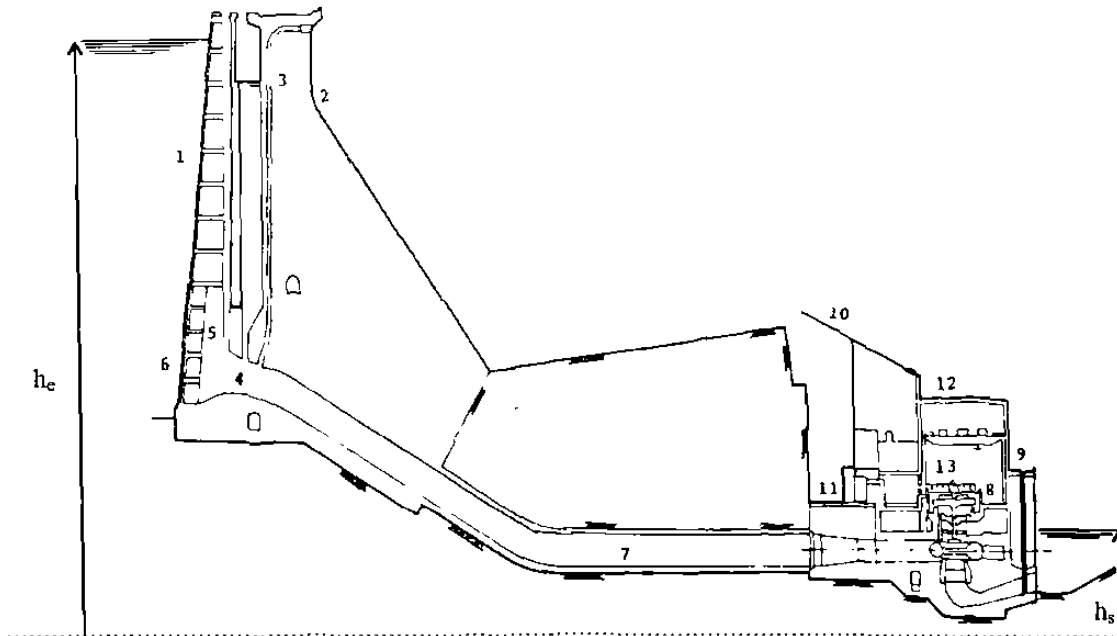


Fig. 2.4 Planta hidroeléctrica de almacenamiento.

Existen dos tipos principales de turbinas hidráulicas, las de reacción (Francis, Kaplan y Propeller) y las turbinas de impulso. La potencia (MW) generada por las turbinas es función directa de la descarga ( $q$ ) en metros cúbicos de agua por hora  $m^3/hr$ , la altura hidráulica neta ( $h$ ) de la planta en metros y de la eficiencia ( $\eta$ ) del grupo turbina-generador, como se muestra en (2.4), donde  $k$  ( $3600/120 \text{ kgs/hrm}^3$ ) representa un factor que considera el peso del agua y la conversión de unidades.

$$P = qh(k\eta) \quad (2.4)$$

La altura hidráulica neta, ver la Figura 2.4, es la diferencia entre la altura del embalse  $h_e$  y la del nivel de agua a la salida de la turbina,  $h_s$ .

$$h = h_e - h_s \quad (2.5)$$

La altura del agua en el embalse es función del volumen de agua almacenado  $S$  y de la estructura física del mismo. Si se tiene un embalse con paredes verticales y cierta área transversal  $\alpha_s$ , esta altura estará dada por una expresión de la forma (2.6).

$$h_e = S / \alpha_s \quad (2.6)$$

Si se trata de un embalse con forma trapezoidal, como se muestra en la Figura 2.5, la relación entre la altura y el volumen será cuadrática.

$$\begin{aligned} S &= \alpha h_e^2 + \beta h_e \\ \alpha &= \ell \tan \varphi, \quad \beta = \ell b \end{aligned} \quad (2.7)$$

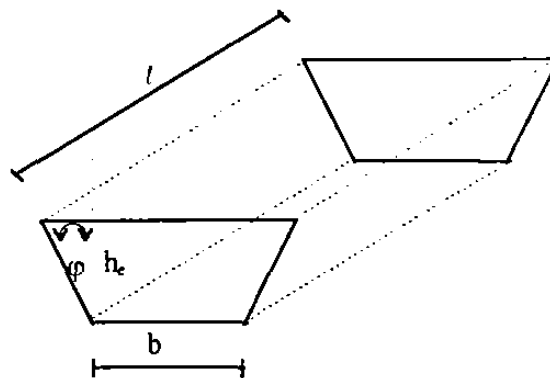


Fig. 2.5 Embalse con forma trapezoidal.

En general, la forma de los embalses es muy irregular y la relación entre la altura y el volumen se obtiene por medio de estudios topográficos del embalse, obteniendo curvas  $S-h_e$ , a partir de las cuales y por medio de algoritmos de ajustes de curvas, se obtiene un polinomio de grado  $n$  dependiendo de la precisión requerida, como se muestra en (2.8), que expresa el volumen en función de la altura.

$$S = \sum_{i=1}^n \alpha_i h_e^n \quad (2.8)$$

La altura  $h_s$  a la salida de la planta, es función del gasto de agua que se descarga a través de la turbina y de la geometría de la salida, generalmente esta altura es despreciable si se compara con la del embalse y se puede suponer una relación lineal con la descarga.

$$h_s = h_{s0} + \alpha_s q \quad (2.9)$$

Por tanto, la altura hidráulica neta de la planta  $h$ , será una función no lineal del volumen del embalse y la descarga de la turbina  $q$ , (2.10).

$$h = f(S, q) \quad (2.10)$$

La eficiencia de la turbina depende de su tipo, de la descarga y de la altura hidráulica neta. En general la potencia generada será una relación no lineal del volumen (altura y geometría), y de la descarga de la planta.

$$P = f(S, q) \quad (2.11)$$

### 2.3.1 Alternativas de modelación

Existe una gran variedad de plantas hidráulicas, se puede decir que no existen dos plantas iguales, por lo que diversos investigadores han desarrollado distintos modelos [21], que proponen formas para describir la relación (2.11) entre la potencia generada, la descarga y la altura (o volumen) de la planta. Los modelos son obtenidos por medio de algoritmos de ajuste de parámetros a partir de pruebas [21]. Estos modelos deben proveer una característica de entrada-salida, de tal manera que pueda ser utilizada en estudios de operación económica.

Uno de los modelos más utilizados es el de Glimn-Kirchmayer [22], el cual expresa la descarga como el producto de dos funciones independientes entre sí; ambas funciones son polinomios de segundo orden, uno en términos de la altura hidráulica neta y el otro en términos de la potencia generada

$$\begin{aligned} q(P, h) &= \varphi(h)\phi(P) \\ \varphi(h) &= a_0 + a_1 h + a_2 h^2 \\ \phi(P) &= b_0 + b_1 P + b_2 P^2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

De acuerdo con (2.12) y con la expresión general para el volumen (2.8), se puede pensar en un modelo similar a (2.12) pero en función del volumen. Por ejemplo, para un embalse con paredes planas, de cierta superficie  $\alpha_s$ , la descarga de la planta despreciando el nivel de desfogue se escribe como en (2.13).

$$\begin{aligned} q(P, S) &= \varphi(S)\phi(P) \\ \varphi(S) &= a_0 + \frac{a_1}{\alpha_s} S + \frac{a_2}{\alpha_s^2} S^2 = \bar{a}_0 + \bar{a}_1 S + \bar{a}_2 S^2 \\ \phi(P) &= b_0 + b_1 P + b_2 P^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Otro modelo común [2,19] es el que expresa la potencia generada en función del volumen y la descarga de acuerdo con la siguiente expresión.

$$P(q, S) = b_1 q^2 + b_2 S^2 + b_3 qS + b_4 q + b_5 S + b_6 \quad \text{MW/hr} \quad (2.14)$$

En (2.13) los coeficientes participan de manera no lineal, mientras que en (2.14) lo hacen de forma lineal. De la misma manera que en (2.14) se puede obtener un modelo que exprese la descarga en función de la potencia y el volumen, como se presenta en (2.15)

$$q(P, S) = a_1 P^2 + a_2 S^2 + a_3 PS + a_4 P + a_5 S + a_6 \quad \text{m}^3/\text{hr} \quad (2.15)$$

Es importante notar que la característica (2.14) es cóncava (para parámetros comunes [19]), como se muestra en la Figura 2.6. En estudios de corto plazo generalmente se desprecia la variación del volumen y se expresa  $P$  como una función  $P(q)$ , es decir se toma una de las curvas que se indican en la Figura 2.6, correspondiente al volumen actual de la planta ( $S_1$  o  $S_2$ ).

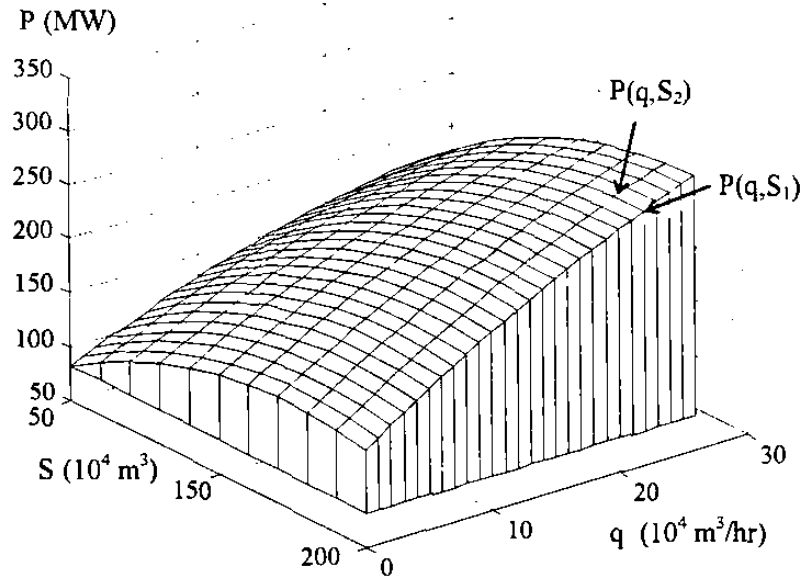


Fig. 2.6 Característica  $P(q, S)$ .

Las características (2.12), (2.13) y (2.15) son convexas, para esta última se muestra su representación en la Figura 2.7, obtenida a partir del modelo que se muestra en la Figura 2.6.

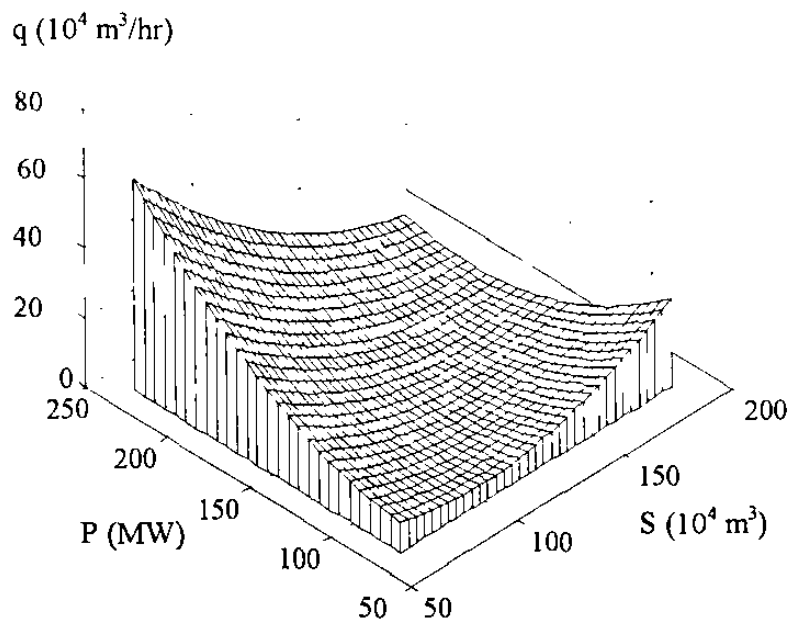


Fig. 2.7 Característica  $q(P,S)$ .

En general se considerará en esta investigación que se dispone de una característica del tipo  $q(P,S)$ , ya sea proveniente de un modelo como el de Glimn-Kirchmayer (2.13), o uno como el presentado en (2.15).

## 2.4 RED ELECTRICA

La red eléctrica se modela por medio de las ecuaciones de flujos de potencia en estado estable, tanto para la potencia activa como para la potencia reactiva, se utiliza una formulación de voltajes e inyecciones de potencias nodales. En la Figura 2.8 se muestra un nodo general del sistema de potencia que incluye generación, carga y líneas de transmisión.

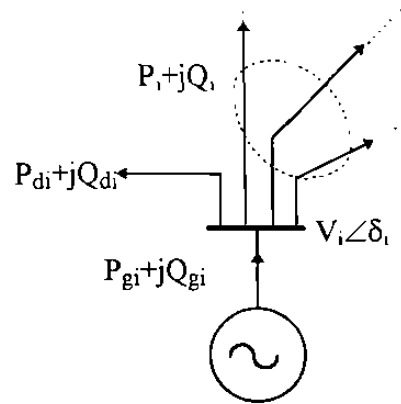


Fig. 2.8 Nodo de la red eléctrica.

Para cada nodo  $i$ , la ecuación de balance de potencia nodal está dada por (2.16) y (2.17).

$$P_{gi} = P_{di} + P_i \quad (2.16)$$

$$Q_{gi} = Q_{di} + Q_i \quad (2.17)$$

Las potencias netas inyectadas  $P_i$ ,  $Q_i$  (suma de flujos por las líneas) están dadas por las ecuaciones:

$$P_i = P(V, \delta) = V_i \sum_{k=1}^N V_k [G_{ik} \cos(\delta_k - \delta_i) - B_{ik} \sin(\delta_k - \delta_i)] \quad (2.18)$$

$$Q_i = Q(V, \delta) = -V_i \sum_{k=1}^N V_k [G_{ik} \sin(\delta_k - \delta_i) + B_{ik} \cos(\delta_k - \delta_i)] \quad (2.19)$$



donde

$P_{gi}, Q_{gi}$	Potencia real y potencia reactiva generada
$P_{di}, Q_{di}$	Potencia real y potencia reactiva demandada por la carga
$N$	Número de nodos del sistema.
$G_{ik}$	Parte real (conductancia) del elemento (i,k) de la matriz de admitancias nodales.
$B_{ik}$	Parte imaginaria (suceptancia) del elemento (i,k) de la matriz de admitancias nodales.
$V_i, \angle \delta_i$	Magnitud y ángulo del voltaje nodal.

## 2.5 RED HIDRAULICA

Los sistemas hidráulicos reales son muy diversos y cada uno de ellos con características muy peculiares, lo que los hace siempre distintos, incluso se han desarrollado algoritmos de optimización especiales para ciertos sistemas [2,12]. La estructura básica [2] de un sistema de generación hidroeléctrica está formada por una o varias plantas de almacenamiento, como la de la Figura 2.9, instaladas sobre uno o varios ríos formando sistemas hidroeléctricos en cascada.

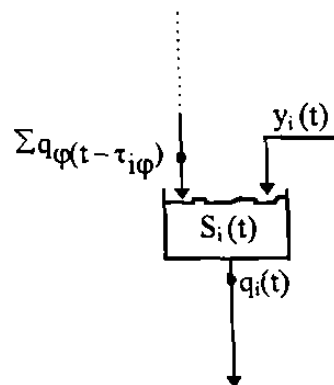


Fig. 2.9. Nodo de la red hidráulica.

El comportamiento del volumen almacenado, en cada una de las plantas está descrito por medio de la ecuación de continuidad del agua (2.20)

$$S_i(t) = S_i(0) + \int_0^t (y_i(t) - q_i(t) + q_\phi(t - \tau_{i\phi})) dt \quad (2.20)$$

donde:

$S_i(t)$	El volumen del embalse ( $m^3$ ) en el tiempo $t$
$y_i(t)$	Entradas naturales (escurrimientos, $m^3/hr$ )
$q_i(t)$	Descarga de la planta en ( $m^3/hr$ ).
$\phi$	Subíndice para todas las plantas río arriba de la planta $i$ .
$q_\phi(t)$	Descarga de la planta $\phi$ río arriba en ( $m^3/hr$ ).
$\tau_{i\phi}$	Retardo del tiempo de viaje del agua de la planta $\phi$ río arriba, a la planta $i$ río abajo.

Las cantidades de agua que se trasladan entre las plantas y sobre todo los retardos de tiempo son de suma importancia para la operación económica, las dinámicas muy lentas (minutos-horas) tendrán gran efecto sobre la dinámica de la variación diaria de la demanda (horas).

Las ecuaciones de continuidad del agua de cada planta (2.20) deberán ser discretizadas, de acuerdo con el horizonte de optimización y sus periodos, los cuales deberán ser múltiplos del retardo de tiempo más pequeño (distinto de cero), entre dos plantas cualesquiera, en el caso ideal.

Un ejemplo de un sistema de tres ríos, en los cuales se encuentran instaladas cuatro plantas hidroeléctricas, se muestra en la Figura 2.10.

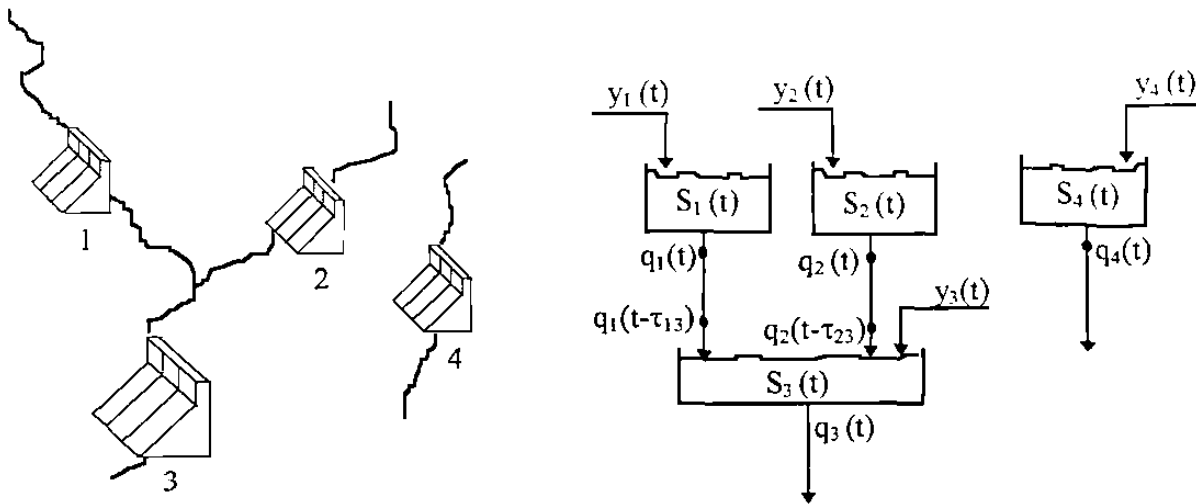


Fig 2.10 Plantas hidroeléctricas en cascada.

Para este sistema la versión discreta de las ecuaciones de continuidad del agua, para cada planta se presentan en (2.21).

$$\begin{aligned}
 S_1^k &= S_1^{k-1} + Y_1^k - q_1^k & (2.21) \\
 S_2^k &= S_2^{k-1} + Y_2^k - q_2^k \\
 S_3^k &= S_3^{k-1} + Y_3^k - q_3^k + q_1^{k-\tau_{13}} + q_2^{k-\tau_{23}} \\
 S_4^k &= S_4^{k-1} + Y_4^k - q_4^k
 \end{aligned}$$

En (2.21)  $S_i^k$  es el volumen de la planta  $i$  al finalizar el período  $k$ ,  $Y_i^k$  es el volumen de agua ( $m^3$ ) que llega de manera natural al embalse o escurrimientos durante el período  $k$  y  $q_i^k$  el volumen ( $m^3$ ) descargado por la planta durante el período  $k$ . Las ecuaciones (2.21) se pueden representar alternativamente por un diagrama, como el utilizado por los algoritmos de flujo en redes [11]. El diagrama se muestra en la Figura 2.11, donde se han considerado 3 periodos de tiempo, con duración de 1 hora; los retardos en el flujo de agua,  $\tau_{13}$  y  $\tau_{23}$ , se suponen de 1 hora. Las descargas de las plantas 1 y 2 en periodos anteriores ( $q_1^0, q_2^0$ ) son

conocidas por lo que pueden ser consideradas directamente en las entradas naturales correspondientes  $y_3^1$ , como se considera en (2.21).

Las líneas horizontales representan los volúmenes al final de cada periodo, los arcos las entradas naturales y las diagonales\verticales las descargas. Al sumar algebraicamente las componentes de flujo de agua en cada punto, se obtienen las ecuaciones de balance en el flujo de agua (2.21), para cada embalse y para cada periodo. Con base en la Figura 2.11 las ecuaciones de continuidad del agua pueden ser expresadas por la relación matricial (2.22)

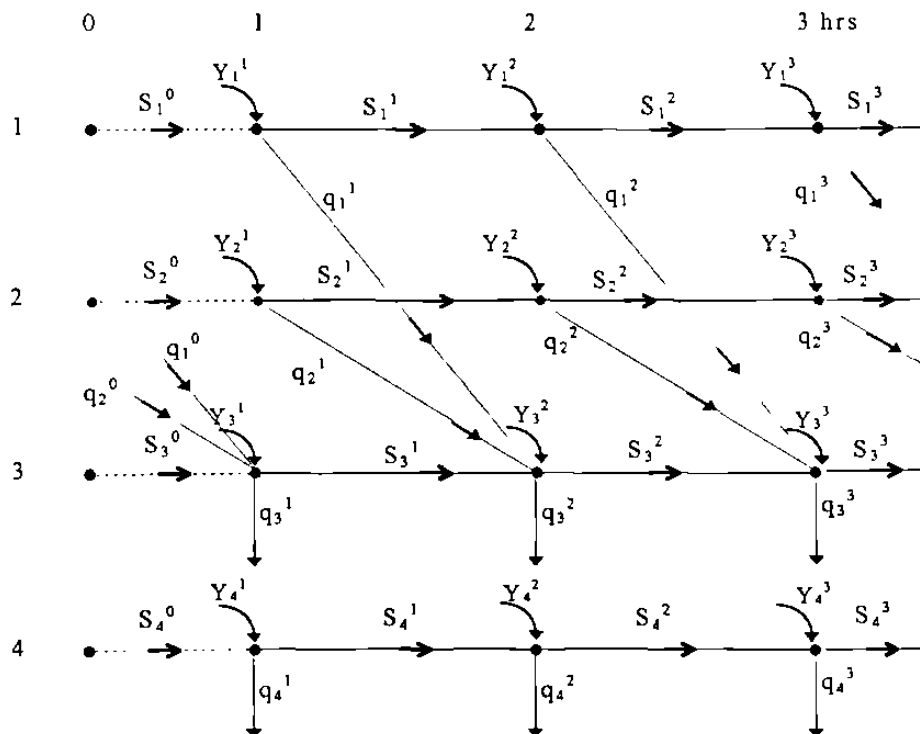


Fig. 2.11 Representación gráfica de (2.22).



Las reglas para la construcción de la matriz **A** son sencillas. A partir del diagrama de la Figura 2.10, todos los elementos diagonales de **A** serán 1 y para todos los arcos de las descargas que incidan de la planta *i* a la planta *j*, del periodo *k* al periodo *m*, el respectivo elemento  $A_{ij}$  tendrá un valor de -1.

En forma matricial compacta, cualquier red hidráulica estará representada por (2.26).

$$\Delta S = Y - A q \quad (2.26)$$

donde :

$\Delta S$	Vector de incrementos de volumen.
$Y$	Vector de entradas naturales.
$q$	Vector de volúmenes descargados.

## 2.6 RESUMEN

Con el presente capítulo se ha expuesto la modelación de las características de generación de potencia de las unidades termoeléctricas e hidroeléctricas, ambas por medio de modelos no lineales, y en el caso de hidroeléctricas tomando en cuenta la altura del embalse. Se presenta la modelación de la red eléctrica consistente en las ecuaciones de flujos de potencia en estado estable, así como el modelo discretizado de la red hidráulica tomando en cuenta los retardos de tiempo. Todos los modelos presentados en este capítulo representan un nivel alto de modelación, relativo a los estudios de operación económica de corto plazo.

## **CAPITULO 3**

### **COORDINACION HIDROTERMICA DE CORTO PLAZO**

#### **3.1 INTRODUCCION**

En el presente capítulo se formula el problema de coordinación *hidrotérmica* de corto plazo en sistemas hidrotérmicos incluyendo modelos detallados tanto en la red eléctrica como en la red hidráulica, de acuerdo con el material presentado en el capítulo anterior. Se desarrollan las ecuaciones de optimalidad y se utiliza el método de Newton para la solución del sistema de ecuaciones no lineales resultante. Se muestra la manera en que el sistema de ecuaciones debe ser ordenado de tal forma que puede ser resuelto de manera eficiente por medio de la solución de problemas de menor dimensión. Se presenta también un procedimiento para obtener las condiciones iniciales requeridas por el método iterativo de Newton.

#### **3.2 COORDINACION HIDROTERMICA Y EL METODO DE NEWTON**

La coordinación hidrotérmica de corto plazo representa un problema de optimización de gran dimensión, con función objetivo y restricciones no lineales, tanto de igualdad como de desigualdad. Este problema se puede representar en la forma estándar, como se muestra en (3.1-3.3).

$$\text{Minimizar : } f(x) \quad (3.1)$$

$$\text{Sujeto a : } g(x) = 0 \quad (3.2)$$

$$h(x) \leq 0 \quad (3.3)$$

En este caso la función objetivo es el costo de producción de las unidades termoeléctricas, las restricciones de igualdad representan el balance de energía, tanto en la red eléctrica como en la red hidráulica, las restricciones de desigualdad son impuestas por restricciones operativas, de calidad y seguridad del sistema. En el vector  $x$  están incluidas tanto las variables de control (independientes) como las variables de estado (dependientes).

Utilizando multiplicadores de Lagrange se transforma el problema de optimización con restricciones en un problema sin restricciones

$$\zeta(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x) \quad (3.4)$$

de acuerdo con Kuhn-Tucker [23-26], las condiciones necesarias para lograr el óptimo de (3.4) están dadas por (3.5-3.7).

$$\frac{\partial \zeta(x^*, \lambda)}{\partial x} = \frac{\partial f(x^*)}{\partial x} + \left( \frac{\partial g(x^*)}{\partial x} \right)^T \lambda + \left( \frac{\partial h(x^*)}{\partial x} \right)^T \mu = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \zeta(x^*, \lambda)}{\partial \lambda} = g(x^*) = 0 \quad (3.6)$$

$$\mu^T h(x^*) = 0 \text{ con } \mu_i > 0 \text{ si } h(x^*) = 0 \text{ ó } \mu_i = 0 \text{ si } h(x^*) < 0 \quad (3.7)$$

Los multiplicadores de Lagrange para las restricciones de igualdad serán irrestrictos en signo, no así para las restricciones de desigualdad, donde los multiplicadores tomarán únicamente valores positivos cuando la restricción de desigualdad esté activa.



Las expresiones (3.5-3.7) forman un conjunto de ecuaciones no lineales, las cuales pueden ser resueltas por el método de Newton. Si se considera que todas las restricciones de desigualdad están inicialmente inactivas ( $\mu=0$ ), la linealización de (3.5-3.7), tomando el primer término de la serie de Taylor, lleva al sistema de ecuaciones que se muestra en (3.8)

$$\begin{bmatrix} H & J^T \\ J & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

donde:

$$H = \frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \left( \frac{\partial^2 g(x)}{\partial x^2} \right)^T \lambda \quad (3.9)$$

$$J = \frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial x \partial \lambda} = \frac{\partial g(x)}{\partial x} \quad (3.10)$$

en forma compacta, el sistema de ecuaciones (3.8) se puede expresar por medio de:

$$z = [x, \lambda]^T, \quad f(z) = \left[ \frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial x}, \frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial \lambda} \right]^T, \quad W = \begin{bmatrix} H & J^T \\ J & \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$W \Delta z = -f(z) \quad (3.12)$$

y finalmente la ecuación recursiva para la solución de las condiciones necesarias para el óptimo estará dada por:

$$\Delta z = -W^{-1} f(z) \quad (3.13)$$

$$z^{k+1} = z^k + \Delta z, \quad (3.14)$$

se llega a la solución tomando un criterio de convergencia, por ejemplo

$$\Delta z|_{\infty} \leq \varepsilon \quad \text{ó} \quad \|f(z)\|_{\infty} \leq \varepsilon \quad (3.15)$$

En (3.13) se puede notar que el proceso de búsqueda será en dirección opuesta al gradiente  $f(z)$ , y la inversa de la matriz de segundas derivadas  $W$  determina la magnitud de descenso individual para cada variable, de acuerdo a la sensibilidad de  $\zeta(x, \lambda)$  con respecto a todo el conjunto de variables.

Una de las características del método de Newton es que cerca de la solución [24,27-28], tiene un orden de convergencia cuadrático [24], es decir que se acerca a la solución rápidamente; por lo que será necesario contar con buenas condiciones iniciales para el vector  $z$ , de manera que la convergencia se vea asegurada [24-29].

Otra de las ventajas del método de Newton, para la solución de los problemas de flujos y flujos óptimos para sistemas térmicos es que las matrices  $J$  y  $W$ , respectivamente [27-28], tienen la misma estructura que la matriz de admitancias nodal, así la solución puede obtenerse de manera eficiente y rápida utilizando algoritmos para el manejo de matrices dispersas; procedimientos que han sido ampliamente desarrollados [30-31]. En el caso del problema de coordinación hidrotérmica (plantas termo e hidroeléctricas, problema dinámico), como se demostrará en secciones posteriores,  $W$  contendrá sub-bloques que tienen la estructura tanto de la red eléctrica como de la red hidráulica.

El método de Newton no está exento de problemas, como son el mal condicionamiento de las matrices  $W$  [26-28,37-38], por lo que se debe tener cuidado en la precisión numérica utilizada y la forma en que son factorizadas, la inclusión de restricciones de desigualdad, al igual que en otros métodos de optimización, es otro de los inconvenientes del método de Newton, lo cual se discutirá en un capítulo posterior.

### 3.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema de coordinación hidrotérmica de corto plazo consiste en determinar la manera óptima de operar el sistema, de manera que el costo de las unidades térmicas sea minimizado y que las unidades hidroeléctricas utilicen la cantidad de agua especificada por estudios de mediano plazo, es decir los embalses deberán finalizar en el estudio de corto plazo con un volumen especificado. Por lo tanto, la función objetivo tomará la forma que se presenta en (3.16)

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{k=1}^{np} \sum_{i=1}^{nt} C_i(P_{gi}^k) t_k \quad (3.16)$$

donde  $np$  es el número de períodos en los cuales se divide el horizonte de optimización,  $t_k$  es la duración de cada uno de estos períodos y  $nt$  representa el número de unidades termoeléctricas en el sistema.

El primer grupo de restricciones modela el balance de energía que debe existir entre la demanda, la generación y las pérdidas de transmisión a lo largo del horizonte de estudio, y se expresa de manera exacta por medio de las ecuaciones de balance nodal (2.16-2.19) de flujos de potencia.

$$(P_i^k(V^k, \delta^k) - P_{gi}^k + P_{di}^k) t_k = 0 \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, np \\ i = 1, \dots, N \end{array} \quad (3.17)$$

$$(Q_i^k(V^k, \delta^k) - Q_{gi}^k + Q_{di}^k) t_k = 0 \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, np \\ i = 1, \dots, M \end{array} \quad (3.18)$$

donde  $N$  es el número de nodos del sistema eléctrico y  $M$  representa los nodos de carga y los nodos de generación operando en alguno de sus límites. El segundo grupo de restricciones representa el balance en cada nodo de la red hidráulica para cada período de tiempo, es decir las ecuaciones de continuidad del agua.

$$S_i^k - S_i^{k-1} - \left( Y_i^k - \sum_{m=1}^{np} \sum_{j=1}^{nh} A_{ij} q_j^m \right) = 0 \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, np \\ i = 1, \dots, nh \end{array} \quad (3.19)$$

en (3.19) queda implícita la disponibilidad del agua ya que los volúmenes finales e iniciales son constantes especificadas. De acuerdo con (3.16-3.19), la función objetivo aumentada se expresa como :

$$\begin{aligned} \zeta(x, \lambda) = & \sum_{k=1}^{np} \sum_{i=1}^{nh} C_i (P_{gi}^k) t_k + \sum_{k=1}^{np} \sum_{i=1}^N \lambda_{pi}^k (P_i^k - P_{gi}^k + P_{di}^k) t_k + \sum_{k=1}^{np} \sum_{i=1}^M \lambda_{qi}^k (Q_i^k - Q_{gi}^k + Q_{di}^k) t_k \\ & + \sum_{k=1}^{np} \sum_{i=1}^{nh} \lambda_{hi}^k (S_i^k - S_i^{k-1} - (Y_i^k - \sum_{m=1}^{np} \sum_{j=1}^{nh} A_{ij} q_j^m)) \end{aligned} \quad (3.20)$$

en general (3.20) puede ser escrita en forma compacta como se muestra en (3.21).

$$\zeta(x, \lambda) = C(P_g) + \lambda_p^T g_p(V, \delta, P_g) + \lambda_q^T g_q(V, \delta) + \lambda_h^T g_h(S, P_g) \quad (3.21)$$

De acuerdo con (3.20), los distintos multiplicadores de Lagrange tendrán las siguientes unidades:

$$\begin{array}{lll} \lambda_{pi}^k & (\$/MWhr) & i = 1, \dots, N \\ \lambda_{qi}^k & (\$/MVARhr) & i = 1, \dots, M \\ \lambda_{hi}^k & (\$/m^3) & i = 1, \dots, nh \\ & & k = 1, \dots, np \end{array} \quad (3.22)$$

El vector  $x$  en (3.21) está compuesto por el siguiente conjunto de variables, para la parte eléctrica :

$$\begin{array}{llll}
 \delta_i^k & \text{ángulos nodales} & i = 2, \dots, N & \\
 V_i^k & \text{voltajes nodales} & i = 1, \dots, N & (3.23) \\
 P_{gi}^k & \text{potencias de generación} & i = 1, \dots, nt & \\
 & & k = 1, \dots, np & 
 \end{array}$$

y para la parte hidráulica :

$$\begin{array}{llll}
 S_i^k & \text{volúmenes en los embalses} & k = 1, \dots, np - 1 & (3.24) \\
 & & i = 1, \dots, nh & \\
 P_{gi}^k & \text{potencias de generación} & k = 1, \dots, np & \\
 & & i = 1, \dots, nh & 
 \end{array}$$

es importante notar, que aún y cuando el método de Newton no distinguirá tipos de variables, se puede nombrar como variables de control a las potencias generadas y a los voltajes correspondientes a nodos con generación, mientras que el resto de las variables se identifican como variables de estado.

### 3.3.1. Condiciones necesarias para la optimalidad

Las primeras derivadas de (3.20), con respecto al conjunto de variables (3.23-3.24) y los multiplicadores de Lagrange (3.22) que definen las condiciones necesarias para la optimalidad del problema, están dadas para la parte eléctrica como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_j^k} = \sum_{i=1}^N \lambda_{pi}^k \frac{\partial P_i^k}{\partial \delta_j^k} + \sum_{i=1}^M \lambda_{qi}^k \frac{\partial Q_i^k}{\partial \delta_j^k} = 0 \quad j = 2, \dots, N \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial V_j^k} = \sum_{i=1}^N \lambda_{pi}^k \frac{\partial P_i^k}{\partial V_j^k} + \sum_{i=1}^M \lambda_{qi}^k \frac{\partial Q_i^k}{\partial V_j^k} = 0 \quad j = 1, \dots, N \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial \lambda_{pi}^k} = P_i^k - P_{gi}^k + P_{di}^k = 0 \quad i = 1, \dots, N \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial \lambda_{qi}^k} = Q_i^k - Q_{gi}^k + Q_{di}^k = 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial P_{gi}^k} = CI(P_{gi}^k) - \lambda_{pi}^k = 0 \quad i = 1, \dots, nt \quad (3.29)$$

en todas estas ecuaciones el superíndice  $k$  representa todos los períodos de tiempo del estudio;  $k=1, \dots, np$ . Las primeras derivadas con respecto de las variables de la parte hidráulica están dadas por:

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial S_i^k} = \left( \sum_{m=1}^{np} \sum_{j=1}^{nh} A_{\Pi} \lambda_{hj}^m \right) \frac{\partial q_i}{\partial S_i^k} t_k + (\lambda_{hi}^k - \lambda_{hi}^{k+1}) = 0 \quad k = 1, \dots, np - 1 \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial \tilde{\zeta}(x, \lambda)}{\partial \lambda_{hi}^k} = S_i^k - S_i^{k-1} - \left( Y_i^k - \sum_{m=1}^{np} \sum_{j=1}^{nh} A_{IJ} q_j^m \right) = 0 \quad k = 1, \dots, np \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial P_{gi}^k} = \left( \sum_{m=1}^{np} \sum_{j=1}^{nh} A_{JI} \lambda_{hj}^m \right) \frac{\partial q_j}{\partial P_{gi}^k} - \lambda_{pi}^k = 0 \quad k = 1, \dots, np \quad (3.32)$$

en estas ecuaciones (3.30-3.32) el subíndice  $i$  representa todas las plantas hidroeléctricas  $i=1, \dots, nh$ . Los subíndices  $I$  y  $J$  están dados por (2.24), debe notarse en (3.30) que los volúmenes finales en los embalses no se incluyen como variables del problema de optimización.

Es importante notar de (3.29) y (3.32) que el criterio de operación a igual costo incremental entre las plantas termoeléctricas e hidroeléctricas sigue estando presente. En (3.29) el costo incremental de la unidad termoeléctrica (igual al consumo incremental (Kcal/MWhr) por el precio del combustible (\$/Kcal)) debe "igualar" el costo incremental (3.32) asociado a las unidades hidroeléctricas, el cual está dado por el consumo incremental del agua ( $\partial q / \partial P$ ,  $m^3/MWhr$ ) multiplicado por un valor (ó precio \$/m<sup>3</sup>) equivalente del agua.

Este valor equivalente ( $\lambda_{ei}^k = \sum_{m=1}^{np} \sum_{j=1}^{nh} A_{JI} \lambda_{hj}^m$ ) será igual al valor propio del agua del embalse ( $\lambda_{hi}^k$ ) menos el valor del agua de los embalses acoplados aguas abajo ( $\lambda_{hj}^{k+\tau_{ij}}$ ).

En la ecuación (3.30) se nota que si se desprecia la variación de la altura ( $\partial q / \partial S = 0$ ) el valor del agua para cada planta resultará el mismo en todos los períodos (cuando no existe ninguna otra violación); una formulación simplificada en este aspecto se puede consultar en [34].

### 3.3.2 Solución por el método de Newton

La solución de las condiciones de optimalidad por el Método de Newton, requiere evaluar las primeras derivadas de las ecuaciones de optimalidad, para la parte eléctrica las expresiones de estas derivadas son las siguientes :

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_j^k \partial \lambda_{pi}^k} = \frac{\partial P_i^k}{\partial \delta_j^k} \quad i = 1, \dots, N \quad j = 2, \dots, N \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_j^k \partial \lambda_{qi}^k} = \frac{\partial Q_i^k}{\partial \delta_j^k} \quad j = 2, \dots, N, \quad i = 1, \dots, M \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_j^k \partial \delta_m^k} = \sum_{i=1}^N \lambda_{pi}^k \frac{\partial P_i^k}{\partial \delta_j^k \partial \delta_m^k} + \sum_{i=1}^M \lambda_{qi}^k \frac{\partial Q_i^k}{\partial \delta_j^k \partial \delta_m^k} \quad j, m = 2, \dots, N \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_j^k \partial V_m^k} = \sum_{i=1}^N \lambda_{pi}^k \frac{\partial P_i^k}{\partial \delta_j^k \partial V_m^k} + \sum_{i=1}^M \lambda_{qi}^k \frac{\partial Q_i^k}{\partial \delta_j^k \partial V_m^k} \quad j = 2, \dots, N \quad m = 1, \dots, N \quad (3.36)$$

para (3.26) por (3.36-3.39):

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial V_j^k \partial \lambda_{pi}^k} = \frac{\partial P_i^k}{\partial V_j^k} \quad i, j = 1, \dots, N \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial V_j^k \partial \lambda_{qi}^k} = \frac{\partial Q_i^k}{\partial V_j^k} \quad j = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, M \quad (3.38)$$



$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial V_j^k \partial V_m^k} = \sum_{i=1}^N \lambda_{pi}^k \frac{\partial P_i^k}{\partial V_j^k \partial V_m^k} + \sum_{i=1}^M \lambda_{qi}^k \frac{\partial Q_i^k}{\partial V_j^k \partial V_m^k} \quad j, m = 1, \dots, N \quad (3.39)$$

para (3.27-3.28) por (3.33-3.34) y (3.37-3.38), y para (3.29) por (3.40-3.41)

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial P_{gi}^k \partial \lambda_{pi}^k} = -1 \quad i = 1, \dots, nt \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial P_{gi}^{k^2}} = 2\gamma_i t_k \quad i = 1, \dots, nt \quad (3.41)$$

En todas estas ecuaciones el superíndice  $k$  representa todos los períodos de tiempo. Las primeras derivadas de las ecuaciones de optimalidad con respecto de las variables de la parte hidráulica son las siguientes :

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial S_i^k \partial \lambda_{hi}^k} = 1 + \frac{\partial q_i}{\partial S_i^k} t_k \quad k = 1, \dots, np - 1 \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial S_i^{k^2}} = \left( \sum_{m=1}^{np} \sum_{j=1}^{nh} A_{j\pi} \lambda_{hj}^m \right) \frac{\partial^2 q_i}{\partial S_i^{k^2}} t_k \quad k = 1, \dots, np - 1 \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial S_i^k \partial P_{gi}^k} = \left( \sum_{m=1}^{np} \sum_{j=1}^{nh} A_{j\pi} \lambda_{hj}^m \right) \frac{\partial^2 q_i}{\partial S_i^k \partial P_{gi}^k} t_k \quad k = 1, \dots, np - 1 \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial S_i^k \partial \lambda_{hi}^{k+1}} = \frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \lambda_{hi}^k \partial S_i^{k-1}} - 1 \quad k = 1, \dots, np - 1 \quad (3.45)$$

para (3.31) por (3.45-3.47), (3.42)

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \lambda_{hi}^k \partial S_j^m} = (A_{IJ}) \frac{\partial q_j}{\partial S_j^m} t_m \quad \begin{array}{l} m = 1, \dots, np - 1 \\ k = 1, \dots, np, \quad i \neq j \end{array} \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \lambda_{hi}^k \partial P_{gi}^m} = (A_{IJ}) \frac{\partial q_j}{\partial P_{gi}^m} t_m \quad \begin{array}{l} k, m = 1, \dots, np \\ i \neq j \end{array} \quad (3.47)$$

y para (3.32) por (3.48-3.49), (3.44,3.47)

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial P_{gi}^{k2}} = \left( \sum_{m=1}^{np} \sum_{j=1}^{nh} A_{IJ} \lambda_{hj}^m \right) \frac{\partial^2 q_i}{\partial P_{gi}^{k2}} t_k \quad k = 1, \dots, np \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial P_{gi}^k \partial \lambda_{pi}^k} = -1 \quad k = 1, \dots, np \quad (3.49)$$

en este grupo de ecuaciones (3.42-3.49) los subíndices  $i$  y  $j$  representan todas las plantas hidroeléctricas, excepto donde se indica. Las expresiones para las primeras y segundas derivadas de la potencias netas inyectadas (activas y reactivas), así como las derivadas de la función de descarga, que se han dejado indicadas, se presentan en el Apéndice B. Todas las derivadas que no se presentan son iguales a cero, las derivadas alternas en todos los casos son simétricas.

### 3.4 ESTRUCTURA DE LA MATRIZ W

Debido a los acoplamientos en el tiempo que introduce la red hidráulica y los acoplamientos entre la parte eléctrica e hidráulica, un ordenamiento convencional de las ecuaciones del gradiente  $f$  y la matriz  $W$  en (3.12) da lugar a un sistema de ecuaciones con una estructura que no permite resolver el sistema de ecuaciones de manera eficiente, la solución es muy costosa computacionalmente debido a la gran dimensión del problema.

En la búsqueda de soluciones eficientes se encontró que es importante ordenar las variables de la red eléctrica por período de tiempo y en grupos formados por multiplicadores de Lagrange y variables nodales  $\lambda_{pi}^k, \lambda_{qi}^k, \delta_i^k, V_i^k$ , es decir:

$$\lambda_{p1}^1, \lambda_{q1}^1, \delta_1^1, V_1^1, \lambda_{p2}^1, \lambda_{q2}^1, \delta_2^1, V_2^1, \dots, \lambda_{pN}^1, \lambda_{qN}^1, \delta_N^1, V_N^1, P_{g1}^1, P_{g2}^1, \dots, P_{gnt}^1, \dots,$$

$$\lambda_{p1}^{np}, \lambda_{q1}^{np}, \delta_1^{np}, V_1^{np}, \lambda_{p2}^{np}, \lambda_{q2}^{np}, \delta_2^{np}, V_2^{np}, \dots, \lambda_{pN}^{np}, \lambda_{qN}^{np}, \delta_N^{np}, V_N^{np}, P_{g1}^{np}, P_{g2}^{np}, \dots, P_{gnt}^{np}$$

seguido el arreglo por variables de la red hidráulica, ordenadas también por períodos de tiempo y en grupos de variables  $\lambda_{hi}^k, S_i^k, P_i^k$ , como se muestra a continuación:

$$\lambda_{h1}^1, S_1^1, P_1^1, \lambda_{h2}^1, S_2^1, P_2^1, \dots, \lambda_{hnh}^1, S_{nh}^1, P_{gnh}^1, \dots, \lambda_{h1}^{np}, S_1^{np}, P_1^{np}, \lambda_{h2}^{np}, S_2^{np}, P_2^{np}, \dots, \lambda_{hnh}^{np}, S_{nh}^{np}, P_{gnh}^{np}$$

En la formulación se incluye la ecuación para el ángulo en el nodo referencia ( $\delta_i^k$ ) aún cuando éste se considera cero, también se adiciona la ecuación de balance de potencia reactiva en todos los nodos, aún y cuando corresponda a un nodo con generador dentro de límites de reactivos, y por último se adiciona la ecuación para todos los volúmenes finales en los embalses. Lo anterior es con el objeto de no alterar la estructura de bloques de las matrices  $W_k$  y  $W_h$ , por ejemplo cuando se encuentre violación en alguna fuente de reactivos.

### 3.4.1 Ejemplo ilustrativo

Con el objeto de tener una visión más completa de la estructura y de la dimensión del problema, se considera el sistema de potencia de la Figura 3.1, donde se cuenta con una planta termoeléctrica y dos plantas hidroeléctricas en cascada

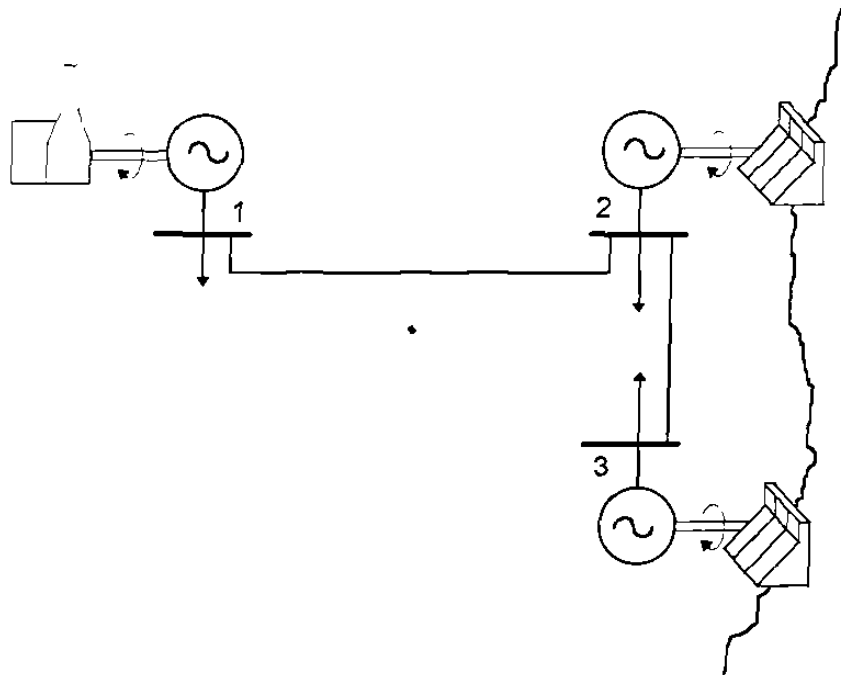


Fig. 3.1 Sistema hidrotérmico para ejemplo.

Se considera un horizonte de optimización dividido en 2 períodos de una 1 hora cada uno, y el retardo del agua de la planta 2 a la planta 3 de 1 hora. La matriz de conectividad descarga-tiempo está dada, de acuerdo con lo expuesto en la Sección 2.4, por (3.50). También se muestra la forma de la matriz de admitancias nodal.

$$A = \left[ \begin{array}{c|c} 1 & \\ \hline & I \\ \hline -1 & 1 \end{array} \right] \quad Y_{\text{nodal}} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

La estructura de la matriz  $W$  para todas las variables involucradas quedará como se muestra en la Figura 3.2. Se debe notar, como se mencionó, que se adicionan las ecuaciones para  $\lambda_q$  en los nodos de generación, estas ecuaciones no existen cuando las potencias reactivas se encuentran dentro de sus límites, lo cual se logra computacionalmente adicionando un número “muy grande” en los elementos diagonales  $\lambda_q - \lambda_q$  y haciendo cero los elementos correspondientes al renglón (no se muestran en la figura). La ecuación para  $\delta_i^k$  también se incluye, pero por ser referencia se da un valor de cero al ángulo y se coloca un número muy grande en el elemento diagonal correspondiente. Un procedimiento similar se sigue para las ecuaciones de los volúmenes finales.

En la Figura 3.2 es evidente que la matriz  $W$  tiene una estructura diagonal a bloques y de doble borde. Se tienen dos bloques diagonales  $W_k$  correspondientes a las segundas derivadas de la parte eléctrica para los dos períodos de estudio, estas matrices representan las matrices  $W$  de un estudio de flujos óptimos para sistemas puramente térmicos [8], son matrices simétricas; la estructura resultante de estos bloques es la misma que para la matriz de admitancias nodal (3.50), sólo que con elementos de dimensión  $4 \times 4$ , correspondientes a (3.33-3.39).



Al final de cada sub-bloque  $W_k$ , ver Figura 3.2, se aprecian las ecuaciones para las segundas derivadas con respecto de la potencia generada por las plantas termoeléctricas (en este caso sólo una). El elemento diagonal está dado por (3.41) y los elementos fuera de la diagonal, con valor de -1 están dados por la expresión (3.40).

Se observa además un bloque  $W_h$  también simétrico, en el último bloque diagonal de la matriz, que representa las segundas derivadas de las variables hidráulicas, (3.42-3.49) con elementos formados por submatrices de dimensión 3x3, correspondientes a los elementos distintos de cero de la matriz A, incluyendo sus transpuestos. Para los elementos diagonales las expresiones son (3.42-3.44) y (3.48-3.49) y para los elementos fuera de la diagonal, donde existe sólo acoplamientos  $\lambda_h - S$  y  $\lambda_h - P$ , por (3.46-3.47). Existe además un doble borde con valores -1 a lo largo de la diagonal principal, correspondientes a las ecuaciones (3.45). En esta matriz quedan contenidos todos los acoplamientos en el tiempo.

Las submatrices de los bordes  $W_{kh} = W_{hk}^T$  son altamente dispersas y tienen únicamente valores de -1; estas matrices contienen el acoplamiento entre la red eléctrica y la red hidráulica (3.49). En la Figura 3.2, los elementos marcados con h contienen segundas derivadas ya sea de las ecuaciones de flujos o de las funciones de costo y descarga, mientras que los marcados con j contienen sólo primeras derivadas.

La solución directa del sistema de ecuaciones implica la factorización de la matriz W, pero debido a su estructura, la solución del sistema de ecuaciones puede obtenerse con la factorización de matrices de menor dimensión (dimensión de  $W_k$  y  $W_h$ ).

### 3.5 SOLUCION EFICIENTE

Una vez que se ha determinado un ordenamiento conveniente de las ecuaciones y la forma resultante para la matriz  $W$ , en esta sección se muestran las ventajas de tener un sistema de ecuaciones lineales descrito por esta estructura matricial. En el caso general de cualquier número de periodos  $np$ , en el horizonte de optimización, se tendrá un sistema de ecuaciones a resolver de la forma que se presenta en (3.51)

$$\begin{bmatrix} W_1 & & & & W_{1h} \\ & W_2 & & & W_{2h} \\ & & \dots & & \vdots \\ & & & W_{np} & W_{nph} \\ W_{h1} & W_{h2} & \dots & W_{hnp} & W_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{np} \\ z_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{np} \\ f_h \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

La dimensión de cada una de las submatrices que forman  $W$  son las siguientes :

$$W_k \quad D_t \times D_t, \quad D_t = 4N + nt \quad (3.52)$$

$$W_h \quad D_h \times D_h, \quad D_h = np(3nh) \quad (3.53)$$

$$W_{kh} \quad D_t \times D_h \quad (3.54)$$

y la dimensión de la matriz  $W$  será por lo tanto

$$W \quad D_w \times D_w, \quad D_w = npD_t + D_h \quad (3.55)$$

Efectuando una factorización LU [30-31,58] de la matriz  $W$  a partir de (3.51) se obtiene la expresión (3.56) para la sustitución progresiva y la expresión (3.58) para la sustitución regresiva.



$$\begin{bmatrix} W_1 & & & & \\ & W_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & W_{np} & \\ W_{h1} & W_{h2} & \dots & W_{hnp} & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{np} \\ \varphi_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_3 \\ f_h \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

donde:

$$D = W_h - \sum_{k=1}^{np} W_{hk} W_k^{-1} W_{kh} = W_h - \sum_{k=1}^{np} W_{hk} V_k \quad (3.57)$$

$$\begin{bmatrix} I & & & V_1 \\ & I & & V_2 \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & I & V_{np} \\ \dots & & & & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{np} \\ z_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{np} \\ \varphi_h \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

con

$$V_k = W_k^{-1} W_{kh} \quad (3.59)$$

de (3.56) y (3.57) se obtiene la solución para los vectores auxiliares  $\varphi$

$$\varphi_k = W_k^{-1} f_k \quad (3.60)$$

$$\varphi_h = D^{-1} f_D$$

donde :

$$f_D = f_h - \sum_{k=1}^{np} W_{hk} \varphi_k \quad (3.61)$$

y a partir de (3.58) se obtiene la solución para el vector  $z$ .

$$z_h = \varphi_h \quad (3.62)$$

$$z_k = \phi_k - V_k z_h$$

(3.63)

Observando (3.57, 3.59, 3.60-3.63) se concluye que la solución para el vector  $z$  se puede obtener resolviendo  $np$  sistemas de ecuaciones lineales formados por las matrices  $W_k$  (sistemas eléctricos) y un sistema formado por la matriz  $D$  (equivalente hidráulico). El procedimiento se presenta en el diagrama de flujo de la Figura 3.3.

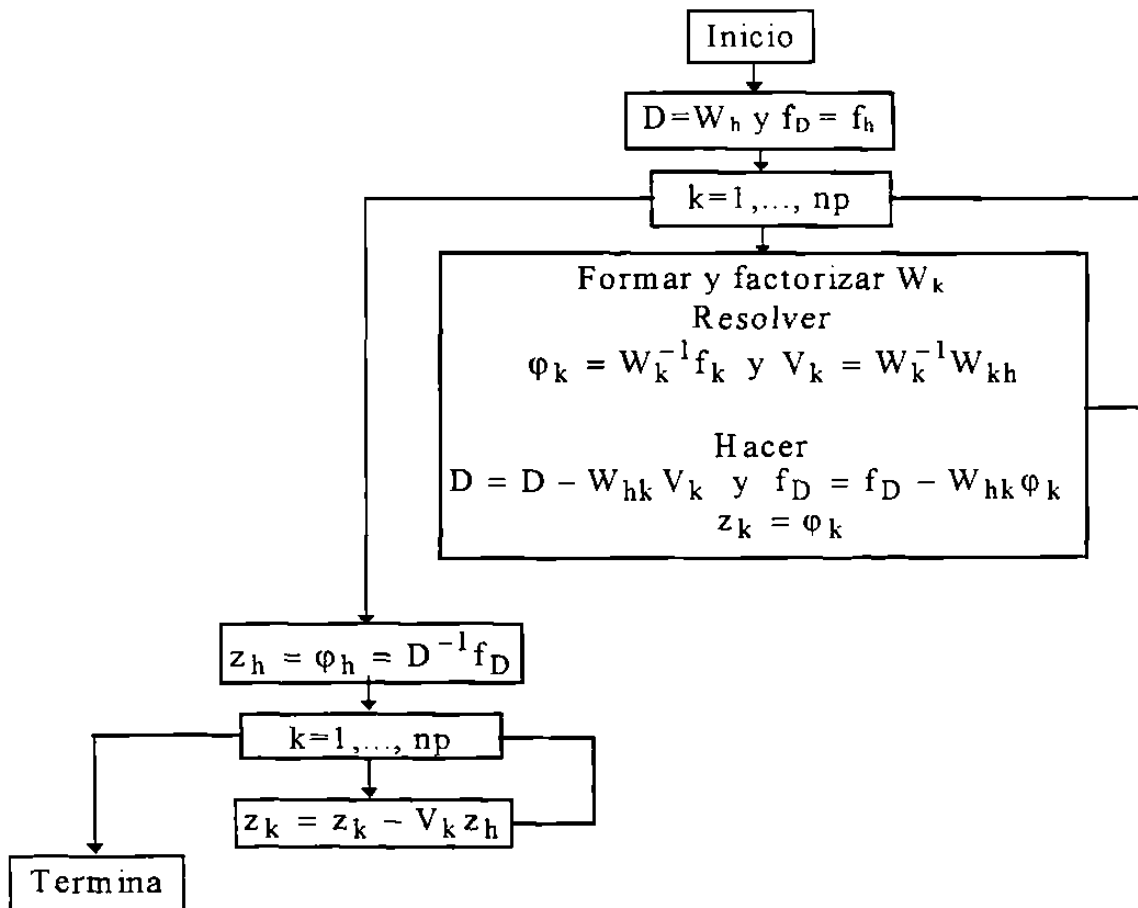


Fig. 3.3 Algoritmo para la solución eficiente de  $Wz=f(z)$ .

La matriz  $D$  y el vector  $f_D$ , son inicializados con la matriz  $W_h$  y el vector  $f_h$ . Después para cada período de tiempo se factoriza la submatriz  $W_k$ , reduciendo previamente los pivotes de la ecuación de potencia activa (que no crean llenados fuera de los elementos  $4 \times 4$  ya

existentes). Se resuelve para los vectores  $\phi_k$  y  $V_k$ , este último paso implica  $n_h$  sustituciones progresivas y regresivas. Se construyen de manera recursiva las matrices  $D$  y  $f_D$  (3.57,3.61) y se obtiene parcialmente la solución para  $z_k$ , lo cual se puede ver de (3.63). Al terminar este ciclo se obtiene la solución para  $z_h$  (3.62), donde es necesaria la factorización de  $D$  que tiene la misma dimensión y estructura que  $W_h$ . De la ecuación (3.57) y la forma de las matrices  $W_{kh}$  se tiene que los productos  $W_{hk} W_k^{-1} W_{kh}$ , tienen únicamente elementos en las diagonales  $P_h^k - P_h^k$ , por lo que no se creará ningún llenado en  $W_h$  y en consecuencia  $D$  tendrá la misma estructura altamente dispersa. Finalmente se completa la solución para cada subvector  $z_k$  (3.63). Es conveniente notar que no es requerida la inversión de  $W_h$ , sino de  $D$  que representa un equivalente hidráulico (dinámico) de las  $n_p$  redes eléctricas (estáticas).

En resumen, se puede decir que debido a la estructura resultante para la matriz  $W$ , la solución del problema puede ser obtenida por medio del equivalente de  $n_p$  flujos óptimos en sistemas puramente térmicos y un subproblema para el sistema hidráulico, siendo éste uno de los objetivos de los algoritmos de descomposición [18], pero aquí se ha logrado de manera natural en la solución de las ecuaciones de optimalidad, sin necesidad de una descomposición como tal del sistema y sin hacer simplificaciones [17-18], ni en la red eléctrica ni para la red hidráulica.

La característica (3.51), diagonal y de doble borde, presenta la estructura ideal para ser resuelta por medio de procesamiento en paralelo [31], debido a que las submatrices de la diagonal  $W_k$ , tienen la misma dimensión.

### 3.6 CONDICIONES INICIALES

Para asegurar la convergencia del método de Newton es necesario contar con condiciones iniciales cercanas al óptimo [25-26,29], para todo el vector de incógnitas  $z$ , es decir todas las variables, tanto de la parte eléctrica como hidráulica, incluyendo sus respectivos multiplicadores de Lagrange. Las condiciones iniciales pueden ser obtenidas tomando como base el método de "peak shaving" y el despacho económico simplificado para unidades térmicas.

Comunmente se conoce las cantidades de agua totales a utilizar en el período de optimización para cada planta hidroeléctrica, de lo contrario estas cantidades pueden ser calculadas de acuerdo con la expresión (2.26), pero tomando sólo en cuenta el estado final e inicial, como se muestra en (3.64).

$$b = -\bar{A}^{-1}(\Delta\bar{S} - \bar{Y}) \quad (3.64)$$

donde :

- $b$  Vector de volúmenes utilizados
- $\bar{A}$  Matriz de conectividad de la red hidráulica sin involucrar tiempo
- $\Delta\bar{S}$  Vector de volúmenes finales menos volúmenes iniciales
- $\bar{Y}$  Vector de entradas naturales totales

así, para el sistema de la Figura 2.10, (3.64) estará dada por

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & 1 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1^f - S_1^0 \\ S_2^f - S_2^0 \\ S_3^f - S_3^0 \\ S_4^f - S_4^0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_1^T \\ Y_2^T \\ Y_3^T \\ Y_4^T \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

donde :

$$b_i = \sum_{k=1}^{np} q_i^k \quad (3.66)$$

$$Y_i^T = \sum_{k=1}^{np} Y_i^k \quad (3.67)$$

Considerando que el agua disponible en cada planta hidroeléctrica debe ser utilizada en los períodos con mayor demanda y con mayor duración, la distribución inicial del uso del agua puede ser calculada por medio de (3.68)

$$b_i^k = b_i \frac{P_d^k t_k}{\sum_{k=1}^{np} P_d^k t_k} \quad (3.68)$$

donde  $P_d^k$ , representa la demanda total de potencia activa del sistema, esto es, la suma de demandas nodales (3.69).

$$P_d^k = \sum_{i=1}^N P_{di}^k \quad (3.69)$$

Por tanto, la potencia que generará cada planta en cada periodo, se puede calcular a partir de una curva simplificada de la descarga,  $q=f(P)$ .

$$(\alpha_i + \beta_i P_{gi}^k + \gamma_i P_{gi}^{k2}) t_k = q_i^k t_k = b_i^k \quad (3.70)$$

$$P_{gi}^k = \frac{-\beta_i + \sqrt{\beta_i^2 - 4\gamma_i(\alpha_i - q_i^k)}}{2\gamma_i} \quad (3.71)$$

con este procedimiento se tiene una distribución inicial para las potencias generadas en las plantas hidroeléctricas y por tanto las condiciones iniciales para todos los volúmenes pueden ser estimadas por medio de (2.23). La demanda restante del sistema en cada periodo (3.72), debe ser suministrada por las plantas termoeléctricas.

$$P_r^k = P_d^k - \sum_{i=1}^{nh} P_{gi}^k \quad (3.72)$$

Esta demanda se reparte inicialmente entre las plantas termoeléctricas de acuerdo con un despacho económico clásico sin considerar pérdidas, la solución [2-4] en cada periodo estará dada por

$$P_{gi}^k = \frac{1}{2\gamma_i} (\lambda_{pk} - \beta_i) \quad (3.73)$$

donde

$$\lambda_p^k = \frac{2P_r^k + \sum_{i=1}^{nt} \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{nt} \frac{1}{\gamma_i}} \quad \$/MW \quad (3.74)$$

y por tanto los costos incrementales para la potencia activa en cada nodo toman los siguientes valores iniciales.

$$\lambda_{pi}^k = \lambda_p^k \quad (3.75)$$

Los costos incrementales de la potencia reactiva serán pequeños comparados con los valores obtenidos por (3.75), puesto que la potencia reactiva participa en el costo por las

perdidas de potencia real que su transmisión implica, así los valores iniciales para dichos costos incrementales serán cero.

$$\lambda_{qi}^k = 0 \quad (3.76)$$

El valor inicial del agua, considerando que no varía en cada período y de acuerdo con el criterio de operación a igual costo incremental, ver ecuación (3.32), puede ser estimado a partir de la siguiente ecuación:

$$\lambda_h = (GA^T)^{-1} \lambda_p \quad (3.77)$$

donde

$$\lambda_h = [\lambda_{h1}^k \quad \lambda_{h2}^k \quad \dots \quad \lambda_{hnh}^k]^T \quad (3.78)$$

$$G = \begin{bmatrix} \partial q_1^k / \partial P_1^k & & & \\ & \partial q_2^k / \partial P_2^k & & \\ & & \dots & \\ & & & \partial q_{nh}^k / \partial P_{nh}^k \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

$$\lambda_p = [\lambda_{p1}^k \quad \lambda_{p2}^k \quad \dots \quad \lambda_{pnh}^k]^T \quad (3.80)$$

se observa en (3.80) que los costos incrementales iniciales son los mismos en todos los nodos (3.75), pero distintos en cada período (3.74), por lo cual al utilizar las descargas incrementales (3.79) del período seleccionado para el cálculo de  $\lambda_h$  (3.77) dará un valor aproximadamente igual (igual sólo en el óptimo) independientemente de la selección.

Para el sistema ejemplo utilizado en (3.65) la relacion (3.77) esta dada por .

$$\begin{bmatrix} \lambda_{h1}^k \\ \lambda_{h2}^k \\ \lambda_{h3}^k \\ \lambda_{h4}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\partial q_1^k / \partial P_1^k)^{-1} & & & \\ & (\partial q_2^k / \partial P_2^k)^{-1} & & \\ & & (\partial q_3^k / \partial P_3^k)^{-1} & \\ & & & (\partial q_4^k / \partial P_4^k)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p1}^k \\ \lambda_{p2}^k \\ \lambda_{p3}^k \\ \lambda_{p4}^k \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Los valores iniciales para los voltajes y ángulos nodales se pueden obtener por medio de un estudio de flujos, con los valores iniciales obtenidos para las potencias generadas en cada período. Buenas condiciones iniciales, sin necesidad de este esfuerzo adicional, son el considerar voltajes planos y ángulos nodales de cero grados.

$$V_i^k = 1, \delta_i^k = 0 \quad (3.82)$$

### 3.7 RESUMEN

En este capítulo se planteó el problema de coordinación hidrotérmica de corto plazo como un problema de optimización no lineal, se construye la función objetivo aumentada y se desarrollan las condiciones necesarias para la optimalidad. Se presentan las expresiones para las segundas derivadas requeridas por el método de Newton para la solución de las condiciones de optimalidad.

A partir de estas ecuaciones se determina un ordenamiento que resulta en una estructura diagonal y de doble borde de la matriz W, así el sistema de ecuaciones lineales puede ser resuelto de manera eficiente de acuerdo con el procedimiento presentado en la sección 3.5, por medio de la solución de sistemas de menor dimensión.

También se deduce un procedimiento para calcular las condiciones iniciales de todas las variables y multiplicadores de Lagrange del problema, procedimiento basado principalmente en el método de "peak shaving" y el despacho económico simplificado para sistemas térmicos.



## CAPITULO 4

### RESTRICCIONES DE SEGURIDAD Y OPERATIVAS PARA UN SISTEMA DE POTENCIA

#### 4.1 INTRODUCCION

En el capítulo anterior se consideró las restricciones propias del sistema, es decir, las de balance de potencia real, de potencia reactiva y las de continuidad del flujo del agua. Sin embargo, existen restricciones de desigualdad impuestas por las características físicas, las restricciones operativas y de seguridad del sistema. Entre éstas se encuentran las magnitudes de los voltajes nodales, las potencias activas y reactivas generadas, los flujos en líneas, los volúmenes en embalses y las descargas hidráulicas, que deben ser consideradas en el proceso de optimización.

En el problema de coordinación hidrotérmica el número de restricciones de desigualdad es muy grande, de aquí la necesidad de contar con procedimientos para la identificación del grupo de restricciones activas, así como métodos eficientes para la adición de este nuevo grupo de restricciones, de tal manera que no se afecte considerablemente la estructura del problema original.

Si de antemano en el problema (3.1-3.3) se conoce cuales de las restricciones de desigualdad ( $h(x) \leq 0$ ), se encuentran activas en la solución ( $h(x^*) = 0$ ), el problema será resuelto de la misma manera que se presentó en el capítulo anterior, sólo que incluyendo las ecuaciones correspondientes a las restricciones activas y la solución del problema se obtiene nuevamente utilizando el método de Newton.

La inclusión directa de las restricciones activas por medio de un nuevo multiplicador de Lagrange ocasiona grandes cambios a las estructuras originales de las submatrices  $W_k$ , y  $W_h$  de tal manera que es necesario la refactorización total de las submatrices, con el consiguiente detrimento en rapidez y eficiencia del proceso de minimización.

El uso de funciones de penalización en los algoritmos de flujos óptimos [8,27-28,36-39] ha demostrado ser un método conveniente debido principalmente a que su inclusión no produce cambios a la estructura original de las submatrices, en este caso  $W_h$  y  $W_k$ , ya que sólo se modifica el valor de algunos elementos diagonales y elementos fuera de la diagonal en algunos casos.

## 4.2 FUNCIONES DE PENALIZACION

El método de las funciones de penalización para incluir restricciones (tanto de igualdad como desigualdad), es un método de transformación [26-26] que convierte un problema de restricciones, como en (4.1):

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & F(x) \\ \text{sujeto a} & g(x) = 0 \end{array} \quad (4.1)$$

a un problema de optimización sin restricciones, como se muestra en (4.2)

$$\text{minimizar} \quad F(x) + r P(g(x)) \quad (4.2)$$

donde  $r$  es una constante positiva y  $P(g(x))$  es una función de penalización que cumple con las siguientes condiciones

- 1)  $P(g(x))$  es continua
- 2)  $P(g(x)) \geq 0$  para toda  $x$
- 3)  $P(g(x)) = 0$  si y sólo si  $g(x) = 0$

El objetivo de la función  $P(\cdot)$  es dar un valor positivo grande (controlado por  $r$ ) a la función objetivo original  $F(x)$ , de tal manera que el proceso de minimización requiera que se cumpla la restricción, y que el término adicionado por  $P(\cdot)$  desaparezca

Una de las funciones de penalización más utilizadas, por tener segunda derivada, requerida por el método de Newton, es la forma cuadrática que se presenta en (4.3):

$$P(g(x)) = \frac{1}{2}(g(x))^2 \quad (4.3)$$

en la gráfica de la Figura 4.1 se muestra la función  $rP(g(x))$ , para diferentes valores de  $r$

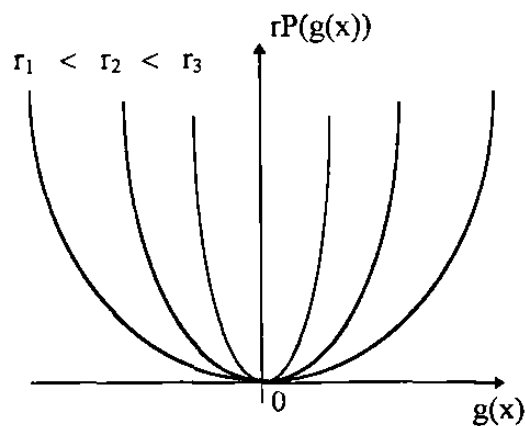


Fig. 4.1. Efecto de las funciones de penalización.

en la gráfica se observa cómo para valores grandes de  $r$ , la función  $rP(g(x))$  tomará valores grandes si la restricción  $g(x)$  es violada. Por lo tanto el proceso de minimización buscará los puntos inferiores en la Figura 4.1 los cuales corresponden a valores donde  $g(x) = 0$ , es decir donde la restricción es satisfecha.

#### 4.2.1 Funciones de penalización y multiplicadores de Lagrange

Los multiplicadores de Lagrange proveen información sobre la sensibilidad de la función objetivo ante violaciones de la restricción correspondiente [24-26]. Si se utilizan funciones de penalización los multiplicadores de Lagrange no aparecen explícitamente, sin embargo pueden ser estimados a partir de las derivadas de las funciones de penalización, como se muestra a continuación.

En (4.4) y (4.5) se muestran las funciones objetivo aumentadas para el mismo problema de optimización utilizando estos dos métodos:

$$\zeta = F(x) + rP(g(x)) \quad (4.4)$$

$$\zeta = F(x) + \lambda g(x) \quad (4.5)$$

las condiciones necesarias para el óptimo de los problemas (4.4) y (4.5) están dadas por (4.6) y (4.7). Si se considera que la función de penalización es del tipo (4.3), y una restricción de la forma  $g(x) = a$ .

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{dF(x^*)}{dx} + r \frac{dP(g(x^*))}{dx} = \frac{dF(x^*)}{dx} + r(g(x^*) - a) \frac{dg(x^*)}{dx} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{dF(x^*)}{dx} + \lambda \frac{dg(x^*)}{dx} \quad (4.7)$$

Comparando ambas ecuaciones se encuentra que el multiplicador de Lagrange correspondiente para la restricción de igualdad (desigualdad activa), está dado por (4.8).

$$\lambda = r(g(x^*) - a) \quad (4.8)$$

### 4.3 RESTRICCIONES DE DESIGUALDAD

Al problema original de minimización (3.21), se le debe agregar el grupo de restricciones que se muestran de (4.10) a (4.15):

$$\text{minimizar } \zeta_0(x, \lambda) = C(P_g) + \lambda_p^T g_p(V, \delta, P_g) + \lambda_q^T g_q(V, \delta) + \lambda_h^T g_h(S, P_g) \quad (4.9)$$

sujeito a:

$$\underline{Q}_{gi} \leq Q_{gi}^k \leq \bar{Q}_{gi} \quad \text{potencia reactiva generada} \quad (4.10)$$

$$\underline{P}_{gi} \leq P_{gi}^k \leq \bar{P}_{gi} \quad \text{potencia real generada} \quad (4.11)$$

$$\underline{V}_i \leq V_i^k \leq \bar{V}_i \quad \text{magnitud de voltajes nodales} \quad (4.12)$$

$$\underline{p}_{ij}^k \leq p_{ij}^k \leq \bar{p}_{ij}^k \quad \text{flujo de potencia real} \quad (4.13)$$

$$\underline{S}_i \leq S_i^k \leq \bar{S}_i \quad \text{volumen en embalses} \quad (4.14)$$

$$\underline{q}_i^k \leq q_i^k \leq \bar{q}_i^k \quad \text{descarga hidráulica} \quad (4.15)$$

correspondientes a potencias reactivas y activas generadas, magnitudes de voltaje en todos los nodos, flujos de potencia en líneas, volúmenes y descargas de las plantas hidroeléctricas; la barra superior indica los límites máximos y la barra inferior indica los límites mínimos.

Excepto por las potencias reactivas generadas, el resto de las restricciones serán tratadas por medio de funciones de penalización, como se discutirá en forma particular para cada una en las próximas secciones.

#### 4.3.1 Potencias reactivas de generación

Esta es una restricción de tipo funcional  $Q_g(V, \delta)$ , y se trata de manera diferente que el resto de las desigualdades, como se expone a continuación:

Cuando se encuentra que la restricción de potencia reactiva suministrada por un generador o compensador sincrónico, es activa, esta unidad se agrega al grupo M de nodos de carga y generadores cuyos límites se han violado, con su correspondiente multiplicador de Lagrange, ver (3.20). Es decir, se agrega al Lagrangiano original la restricción de balance nodal de potencia reactiva correspondiente, con el valor de la potencia reactiva generada en el límite violado

$$\zeta(x, \lambda) = \zeta_0(x, \lambda) + \lambda_{qi}^k (Q_i^k - \bar{Q}_{gi}^k + Q_{di}^k) t_k \quad (4.16)$$

donde :

$$\bar{Q}_{gi}^k = \bar{Q}_{gi} \quad \text{Si se viola el límite superior} \quad (4.17)$$

$$\bar{Q}_{gi}^k = \underline{Q}_{gi} \quad \text{Si se viola el límite inferior} \quad (4.18)$$

En la Sección 3.4 se mencionó que en la matriz W siempre se mantiene el correspondiente renglón y columna para la ecuación de balance de potencia reactiva en cada nodo, lo anterior con el objeto de que la estructura y dimensiones de W no cambien cuando se detecta una violación de este tipo; es decir, se preserva la estructura de sub-bloques de dimensión cuatro. En este caso el incluir el término de balance de potencia reactiva (4.16), se lleva a cabo retirando el valor numérico “grande” del elemento diagonal de la sub matriz  $W_k$  y se evaluarán los elementos fuera de la diagonal correspondientes a  $\lambda_{qi}^k$ , entonces en la solución el multiplicador de Lagrange tomará un valor distinto de cero.

De acuerdo con las condiciones de optimalidad de Kuhn-Tucker [23-26] (3.7), el signo del multiplicador de Lagrange servirá para identificar cuando la fuente de reactivos respeta su límite, o cuando debe seguir siendo forzada con el término (4.16); como se muestra en la siguiente Tabla.

Tabla 4.1 Forzar/liberar potencias reactivas.

Límite	$\lambda_{qi}^k < 0$	$\lambda_{qi}^k > 0$
Máximo	Liberar	Forzar
Mínimo	Forzar	Liberar

Por liberar la restricción se entiende el retirar la ecuación de balance de potencia reactiva, adicionando un número “muy grande” en la diagonal que corresponde al multiplicador de Lagrange y haciendo cero los elementos fuera de la diagonal. Esta modificación implica en forma práctica volver a factorizar la matriz  $W_k$  correspondiente al período en que ocurre la violación, el esfuerzo computacional extra se ve compensado por la preservación de la estructura de bloques de igual dimensión.

#### 4.3.2 Potencias reales de generación, voltajes nodales y volúmenes en embalses

Las potencias reales de generación y los voltajes en nodos de generación se pueden considerar como variables de control o variables independientes y los volúmenes hidráulicos como variables de estado. Los límites en estos tres tipos de variables representan una menor dificultad para ser incluidos en el modelo matemático, en este caso se utilizan funciones de penalización cuadráticas, para llevar a dichas variables al límite que se encuentra activo.

$$\zeta(x, \lambda) = \zeta_0(x, \lambda) + \frac{r}{2}(z_i^k - \bar{z}_i)^2 \quad (4.19)$$

En (4.19)  $z_i^k$  representa la variable (potencia real, voltaje o volumen de cierto nodo-embalse y período), al ser violado su límite  $\bar{z}_i$ ; ya sea máximo o mínimo. Como se explicó en la sección anterior esta función de penalización logrará que  $z_i^k$  tienda a el límite violado  $\bar{z}_i$ , de acuerdo con la magnitud de la penalización,  $r$ .

Las condiciones necesarias para la optimalidad de (4.19) se muestran en (4.20) y la segunda derivada que es requerida por el método de Newton, se presenta en (4.21)

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial z_i^k} = \frac{\partial \zeta_0(x, \lambda)}{\partial z_i^k} + r(z_i^k - \tilde{z}_i) \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial z_i^{k^2}} = \frac{\partial^2 \zeta_0(x, \lambda)}{\partial z_i^{k^2}} + r \quad (4.21)$$

Con (4.20) y (4.21) es de notar cómo al utilizar las funciones de penalización la estructura original de la matriz  $W$  no es afectada, puesto que no existe ninguna variable nueva. Únicamente se debe adicionar el término  $r(z_i^k - \tilde{z}_i)$  en el elemento del gradiente que corresponde a la variable violada y en la sub-matriz  $W_k$  (potencias reales y voltajes) o  $W_h$  (volúmenes) se deberá agregar al elemento diagonal correspondiente solamente el valor  $r$ . Esta modificación, de rango uno [40], puede ser tratada de manera eficiente por algoritmos de refactorización y/o compensación [31] de tal manera que los factores nuevos de las matrices requeridas puedan ser obtenidos con mínimo esfuerzo computacional adicional.

Para identificar cuando la variable puede volver a estar dentro de límites (y por lo tanto pueda ser liberada) o debe seguir siendo frozada, de acuerdo con (3.7) se puede checar directamente con el valor de la variable y sus límites o se puede utilizar el signo del multiplicador de Lagrange asociado, tal como se muestra en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Forzar/liberar variables.

Límite ( $\tilde{z}_i$ )	$z_i^k > \tilde{z}_i$	$z_i^k < \tilde{z}_i$	$\mu > 0$	$\mu < 0$
<b>Máximo</b>	Forzar	Liberar	Forzar	Liberar
<b>Mínimo</b>	Liberar	Forzar	Liberar	Forzar



### 4.3.3 Flujos de potencia real

Los flujos de potencia real representan una de las restricciones funcionales que mayor dificultad presentan para su inclusión, en los algoritmos de flujos óptimos por el método de Newton. Los límites en esta restricción pueden variar de acuerdo con el nivel de demanda del sistema, por lo que puede establecerse un límite distinto para cada periodo de tiempo (4.13). Para desplazamientos angulares pequeños y despreciando la resistencia de las líneas, una expresión aproximada para el flujo de potencia se presenta en la ecuación (4.22) :

$$p_{ij}^k \approx \frac{V_i^k V_j^k}{X_{ij}} (\delta_i^k - \delta_j^k) \quad (4.22)$$

donde :

$X_{ij}$ , Reactancia de la línea de transmisión ij.

Estas aproximaciones serán válidas ya que este tipo de restricción es considerada como una restricción “suave” [27]; es decir, que cierto porcentaje de violación con respecto a sus límites es permisible. Esta restricción se manejará, pensando en no modificar la estructura de las submatrices  $W_k$ , por medio de una función de penalización. Una vez que se detecta la violación del límite  $\tilde{p}_{ij}^k$  se deberá agregar al Lagrangiano original, una función de penalización como se muestra en (4.23).

$$\zeta(x, \lambda) = \zeta_0(x, \lambda) + \frac{r}{2} \left( \frac{V_i^k V_j^k}{X_{ij}} (\delta_i^k - \delta_j^k) - \tilde{p}_{ij}^k \right)^2 \quad (4.23)$$

Si se considera que las derivadas del flujo de potencia con respecto al voltaje son despreciables, las condiciones de optimalidad para (4.23) estarán dadas por:

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_i} = \frac{\partial \zeta_0(x, \lambda)}{\partial \delta_i} + r \left( \frac{V_i^k V_j^k}{X_{ij}} (\delta_i^k - \delta_j^k) - \tilde{p}_{ij}^k \right) \frac{V_i^k V_j^k}{X_{ij}} \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_j} = \frac{\partial \zeta_0(x, \lambda)}{\partial \delta_j} - r \left( \frac{V_i^k V_j^k}{X_{ij}} (\delta_i^k - \delta_j^k) - \tilde{p}_{ij}^k \right) \frac{V_i^k V_j^k}{X_{ij}} \quad (4.25)$$

y las segundas derivadas por:

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_i^2} = \frac{\partial^2 \zeta_0(x, \lambda)}{\partial \delta_i^2} + r \left( \frac{V_i^k V_j^k}{X_{ij}} \right)^2, \quad \frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_j^2} = \frac{\partial^2 \zeta_0(x, \lambda)}{\partial \delta_j^2} + r \left( \frac{V_i^k V_j^k}{X_{ij}} \right)^2 \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_i \partial \delta_j} = \frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial \delta_j \partial \delta_i} = \frac{\partial^2 \zeta_0(x, \lambda)}{\partial \delta_i \partial \delta_j} - r \left( \frac{V_i^k V_j^k}{X_{ij}} \right)^2 \quad (4.27)$$

Ahora se hace necesario modificar los dos términos del gradiente correspondientes a ambos ángulos (4.24-4.25), y modificar cuatro elementos (4.26-4.27) de la sub-matriz  $W_k$  correspondiente; como se muestra en la siguiente ecuación:

$$W_k = \begin{bmatrix} \ddots & & & & \\ & w^0(\delta_i^k, \delta_i^k) + \eta & \dots & w^0(\delta_i^k, \delta_j^k) - \eta & \\ & \vdots & \ddots & & \\ & w^0(\delta_j^k, \delta_i^k) - \eta & & w^0(\delta_j^k, \delta_j^k) + \eta & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad \eta = r \left( \frac{V_i^k V_j^k}{X_{ij}} \right)^2 \quad (4.28)$$

En caso de no despreciar las derivadas respecto de los voltajes nodales, será necesario modificar 16 valores en las sub-matrices  $W_k$  y según la experiencia [27-28] no se logra un efecto significativamente diferente. Aún con 4 (2 por ser simétrica) modificaciones en la matriz  $W_k$  este tipo de cambio puede ser tratado de manera eficiente para obtener los nuevos factores

de la matriz  $W_k$ . Si se desea tener un mejor control sobre el límite del flujo de potencia, el valor del límite debe ser reducido de tal manera que el factor de penalización (4.23) actúe sobre un valor más acotado que refleje tal aproximación (4.22)

#### 4.3.4 Descargas hidráulicas

Al igual que la restricción de flujos de potencia, la restricción de descarga hidráulica es de tipo funcional y varía en cada período del día, debido a restricciones de navegación, de recreación, etc; que existen sobre los ríos y embalses. En este caso se trata como una función de la potencia generada por la planta, con el volumen correspondiente al período en cuestión.

Al Lagrangiano, en caso de violación de algún límite, se le agrega el término como se presenta en (4.29). Las primeras y segundas derivadas se muestran en (4.30) y (4.31), donde se han despreciado las derivadas respecto del volumen.

$$\zeta(x, \lambda) = \zeta_0(x, \lambda) + \frac{r}{2} \left( q(P_i^k, S_i^k) - \tilde{q}_i^k \right)^2 \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda)}{\partial P_i^k} = \frac{\partial \zeta_0(x, \lambda)}{\partial P_i^k} + r \left( q(P_i^k, S_i^k) - \tilde{q}_i^k \right) \frac{\partial q(P_i^k, S_i^k)}{\partial P_i^k} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta(x, \lambda)}{\partial P_i^{k2}} = \frac{\partial^2 \zeta_0(x, \lambda)}{\partial P_i^{k2}} + r \left[ \frac{\partial^2 q(P_i^k, S_i^k)}{\partial P_i^{k2}} (q(P_i^k, S_i^k) - \tilde{q}_i^k) + \left\{ \frac{\partial q(P_i^k, S_i^k)}{\partial P_i^k} \right\}^2 \right] \quad (4.31)$$

También en este caso sólo es necesario modificar un elemento del gradiente y un elemento diagonal en la submatriz  $W_h$ . Para estas restricciones se sigue el algoritmo descrito en la Tabla 4.2 a fin de decidir cuando es necesario incluir o liberar la restricción sobre los flujos de potencia y las descargas hidráulicas.

#### 4.4 IDENTIFICACION DEL CONJUNTO DE RESTRICCIONES ACTIVAS

Una vez que se ha definido una forma eficiente para adicionar a la función objetivo el conjunto de restricciones que se detectan como activas, se debe proponer un algoritmo para identificar tales restricciones, esta parte resulta ser la que más tiempo consume dentro del método de Newton. Una vez que el conjunto es identificado plenamente, se logra convergencia en dos o tres iteraciones, [8].

El algoritmo más sencillo es el de detectar en cada iteración las restricciones que han sido violadas y tratarlas de acuerdo con lo expuesto en la sección anterior; sin embargo, debido al gran número de restricciones que posteriormente se violan y que se deben incluir al mismo tiempo se presentan problemas de convergencia y un posible encadenamiento de violaciones sucesivas. Al adicionar un gran número de restricciones simultáneamente, la matriz  $W$  en su conjunto se ve modificada de manera significativa y los algoritmos de refactorización y/o compensación, ya no son atractivos. Así, es necesario definir estrategias para decidir sobre el subconjunto de variables que se deben activar, teniendo conocimiento del tipo de variable y de la magnitud de la violación.

Un algoritmo (estrategia) sencillo que se ha implementado con éxito [8,28], hace uso de los criterios mencionados en el párrafo anterior. La estrategia se puede describir por los siguientes pasos, donde  $z_i^k$  indicará cualquiera de las restricciones mostradas en la sección anterior.

1.- Para el grupo de variables con violación en  $z_i^k + \Delta z_i^k$ , se calcula el índice de violación.

$$I_{z_i^k} = \frac{|z_i^k - \bar{z}_i|}{\Delta z_i^k} \quad (4.32)$$

2. Se normalizan los índices de violación con respecto al mayor índice resultante en el paso 1

$$\bar{I}_{z_i^k} = \frac{I_{z_i^k}}{I_{z_i^k}^{\max}} \quad (4.33)$$

- 3.- Se selecciona un número TF (Tolerancia para Forzar) entre 0 y 1 para decidir cuales de las restricciones violadas del paso 2 se incluyen en el conjunto activo. Con 1 se adiciona sólo la mayor, 0 no adiciona ninguna.

$$\text{Si } \bar{I}_{z_i^k} \geq \text{TF} \text{ entonces } z_i^k \text{ pasa al conjunto activo} \quad (4.34)$$

- 4.- Se liberan variables que así lo permitan, de acuerdo a los criterios de las Tablas 4.1 y 4.2.

- 5.- Se continua con el proceso de minimización, ver *diagrama de flujo* en la Figura 4.2.

#### 4.4.1 Inicialización y magnitud de la penalización

Como se desconoce de antemano cuales de las restricciones estarán activas, en general no es posible definir las variables que pertenecen inicialmente a este conjunto activo. La tendencia general [8,28-29] en las primeras iteraciones es siempre a violar un gran número de variables, principalmente voltajes y potencias reactivas. Por lo anterior, una selección adecuada del conjunto activo de restricciones serán los voltajes en nodos de generación, durante los períodos de mayor demanda.

Adicionalmente, con el objetivo de evitar el forzar un gran número de variables, es aconsejable que en la primera iteración sólo se considere los límites en voltajes y potencias reactivas, y el resto de las restricciones violadas en iteraciones subsecuentes; de lo contrario, se puede tener un gran número de violaciones en iteraciones posteriores, lo cual afecta directamente el proceso de convergencia.

La magnitud de la penalización  $r$ , para el tipo de algoritmo presentado en la sección anterior, puede tener valores fijos de prácticamente cualquier valor, mayor que los elementos diagonales correspondientes de  $W$ , i. e., 1,000 veces [8]. Un factor muy grande hará que la variable tome inmediatamente el límite violado y un valor menor significará el efectuar unas iteraciones adicionales. Sin embargo, se debe tener conocimiento de la magnitud de la función objetivo de tal manera que pueda asignarse a  $r$  una magnitud apropiada y que los valores seleccionados tengan el efecto deseado. Si el conjunto de restricciones a forzar es grande o algún factor de penalización es seleccionado con un valor excesivo, se corre el riesgo de tener matrices  $W_k$  y  $W_h$  mal condicionadas [28-29,38], que además pueden representar posibles infactibilidades. Se debe tener cuidado sobre la precisión numérica que se utiliza al factorizar las matrices  $W_k$  y  $D$ .

#### **4.5 ALGORITMO GENERAL PARA LA SOLUCION DE LA COORDINACION HIDROTERMICA**

En la Figura 4.2 se muestra el algoritmo general para la solución de la coordinación hidrotérmica por el método de Newton, incluyendo restricciones de desigualdad, identificadas a través del algoritmo presentado en la sección anterior. Se nota un ciclo exterior que corresponde a las iteraciones principales donde se deberá refactorizar “ $W$ ” de manera completa, puesto que se actualiza el valor en las variables  $z$ . El ciclo interior o de prueba se encarga de detectar el grupo de restricciones que son activas, siendo este ciclo mucho más rápido puesto que sólo requiere la refactorización de “ $W$ ” de acuerdo con el conjunto de restricciones que resulte activo. Se puede establecer un número máximo para las iteraciones de prueba de tal manera que no se retarde el proceso de identificación del conjunto activo de restricciones. En el algoritmo de la Figura. 4.2, la factorización de “ $W$ ” se refiere a la factorización de las submatrices  $W_k$  y  $D$ . La solución para  $\Delta z^k$  se obtiene con el algoritmo presentado en la Sección 3.2.2, Figura 3.5. Es necesario almacenar las submatrices  $W_k$  y  $W_h$  de tal manera que las que experimenten cambios, debido al conjunto de restricciones activas, puedan ser rápidamente refactorizadas.

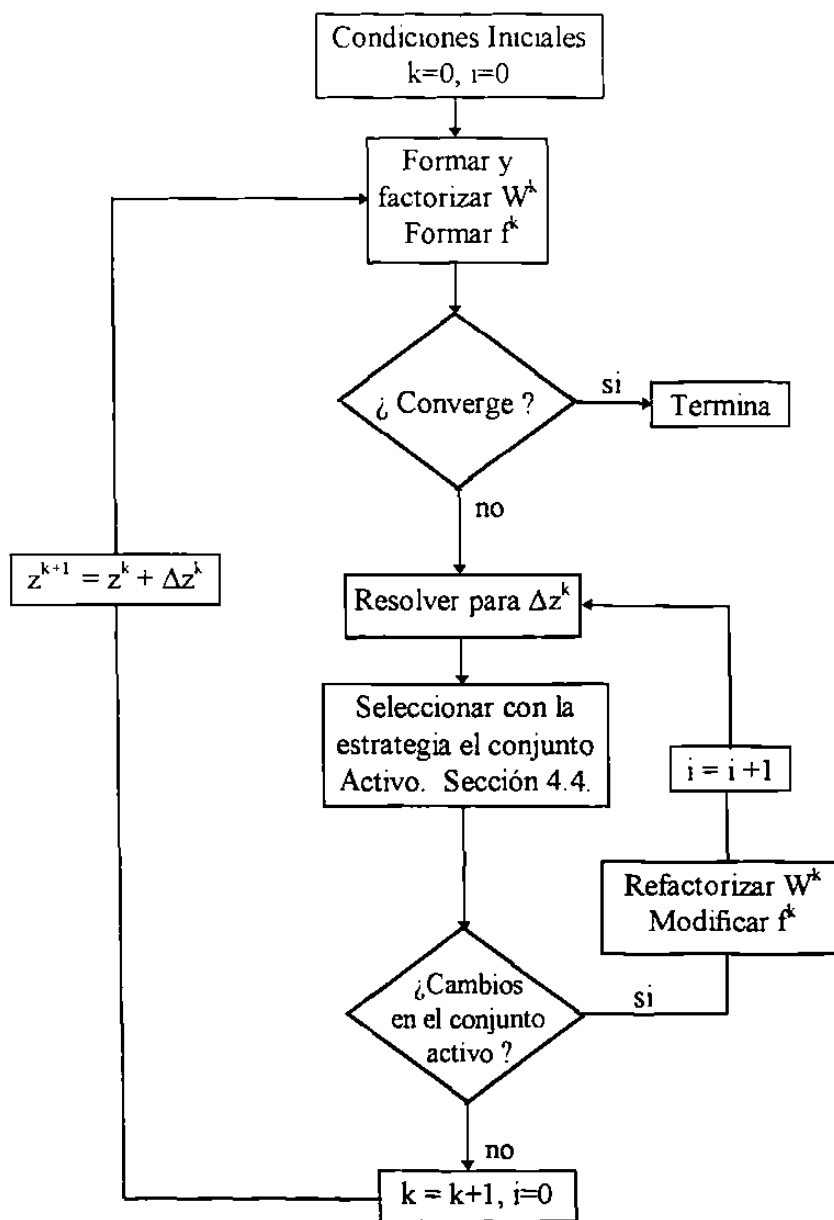


Fig. 4.2 Algoritmo general para la solución de la coordinación hidrotérmica

#### 4.5.1 Convergencia y las condiciones de segundo orden

Al resolver el problema global por medio de una secuencia de problemas correspondientes a flujos óptimos del sistema puramente térmico, se espera obtener las mismas

características rápidas de convergencia (orden cuadrático) que se observa en sistemas puramente térmicos. Esto debido a que el nuevo grupo de restricciones impuestas por la red hidráulica no representan esfuerzo adicional en cuanto a convergencia, puesto que son restricciones lineales, excepto por las características de descarga. El mayor problema será la identificación del conjunto de restricciones activas y lo cual se refleja en el número de iteraciones que este proceso puede tomar.

El problema descrito por (3.16-3.19) tiene función objetivo (3.16) convexa; las restricciones de flujos de potencia (3.17-3.18), en general, no son convexas. Aún y cuando las funciones de descarga son convexas, las restricciones de continuidad del agua (3.19) contienen combinaciones lineales no positivas de estas y por lo tanto no se garantiza su convexidad. Así las condiciones necesarias no garantizan un mínimo relativo del problema, este puede ser comprobado si en el proceso (3.13-3.14) la función objetivo es decreciente. Estrictamente el mínimo relativo se garantiza si la matriz Hessiana de (3.20) es positiva semidefinida en el plano tangente a la superficie formada por las restricciones activas [24], condición que no es comprobable directamente y requiere de gran esfuerzo computacional, por lo que generalmente no se lleva a cabo [7-10].

#### 4.6 RESUMEN

En el presente capítulo se establece el procedimiento que se considera más adecuado, desde el punto de vista algorítmico y de implementación, para incluir las restricciones operativas y de seguridad en un sistema hidrotérmico. Se discute sobre la dificultad práctica de la determinación del conjunto de restricciones activas y se describe una estrategia apropiada para tal efecto. Finalmente se describen los pasos principales para la solución del problema de coordinación hidrotérmica, incluyendo restricciones de desigualdad y se comenta sobre las características de convergencia de método.



## **CAPITULO 5**

### **CASOS DE ESTUDIO Y ANALISIS DE RESULTADOS**

#### **5.1 INTRODUCCION**

Con el objetivo de probar la formulación desarrollada, ésta fue implementada a manera de prototipo utilizando el Software MATLAB<sup>®</sup>. En el presente capítulo se presentan distintos casos de estudio por medio de los cuales se muestra el efecto de las consideraciones y las restricciones sobre la operación económica de sistemas hidrotérmicos, se utilizan sistemas ampliamente difundidos en la literatura técnica y se discuten los resultados obtenidos en las simulaciones efectuadas.

#### **5.2 SISTEMA DE 5 NODOS**

Este sistema pequeño consta de cinco nodos y siete líneas de transmisión. Los parámetros para los generadores y la red se listan en el Apéndice C. Con este sistema se efectúan distintos estudios de coordinación los cuales se presentan en las próximas secciones y bajo las condiciones que se establecen.

##### **5.2.1 Plantas aisladas**

Se considera el sistema original con una planta termoeléctrica y una hidroeléctrica entregando potencia a los nodos 1 y 2 respectivamente; la planta hidroeléctrica con un volumen de  $14.15 \times 10^6 \text{ m}^3$  disponibles para la generación en el horizonte de estudio. Se supone un

horizonte de optimización de 24 hrs., dividido en tres periodos de igual duración, con una demanda de 70, 100 y 90% respectivamente aplicadas a cada carga nodal del sistema y considerando como límites mínimos y máximos en todos los voltajes nodales a 0.95 y 1.05 p.u. Se efectúa el estudio para los siguientes casos.

### 5.2.1.1 Efecto de la variación de la altura en el embalse

A fin de tener la posibilidad de apreciar el efecto de esta variable se desprecia el cambio de la altura en la planta hidroeléctrica y se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla 5.1. Los resultados de la Tabla 5.2 muestran los efectos de considerar dicha variación. Se muestran variables de la red eléctrica como: voltajes y ángulos nodales, potencias activas y reactivas, así como variables relacionadas con la planta hidroeléctrica: descargas, volumen y altura. Otro resultado importante son los multiplicadores de Lagrange.

Tabla 5.1 Resultados altura constante.

Primer periodo (0-8 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	48.4409	-7.9915	4,700.1				11.5941	0.0000	
2 H	1.0567	-0.8489	68.5766	8.6134		384.68	1160.56	179.83	11.7093	0.0000	16.6871
3 C	1.0422	-2.6629							11.9692	0.0271	
4 C	1.0421	-2.8332							11.9911	0.0213	
5 C	1.0384	-3.2297							12.0508	0.0328	
Segundo periodo (8-16 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	72.2417	-9.3651	6,958.1				12.1243	0.0000	
2 H	1.0562	-1.3115	95.8929	27.465		542.46	1155.14	179.83	12.3112	0.0000	16.6871
3 C	1.0313	-3.8515							12.7103	0.0764	
4 C	1.0310	-4.1014							12.7451	0.0684	
5 C	1.0265	-4.7027							12.8403	0.0820	
Tercer Periodo (16-24 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	64.2924	-8.7579	6,192.7				11.9472	0.0000	
2 H	1.0563	-1.1554	86.7868	20.806		488.63	1150.25	179.83	12.1092	0.0000	16.6871
3 C	1.0349	-3.4521							12.4597	0.0585	
4 C	1.0347	-3.6751							12.4900	0.0513	
5 C	1.0304	-4.2073							12.5727	0.0641	

Las unidades para los datos presentados en cada columna son pu de Volts, grados, MW, MVAR, \$, descarga total del periodo en  $10^4 m^3$ , volumen  $10^6 m^3$ , altura m, costos incrementales \$/MWhr, \$/MVARhr y valor del agua en  $\$/10^4 m^3$

Se debe notar la tendencia a utilizar más agua en los periodos con mayor demanda. Al despreciar la variación de la altura el valor del agua permanece constante en el tiempo.

Tabla 5.2 Resultados altura variable.

Primer período (0-8 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	51.9790	-7.9506	5,029.3				11.6729	0.0000	
2 H	1.0562	-0.9407	65.0752	8.7067		380.94	1160.60	179.24	11.8015	0.0000	16.2279
3 C	1.0417	-2.7327							12.0604	0.0275	
4 C	1.0416	-2.9079							12.0832	0.0216	
5 C	1.0379	-3.3175							12.1452	0.0332	
Segundo período (8-16 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	76.3222	-9.3017	7,355.4				12.2152	0.0000	
2 H	1.0556	-1.4176	91.9668	27.6229		543.91	1155.10	178.40	12.4189	0.0000	16.1755
3 C	1.0308	-3.9329							12.8179	0.0774	
4 C	1.0305	-4.1886							12.8539	0.0693	
5 C	1.0259	-4.8054							12.9522	0.0828	
Tercer Período (16-24 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	68.2093	-8.7019	6,568.5				12.0344	0.0000	
2 H	1.0557	-1.2572	82.9246	20.9407		490.96	1150.25	177.64	12.2121	0.0000	16.0981
3 C	1.0344	-3.5299							12.5622	0.0593	
4 C	1.0342	-3.7585							12.5936	0.0520	
5 C	1.0289	-4.3054							12.6791	0.0648	

La primera diferencia y las más importante es que al considerar la variación de la altura para la planta hidroeléctrica esta perderá capacidad de producción de potencia, el déficit de potencia resultante debe ser suministrado por la planta termoeléctrica con el consiguiente aumento en el costo (Tabla 5.2). Ahora el valor del agua es menor, además no permanece constante y se reduce gradualmente con el tiempo.

Los costos incrementales son mayores tanto para la potencia activa como para la potencia reactiva. Se observan mayores desplazamientos angulares y menores voltajes en el caso que se considera la variación de la altura. Para los nodos con generación el nodo 1 y el 2, sus costos incrementales para potencia reactiva son cero puesto que se encuentran operando dentro de sus límites.

En ambos casos analizados se debe notar que la generación hidroeléctrica no precisamente “cubre” la parte superior de la curva de demanda, contrario a lo que heurísticamente parecería correcto, esto se debe a las características no lineales de las curvas de costo y de descarga. Por un lado producir más potencia en alta demanda requerirá de una mayor cantidad de agua, sin embargo con esta misma cantidad agua a un nivel de generación más bajo se puede producir más potencia en las plantas hidroeléctricas, con el consiguiente ahorro de generación termoeléctrica. En la Tabla 5.3 se muestran los resultados (sólo nodos con generación) en el caso en que la generación hidroeléctrica es forzada a “cubrir” la parte superior de la curva de demanda. Puede observarse que la generación termoeléctrica cubre una base de 65.8048 MW y que la planta hidroeléctrica sigue utilizando únicamente  $14.15 \times 10^4 \text{ m}^3$ .

Tabla 5.3. Resultados con distribución de generación forzada.

Primer período (0-8 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	65.8048	-7.7903	6337.52				10.8564	0.0000	
2 H	1.0541	-1.3001	51.4286	9.1773		302.37	1161.40	179.36	11.0221	0.0000	15.5673
Segundo período (8-16 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	65.8048	-9.4650	6337.52				11.9809	0.0000	
2 H	1.0572	-1.4443	102.328	27.2475		608.07	1155.32	178.41	12.1419	0.0000	15.5277
Tercer Período (16-24 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	65.8048	-8.7372	6337.52				11.6044	0.0000	
2 H	1.0561	-1.1947	85.2950	20.8574		505.40	1150.26	177.64	11.7672	0.0000	15.4447

Eventualmente el costo de los dos periodos de mayor demanda son disminuidos y se logran menores costos incrementales, pero el costo total de operación (\$19,012.56) es mayor si se compara con el caso óptimo anterior (\$18,953.33), ver Tabla 5.2

### 5.2.1.2 Límites en voltajes

Los multiplicadores de Lagrange (costos incrementales de la violación), asociados a las tres violaciones de voltaje (ver Tabla 5.2) encontradas en el caso anterior, se muestran en la Tabla 5.4.a.

Tabla 5.4.a Costo incremental de las violaciones.

Voltaje	$v_1^1$	$v_1^2$	$v_1^3$
$\mu$ (\$/pu)	293.14	670.15	523.78

Si ahora se considera como limite máximo en voltajes a 1.05, se esperará un incremento en el costo de:

$$\Delta\$ = (293.14+670.15+523.78)(0.01) = \$ 15.10 \quad (5.1)$$

se efectúa el estudio con estos nuevos limites y se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla 5.4.b. y 5.5, donde se observa efectivamente que (18,968.44-18,953.33=15.11).

Tabla 5.4.b. Resultados con limites menores de voltajes.

Primer periodo (0-8 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0500	0.0000	52.0374	-7.8337	5,034.8				11.6742	0.0000	
2 H	1.0462	-0.9608	65.0489	9.3016		380.79	1160.60	179.36	11.8056	0.0000	16.2343
Segundo periodo (8-16 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0500	0.0000	76.3704	-9.2580	7,360.1				12.2162	0.0000	
2 H	1.0456	-1.4474	91.9879	28.4010		544.02	1155.16	178.40	12.4243	0.0000	16.1819
Tercer Periodo (16-24 hrs)											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0500	0.0000	68.2606	-8.6295	6,573.4				12.0356	0.0000	
2 H	1.0457	-1.2837	82.9285	21.6483		491.00	1150.25	177.64	12.2171	0.0000	16.1045

La Tabla 5.5 muestra el costo, la generación termoeléctrica e hidroeléctrica, así como las pérdidas totales de energía, en por ciento del total de la generación, para los tres casos presentados en esta sección.

Tabla 5.5. Comparación de costos y generación

Caso	$\bar{V}$	Costo total \$	% Termoeléctrica	% Hidroeléctrica	% Perdidas
Altura constante	1.06	17,851.03	42.39	57.61	1.68
Altura variable	1.06	18,953.33	45.02	54.98	1.71
Altura variable	1.05	18,968.44	45.04	54.96	1.75

La diferencia en el costo de producción diario al considerar la variación de la altura es de \$1,102.30. Si se piensa en un cálculo estimado de la diferencia anual ocasionada por esta simplificación en los estudios de corto plazo, este es del orden de \$396,828.0, aún cuando se trata de un sistema pequeño con una demanda máxima para este día de 165 MW.

En todos estos casos se obtiene convergencia en cinco iteraciones principales, necesitando de sólo una iteración secundaria en la primera de las iteraciones principales. Resultan en el estudio, como activos en su límite superior, los tres voltajes del generador en el nodo 1. En la Figura 5.1, se muestra el patrón de convergencia para algunas de las variables incluyendo las condiciones iniciales (iteración "0"). Se puede notar cómo las potencias y volúmenes en las plantas hidroeléctricas prácticamente convergen en la primera iteración.

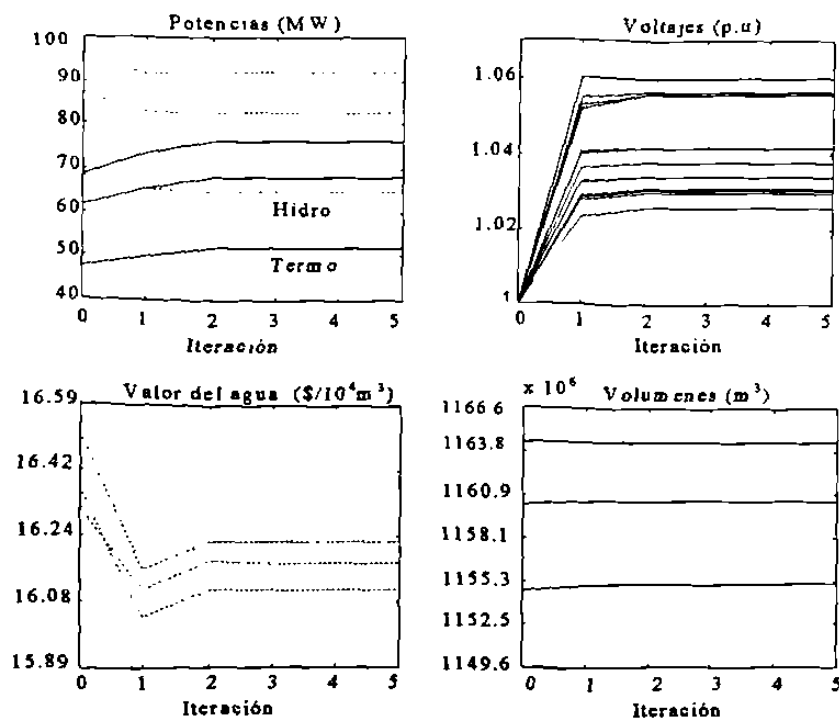


Fig. 5.1 Patrón de convergencia.

### 5.2.1.3 Comportamiento del volumen almacenado y costos incrementales

Para el mismo sistema de 5 nodos se realiza la optimización diaria con la demanda que se muestra en la Tabla 5.6. Se considera que la planta hidroeléctrica debe finalizar con su mismo volumen inicial, es decir, sólo debe utilizar el agua que entra de manera natural a la planta la cual es considerada con un valor constante de  $56.63 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{hr}$ . En las Figuras 5.2.a y 5.2.b se muestran los resultados obtenidos cuando no se considera la resistencia de las líneas de transmisión (sistema sin pérdidas de transmisión).

Tabla 5.6 Demanda horaria.

Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
%D	90	85	80	75	75	80	95	100	133	135	145	150
Periodo	13	14	15	16	17	18	19	20	21	23	23	24
%D	130	135	135	137	145	157	143	135	127	115	100	90

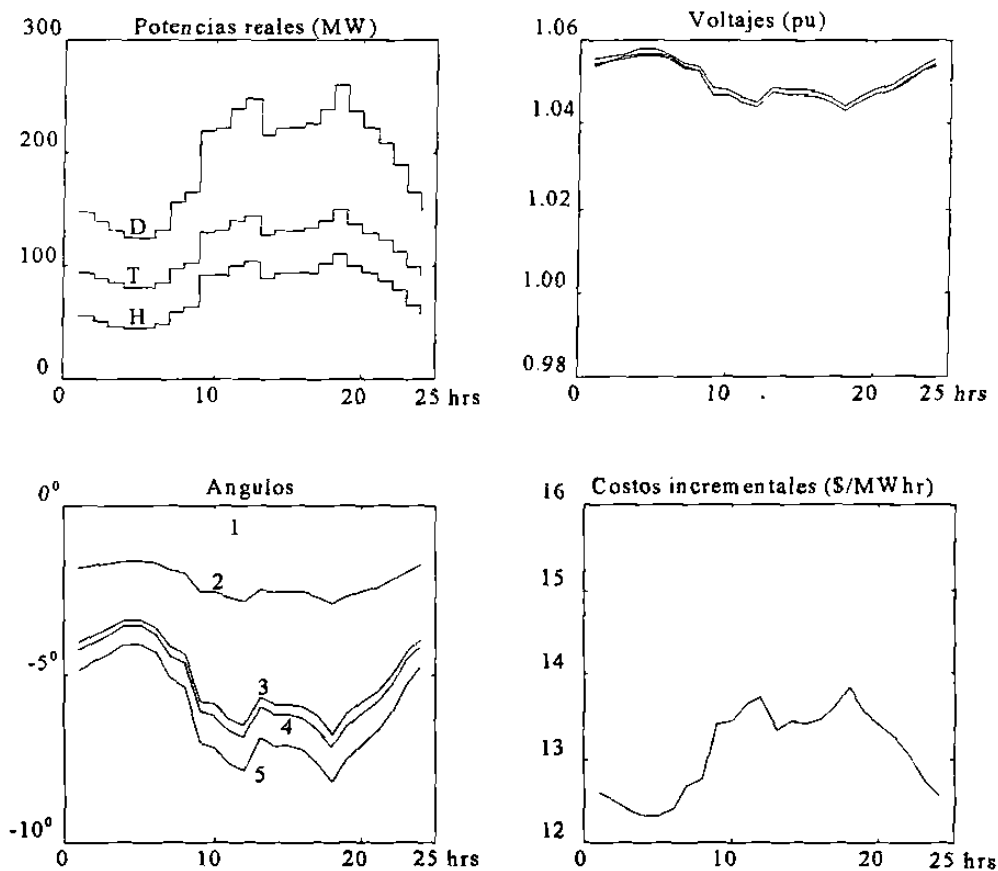


Fig. 5.2.a. Resultados sin pérdidas de transmisión

Los costos incrementales para la potencia activa son los mismos en todos los nodos y varían con el tiempo de acuerdo con la demanda. En periodos de mayor demanda se tienen mayores costos incrementales y menores en los periodos de menor demanda. Similarmente para los desplazamientos angulares y al contrario para los voltajes nodales, se tienen menores voltajes en mayor demanda y mayores voltajes en periodos de menor demanda. Los costos incrementales para la potencia reactiva son cero puesto que no existen pérdidas de transmisión, ver Figura 5.2.b, donde también se puede apreciar cómo en periodos de menor demanda (hasta antes de las 10 hrs), el embalse almacena agua de tal manera que mayores cantidades puedan ser utilizadas en periodos de mayor demanda, ver curva de la descarga. El valor del agua se reduce ligeramente con el tiempo.

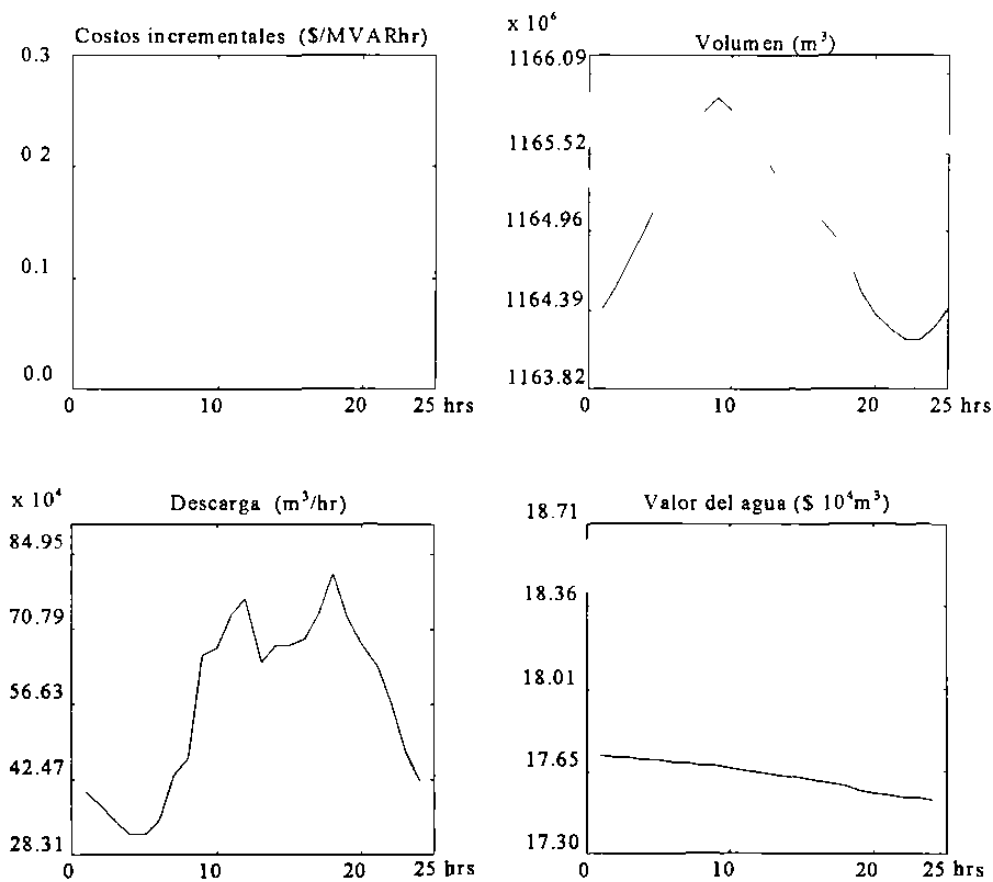


Fig. 5.2.b. Resultados sin pérdidas de transmisión.



Si ahora se considera las resistencias en las líneas de transmisión se obtienen los resultados que se muestran en las Figuras 5.3.a y 5.3.b.

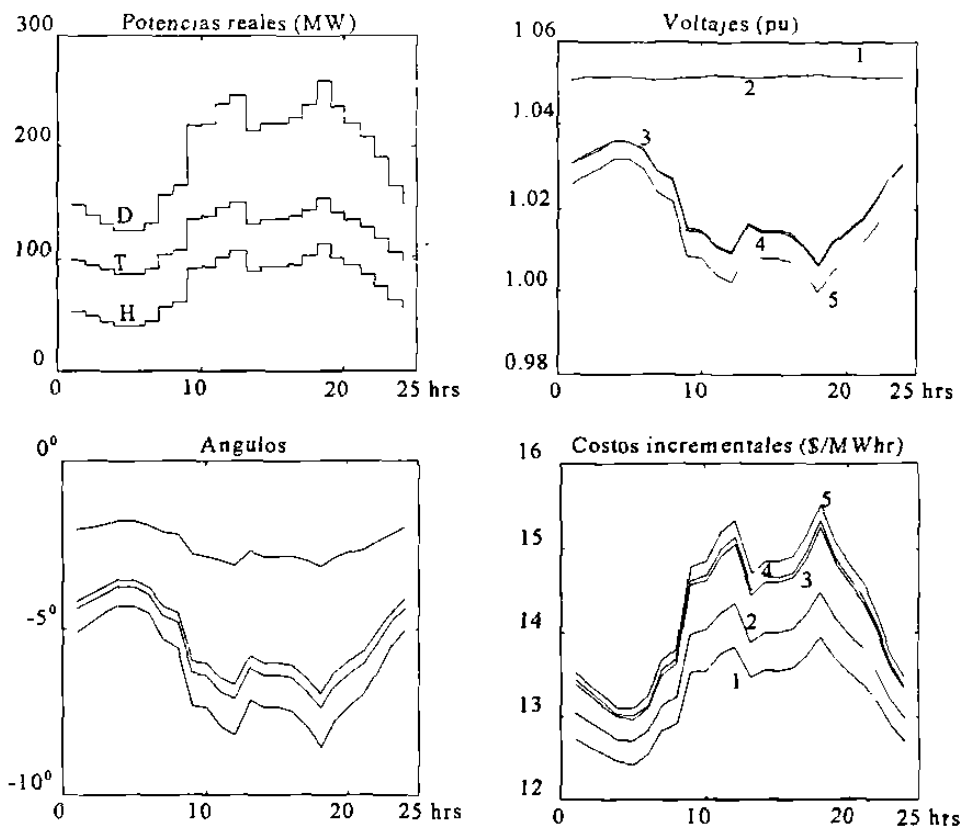


Fig. 5.3.a Resultados con pérdidas de transmisión

Para este caso los costos incrementales para la potencia activa son mayores y distintos en cada nodo, siendo mayores para los nodos más alejados eléctricamente de las fuentes de generación. Los costos incrementales para la potencia reactiva, Figura 5.3.b, toman ahora valores pequeños, distintos de cero y diferentes para cada nodo, siendo cero para los nodos donde existe generación, por estar operando dentro de sus límites de reactivos. Se tienen voltajes apreciablemente menores debido a las pérdidas de transmisión en el sistema, en este caso sólo el voltaje del nodo 1 está en su límite máximo en todos los periodos.

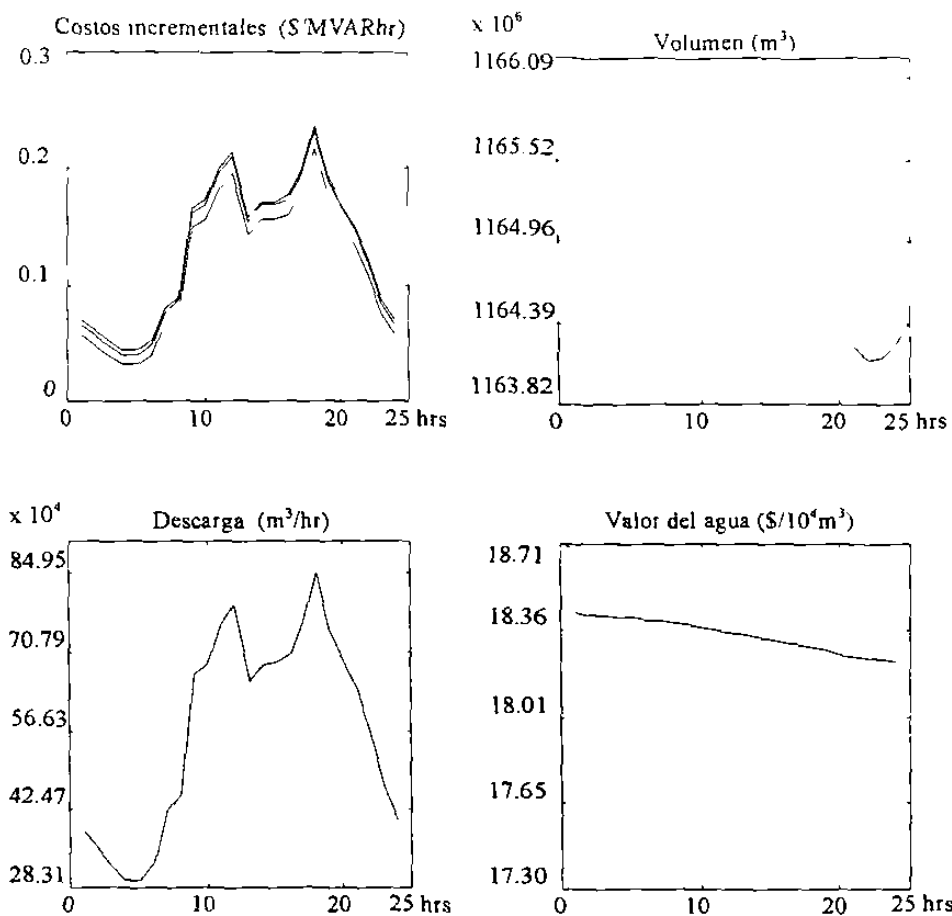


Fig. 5.3.b Resultados con pérdidas de transmisión.

Ahora el valor del agua es mayor, debido a que el agua es utilizada para ahorrar generación termoeléctrica más costosa, efecto debido a las pérdidas de transmisión. En la Tabla 5.7 se muestran los totales para estos dos casos.

Tabla 5.7 Comparación de costos y generación

Caso	Costo total \$	% Termoeléctrica	% Hidroeléctrica	% Pérdidas
Sin pérdidas	33,866.29	59.79	40.21	0.00
Con pérdidas	35,649.78	60.97	39.03	2.82

En la Tabla 5.7 es apreciable el costo que las pérdidas de transmisión tienen sobre el costo total de la producción diaria. En ambos casos se obtiene convergencia en cinco

iteraciones, con dos iteraciones secundarias en cada una de las dos primeras iteraciones principales.

### 5.2.2 Plantas en cascada

Se agrega una nueva planta hidráulica al sistema de 5 nodos, con las mismas características que la ya existente, pero río abajo de la planta en el nodo 2, la cual va a entregar potencia en el nodo 4. Se considera un retardo de tiempo en el viaje del agua de 8 hrs., y se realiza la optimización para un horizonte de 24 hrs, divididas en tres periodos de 8 hrs. La demanda por cada periodo se considera de 70 %, 100% y 90 %. Los volúmenes iniciales y finales, así como las entradas naturales de agua por planta se presentan en la Tabla 5.8. En este y el resto de los casos se considerará que las descargas de las plantas río arriba en el tiempo cero, corresponden a las últimas descargas de dichas plantas; con el objetivo de simular las condiciones iniciales y el efecto económico que las últimas descargas de las plantas río arriba tendrán sobre el próximo horizonte de optimización [19]; dicha conectividad quedará representada en la matriz A.

Tabla 5.8 Volúmenes y escurrimientos.

Planta	$S^0 \cdot 10^6 m^3$	$S^3 \cdot 10^6 m^3$	$Y \cdot 10^4 m^3/hr$
2	1,164.41	1,163.00	14.15
4	1,164.41	1,164.41	14.15

Los resultados para esta optimización se muestran en la Tabla 5.9. Como ambas plantas hidroeléctricas tienen las mismas características el valor del agua en la planta río arriba resulta ser prácticamente el doble respecto de la planta río abajo, lo cual se puede interpretar pensando que el agua de la planta río arriba es capaz de “producir dos veces” potencia eléctrica y por lo tanto reducirá el costo de generación de las plantas térmicas el doble de lo que lo hace la planta río abajo. La planta 4 tiende a almacenar agua proveniente de la planta río arriba, de manera que sea utilizada en el segundo y en el tercer periodos, que es cuando se tiene una mayor demanda. Las ecuaciones de continuidad del agua pueden ser comprobadas (ver parte inferior de la Tabla 5.9). En la Tabla 5.10 se muestra los flujos de potencia real por las líneas

de transmisión en el periodo de mayor demanda. La operación a “igual costo incremental” de las ecuaciones (3.29) y (3.32), puede comprobarse, por ejemplo para el primer periodo; usando los parámetros dados en el Apéndice C.

$$1) \quad 10.515 + 2 * 0.011138 * 63.9844 = 11.94 \text{ \$/MWhr} \quad (5.2)$$

$$2) \quad (36.283 - 17.861) * (0.6589) \text{ (\$/10}^4\text{m}^3\text{)}(10^4\text{m}^3\text{/MWhr)} = 12.14 \text{ \$/MWhr} \quad (5.3)$$

$$4) \quad (17.8927) * (0.6844) = 12.24 \text{ \$/MWhr} \quad (5.4)$$

Tabla 5.9 Resultados para plantas en cascada.

Primer periodo 0-8 hrs								
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	q	S	$\lambda_p$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	63.9844	-7.3601			11.94	
2 H	1.0525	-1.4327	16.9389	3.5427	113.265	1164.41	12.14	36.2838
4 H	1.0483	-2.1596	35.7162	3.2651	213.990	1165.13	12.24	17.8927
Segundo periodo 8-16 hrs								
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	q	S	$\lambda_p$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	80.0136	-8.7289			12.29	
2 H	1.0515	-1.7814	32.2110	12.3902	195.192	1163.59	12.55	36.2669
4 H	1.0460	-2.7632	54.8366	10.7150	320.993	1164.18	12.70	17.8613
Tercer periodo 16-24 hrs								
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	q	S	$\lambda_p$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	73.4257	-8.1919			12.15	
2 H	1.0520	-1.6330	28.0882	9.2499	172.93	1163.00	12.38	36.2386
4 H	1.0469	-2.5280	48.6806	8.1574	286.129	1164.41	12.51	17.8141

$$1165.13 = 1164.41 + 0.1415 * 8 + 1.7293 - 2.1399$$

Tabla 5.10 Flujos de potencia real (MW), segundo periodo.

Línea i-j	1-2	1-3	2-3	2-4	2-5	3-4	4-5
$p_{ij}^2$	56.72	23.28	12.08	10.41	45.85	-10.09	15.08
$p_{ji}^2$	-56.15	-22.89	-12.00	-10.35	-45.08	10.11	-14.91

### 5.2.2.1 Límites en volúmenes almacenados y flujos de potencia

A fin de ilustrar el efecto de tener límites en volúmenes de embalses y de flujos de potencia en líneas o enlaces, se considera los límites en los volúmenes en 1,150 y 1,164.67

$10^6 \text{ m}^3$  para nivel mínimo y máximo respectivamente y 40 MW para el flujo máximo en el enlace 1-2, periodo 3. En la Tabla 5.11 se muestran los nuevos resultados.

Debido al límite impuesto sobre la planta 4, ésta debe utilizar en el primer periodo el agua necesaria de manera que se cumpla con la restricción de nivel. Como se observa en la Tabla 5.11, el valor del agua para este periodo resulta menor al de los demás periodos debido a la violación de la restricción. Es decir, el agua disponible en este primer periodo tiene menos valor ya que debe ser desalojada para cumplir con la restricción, de otra manera el agua se almacena para ser utilizada en los periodos posteriores de mayor demanda.

Tabla 5.11 Resultados, límites en volumen y flujos.

Primer periodo 0-8 hrs								
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	q	S	$\lambda_p$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	73.1939	-7.3601			12.14	
2 H	1.0512	-1.6660	9.37860	3.9952	73.6949	1164.80	12.38	37.6381
4 H	1.0470	-2.3966	34.2441	3.3920	206.097	1164.67	12.48	18.2974
Segundo periodo 8-16 hrs								
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	q	S	$\lambda_p$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	59.9267	107.62			11.84	
2 H	0.9985	-0.2754	49.0194	-98.048	288.359	1163.30	13.46	37.6275
4 H	1.0047	-1.5079	59.7516	11.942	349.412	1163.05	13.32	18.5432
Tercer periodo 16-24 hrs								
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	q	S	$\lambda_p$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	87.4348	-8.2032			12.46	
2 H	1.0501	-1.9814	18.0621	10.100	119.334	1163.00	12.75	37.5816
4 H	1.0447	-2.9314	45.0289	8.4096	265.682	1164.41	12.89	18.4892

$$1164.67 = 1164.41 + 0.1415 \cdot 8 + 1.19334 - 2.06097$$

Tabla 5.12 Flujos de potencia real (MW), segundo periodo.

Línea i-j	1-2	1-3	2-3	2-4	2-5	3-4	4-5
P <sub>ij</sub>	40.21	19.70	12.09	9.769	45.44	-13.83	15.60
P <sub>ji</sub>	-38.31	-19.18	9.796	-9.712	-44.61	13.85	-15.38

La generación en el periodo dos se redistribuye de tal manera que se cumpla con la restricción de flujo de potencia, Tabla 5.12. Los costos incrementales de la potencia activa se ven aumentados, excepto en el nodo 1. Un incremento de potencia en este nodo “liberará la restricción” de flujo. Se nota claramente cómo la penalización aproximada para el flujo de potencia reduce el ángulo del nodo 2, de tal manera que se disminuye el flujo de potencia en la línea 1-2, llegando a un valor aceptable de 40.21 MW. El resumen para los totales de estos dos casos se muestra en la Tabla 5.13. El resumen en cuanto a convergencia se presenta en la Tabla 5.14; donde, I.P e I.S identifican a las iteraciones primarias y secundarias respectivamente y No.V el número de violaciones de la correspondiente I.P. Como se observa, se logra convergencia en cinco iteraciones principales.

Tabla 5.13. Comparación de costos y generación.

Caso	Costo total \$	% Termoeléctrica	% Hidroeléctrica	% Pérdidas
Altura constante	20,965.21	50.11	49.89	1.14
Altura variable	21,280.18	60.58	49.42	1.61

Tabla 5.14. Características de convergencia.

I.P	1	2	3	4	5
No. I.S.	1	2	0	0	0
No. V.	3	5	5	5	5

En la Figura 5.4 se muestra la matriz  $W$  correspondiente, con el fin de mostrar su estructura, aun cuando esta matriz nunca es almacenada como tal. En los sub-bloques  $W_k$ , las filas y columnas de los nodos con fuentes de reactivos dentro de sus límites, y el nodo referencia para el ángulo del voltaje nodal han sido deshabilitadas.

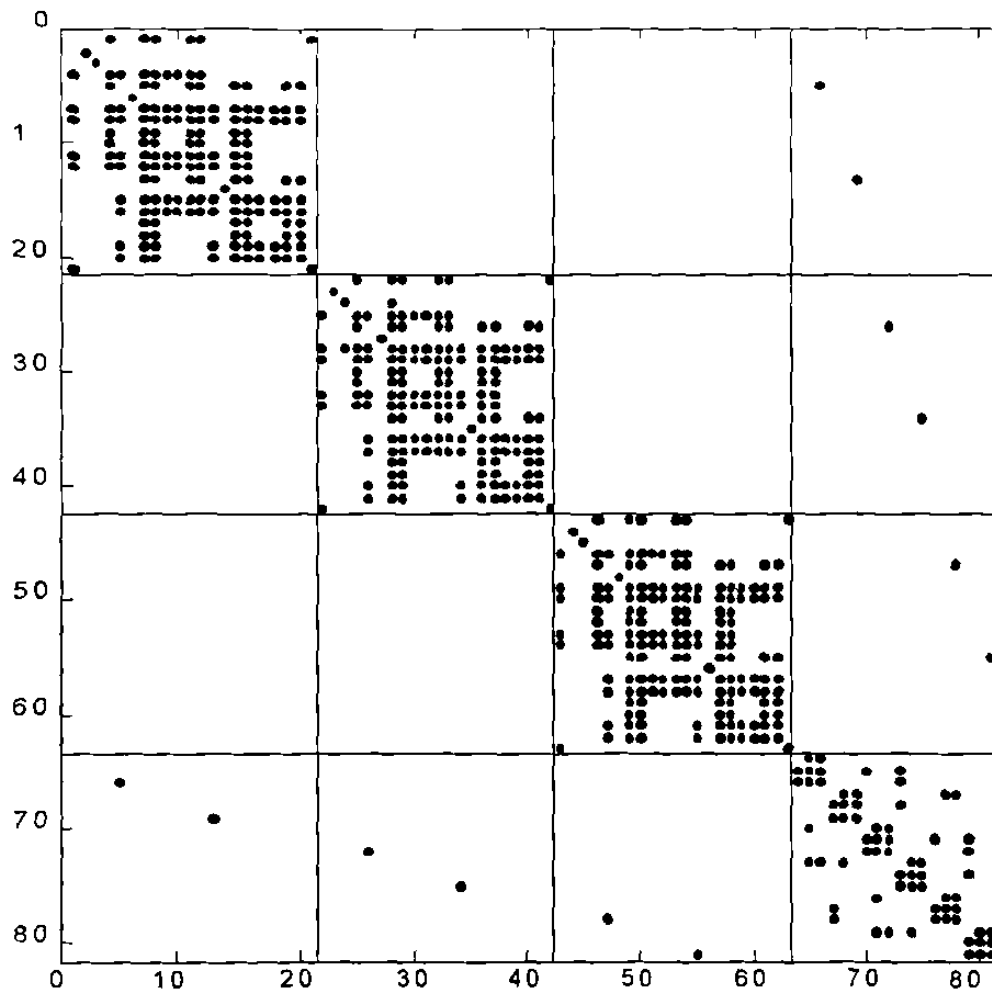


Fig. 5.4 Estructura de matriz  $W$ , sistema de 5 nodos

### 5.3. SISTEMA DE 14 NODOS, IEEE

En este sistema de prueba del IEEE con datos dados en el Apéndice C, se tiene originalmente un solo generador y tres compensadores síncronos, además de veintidos líneas de transmisión. A continuación se presentan distintos casos de estudio propuestos sobre este sistema.

### 5.3.1 Plantas aisladas

#### 5.3.1.1 Efecto de la variación de la altura

Se tiene dos generadores uno de tipo termoelectrico y otro hidroeléctrico entregando potencia a los nodos 1 y 2 respectivamente. Se tiene para la planta hidroeléctrica un volumen inicial de  $232.88 \times 10^6 \text{ m}^3$  y se desea utilizar  $283.17 \times 10^4 \text{ m}^3$  (volumen final  $230.05 \times 10^6 \text{ m}^3$ ). Al igual que en [9-10] se efectúa la optimización para 24 hrs divididas en dos periodos de 4 y 20 hrs con demandas de 100 y 50% respectivamente. Se consideran los limites de las potencias reactivas que se muestran en el Apéndice C y se obtienen los resultados de las Tablas 5.15 y 5.16. Sólo se muestran los resultados en los nodos con generación y en aquellos en que se encuentran los compensadores sincronos "S".

Tabla 5.15 Resultados altura constante.

Primer periodo 0-4 hrs											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	162.176	-19.923	8,356.54				14.4407	0.0000	
2 H	1.0538	-3.1667	107.292	35.371		101.640	231.86	179.831	14.9310	0.0000	59.5181
3 S	1.0218	-11.032		29.155					16.1153	0.0000	
6 S	1.0231	-13.356		24.000					15.5944	0.0179	
8 S	1.0600	-12.036		22.096					15.7995	0.0000	
Segundo periodo 4-24 hrs											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	94.4052	-5.3880	2,3279.6				12.8616	0.0000	
2 H	1.0516	-1.8826	37.9821	17.652		181.52	230.05	179.831	13.1215	0.0000	59.5181
3 S	1.0337	-5.6590		23.342					13.6079	0.0000	
6 S	1.0145	-6.8039		16.840					13.3803	0.0000	
8 S	1.0600	-6.1027		20.3803					13.4695	0.0000	

Se observa que al considerar la variación de la altura se reduce la potencia generada por las plantas hidráulicas, y la diferencia es suministrada por los generadores termoelectricos, aumentando con esto el costo. El valor del agua es menor y decrece con el tiempo.



Tabla 5.16 Resultados altura variable

Primer período 0-4 hrs											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	<b>164.216</b>	-19 878	8,474 61				14 4882	0 0000	
2 H	1 0536	-3.2192	<b>105.319</b>	35.508		104 1106	231 84	179 027	14 9890	0 0000	<b>57.3958</b>
3 S	1.0216	-11 083		29.157					16.1774	0 0000	
6 S	1 0230	-13 399		24.000					15.6525	0.0183	
8 S	1.0600	-12 082		22 160					15.8589	0 0000	
Segundo período 4-24 hrs											
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	Costo	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0 0000	<b>97.0656</b>	-5.3740	23,965.6				12 9236	0.0000	
2 H	1 0512	-1.9509	<b>35.3754</b>	17.742		179.063	230.05	177 645	13.1947	0.0000	<b>57.1401</b>
3 S	1.0334	-5.7223		23.329					13.6830	0.0000	
6 S	1.0144	-6.8579		16 866					13 4520	0 0000	
8 S	1.0600	-6 1591		20.457					13.5423	0.0000	

En la Tabla 5.16, y debido a que el compensador síncrono en el nodo 6 se encuentra en su límite superior en el primer período, el costo incremental de la potencia reactiva es distinto de cero, el suministro del siguiente MVAR ya no se hará localmente y por tanto el suministro remoto causará pérdidas de potencia activa resultando en un incremento en el costo de \$0.0183. El resumen de los porcentajes totales de energía para cada caso se presenta en la Tabla 5.17.

Tabla 5.17. Comparación de costos y generación.

Caso	Costo total \$	% Termoelectrica	% Hidroeléctrica	% Pérdidas
Altura constante	31,636.23	68.09	31.91	2.67
Altura variable	32,440.29	69.71	30.29	2.71

Para este último caso se logra convergencia en 6 iteraciones principales, según se anota en la Tabla 5.18.

Tabla 5.18. Características de convergencia.

I.P.	1	2	3	4	5	6
No. I.S.	1	2	1	0	0	0
No. V.	1	7	5	5	5	5

El conjunto final de restricciones activas corresponde a los límites máximos en los voltajes  $V_1^1, V_1^2, V_8^1$  y  $V_8^2$  y a la potencia reactiva  $Q_{g6}^1$ . Los resultados en los casos para plantas aisladas en ambos sistemas de cinco y catorce nodos coinciden con los reportados en [9-10]. En estas referencias el efecto de la altura es tomado de manera aproximada y no se toman como variables de control los voltajes de los nodos con generación de reactivos.

### 5.3.2. Plantas en cascada

Para el sistema de 14 nodos se tiene cuatro plantas hidroeléctricas con la configuración mostrada en la Figura 2.10; las plantas 1, 2, 3 y 4 entregan potencia a los nodos 2, 3, 6 y 8 respectivamente, contándose además con la planta termoeléctrica en el nodo 1. Se considera un retardo de 8 hrs en el viaje del agua para las plantas acopladas, un horizonte de 24 hrs que es dividido en tres períodos iguales con demanda de 100, 140 y 80% respectivamente. Se tienen los datos de la Tabla 5.19 para las condiciones iniciales y finales deseadas para los embalses, así como los pronósticos de entradas naturales.

Tabla 5.19 Volúmenes y escurrimientos.

Planta	$S^0 \cdot 10^6 m^3$	$S^3 \cdot 10^6 m^3$	$Y \cdot 10^4 m^3/hr$
2	116.44	115.02	9.910
3	116.44	114.45	12.74
6	232.88	239.96	12.74
8	232.88	232.88	12.74

Las plantas hidráulicas en los nodos 6 y 8 tienen el doble de capacidad de almacenamiento que las plantas 2 y 3. Se considera la característica de descarga que se muestra en el Apéndice C. En la Tabla 5.20 se resume los resultados para este caso, donde se puede comprobar la operación a igual costo incremental (3.29 y 3.32); como se muestra en las siguientes ecuaciones, para el primer período:

$$1) \quad 10.662 + 2 \cdot 0.01165 \cdot 91.8333 = 12.80 \text{ \$/MWhr} \quad (5.5)$$

$$2) \quad (75.0364 - 52.6466) \cdot (0.585312) = 13.10 \text{ \$/MWhr} \quad (5.6)$$

- 3)  $(75.674-52.6466)*(0.59409) = 13.68 \text{ \$/MWhr}$  (5.7)
- 6)  $(52.9468)*(0.2449) = 12.96 \text{ \$/MWhr}$  (5.8)
- 8)  $(57.1204)*(0.2341) = 13.37 \text{ \$/MWhr}$  (5.9)

Tabla 5.20 Resultados plantas en cascada.

Primer período 0-8 hrs										
Nodo	V	$\delta^\circ$	P <sub>g</sub>	Q <sub>g</sub>	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	91.8333	-9.7752				12.80	0.000	
2 H	1.0511	-2.1109	19.5570	13.3115	112.208	116.111	89.659	13.10	0.000	75.036
3 H	1.0316	-6.3466	26.4368	21.0124	144.783	116.012	89.583	13.68	0.000	75.671
6 H	1.0405	-0.4486	75.9153	18.8520	146.757	234.505	181.08	12.96	0.000	52.943
8 H	1.0600	2.9181	48.9925	19.6957	95.907	232.942	179.87	13.37	0.000	57.127
Segundo 8-16 hrs										
Nodo	V	$\delta^\circ$	P <sub>g</sub>	Q <sub>g</sub>	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	112.044	-15.0690				13.27	0.000	
2 H	1.0532	-2.6371	32.6757	38.4577	176.011	115.144	88.913	13.67	0.000	74.806
3 H	1.0304	-8.1069	46.1268	38.7974	243.360	114.598	88.492	14.46	0.000	75.368
6 H	1.0189	-0.0786	103.885	24.000	201.795	236.076	182.29	13.48	0.153	52.646
8 H	1.0355	6.0679	74.2706	24.000	144.692	231.515	179.54	14.00	0.246	56.895
Tercer período 16-24 hrs										
Nodo	V	$\delta^\circ$	P <sub>g</sub>	Q <sub>g</sub>	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	1.0600	0.0000	72.5667	-9.2095				12.35	0.000	
2 H	1.0526	-1.6790	14.8621	6.7794	91.228	115.025	88.821	12.58	0.000	74.446
3 H	1.0366	-5.0833	19.9757	14.8760	115.898	114.459	88.382	13.03	0.000	74.856
6 H	1.0461	0.3645	70.0583	14.1213	132.836	239.961	185.29	12.42	0.000	52.261
8 H	1.0600	1.3988	32.3390	14.6737	65.2239	232.882	179.83	12.81	0.000	56.549

En la Tabla 5.21 se muestran las potencias totales por período, así como el total de energía para todo el horizonte; además del costo en cada período y el costo total. De la Tabla 5.21 y la Tabla 5.20 se observa la tendencia a utilizar más agua (generación hidroeléctrica) en los períodos de mayor demanda.

Tabla 5.21. Potencias totales por período y energía total.

Período	P <sub>T</sub> (MW)	P <sub>H</sub> (MW)	P <sub>Perí</sub> (MW)	P <sub>Dem</sub> (MW)	Costo \$
1-8 hrs	91.830	170.90	3.73	259.00	9,047.85
8-16 hrs	112.04	256.96	6.40	362.60	11,155.8
16-24 hrs	72.57	137.24	2.60	207.20	7,109.28
Total (MWhr)	2211.55	4520.75	101.91	6630.40	27,313.0

### 5.3.2.1 Límites en potencias generadas y descargas hidráulicas

Si se consideran los límites en la potencia real generada por la planta termoeléctrica en 30 MW mínimo y 100 MW máximo, así como en las descargas de las plantas hidroeléctricas en 10.61 y 35.40  $10^4 \text{m}^3/\text{hr}$  mínimo y máximo respectivamente, se obtienen los resultados de la Tabla 5.22. En (5.10-5.13) se comprueba la operación a "igual costo incremental", desplazada por los costos incrementales de las restricciones (negritas). Se muestran los períodos y plantas donde se encuentra activa la restricción.

$$1^1) \quad 10.662 + 2 * 0.01165 * 100.00 + \mathbf{0.078} = 13.07 \text{ \$/MWhr} \quad (5.10)$$

$$1^2) \quad 10.662 + 2 * 0.01165 * 100.00 + \mathbf{0.868} = 13.86 \text{ \$/MWhr} \quad (5.11)$$

$$8^1) \quad (60.024) * (0.23134) - \mathbf{0.1466} = 13.72 \text{ \$/MWhr} \quad (5.12)$$

$$8^3) \quad (59.4766) * (0.23163) - \mathbf{0.8671} = 12.91 \text{ \$/MWhr} \quad (5.13)$$

Tabla 5.22 Resultados, límites en potencias y descargas.

Primer período 0-8 hrs										
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	<b>1.0600</b>	0.0000	<b>100.000</b>	-10.4134				13.07	0.000	
2 H	1.0505	-2.2836	18.8810	13.7217	109.013	116.143	89.684	13.40	0.000	76.879
3 H	1.0307	-6.6419	26.1797	20.9995	143.543	116.024	89.592	14.01	0.000	77.532
6 H	1.0407	-1.0134	74.8703	19.1662	144.968	234.052	181.085	13.28	0.000	54.239
8 H	<b>1.0600</b>	1.5612	43.1322	19.3632	<b>84.951</b>	233.052	179.878	13.72	0.000	60.024
Segundo período 8-16 hrs										
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	<b>1.0600</b>	0.0000	<b>100.000</b>	-14.8033				13.86	0.000	
2 H	1.0544	-2.6371	38.3510	36.4861	204.167	114.895	88.721	14.23	0.000	76.653
3 H	1.0326	-7.5431	50.6748	37.7239	266.773	114.376	88.321	15.01	0.000	77.225
6 H	1.0216	0.6692	109.736	<b>24.0000</b>	214.334	235.453	181.819	13.98	0.160	53.932
8 H	1.0391	5.6905	69.855	<b>24.0000</b>	135.921	232.712	179.697	14.59	0.244	59.812
Tercer período 16-24 hrs										
Nodo	V	$\delta^\circ$	Pg	Qg	q	S	h	$\lambda_p$	$\lambda_q$	$\lambda_h$
1 T	<b>1.0600</b>	0.0000	77.5493	-8.7358				12.46	0.000	
2 H	1.0518	-1.8174	9.50240	7.61230	66.2671	115.025	88.822	12.72	0.000	76.222
3 H	1.0349	-5.3902	15.2920	15.5016	93.7236	114.459	88.385	13.19	0.000	76.650
6 H	1.0425	3.0426	64.3779	13.2011	122.086	239.961	185.298	12.58	0.000	53.501
8 H	<b>1.0600</b>	3.0426	43.1003	15.7021	<b>84.951</b>	232.882	179.831	12.91	0.000	59.476

Contrario a la idea heurística de utilizar más generación hidroeléctrica en periodos de mayor demanda, el nuevo resultado el cual es producto del proceso de optimización reduce el costo en el segundo periodo, por utilizar más generación hidroeléctrica, pero el costo total diario se ve incrementado, ver Tabla 5.23. El utilizar más generación hidroeléctrica en este periodo significa utilizar mucho más agua, debido a las curvas de descarga no lineales crecientes, pudiendo ahorrar más generación termoeléctrica en periodos de baja demanda.

Tabla 5.23. Potencias totales por periodo y energía total.

Periodo	$P_T$ (MW)	$P_H$ (MW)	$P_{Perd}$ (MW)	$P_{Dem}$ (MW)	Costo \$
1-8 hrs	100.00	163.06	4.06	259.00	9,890.4
8-16 hrs	100.00	268.62	6.02	362.60	9,890.4
16-24 hrs	77.55	132.27	2.62	207.20	7,604.0
Total (MWhr)	2211.55	4520.75	101.91	6630.40	27,384.9

En la Figura 5.5 se muestran los flujos de agua (totales por periodo  $10^6 m^3$ ), en la red hidráulica.

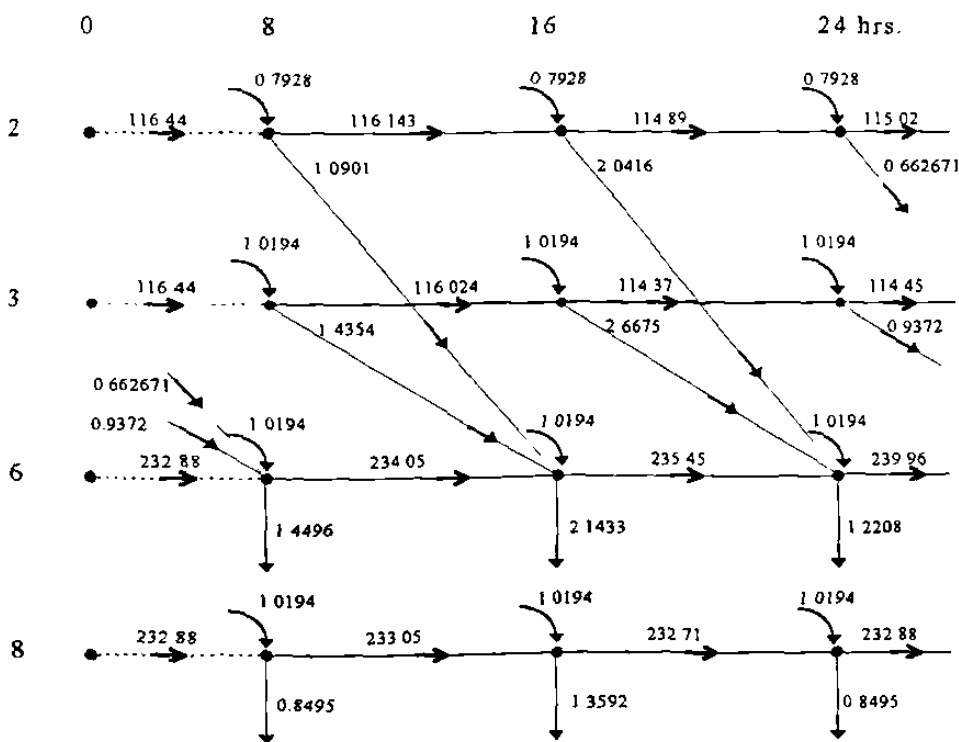


Fig. 5.5 Flujo de agua (totales).

Efectuando la suma de cada componente por nodo hidráulico se puede comprobar el balance en el flujo del agua. Debido a que todas las relaciones son no lineales, y a las diferentes condiciones iniciales y finales establecidas para cada embalse, es difícil identificar una forma o patrón en que se distribuye el uso de agua tal que se minimize el costo; en general siempre se deben cumplir las condiciones de optimalidad. Para este caso se obtiene convergencia en siete iteraciones, y el resumen de la convergencia se muestra en la Tabla 5.24.

Tabla 5.24 Características de convergencia.

IP	1	2	3	4	5	6	7
No. I.S.	3	3	4	0	0	0	0
No. V.	7	15	12	11	11	11	11

#### 5.4 RESUMEN

En el presente capítulo se han mostrado los resultados y su análisis de los estudios de coordinación hidrotérmica para dos sistemas de potencia de 5 y 14 nodos, bajo distintas consideraciones y restricciones de tal manera que su efecto sobre la operación económica del sistema sea apreciado.

Se observó primeramente cómo la variación de la altura en los embalses, aún en el corto plazo, tiene efecto sobre el resultado final al decrecer la capacidad de producción de potencia de dichas plantas y como consecuencia el aumento en el costo total de generación termoeléctrica y costos incrementales del sistema.

Se observó que al utilizar modelos no lineales para las curvas de costo y descarga, además de considerar las pérdidas de potencia en la red eléctrica, los costos incrementales tanto para potencia activa como reactiva serán distintos a lo largo del sistema eléctrico y en el tiempo. La distribución de la potencia entre las plantas termoeléctricas e hidroeléctricas se dará de tal manera que se cumpla la “operación a igual costo incremental” (cumplimiento de las

ecuaciones de optimalidad), sin que esto implique en el caso general que uno u otro tipo de generación cubra una base de la demanda.

En cuanto al valor del agua, se observa que en el caso donde se considere la variaciones de la altura los valores serán distintos en el tiempo dependiendo de la variación de la altura y las violaciones de volúmenes. Se observan valores del agua mayores en las plantas localizadas en las partes superiores de sistemas en cascada y donde las características de producción de potencia de las plantas hidroeléctricas sean tales que tengan una mayor capacidad de producción de potencia.

Se observa además cómo cualquier restricción adicional de desigualdad que se encuentre activa afectará directamente el costo total de producción y los costos incrementales del sistema. En estos casos el costo incremental de las unidades no será igual al costo incremental en ese nodo del sistema y se verá desplazado por los costos incrementales de las violaciones. Estos costos pueden ser utilizados directamente para predecir ahorros o pérdidas al reducir o ampliar alguno de los límites.

## CAPITULO 6

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 6.1 CONCLUSIONES

##### 6.1.1 Generales sobre la coordinación hidrotérmica

El problema de *coordinación hidrotérmica* de corto plazo es un problema de optimización no lineal y de gran dimensión. El uso de *modelos detallados* en la red eléctrica y en la red hidráulica permite evaluar la posibilidad de tener ahorros económicos considerables al seguir una política operativa obtenida de la solución de este problema, pero se requiere un trabajo computacional importante. Las conclusiones sobre la *coordinación hidrotérmica* de corto plazo al utilizar *modelos detallados* son las siguientes :

- La regla de operación a igual costo incremental sigue siendo una guía práctica para el despacho económico de potencia, el problema estriba en llegar a determinar este punto de operación, debido a la dimensión del problema y a la diversidad de los sistemas eléctricos de potencia.
  
- La forma en que el agua es utilizada impacta directamente en la operación económica del sistema, ya que puede ser utilizada de manera efectiva para controlar los costos totales y los costos marginales del sistema.



- La idea empírica ampliamente arraigada de utilizar el agua disponible en los periodos con demandas más elevadas puede llevar a buenas aproximaciones en los casos que las no-linealidades en las plantas hidroeléctricas sean reducidas, sin embargo, esta política no es en general la que minimiza el costo de producción.
- Los resultados de una formulación con detalle en la modelación proporcionan información valiosa para establecer tarifas, evaluar contratos de compraventa de energía, determinar localización de capacitores, así como para determinar el costo que la seguridad impone, respecto de la operación económica del sistema permitiendo evaluar posibles proyectos de inversión.
- Los acoplamientos hidráulicos, los retardos de tiempo en el viaje del agua y la variación de la altura en los embalses, aún en el corto plazo, repercuten de manera importante sobre la operación económica del sistema.
- Aún cuando la potencia reactiva no tiene asignado un costo propio, tiene un efecto directo, aunque sensiblemente menor, sobre la operación económica del sistema debido a las pérdidas de potencia activa que son ocasionadas por la transmisión de dicha potencia.
- En general los costos incrementales para potencia activa y reactiva del sistema son distintos en cada nodo del sistema y en cada periodo de tiempo, es decir varían con el espacio y el tiempo. El valor del agua, de la misma manera, será siempre distinto en el tiempo dependiendo de la variación de la altura en el embalse y de las violaciones en los volúmenes.
- Cualquier restricción de desigualdad activa produce un incremento en el costo de producción y los costos incrementales del sistema, teniendo más efecto las relacionadas directamente con la potencia activa.

### 6.1.2 Sobre la formulación desarrollada

Dentro de las características de la formulación propuesta se puede concluir que :

- Debido a que el problema es planteado en forma global, la formulación es matemáticamente sencilla y hace más simple el entender la solución del problema de coordinación hidrotérmica de corto plazo, la formulación presenta de manera directa en las ecuaciones de optimalidad la idea de operación a igual costo incremental entre las plantas termoeléctricas e hidroeléctricas.
- El esfuerzo computacional en cada iteración, al igual que en los algoritmos de descomposición, requiere de la solución sucesiva de  $np$  sistemas de ecuaciones correspondientes al sistema puramente térmico, más la solución de un sub-problema hidráulico.
- Debido a que la solución del problema es en su conjunto para todas las variables, no se presentan las oscilaciones entre la solución de los problemas térmicos e hidráulico las cuales se manifiestan al utilizar los algoritmos de descomposición.
- La metodología propuesta presenta la rapidez de convergencia inherente del método de Newton, teniendo una convergencia similar que en la solución de flujos óptimos para sistemas puramente térmicos.
- Al igual que en muchos métodos de optimización, la dificultad principal es el esfuerzo adicional requerido para el manejo de las restricciones de desigualdad. Especialmente las restricciones de flujos de potencia.

## 6.2. APORTACIONES DE LA TESIS

Debido a la dimensión y complejidad del problema de coordinación hidrotérmica, la solución tradicionalmente ha requerido de aproximaciones o la aplicación de algoritmos de descomposición [12, 15-20, 41-42], de manera que su solución pueda ser obtenida por medio de problemas de menor dimensión. Por lo que las aportaciones de esta tesis se pueden resumir como sigue :

- Una formulación unificada para la solución del problema de coordinación hidrotérmica de corto plazo utilizando modelos detallados, los cuales incluyen :

Ecuaciones de flujos completas para la red eléctrica

Sistemas hidroeléctricos en cascada

Variación de la altura en las centrales hidroeléctricas

Retardos de tiempo en el transporte del agua

Para el desarrollo de la formulación fueron necesarias las siguientes aportaciones particulares :

- Deducción y desarrollo de las condiciones de optimalidad del problema en su conjunto.
- Solución de las ecuaciones de optimalidad por medio del método de Newton.
- Ordenamiento especial del sistema de ecuaciones lineales resultante de la solución de las condiciones de optimalidad, de tal manera que el problema global puede ser resuelto por medio de sub-problemas de menor dimensión, eléctricos e hidráulico.

- Se propone un procedimiento general para calcular todas las condiciones iniciales
- Finalmente se implementó en computadora personal a nivel de prototipo y de manera generalizada un programa en MATLAB<sup>®</sup> que permite evaluar los resultados y características de convergencia de la formulación.

### 6.3. RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

- Como un trabajo futuro importante se requiere la implementación de los algoritmos de penalización adaptiva y linealización de restricciones [37-38], para el manejo eficiente y detección del conjunto activo de restricciones.
- Se recomienda la implementación de la formulación desarrollada, utilizando un lenguaje de alto nivel con las rutinas para el manejo y el aprovechamiento de la dispersidad; tal como se menciona en el presente trabajo de investigación, con el objetivo de manejar sistemas de mayor dimensión.
- Utilizar formulaciones desacopladas o de potencia activa, tratando de reducir el tiempo de cálculo y los requerimientos de almacenamiento computacional.
- Se sugiere la aplicación de algoritmos de procesamiento en paralelo, como manera de mejorar el tiempo de cálculo. Algoritmos que son aplicables directamente para la solución de las ecuaciones de optimalidad, debido a la estructura resultante para la matriz  $W$ .
- Inclusión en la función objetivo de los costos variables para las unidades hidroeléctricas, así como estudiar la posibilidad de incluir curvas de costo lineales o seccionamientos lineales para las plantas termoeléctricas.

- Se debe considerar la extensión de incluir la componente de posibles volúmenes de agua a derramar en los embalses, así como de plantas hidroeléctricas sin almacenamiento, en el problema de optimización.
- Las emisiones de contaminantes y el uso limitado del agua representan restricciones que acoplan a la red eléctrica en el tiempo, por lo que se recomienda investigar la aplicación de la formulación desarrollada en la inclusión de este nuevo importante grupo de restricciones.

## REFERENCIAS

- [1] Sullivan, R.L., *Power System Planning*, Mc Graw-Hill Inc., N.Y., 1977
- [2] M. E. El-Hawary, G. S. Christensen, *Optimal Economic Operation of Electric Power Systems*, Academic Press, 1979.
- [3] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation, and Control*, John Wiley and Sons, Inc., 1984.
- [4] Leon K. Kirchmayer, *Economic Operation of Power Systems*, John Wiley and Sons, Inc, 1958.
- [5] M. Ramamoorthy, J. Golapa Rao, "Load Scheduling of Hydroelectric/Thermal Generating Systems using Nonlinear Programming Techniques," Proc. IEEE, 117, pp. 794-798, 1970.
- [6] A. M. Sasson, F. Vilorio, F. Aboytes, "Optimal Load Flow Solutions Using the Hessian Matrix," IEEE Trans. PAS, Vol. PAS-92, pp. 31-41, January/February, 1973.
- [7] H. W. Dommel, W. F. Tinney, "Optimal Power Flow Solutions," IEEE Trans. PAS, Vol. 87, pp. 1866-1968.
- [8] D. I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, A. Hughes, and W. F. Tinney, "Optimal Power Flow by Newton Method," IEEE Trans., PAS, Vol. PAS-103, No.10, pp. 2864-2880, October, 1982.
- [9] M. E. El-Hawary, D. H Tsang, "The Hydrothermal Optimal Load Flow, A Practical Formulation and Solution Techniques using Newton's Approach," IEEE TPS, Vol. PWRS-1, No.3, pp. 157-167, August, 1986.
- [10] M. E. El-Hawary, K. M. Ravindranath, "Hydro-Thermal Power Flow Scheduling Accounting for Head Variations," TPS, Vol.7, No.3, pp. 1222-1238, August, 1992.

- [11] H. Habibollahzadeh, J. A. Bubenko, "Application of Decomposition Techniques to Short-term Operation Planning of Hydrothermal Power Systems," IEEE TPS, Vol PWRS-1, No.1, pp. 41-46, February, 1986.
- [12] F. Wakamori, S. Masui, K. Morita, T. Sugiyama, "Layered Network model approach to Optimal Daily Hydro Scheduling," IEEE TPAS, Vol. PAS-101, No.9, September 1982, pp. 3310-3314.
- [13] H. Brannlund, O. Sjelvgren, N. Andersson, "Optimal Short Term Operation Planning of Large Hydrothermal Power Systems Based on a Nonlinear Network Flow Concept," IEEE TPS, Vol. PWRS-1, No. 4, pp. 75-82, November, 1986.
- [14] P. E. C. Franco, M. F. Carvalho, S. Soares, "A Network Flow Model for Short-Term Hydro-Dominated Hydrothermal Scheduling Problems," IEEE TPS, Vol.9, No.2, pp. 1016-1022, May, 1994.
- [15] R.A. Duncan, G. E. Seymore, D. L. Streiffert, D. J. Engherg, "Optimal Hydrothermal Coordination for Multiple Reservoir River Systems," IEEE TPAS, Vol. PAS-104, No.5, pp. 1154-1159, May, 1985.
- [16] A. P. Bonaert, A. H. El-Abiad, A. J. Koivo, "Optimal Scheduling of Hydro-Thermal Power Systems by a decomposition technique using perturbations," PICA Conf., Boston Mass, May 24-26, 1971.
- [17] H. Habibollahzadeh, G. X. Luo, A. Semlyen, "Hydrothermal Optimal Power Flow based on a Combined Linear and Nonlinear Programming Methodology," IEEE TPS, Vol.4, No.2, pp. 530-537, May, 1989.
- [18] G. X. Luo, H. Habibollahzadeh, A. Semlyen, "Short-Term Hydro-Thermal Dispatch Detailed Model and Solutions," IEEE TPS, Vol.4, No.4, pp. 1452-1462, October, 1989.
- [19] C. Wang, S. M. Shahidehpour, "Power Generation Scheduling for Multi-Area Hydro-Thermal Systems with Tie Line Constrains, Cascade Reservoirs and Uncertain Data," IEEE TPS, Vol.8, No.3, pp. 1333-1340, August, 1993.
- [20] L. A. F. M. Ferreira, "On the Convergence of the Classic Hydro-Thermal Coordination Algorithm," IEEE TPS, Vol. 9, No.2, pp. 1002-1008, May, 1994.
- [21] M. E. El-Hawary, M. Kumar, "Optimal Parameter Estimation for Hydro-Plant Performance Models in Economic Operation Studies," IEEE TPS, Vol. PWRS-1, No.4, pp. 126-131, November, 1986.

- [22] A. F. Glimn, L. K. Kirchmayer, "Economic Operation of Variable-Head Hydro-Electric Plants," AIEE Trans. Vol 77, part III, pp. 1070-1079, 1958.
- [23] H. W. Kuhn, A. W. Tucker, A.W, "Nonlinear Programming," Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, pp. 481-493, University of California Press, 1950.
- [24] D. E. Luenberger, *Programación Lineal y no Lineal*, Addison-Wesley Publishing Company, 1984.
- [25] P. E. Gill, W. Murray, *Numerical Methods for Constrained Optimization*, Academic Press Inc, London, 1974.
- [26] P. E. Gill, W. Murray, M. H. Wright, *Practical Optimization*, Academic Press, London, 1981.
- [27] D. I. Sun, B. A. Hughes, W. F. Tinney, J. M. Bright, J. Lamont, "Optimal Power Flow Solution by Newton's Method," Tutorial Course, IEEE, 1987.
- [28] D. I. Sun, T. Hu, G. Lin, C. Lin, C. Chen, "Experiences with Implementing Optimal Power Flow for Reactive Scheduling in the Taiwan Power System," IEEE/PES Summer Meeting, San Francisco, California, July 12-17, 1987.
- [29] M. E. El-Hawary, J. K. Ladrigan, "Optimum Operation of Fixed-Head Hydro-Thermal Electric Power Systems: Powell's Hybrid Method versus Newton-Raphson Method," IEEE TPAS, Vol PAS-101, No.3, pp. 547-554, March, 1982.
- [30] W. F. Tinney, J. W. Walker, "Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization," Proc. IEEE, Vol. 55, pp. 1801-1809, November, 1967.
- [31] I. S. Duff, A. M. Herisman, J. K. Reid, *Direct Methods for Sparse Matrices*, Oxford Science Publications, 1992.
- [32] Marcelino Madrigal M., Salvador Acha D., *Flujos Optimos para la Solución del Problema de Despacho Económico a Corto Plazo en Sistemas Hidrotérmicos: Parte I*, Reporte de Investigación, DIE-01-95, FIME-UANL, Febrero, 1995.
- [33] Marcelino Madrigal M., Salvador Acha D., *Flujos Optimos para la Solución del Problema de Despacho Económico a Corto Plazo en Sistemas Hidrotérmicos: Parte II*, Reporte de Investigación, DIE-03-95, FIME-UANL, Junio, 1995.



- [34] Marcelino Madrigal, Salvador Acha, "Hydrothermal Newton Optimal Power Flow with Multichains of Hydroplants," Proceedings of the 27th North American Power Symposium, Bozeman, Montana, October 2-3 1995, pp.171-177
- [35] T. Ohishi, S. Soares, M. F. H. Carvalho, "A Short term Scheduling Approach for Dominantly Hydro Systems," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.6, No.2, pp. 637-643, May, 1991.
- [36] M. Ramamoorthy, J. Gopala Rao, "Economic Load Scheduling of Thermal Power Systems Using the Penalty Function Approach," IEEE TPAS, Vol. PAS-89, No.8, pp. 2075-2078, December, 1970.
- [37] G. A. Maria, J. A. Findlay, "A Newton Optimal Power Flow Program for Ontario Hydro EMS," IEEE TPS, Vol PWRS-2, No.3, pp. 579-584, August, 1987.
- [38] O. Monticelli, W. E. Liu, "Adaptive Movement Penalty Method for the Newton Optimal Power Flow," TPS, Vol.7, No.1, pp. 334-342, February 1992.
- [39] R. C. Burchett, H. H. Happ, D. R. Vierath, "Quadratically Convergent Optimal Power Flow," IEEE TPAS, Vol. 103, No.11, pp. 3267-3275, November, 1984.
- [40] S. M. Chan, V. Brandwajn, "Partial Matrix Refactorization," IEEE TPS, Vol. PWRS-1, No.1, pp. 193-200, February, 1986.
- [41] G. E. Seimore, *Long-Term, Mid-Term, and Short-Term Fuel Scheduling*, EPRI Interim Report, EL-1319, January 1980.
- [42] S. Soares, C. Lyra, H. Tavares, "Optimal Scheduling of Hydrothermal Power Sytems," IEEE TPAS, Vol. PAS-99, No.3, May/June 1980, pp. 1107-1117.
- [43] A.S. Debs, *Modern Power System Control and Operation*, Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [44] J. Carpentier, "Contribution a l'etude du Dispatching Economique," Bull. Soc. Fr. Elec. Ser. B3, pp. 431-447, 1962.
- [45] R. B. Squires, "Economic Dispatch of Generation Directly from Power System Voltages and Admittances," AIEE Trans., PAS-79, Part III, pp. 1235-1244, 1961.

- [46] W. G. Chandler, P. L. Dandeno, A. F. Glimn, and L. K. Kirchmayer, "Short Range Economic Operation of a Combined Thermal and Hydro-Electric Power System," AIEE Trans. 72, Part III, pp. 1057-1065, 1953
- [47] M. F. V. Pereira, L. M. V. G. Pinto, "Application of Decomposition techniques to the mid and short term scheduling of hydrothermal systems," IEEE TPAS, Vol. PAS-102, No. 11, November 1983, pp. 3611-3618.
- [48] D. Sjelvgren, S. Andersson, T. S. Dillon, "Optimal Operations Planning in a Large hydrothermal Power System," IEEE TPAS, Vol. PAS-102, No.11, November 1983, pp. 3644-3651.
- [49] A. A. F. M. Carneiro, S. Soares, P. S. Bond, "A Large Scale Application of an Optimal Deterministic Hydrothermal Scheduling Algorithm," IEEE TPS, Vol. 5, No.1, February 1990, pp. 204-211.
- [50] J. Carpentier, J. Siroux, "L'optimisation de la Production a l'Electricite de France," Bull. Soc. Fr. Elec. Ser. B4, 121-129.
- [51] A. M. Sasson, "Nonlinear Programming Solutions for the Load Flow Minimum Loss and Economic Dispatching Problems," IEEE TPAS, PAS-88, pp. 399-409, 1969.
- [52] A. M. Sasson, H. M. Merrill, "Some Applications of Optimization Techniques to Power Systems Static Optimization," PICA Conf. Proc., pp. 328-337, 1971.
- [53] B. Stott, O. Alsac and A. J. Monticelli, "Security Analysis and Optimization," Proceedings of the IEEE, Vol. 75, No.12, pp. 1623-1644, Dec., 1987.
- [54] B. H. Chowdhury, S. Rahman, "A Review of Recent Advances in Economic Dispatch," IEEE TPS, Vol.5, No.4, pp. 1248-1259, November, 1990.
- [55] C. E. Hildebrand, "The Analysis of Hydroelectric Power Peaking and Poundage by Computer," AIEE Trans, Part II, pp. 1023-1029, 1979.
- [56] E. P. Hamilton, J. W. Lamont, "An Improved Short Term Hydro-Thermal Coordination Model," IEEE Summer Power Meeting, Mexico City. Paper A77, pp. 518-524, 1977.
- [57] N. V. Arvantidis, J. Rosing, "Composite Representation of a Multi-Reservoir Hydro Electric Power System," IEEE TPAS, PAS-89, pp. 319-325, 1970.

- [58] G. W. Stagg, A. H. El-Abiad, *Computer Methods in Power System Analysis*, Mc Graw Hill, 1968.
- [59] M. A. Pai, *Computer Techniques in Power System Analysis*, Mc Graw Hill, New Delhi.
- [60] F. Aboytes, J. J. Guerrero, S. Acha, *Operación Económica de Sistemas de Potencia*, DIE-FIME, Universidad Autónoma de Nuevo León, 1993.
- [61] J. Yang, N. Chen, "Short Term Hydrothermal Coordination Using Multi-Pass Dynamic Programming," *IEEE TPS*, Vol.4, No.3, pp. 1050-1056, August, 1989.
- [62] J. H. Talaq, F. El-Hawary, M. E. El-Hawary, "Minimum Emissions Power Flow," *IEEE TPS*, Vol.9, No.1, pp. 429-435, February, 1994.
- [63] J. H. Talaq, F. El-Hawary, M. E. El-Hawary, "A Summary of Enviromental/Economic Dispatch Algorithms," *IEEE TPS*, Vol.9, No.3, pp 1508-1516, August, 1994.
- [64] H. H. Happ, R. C. Johnson, W. J. Wright, "Large Sacale Hydro-Thermal Unit Commitment-Method and Results," *IEEE Summer Power Meeting and EHV Conference*, Los Angeles, Calif., July 12-17, 1970.
- [65] Sub-gerencia Regional de Generación Noreste, CFE, *Prontuario: Central Hidroeléctrica "La Amistad"* Agosto, 1991.
- [66] A. Turgeon, "Optimal Operation of Multireservoir Power Systems with Stochastic Inflows," *Water Resources Research*, Vol. 16, No. 2, pp. 275-283, April 1980.
- [67] R. Nieva, A. Inda, J. Frausto, "CHT: A Digital Computer Package for Solving Short Term Hydro-Termal Coordination and Unit Commitment Problems," *IEEE TPS*, Vol. PWRS-1, August 1986, pp. 168-174.
- [68] V. R. Sherkat, R. Campo, K. Moslehi, E. O. Lo, "Stochastic Long-Term Hydrothermal Optimization for Multireservoir System," *IEEE TPS*, Vol. PAS-104, No. 8, August 1985, pp. 2040-2049.
- [69] V. R. Sherkat, K. Moslehi, E. O. Lo, G. Sanchez, J. Diaz, "Modular and Flexible Software for Medium and Short-Term Hydro-Thermal Scheduling," *IEEE TPS*, Vol. 3, No.2, August 1988, pp. 1390-1396.

**APENDICE A**

**ECUACIONES DE COORDINACION Y  
ALGORITMO DE DESCOMPOSICION BASICOS**

### A.1 Las ecuaciones básicas de coordinación

Si se considera una planta termoeléctrica y una planta hidroeléctrica para suministrar una demanda  $P_D^k$ , la función objetivo aumentada para el problema de coordinación, considerando las restricciones de desigualdad para potencias generadas y volúmenes, es:

$$\zeta = \sum_{k=1}^{np} (C(P_t^k)t_k + \lambda_P^k (P_D^k - P_h^k - P_t^k)t_k + \lambda_h^k (S^k - S^{k-1} + q(P_h^k)t_k)) + \quad (\text{A.1})$$

$$\sum_{k=1}^{np} (\bar{\mu}_t^k (P_t^k - \bar{P}_t) + \underline{\mu}_t^k (\underline{P}_t - P_t^k) + \bar{\mu}_h^k (P_h^k - \bar{P}_h) + \underline{\mu}_h^k (\underline{P}_h - P_h^k) + \bar{\mu}_s^k (S^k - \bar{S}) + \underline{\mu}_s^k (\underline{S} - S^k))$$

además del cumplimiento de las restricciones de igualdad, las condiciones necesarias para la optimalidad son:

$$\frac{\partial C(P_t^k)}{\partial P_t^k} + (\bar{\mu}_t^k - \underline{\mu}_t^k) = \lambda_h^k \frac{\partial q(P_h^k)}{\partial P_h^k} + (\bar{\mu}_h^k - \underline{\mu}_h^k) = \lambda_P^k \quad (\text{A.2})$$

$$\lambda_h^k - \lambda_h^{k+1} = (\underline{\mu}_s^k - \bar{\mu}_s^k) = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\bar{\mu}_t^k (P_t^k - \bar{P}_t) = \underline{\mu}_t^k (\underline{P}_t - P_t^k) = \bar{\mu}_h^k (P_h^k - \bar{P}_h) = \underline{\mu}_h^k (\underline{P}_h - P_h^k) = \bar{\mu}_s^k (S^k - \bar{S}) = \underline{\mu}_s^k (\underline{S} - S^k) = 0$$

$$\bar{\mu}_t^k, \underline{\mu}_t^k, \bar{\mu}_h^k, \underline{\mu}_h^k, \bar{\mu}_s^k, \underline{\mu}_s^k \geq 0$$

(A.4)

si no existe ninguna violación, ( $\mu's=0$ ), la operación económica se logra si el costo incremental de la unidad termoeléctrica es igual al costo incremental de la unidad hidroeléctrica en cada periodo, el costo incremental de la unidad hidroeléctrica está dado por el valor del agua multiplicado por el consumo incremental de agua. El valor del agua en caso de no existir violaciones de volumen, para esta formulación simplificada, resultará el mismo en todos los

periodos segun se desprende de (A.3). Si se viola algun limite de potencia (A.2) la operacion económica se logrará al mismo costo incremental pero desplazado por el costo incremental de la restriccion,  $\bar{\mu}^k$  o  $\underline{\mu}^k$ .

## A.2 El algoritmo básico de descomposición

El algoritmo de descomposición introducido en [41], y posteriormente utilizado por otros desarrollos [12,15,17,42], se basa en que a partir de un estimado para los costos incrementales para la potencia activa del sistema, el costo que será desplazado por la generación hidroeléctrica está dado por

$$\sum_{k=1}^{np} \sum_{i=1}^{nh} \lambda_{pi}^k P_{hi}^k \quad (\text{A.5})$$

de tal manera que la solución del problema establecido por (A.6) conduce a la minimización del costo de las unidades termoeléctricas:

$$\begin{aligned} &\text{maximizar} \quad \sum_{k=1}^{np} \sum_{i=1}^{nh} \lambda_{pi}^k P_{hi}^k \\ &\text{sujeto a} \quad (\text{A.6}) \\ &\quad g_h(x_h) = 0 \\ &\quad \underline{h}_h \leq h_h(x_h) \leq \bar{h}_h \end{aligned}$$

donde  $h$  y  $g$  representan las ecuaciones de balance de la red hidráulica y los límites en las variables hidráulicas respectivamente. Se resuelve el problema dinámico (A.6) para obtener un nuevo estado para todas las variables de la parte hidráulica  $x_h$ . Ahora con este resultado se realizan  $np$  estudios de flujos óptimos para la red eléctrica que estan descritos por (A.7), o bien despachos económicos clásicos, dependiendo del nivel de modelación.

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && \sum_{i=1}^m C(P_{ii}^k) \\
 &\text{sujeto a} && \\
 &&& g_i^k(x_i^k) = 0 \\
 &&& \underline{h}_i \leq h_i^k(x_i^k) \leq \bar{h}_i
 \end{aligned}
 \tag{A.7}$$

donde  $g_i$  y  $h_i$  representan las restricciones de la red eléctrica (ecuaciones de flujos de potencia) y los límites en las variables de la parte eléctrica respectivamente. Se resuelve (A.7) para obtener un nuevo estado para la red eléctrica y nuevos costos incrementales, con esta nueva solución se debe retornar a resolver (A.6), como se muestra en la Figura A.1.

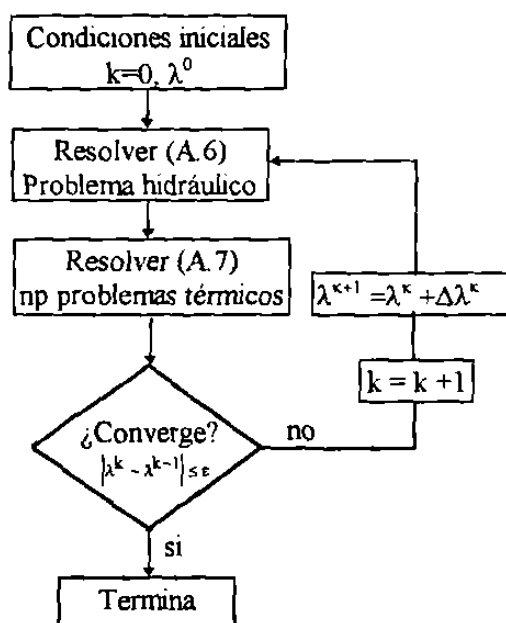


Fig. A.1 Diagrama de bloques para algoritmo de descomposición

El éxito de estos algoritmos depende en la forma en que se elige  $\Delta\lambda$ , se utilizan métodos heurísticos [16], búsquedas lineales [18] y direcciones factibles [17], entre otros.

## **APENDICE B**

### **DERIVADAS DE LAS POTENCIAS NETAS INYECTADAS Y FUNCIONES DE DESCARGA**



### B.1. Derivadas de las potencias netas inyectadas

Primeras derivadas de las inyecciones de potencia activa, a partir de la ecuación (2.18)

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_m} = -V_k V_m [G_{km} \text{Sen} \delta_{mk} + B_{km} \text{Cos} \delta_{mk}] \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k [G_{km} \text{Cos} \delta_{mk} - B_{km} \text{Sen} \delta_{mk}] \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -Q_k - B_{kk} V_k^2 \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \frac{P_k}{V_k} + G_{kk} V_k \quad (\text{B.6})$$

para la potencia reactiva a partir de (2.19)

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_m} = -V_k V_m [G_{km} \text{Cos} \delta_{mk} - B_{km} \text{Sen} \delta_{mk}] \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = -V_k [G_{km} \text{Sen} \delta_{mk} + B_{km} \text{Cos} \delta_{mk}] \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = P_k - G_{kk} V_k^2 \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \frac{Q_k}{V_k} - B_{kk} V_k \quad (\text{B.8})$$

Las segundas derivadas para la potencia activa, a partir de (2.18) y (B.1-B.8)

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \delta_m \partial \delta_k} = V_k V_m [G_{km} \cos \delta_{mk} - B_{km} \sin \delta_{mk}] \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \delta_m \partial V_k} = -V_m [G_{km} \sin \delta_{mk} + B_{km} \cos \delta_{mk}] \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \delta_m \partial V_m} = -V_k [G_{km} \sin \delta_{mk} + B_{km} \cos \delta_{mk}] \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \delta_k \partial V_k} = \frac{1}{V_k} \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \delta_k \partial V_m} = -\frac{\partial Q_k}{\partial V_m} \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k \partial V_m} = \frac{1}{V_k} \frac{\partial P_k}{\partial V_m} \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \delta_m^2} = -V_k V_m [G_{km} \cos \delta_{mk} - B_{km} \sin \delta_{mk}] \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial \delta_k^2} = -\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \delta_k^2} \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_k^2} = 2G_{kk} \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial V_m^2} = 0 \quad (\text{B.18})$$

y para las potencias reactivas de (2.19) y (B.1-B.8)

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \delta_m \partial \delta_k} = -V_k V_m [G_{km} \text{Sen} \delta_{mk} + B_{km} \text{Cos} \delta_{mk}] \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \delta_m \partial V_k} = -V_m [G_{km} \text{Cos} \delta_{mk} - B_{km} \text{Sen} \delta_{mk}] \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \delta_m \partial V_m} = -V_k [G_{km} \text{Cos} \delta_{mk} - B_{km} \text{Sen} \delta_{mk}] \quad (\text{B.21})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \delta_k \partial V_k} = \frac{1}{V_k} \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} \quad (\text{B.22})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \delta_k \partial V_m} = -\frac{1}{V_m} \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} \quad (\text{B.23})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k \partial V_m} = \frac{1}{V_k V_m} \frac{\partial P_k}{\partial \delta_m} \quad (\text{B.24})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \delta_m^2} = V_k V_m [G_{km} \text{Sen} \delta_{mk} + B_{km} \text{Cos} \delta_{mk}] \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_k^2} = -2B_{kk} \quad (\text{B.26})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial \delta_k^2} = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} \quad (\text{B.27})$$

$$\frac{\partial^2 Q_k}{\partial V_m^2} = 0 \quad (\text{B.28})$$

En estas ecuaciones los subíndices  $k, m$  corren para todos los nodos del sistema  $N$ , en cada ecuación  $k$  y  $m$  son tales que  $k \neq m$ .

## B.2. Derivadas de las funciones de descarga

Para el modelo tipo Glimn-Kirchmayer, presentado en (2.13), las primeras derivadas están dadas por:

$$\frac{\partial q(P, S)}{\partial P} = \varphi(S)(b_1 + 2b_2 P) \quad (\text{B.29})$$

$$\frac{\partial q(P, S)}{\partial S} = (\bar{a}_1 + 2\bar{a}_2 S)\phi(P) \quad (\text{B.30})$$

y las segundas derivadas por

$$\frac{\partial^2 q(P, S)}{\partial P^2} = \varphi(S)(2b_2) \quad (\text{B.31})$$

$$\frac{\partial^2 q(P, S)}{\partial S^2} = (2\bar{a}_2)\phi(P) \quad (\text{B.32})$$

$$\frac{\partial^2 q(P, S)}{\partial P \partial S} = \frac{\partial^2 q(P, S)}{\partial S \partial P} = (\bar{a}_1 + 2\bar{a}_2 S)(b_1 + 2b_2 P) \quad (\text{B.33})$$

Para el modelo tipo (15), las primeras derivadas están dadas por

$$\frac{\partial q(P, S)}{\partial P} = 2a_1P + a_3S + a_4 \quad (\text{B.34})$$

$$\frac{\partial q(P, S)}{\partial S} = 2a_2S + a_3P + a_5 \quad (\text{B.35})$$

y las segundas derivadas por

$$\frac{\partial^2 q(P, S)}{\partial P^2} = 2a_1 \quad (\text{B.36})$$

$$\frac{\partial^2 q(P, S)}{\partial S^2} = 2a_2 \quad (\text{B.37})$$

$$\frac{\partial^2 q(P, S)}{\partial P \partial S} = \frac{\partial^2 q(P, S)}{\partial S \partial P} = a_3 \quad (\text{B.38})$$

## **APENDICE C**

### **PARAMETROS DE LOS SISTEMAS DE PRUEBA**

## C.1. Sistema de 5 nodos.

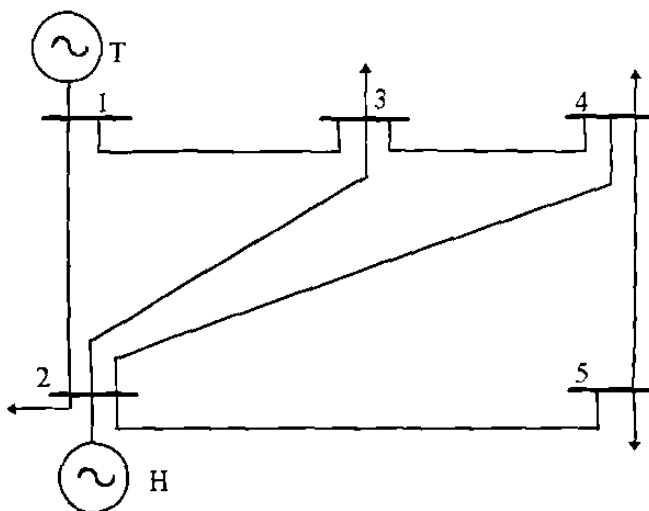


Fig. C.1 Diagrama unifilar sistema de 5 nodos.

Tabla C.1 Datos de la red de 5 nodos  
(Valores en p.u.)

Línea	R	X	y/2
1-2	0.02	0.06	0.030
1-3	0.08	0.24	0.025
2-3	0.06	0.18	0.020
2-4	0.06	0.18	0.020
2-5	0.04	0.12	0.015
3-4	0.01	0.03	0.010
4-5	0.08	0.24	0.025

Tabla C.2. Cargas nodales.

Nodo	Carga	
	MW	MVAR
1	0.00	0.000
2	20.0	100.0
3	45.0	15.00
4	40.0	5.000
5	60.0	10.00

Tabla C.3 Parámetros, curva de costo.

Parámetro	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Valor	52.022	10.515	0.011138

Tabla C.4 Parámetros, curva de descarga  
(embalses con paredes planas y área A).

Parámetro	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	A MCF	$h(0)$ ft
Valor	1.0836	0.2159	0.00023236	6.8744	-1.8087e-2	1.389e-5	69.696	590

## C.2. Sistema de 14 nodos.

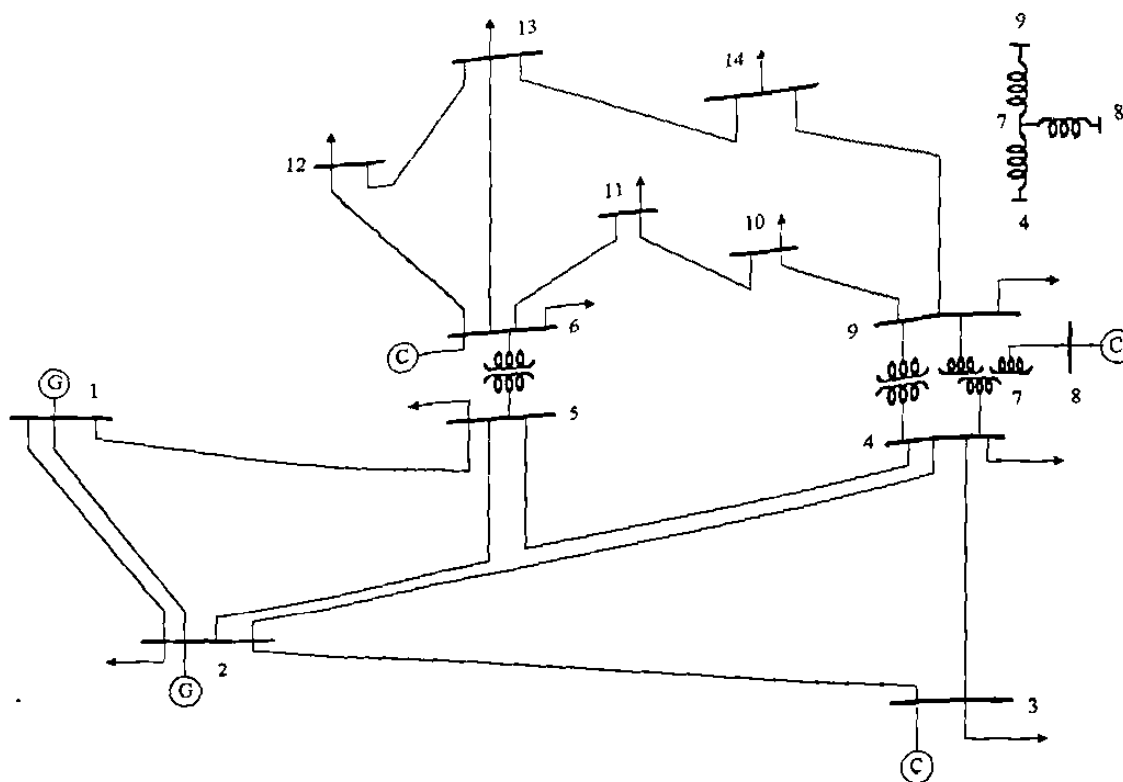


Fig. C.2. Diagrama unifilar sistema de 14 nodos del IEEE.

Tabla C.5 Datos de la red de 14 nodos  
(Valores en p.u.).

Línea	R	X	y/2	Línea	R	X	y/2
1-2	0.01938	0.05917	0.02640	4-9	0.00000	0.55618	0
2-3	0.04699	0.19797	0.02190	7-9	0.00000	0.11001	0
2-4	0.05811	0.17632	0.01870	9-10	0.03181	0.08450	0
1-5	0.05403	0.22304	0.02460	6-11	0.09498	0.19890	0
2-5	0.05698	0.17388	0.01700	6-12	0.12291	0.25581	0
3-4	0.06701	0.17103	0.00640	6-13	0.06615	0.13027	0
4-5	0.01335	0.04211	0	9-14	0.12711	0.27038	0
5-6	0.0000	0.25202	0	10-11	0.08205	0.19207	0
4-7	0.0000	0.20912	0	12-13	0.22092	0.19988	0
7-8	0.0000	0.17615	0	13-14	0.17093	0.34802	0



Tabla C.6. Cargas nodales

Nodo	Carga		Nodo	Carga	
	MW	MVAR		MW	MVAR
1	0.00	0.00	8	0.00	0.00
2	21.7	12.7	9	29.5	16.6
3	94.2	19.0	10	9.00	5.80
4	47.8	-3.90	11	3.50	1.80
5	7.60	1.60	12	6.10	1.60
6	11.2	7.50	13	13.5	5.80
7	0.00	0.00	14	14.9	5.00

Tabla C.7 Parámetros, curva de costo.

Parámetro	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Valor	53.607	10.662	0.01165

Tabla C.8 Parámetros, curva de descarga  
(embalses con paredes planas y área A).

Parámetro	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	A MCF	$h(0)$ ft
Valor	0.3600	0.07197	0.000077453	6.8744	-1.8087e-2	1.389e-5	13.9392	590

Tabla C.9 Límites en potencias reactivas (MVAR).

Fuente	Qmin	Qmax
1	-40	50
2	-40	50
3	0	40
6	-6	24
8	-6	24

Las unidades para las potencias reales en todas las características son MW, para las descargas en MCF (millones de pies cúbicos, 1 MCF=2.8317x10<sup>4</sup> m<sup>3</sup>). y para las unidades monetarias \$, valores actuales en Dls.

