

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



CONTROL NO LINEAL DEL MOTOR DE
INDUCCION

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA ELECTRICA

P R E S E N T A

RUBEN SALAS CABRERA

MONTERREY, N. L.

AGOSTO, 1995

CONTROL MOTOR
INDUCCION

DEI. MOTOR DEI
INDUCCION

CONTROL MOTOR
INDUCCION

DEI. MOTOR DEI
INDUCCION

TD
Z5853
.M2
FIME
1995
S3

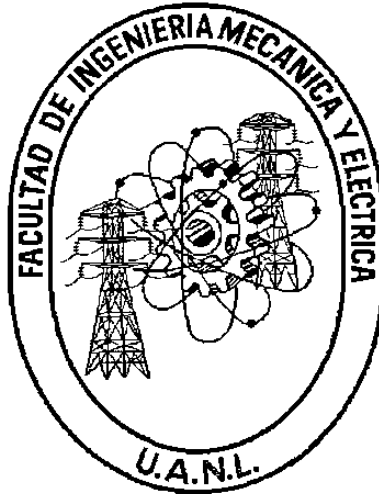
UANL
1995



1020112515

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



CONTROL NOLINEAL DEL MOTOR DE INDUCCION

TESIS
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA ELECTRICA

PRESENTA

RUBEN SALAS CABRERA

MONTERREY, N.L.

AGOSTO, 1995

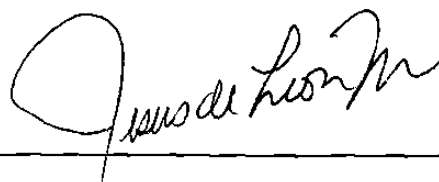
TJ
25853
M2
FINE
1995
S3

0117-12560

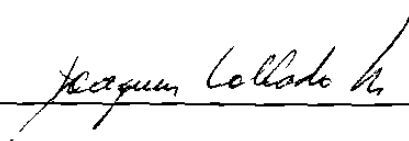
CONTROL NOLINEAL DEL MOTOR DE INDUCCION

Los miembros de Comité aprueban la Tesis
Doctoral de Rubén Salas Cabrera

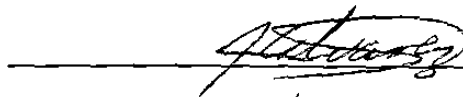
Dr. Jesús de León Morales
Asesor



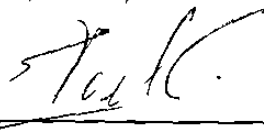
Dr. Joaquín Collado Moctezuma



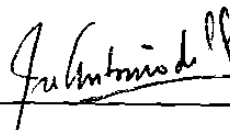
Dr. Jaime Alvarez Gallegos



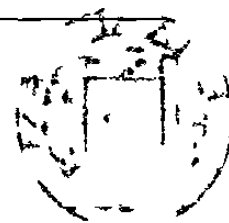
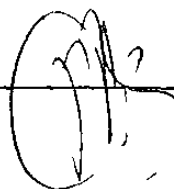
Dr. Edgar Nelson Sánchez Camperos



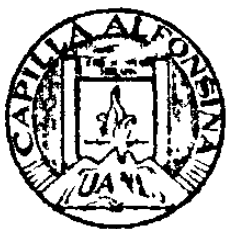
Dr. José Antonio de la O Serna



M.C. Marco Antonio Mendez Cavazos
Subdirector de Estudios de Postgrado



2000



FONDO TESIS

DEDICO ESTE TRABAJO DE TESIS A:

LA MEMORIA DE MI PADRE

Rubén Salas Sánchez

MI MADRE

Esperanza Cabrera de Salas

MIS HERMANOS

Dina Aurora, Alfonso y Eduardo Nacú

Deseo agradecer de una manera especial

A MI ASESOR

Jesús de León Morales

AL PROFESOR

Joaquín Collado Moctezuma

A Reyna Medellín Marsuez

A todos los compañeros estudiantes del
del Programa Doctoral en Ingeniería Eléctrica

AL Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACyT

Agosto 14, 1995

RESUMEN
CONTROL NOLINEAL DEL MOTOR DE INDUCCION

Publicación No. _____

Rubén Salas Cabrera, Dr. en Ing.

Universidad Autónoma de Nuevo León, 1995

Profesor Asesor: Jesús de León Morales

En este trabajo se aborda el problema del control no lineal del motor trifásico de inducción con rotor jaula de ardilla. La importancia de esta máquina eléctrica radica en su amplia utilización en la industria como un medio de conversión de energía. En particular, se emplean dos técnicas para el diseño de controladores que tienen el objetivo de regular la velocidad mecánica del rotor.

La primera de estas técnicas de control se fundamenta en el concepto de *Conformación de Energía*. Utilizando una representación Lagrangiana del motor de inducción, se diseña una ley de control y se prueba la estabilidad global asintótica del sistema en lazo cerrado. Esta ley es una retroalimentación que depende solo de los estados medibles y del par mecánico, el cual es identificado mediante un observador no lineal.

La segunda técnica de control considerada en este trabajo, se basa en las herramientas de *Geometría Diferencial* para obtener una ley de control linealizante desacoplante entrada-salida utilizando transformaciones no lineales. Para aplicar este control es necesario el conocimiento del vector de estado, por lo cual se diseña un observador no lineal cuyas salidas son un estimado de las variables de estado del rotor de difícil medición. La contribución es probar que el origen del sistema en lazo cerrado

es asintóticamente estable, bajo la acción de la ley de control que depende de los estimados proporcionados por el observador.

Se presentan resultados de simulación utilizando los enfoques de control mencionados. Estos resultados muestran comportamientos excelentes cuando se considera el conocimiento exacto de todos los parámetros de la máquina. Por el contrario, en una situación más real los parámetros sufren variaciones con respecto a sus valores nominales. Los experimentos en simulación muestran la robustez de las dos leyes de control empleadas, considerando incertidumbres típicas.

INDICE

Página

Resumen vi

Lista de Figuras xi

Capítulo 1: Introducción

1.1 Motivación 1

1.2 Síntesis bibliográfica 3

1.3 Estructura de la tesis 7

Capítulo 2: Modelado

2.1 Introducción 9

2.2 Modelación de la máquina de inducción 9

2.3 Par mecánico 16

2.4 Aplicaciones prácticas 18

Capítulo 3: Fundamentos matemáticos

3.1 Introducción 20

3.2 Normas vectoriales y matriciales 20

3.3 Condición de Lipschitz 22

3.4 Estabilidad de Lyapunov 23

3.5 Observadores de estado 25

3.6 Tópicos de Geometría Diferencial 29

INDICE (continuación)

Capítulo 4: Control de velocidad utilizando la metodología de Conformación de Energía

4.1 Introducción	34
4.2 Modelo del motor de inducción	36
4.3 Diseño del controlador no lineal	40
4.4 Observador para una clase de sistemas no lineales	48
4.5 Diseño del controlador no lineal con estimación del par mecánico	52
4.6 Simulaciones	57
4.7 Conclusiones	64

Capítulo 5: Ley de control utilizando transformaciones no lineales y desacoplamiento entrada-salida.

5.1 Introducción	65
5.2 Modelo del motor de inducción	67
5.3 Ley de control	68
5.4 Observador para una clase de sistemas no lineales	72
5.5 Principio de separación	77
5.6 Simulaciones	86
5.7 Conclusiones	94

Capítulo 6: Incertidumbres paramétricas

6.1 Introducción	95
6.2 Incertidumbres paramétricas	95
6.3 Incertidumbres utilizando la ley desacoplante entrada-salida	98
6.4 Incertidumbres utilizando el controlador obtenido vía Conformación de Energía	100

INDICE (continuación)

6.5 Comportamientos adicionales	101
Capítulo 7: Conclusiones y trabajo futuro	
7.1 Conclusiones	107
7.2 Trabajo futuro	109
Apéndice A. Nomenclatura y parámetros	111
Apéndice B. Publicaciones	116
Referencias	126

LISTA DE FIGURAS

- 2.1 Descripción circuital de una máquina de inducción con rotor jaula de ardilla.
- 2.2 Características de estado estacionario: a) Tipo bobinado; b) Tipo centrífuga (bombas, ventiladores); c) Tipo gravitacional.
- 2.3 Línea de cocido de alimentos.
- 2.4 Sistema de tratamiento de aguas residuales.
- 4.1 Corriente del estator en eje directo y su valor deseado. $x_1(0)=0$, $x_{d1}(t)=50$.
- 4.2 Corriente del estator en eje cuadratura y su valor deseado. $x_2(0)=0$.
- 4.3 Corriente del rotor en eje directo y su valor deseado. $x_3(0)=0$, $x_{d3}(t)=0$.
- 4.4 Corriente del rotor en eje cuadratura y su valor deseado. $x_4(0)=0$.
- 4.5 Corriente del estator en el eje cero. $i_{0s}(0)=0$.
- 4.6 Corriente del rotor en eje directo y su estimado. $x_3(0)=0$, $z_3(0)=50$.
- 4.7 Corriente del rotor en eje cuadratura y su estimado. $x_4(0)=0$, $z_4(0)=-50$.
- 4.8 Par mecánico y su estimado. $T_L(t)=10$, $\hat{T}_L(0)=z_2(0)=100$.
- 4.9 Velocidad del rotor y su referencia. $w_r(0)=0$.
- 4.10 Transitorio en lazo cerrado: Par eléctrico-velocidad del rotor.
- 4.11 Voltajes en los ejes $qd0$.
- 5.1 Sistema en lazo cerrado.
- 5.2 Corriente en el eje directo del estator. $i_{ds}(0)=0$.
- 5.3 Corriente en el eje cuadratura del estator. $i_{qs}(0)=0$.
- 5.4 Flujo en el eje directo del rotor. $\psi_{dr}(0)=0$.
- 5.5 Flujo en el eje cuadratura del rotor. $\psi_{qr}(0)=0$.
- 5.6 Flujo en el eje directo del estator y su estimado. $\psi_{dr}(0)=0$, $\hat{\psi}_{dr}(0)=7.32$
- 5.7 Flujo en el eje cuadratura del rotor y su estimado. $\psi_{qr}(0)=0$, $\hat{\psi}_{qr}(0)=-7.32$
- 5.8 Par mecánico y su estimado. $T_L(0)=0$, $\hat{T}_L(0)=0$.
- 5.9 Velocidad del rotor y su referencia. $w_r(0)=0$, $w_{ref}(0)=0$.

LISTA DE FIGURAS (continuación)

- 5.10 Magnitud cuadrática del flujo resultante del rotor y su referencia. $|\psi|^2(0)=0$, $|\psi|_{ref}^2(0)=0$.
- 5.11 Par eléctrico-velocidad del rotor.
- 5.12 Voltaje en el eje directo.
- 5.13 Voltaje en el eje cuadratura.
- 6.1 Barra de un rotor jaula de ardilla y el flujo de dispersión en la ranura.
- 6.2 Velocidad del rotor considerando incertidumbre en diferentes parámetros, utilizando la ley desacoplante entrada-salida.
- 6.3 Velocidad del rotor considerando incertidumbre en diferentes parámetros, utilizando Conformación de Energía.
- 6.4 Par eléctrico y par mecánico en función de la velocidad del rotor, en lazo cerrado.
- 6.5 Par eléctrico y par mecánico en función de la velocidad del rotor, en lazo abierto con una alimentación a voltaje y frecuencia nominales.
- 6.6 Par mecánico y su valor estimado con el observador del Capítulo 4.
- 6.7 Par mecánico y su estimado utilizando el observador en cascada del Capítulo 5.
- 6.8 Par eléctrico-velocidad del rotor, durante la aplicación y liberación de un escalón de par mecánico, utilizando la técnica de Conformación de Energía.
- 6.9 Par eléctrico-velocidad del rotor, durante la aplicación y liberación de un escalón de par mecánico, utilizando la ley desacoplante entrada-salida.
- 6.10 Par eléctrico-velocidad del rotor, en lazo abierto, durante la aplicación y liberación de un escalón de par mecánico.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

1.1 MOTIVACION

El desarrollo de los componentes electrónicos y la reducción de sus costos, hace posible la consideración de sistemas de control más sofisticados, con el fin de mejorar el desempeño de las máquinas eléctricas. En este trabajo nos ocuparemos en particular del *control de velocidad del motor de inducción trifásico con rotor jaula de ardilla*, el cual debe su amplio uso a una construcción sencilla y robusta que lo coloca como el caballo de batalla en la industria.

Una de las principales desventajas del motor de corriente directa con respecto al motor de inducción, es que posee contactos deslizantes que aumentan los costos de mantenimiento y limitan su uso en ambientes explosivos. En general, las máquinas eléctricas son dispositivos electromecánicos que tienen como función la conversión de energía. Casi toda la potencia eléctrica usada en el mundo es generada por las máquinas síncronas (operadas como generador), y una gran parte de esa potencia eléctrica es consumida por la máquina de inducción (operada como motor).

La primera máquina de corriente directa fue construida por Faraday alrededor de 1820, de la cual una versión práctica fue realizada por Henry en 1829, y no fue sino hasta 1837 que se presentó la primera versión exitosa en forma comercial. Por otro lado, el motor trifásico de inducción fue inventado por Tesla alrededor de 1887. Aunque se han mejorado los métodos y materiales usados en la fabricación de las máquinas eléctricas, es importante notar que los fundamentos relacionados con la conversión de energía fueron presentados desde hace más de un siglo. En este campo, aparentemente

bien establecido, el desarrollo de los componentes de electrónica ha traído como consecuencia que en la actualidad se siga realizando trabajo de investigación con el fin de mejorar el comportamiento de estas máquinas. Una prueba de esto es el gran número de contribuciones de reciente publicación, tal y como se puede apreciar en las referencias de esta tesis.

Por otro lado, el control del motor de inducción es un problema interesante desde el punto de vista teórico, e importante en un sentido práctico. Este problema ha sido considerado recientemente como un ejemplo de referencia (benchmark) para el control de sistemas no lineales. La importancia del control de la máquina de inducción radica en que presenta interesantes desafíos:

- i) El conjunto de ecuaciones diferenciales que describen la dinámica de la máquina son no lineales.
- ii) Algunas de sus variables son de difícil medición.
- iii) Los parámetros del sistema varían con respecto a sus valores nominales.
- iv) Para algunas aplicaciones el objetivo de control es una función algebraica no lineal de todos los estados, incluyendo los no medibles.

En general, los requerimientos necesarios para que un control se precie de excelente desempeño, son:

- i) Seguimiento rápido de la velocidad de referencia, sin grandes valores pico de las variables involucradas.
- ii) El valor máximo del abatimiento de la velocidad y el tiempo de restablecimiento debido a un cambio del par de carga, debe mantenerse lo más pequeño posible.
- iii) El desempeño debe ser lo más insensible posible a las variaciones paramétricas.
- iv) Es deseable un enfoque que tenga como objetivo directo o indirecto la optimización de la energía.

Estos requerimientos por si solos justifican, desde la perspectiva práctica, el trabajo que aquí se presenta.

1.2 SINTESIS BIBLIOGRAFICA

El control del motor de inducción es un tema de investigación multidisciplinario que involucra teoría de control, máquinas eléctricas y electrónica de potencia. De tal forma que el enfoque utilizado por algunos autores puede ser tan diverso como lo es la transformación empleada en el Capítulo 5, con el fin de obtener una linealización entrada-salida, en contraste con las consideraciones de tipo práctico, por ejemplo la suposición de que el coeficiente de amortiguamiento es constante debido a una adecuada lubricación de la máquina.

En esta tesis se da una propuesta teórica, para la regulación de la velocidad del rotor de una máquina de inducción, con una total factibilidad de aplicación que se fundamenta en lo publicado en la literatura con enfoque eminentemente práctico.

En una síntesis bibliográfica de lo publicado hasta ahora, hemos visto abundantes contribuciones utilizando las técnicas recientes de sistemas no lineales. Por ejemplo, en [2] se presenta un controlador no lineal cuyo objetivo es la regulación del par eléctrico utilizando el enfoque de conformación de energía. En ese trabajo se propone un observador no lineal haciendo uso de las propiedades estructurales del modelo del motor de inducción. También se proponen versiones adaptables para identificar la resistencia del rotor y el par mecánico, bajo la suposición del conocimiento de todas las variables de estado. Esto último no puede ser garantizado, ya que restricciones físicas, una fácil medición de estas variables.

Una versión adaptable que estima la velocidad del rotor es presentada en [3]. Este trabajo es avalado por resultados experimentales, aunque adolece de un pobre respaldo teórico; por ejemplo la función de Lyapunov, de la cual se deduce la ley adaptable, se deriva con respecto al tiempo en forma errónea.

Un control que utiliza los estimados de los estados, obtenidos a partir de un observador no lineal, se presenta en [4]. En este trabajo los objetivos de control son la velocidad y la posición del rotor, bajo la suposición del conocimiento exacto de todos los parámetros, inclusive el par de carga y su modelo dinámico.

Un observador no lineal se utiliza en [5] para conocer los estados de difícil medición en el motor de inducción. Las variables seleccionadas como estados del sistema son los flujos y las corrientes del estator en coordenadas $qd0$. En ese trabajo el par mecánico es dividido en dos partes: una conocida y otra que se pretende identificar con el observador. El componente conocido es una expresión polinomial de la velocidad del rotor; esta forma de representar el par mecánico permite que el modelo posea la estructura para la cual el diseño de un observador resulta posible. Se consideran medibles solo las corrientes del estator.

En [9] se utiliza una ley de control no lineal desacoplante entrada-salida, que tiene como objetivo la regulación de la velocidad del rotor y la magnitud del flujo resultante del rotor. En ese trabajo no se demuestra la estabilidad del sistema en lazo cerrado y se supone medible todo el vector de estado. La contribución principal es la obtención de una versión adaptable para identificar la resistencia del rotor y el par mecánico, el cual es considerado constante. Tanto las leyes adaptables como la ley de control tienen la desventaja de que poseen singularidades.

Un panorama sobre el control no lineal de las máquinas eléctricas es presentado

en [10], el cual trata los tópicos de modelación de la máquina generalizada y los métodos más comunes del diseño de controladores. Es interesante notar que en [10] se infiere erróneamente que una máquina trifásica, expresada bajo un esquema de referencia estacionario, no requiere la implementación en línea de transformación alguna. También el autor en [10] resalta, las ventajas del enfoque de conformación de energía, una de las cuales es eliminar la proyección que restringe las actualizaciones de los parámetros en versiones adaptables. Esto último contrasta con lo propuesto en [11], que utilizando el enfoque de conformación de energía, hace uso de la citada proyección.

Por otra parte, en [11] se propone un controlador no lineal globalmente estable para el control de par eléctrico y velocidad, el cual no necesita los estados eléctricos no medibles del rotor. Esto suponiendo el conocimiento de una cota superior del vector asociado al par mecánico y el conocimiento de la aceleración del rotor. Estas condiciones, a criterio de los propios autores, son restringidas. Interesante sería poder cuantificar si estas condiciones restringidas justifican la no utilización de un observador.

Un control no lineal, para el seguimiento del par eléctrico utilizando el enfoque de conformación de energía, se propone en [12]. En ese trabajo se considera un modelo no lineal de orden cinco con tres entradas, las cuales se especifican independientemente. Desde el punto de vista de modelado estas cinco ecuaciones de estado no describen totalmente la dinámica de la máquina, ya que hace falta la ecuación de estado del eje cero del estator excitada por la tercera entrada; la omisión de esta ecuación impide visualizar las tres corrientes y los tres voltajes del estator en coordenadas $qd0$ y su eventual mapeo hacia las fases. La falta de definición de las entradas en las fases implica el desconocimiento de las entradas que físicamente se le aplicarán a la máquina, esto contradice lo que esperaríamos de un enfoque "*physically motivated*" que se resalta en [2] y [12].

Es importante apuntar que en [12] el objetivo de control es que el par eléctrico sea igual al par eléctrico deseado. Si se propone esto sin considerar los requerimientos impuestos por el sistema mecánico, es decir sin tomar en cuenta el valor del par de carga, entonces es de esperarse que la estabilidad global demostrada en ese trabajo no se cumpla, en particular la velocidad del rotor crecerá infinitamente, tal y como aparece en las simulaciones presentadas en ese artículo (Fig. 3, pag. 1679).

Una ley de control para el seguimiento del par eléctrico es obtenida en [13], en donde se ha seguido el criterio de optimización de energía magnética. Se supone conocido todo el vector de estado y también el par mecánico, aún así la ley de control presenta singularidades.

Utilizando transformaciones no lineales, es posible darle al modelo de la máquina de inducción la estructura del sistema en cascada estudiado en [14]. En ese artículo se propone una ley estabilizante para ese tipo de sistemas, la cual fue aplicada a la máquina de inducción, con el inconveniente de que la estabilización se lograba en un punto de equilibrio que no posee interés práctico: el par eléctrico y la velocidad del rotor igual a cero.

El observador no lineal usado en esta tesis es el observador propuesto en [15], el cual es aplicable a un gran número de sistemas. A diferencia de los observadores en [2] y [8], este observador tiene una razón de convergencia que no depende de los parámetros del motor; debido a esto ha demostrado tener un mejor desempeño que los observadores propuestos en otras máquinas eléctricas. Por ejemplo, el observador aplicado al motor de imanes permanentes en [16], necesita de una transformación de coordenadas y la medición de tres variables de estado, mientras que el observador presentado en [15] no requiere esa transformación y solo necesita de la medición de una variable de estado.

El desacoplamiento entrada-salida usando las técnicas de geometría diferencial se presenta en [24], en donde solo la parte electromagnética del modelo es utilizada, es decir la velocidad del rotor se interpreta como un parámetro variante en el tiempo.

Por otro lado, los resultados en [17] y [18] se basan en la teoría de control adaptable de sistemas lineales, los cuales son válidos solo para una vecindad alrededor del punto de operación donde se linealizó.

La técnica más utilizada hasta el momento en aplicaciones industriales, es el control por orientación de campo [19]. En [9] se interpreta este enfoque como un control entrada-salida con desacoplamiento asintótico.

En [31] se aborda el problema de las incertidumbres paramétricas en una clase muy particular de sistemas no lineales. El motor de inducción posee la estructura requerida para aplicar estos resultados, aunque esta estructura se obtiene por medio de transformaciones que dependen de los parámetros cuyo efecto de variación se desea minimizar. Esto último restringe la aplicabilidad de lo propuesto en [31].

1.3 ESTRUCTURA DE LA TESIS

Este trabajo de tesis está organizado de la siguiente forma:

Las técnicas clásicas (Leyes de Kirchhoff y Newton) se utilizan en el Capítulo 2, para obtener los modelos del motor de inducción, en los cuales se basa la obtención de las dos leyes de control propuestas. En este capítulo se aborda el problema del modelado del par mecánico y adicionalmente se presentan algunas aplicaciones prácticas.

Los fundamentos matemáticos, indispensables para comprender los desarrollos

posteriores, se presentan en el Capítulo 3. Se proporcionan algunos tópicos de Análisis Funcional, Álgebra Lineal y Geometría Diferencial.

Utilizando el enfoque de Conformación de Energía, se deduce en el Capítulo 4 una nueva ley de control cuyo objetivo es el de regular la velocidad del rotor. Esta ley de control no necesita el conocimiento de los estados eléctricos no medibles del rotor. Un observador no lineal de estado se emplea solo para identificar el par mecánico aplicado. En este capítulo se demuestra la estabilidad global del sistema en lazo cerrado cuando el estimado del par mecánico es proporcionado por el observador.

En el Capítulo 5, la teoría de Geometría Diferencial se utiliza para obtener una ley de control linealizante entrada-salida con retroalimentación de estado vía transformaciones no lineales. En este capítulo nuestra contribución principal es la de demostrar la estabilidad del sistema en lazo cerrado, cuando la ley de control depende de los estados estimados proporcionados por un observador no lineal en cascada.

El comportamiento del motor cuando los parámetros varían con respecto a sus valores nominales, se aborda en el Capítulo 6; también en ese capítulo se presentan algunos transitorios que muestran las ventajas del control no lineal. Finalmente se proporcionan Conclusiones y perspectivas de trabajo futuro en el Capítulo 7.

CAPITULO 2

MODELADO

2.1 INTRODUCCION

El motor de inducción jaula de ardilla se utiliza en una amplia variedad de aplicaciones para convertir potencia eléctrica en trabajo mecánico. Algunas de estas aplicaciones para motores trifásicos de inducción de gran tamaño son las bombas, grúas y bobinadoras de acero. Para potencias pequeñas, el motor bifásico se usa frecuentemente en sistemas de posición y en aplicaciones como herramientas y aparatos domésticos se emplea el motor de inducción monofásico.

En este capítulo se aplican las técnicas de modelado con el fin de obtener una representación matemática relativamente sencilla, la cual no necesita contener todos los detalles requeridos para el diseño y la construcción de la máquina; sin embargo el modelo obtenido describe con adecuada exactitud las características importantes tanto estáticas como dinámicas. Un estudio detallado sobre la modelación del motor de inducción puede consultarse en [1].

Adicionalmente, en este capítulo se aborda el problema del modelado del par mecánico [27,29], el cual es un parámetro que afecta en forma importante el comportamiento transitorio del motor de inducción.

2.2 MODELACION DE LA MAQUINA DE INDUCCION

En esta Sección, se presentan las técnicas clásicas para establecer las ecuaciones de par y de voltaje, expresadas primero en términos de variables de fase y

posteriormente en términos de variables transformadas $qd0$.

Considérese una máquina de inducción ideal, bajo las siguientes suposiciones:

- i) Entrehierro constante.
- ii) Devanados trifásicos simétricos en el estator y el rotor.
- iii) Sin consideración de efectos de ranura.
- iv) Sin saturación, sin pérdidas en el hierro, ni corrientes de Eddy.
- v) Consideración solo de la componente fundamental de la fuerza magnetomotriz.
- vi) Se desprecia el efecto piel.
- vii) Se considera que las señales de voltaje en terminales y corrientes son funciones arbitrarias del tiempo.

En la siguiente figura se muestra el diagrama de esta máquina ideal, de 3 fases y conexión estrella:

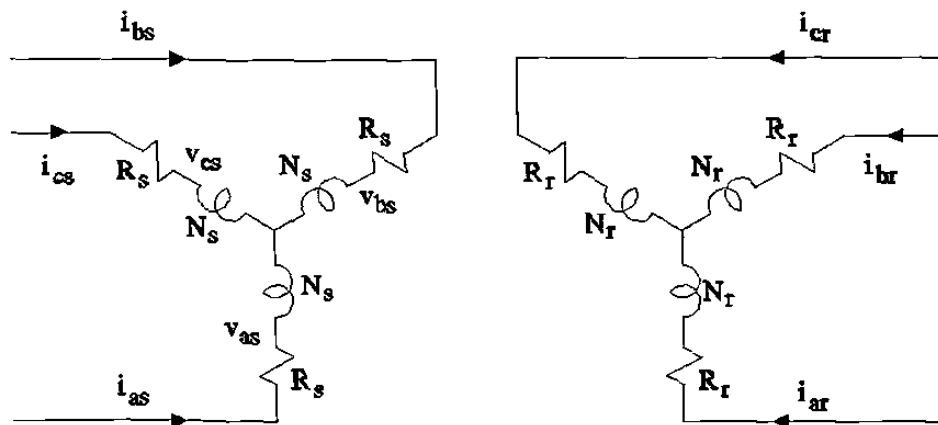


Fig. 2.1. Descripción circuital de una máquina de inducción con rotor jaula de ardilla.

Los devanados del estator son idénticos, senoidalmente distribuidos desplazados 120° , con N_s vueltas equivalentes y resistencia R_s . El rotor posee también tres devanados

idénticos senoidalmente distribuidos y desplazados 120° , con N_r vueltas equivalentes y resistencia R_r . Las ecuaciones de voltaje de Kirchhoff, en variables de fase para el circuito anterior, se expresan de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} v_{abcs} &= r_s i_{abcs} + \frac{d}{dt} \Psi_{abcs} \\ 0 &= r_r i_{abcr} + \frac{d}{dt} \Psi_{abcr} \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde

$$\begin{aligned} r_s &= \text{diag}(R_s, R_s, R_s) ; \quad v_{abcs} = \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \\ r_r &= \text{diag}(R_r, R_r, R_r) \end{aligned}$$

$$i_{abcs} = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} ; \quad i_{abcr} = \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} ; \quad \Psi_{abcs} = \begin{bmatrix} \Psi_{as} \\ \Psi_{bs} \\ \Psi_{cs} \end{bmatrix} ; \quad \Psi_{abcr} = \begin{bmatrix} \Psi_{ar} \\ \Psi_{br} \\ \Psi_{cr} \end{bmatrix}$$

El subíndice s denota las variables y parámetros asociados con los circuitos del estator, y el subíndice r denota las variables y parámetros asociados a los circuitos del rotor. Por ejemplo, los vectores i_{abcs} , v_{abcs} y Ψ_{abcs} denotan las corrientes, voltajes y enlaces de flujo del estator, respectivamente; i_{abcr} y Ψ_{abcr} denotan las corrientes y enlaces de flujo del rotor. Por otro lado, la ecuación que describe la interacción electromecánica se deduce de la Ley de Newton para movimiento rotacional

$$T_e - T_L = J \frac{d}{dt} \omega_r + b \omega_r \quad (2.2)$$

donde T_e es el par de origen eléctrico, T_L es el par requerido por la carga mecánica, J es la inercia de la máquina y de la carga, ω_r es la velocidad mecánica del rotor y b el coeficiente de amortiguamiento.

En el modelo presentado en (2.1), es bien conocido que las inductancias de la máquina, implícitas en Ψ_{abcs} y Ψ_{abcr} , son función de la velocidad del rotor. Esto tiene como consecuencia que el comportamiento de la máquina de inducción sea descrito por un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales con coeficientes variantes en el tiempo. A fin de evitar esto, y por lo tanto trabajar con modelos más sencillos que involucren coeficientes constantes, se propone la aplicación de una transformación a las ecuaciones expresadas en cantidades de fase. Esta transformación se aplica a todas las variables y componentes en los circuitos trifásicos tanto del estator como del rotor. Por ejemplo, la transformación de las variables del estator en coordenadas de fase a coordenadas $qd0$, puede realizarse de la forma siguiente:

$$v_{qd0s} = K_s v_{abcs} ; \quad i_{qd0s} = K_s i_{abcs} ; \quad \Psi_{qd0s} = K_s \Psi_{abcs} \quad (2.3)$$

donde

$$v_{qd0s} = \begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{0s} \end{bmatrix} ; \quad i_{qd0s} = \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \end{bmatrix} ; \quad \Psi_{qd0s} = \begin{bmatrix} \Psi_{qs} \\ \Psi_{ds} \\ \Psi_{0s} \end{bmatrix}$$

$$K_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \text{sen } \theta & \text{sen} \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \text{sen} \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\theta = \int_0^t \omega(\xi) d\xi + \theta(0) \quad (2.4)$$

y ω es la velocidad angular del esquema de referencia. La transformación inversa es:

$$(K_s)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}$$

Esta transformación puede aplicarse simbólicamente a los circuitos del estator en (2.1), es decir se puede obtener el modelo en coordenadas $qd0$ sin especificar previamente los parámetros de la máquina ni la velocidad angular ω del esquema de referencia. Posteriormente la velocidad angular puede ser seleccionada en forma arbitraria, ya sea constante o variante en el tiempo. Por este hecho, en [1] esta transformación ha sido denominada transformación bajo un esquema de referencia arbitrario.

Por otro lado, también se pueden transformar los parámetros y variables trifásicas del rotor. Por ejemplo, la transformación de las variables del rotor en coordenadas de fase a coordenadas $qd0$ bajo un esquema de referencia arbitrario, puede realizarse de la siguiente forma:

$$i_{qd0r} = K_r i_{abcr} ; \quad \Psi_{qd0r} = K_r \Psi_{abcr}$$

donde

$$i_{qd0r} = \begin{bmatrix} i_{qr} \\ i_{dr} \\ i_{0r} \end{bmatrix} ; \quad \Psi_{qd0r} = \begin{bmatrix} \Psi_{qr} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{0r} \end{bmatrix}$$

$$K_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \beta & \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{sen } \beta & \text{sen}\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \theta - \theta_r$$

el desplazamiento angular θ es definido por (2.4) y θ_r está dado por

$$\theta_r = \int_0^t w_r(\xi) d\xi + \theta_r(0)$$

La transformación inversa es

$$(K_r)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \text{sen } \beta & 1 \\ \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}$$

Nota: En este capítulo se ha respetado la nomenclatura empleada en [1] para los símbolos β , θ y ξ . Esta decisión no debe causar confusiones con la nueva notación definida para los mismos símbolos en posteriores capítulos.

Usando estas transformaciones, las ecuaciones de voltaje en (2.1) pueden ser reescritas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 v_{qd0s} &= r_s i_{qd0s} + \omega \Psi_{dqs} + \frac{d}{dt} \Psi_{qd0s} \\
 0 &= r_r i_{qd0r} + (\omega - n_p \omega_r) \Psi_{dqr} + \frac{d}{dt} \Psi_{qd0r}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

donde

$$\begin{aligned}
 r_s &= \text{diag}(R_s, R_s, R_s) \\
 r_r &= \text{diag}(R_r, R_r, R_r)
 \end{aligned} ; \quad \Psi_{dqs} = \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ -\Psi_{qs} \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad \Psi_{dqr} = \begin{bmatrix} \Psi_{dr} \\ -\Psi_{qr} \\ 0 \end{bmatrix}$$

los enlaces de flujo en (2.5) se expresan como

$$\begin{bmatrix} \Psi_{qd0s} \\ \Psi_{qd0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qd0s} \\ i_{qd0r} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

donde

$$L_{11} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} ; \quad L_{22} = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{lr} + L_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} ; \quad L_{12} = \begin{bmatrix} L_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

L_{ls} es la inductancia de dispersión del estator, L_{lr} es la inductancia de dispersión del rotor, L_{sr} es la inductancia mutua y n_p es el número de pares de polos.

Es importante notar que todos los modelos de la máquina de inducción, bajo las consideraciones expresadas anteriormente, se obtienen partiendo de la expresión en (2.5). Estos modelos equivalentes pueden variar de acuerdo a la selección del conjunto de las variables de estado y la especificación de la velocidad del esquema de referencia. Con fines de control y/o simulación, es claro que tanto las corrientes como los enlaces de flujo pueden ser seleccionados como variables de estado, las cuales se relacionan por

la expresión en (2.6). Los esquemas de referencia más comúnmente usados son: el esquema de referencia estacionario ($\omega=0$), el esquema de referencia ubicado en el rotor ($\omega=\omega_r$) y el esquema de referencia síncrono ($\omega=\omega_e$), donde ω_e es función de la frecuencia de la fuente en coordenadas de fase.

En este trabajo se utilizan básicamente dos tipos de modelo, ambos deducidos de (2.5):

- 1) Con corrientes como variables de estado tanto en el estator como en el rotor; utilizando un esquema de referencia variante en el tiempo, el cual es una función de los estados.
- 2) Con variables de estado mixtas, es decir con corrientes en el estator y flujos en rotor; bajo un esquema de referencia ubicado en el estator.

El par eléctrico es preciso expresarlo también como una función de las variables transformadas $qd0$. Para diferente selección de las variables de estado, las siguientes ecuaciones son equivalentes

$$T_e = \frac{3}{2} n_p L_{sr} [i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}]$$

$$T_e = \frac{3}{2} n_p [\Psi_{qr} i_{dr} - \Psi_{dr} i_{qr}]$$

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{n_p L_{sr}}{L_r} [\Psi_{dr} i_{qs} - \Psi_{qr} i_{ds}]$$

2.3 PAR MECANICO

El par de carga T_L es un parámetro que se encuentra determinado por el comportamiento transitorio del sistema mecánico. Un estudio detallado incluiría un

modelo dinámico con un conjunto adicional de variables de estado, esto plantearía la necesidad del conocimiento de la estructura de ese modelo y del total de sus parámetros.

Con fines de control es comúnmente aceptado que, en vez del modelo dinámico, el par de carga se aproxime por una característica de estado estacionario. Esta condición de estado estacionario es alcanzada cuando el par eléctrico es igual al par mecánico, es decir, tanto el par como la velocidad son constantes y el ángulo del rotor varía linealmente con el tiempo.

Con algunas cargas, por ejemplo compresores de pistón, el par mecánico es una función periódica del ángulo de rotación, en este caso la condición de estado estacionario es alcanzada cuando los valores medios de ambos pares son iguales. Algunas de estas características, para diferentes tipos de cargas, se muestran en la siguiente gráfica

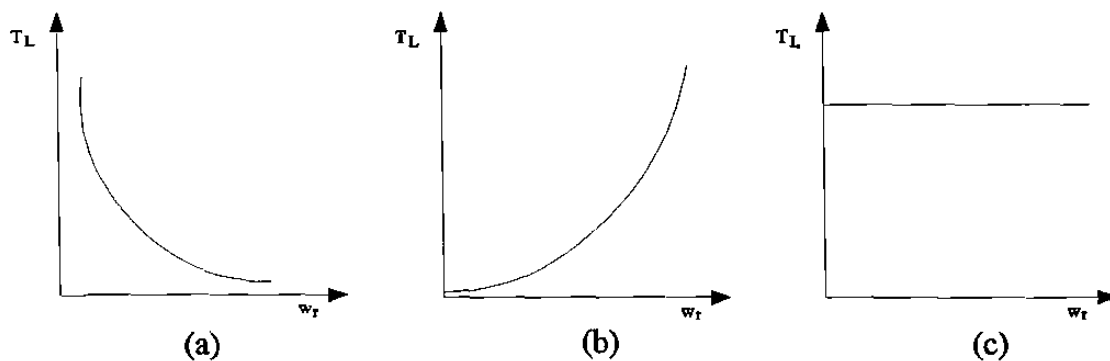


Fig. 2.2. Características de estado estacionario: a) Tipo bobinado; b) Tipo centrífuga (bombas, ventiladores); c) Tipo gravitacional.

Es común aproximar estas características a una ecuación polinomial de la forma

$$T_L = k_0 + k_1 w_r + k_2 w_r^2$$

donde k_0 , k_1 , k_2 son las constantes asociadas al par mecánico. Esta última expresión se puede reducir a una representación cuadrática, lo que implica que cualquiera de las curvas en la gráfica anterior puede modelarse como una familia de curvas parabólicas, es decir

$$T_L = k_2 w_r^2$$

donde nuestro objetivo posteriormente será el de estimar el par mecánico identificando el coeficiente k_2 . Detalles adicionales sobre el modelado del par mecánico pueden ser consultados en las referencias [21,27,29].

2.4 APLICACIONES PRACTICAS [36]

El control de velocidad presentado en este trabajo, es una solución satisfactoria para un conjunto de aplicaciones industriales. Por ejemplo, en la línea de cocido de alimentos de la Fig. 2.3. se considera la medición de la temperatura del horno, para definir la velocidad adecuada de la banda transportadora y así lograr un cocimiento óptimo de los alimentos. El control de este proceso evita que el personal tenga que trabajar cerca de lugares peligrosos, aumentando la seguridad e higiene.

Otra posible aplicación del control de velocidad obtenido en este trabajo, es el sistema de tratamiento de aguas residuales, Fig. 2.4.. En este caso, la realimentación de la señal del sensor de oxígeno permite definir la velocidad de referencia del motor, y por tanto determinar la cantidad de aire suministrado al tanque de oxidación. Este aire proveerá del oxígeno necesario para el crecimiento óptimo de los microorganismos que degradan los desechos en las aguas residuales.

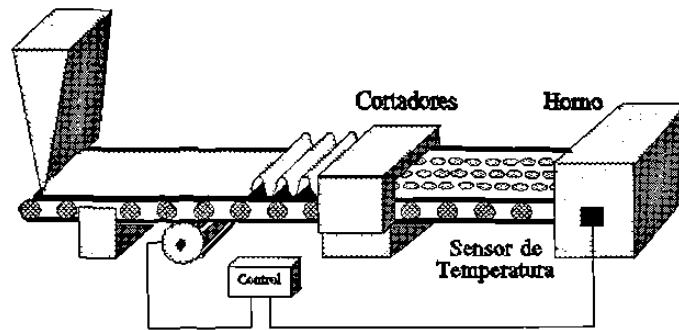


Fig. 2.3. Línea de cocido de alimentos.

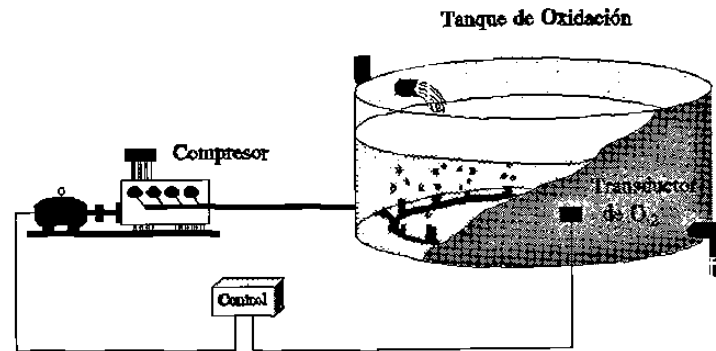


Fig. 2.4. Sistema de tratamiento de aguas residuales.

Por otro lado, la ley de control obtenida asegura arranques y frenados suaves, aún a plena carga; este tipo de comportamiento minimiza los esfuerzos mecánicos y eléctricos aplicados al equipo, lo que disminuye los costos de operación y de mantenimiento. Para algunas aplicaciones, como transportadores industriales, este control permite invertir suavemente el sentido de giro del motor incrementando la flexibilidad del equipo instalado.

CAPITULO 3

FUNDAMENTOS MATEMATICOS

3.1 INTRODUCCION

En este capítulo se presenta una descripción de los fundamentos matemáticos relacionados con el desarrollo de este trabajo. El objetivo es familiarizar al lector con los resultados, definiciones y operaciones utilizadas. Algunas nociones adicionales que se relacionan con Análisis Funcional, Algebra Lineal y Geometría diferencial, se suponen conocidas. Para más detalles se pueden consultar los textos [30,33,34].

Este capítulo se organiza de la forma siguiente: En la Sección 3.2 se aborda el concepto de normas vectoriales y matriciales, que son intensamente utilizadas en la demostración de los teoremas del Capítulo 4 y Capítulo 5. En la Sección 3.3 se presenta la condición de Lipschitz, que es una desigualdad clave en el desarrollo de este trabajo. La estabilidad en el sentido de Lyapunov, de los puntos de equilibrio en sistemas dinámicos se trata en la Sección 3.4. Los observadores de estado no lineales y algunos conceptos relacionados con la reconstrucción de estado se presentan en la Sección 3.5. Finalmente en la Sección 3.6 se abordan algunos tópicos de geometría diferencial, que se utilizan en el cambio de coordenadas y linealización entrada-salida del Capítulo 5.

3.2 NORMAS VECTORIALES Y MATRICIALES [33,34]

La norma $\|x\|$ de un vector x es una función que toma valores en los números reales positivos, con las siguientes propiedades

- i) $\|x\| \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$, con $\|x\| = 0$ si y solo si $x = 0$.

ii) $\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$, para todo $x, y \in \mathbb{R}^n$.

iii) $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$, para todo $\alpha \in \mathbb{R}$ y $x \in \mathbb{R}^n$.

La segunda de estas propiedades es denominada desigualdad del triángulo. Considérese ahora, las normas de clase p , definidas por

$$\|x\|_p = \left(|x_1|^p + \dots + |x_n|^p \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty$$

y

$$\|x\|_\infty = \max_i |x_i|$$

Las normas más comúnmente usadas son $\|x\|_1$, $\|x\|_\infty$, y la norma Euclidiana

$$\|x\|_2 = \left(|x_1|^2 + \dots + |x_n|^2 \right)^{1/2} = \left(x^T x \right)^{1/2}$$

Frecuentemente en este trabajo, se utilizan las tres propiedades básicas (i,ii,iii), en cuyo caso el subíndice p es omitido, indicando que la norma puede ser cualquier norma p . Todas las normas p son equivalentes en el sentido que, si $\|\bullet\|_\alpha$ y $\|\bullet\|_\beta$ son dos normas p diferentes, entonces existen constantes positivas c_1 y c_2 tales que

$$c_1 \|x\|_\alpha \leq \|x\|_\beta \leq c_2 \|x\|_\alpha$$

para todo $x \in \mathbb{R}^n$. Una matriz A de $m \times n$ elementos reales, define un mapeo lineal $y = Ax$ de \mathbb{R}^n a \mathbb{R}^m . La norma inducida p de A se define por

$$\|A\|_p = \sup_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_p}{\|x\|_p}$$

donde *sup* denota el supremo, el cual es la menor de las cotas superiores. Para $p=1,2,\infty$ la norma de A es

$$\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^m |a_{ij}| ; \|A\|_2 = \left[\lambda_{\max}(A^T A) \right]^{1/2} ; \|A\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$$

donde $\lambda_{\max}(A^T A)$ es el máximo valor propio de $A^T A$.

Una matriz hermítica $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, es positiva definida si todos sus valores propios son positivos. Equivalentemente, la matriz A es positiva definida si y solo si los determinantes de todas las submatrices principales son positivos. También, si A es una matriz hermítica con valores propios $\lambda_{\max} \geq \dots \geq \lambda_{\min}$, entonces

$$\lambda_{\min} \|x\|_2 \leq x^T A x \leq \lambda_{\max} \|x\|_2$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$.

3.3 CONDICION DE LIPSCHITZ [33]

La condición de Lipschitz es una propiedad clave en el desarrollo de algunos resultados en este trabajo, y establece que para una función $f(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ se satisface la siguiente desigualdad

$$\|f(x) - f(y)\| \leq L \|x - y\| \quad (3.1)$$

para todo valor de x y y en alguna vecindad de un punto $x_0 \in \mathbb{R}^n$.

Una función que cumple con (3.1) se dice que es Lipschitz en x y la constante positiva L es denominada constante de Lipschitz. Los términos localmente y globalmente Lipschitz indican el dominio sobre el cual se cumple la condición de Lipschitz. Definamos primero la terminología para el caso cuando f depende solo de una variable, tal y como aparece en (3.1).

Definición 3.1:

Una función se dice que es *localmente Lipschitz* sobre un dominio $D \subset \mathbb{R}^n$ si cada punto de D tiene una vecindad D_0 tal que f satisface la condición de Lipschitz en (3.1) para todos los puntos en D_0 con alguna constante de Lipschitz L_0 .

Definición 3.2:

Se dice que f es *Lipschitz* sobre un conjunto W si satisface (3.1) para todos los puntos en W , con la misma constante de Lipschitz L .

Definición 3.3:

Una función $f(x)$ se dice que es *globalmente Lipschitz* si es Lipschitz en \mathbb{R}^n .

Una función localmente Lipschitz sobre un dominio D no es necesariamente Lipschitz sobre D , dado que la condición de Lipschitz puede no cumplirse uniformemente (con la misma constante L) para todos los puntos en D . La misma terminología se extiende para una función $f(t,x)$, considerando que la condición de Lipschitz se cumple uniformemente en t y para todo t en un intervalo de tiempo dado.

Definición 3.4:

$f(t,x)$ es localmente Lipschitz en x sobre $[a,b] \times D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ si cada punto $(t,x) \in [a,b] \times D$ tiene una vecindad $(a_0,b_0) \times D_0$ tal que f satisface (3.1) sobre $(a_0,b_0) \times D_0$ con alguna constante de Lipschitz L_0 .

3.4 ESTABILIDAD DE LYAPUNOV [33]

La teoría de estabilidad es un tópico de relevancia en la teoría de sistemas dinámicos e ingeniería. En esta sección se mencionan brevemente algunos resultados y

definiciones relacionados con el estudio de la estabilidad de puntos de equilibrio en sistemas dinámicos.

Considere el siguiente sistema autónomo

$$\dot{x} = f(x) \quad (3.2)$$

donde $f:D \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un mapeo localmente Lipschitz de un dominio $D \subset \mathbb{R}^n$ al espacio \mathbb{R}^n . Aquí se supone que $\bar{s}=0 \in D$ es un punto de equilibrio de (3.2), es decir

$$f(\bar{s}) = 0$$

Un punto de equilibrio es estable, si todas las soluciones que inician en puntos cercanos a ese punto de equilibrio, permanecen arbitrariamente cerca. Un punto de equilibrio es asintóticamente estable si todas las soluciones que inician en la vecindad del punto de equilibrio no solo permanecen arbitrariamente cerca, si no que convergen a ese punto de equilibrio conforme el tiempo tiende al infinito. En términos formales estas definiciones se expresan de la siguiente manera.

Definición 3.5:

El punto de equilibrio $\bar{s}=0$ de (3.2) es

- *Estable*, si para cada $\epsilon > 0$, existe un $\delta = \delta(\epsilon)$ tal que

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0$$

- *Asintóticamente estable*, si es estable y δ puede ser seleccionado de tal forma que

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

◇

La estabilidad de puntos de equilibrio es usualmente caracterizada en el sentido de Lyapunov, un matemático ruso que estableció las bases de la teoría que hoy lleva su nombre. Esta teoría se fundamenta principalmente en el siguiente teorema.

Teorema 3.1:

Sea $\bar{s}=0$ un punto de equilibrio de (3.2). Considérese una función continuamente diferenciable $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, tal que

$$\begin{aligned} V(0) &= 0, \quad V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0 \\ \|x\| \rightarrow \infty &\Rightarrow V(x) \rightarrow \infty \\ \dot{V}(x) &< 0 \quad \forall x \neq 0 \end{aligned}$$

entonces $\bar{s}=0$ es globalmente asintóticamente estable

◇

3.5 OBSERVADORES DE ESTADO [35]

Con el fin de aplicar una ley de control a un sistema dinámico descrito en términos de variables de estado, frecuentemente es necesario el conocimiento del vector de estado para cada instante. Por otro lado, las restricciones de tipo técnico limitan la dimensión del vector de salidas medibles, la cual resulta ser inferior que la dimensión del vector de estado. Esto impide que el estado $x(t)$ pueda ser deducido algebraicamente de la salida $y(t)$ para cada instante. El objetivo de un observador es proporcionar un estimado del vector de estado partiendo de las entradas y las salidas del sistema.

Definición 3.6:

Se llama observador (reconstructor de estado) del sistema dinámico S_{NL} , expresado de la forma siguiente

$$S_{NL} : \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (3.3)$$

a un sistema dinámico auxiliar O cuyas entradas están constituidas por los vectores de entrada $u(t)$ y de salida $y(t)$ del sistema a observar, y cuyo vector de salida $\hat{x}(t)$ es el estado estimado, es decir

$$O : \begin{cases} \dot{z}(t) = f(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = h(z(t), u(t), y(t)) \end{cases}$$

tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{x}(t) - x(t)\| = 0$$

◇

En esta sección se considera una clase particular de los sistemas no lineales en (3.3), denominados sistemas *afines en el estado*

$$S_{AS} : \begin{cases} \dot{x}(t) = A(u(t))x(t) + B(u(t)) \\ y(t) = C(u(t))x(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

para los cuales usaremos la siguiente notación:

- $X_u(t, x_0)$ es la solución en el instante t del sistema (3.4) bajo la entrada u y condiciones iniciales $x_0 = x(t=0)$.
- $\Phi_u(t, t_0)$ es la matriz de transición de estado de la parte autónoma del sistema (3.4) generada por la aplicación de una función de entrada u sin el término $B(u(t))$.

La noción de observabilidad y ciertas propiedades de las entradas aplicadas al

sistema dinámico, proporcionan condiciones necesarias para la síntesis de un observador.

Definición 3.7:

Dos estados iniciales x_0 y x_0^* son *indistinguibles* para el sistema en (3.4) si, para toda función de entrada $u(t)$ y para todo $t > 0$, las salidas $C(u(t))X_u(t, x_0)$ y $C(u(t))X_u(t, x_0^*)$ resultan ser iguales.

Definición 3.8:

El sistema (3.4) es observable si no posee parejas de estados iniciales distintos $\{x_0, x_0^*\}$ tales que sean indistinguibles.

El hecho de que un sistema no lineal sea observable en el sentido de la definición anterior constituye una condición necesaria pero no suficiente para que sea posible construir un observador. Puede suceder que ciertas entradas no permitan distinguir toda pareja de estados iniciales distintos, por lo que es esencial conocer y clasificar los tipos de entradas posibles.

Definición 3.9:

Una función de entrada $u(t)$ es *universal* para el sistema no lineal (3.4) sobre el intervalo $[0, t]$ si toda pareja de estados iniciales $\{x_0, x_0^*\}$ pueden ser distinguidos desde las salidas sobre el mismo intervalo, es decir si existe $\tau \in [0, t]$ tal que

$$C(u(\tau))X_u(\tau, x_0) \neq C(u(\tau))X_u(\tau, x_0^*)$$

Considere el Grammiano de Observabilidad para el sistema afín al estado en (3.4)

$$\Gamma_u(t, t_0) = \int_{t_0}^t \Phi_u^T(\tau, t) C^T(\tau) C(\tau) \Phi_u(\tau, t) d\tau > \alpha I$$

para $\alpha > 0$, $t_0 > 0$ y $t > t_0$. El índice de universalidad $\gamma_u(t, t_0)$ es el valor propio más pequeño de $\Gamma_u(t, t_0)$. Equivalentemente, una entrada es universal en $[0, t]$ para (3.4) si $\gamma_u(t, t_0) > 0$.

Definición 3.10:

Una función de entrada $u(t)$ se dice ser *regularmente persistente* para los sistemas afines en el estado en (3.4) si existe $T > 0$, $\alpha > 0$ y $t_0 > 0$ tales que $\gamma_u(t+T, t) > \alpha$ para todo $t > t_0$.

Una entrada $u(t)$ regularmente persistente es universal. No solamente permanece universal en su traslación en el tiempo para T arbitrariamente grande (persistencia), si no también resulta con una calidad garantizada (regularidad). Dado que todas las entradas regularmente persistentes aplicadas a (3.4) generan un sistema lineal con parámetros variantes en el tiempo, es posible extender la metodología de Kalman para el diseño de observadores de este tipo de sistemas. Esto nos lleva a establecer el siguiente teorema.

Teorema 3.2:

Consideremos el sistema no lineal afín al estado en (3.4) donde $A(u(t))$, $B(u(t))$ y $C(u(t))$ son mapeos uniformemente acotados en el dominio de las entradas admisibles. Entonces, para toda entrada regularmente persistente, el sistema

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{x}(t) &= A(u(t)) \hat{x}(t) + B(u(t)) - S_{\theta}^{-1}(t) C(t)^T [C(t) \hat{x}(t) - y(t)] \\ \frac{d}{dt} S_{\theta}(t) &= -\theta S_{\theta}(t) - S_{\theta}(t) A(u(t)) - A^T(u(t)) S_{\theta}(t) + C(t)^T C(t) \end{aligned} \quad (3.5)$$

con $\theta > 0$, es un observador para el sistema en (3.4), donde la norma del error de estimación es acotada por una función exponencial decreciente.

◇

Este observador no lineal tiene, a diferencia de otros, una razón de convergencia que puede ser seleccionada arbitrariamente con la selección de θ . En esencia los observadores utilizados en este trabajo son iguales al presentado en el teorema anterior, aunque una pequeña variante se introduce en el Capítulo 5 para sistemas no lineales en cascada.

3.6 TOPICOS DE GEOMETRIA DIFERENCIAL [30]

Frecuentemente, la representación natural de un sistema dinámico posee una estructura tal que no permite aplicar fácilmente las técnicas de control o identificar sus principales propiedades. Por ello es necesario llevar el sistema a una nueva representación mediante un adecuado cambio de coordenadas en el espacio de estado.

Un cambio de coordenadas no lineal puede ser descrito de la forma siguiente:

$$z = \Phi(x)$$

donde $\Phi(x)$ representa una función definida en \mathbb{R}^n de n variables

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \\ \dots \\ \phi_n(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1(x_1, \dots, x_n) \\ \phi_2(x_1, \dots, x_n) \\ \dots \\ \phi_n(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix}$$

con las siguientes propiedades:

i) $\Phi(x)$ es invertible, es decir existe una función $\Phi^{-1}(z)$ tal que

$$\Phi^{-1}(\Phi(x)) = x$$

para todo x en \mathbb{R}^n .

ii) $\Phi(x)$ y $\Phi^{-1}(z)$ son mapeos suaves, es decir poseen derivadas parciales continuas de cualquier orden.

Una transformación de este tipo es conocida como *difeomorfismo global* en \mathbb{R}^n . Algunas veces es difícil de encontrar la transformación que posea ambas propiedades, por lo que ésta se define solo en una vecindad U° de un punto x° , en cuyo caso se denomina *difeomorfismo local*.

Existen diferentes tipos de operaciones diferenciales, involucrando campos vectoriales y campos covectoriales, los cuales son de uso frecuente en el análisis de sistemas de control no lineal. Uno de estos tipos de operación involucra una función λ , que toma valores en los números reales, y un campo vectorial f ; tanto λ como f están definidos sobre un subconjunto U de \mathbb{R}^n . Con estas dos cantidades se define la siguiente función que toma valores en los números reales

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} f_i(x)$$

Esta función es denominada *derivada de λ a lo largo de f* o *derivada de Lie*, y es frecuentemente denotada como $L_f \lambda$. Es posible la aplicación sucesiva de esta operación. Por ejemplo, si calculamos primero la derivada de λ a lo largo del campo vectorial f y después a lo largo del campo vectorial g se define la siguiente función

$$L_g L_f \lambda(x) = \frac{\partial (L_f \lambda)}{\partial x} g(x)$$

Si a la función λ se le aplica la diferencial a lo largo de f , k número de veces, entonces es posible utilizar la siguiente nomenclatura compacta para esta operación: $L_f^k \lambda$. En otras palabras la función $L_f^k \lambda(x)$ satisface la siguiente expresión recursiva

$$L_f^k \lambda(x) = \frac{\partial (L_f^{k-1} \lambda)}{\partial x} f(x)$$

donde $L_f^0 \lambda(x) = \lambda(x)$.

Grado relativo

El concepto de grado relativo r es el punto de partida para mostrar que un sistema no lineal puede llevarse a una forma normal de especial interés, en la cual se puedan resaltar algunas propiedades importantes del sistema dinámico.

Considérese el siguiente sistema no lineal SISO

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3.6)$$

el cual tiene grado relativo r en el punto x° si satisface las siguientes condiciones:

- i) $L_g L_f^k h(x) = 0$ para todo x en una vecindad de x° y todo $k < r-1$;
- ii) $L_g L_f^{r-1} h(x^\circ) \neq 0$.

Una extensión de lo anterior es para el caso de los sistemas no lineales multivariables, con igual número de entradas y de salidas, en los cuales se puede definir un conjunto de grados relativos $\{r_1, \dots, r_m\}$ asociados a cada salida del sistema $y_i = h_i(x)$, $i=1, \dots, m$.

Teorema 3.3:

Considérese que el sistema no lineal en (3.6) tiene grado relativo r en x° , por tanto $r \leq n$. Definamos las siguientes coordenadas

$$\begin{aligned}\phi_1(x) &= h(x) \\ \phi_2(x) &= L_f h(x) \\ &\dots \\ \phi_r(x) &= L_f^{r-1} h(x)\end{aligned}$$

Si r es estrictamente menor que n , es siempre posible encontrar $n-r$ funciones adicionales $\phi_{r+1}(x), \dots, \phi_n(x)$ tales que el mapeo

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \\ \dots \\ \phi_n(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_n \end{bmatrix}$$

posea una matriz jacobiana no singular en x° y por lo tanto califica como una transformación local de coordenadas en una vecindad U° de x° . Aunque el valor de las $n-r$ funciones adicionales en x° puede fijarse arbitrariamente, si estas son seleccionadas de tal forma que

$$L_g \phi_i(x) = 0$$

para toda $r+1 \leq i \leq n$ y toda x en una vecindad de x° , entonces bajo este difeomorfismo local la descripción del sistema es de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots \\ \dot{z}_{r-1} &= z_r \\ \dot{z}_r &= b(z) + a(z)u \\ \dot{z}_{r+1} &= q_{r+1}(z) \\ &\dots \\ \dot{z}_n &= q_n(z) \end{aligned}$$

◇

En esta representación en el punto $z^\circ = \Phi(x^\circ)$, y por tanto en toda z en una vecindad de z° , la función $a(z)$ es diferente de cero.

CAPITULO 4

CONTROL DE VELOCIDAD UTILIZANDO LA METODOLOGIA DE CONFORMACION DE ENERGIA

4.1 INTRODUCCION

En este Capítulo se estudia el problema de regulación de velocidad del motor de inducción jaula de ardilla, bajo el enfoque de Conformación de Energía ("Energy Shaping"). En esta metodología, la obtención de la ley de control se basa en la modificación de la energía natural del sistema, inyectando el amortiguamiento requerido al sistema en lazo cerrado, de tal forma que se logre el objetivo de control.

Se considera un modelo $qd0$ deducido de la expresión (2.5) bajo un esquema de referencia variante en el tiempo, donde la velocidad angular del esquema de referencia se especifica numéricamente igual al voltaje en uno de los ejes ortogonales. Este modelo, a diferencia de la representación tradicional en espacio de estado, se expresa en su forma Lagrangiana.

Al igual que en [11], la ley de control propuesta es una función de estados medibles, es decir de las corrientes del estator y la velocidad del rotor. Sin embargo, el control obtenido aquí, es una retroalimentación estática sumamente simple, en contraste con el complejo control por retroalimentación dinámica de [11]. Aunque en este último trabajo es posible el seguimiento de la velocidad con una referencia variante en el tiempo.

En esta tesis el par mecánico se identifica utilizando un observador no lineal, a diferencia de [11] en donde se emplea una ley adaptable que supone el conocimiento de

la aceleración del rotor y de una cota superior sobre el vector de parámetros del par mecánico.

En este capítulo el control de velocidad del motor de inducción se presenta considerando dos casos:

- i) Bajo la suposición del conocimiento del par mecánico, se deduce un esquema *sin observador*, para el cual se proporciona un análisis de estabilidad.
- ii) Cuando el par mecánico es desconocido, se emplea el observador no lineal con el objetivo de identificarlo. Posteriormente, se realiza un análisis de estabilidad para el sistema en lazo cerrado, cuando la ley de control depende del estimado proporcionado por el observador.

Por otro lado, el par mecánico se determina por medio del comportamiento dinámico de la carga conectada en la flecha de la máquina. Con el fin de evitar este modelado transitorio, se usan con frecuencia características de estado estacionario. Por ejemplo, una función polinomial de la velocidad del rotor. Al igual que en [9], aquí se considera solo el componente constante de la expresión polinomial, el cual corresponde al par requerido por sistemas con fuerzas eminentemente gravitacionales.

Este capítulo se organiza de la forma siguiente: en la Sección 4.2 se presenta un modelo no lineal en representación Lagrangiana sin despreñar la estructura natural del motor. Una ley de control *sin observador* se obtiene en la Sección 4.3. En la Sección 4.4 se presenta un observador no lineal que permite simplificar la suposición del conocimiento del par mecánico. En la Sección 4.5, se demuestra que el sistema en lazo cerrado es estable, cuando la ley de control depende del par mecánico proporcionado por el observador. En la Sección 4.6 se presentan simulaciones obtenidas del transitorio de arranque del motor. Finalmente, las conclusiones de este capítulo se establecen en la Sección 4.7.

4.2 MODELO DEL MOTOR DE INDUCCION

La ecuación de voltaje en (2.5), para una elección de corrientes como variables de estado, puede ser expresada de la forma siguiente

$$\begin{bmatrix} R_s + L_s p & -\omega L_s & 0 & L_{sr} p \\ \omega L_s & R_s + L_s p & 0 & \omega L_{sr} \\ 0 & 0 & R_s + L_{ls} p & 0 \\ L_{sr} p & -(\omega - n_p \omega_r) L_{sr} & 0 & R_r + L_r p \\ (\omega - n_p \omega_r) L_{sr} & L_{sr} p & 0 & (\omega - n_p \omega_r) L_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{0s} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \\ i_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{0s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} -\omega L_{sr} & 0 \\ L_{sr} p & 0 \\ 0 & 0 \\ -(\omega - n_p \omega_r) L_r & 0 \\ R_r + L_r p & 0 \\ 0 & R_r + L_{lr} p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{0s} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \\ i_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{0s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Aunque los esquemas de referencia que se usan con mayor frecuencia son: el ubicado en el estator, el ubicado en el rotor, y el síncrono, aquí se considera un esquema de referencia numéricamente igual al voltaje en el eje cero del estator, es decir

$$\omega = v_{0s} \quad (4.2)$$

donde ω es la velocidad angular del esquema de referencia. La selección de esta velocidad angular o de cualquier otra, define modelos equivalentes cuya única diferencia

es que el conjunto de los devanados ficticios $qd0$ giran a una velocidad angular diferente; estos devanados artificiales se obtienen transformando los devanados en coordenadas de fase. Reescribiendo la expresión que describe el comportamiento electromecánico del motor en (2.2)

$$J\dot{w}_r + bw_r = T_e - T_L \quad (4.3)$$

donde w_r es la velocidad angular mecánica del rotor y T_e es el par eléctrico expresado por

$$T_e = \frac{3}{2}n_p L_{sr} (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr})$$

El factor $3/2$ en la ecuación anterior resulta de la selección de la constante usada en la transformación. Los detalles adicionales de la nomenclatura utilizada aquí, se muestran en el Apéndice A.

Por otro lado, es importante notar que las cantidades en el eje cero tanto del estator como del rotor no producen par eléctrico, y de acuerdo con (4.1) sus ecuaciones están desacopladas con respecto a las demás. Por lo que se puede proponer, desde la perspectiva de control, la reducción de la dimensión del espacio de estado de n hasta $n-2$. Este procedimiento permite obtener el siguiente modelo expresado en forma Lagrangiana

$$D\dot{X} + C(X, u_3)X + RX = M \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \xi \quad (4.4)$$

con la definición del vector de estado

$$X = [x \quad w_r]^T \in \mathbb{R}^5 \quad ; \quad x = [i_{ds} \quad i_{qs} \quad i_{dr} \quad i_{qr}]^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T \in \mathbb{R}^4$$

el vector de entradas

$$u = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} v_{ds} & v_{qs} & \omega \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^3$$

el término asociado al par mecánico

$$\xi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}T_L \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^5$$

y las salidas medibles

$$y = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & w_r \end{bmatrix}^T$$

las matrices D , C , M y R están expresadas por

$$D = \begin{bmatrix} D_e & 0 \\ 0 & \frac{2}{3}J \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 5} ; \quad C(X, u_3) = \begin{bmatrix} C_e(u_3, w_r) & -c(x) \\ c^T(x) & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$$

$$M = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 2} ; \quad R = \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & \frac{2}{3}b \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$$

con

$$D_e = \begin{bmatrix} L_s \mathbb{I}_2 & L_{sr} \mathbb{I}_2 \\ L_{sr} \mathbb{I}_2 & L_r \mathbb{I}_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4} ; \quad C_e(u_3, w_r) = (u_3 - n_p w_r) \begin{bmatrix} L_s \mathbb{N}_2 & L_{sr} \mathbb{N}_2 \\ L_{sr} \mathbb{N}_2 & L_r \mathbb{N}_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

$$c(x) = n_p \begin{bmatrix} L_s x_2 + L_{sr} x_4 \\ -L_s x_1 - L_{sr} x_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 ; \quad R_e = \begin{bmatrix} R_s \mathbb{I}_2 & 0 \\ 0 & R_r \mathbb{I}_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

la matriz identidad $\mathbb{I}_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ y la matriz antisimétrica $N_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, es decir

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -N_2^T$$

Reescribiendo la ecuación (4.4) en términos de las expresiones anteriores, el sistema resulta

$$\begin{bmatrix} D_e & 0 \\ 0 & \frac{2}{3}J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{w}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_e(u_3, w_r) & -c(x) \\ c^T(x) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & \frac{2}{3}b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2}{3}T_L \end{bmatrix}$$

Separando los subsistemas eléctrico y mecánico

$$\Sigma : \begin{cases} D_e \dot{x} + C_e(u_3, w_r)x - c(x)w_r + R_e x = \tilde{M} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\ \frac{2}{3}J\dot{w}_r + c^T(x)x + \frac{2}{3}bw_r = -\frac{2}{3}T_L \end{cases} \quad (4.5)$$

donde

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_2 & 0 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$$

Observación 4.1:

Como se explica en [28], la introducción del término ω en la ecuación (4.4) ha generado controversia sobre su validez como una entrada adicional de control. En este trabajo ω se relaciona con v_{θ_s} en la ecuación (4.2), esto asegura su validez como entrada y define totalmente el mapeo hacia las coordenadas de fase, es decir

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ \omega \end{bmatrix} = K_s \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix}$$

donde v_{as} , v_{bs} y v_{cs} son los voltajes del estator en coordenadas de fase, y K_s es la transformación aplicada al sistema expresado en esas coordenadas.

4.3 DISEÑO DEL CONTROLADOR NOLINEAL.

En esta sección se propone un control no lineal con retroalimentación de salida, que asegura regulación global asintótica de la velocidad del rotor.

Proposición 4.1:

Considere el modelo del motor de inducción dado por (4.4), con un controlador definido por

$$\begin{aligned} u_1 &= \beta R_s - L_s u_3 \dot{x}_{d2} - L_{sr} u_3 \dot{x}_{d4} - k_{p1} (x_1 - x_{d1}) \\ u_2 &= \beta L_s u_3 + R_s x_{d2} - k_{p2} (x_2 - x_{d2}) + L_s \dot{x}_{d2} + L_{sr} \dot{x}_{d4} \\ u_3 &= \frac{1}{\beta L_{sr}} \left(\beta L_{sr} n_p \omega_r - R_r x_{d4} - L_{sr} \dot{x}_{d2} - L_r \dot{x}_{d4} \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde β es una constante positiva, y $x_{di} \forall i = 1..4$, son los valores deseados de los

estados eléctricos, es decir

$$\begin{aligned} x_{d1} &= \beta \quad ; \quad x_{d2} = -\frac{L_r}{L_{sr}} x_{d4} \\ x_{d3} &= 0 \quad ; \quad x_{d4} = -\frac{2}{3} \frac{JT_d}{n_p \beta L_{sr}} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Si además, el par eléctrico deseado T_d se selecciona de la siguiente forma

$$T_d = \frac{b}{J} w_r + \frac{1}{J} T_L + \dot{w}_{ref} - k_w (w_r - w_{ref}) \quad (4.8)$$

donde w_{ref} es la referencia o valor deseado de la velocidad y k_w es una constante positiva. Entonces bajo estas condiciones

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (w_r - w_{ref}) = 0$$

con todas las señales acotadas. Además, la ecuación dinámica del error de seguimiento es globalmente asintóticamente estable.

Prueba:

El procedimiento se fundamenta en la siguiente idea: La conformación de la energía total del sistema en lazo cerrado, mediante una definición de un comportamiento de referencia para todas las variables de estado eléctricas. Esto es, con el fin de que la velocidad tienda a su valor deseado.

Sea el error de seguimiento para las corrientes en la máquina

$$\begin{aligned} E_c &= x - x_d = \begin{bmatrix} x_1 - x_{d1} & x_2 - x_{d2} & x_3 - x_{d3} & x_4 - x_{d4} \end{bmatrix}^T \\ E_c &= \begin{bmatrix} E_{c1} & E_{c2} & E_{c3} & E_{c4} \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

donde x_d es el valor deseado para x ; y el error de la velocidad con respecto a su señal de referencia

$$e_c = w_r - w_{ref}$$

El subsistema eléctrico en (4.5) puede ser escrito en términos del error como

$$D_e(\dot{x} - \dot{x}_d) + C_A(x - x_d) + R_e(x - x_d) = \tilde{M}u - [D_e\dot{x}_d + C_Ax_d + R_ex_d] \quad (4.9)$$

donde

$$C_Ax = C_e(u_3, w_r)x - c(x)w_r = (u_3 - n_p w_r) \begin{bmatrix} L_s N_2 & L_{sr} N_2 \\ L_{sr} N_2 & L_r N_2 \end{bmatrix} x - n_p \begin{bmatrix} L_s x_2 + L_{sr} x_4 \\ -L_s x_1 - L_{sr} x_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w_r$$

o también

$$C_Ax = \begin{bmatrix} 0 & -L_s u_3 & 0 & -L_{sr} u_3 \\ L_s u_3 & 0 & L_{sr} u_3 & 0 \\ 0 & -L_{sr}(u_3 - n_p w_r) & 0 & -L_r(u_3 - n_p w_r) \\ L_{sr}(u_3 - n_p w_r) & 0 & L_r(u_3 - n_p w_r) & 0 \end{bmatrix} x$$

Con el fin de garantizar la estabilidad de la ecuación dinámica del error de seguimiento E_c , se añade a esta expresión un término de amortiguamiento $K_p E_c$, es decir

$$D_e \dot{E}_c + C_A E_c + R_e E_c + K_p E_c = \Psi \quad (4.10)$$

donde Ψ se interpreta como el término de perturbación y está dado por

$$\Psi = \tilde{M}u - \left[D_e \dot{x}_d + C_A x_d + R_e x_d \right] + K_p E_c$$

con

$$K_p = \text{diag} \left[k_{p1}, k_{p2}, 0, 0 \right]$$

Este término de perturbación se anula ($\Psi=0$), mediante la selección adecuada de u y x_d . Esta selección está dada por (4.6) para u , y por (4.7) para cada componente del vector x_d . Considerando lo anterior, la expresión en (4.10) resulta de la siguiente forma

$$D_e \dot{E}_c + C_A E_c + R_e E_c + K_p E_c = 0 \quad (4.11)$$

Por otro lado, la ecuación electromecánica en (4.5) o su equivalente en (4.3), puede reescribirse como

$$J\dot{w}_r + bw_r = \frac{3}{2} L_{sr} n_p (x_2 x_3 - x_1 x_4) - T_L \quad (4.12)$$

donde el par eléctrico puede expresarse en términos del error de seguimiento E_c , es decir

$$T_e = \frac{3}{2} L_{sr} n_p \left[(x_2 x_3 - x_1 x_4) + (x_{d2} x_{d3} - x_{d1} x_{d4}) - (x_{d2} x_{d3} - x_{d1} x_{d4}) + \right. \\ \left. + (x_2 x_{d3} - x_1 x_{d4}) - (x_2 x_{d3} - x_1 x_{d4}) + (x_{d2} E_{c3} + x_{d1} E_{c4}) - (x_{d2} E_{c3} + x_{d1} E_{c4}) \right]$$

o también

$$T_e = \frac{3}{2} L_{sr} n_p \left[x_d^T B_0 E_c + \frac{1}{2} E_c^T B_0 E_c + (x_{d2} x_{d3} - x_{d1} x_{d4}) \right] \quad (4.13)$$

con

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 & N_2 \\ -N_2 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

la ecuación de estado de la velocidad del rotor (4.12) en función del par eléctrico en (4.13), es

$$\frac{d}{dt} w_r = \frac{3}{2J} L_{sr} n_p \left[x_d^T B_0 E_c + \frac{1}{2} E_c^T B_0 E_c + (x_{d2} x_{d3} - x_{d1} x_{d4}) \right] - \frac{T_L}{J} - \frac{b}{J} w_r$$

sustituyendo (4.7) y (4.8) en la expresión anterior, la ecuación del error de la velocidad resulta de la siguiente forma

$$\frac{d}{dt} e_c = -k_w e_c + \frac{3}{2J} L_{sr} n_p \left[x_d^T B_0 E_c + \frac{1}{2} E_c^T B_0 E_c \right] \quad (4.14)$$

Ahora, con el fin de probar la estabilidad del sistema en lazo cerrado, compuesta por la dinámica de los errores e_c y E_c , se propone la siguiente función candidato de Lyapunov

$$V = V_1 + V_2 \quad (4.15)$$

donde

$$V_1 = E_c^T D_e E_c \quad ; \quad V_2 = e_c^2$$

considerando por el momento que la velocidad del rotor w_r es una variable acotada, la derivada de V_1 con respecto al tiempo, a lo largo de las trayectorias de (4.11), es

$$\dot{V}_1 = -E_c^T \left[C_A^T + C_A + 2R_e + 2K_p \right] E_c$$

$$\dot{V}_1 \leq -\|E_c\|^2 \lambda_{min} \left[C_A^T + C_A + 2R_e + 2K_p \right] = -\|E_c\|^2 \lambda_{min} [Q] < 0$$

donde Q es una matriz simétrica positiva definida (con K_p suficientemente grande).

También

$$V_1 = E_c^T D_e E_c \geq \lambda_{\min}[D_e] \|E_c\|^2$$

por lo tanto

$$\dot{V}_1 \geq \frac{d}{dt} \left\{ \lambda_{\min}[D_e] \|E_c\|^2 \right\} = 2 \lambda_{\min}[D_e] \|E_c\| \frac{d}{dt} \|E_c\|$$

entonces

$$2 \lambda_{\min}[D_e] \|E_c\| \frac{d}{dt} \|E_c\| \leq \dot{V}_1 \leq -\|E_c\|^2 \lambda_{\min}[Q]$$

$$\frac{d}{dt} \|E_c\| \leq -r_1 \|E_c\| \quad ; \quad r_1 = \frac{\lambda_{\min}[Q]}{2 \lambda_{\min}[D_e]}$$

y

$$\|E_c(t)\| \leq \|E_c(0)\| \exp^{-r_1 t} \quad (4.16)$$

Por otro lado, de (4.14) se puede obtener

$$\frac{d}{dt} e_c \leq -k_w e_c + \frac{3}{2J} L_{sr} n_p \left[\|x_d\| \|B_0\| \|E_c\| + \frac{1}{2} \|B_0\| \|E_c\|^2 \right]$$

considerando que B_0 es una matriz unitaria y sustituyendo (4.16), resulta la siguiente expresión

$$\frac{d}{dt} e_c \leq -k_w e_c + \frac{3}{2J} L_{sr} n_p \left[\|x_d\| \|E_c(0)\| \exp^{-r_1 t} + \frac{1}{2} \|E_c(0)\|^2 \exp^{-2r_1 t} \right]$$

si

$$r_2 \geq \frac{3}{2J} L_{sr} n_p \|x_d\| \|E_c(0)\| \quad ; \quad r_3 \geq \frac{3}{4J} L_{sr} n_p \|E_c(0)\|^2$$

entonces

$$\frac{d}{dt}e_c \leq -k_w e_c + r_2 \exp^{-r_1 t} + r_3 \exp^{-2r_1 t}$$

y

$$\frac{d}{dt}e_c \leq -k_w e_c + (r_2 + r_3) \exp^{-r_1 t}$$

si $r_1 > k_w$, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_c(t) = 0 \quad (4.17)$$

o equivalentemente $\dot{V}_2 < 0$. Al igual que (4.16) la expresión (4.17) es válida suponiendo que la velocidad del rotor no escapa al infinito en tiempo finito. Para demostrar esto, debe considerarse que el desbalance entre el par eléctrico y el par mecánico en (4.12) está siempre acotado; esta suposición es respaldada por las restricciones físicas inherentes al sistema electromecánico. Es decir, (4.12) puede expresarse de la siguiente forma

$$J\dot{\omega}_r + b\omega_r = T_e - T_L \leq r_o$$

en donde r_o es una cota superior sobre de la diferencia de los pares; la solución de esta ecuación a su vez puede acotarse por un valor constante, que es precisamente la suposición necesaria para garantizar la validez de (4.16) y (4.17). Esto concluye la prueba.

□

Tomando en cuenta lo expuesto, las siguientes observaciones son relevantes:

Observación 4.2:

Es importante notar que la función cuadrática V en (4.15), tiene la interpretación de función de energía deseada para el sistema en lazo cerrado, de aquí que se afirma que este controlador es obtenido vía conformación de energía.

Observación 4.3:

La ley de control en (4.6) es una retroalimentación de las salidas medibles x_1, x_2, w_r . En este sentido, la prueba presentada aquí es una prueba alternativa a la propuesta en [11] para el control de velocidad.

Observación 4.4:

La ley de control en (4.6) es muy simple de implementar y sintonizar. También, para toda $\beta \neq 0$ el controlador no posee singularidades, aún en condiciones iniciales iguales a cero.

Observación 4.5:

Una idea clave en nuestro enfoque, es que no se hace uso de una matriz antisimétrica, tal como $C(x, u_3)$ en [12] y $C_e(x_5)$ en [11]. En estos casos, se ha utilizado el hecho de que para toda matriz antisimétrica, por ejemplo $C_e(x_5)$ en [11], $x_e^T C_e(x_5) x_e = 0$ para $\forall x_e \in \mathbb{R}^n$, por lo que este término no afecta la estabilidad del sistema en lazo cerrado. Es decir, si se deseara aprovechar esta propiedad de disipación de energía añadiendo un término a ambos lados de la expresión (4.9) tal que C_A pueda redefinirse con una forma antisimétrica, la selección de u y x_d que cancele Ψ , es muy difícil.

Observación 4.6:

En el modelo del motor de inducción, expresado bajo un esquema de referencia ubicado en el estator ($\omega = 0$), las señales de estado estacionario son funciones

periódicas. A diferencia de un modelo bajo un esquema de referencia en sincronismo con la fuente en coordenadas de fase, donde las señales de estado estacionario son cantidades constantes. En nuestro caso, el *estado estacionario* sugiere que la velocidad angular del esquema de referencia está en sincronismo con la fuente en las fases, por lo tanto una aproximación permisible es que $\dot{x}_d = 0$. Esta consideración relaja el conocimiento de $\dot{x}_{d2}, \dot{x}_{d4}$ el cual a su vez relaja la disponibilidad de \dot{T}_d .

Observación 4.7:

Existe un obstáculo en la estrategia de control propuesta: el par mecánico T_L usualmente es no medible. Con el fin de evitar este problema, se propone en la siguiente sección, el diseño de un observador no lineal para la estimación de este parámetro.

4.4 OBSERVADOR PARA UNA CLASE DE SISTEMAS NOLINEALES

Consideremos la clase de sistemas no lineales de la forma:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{\chi} = A(u,y) \chi + \varphi(u,y) \\ y = C \chi \end{cases}$$

con las siguientes hipótesis:

H1) El sistema

$$\Sigma^* : \begin{cases} \dot{\chi} = A(u,y) \chi \\ y = C \chi \end{cases}$$

es observable para (u,y) conocido.

H2) El mapeo $A : (u,y) \rightarrow A(u,y)$ es uniformemente acotado con respecto a (u,y) .

H3) El mapeo $\varphi : (u,y) \rightarrow \varphi(u,y)$ es uniformemente acotado con respecto a (u,y) . Aquí, se supone que este término no afecta la propiedad de observabilidad del sistema.

Proposición 4.2:

Considere el sistema Σ_{NL} , con $\chi \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$, verificando las hipótesis (H1), (H2) y (H3). Entonces, para toda entrada regularmente persistente $v=(u,y)$, el sistema

$$O : \begin{cases} \dot{z} = A(u,y)z + \varphi(u,y) - S_{\theta}^{-1}(t)C^T[Cz - y] \\ \dot{S}_{\theta} = -\theta S_{\theta}(t) - S_{\theta}(t)A(u,y) - A^T(u,y)S_{\theta}(t) + C^TC \end{cases} \quad (4.18)$$

resulta ser un observador para Σ_{NL} , donde z es el estimado de χ , S_{θ} es una matriz simétrica positiva definida y θ es una constante positiva suficientemente grande. Además, si el error de observación es $e=z(t)-\chi(t)$, la dinámica del error es estable y tiende exponencialmente hacia cero; es decir la norma del error está dada por

$$\|e\| \leq K \exp^{-\frac{\theta t}{2}}$$

donde K es una constante que depende de las condiciones iniciales.

Prueba:

La dinámica del error de observación está representada por

$$\dot{e} = \left[A(u,y) - S_{\theta}^{-1}(t)C^TC \right] e \quad (4.19)$$

Considérese la siguiente función candidato de Lyapunov

$$V = e^T S_{\theta}(t) e$$

Dado que $S_{\theta}(t)$ es una matriz simétrica positiva definida y (u,y) es una entrada persistente, entonces se verifica que [37]

$$S_{\theta}(t) \geq \alpha I$$

donde α es una constante positiva, I es la matriz identidad, y

$$V = e^T S_{\theta}(t) e \geq \alpha e^T e = \alpha \|e\|^2 \quad (4.20)$$

Derivando V con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de (4.19) y usando la segunda ecuación en (4.18), resulta que

$$\dot{V} = -\theta e^T S_{\theta}(t) e - e^T C^T C e \quad (4.21)$$

Dado que

$$e^T C^T C e \geq 0$$

entonces, la ecuación (4.21) satisface

$$\dot{V} \leq -\theta V$$

Usando (4.20) y de la definición de entrada regularmente persistente, se obtiene

$$\alpha \|e\|^2 \leq V \leq V(0) \exp^{-\theta t}$$

Por lo que

$$\|e\| \leq K \exp^{-\frac{\theta t}{2}}; \quad K = \sqrt{\frac{V(0)}{\alpha}}$$

Esto concluye la prueba.

□

Debido a que las corrientes del estator x_1, x_2 y la velocidad del rotor w_r son

variables medibles, se propone el siguiente subsistema con el fin de implementar el observador no lineal

$$\Sigma_1 : \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} w_r \\ T_L \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} & \frac{3L_{sr}n_p}{2J}x_2 & -\frac{3L_{sr}n_p}{2J}x_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{L_s R_s}{L_r L_s - L_{sr}^2} & \frac{-L_{sr}^2 u_3 + L_s L_r (u_3 - n_p w_r)}{L_r L_s - L_{sr}^2} \\ 0 & 0 & \frac{L_{sr}^2 u_3 - L_s L_r (u_3 - n_p w_r)}{L_r L_s - L_{sr}^2} & -\frac{L_s}{R_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_r \\ T_L \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} -\frac{b}{J}w_r \\ 0 \\ L_{sr}R_s x_1 - L_s L_{sr} n_p w_r x_2 - L_{sr}u_1 \\ L_{sr}R_s x_2 + L_s L_{sr} n_p w_r x_1 - L_{sr}u_2 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4.22)$$

este subsistema incluye las tres últimas ecuaciones en (4.4) y la ecuación de estado del par mecánico y posee la estructura adecuada para aplicar el observador dado por (4.18).

El término correctivo en (4.18) se define con la siguiente salida medible

$$y_m = C \chi = w_r ; \quad C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

donde el vector de estado, con fines de observación, es

$$\chi = [w_r \quad T_L \quad x_3 \quad x_4]^T$$

y

$$z = [z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4]^T$$

es el estimado del vector χ .

4.5 DISEÑO DEL CONTROLADOR NOLINEAL CON ESTIMACION DEL PAR MECANICO

El siguiente resultado establece las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado, bajo el esquema de control presentado en la *Proposición 4.1*. En este caso el par mecánico se reemplaza por su valor estimado, que es proporcionado por un observador no lineal.

Proposición 4.3:

Considere el modelo del motor de inducción representado por (4.4), con un control definido como

$$\begin{aligned} u_1 &= \beta R_s - L_s u_3 x_{d2} - L_{sr} u_3 x_{d4} - k_{p1} (x_1 - x_{d1}) \\ u_2 &= \beta L_s u_3 + R_s x_{d2} - k_{p2} (x_2 - x_{d2}) \\ u_3 &= \frac{1}{\beta L_{sr}} \left(\beta L_{sr} n_p w_r - R_r x_{d4} \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

y la siguiente selección de "estado estacionario" para los estados deseados x_d

$$\begin{aligned} x_{d1} &= \beta \quad ; \quad x_{d2} = -\frac{L_r}{L_{sr}} x_{d4} \\ x_{d3} &= 0 \quad ; \quad x_{d4} = -\frac{2}{3} \frac{JT_d}{n_p \beta L_{sr}} \end{aligned} \quad (4.24)$$

y además, si el par deseado se selecciona como

$$T_d = \frac{b}{J} w_r + \frac{1}{J} \hat{T}_L + \dot{w}_{ref} - k_w (w_r - w_{ref})$$

donde el estimado \hat{T}_L es proporcionado por el observador en (4.18). Entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (w_r - w_{ref}) = 0$$

con todas las señales acotadas. Además, el sistema en lazo cerrado, representado por las dinámicas de los errores de observación y seguimiento para cada uno de los estados, es globalmente asintóticamente estable.

Prueba:

La discrepancia entre el estimado de T_L y su valor real introduce términos diferentes de cero en Ψ . Considerando que $D_e \dot{x}_d = 0$ por el argumento en la *Observación* 4.6, entonces con la u y x_d especificadas en (4.23) y (4.24), el sistema en lazo cerrado está dado por

$$D_e \dot{E}_c + C_A E_c + R_e E_c + K_p E_c = [C_A + R_e] (\hat{x}_d - x_d) = \Psi$$

donde \hat{x}_d es el vector de estado deseado que depende del estimado del par mecánico. El término Ψ está expresado por

$$\Psi = [C_A + R_e] (\hat{x}_d - x_d) = \begin{bmatrix} -\frac{L_s L_r u_3}{\beta L_{sr}^2} + \frac{u_3}{\beta} \\ \frac{R_s L_r}{\beta L_{sr}^2} \\ 0 \\ -\frac{R_r}{\beta L_{sr}} \end{bmatrix} (\hat{T}_L - T_L) = G (\hat{T}_L - T_L)$$

Si $L = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$, entonces

$$D_e \dot{E}_c + C_A E_c + R_e E_c + K_p E_c = G L e \quad (4.25)$$

donde $e = z - \chi$ es el error de observación y $E_c = x - x_d$ el error de seguimiento. También, es conveniente repetir aquí la ecuación del error de observación

$$\dot{e} = \left[A(u,y) - S_{\theta}^{-1}(t) C^T C \right] e \quad (4.26)$$

Ahora, considere la siguiente función compuesta de Lyapunov

$$V = V_1 + V_2$$

$$V_1 = E_c^T D_e E_c + e^T S_{\theta} e \quad ; \quad V_2 = e_c^2$$

Al derivar V_1 con respecto al tiempo, a lo largo de las trayectorias de los sistemas (4.25) y (4.26), se obtiene

$$\dot{V}_1 = -E_c^T \left[C_A^T + C_A + 2R_e + 2K_p \right] E_c + (GLE)^T E_c + E_c^T (GLE) - \theta e^T S_{\theta} e$$

Utilizando la siguiente desigualdad

$$x^T y + y^T x \leq a x^T x + \frac{1}{a} y^T y$$

para alguna constante arbitraria $a > 0$ y para cualquier vector x, y . Entonces

$$E_c^T (GLE) + (GLE)^T E_c \leq a E_c^T E_c + \frac{1}{a} e^T (GL)^T GL e$$

y

$$\dot{V}_1 \leq -E_c^T \left[C_A^T + C_A + 2R_e + 2K_p \right] E_c + a E_c^T E_c + \frac{1}{a} e^T (GL)^T GL e - \theta e^T S_{\theta} e$$

Partiendo del hecho que existen constantes positivas γ_1 y γ_2 tales que

$$\gamma_1 \|e\|^2 \leq e^T S_{\theta} e \leq \gamma_2 \|e\|^2$$

entonces

$$\dot{V}_1 \leq -\|E_c\|^2 \lambda_{\min}[Q] + a\|E_c\|^2 + \frac{1}{a}\|e\|^2 \lambda_{\max}[L^T G^T G L] - \theta \gamma_1 \|e\|^2$$

donde

$$Q = C_A^T + C_A + 2R_e + 2K_p$$

es una matriz simétrica positiva definida.

Agrupando términos, la derivada de V_1 con respecto al tiempo, puede ser expresada como

$$\dot{V}_1 \leq -\|E_c\|^2 \left\{ \lambda_{\min}[Q] - a \right\} - \|e\|^2 \left\{ \theta \gamma_1 - \frac{1}{a} \lambda_{\max}[L^T G^T G L] \right\}$$

Si K_p en Q y θ son suficientemente grandes tales que las siguientes desigualdades se satisfacen

$$\lambda_{\min}[Q] > a \quad ; \quad \theta > \frac{1}{a \gamma_1} \lambda_{\max}[L^T G^T G L]$$

entonces $\dot{V}_1 < 0$, o equivalentemente existen constantes positivas N_1, N_2, n_1, n_2 tales que

$$\|E_c\| \leq N_1 \exp^{-n_1 t} \quad ; \quad \|e\| \leq N_2 \exp^{-n_2 t} \quad (4.27)$$

la ecuación de estado de la velocidad del rotor (4.12) en función del par eléctrico en (4.13), es

$$\frac{d}{dt} w_r = \frac{3}{2J} L_{sr} n_p \left[x_d^T B_0 E_c + \frac{1}{2} E_c^T B_0 E_c + (x_{d2} x_{d3} - x_{d1} x_{d4}) \right] - \frac{T_L}{J} - \frac{b}{J} w_r$$

sustituyendo (4.24) en la expresión anterior, la ecuación del error de la velocidad resulta

de la siguiente forma

$$\frac{d}{dt} e_c = -k_w e_c + \frac{3}{2J} L_{sr} n_p \left[x_d^T B_0 E_c + \frac{1}{2} E_c^T B_0 E_c \right] + \frac{1}{J} L e$$

$$\frac{d}{dt} e_c \leq -k_w e_c + \frac{3}{2J} L_{sr} n_p \left[\|x_d\| \|B_0\| \|E_c\| + \frac{1}{2} \|B_0\| \|E_c\|^2 \right] + \frac{1}{J} \|L\| \|e\|$$

sustituyendo (4.27), entonces

$$\frac{d}{dt} e_c \leq -k_w e_c + M_1 \exp^{-n_1 t} + M_2 \exp^{-2n_1 t} + M_3 \exp^{-n_2 t}$$

con

$$M_1 = \frac{3}{2J} L_{sr} n_p \|x_d\| \|B_0\| N_1$$

$$M_2 = \frac{3}{4J} L_{sr} n_p \|B_0\| N_1^2$$

$$M_3 = \frac{1}{J} \|L\| N_2$$

y

$$\frac{d}{dt} e_c \leq -k_w e_c + (M_1 + M_2) \exp^{-n_1 t} + M_3 \exp^{-n_2 t}$$

sea $n = \min\{n_1, n_2\}$, entonces

$$\frac{d}{dt} e_c \leq -k_w e_c + (M_1 + M_2 + M_3) \exp^{-n t}$$

si K_p y θ son suficientemente grandes tal que

$$n = \min\{n_1, n_2\} > k_w$$

entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_c(t) = 0$$

o equivalentemente $\dot{V}_2 < 0$. Esto termina la prueba.

□

4.6 SIMULACIONES

El modelo de la máquina de inducción dado por la expresión (4.4) y el observador en (4.18) aplicado al subsistema en (4.22), se simularon para un motor de 500 HP, cuyos parámetros son presentados en el Apéndice A. Se presenta el arranque del motor desde el reposo, con la entrada definida por la retroalimentación en (4.23), y los estados deseados en (4.24). Las ganancias empleadas en esta retroalimentación son $k_{p1}=1250$, $k_{p2}=1100$, $k_w=10$, $\beta=50$, y la ganancia del observador es $\theta=100$.

En las Figuras 4.1 a 4.4, se pueden apreciar las corrientes del estator, del rotor y sus respectivos valores deseados. En estas gráficas se muestra que los estados del estator convergen rápidamente a sus señales de referencia, no así los estados eléctricos del rotor, cuya razón de convergencia está influenciada por las constantes de tiempo de la máquina.

La Fig. 4.5. presenta la corriente en el eje cero del estator, excitada por la entrada u_3 . Adicionalmente, las Figuras 4.6 a 4.8 presentan x_3 , x_4 , el par mecánico y sus valores estimados. Podemos ver en estas gráficas que el observador converge rápidamente: de la Fig. 4.8 se puede ver que el estimado de T_L alcanza el valor real de 10 Nm en aproximadamente 0.25 seg.

La velocidad mecánica deseada del rotor es de 188.5 rad/seg (1800 rpm para una máquina de 4 polos). La señal de referencia para esta velocidad, reportada en la Fig. 4.9., consiste de una función escalón, suavizada por medio de un polinomio de segundo orden. En esta figura se muestra la velocidad del rotor siguiendo la trayectoria deseada, excepto durante un intervalo de tiempo inicial debido a un estimado equivocado del par mecánico y a un débil amortiguamiento inherente al sistema en lazo cerrado.

La respuesta por eléctrico-velocidad del rotor mostrada en la Fig. 4.10 es de esperarse que sea significativamente mejor que la obtenida en lazo abierto, donde existen oscilaciones en la potencia que se convierte en trabajo mecánico. El valor máximo en la Fig. 4.10 se debe a los requerimientos determinados por los parámetros en el polinomio de segundo orden usado para generar la señal de referencia. Estos requerimientos nos permiten alcanzar el valor deseado de la velocidad en ≈ 1 seg. Los voltajes de entrada u_1, u_2, u_3 se presentan en la Fig 4.11, y aunque en coordenadas $qd0$ bajo un esquema de referencia arbitrario, pueden dar una idea del valor eficaz de las señales en las fases, estas últimas se determinan aplicando la transformación en (2.3).

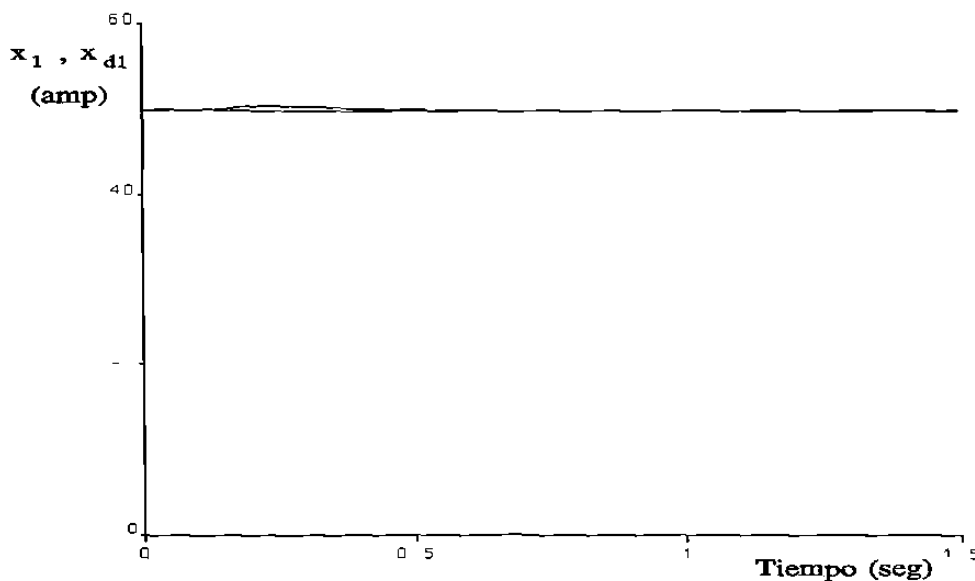


Fig. 4.1. Corriente del estator en eje directo y su valor deseado.
 $x_1(0)=0, x_{d1}(t)=50$.

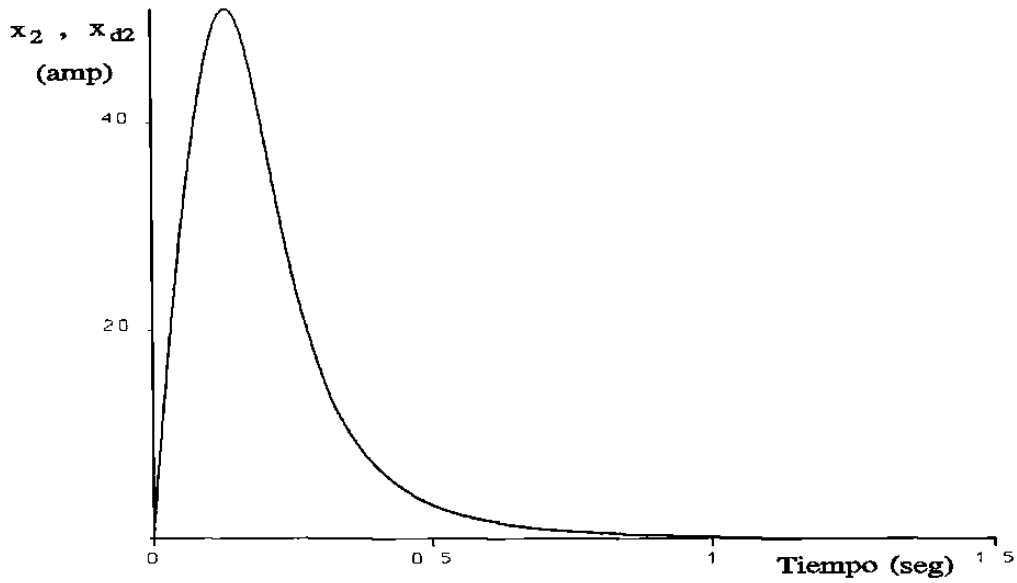


Fig. 4.2. Corriente del estator en eje cuadratura y su valor deseado. $x_2(0)=0$.

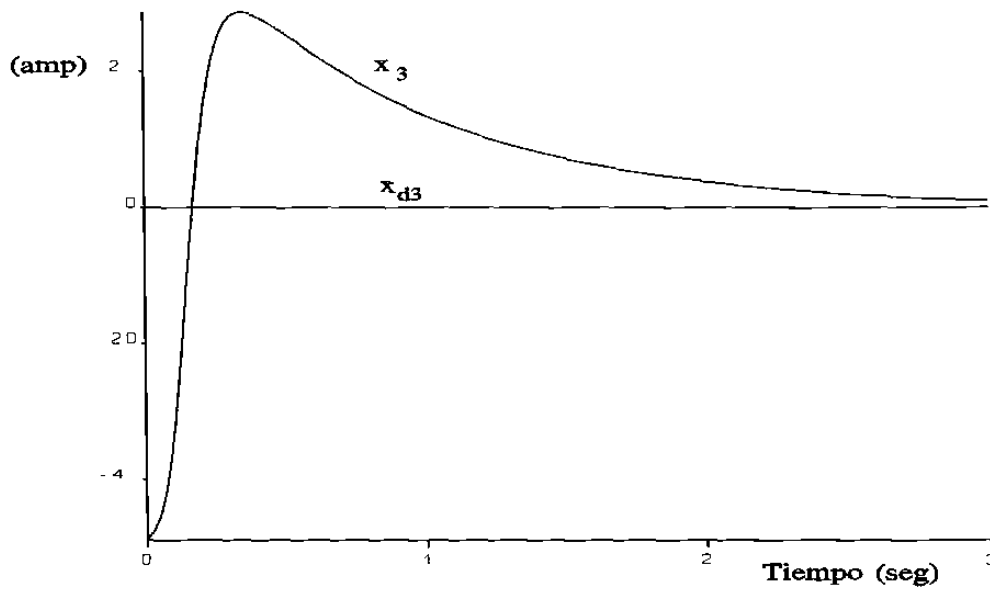


Fig. 4.3. Corriente del rotor en eje directo y su valor deseado.
 $x_3(0)=0$, $x_{d3}(t)=0$.

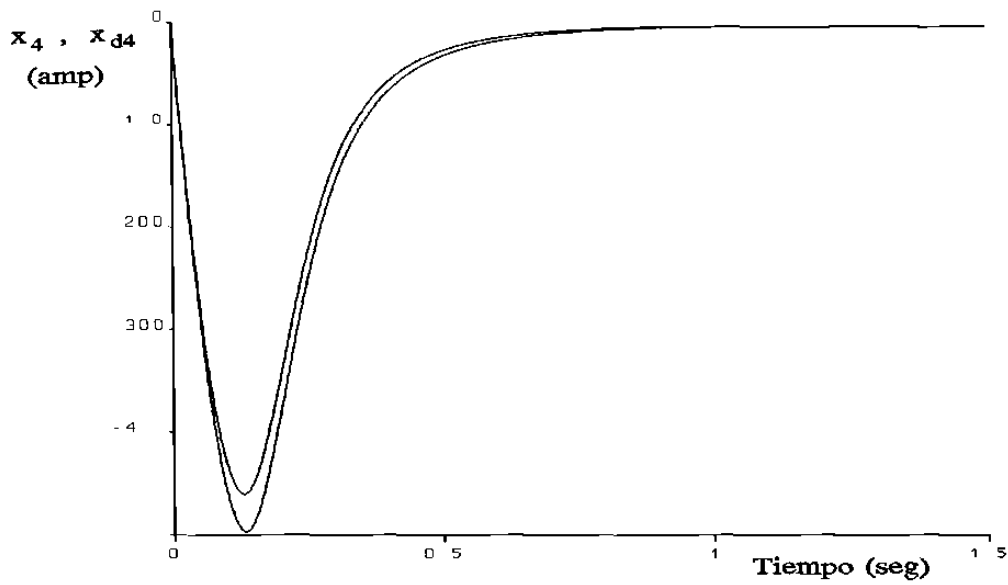


Fig. 4.4. Corriente del rotor en eje cuadratura y su valor deseado. $x_4(0)=0$.

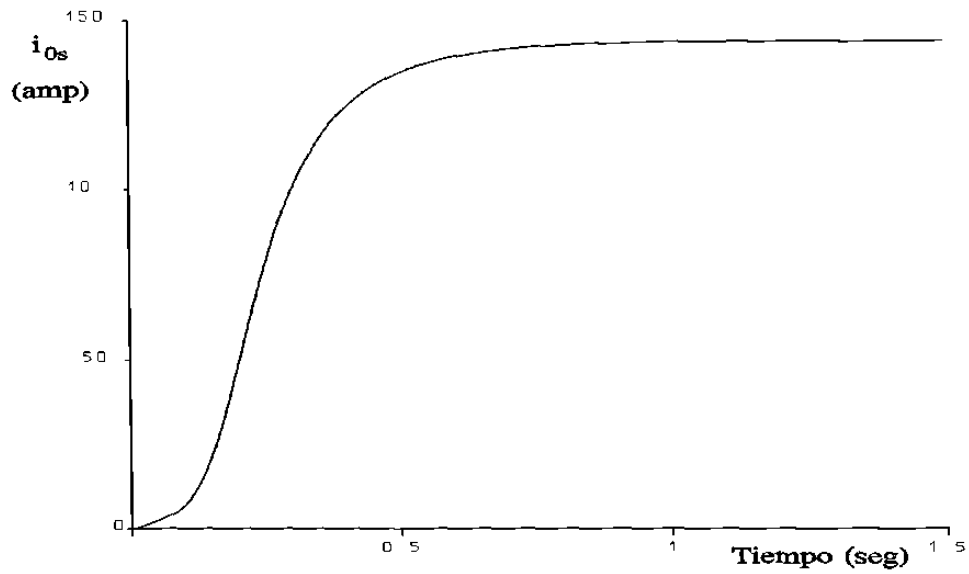


Fig. 4.5. Corriente del estator en el eje cero. $i_{0s}(0)=0$.

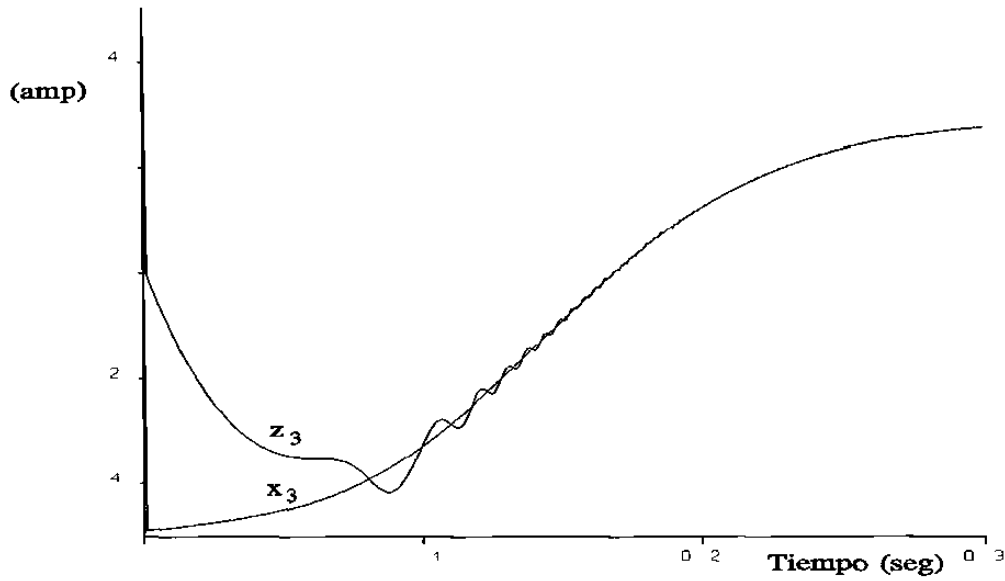


Fig. 4.6. Corriente del rotor en eje directo y su estimado. $x_3(0)=0$, $z_3(0)=50$.

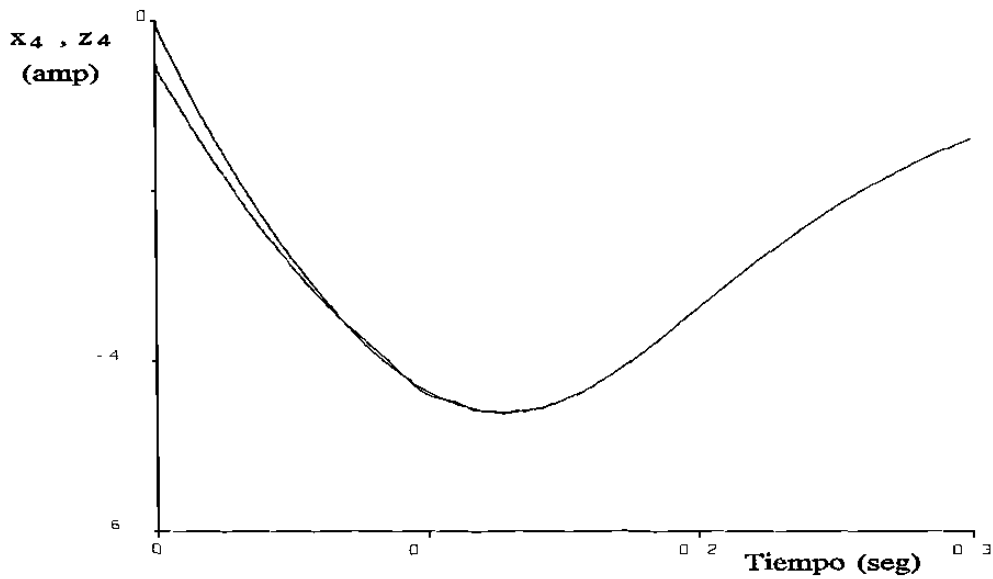


Fig. 4.7. Corriente del rotor en eje cuadratura y su estimado.
 $x_4(0)=0$, $z_4(0)=-50$.

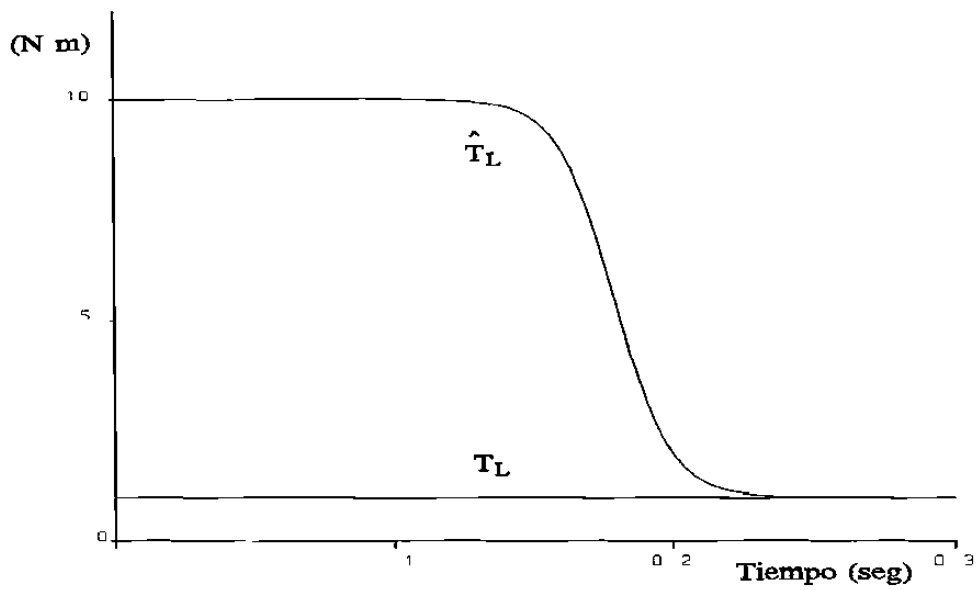


Fig. 4.8. Par mecánico y su estimado. $T_L(t)=10$, $\hat{T}_L(0)=z_2(0)=100$.

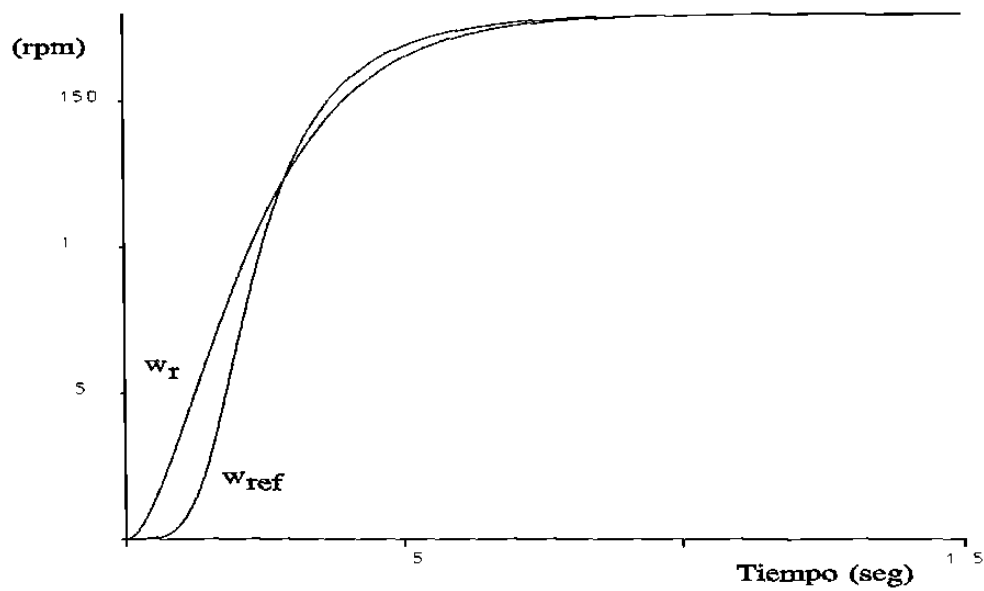


Fig. 4.9. Velocidad del rotor y su referencia. $w_r(0)=0$.

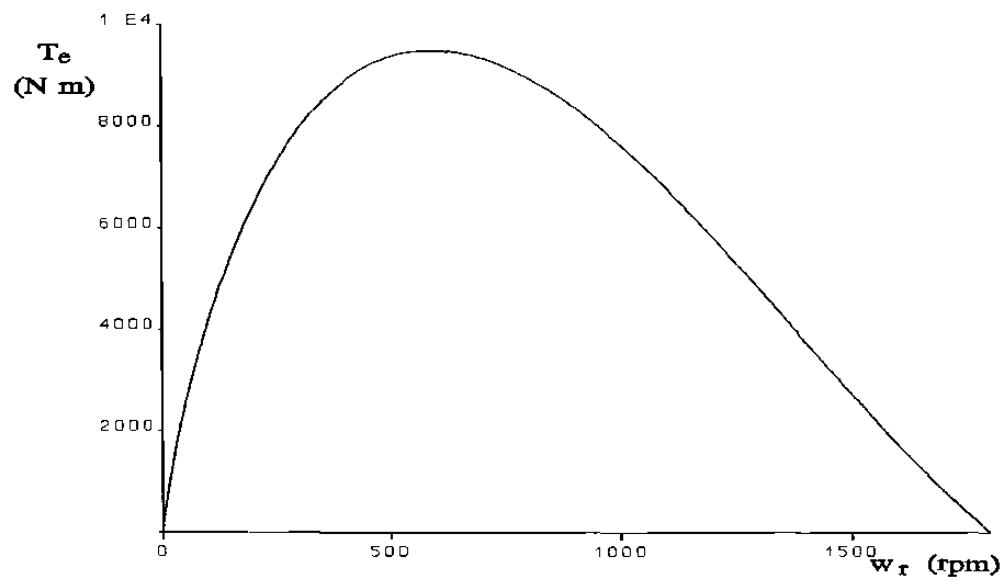


Fig. 4.10. *Transitorio en lazo cerrado: Par eléctrico-velocidad del rotor.*

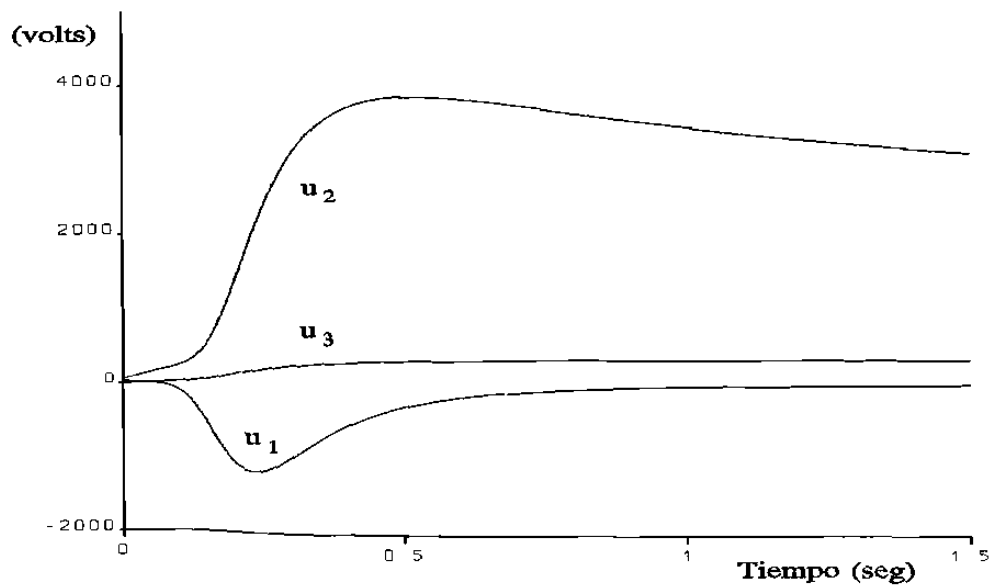


Fig. 4.11. *Voltajes en los ejes qd0.*

4.7 CONCLUSIONES

En este capítulo, se presentó el control de velocidad para un motor de inducción utilizando el enfoque de Conformación de Energía. Se proporcionan las condiciones suficientes que garantizan la estabilidad global asintótica del sistema en lazo cerrado, cuando el par mecánico se supone conocido o desconocido. La ley de control es una retroalimentación solo de las variables de estado medibles, sin la suposición del conocimiento de la aceleración del rotor. Con este controlador el comportamiento del par eléctrico-velocidad del rotor está libre de oscilaciones, lo que implica un excelente desempeño de la potencia eléctrica que se convierte en trabajo mecánico.

Un elemento importante que no se consideró en este estudio es cuando el modelo de la máquina de inducción, sufre variaciones paramétricas. En un capítulo posterior se presentará el comportamiento del motor bajo estas condiciones.

CAPITULO 5

LEY DE CONTROL UTILIZANDO TRANSFORMACIONES NOLINEALES Y DESACOPLAMIENTO ENTRADA-SALIDA

5.1 INTRODUCCION

Este capítulo aborda el problema de observación y control de un motor de inducción trifásico jaula de ardilla. A diferencia del modelo del capítulo anterior, se considerará un modelo no lineal de orden cinco, el cual se obtiene usando la transformación $qd0$ bajo un esquema de referencia ubicado en el estator, es decir $\omega=0$. Este modelo supone que el voltaje en el eje cero del estator es siempre igual a cero, por lo que la corriente en ese eje no influye en la dinámica de la máquina, ni en su consumo de potencia. Con el fin de aplicar una ley de control desacoplante linealizante entrada-salida, el modelo se expresa en variables de estado mixtas, es decir corrientes en el estator y flujos en el rotor.

Marino *et al* [9] proponen un control no lineal adaptable por retroalimentación de estado linealizante entrada-salida, donde el par mecánico se considera constante pero desconocido y también considera variaciones en la resistencia del rotor; se supone además, que el vector de estado es totalmente medible. En [6], este controlador es combinado con el observador de flujos del rotor en la referencia [8]. Sin embargo, no se presenta la prueba de estabilidad para el sistema resultante en lazo cerrado.

Aquí, se usará la ley de control propuesta en [9], la cual tiene como objetivo regular las siguientes salidas: velocidad mecánica y la amplitud del flujo del rotor. Por otro lado, el par mecánico se puede representar por una función polinomial de la velocidad del rotor, es decir

$$T_L = k_0 + k_1 w_r + k_2 w_r^2 \quad (5.1)$$

donde k_0 , k_1 , k_2 son las constantes asociadas con el sistema mecánico. En este capítulo, se desarrolla un enfoque para identificar uno de los tres componentes en (5.1). Aquí, se selecciona identificar el término del par mecánico $k_2 w_r^2$, que es el componente significativo en sistemas de fluidos en gran escala tales como bombas centrífugas y ventiladores [27,29]. Los términos k_0 y $k_1 w_r$ se consideran conocidos. A diferencia de lo presentado en el Capítulo 4, la estimación de estado y la identificación del componente del par mecánico se realiza usando un observador en cascada para una clase de sistemas no lineales.

Nuestra principal contribución en este Capítulo es demostrar que con la ley de control propuesta por Marino *et al* [9] y un observador no lineal en cascada, el origen del sistema aumentado es asintóticamente estable. Esto garantiza, que sin importar las condiciones iniciales del observador y el sistema a controlar, las salidas eventualmente tienden a su referencia.

Este Capítulo se desarrolla de la forma siguiente: En la Sección 5.2 se presenta un modelo en espacio de estado del motor de inducción. Se describe en la Sección 5.3, la ley de control linealizante entrada salida propuesta en [9], la cual es obtenida vía un cambio de coordenadas no lineal. Un observador no lineal en cascada, que estima el vector de estado y el componente del par mecánico, se presenta en la Sección 5.4. En la Sección 5.5, se verifica el principio de separación, es decir la estabilidad del sistema en lazo cerrado, cuando la ley de control depende de las variables estimadas por el observador. Algunos resultados de simulación se muestran en la Sección 5.6. Al final se presentan las Conclusiones de este capítulo.

5.2 MODELO DEL MOTOR DE INDUCCION

Considérese la siguiente representación en espacio de estado del motor de inducción

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{\chi} = f(\chi) + g(\chi) v \\ y = H \chi \end{cases} \quad (5.2)$$

donde

$$\chi = \begin{bmatrix} w_r & \psi_{dr} & \psi_{qr} & i_{ds} & i_{qs} \end{bmatrix}^T \quad (5.3)$$

$$f(\chi) = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \psi_{dr} i_{qs} - \Lambda_1 \psi_{qr} i_{ds} + \Lambda_2 T_L \\ \Lambda_3 L_{sr} i_{ds} - \Lambda_3 \psi_{dr} - n_p w \psi_{qr} \\ n_p w_r \psi_{dr} + \Lambda_3 L_{sr} i_{qs} - \Lambda_3 \psi_{qr} \\ \Lambda_3 \Lambda_4 \psi_{dr} + \Lambda_4 n_p w_r \psi_{qr} + \Lambda_5 i_{ds} \\ \Lambda_3 \Lambda_4 \psi_{qr} - \Lambda_4 n_p w_r \psi_{dr} + \Lambda_5 i_{qs} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$g(\chi) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Lambda_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_6 \end{bmatrix}^T ; \quad v = \begin{bmatrix} v_{ds} & v_{qs} \end{bmatrix}^T ; \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

y además las siguientes salidas medibles

$$y = \begin{bmatrix} w_r & i_{ds} & i_{qs} \end{bmatrix}^T$$

donde los subíndices en las variables de estado corresponden a los ejes ortogonales magnéticos $qd0$, bajo un esquema de referencia ubicado en el estator ($\omega=0$). Esta representación ha sido obtenida a partir del desarrollo algebraico de (2.5) y utilizando la expresión (2.6).

En este capítulo se supone que todos los parámetros de la máquina se conocen, con excepción del componente del par mecánico $k_2 w_r^2$. Las expresiones para cada una de las constantes Λ_i como función de los parámetros de la máquina son

$$\Lambda_1 = \frac{3 n_p L_{sr}}{2 J L_r} ; \quad \Lambda_2 = -\frac{1}{J} ; \quad \Lambda_3 = \frac{R_r}{L_r} ; \quad \Lambda_4 = \frac{L_{sr}}{\Lambda_7 L_s L_r}$$

$$\Lambda_5 = -\left(\frac{L_{sr}^2 R_r + L_r^2 R_s}{\Lambda_7 L_s L_r^2} \right) ; \quad \Lambda_6 = \frac{1}{\Lambda_7 L_s} ; \quad \Lambda_7 = 1 - \frac{L_{sr}^2}{L_s L_r}$$

Las entradas son los voltajes v_{ds} y v_{qs} aplicados al estator. Los detalles adicionales de la nomenclatura empleada en este capítulo se proporcionan en el Apéndice A.

5.3 LEY DE CONTROL

En esta sección se considera la retroalimentación de estado no lineal desacoplante linealizante entrada-salida empleada en [9], en donde con fines de control, se han definido las siguientes salidas

$$y_{c1} = w_r \tag{5.6}$$

$$y_{c2} = \psi_{dr}^2 + \psi_{qr}^2 = |\psi|^2 \tag{5.7}$$

Ahora, considérese el siguiente cambio de coordenadas no lineal

$$\xi = T(\chi) = \left[\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3 \quad \xi_4 \quad \xi_5 \right]^T \tag{5.8}$$

en donde χ es el vector de estado en (5.2) y

$$\xi_1 = w_r = \phi_1$$

$$\xi_2 = \Lambda_1 \left(\Psi_{dr} i_{qs} - \Psi_{qr} i_{ds} \right) + \Lambda_2 T_L = L_f \phi_1$$

$$\xi_3 = \Psi_{dr}^2 + \Psi_{qr}^2 = |\Psi|^2 = \phi_2$$

$$\xi_4 = -2\Lambda_3 \left(\Psi_{dr}^2 + \Psi_{qr}^2 \right) + 2\Lambda_3 L_{sr} \left(\Psi_{dr} i_{ds} + \Psi_{qr} i_{qs} \right) = L_f \phi_2$$

$$\xi_5 = \tan^{-1} \left(\frac{\Psi_{qr}}{\Psi_{dr}} \right) = \phi_3$$

el cual es un mapeo uno a uno en $\Omega = \{\xi \in \mathbb{R}^5 : \Psi_{dr}^2 + \Psi_{qr}^2 \neq 0\}$, pero sólo es sobre para $\xi_3 > 0$, $-90 < \xi_5 < 90$. La operación $L_f \phi_i$ denota la derivada de ϕ_i a lo largo de f . Bajo coordenadas ξ , la retroalimentación linealizante entrada-salida es

$$\begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} = D^{-1} \begin{bmatrix} u_{ds} - L_f^2 \phi_1 \\ u_{qs} - L_f^2 \phi_2 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

y la matriz desacoplante se define como

$$D = \begin{bmatrix} -\Lambda_1 \Lambda_6 \Psi_{qr} & \Lambda_1 \Lambda_6 \Psi_{dr} \\ 2\Lambda_3 \Lambda_6 L_{sr} \Psi_{dr} & 2\Lambda_3 \Lambda_6 L_{sr} \Psi_{qr} \end{bmatrix}$$

donde $u = [u_{ds}, u_{qs}]^T$ es el nuevo vector de entrada. El sistema en estas condiciones resulta de la forma siguiente:

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2$$

$$\dot{\xi}_2 = u_{ds}$$

$$\dot{\xi}_3 = \xi_4$$

$$\xi_4 = u_{qs}$$

$$\dot{\xi}_5 = n_p \xi_1 + \frac{R_r}{n_p} \frac{1}{\xi_3} (J\xi_2 + T_L)$$

Las entradas u_{ds} y u_{qs} pueden definirse, en coordenadas $qd0$, de la siguiente forma

$$u_{ds} = -k_{a1} (w_r - w_{ref}) - k_{a2} \left[\Lambda_1 (\Psi_{dr} i_{qs} - \Psi_{qr} i_{ds}) + \Lambda_2 T_L - \frac{d}{dt} w_{ref} \right] + \frac{d^2}{dt^2} w_{ref} \quad (5.10)$$

$$u_{qs} = -k_{b1} (\Psi_{dr}^2 + \Psi_{qr}^2 - |\Psi|_{ref}^2) - k_{b2} \left[-2\Lambda_3 (\Psi_{dr}^2 + \Psi_{qr}^2) + 2\Lambda_3 L_{sr} (\Psi_{dr} i_{qs} + \Psi_{qr} i_{ds}) - \frac{d}{dt} |\Psi|_{ref}^2 \right] + \frac{d^2}{dt^2} |\Psi|_{ref}^2 \quad (5.11)$$

donde k_{a1} , k_{a2} , k_{b1} y k_{b2} son parámetros constantes del controlador; las señales de referencia $w_{ref}(t)$ y $|\Psi|_{ref}^2(t)$, para cada salida, son C^2 .

Ahora, seleccionando un nuevo cambio de coordenadas de la forma

$$\lambda = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} r_1 & \dot{r}_1 & r_2 & \dot{r}_2 \end{bmatrix}^T = T(\chi) - R \quad (5.12)$$

con

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & \dot{r}_1 & r_2 & \dot{r}_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} w_{ref} & \frac{d}{dt} w_{ref} & |\Psi|_{ref}^2 & \frac{d}{dt} |\Psi|_{ref}^2 \end{bmatrix}^T$$

El sistema en coordenadas λ - ξ_5 resulta

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{\lambda} = A \lambda \\ \dot{\xi}_5 = F(\lambda + R, \xi_5) \end{cases} \quad (5.13)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_{a1} & -k_{a2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -k_{b1} & -k_{b2} \end{bmatrix}$$

El sistema λ es estable, con una apropiada selección de k_{a1} , k_{a2} , k_{b1} , k_{b2} y con la suposición del conocimiento de todo el vector de estado χ . Es decir, bajo estas condiciones, existe la siguiente función de Lyapunov

$$V = \lambda^T P \lambda$$

donde P es la solución de la ecuación

$$A^T P + P A = -Q \quad (5.14)$$

y P , Q son matrices simétricas positivas definidas. La dinámica cero del segundo subsistema en Σ se supone estable, es decir el ángulo del flujo del rotor ξ_5 es módulo 2π estable, o equivalentemente $\xi_5 = \xi_5 + 2\pi$.

5.4 OBSERVADOR PARA UNA CLASE DE SISTEMAS NOLINEALES

Considérese la clase de sistemas no lineales de la forma:

$$\Sigma_{NLo} : \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1(y)x_1 + \Phi_1(y) + Bv \\ \dot{x}_2 = A_2(y)x_2 + \Phi_2(x_1, y) \\ y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 x_1 \\ C_2 x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.15)$$

con las siguientes hipótesis:

H1) El subsistema

$$\Sigma^* : \begin{cases} \dot{x}_i = A_i(y)x_i & ; \quad i = 1, 2 \\ y_i = C_i x_i \end{cases}$$

es observable para (y) conocido.

H2) Los mapeos $A_i : (y) \rightarrow A_i(y)$ y $\Phi_1 : (y) \rightarrow \Phi_1(y)$ son uniformemente acotados con respecto a y .

H3) El mapeo $\Phi_2 : (x_1, y) \rightarrow \Phi_2(x_1, y)$ es localmente Lipschitz con respecto a x_1 y uniformemente acotado con respecto a y .

Observación 5.1:

Aquí se supone que las inyecciones $\Phi_1(y)$, $\Phi_2(x_1, y)$ no afectan la observabilidad del sistema.

Proposición 5.1:

Considere los subsistemas en Σ_{NLo} , que verifican las hipótesis (H1) (H2) y (H3), entonces para toda entrada regularmente persistente, el sistema

$$O : \begin{cases} \dot{z}_1 = A_1(y) z_1 + \Phi_1(y) + Bv - S_{\theta_1}^{-1}(t) C_1^T [C_1 z_1 - y_1] \\ \dot{z}_2 = A_2(y) z_2 + \Phi_2(z_1, y) - S_{\theta_2}^{-1}(t) C_2^T [C_2 z_2 - y_2] \\ \dot{S}_{\theta_i} = -\theta_i S_{\theta_i}(t) - S_{\theta_i}(t) A_i(y) - A_i^T(y) S_{\theta_i}(t) + C_i^T C_i \end{cases} \quad (5.16)$$

es un observador para Σ_{NLO} , donde $i=1,2$, z_i es el estimado del estado x_i , S_{θ_i} es una matriz simétrica positiva definida y θ_i es una constante positiva suficientemente grande con $\theta_1 > \theta_2 > 0$. Además, si se define el error de observación como $e_i = z_i(t) - x_i(t)$, la dinámica del error es estable y converge exponencialmente a cero. En particular, la norma del error es

$$\|e_i\| \leq K_i \exp^{-\gamma_i t} ; \quad i = 1, 2$$

donde γ_1, γ_2 son constantes positivas y K_1, K_2 son constantes que dependen de las condiciones iniciales.

Prueba:

De un cálculo simple se puede ver que la dinámica de los errores de observación son de la forma

$$\dot{e}_1 = \left[A_1(y) - S_{\theta_1}^{-1}(t) C_1^T C_1 \right] e_1 \quad (5.17)$$

$$\dot{e}_2 = \left[A_2(y) - S_{\theta_2}^{-1}(t) C_2^T C_2 \right] e_2 + \left[\Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(x_1, y) \right] \quad (5.18)$$

Considere la siguiente función candidato de Lyapunov

$$W_2 = V_1 + V_2$$

donde

$$V_i = e_i^T S_{\theta_i}(t) e_i \quad ; \quad i = 1, 2$$

dado que $S_{\theta_1}(t)$ y $S_{\theta_2}(t)$ son matrices simétricas positivas definidas, entonces

$$\sigma_i \mathbb{I} \geq S_{\theta_i}(t) \geq \alpha_i \mathbb{I} \quad ; \quad i = 1, 2$$

donde \mathbb{I} es la matriz identidad y $\sigma_1, \sigma_2, \alpha_1, \alpha_2$ son constantes positivas, por lo tanto

$$\begin{aligned} V_i &= e_i^T S_{\theta_i}(t) e_i \geq \alpha_i e_i^T e_i = \alpha_i \|e_i\|^2 \quad ; \quad i = 1, 2 \\ V_i &= e_i^T S_{\theta_i}(t) e_i \leq \sigma_i e_i^T e_i = \sigma_i \|e_i\|^2 \end{aligned} \quad (5.19)$$

La derivada de W_2 con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de (5.17) y (5.18) y usando la tercera ecuación en (5.16), es

$$\dot{W}_2 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$

donde

$$\dot{V}_1 = -\theta_1 e_1^T S_{\theta_1}(t) e_1 - e_1^T C_1^T C_1 e_1 \quad (5.20)$$

$$\dot{V}_2 = -\theta_2 e_2^T S_{\theta_2}(t) e_2 - e_2^T C_2^T C_2 e_2 + 2e_2^T S_{\theta_2}(t) [\Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(x_1, y)] \quad (5.21)$$

dado que

$$e_i^T C_i^T C_i e_i \geq 0 \quad ; \quad i = 1, 2$$

entonces, la ecuación (5.20) puede escribirse como

$$\dot{V}_1 \leq -\theta_1 V_1 \quad (5.22)$$

De (5.21), y tomando la norma, se obtiene

$$\dot{V}_2 \leq -\theta_2 V_2 + 2\sqrt{V_2} \|\Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(x_1, y)\|$$

o también

$$\dot{V}_2 \leq -\theta_2 V_2 + 2\sqrt{V_2} L_2 \|e_1\| \quad (5.23)$$

donde

$$\|\Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(x_1, y)\| \leq L_2 \|e_1\| \quad (5.24)$$

y L_2 es la constante de Lipschitz de Φ_2 . Usando (5.19) y (5.22), se obtiene

$$\alpha_1 \|e_1\|^2 \leq V_1 \leq V_1(0) \exp^{-\theta_1 t}$$

Entonces

$$\|e_1\| \leq K_1 \exp^{-\gamma_1 t}; \quad K_1 = \sqrt{\frac{V_1(0)}{\alpha_1}}; \quad \gamma_1 = \frac{\theta_1}{2} \quad (5.25)$$

Ahora, sustituyendo (5.25) en (5.23), se tiene

$$\dot{V}_2 \leq -\theta_2 V_2 + 2\sqrt{V_2} L_2 K_1 \exp^{-\frac{\theta_1 t}{2}}$$

De la ecuación (5.19)

$$\sqrt{V_2} \leq \sqrt{\sigma_2} \|e_2\| \quad (5.26)$$

entonces

$$\frac{d}{dt} \|e_2\| \leq -\theta_2 N_1 \|e_2\| + N_2 \exp^{-\frac{\theta_1 t}{2}}; \quad N_1 = \frac{1}{2}; \quad N_2 = \frac{\sqrt{\sigma_2} L_2 K_1}{\alpha_2}$$

Integrando, se tiene

$$\|e_2(t)\| \leq \exp^{-\theta_2 N_1 t} \left\{ \|e_2(0)\| - \frac{2N_2 \left[\exp^{-\frac{\theta_1 t}{2} + \theta_2 N_1 t} - 1 \right]}{2\theta_2 N_1 - \theta_1} \right\} = K_2 \exp^{-\gamma_2 t}$$

con $\gamma_2 = \theta_2 N_1$. Esto concluye la prueba. □

Con el propósito de implementar el observador, el modelo del motor de inducción se representará de la forma siguiente:

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Lambda_3 \Lambda_4 & \Lambda_4 n_p w_r \\ 0 & 0 & -\Lambda_4 n_p w_r & \Lambda_3 \Lambda_4 \\ 0 & 0 & -\Lambda_3 & -n_p w_r \\ 0 & 0 & n_p w_r & -\Lambda_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_5 i_{ds} \\ \Lambda_5 i_{qs} \\ \Lambda_3 L_{sr} i_{ds} \\ \Lambda_3 L_{sr} i_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_6 v_{ds} \\ \Lambda_6 v_{qs} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.27)$$

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} w_r \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \Lambda_2 w_r^2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_r \\ k_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_1 i_{qs} \Psi_{dr} - \Lambda_1 i_{ds} \Psi_{qr} + \Lambda_2 k_0 + \Lambda_2 k_1 w_r \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.28)$$

donde se ha añadido una ecuación de estado para el coeficiente k_2 asociado al par mecánico. Es importante notar que la estructura de los sistemas Σ_1 y Σ_2 es tal que se puede aplicar el observador dado por (5.16), en donde el término correctivo se define con las siguientes salidas medibles

$$y_1 = C_1 x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}$$

$$y_2 = C_2 x_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_r \\ k_2 \end{bmatrix} = w_r$$

y los vectores de estado, con fines de observación, son

$$x_1 = \begin{bmatrix} i_{ds} & i_{qs} & \Psi_{dr} & \Psi_{qr} \end{bmatrix}^T ; \quad x_2 = \begin{bmatrix} w_r & k_2 \end{bmatrix}^T$$

5.5 PRINCIPIO DE SEPARACION

Se estudiará ahora la estabilidad del sistema en lazo cerrado en la Fig. 5.1., es decir considérese el problema de la estabilidad del sistema aumentado (observador, sistema controlado), cuando la ley de control es función del vector de estado estimado.

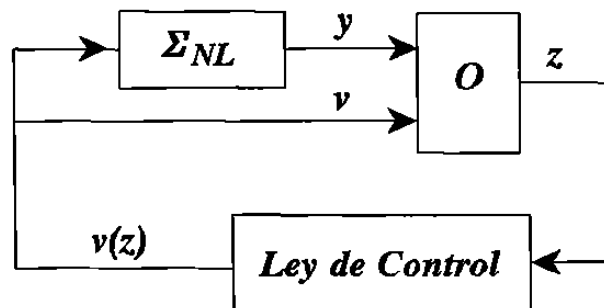


Fig. 5.1. Sistema en lazo cerrado.

Sea el modelo del motor de inducción en (5.27)-(5.28), con la estructura definida

en (5.15), es decir

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= A_1(y)x_1 + \Phi_1(y) + Bv \\ \dot{x}_2 &= A_2(y)x_2 + \Phi_2(x_1, y)\end{aligned}$$

con las salidas medibles

$$y = Cx = \begin{bmatrix} C_1 x_1 \\ C_2 x_2 \end{bmatrix}$$

y el observador no lineal en (5.16) con las ecuaciones dinámicas de los errores de observación (5.17)-(5.18)

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \left[A_1(y) - S_{\theta_1}^{-1}(t) C_1^T C_1 \right] e_1 \\ \dot{e}_2 &= \left[A_2(y) - S_{\theta_2}^{-1}(t) C_2^T C_2 \right] e_2 + \Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(x_1, y)\end{aligned}$$

donde $e_i = z_i(t) - x_i(t)$ para $i=1,2$. Por simplicidad, se considera los sistemas anteriores expresados de la forma siguiente

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)v(z) \\ \dot{e} &= \left[A(y) - S_{\theta}^{-1}(t) C^T C \right] e + \Gamma(z, y) - \Gamma(z-e, y)\end{aligned} \tag{5.29}$$

donde

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \quad f(x) = \begin{bmatrix} A_1(y)x_1 + \Phi_1(y) \\ A_2(y)x_2 + \Phi_2(x_1, y) \end{bmatrix}; \quad g(x) = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[A(y) - S_{\theta}^{-1}(t) C^T C \right] = \begin{bmatrix} A_1(y) - S_{\theta_1}^{-1}(t) C_1^T C_1 & 0 \\ 0 & A_2(y) - S_{\theta_2}^{-1}(t) C_2^T C_2 \end{bmatrix}$$

y

$$\Gamma(z,y) - \Gamma(z-e,y) = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_2(z,y) - \Phi_2(z-e,y) \end{bmatrix} ; e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} ; z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

Es importante notar que el vector de estado λ en (5.2) es igual al vector de estado x en (5.29), con la única diferencia que esta última ecuación incorpora k_2 como una variable de estado. Ahora, se reescribe aquí el subsistema en (5.13)

$$\dot{\lambda} = A \lambda$$

el cual se obtiene por medio de dos cambios de coordenadas, dados por (5.8) y (5.12), y una retroalimentación de estado no lineal en (5.9). Si el origen de λ es asintóticamente estable, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (w_r - w_{ref}) = 0$$

y

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (|\Psi|^2 - |\Psi|_{ref}^2) = 0$$

Sea el sistema aumentado

$$S : \begin{cases} \dot{\lambda} = A \lambda \\ \dot{e} = [A(y) - S_{\theta}^{-1}(t) C^T C] e + \Gamma(z,y) - \Gamma(z-e,y) \end{cases} \quad (5.30)$$

y se estudiará su estabilidad para lo cual se presenta la siguiente proposición.

Proposición 5.2:

Considérese el sistema λ con una retroalimentación de estado que depende de los valores estimados proporcionados por el observador O en (5.16), y la ecuación

dinámica del error de observación expresada en (5.30). Entonces, el origen del sistema aumentado S (observador, sistema controlado) es asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov y es un atractor. Además, una región de atracción se define por constantes arbitrarias $\mu_1 > 0$, $\mu_2 > 0$, para toda $\rho > 0$, es decir

$$\left\{ \lambda \in \mathbb{R}^4 / \|\lambda(0)\| \leq \sqrt{\mu_1} \frac{\rho}{2} \right\} \times \left\{ e \in \mathbb{R}^6 / \|e(0)\| \leq \sqrt{\mu_2} \frac{\rho}{2} \right\}$$

Prueba:

Sea la siguiente función candidato de Lyapunov

$$W(\lambda, e, t) = W_1(\lambda, t) + W_2(e) \quad (5.31)$$

donde

$$W_1(\lambda, t) = [T(x) - R]^T P [T(x) - R] = \lambda^T P \lambda \quad (5.32)$$

P es una matriz simétrica positiva definida, R es la señal de referencia en (5.12), y

$$W_2(e) = e_1^T S_{\theta_1}(t) e_1 + e_2^T S_{\theta_2}(t) e_2$$

de modo que

$$W_2(e) = e^T S_{\theta} e \geq \beta_1 \|e\|^2 \quad (5.33)$$

para alguna constante $\beta_1 > 0$, con

$$S_{\theta} = \begin{bmatrix} S_{\theta_1}(t) & 0 \\ 0 & S_{\theta_2}(t) \end{bmatrix}$$

Derivando la ecuación (5.32) con respecto al tiempo y utilizando (5.29), se obtiene

$$\frac{d}{dt} W_1(\lambda, t) = 2 [T(x) - R]^T P \left\{ \frac{\partial T(x)}{\partial x} [f(x) + g(x)v(z)] - \dot{R} \right\} \quad (5.34)$$

o también

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_1(\lambda, t) = & 2 [T(x) - R]^T P \left\{ \frac{\partial T(x)}{\partial x} [f(x) + g(x)v(x)] - \dot{R} \right\} + \\ & + 2 [T(x) - R]^T P \frac{\partial T(x)}{\partial x} \left\{ g(x) [v(z) - v(x)] \right\} \end{aligned} \quad (5.35)$$

donde $\partial T(x)/\partial x$ es el Jacobiano de la transformación en (5.8). Además, de (5.12) y (5.13), se tiene que

$$\dot{\lambda} = A \lambda = A [T(x) - R] = \frac{\partial T(x)}{\partial x} [f(x) + g(x)v(x)] - \dot{R}$$

Reescribiendo (5.35) se encuentra que

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_1(\lambda, t) = & [T(x) - R]^T [A^T P + P A] [T(x) - R] + \\ & + 2 [T(x) - R]^T P \frac{\partial T(x)}{\partial x} \left\{ g(x) [v(z) - v(x)] \right\} \end{aligned}$$

Dado que P es solución de la ecuación de Lyapunov en (5.14), entonces

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_1(\lambda, t) = & - [T(x) - R]^T Q [T(x) - R] + \\ & + 2 [T(x) - R]^T P \frac{\partial T(x)}{\partial x} \left\{ g(x) [v(z) - v(x)] \right\} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Si se define

$$- [T(x) - R]^T Q [T(x) - R] \leq -\eta W_1(\lambda, t)$$

donde η es una constante positiva. Sustituyendo la ecuación anterior en (5.36), se obtiene

$$\frac{d}{dt} W_1(\lambda, t) \leq -\eta W_1(\lambda, t) + 2 [T(x) - R]^T P \frac{\partial T(x)}{\partial x} \left\{ g(x) [v(z) - v(x)] \right\}$$

al tomar la norma, resulta que

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_1(\lambda, t) \leq & -\eta W_1(\lambda, t) + \\ & + 2\sqrt{W_1(\lambda, t)} \lambda_{\max}[P] \left\| \frac{\partial T(x)}{\partial x} \right\| \|g(x)\| \|v(z) - v(x)\| \end{aligned} \quad (5.37)$$

Sea $z, x \in B(0, \rho)$, la bola centrada en 0 y radio $\rho > 0$, entonces

$$\begin{aligned} \|g(x)\| & \leq L_1(\rho) \\ \left\| \frac{\partial T(x)}{\partial x} \right\| & \leq L_2(\rho) \\ \|v(z) - v(x)\| & \leq L_3(\rho) \|e\| \end{aligned}$$

donde $L_i(\rho)$, $i = 1, 2, 3$, son constantes globales de Lipschitz. Sustituyendo estas expresiones en (5.37), se obtiene finalmente

$$\frac{d}{dt} W_1(\lambda, t) \leq -\eta W_1(\lambda, t) + 2L(\rho) \sqrt{W_1(\lambda, t)} \|e\| \quad (5.38)$$

donde

$$L(\rho) = L_1(\rho) L_2(\rho) L_3(\rho) \lambda_{\max}[P]$$

Sea

$$\frac{d}{dt} \left[\sqrt{W_1(\lambda, t)} \right]^2 = 2\sqrt{W_1(\lambda, t)} \frac{d}{dt} \sqrt{W_1(\lambda, t)}$$

entonces, la ecuación (5.38) se puede escribir como

$$2\sqrt{W_1(\lambda, t)} \frac{d}{dt} \sqrt{W_1(\lambda, t)} \leq -\eta \sqrt{W_1(\lambda, t)} + 2L(\rho) \sqrt{W_1(\lambda, t)} \|e\| \quad (5.39)$$

o también

$$\frac{d}{dt} \sqrt{W_1(\lambda, t)} \leq -\frac{\eta}{2} \sqrt{W_1(\lambda, t)} + L(\rho) \|e\| \quad (5.40)$$

Por otro lado, derivando con respecto al tiempo el segundo término en (5.31), se tiene

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_2(e) = & -\theta_1 e_1^T S_{\theta_1}(t) e_1 - e_1^T C_1^T C_1 e_1 \\ & -\theta_2 e_2^T S_{\theta_2}(t) e_2 - e_2^T C_2^T C_2 e_2 \\ & + 2 e_2^T S_{\theta_2}(t) \left[\Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(x_1, y) \right] \end{aligned}$$

y de (5.23)-(5.24)

$$\frac{d}{dt} W_2(e) \leq -\theta_1 e_1^T S_{\theta_1}(t) e_1 - \theta_2 e_2^T S_{\theta_2}(t) e_2 + 2\sqrt{V_2} L_2 \|e_1\| \quad (5.41)$$

entonces, al reemplazar (5.26) en (5.41) se obtiene

$$\frac{d}{dt} W_2(e) \leq -\theta_1 e_1^T S_{\theta_1}(t) e_1 - \theta_2 e_2^T S_{\theta_2}(t) e_2 + 2\sqrt{\sigma_2} L_2 \|e_1\| \|e_2\| \quad (5.42)$$

Sea la siguiente desigualdad

$$\|e_1\| \|e_2\| \leq \frac{1}{2} \left[\epsilon^2 \|e_1\|^2 + \frac{1}{\epsilon^2} \|e_2\|^2 \right]$$

para toda $\epsilon \neq 0$ arbitraria, entonces con (5.19) la ecuación (5.42) puede ser escrita como

$$\frac{d}{dt} W_2(e) \leq -\left[\theta_1 \alpha_1 - \sqrt{\sigma_2} L_2 \epsilon^2 \right] \|e_1\|^2 - \left[\theta_2 \alpha_2 - \frac{\sqrt{\sigma_2} L_2}{\epsilon^2} \right] \|e_2\|^2$$

Seleccionando ϵ , θ_1 y θ_2 tal que la anterior desigualdad verifique lo siguiente

$$\frac{d}{dt} W_2(e) \leq -b(\theta) \|e\|^2 \leq -a(\theta) W_2(e); \quad \theta = (\theta_1, \theta_2)$$

donde $b(\theta)$ y $a(\theta)$ son funciones positivas de θ . Entonces

$$W_2(e) \leq W_2(e(0)) \exp^{-a(\theta)t} \quad (5.43)$$

y con (5.33), se obtiene

$$\|e\| \leq \sqrt{\frac{W_2(e(0))}{\beta_1}} \exp^{-\frac{a(\theta)t}{2}}$$

Sustituyendo las expresiones anteriores en (5.40), resulta

$$\frac{d}{dt} \sqrt{W_1(\lambda, t)} \leq -\frac{\eta}{2} \sqrt{W_1(\lambda, t)} + L(\rho) \sqrt{\frac{W_2(e(0))}{\beta_1}} \exp^{-\frac{a(\theta)t}{2}}$$

Integrando la ecuación anterior, se tiene que

$$\sqrt{W_1(\lambda, t)} \leq \exp^{-\eta t/2} \sqrt{W_1(\lambda(0))} + \frac{L(\rho) \sqrt{W_2(e(0))}}{\gamma \sqrt{\beta_1}} \exp^{-\eta t/2} (1 - \exp^{-\gamma t})$$

$$\gamma = \frac{[a(\theta) - \eta]}{2}$$

Seleccionando $a(\theta) > \eta$, entonces

$$\sqrt{W_1(\lambda, t)} \leq \exp^{-\eta t/2} \sqrt{W_1(\lambda(0))} + \frac{L(\rho) \sqrt{W_2(e(0))}}{\gamma \sqrt{\beta_1}} \exp^{-\eta t/2} \quad (5.44)$$

De (5.43) y (5.44), se concluye que el origen de S es asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov.

Ahora, con el fin de caracterizar el dominio de estabilidad de S , considérese que existen constantes $\beta_1 > 0$ y $\beta_2 > 0$ tales que

$$\beta_1 \|\lambda(t)\|^2 \leq W_1(\lambda, t) \leq \beta_2 \|\lambda(t)\|^2$$

y

$$\beta_1 \|e(t)\|^2 \leq W_2(e) \leq \beta_2 \|e(t)\|^2 \quad (5.45)$$

Seleccionando

$$\|\lambda(0)\| \leq \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} \frac{\rho}{2} = \sqrt{\mu_1} \frac{\rho}{2} \quad (5.46)$$

$$\|e(0)\| \leq \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} \frac{\rho}{2} = \sqrt{\mu_2} \frac{\rho}{2} \quad (5.47)$$

usando (5.45) y (5.47) en la ecuación (5.43), se obtiene

$$\begin{aligned} \|e(t)\| &\leq \frac{1}{\sqrt{\beta_1}} \sqrt{W_2(e)} \leq \frac{1}{\sqrt{\beta_1}} \sqrt{W_2(e(0))} \exp^{-\frac{a(\theta)t}{2}} \\ &\leq \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \|e(0)\| \end{aligned}$$

Por tanto, de (5.47)

$$\|e(t)\| \leq \frac{\rho}{2}$$

Por otra parte, la ecuación (5.44) puede escribirse como

$$\sqrt{\beta_1} \|\lambda(t)\| \leq \sqrt{W_1(\lambda, t)} \leq \left[\sqrt{\beta_2} \|\lambda(0)\| + \frac{L(\rho)}{\gamma \sqrt{\beta_1}} \sqrt{\beta_2} \|e(0)\| \right] \exp^{-\frac{\eta t}{2}} \quad (5.48)$$

Considerando que para cualquier $\rho > 0$, $\exists a(\theta_0) > 0$ tal que $\forall a(\theta) \geq a(\theta_0)$, y

$$\frac{L(\rho)}{\gamma\sqrt{\beta_1}} = \frac{2L(\rho)}{\sqrt{\beta_1}[a(\theta) - \eta]} \leq 1$$

entonces empleando (5.46)-(5.47) con (5.48), se obtiene

$$\|\lambda(t)\| \leq \frac{1}{\sqrt{\beta_1}} \left[\sqrt{\beta_2} \|\lambda(0)\| + \sqrt{\beta_2} \|e(0)\| \right] \leq \rho$$

Esto prueba la atractividad del origen del sistema aumentado S

□

5.6 SIMULACIONES

El modelo de la máquina de inducción dado por las expresiones (5.2)-(5.5) y el observador en (5.16) aplicado a los subsistemas (5.27)-(5.28), se simularon para la máquina de 500 HP estudiada en el Capítulo 4. Los parámetros de esta máquina se encuentran listados en el Apéndice A. Las ganancias usadas en el observador son $\theta_1=100$ y $\theta_2=80$.

El transitorio que se presenta en las siguientes gráficas es el arranque de la máquina desde el reposo, hasta una velocidad mecánica del rotor de 188.5 rad/seg (1800 rpm). El valor deseado para el cuadrado de la magnitud del flujo resultante del rotor es de 25 web².

Se aplicó el control desacoplante entrada-salida en (5.10)-(5.11), usando los valores estimados que fueron proporcionados por el observador, con el fin de alcanzar los valores requeridos para cada una de las salidas expresadas en (5.6)-(5.7). Las

constantes seleccionadas para este controlador son $k_{a1}=k_{b1}=1300$, $k_{a2}=k_{b2}=150$.

En las Figuras 5.2 a 5.5 se muestra el transitorio de las corrientes del estator y los flujos del rotor, desde condiciones iniciales iguales a cero. Puede verse que en estas gráficas los flujos presentan una evolución suave, sin valores pico pronunciados debido a que componen una de las variables a controlar $|\psi|^2$. A diferencia de los valores pico relativamente altos en las corrientes del estator.

En las Figuras 5.6 a 5.7 se presentan los flujos del rotor y sus valores estimados. De igual manera, en la Figura 5.8, se muestra el par mecánico y su estimado. Debido a que el par mecánico es modelado como una función del cuadrado de la velocidad, y tanto el observador como el sistema por observar poseen una condición inicial de la velocidad mecánica del rotor iguales a cero, entonces resulta que la condición inicial del par mecánico real y su estimado son también iguales a cero. Esto sucede aún considerando que los coeficientes son $k_2(t)=0.2814e^{-3}$ y $\hat{k}_2(0)=2.814e^{-3}$. .

Con las ganancias del observador especificadas, la convergencia de los flujos del rotor y del par mecánico no es mayor que 0.2 seg. La razón de convergencia puede incrementarse usando ganancias θ_1 y θ_2 más grandes, pero esto provocaría un transitorio de los valores estimados que, a su vez afectaría el valor máximo de los voltajes en las Figuras 5.12 a 5.13 .

Por otro lado, en las Figuras 5.9 a 5.10 se puede apreciar que la convergencia de las salidas hacia los valores de referencia, son relativamente rápidas. Esto determina el comportamiento del par eléctrico-velocidad del rotor en la Figura 5.11 , con una característica menos suave que el presentado con el control del Capítulo 4 en la Figura 4.10.

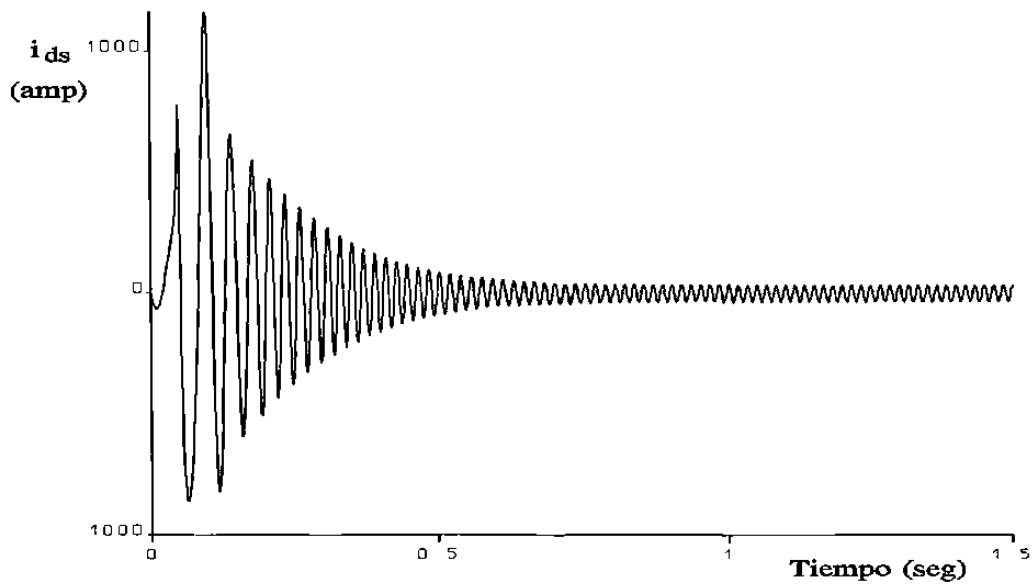


Fig. 5.2. Corriente en el eje directo del estator. $i_{ds}(0)=0$.

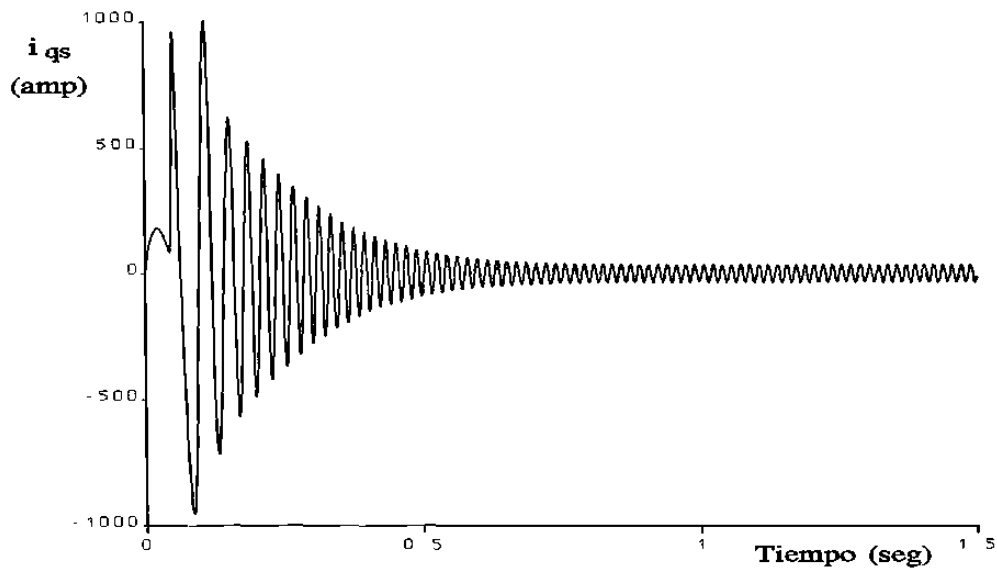


Fig. 5.3. Corriente en el eje cuadratura del estator. $i_{qs}(0)=0$.

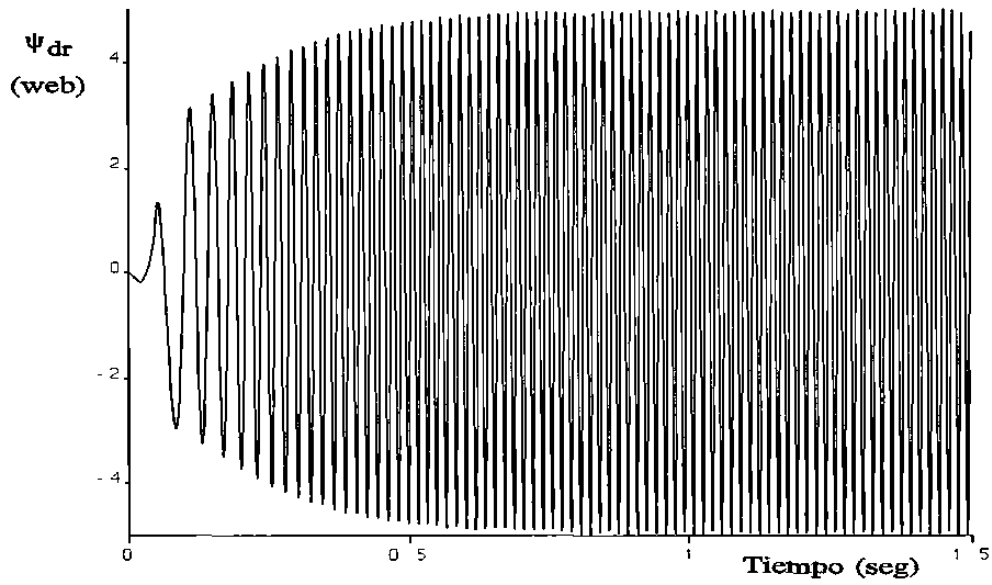


Fig. 5.4. Flujo en el eje directo del rotor. $\Psi_{dr}(0)=0$.

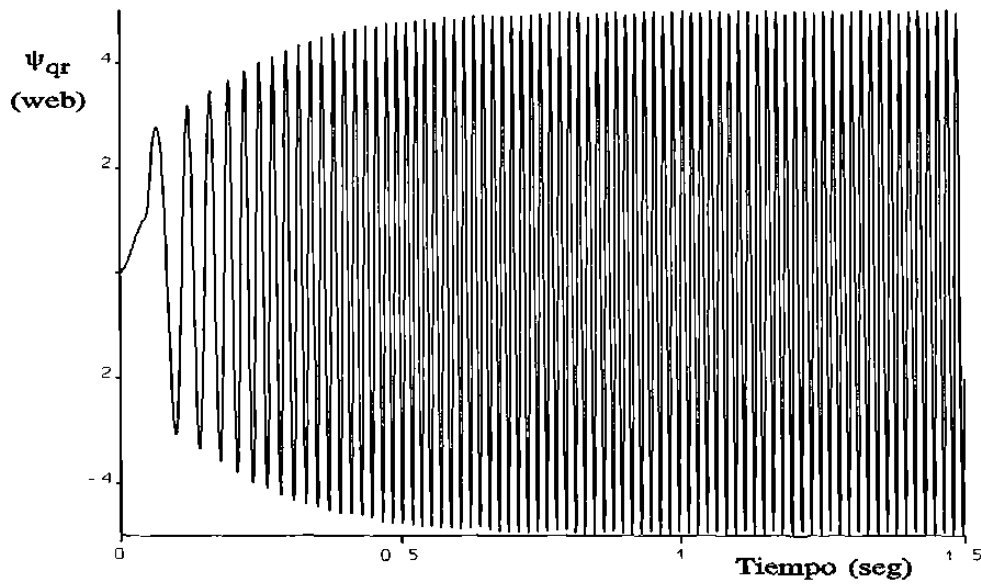


Fig. 5.5. Flujo en el eje cuadratura del rotor. $\Psi_{qr}(0)=0$.

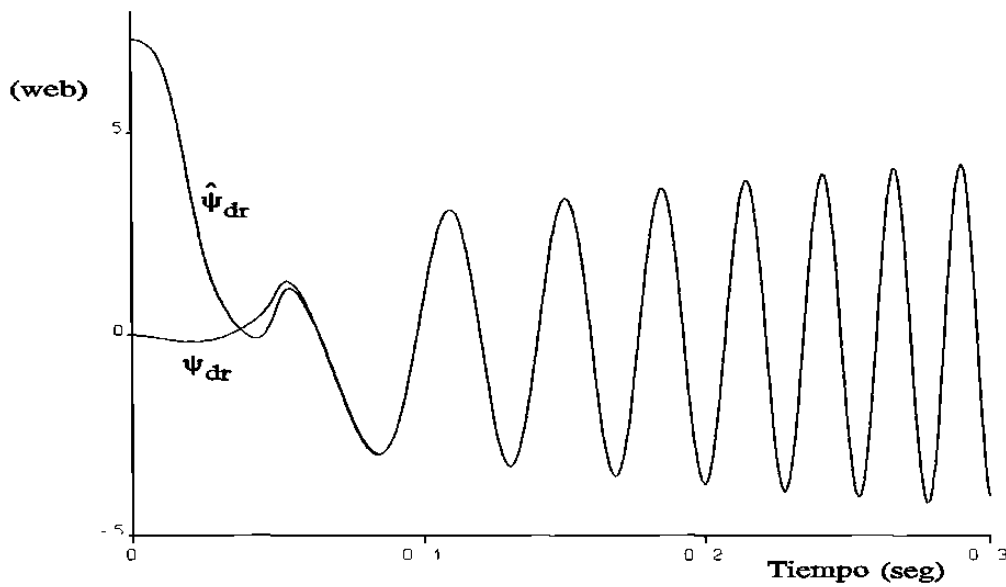


Fig. 5.6. Flujo en el eje directo del rotor y su estimado. $\psi_{dr}(0)=0$, $\hat{\psi}_{dr}(0)=7.32$

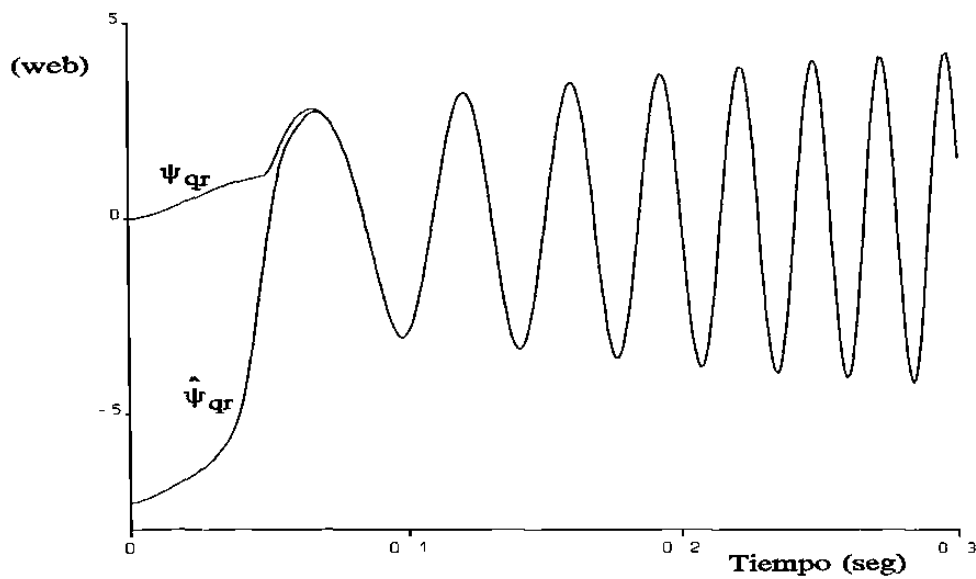


Fig. 5.7. Flujo en el eje cuadratura del rotor y su estimado.
 $\psi_{qr}(0)=0$, $\hat{\psi}_{qr}(0)=-7.32$

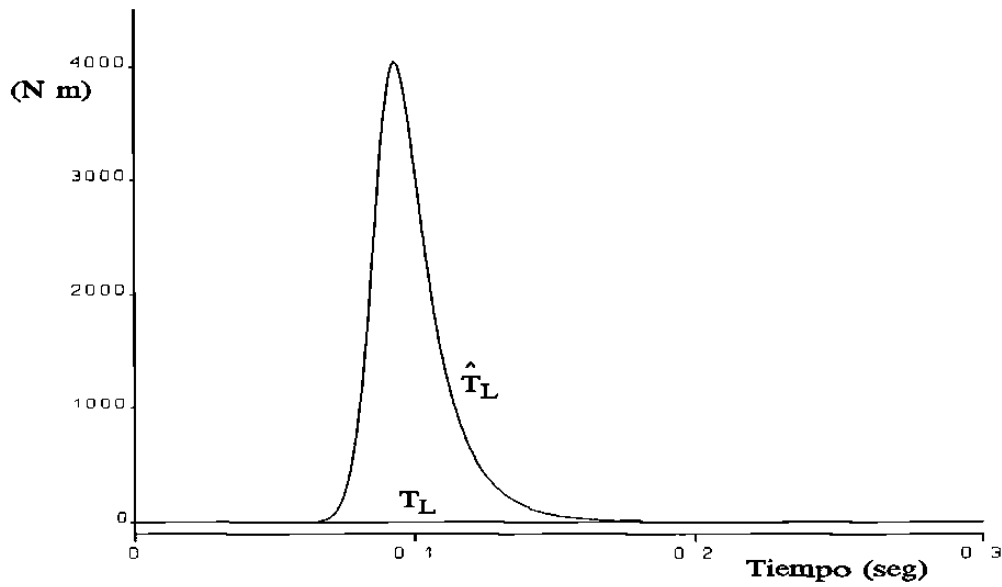


Fig. 5.8. *Par mecánico y su estimado.* $T_L(0)=0$, $\hat{T}_L(0)=0$.

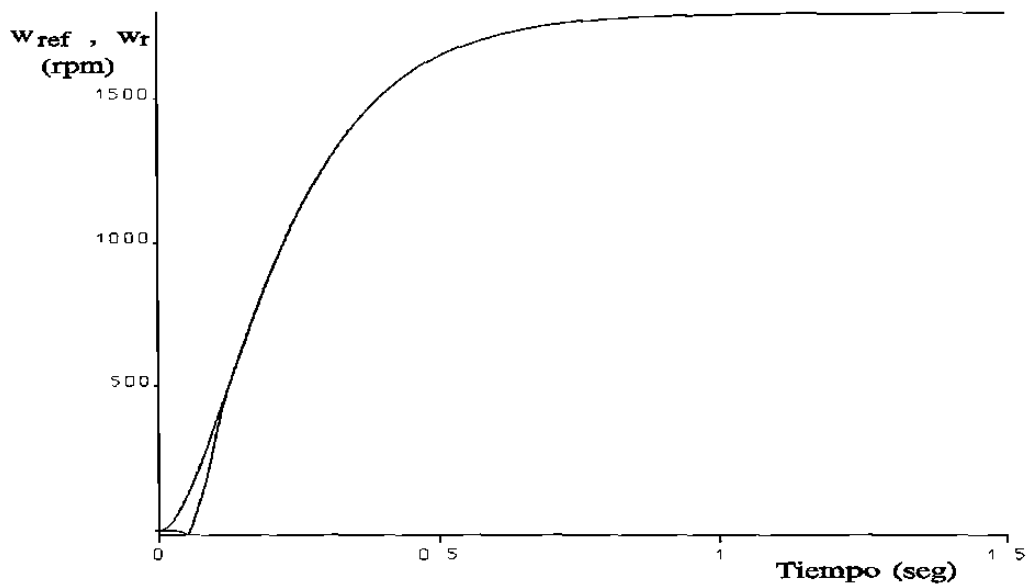


Fig. 5.9. *Velocidad del rotor y su referencia.* $w_r(0)=0$, $w_{ref}(0)=0$.

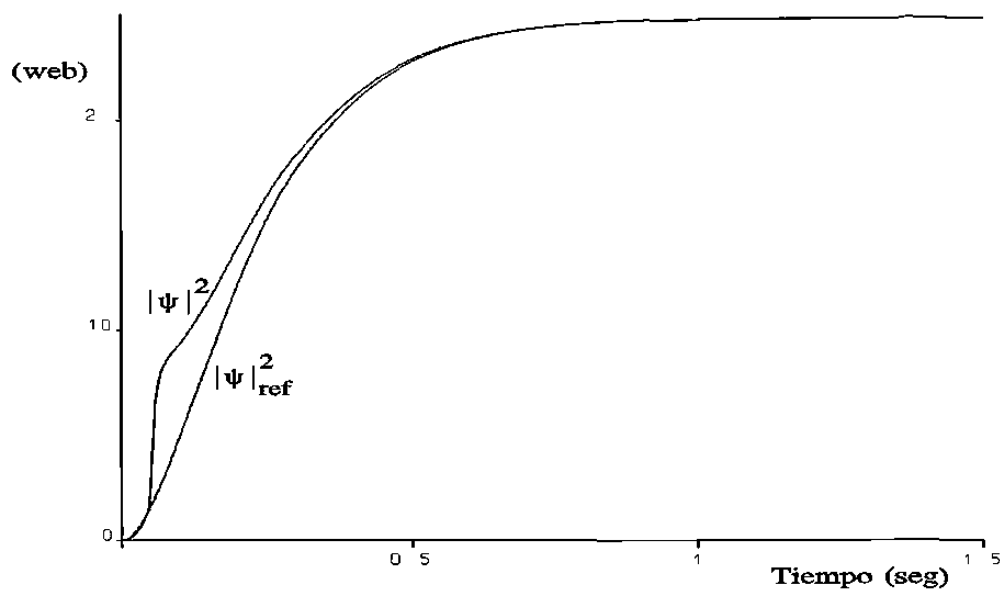


Fig. 5.10. Magnitud cuadrática del flujo resultante del rotor y su referencia.
 $|\Psi|^2(0)=0$, $|\Psi_{ref}^2(0)=0$.

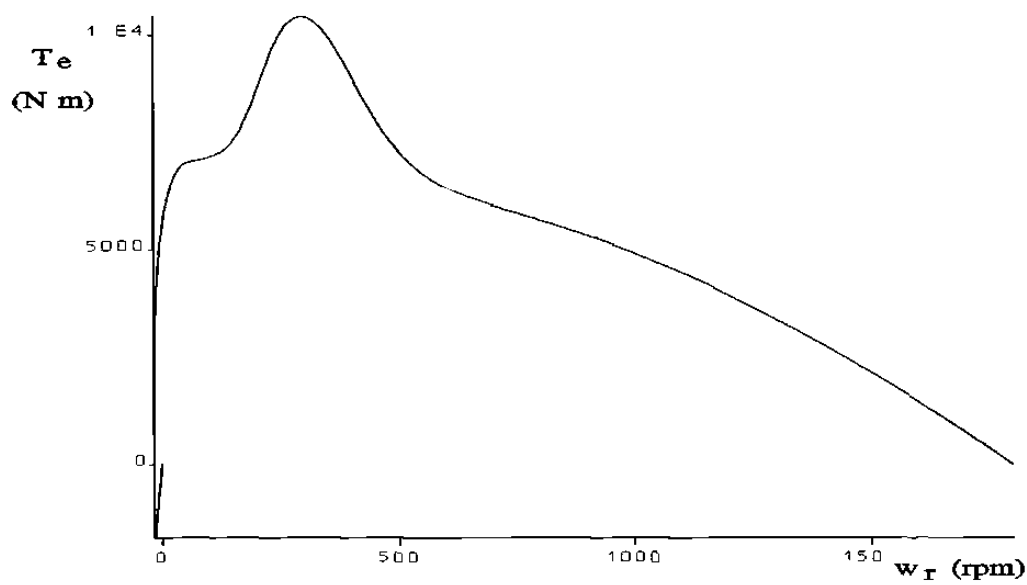


Fig. 5.11. Par eléctrico-velocidad del rotor.

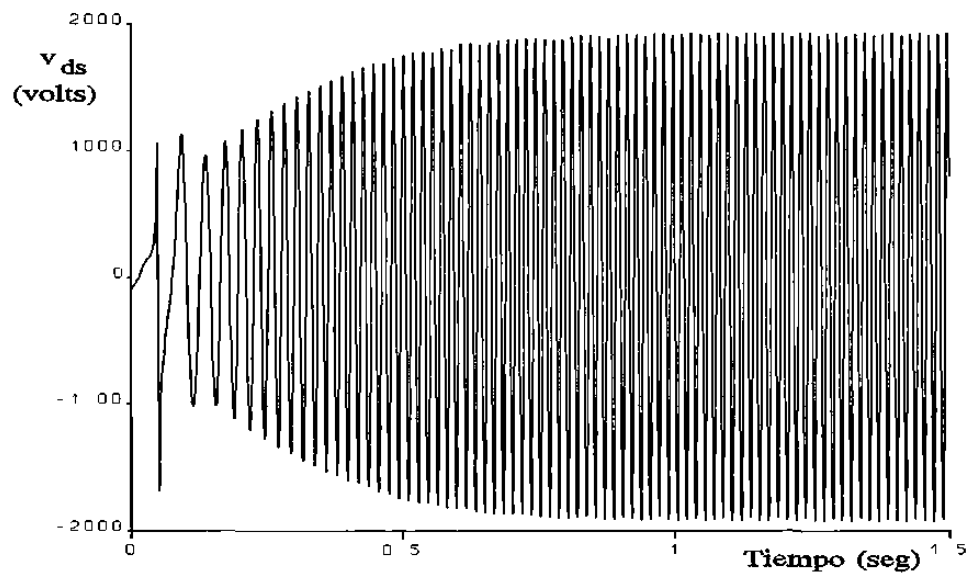


Fig. 5.12. Voltaje en el eje directo.

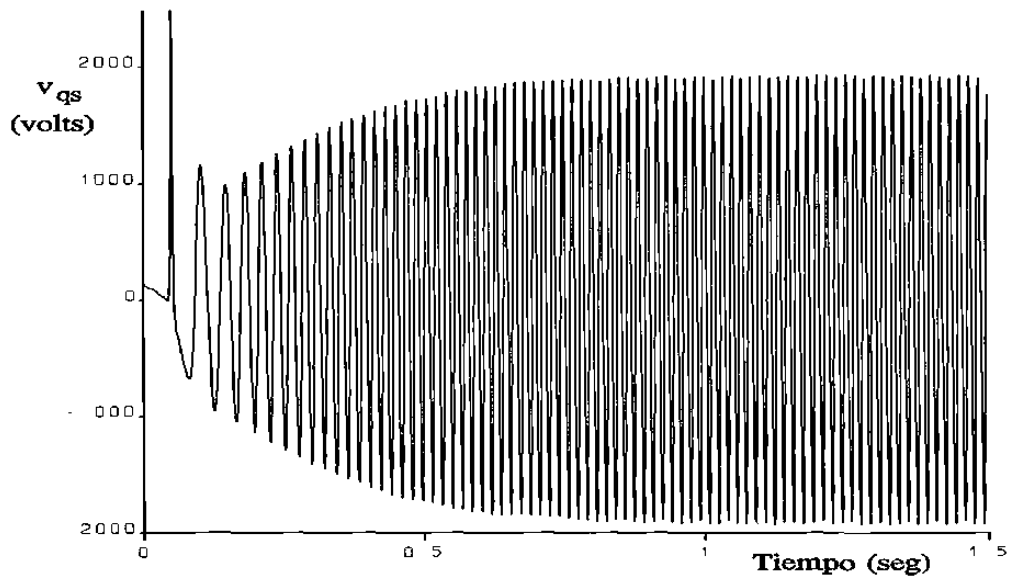


Fig. 5.13. Voltaje en el eje cuadratura.

5.7 CONCLUSIONES

Se presentó un observador no lineal en cascada para un motor de inducción, el cual permite la estimación de los estados no medibles e identifica un componente del par mecánico. El observador tiene una razón de convergencia que se ajusta variando el parámetro θ_1 , para cada uno de los subsistemas a observar.

En comparación con el control obtenido vía conformación de energía, la ley desacoplante entrada-salida logra que las salidas tiendan a su valor de referencia más rápidamente. Una ventaja adicional de este último controlador, es que la salida $|\psi|^2$ puede utilizarse con fines de optimización de energía, a diferencia del controlador del capítulo anterior, donde no existe una variable evidente que permita lograr este objetivo.

La principal contribución de este capítulo es probar la estabilidad asintótica del origen del sistema aumentado (observador, sistema controlado). Esto permite garantizar que las salidas a controlar, w_r y $|\psi|^2$, convergen a su referencia y simultáneamente las variables estimadas convergen a su valor real.

CAPITULO 6

INCERTIDUMBRES PARAMETRICAS

6.1 INTRODUCCION

En los capítulos anteriores se presentó el control de velocidad del motor de inducción, utilizando dos diferentes enfoques:

- i) Conformación de Energía.
- ii) Linealización entrada-salida por retroalimentación de estado.

considerando que los parámetros son conocidos y constantes. Sin embargo, en operación normal es frecuente que los parámetros de la máquina varíen con respecto a sus condiciones nominales [21,29,32]. En este capítulo, se considerará el problema del control de un motor de inducción sujeto a incertidumbres paramétricas. El objetivo es mostrar que el control, bajo los citados enfoques, es robusto en presencia de variaciones en inductancias, resistencias, par mecánico e inercia de la máquina.

Uno de los parámetros con mayor incertidumbre es el par mecánico, del cual se obtiene una estimación proporcionada por el observador no lineal; aquí se mostrarán resultados de simulación cuando el par mecánico sufre variaciones significativas.

6.2 INCERTIDUMBRES PARAMETRICAS

Las causas por las cuales se presentan incertidumbres paramétricas en el motor de inducción, son de diversa índole. Por ejemplo, la variación de la resistencia y la

inductancia de dispersión, en un rotor jaula de ardilla, debido al efecto inductivo en los conductores alimentados por una fuente de frecuencia variable. Este fenómeno es importante porque el control propuesto en este trabajo, implica una variación tanto en la magnitud como en la frecuencia de los voltajes de alimentación en coordenadas de fase. Considérese una barra de un rotor jaula de ardilla como la mostrada en la Fig. 6.1., donde también se observa el aspecto general del campo de dispersión en la ranura. Esta barra puede fraccionarse en un número infinito de capas de espesor infinitesimal, dos de las cuales se han señalado en la citada figura. La inductancia en la capa inferior es mayor que en la capa superior, ya que se concatena con mayor flujo de dispersión; puesto que la corriente circula siempre por las trayectorias de menor inductancia entonces, ésta se verá forzada a circular principalmente por la parte más alta de la ranura. La distribución no uniforme de la corriente equivale a un aumento de la resistencia efectiva y a una pequeña disminución de la inductancia de dispersión efectiva de la barra.

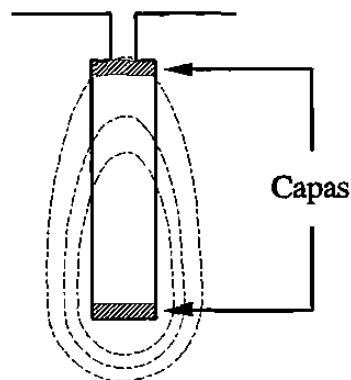


Fig. 6.1. Barra de un rotor jaula de ardilla y el flujo de dispersión en la ranura.

Por otro lado, se ha considerado que la inercia es un parámetro concentrado que incluye la inercia del motor y de la carga mecánica, aunque en algunas aplicaciones,

como en sistemas de bobinado, la inercia mecánica puede variar significativamente.

Adicionalmente, se tiene que los cambios de temperatura afectan el valor de las resistencias tanto del rotor como del estator; el fenómeno de saturación en las máquinas eléctricas, provoca una relación no lineal entre los enlaces de flujo y las corrientes, por lo que las inductancias sufren desviaciones de su valor nominal.

En este estudio se considera la variación de un solo parámetro a la vez. En la siguiente tabla puede apreciarse el porcentaje de incertidumbre propuesto para los parámetros de la máquina, con respecto a los valores nominales utilizados por el conjunto observador-controlador. También, se le asocia un número a cada una de las incertidumbres. Este número permitirá identificar los resultados obtenidos considerando las dos técnicas de control propuestas.

Tabla 6.1

Número	Parámetros con Incertidumbre	Porcentaje de Incertidumbre
1	Ninguno (Motor con valores nominales)	0%
2	Resistencia del estator R_s	+20%
3	Resistencia del rotor R_r	+50%
4	Inductancias $L_{ls}, L_{lr}, L_{sr}, L_s, L_r$	-40%
5	Inercia J	+200

6.3 INCERTIDUMBRES UTILIZANDO LA LEY DESACOPLANTE ENTRADA-SALIDA.

En la Fig. 6.2. se presenta la velocidad mecánica del rotor de la máquina de 500 HP, cuyos parámetros nominales se especifican en el Apéndice A. Se utiliza la ley desacoplante entrada-salida descrita en el Capítulo 5. Tanto el controlador como el observador consideran parámetros nominales. Por el contrario, en el motor de inducción se considera que sus parámetros poseen una desviación igual al porcentaje presentado en la Tabla anterior. Los ganancias del controlador y observador son: $k_{a1}=k_{b1}=1300$, $k_{a2}=k_{b2}=150$, $\theta_1=100$, $\theta_2=80$.

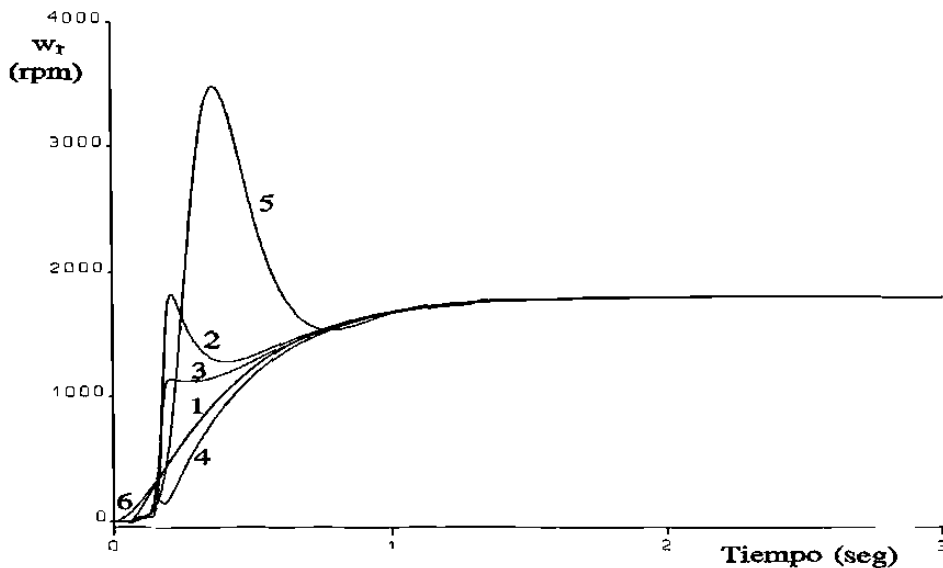


Fig. 6.2. Velocidad del rotor considerando incertidumbre en diferentes parámetros, utilizando la ley desacoplante entrada-salida.

Por otro lado, un criterio comparativo que permite cuantificar el desempeño del controlador es el error cuadrático integral, es decir

$$\|e_c\|_2 = \left[\int_0^T (w_{ref}(t) - w_r(t))^2 dt \right]^{1/2}$$

el cual proporciona una medida del comportamiento de la velocidad del rotor con respecto a su referencia (señal 6 en la Fig. 6.2.). El valor $\|e_c\|_2$ en el intervalo de tiempo de 0 a 3 seg., para cada una de las incertidumbres especificadas en la Tabla 6.1, se presenta en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2

Número	$\ e_c\ _2$
1	0.854
2	22.03
3	13.754
4	10.352
5	70.926

En esta Tabla y en la Fig. 6.2. se puede apreciar que el comportamiento de las señales 2, 3, 4, 5 posee un desempeño que difiere del obtenido cuando se utilizan los parámetros nominales tanto en la máquina como en el conjunto controlador-observador (señal 1). El peor desempeño se registra cuando la máquina tiene una inercia tres veces el valor nominal (señal 5). Es importante notar que, ante las incertidumbres consideradas, la ley de control desacoplante entrada-salida es robusta en el sentido que se obtiene un error de seguimiento, en estado estacionario, prácticamente igual cero.

6.4 INCERTIDUMBRES UTILIZANDO EL CONTROLADOR OBTENIDO VIA CONFORMACION DE ENERGIA.

En la Fig. 6.3. se presenta la velocidad mecánica del rotor de la máquina de 500 HP, cuyos parámetros nominales se especifican en el Apéndice A. Se utiliza la ley de control obtenida en el Capítulo 4, la cual se basa en el enfoque de Conformación de Energía. Al igual que en la sección anterior, se considera que la máquina tiene una desviación de los parámetros nominales igual al porcentaje presentado en la Tabla 6.1. Los parámetros del controlador y observador son: $k_{p1}=1250$, $k_{p2}=1100$, $k_w=30$, $\theta=100$, $\beta=50$.

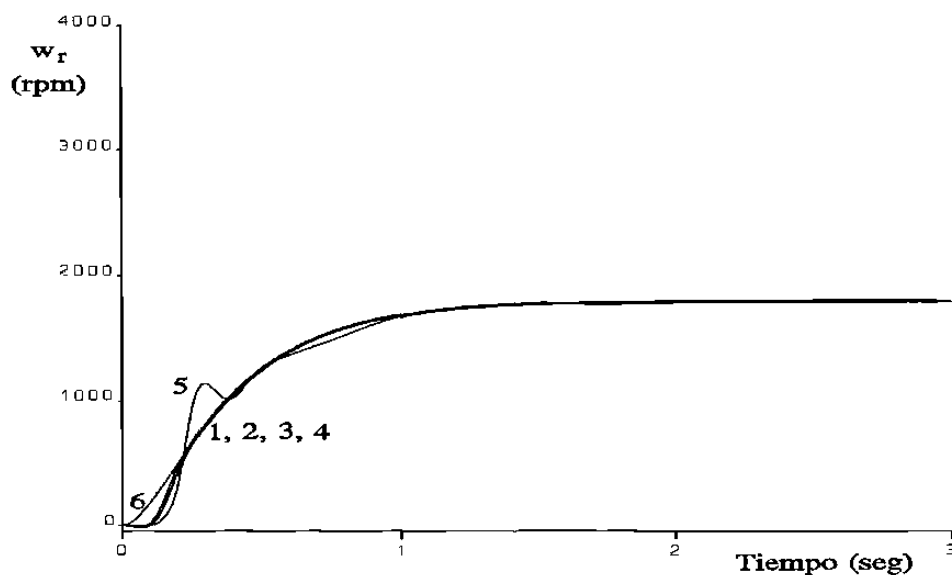


Fig. 6.3. *Velocidad del rotor considerando incertidumbre en diferentes parámetros, utilizando Conformación de Energía.*

El valor $\|e_c\|_2$ en el intervalo de tiempo comprendido entre 0 y 3 seg., para cada una de las incertidumbres especificadas en la Tabla 6.1, se presenta en la Tabla siguiente.

Tabla 6.3

Número	$\ e_c\ _2$
1	4.43
2	4.41
3	3.80
4	5.63
5	9.34

En esta Tabla y en la Fig. 6.3. se puede apreciar que el comportamiento de las señales 2, 3 y 4 posee un desempeño que difiere ligeramente al obtenido cuando se utilizan los parámetros nominales tanto en la máquina como en el conjunto controlador-observador (señal 1). Nuevamente el peor desempeño, con respecto a la referencia (señal 6 en la Fig. 6.3.), se registra cuando la máquina tiene una inercia tres veces el valor considerado como nominal (señal 5). Es importante, notar que ante las condiciones de simulación consideradas, la ley de control obtenida vía Conformación de Energía es robusta en el sentido que se logra un error de seguimiento, en estado estacionario, prácticamente nulo.

6.5 COMPORTAMIENTOS ADICIONALES

Aunque un gran número de variables pueden presentarse en este trabajo, para una amplia variedad de condiciones de simulación, es interesante resaltar el comportamiento del par eléctrico. La relevancia de esta variable se debe a que junto con el par

mecánico, representa la parte central de la conversión de energía en un motor eléctrico. Por un lado, el par proveniente de una fuente de energía eléctrica y por otro, el par de origen estrictamente mecánico.

En la Fig. 6.4. se ilustra el comportamiento del par eléctrico y el par mecánico en función de la velocidad del rotor, cuando se utilizan los dos enfoques de control propuestos en esta Tesis. La máquina originalmente está en reposo, es decir las condiciones iniciales son cero. El comportamiento en lazo cerrado (Fig. 6.4.) contrasta fuertemente con el obtenido cuando la máquina opera en lazo abierto (Fig. 6.5.) con una fuente a frecuencia y voltaje nominal (2300 volts eficaces entre líneas a 60 Hertz, para la máquina de 500 HP). La máquina, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, tiene aplicado un par mecánico de 500 N m. Considérese el motor de inducción en lazo abierto Fig. 6.5., en donde para un instante de tiempo, la potencia fluye desde el subsistema eléctrico hacia el subsistema mecánico y un instante después el sentido de la potencia se invierte. En la máquina de inducción, operando como motor, es importante que el par eléctrico siempre posea un valor positivo y por lo tanto la potencia fluya hacia el subsistema mecánico. Este comportamiento puede obtenerse cuando se aplica el control no lineal Fig. 6.4., en donde se evitan también las oscilaciones del par eléctrico y por lo tanto de la potencia que se convierte en trabajo mecánico.

Un disturbio adicional, que ocurre con frecuencia en la práctica, es un cambio en el valor del par mecánico aplicado. En este trabajo se propuso un observador no lineal con el fin de identificar este parámetro. El funcionamiento del observador puede visualizarse considerando la siguiente secuencia de eventos: la máquina está en una condición de estado estacionario con un par mecánico igual a 10 Nm, en 0.1 seg se aplica un par mecánico de 1700 Nm, posteriormente en 1 seg se restablece el par a 10 Nm. El comportamiento del observador no lineal del Capítulo 4 se presenta en la Fig. 6.6. con una ganancia de $\theta=100$;

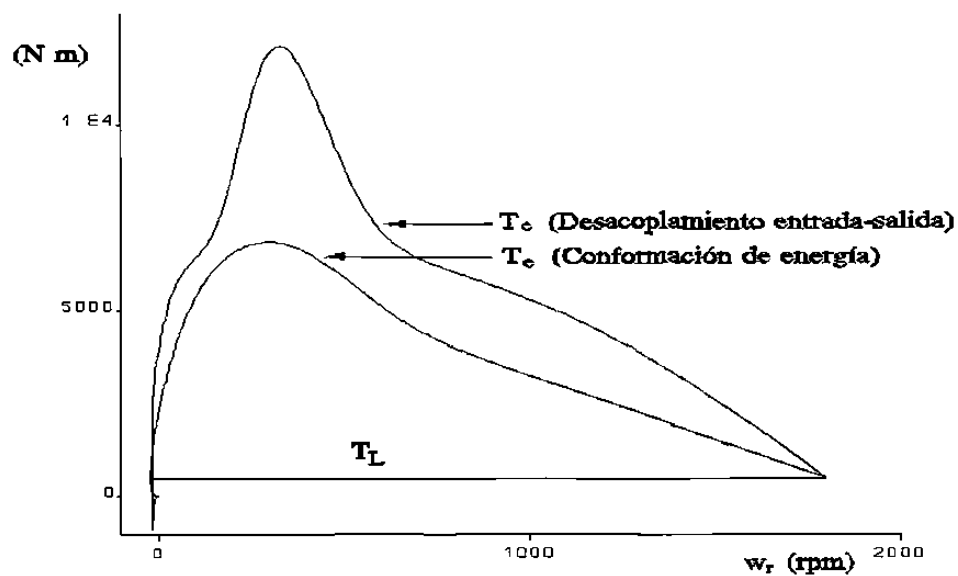


Fig. 6.4. Par eléctrico y par mecánico en función de la velocidad del rotor, en lazo cerrado.

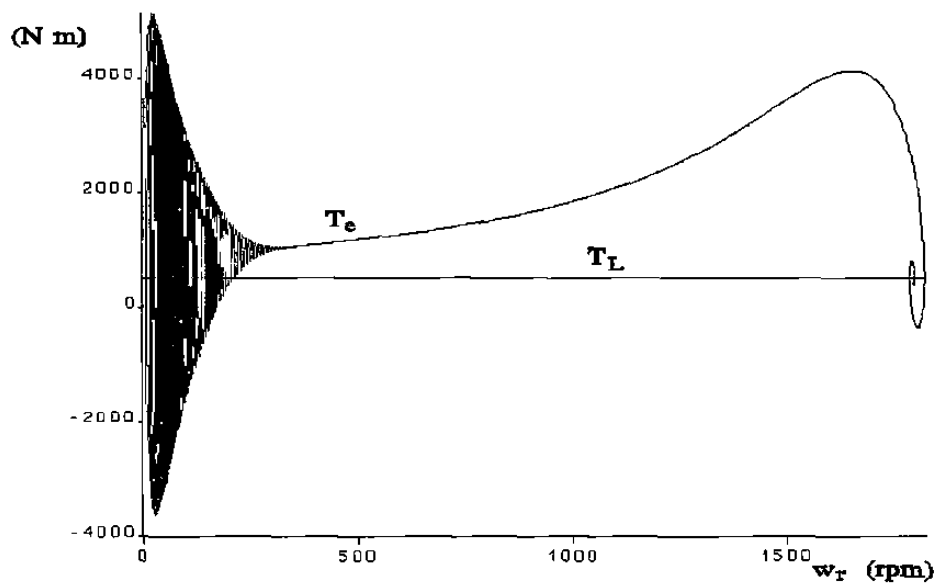


Fig. 6.5. Par eléctrico y par mecánico en función de la velocidad del rotor, en lazo abierto con una alimentación a voltaje y frecuencia nominales.

En la Fig. 6.7. se presenta la estimación del par mecánico utilizando el observador en cascada del Capítulo 5, las ganancias de este observador son $\theta_1=100$ y $\theta_2=80$. La estimación correcta del par mecánico es muy importante porque le permitirá al controlador ser insensible a disturbios de esta naturaleza. En la Fig. 6.8. y Fig. 6.9. se puede apreciar la forma en que este disturbio afecta la velocidad del rotor, cuando la máquina opera en lazo cerrado; en estos casos la velocidad del rotor alcanza nuevamente (sin oscilaciones) el estado estacionario en el valor propuesto para la referencia (1800 rpm). Este comportamiento contrasta con el obtenido en un sistema en lazo abierto, como el presentado en la Fig. 6.10., donde la velocidad tiene valores de estado estacionario diferentes a 1800 rpm, y se presentan oscilaciones subamortiguadas alrededor de los puntos de equilibrio.

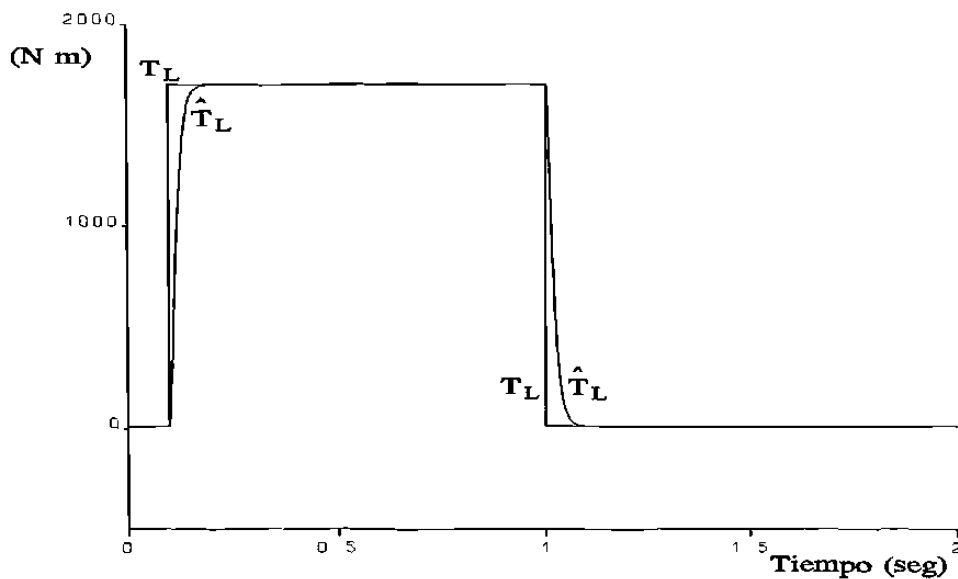


Fig. 6.6. Par mecánico y su valor estimado con el observador del Capítulo 4.

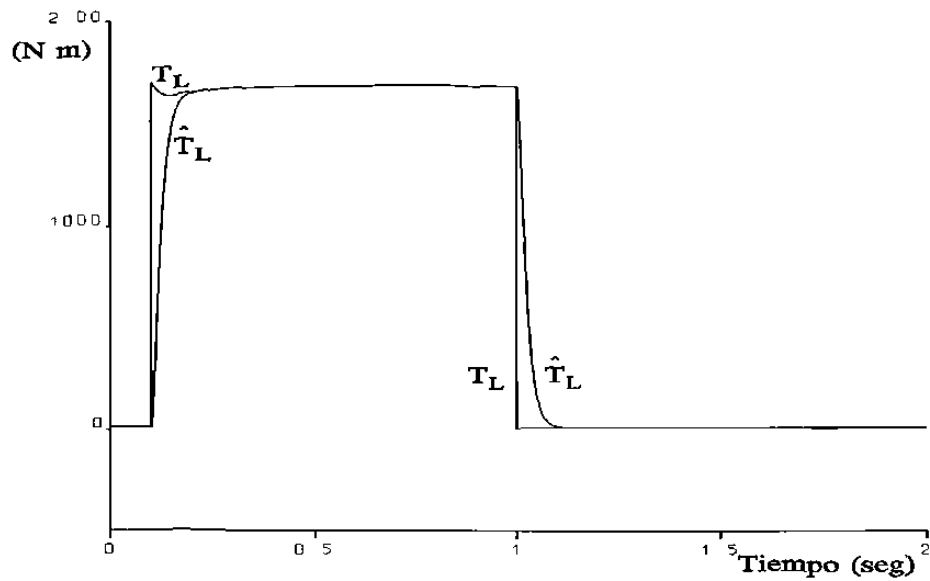


Fig. 6.7. Par mecánico y su estimado utilizando el observador en cascada del Capítulo 5.

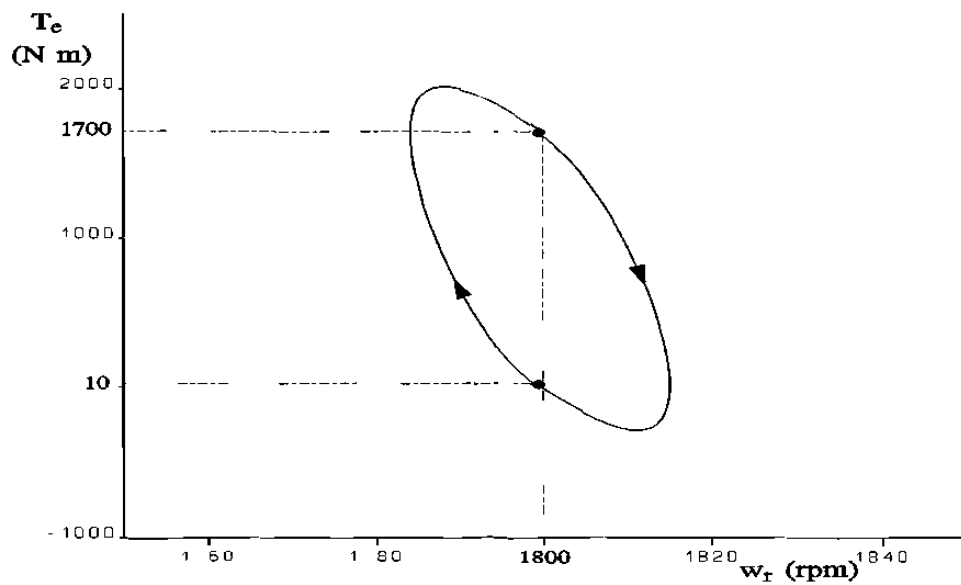


Fig. 6.8. Par eléctrico-velocidad del rotor, durante la aplicación y liberación de un escalón de par mecánico, utilizando la técnica de Conformación de Energía.

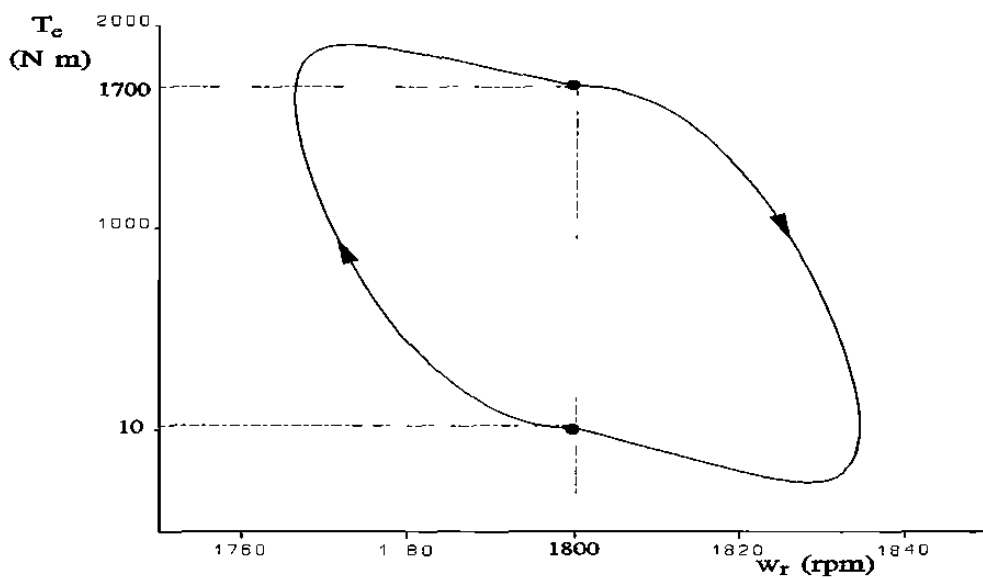


Fig. 6.9. Par eléctrico-velocidad del rotor, durante la aplicación y liberación de un escalón de par mecánico, utilizando la ley desacoplante entrada-salida.

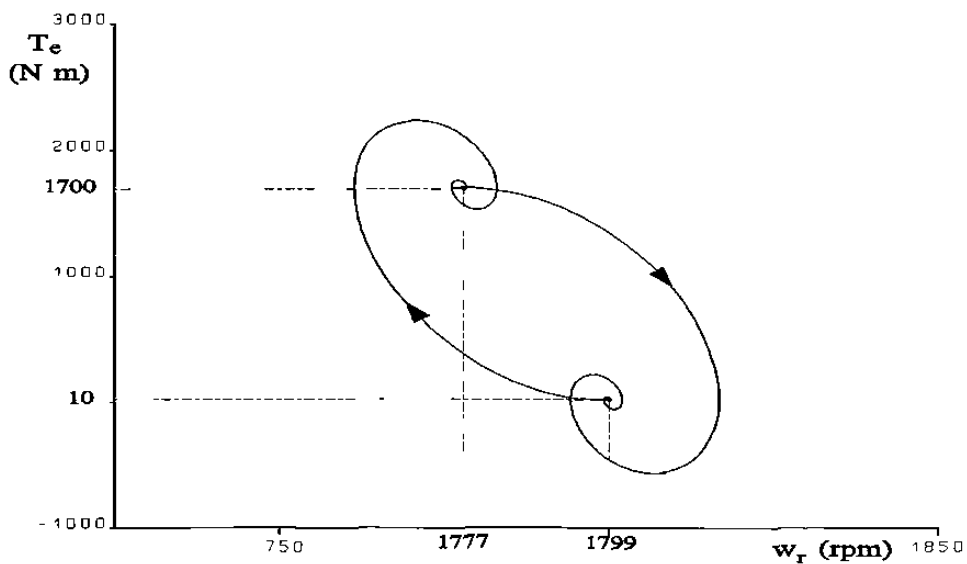


Fig. 6.10. Par eléctrico-velocidad del rotor, en lazo abierto, durante la aplicación y liberación de un escalón de par mecánico.

CAPITULO 7

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

A continuación se presentan las conclusiones y aportaciones generales de este trabajo. Posteriormente, se hacen recomendaciones para investigaciones futuras relacionadas con el tema.

7.1 CONCLUSIONES

El control no lineal ha demostrado su utilidad cuando se aplica al problema de la regulación de la velocidad del rotor en una máquina de inducción. Las conclusiones y aportaciones, considerando cada una de las técnicas de control, se describen enseguida:

i) Conformación de Energía

Se obtuvo una nueva ley de control, la cual es sumamente simple ya que partiendo del modelo en coordenadas $qd0$, no necesita un nuevo cambio de coordenadas. Empleando este enfoque de control, se propuso un observador no lineal con el fin de identificar el par mecánico aplicado en la flecha de la máquina.

Se demostró la estabilidad global asintótica del sistema en lazo cerrado, cuando la ley de control depende del valor estimado del par mecánico, el cual es proporcionado por el observador no lineal.

Esta ley de control es en realidad una retroalimentación de salidas medibles, por

lo que no es indispensable la implementación en línea de un observador no lineal que estime los estados de difícil medición.

En este trabajo se clarifica el uso de la tercera entrada y además se define su mapeo a coordenadas de fase. Esto se lleva a cabo cuando la tercera entrada (el voltaje en el eje cero del estator) se iguala numéricamente a la velocidad angular del esquema de referencia, la cual se propone como una función algebraica de salidas medibles.

La ley de control obtenida es fácil de sintonizar y no posee singularidades, aun empleando condiciones iniciales cero; se ha mostrado, que ante incertidumbres típicas, el estado estacionario del error de seguimiento, es prácticamente cero.

Adicionalmente, la consideración de que la derivada de los estados deseados es cero, bajo un esquema de referencia síncrono, permite evitar la necesidad del conocimiento de la aceleración del rotor.

ii) Ley Linealizante Desacoplante Entrada-Salida

Se ha utilizado una ley desacoplante entrada-salida que permite controlar independientemente dos salidas. A diferencia del control por orientación de campo, el cual ha sido interpretado como un control con desacoplamiento asintótico, el control que en este trabajo se emplea es un control con desacoplamiento entrada-salida exacto. Considerando este enfoque de control, se propuso un observador no lineal en cascada con el fin identificar los estados de difícil medición y el par mecánico.

La estabilidad del sistema en lazo cerrado se demostró, cuando la ley de control depende de valores estimados proporcionados por el observador no lineal en cascada.

La implementación de este control necesita dos cambios de coordenadas en espacio de estado y una retroalimentación de estado que significa un cambio de las entradas. Lo anterior tomando en cuenta el modelo original en coordenadas de fase. Estas condiciones traen como consecuencia que la ley desacoplante entrada-salida, necesite un mayor número de cálculos numéricos que los necesarios cuando se aplica la ley obtenida vía Conformación de Energía.

Para las condiciones de simulación presentadas en Capítulos previos, la ley desacoplante entrada-salida posee una respuesta más rápida que la obtenida utilizando el enfoque de Conformación de Energía. En contraste, el comportamiento obtenido cuando se presentan incertidumbres paramétricas, inducen un valor mayor del error cuadrático integral cuando se emplea la ley desacoplante.

Una ventaja de la ley de control desacoplante, es que la salida $|\psi|^2$ puede utilizarse para cumplir con otros objetivos, como la optimización del consumo de energía.

7.2 TRABAJO FUTURO

Un tópico de interés es el referente al estudio de los sistemas no lineales considerando incertidumbres paramétricas, lo que permitirá proponer controles más robustos ante variaciones de este tipo.

Un extensión natural de este trabajo es su implementación práctica. Para lo cual, puede utilizarse un inversor por modulación de ancho de pulso, que a manera de actuador amplifique las señales de control calculadas en un procesador digital de señales. En este procesador reside tanto el cálculo de la ley de control como el del observador no lineal, para lo cual es necesaria la medición de las corrientes del estator y la velocidad

mecánica del rotor.

Otro tópico interesante resulta cuando se consideran objetivos de control, como la posición del rotor, la potencia y el par eléctrico. Algunas aplicaciones que requieren controles de este tipo son los robots, vehículos de transportación y sistemas de bobinado.

APENDICE A
NOMENCLATURA Y PARAMETROS

APENDICE A

A continuación se presenta la nomenclatura utilizada en los dos capítulos centrales de este trabajo de tesis, enseguida se especifican las abreviaturas de las unidades. Posteriormente se proporcionan los parámetros de la máquina de inducción, empleados en cada una de las simulaciones.

- i) Nomenclatura del **Capítulo 4** con variables expresadas en un esquema de referencia variante en el tiempo.

w_r	Velocidad mecánica del rotor
w_{ref}	Referencia de la velocidad mecánica del rotor
i_{ds}, x_1	Corriente del estator en eje directo
i_{qs}, x_2	Corriente del estator en eje cuadratura
i_{0s}	Corriente del estator en eje cero
i_{dr}, x_3	Corriente del rotor en eje directo
i_{qr}, x_4	Corriente del rotor en eje cuadratura
i_{0r}	Corriente del rotor en eje cero
v_{ds}, u_1	Voltaje en eje directo
v_{qs}, u_2	Voltaje en eje cuadratura
v_{0s}, u_3	Voltaje en eje cero
x_{d1}	Corriente del estator deseada en eje directo
x_{d2}	Corriente del estator deseada en eje cuadratura
x_{d3}	Corriente del rotor deseada en eje directo
x_{d4}	Corriente del rotor deseada en eje cuadratura
T_L	Par mecánico

T_e	Par eléctrico
L_s	Inductancia propia del estator
L_r	Inductancia propia del rotor
L_{ls}	Inductancia de dispersión del estator
L_{lr}	Inductancia de dispersión del rotor
L_{sr}	Inductancia mutua entre rotor y estator
R_s	Resistencia del estator
R_r	Resistencia del rotor
n_p	Numero de pares de polos
J	Inercia del rotor
b	Coefficiente de amortiguamiento
ω	Velocidad del esquema de referencia (Transformación $qd0$)
$p, \frac{d}{dt}$	Operador derivada

ii) Nomenclatura en el **Capítulo 5** con variables expresadas en un esquema de referencia ubicado en el estator.

w_r	Velocidad mecánica del rotor
w_{ref}	Referencia de la velocidad mecánica del rotor
$ \Psi _{ref}^2$	Referencia del cuadrado de la magnitud de los flujos del rotor
i_{ds}	Corriente del estator en eje directo
i_{qs}	Corriente del estator en eje cuadratura
Ψ_{dr}	Enlace de flujo del rotor en eje directo
Ψ_{qr}	Enlace de flujo del rotor en eje cuadratura
v_{ds}	Voltaje en eje directo
v_{qs}	Voltaje en eje cuadratura

T_L	Par mecánico
T_e	Par eléctrico
k_0, k_1, k_2	Coefficientes del par mecánico
L_s	Inductancia propia del estator
L_r	Inductancia propia del rotor
L_{ls}	Inductancia de dispersión del estator
L_{lr}	Inductancia de dispersión del rotor
L_{sr}	Inductancia mutua entre el rotor y estator
R_s	Resistencia del estator
R_r	Resistencia del rotor
n_p	Número de pares de polos
J	Inercia del rotor
b	Coefficiente de amortiguamiento
ω	Velocidad del esquema de referencia (Transformación $qd0$)
$p, \frac{d}{dt}$	Operador derivada

iii) Abreviaturas para las unidades

seg	Segundos
N m	Newton metro
HP	Horse power
rad/seg	Radianes por segundo
rpm	Revoluciones por minuto
amp	Amperes
web	Weber
Hz	Hertz

iv) Parámetros de un Motor de Inducción de 500 H.P.

L_s	0.1465 Henrys
L_r	0.1465 Henrys
L_{ls}	0.0032 Henrys
L_{lr}	0.0032 Henrys
L_{sr}	0.1433 Henrys
R_s	0.262 Ohms
R_r	0.187 Ohms
n_p	2
J	11.06 N m
b	0 N m seg/rad
T_L	$1.98e^3$ N m (Nominal)

APENDICE B
PUBLICACIONES

APENDICE B

En esta parte se incluyen algunos de los resultados presentados en esta Tesis y que fueron aceptados en congresos internacionales.

- 1) "*Observation of an induction motor*" presentado en el 6o. Congreso Latino Americano de Controle Automático. Río de Janeiro, Brazil. Septiembre de 1994.
- 2) "*Some results about the control and observation of induction motors*" presentado en American Control Conference. Seattle, Washington, USA. Junio de 1995.

OBSERVATION OF AN INDUCTION MOTOR

Jesús de León M., Rubén Salas C.
 Universidad Autónoma de Nuevo León, F.I.M.E.
 Apartado Postal 97-F, Cd. Universitaria. C.P. 66451
 San Nicolás de los Garza, N.L. MEXICO.

ABSTRACT

This paper deals with the observation of an induction motor. We consider a fifth order nonlinear system, which includes both electrical and mechanical dynamics. An observer in cascade for a class of nonlinear systems is used to estimate the state, and identify the load torque which is a function of the rotor speed. A control law for regulating rotor speed and rotor flux amplitude is applied.

KEYWORDS: Induction motor, identification, nonlinear observers.

I. INTRODUCTION

In this paper we study the observation problem of an induction motor. We consider a fifth order model that is derived using the d - q transformation in stationary reference frame. In Marino *et al* [1], it is proposed a nonlinear adaptive state feedback input-output linearizing control; it is considered the load torque constant but unknown and variations in the rotor resistance. It also assumed full state accessibility. In general, direct measurement of rotor flux is complicated to implement because of the difficulties as reliable production and installation of flux sensors; so it is necessary to estimate the states.

In this paper we develop a different approach to identify the load torque by using an observer. The state estimation and the load torque identification is done by using an observer in cascade for a class of nonlinear systems.

This paper is organized as follows: In Section II a fifth order state space model of an induction motor is given. A nonlinear observer estimating the full state and the load torque is proposed in Section III. Finally, some simulations are given in Section IV.

II. MATHEMATICAL MODEL

We consider the following fifth order model for an induction motor

$$\frac{dw}{dt} = \Lambda_1 \Psi_a i_b - \Lambda_1 \Psi_b i_a + \Lambda_2 T_L \quad (1)$$

$$\frac{d\Psi_a}{dt} = \Lambda_3 M i_a - \Lambda_3 \Psi_a - n_p w \Psi_b \quad (2)$$

$$\frac{d\Psi_b}{dt} = n_p w \Psi_a + \Lambda_3 M i_b - \Lambda_3 \Psi_b \quad (3)$$

$$\frac{di_a}{dt} = \Lambda_3 \Lambda_4 \Psi_a + \Lambda_4 n_p w \Psi_b + \Lambda_5 i_a + \Lambda_6 u_a \quad (4)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \Lambda_3 \Lambda_4 \Psi_b - \Lambda_4 n_p w \Psi_a + \Lambda_5 i_b + \Lambda_6 u_b \quad (5)$$

where a and b subindexes correspond to the orthogonal magnetic axes d and q , in a stationary reference frame. We assume that all machine parameters are known, except the load torque. The expressions for the constants Λ_i as function of the machine parameters are:

$$\Lambda_1 = \frac{n_p M}{J L_r} ; \Lambda_2 = -\frac{1}{J} ; \Lambda_3 = \frac{R_r}{L_r} ; \Lambda_4 = \frac{M}{\Lambda_7 L_s L_r}$$

$$\Lambda_5 = -\left(\frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{\Lambda_7 L_s L_r^2} \right) ; \Lambda_6 = \frac{1}{\Lambda_7 L_s} ; \Lambda_7 = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$$

The inputs are the voltages u_a and u_b applied to the stator. The details of nomenclature is included in Appendix.

One of factors which affect the performance of induction motors and for which account must be taken in developing a model capable of high simulation accuracy is the type of the mechanical load. Characteristics are often used to represent the various load types. A pump and fan characteristic may be conveniently represented by

$$T_L = B_L w^2 \quad (7)$$

where B_L is the coefficient associated with the mechanical load.

III. OBSERVER FOR A CLASS OF NONLINEAR SYSTEMS

We consider the class of nonlinear systems of the form:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1(y) x_1 + B u + \phi(y) \\ \dot{x}_2 = A_2(y) x_2 + \Phi_2(x_1, y) \\ y = [y_1 \quad y_2]^T = [C_1 x_1 \quad C_2 x_2]^T \end{cases} \quad (8)$$

with the following hypothesis:

$$H1) \text{ The subsystem } \Sigma^* : \begin{cases} \dot{x}_i = A_i(y) x_i ; i = 1, 2 \\ y_i = C_i x_i \end{cases} \quad (9)$$

is observable as far as (y) is known.

H2) The mapping $A_i : (y) \rightarrow A_i(y)$ is uniformly bounded with respect to y .

H3) The mapping $\Phi_2 : (x_1, y) \rightarrow \Phi_2(x_1, y)$ is locally Lipschitz with respect to x_1 and uniformly bounded with respect to y . We assume that this term does not affect the observability property.

Remark. $\phi(y)$ is the output injection and does not affect the observability of the system.

Proposition 1:

Consider the system Σ_{NL} , with $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$,

with each subsystem verifying the hypothesis (H1, H2, H3), then an exponential observer for Σ_{NL} is given by

$$\text{O: } \begin{cases} \dot{z}_1 = A_1(y) z_1 + B u + \phi(y) - S_{\theta_1}^{-1}(t) C_1^T [C_1 z_1 - y_1] \\ \dot{z}_2 = A_2(y) z_2 + \Phi_2(z_1, y) - S_{\theta_2}^{-1}(t) C_2^T [C_2 z_2 - y_2] \\ \dot{S}_{\theta_i} = -\theta_i S_{\theta_i}(t) - S_{\theta_i}(t) A_i(y) - A_i^T(y) S_{\theta_i}(t) + C_i^T C_i \end{cases} \quad (10)$$

where $i=1,2$, S_{θ_i} is a symmetric positive matrix with $\theta_1 > \theta_2 > 0$ sufficiently large and z_i is the estimate of the state x_i . Further, if we set $e_i = z_i(t) - x_i(t)$, the error equations are stable and converge exponentially to zero; more precisely the norm of the errors is

$$\|e_i\| \leq K_i \exp^{-\frac{\theta_i t}{2}} ; i = 1, 2 \quad (11)$$

where K_i are constants which depend on the initial conditions.

Proof.

Taking the derivative of the error

$$\dot{e}_1 = [A_1(y) - S_{\theta_1}^{-1}(t) C_1^T C_1] e_1 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = & [A_2(y) - S_{\theta_2}^{-1}(t) C_2^T C_2] e_2 \\ & + [\Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(x_1, y)] \end{aligned} \quad (13)$$

Consider the following Lyapunov function

$$W = V_1 + V_2 \quad (14)$$

where

$$V_i = e_i^T S_{\theta_i}(t) e_i ; i = 1, 2 \quad (15)$$

since that $S_{\theta_1}(t)$ and $S_{\theta_2}(t)$ are symmetric positive definite matrices, such that

$$S_{\theta_i}(t) \geq \alpha_i I ; i = 1, 2 \quad (16)$$

where α_i are positive constants and I is the identity matrix, then

$$V_i = e_i^T S_{\theta_i}(t) e_i \geq \alpha_i e_i^T e_i = \alpha_i \|e_i\|^2 ; i = 1, 2 \quad (17)$$

The derivative of W with respect to time along the trajectories of (12) and (13) and using the third equation in (10) is given by

$$\dot{W} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (18)$$

where

$$\dot{V}_1 = -\theta_1 e_1^T S_{\theta_1}(t) e_1 - e_1^T C_1^T C_1 e_1 \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -\theta_2 e_2^T S_{\theta_2}(t) e_2 - e_2^T C_2^T C_2 e_2 \\ & + 2e_2^T S_{\theta_2}(t) [\Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(x_1, y)] \end{aligned} \quad (20)$$

Given that

$$e_i^T C_i^T C_i e_i \geq 0 ; i = 1, 2 \quad (21)$$

then, the equation (19) can be written as

$$\dot{V}_1 \leq -\theta_1 V_1 \quad (22)$$

from (20), and taking the norm, we get

$$\dot{V}_2 \leq -\theta_2 V_2 + 2\sqrt{V_2} \|\Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(x_1, y)\| \quad (23)$$

or

$$\dot{V}_2 \leq -\theta_2 V_2 + 2\sqrt{V_2} L_2 \|e_1\| \quad (24)$$

where

$$\|\Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(x_1, y)\| \leq L_2 \|e_1\| \quad (25)$$

L_2 is a Lipschitz constant. Using (17), we obtain

$$\alpha_1 \|e_1\|^2 \leq V_1 \leq V_1(0) \exp^{-\theta_1 t} \quad (26)$$

Hence

$$\|e_1\| \leq K_1 \exp^{-\frac{\theta_1 t}{2}} ; K_1 = \sqrt{\frac{V_1(0)}{\alpha_1}} \quad (27)$$

Now replacing (27) into (24), we have

$$\dot{V}_2 \leq -\theta_2 V_2 + 2\sqrt{V_2} L_2 K_1 \exp^{-\frac{\theta_1 t}{2}} \quad (28)$$

From the equation (17)

$$\sqrt{V_2} \geq \sqrt{\alpha_2} \|e_2\| \quad (29)$$

then

$$\frac{d}{dt} \|e_2\| \leq -\frac{\theta_2}{2} \|e_2\| + N \exp^{-\frac{\theta_1 t}{2}} ; N = \frac{L_2 K_1}{\sqrt{\alpha_2}} \quad (30)$$

Integrating, we have

$$\begin{aligned} \|e_2(t)\| \leq & \|e_2(0)\| \exp^{-\frac{\theta_2 t}{2}} \\ & + \exp^{-\frac{\theta_2 t}{2}} \left\{ \frac{2N \left[\exp^{-\frac{(\theta_1 - \theta_2)t}{2}} - 1 \right]}{\theta_2 - \theta_1} \right\} \end{aligned}$$

Taking $\theta_1 > \theta_2$. Then

$$\begin{aligned} \|e_2(t)\| \leq & \exp^{-\frac{\theta_2 t}{2}} \left\{ \|e_2(0)\| + \frac{2N \left[\exp^{-\frac{(\theta_1 - \theta_2)t}{2}} - 1 \right]}{\theta_2 - \theta_1} \right\} \\ \leq & K_2 \exp^{-\frac{\theta_2 t}{2}} \end{aligned} \quad (32)$$

This ends the proof. \square

In order to implement the observer, the induction motor model can be rewritten as

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ \Psi_a \\ \Psi_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Lambda_3 \Lambda_4 & \Lambda_4 n_p w \\ 0 & 0 & -\Lambda_4 n_p w & \Lambda_3 \Lambda_4 \\ 0 & 0 & -\Lambda_3 & -n_p w \\ 0 & 0 & n_p w & -\Lambda_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ \Psi_a \\ \Psi_b \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \Lambda_5 i_a + \Lambda_6 u_a \\ \Lambda_5 i_b + \Lambda_6 u_b \\ \Lambda_3 M i_a \\ \Lambda_3 M i_b \end{bmatrix} \end{cases} \quad (33)$$

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} w \\ B_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \Lambda_2 w^2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ B_L \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \Lambda_1 i_b \Psi_a - \Lambda_1 i_a \Psi_b \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (34)$$

where the measurable outputs, for each subsystem, are

$$y_1 = C_1 x_1 = [i_a \quad i_b]^T \quad (35)$$

$$y_2 = C_2 x_2 = w \quad (36)$$

where

$$x_1 = [i_a \quad i_b \quad \Psi_a \quad \Psi_b]^T; \quad x_2 = [w \quad B_L]^T \quad (37)$$

We can see that the system Σ_2 is observable if $w \neq 0$.

The structure of the system Σ_1 and Σ_2 is such that we can apply the observer given by (10).

IV. SIMULATIONS

The model of the induction machine given by the expressions (1)-(5) and the observer modelled by (10) have been simulated for a 50 HP motor, whose parameters are listed in the Appendix. The gain θ_1 used is $\theta_1 = 100$ and $\theta_2 = 50$

The inputs applied during the interval 0-0.2 sec are: $u_a = -10 \sin(37t)$ and $u_b = 10 \cos(37t)$. After 0.2 sec the following nonlinear state feedback input-output linearizing control presented in Marino *et al* [1] is applied:

$$v_a = -k_{a1}(w - w_{ref}) - k_{a2}[\Lambda_1(\Psi_a i_b - \Psi_b i_a) + \Lambda_2 T_L - w_{ref}] + \dot{w}_{ref}$$

$$v_b = -k_{b1}(\Psi_a^2 + \Psi_b^2 - |\Psi|_{ref}^2) - k_{b2}[-2\Lambda_3(\Psi_a^2 + \Psi_b^2) + 2\Lambda_3 M(\Psi_a i_a + \Psi_b i_b) - |\Psi|_{ref}^2] + |\Psi|_{ref}^2$$

In Figures (1)-(2), it can be appreciated the convergence of the observer during the acceleration from stall; the initial conditions are given too. The Figure (1) presents the rotor flux linkage in direct axis, which corresponds to one variable of the first subsystem in (33). Figure (2) shows the identification of the coefficient associated with the mechanical load, which is one variable in the second subsystem (34). We can see from these Figures, the observer worked quite well. In the first subsystem the convergence time is no more than 0.1 sec. From Figure 2 one sees that the estimate for B_L reaches its

true value from initial offset of $400e-3$ in 0.4 sec. approximately.

The reference signal for speed, reported in Figure (3), consists of step function, smoothed by means of second order polynomial. In this figure we show the trajectory of the motor tracking the desired trajectory of w . The dynamic performances are satisfactory, excepting for an initial short time interval, due to a wrong B_L and states estimates.

V. CONCLUSIONS

A nonlinear observer in cascade for an induction motor, which allows an estimation of the unmeasurable states and identifies the unknown load torque, has been presented. The convergence rate of the observer can be adjusted arbitrarily by the parameter θ_1 in (10).

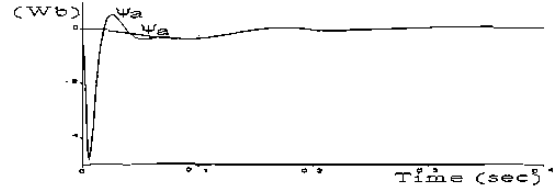


Fig. 1 Rotor flux linkage in direct axis. Initial conditions: $\Psi_a(0) = 0, \Psi_b(0) = -0.5$.

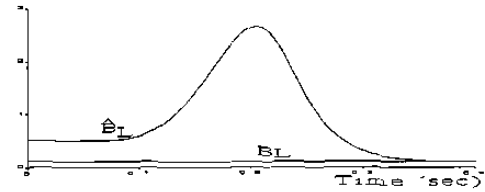


Fig. 2 Coefficient of the mechanical load. Initial conditions: $B_L(t) = 100e-3, B_L(0) = 500e-3$.

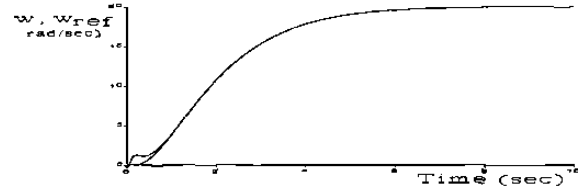


Fig. 3 Rotor speed and its reference.

APPENDIX

w	Rotor speed
i_a, i_b	Stator current in direct axis and quadrature axis
Ψ_a, Ψ_b	Rotor flux linkage in direct axis and quadrature axis
v_a, v_b	Voltage in direct axis and quadrature axis
T_L	Load torque (208.9 N m, rated)
B_L	Coefficient of mechanical load (100e-3)
M	Mutual inductance (0.0347 H)
n_p	Number of pole pairs (2)
J	Rotor inertia (1.662 Kg m^2)
R_s, R_r	Stator and rotor resistance (0.087 Ω , 0.228 Ω)
L_s, L_r	Stator and rotor inductance (0.0355 H, 0.0355 H)

REFERENCES

- [1] R. Marino, S. Peresada, P. Valigi. "Adaptive Input-Output Linearizing Control of Induction Motors". IEEE Trans. on Aut. Control, Vol. 38, No. 2, February 1993.
- [2] J. de León M., T. Chorot. "On observers for a class of nonlinear systems". 30th Conference on Decision and Control. Brighton, England. December 1991.

SOME RESULTS ABOUT THE CONTROL AND OBSERVATION OF INDUCTION MOTORS

Rubén Salas Cabrera and Jesús de León Morales
Universidad Autónoma de Nuevo León, F.I.M.E.
Apartado Postal 148-F, Cd. Universitaria. C.P. 66451
San Nicolás de los Garza, N.L. MEXICO. Phone/Fax (+52)83 76 45 14

ABSTRACT

This paper deals with the observation and control of an induction motor. An observer in cascade for a class of nonlinear systems is used to estimate the state, and identify a component of the load torque which is a function of the rotor speed. A control law with two goals of regulating rotor speed and rotor flux amplitude is applied; and we show that the resulting closed loop system, which depends on the estimates, is asymptotically stable.

I. INTRODUCTION

In this paper we study the squirrel-cage symmetrical three-phase induction motor, under the assumption of linear magnetic circuits. We consider a fifth order model, which is derived using the d - q transformation in stationary reference frame.

The induction motor is used in a wide variety of applications as a means of converting electric power to mechanical work, it is due to its reliability, ruggedness, and relatively low cost. However, the induction motor presents a challenging control problem. This is due primarily to the following issues:

- 1) The dynamical system is nonlinear.
- 2) Two of the state variables (electric rotor variables) are not usually measurable.
- 3) The physical parameters (resistances, inductances, for example) involved are most often not precisely known.

Marino *et al* [1] propose a nonlinear adaptive state feedback input-output linearizing control, assuming full state measurement. In this paper we relax this assumption using an observer in cascade for a class of nonlinear systems. Combining the control law proposed in [1] and this observer, we prove the stability of the augmented system that means the separation principle is verified.

On the other hand, one of the factors which affect the performance of induction motors and for which account must be taken in developing a control capable of high accuracy is the type of the load torque. In the following, we assume that the load torque is a polynomial function of the rotor speed, that is

$$T_L = k_0 + k_1 \omega + k_2 \omega^2 \quad (1)$$

where k_0 , k_1 , k_2 are some constants associated with the

mechanical system.

In this paper we develop an approach to identify one of the three components in (1). Here, we select to identify the term of the load torque $k_2 \omega^2$, this is the significant component in large scale fluid systems such as centrifugal pumps and fans. The terms k_0 and $k_1 \omega$ are assumed known.

This paper is organized as follows: In Section II a fifth order state space model of an induction motor is given. A control law tracking a desired signal is given in Section III. A nonlinear observer estimating the full state and the component of the load torque is proposed in Section IV. In Section V, we show that the system using the control law, which depends on the estimates, and the observer both are stable. Finally, some simulations are given in Section VI.

II. MATHEMATICAL MODEL

We consider a fifth order model, denoted as Σ_{NL} , for the induction motor

$$\Sigma_{NL} : \{ \dot{x} = f(x) + g(x) u \quad (2)$$

with

$$x = [\omega \quad \psi_a \quad \psi_b \quad i_a \quad i_b]^T$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \psi_a i_b - \Lambda_1 \psi_b i_a + \Lambda_2 T_L \\ \Lambda_3 M i_a - \Lambda_3 \psi_a - n_p \omega \psi_b \\ n_p \omega \psi_a + \Lambda_3 M i_b - \Lambda_3 \psi_b \\ \Lambda_3 \Lambda_4 \psi_a + \Lambda_4 n_p \omega \psi_b + \Lambda_5 i_a \\ \Lambda_3 \Lambda_4 \psi_b - \Lambda_4 n_p \omega \psi_a + \Lambda_5 i_b \end{bmatrix}$$

and

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Lambda_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_6 \end{bmatrix}^T ; \quad u = [u_a \quad u_b]^T$$

where a and b subindexes correspond to the orthogonal magnetic axes d and q , in a stationary reference frame. We assume that all machine parameters are known, except the component of the load torque $k_2 \omega^2$. The expressions for the constants Λ_i as function of the machine parameters are:

$$\Lambda_1 = \frac{n_p M}{J L_r} ; \quad \Lambda_2 = -\frac{1}{J} ; \quad \Lambda_3 = \frac{R_r}{L_r} ; \quad \Lambda_4 = \frac{M}{\Lambda_1 L_s L_r}$$

$$\Lambda_5 = - \left(\frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{\Lambda_7 L_s L_r^2} \right); \quad \Lambda_6 = \frac{1}{\Lambda_7 L_s}; \quad \Lambda_7 = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$$

The inputs are the voltages u_a and u_b applied to the stator. Additional details of the nomenclature are given in Appendix.

III. CONTROL LAW

In this section we consider the transformation $y=T(x)$ eq. (38) in [1], denoted here as $\xi=T(x)$. Define the following outputs to be controlled:

$$y_{c1} = w = \phi_1 \quad (7)$$

$$y_{c2} = \psi_a^2 + \psi_b^2 = |\psi|^2 = \phi_2 \quad (8)$$

In ξ coordinates, the input-output linearizing feedback is given by

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix} = D^{-1} \begin{bmatrix} v_a - L_f^2 \phi_1 \\ v_b - L_f^2 \phi_2 \end{bmatrix}$$

where $v=[v_a, v_b]^T$ is the new input vector, D is the decoupling matrix and L_f is the Lie derivative.

In order to track desired smooth reference signals $w_{ref}(t)$ and $|\psi|_{ref}^2(t)$, the input signals v_a and v_b , in original coordinates are given by

$$v_a = -k_{a1}(w - w_{ref}) - k_{a2} \left[\Lambda_1(\psi_a i_b - \psi_b i_a) + \Lambda_2 T_L - \frac{d}{dt} w_{ref} \right] + \frac{d^2}{dt^2} w_{ref} \quad (10)$$

$$v_b = -k_{b1}(\psi_a^2 + \psi_b^2 - |\psi|_{ref}^2) - k_{b2} \left[-2\Lambda_3(\psi_a^2 + \psi_b^2) + 2\Lambda_3 M(\psi_a i_b + \psi_b i_b) - \frac{d}{dt} |\psi|_{ref}^2 \right] + \frac{d^2}{dt^2} |\psi|_{ref}^2 \quad (11)$$

where k_{a1} , k_{a2} , k_{b1} and k_{b2} are constant design parameters. Now, chosen a new change of coordinates of the form

$$\lambda = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3 \quad \xi_4]^T = [r_1 \quad \dot{r}_1 \quad r_2 \quad \dot{r}_2]^T$$

$$\lambda = \xi - R = T(x) - R$$

where

$$R = [r_1 \quad \dot{r}_1 \quad r_2 \quad \dot{r}_2]^T = \left[w_{ref} \quad \frac{d}{dt} w_{ref} \quad |\psi|_{ref}^2 \quad \frac{d}{dt} |\psi|_{ref}^2 \right]^T \quad (13)$$

The form of the system, see [1], in λ - ξ_5 coordinates becomes

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{\lambda} = A \lambda \\ \dot{\xi}_5 = F(\lambda + R, \xi_5) \end{cases} \quad (14)$$

where

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_{a1} & -k_{a2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -k_{b1} & -k_{b2} \end{bmatrix}$$

To prove that the system λ is stable, we can see that the matrix A is stable (with k_{a1} , k_{a2} , k_{b1} , k_{b2} appropriate), then the following Lyapunov function exists

$$V = \lambda^T P \lambda$$

where P is solution of the equation

$$A^T P + P A = -Q \quad (17)$$

and P , Q are symmetric positive definite matrices. We assume that the rotor flux angle ξ_5 is modulo $\kappa\pi$ stable, for some integer κ .

IV. OBSERVER FOR A CLASS OF NONLINEAR SYSTEMS

We consider the class of nonlinear systems of the form:

$$\Sigma_{NLo} : \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1(y) x_1 + \Phi_1(y) + Bu \\ \dot{x}_2 = A_2(y) x_2 + \Phi_2(x_1, y) \\ y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 x_1 \\ C_2 x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

with the following hypothesis:

H1) The subsystem

$$\Sigma^* : \begin{cases} \dot{x}_i = A_i(y) x_i & ; \quad i = 1, 2 \\ y_i = C_i x_i \end{cases}$$

is observable as far as (y) is known.

H2) The mappings $A_i : (y) \rightarrow A_i(y)$ and $\Phi_1 : (y) \rightarrow \Phi_1(y)$ are uniformly bounded with respect to y .

H3) The mapping $\Phi_2 : (x_1, y) \rightarrow \Phi_2(x_1, y)$ is locally Lipschitz with respect to x_1 and uniformly bounded with respect to y . We assume that this term does not affect the observability property.

Remark. $\Phi_1(y)$ is the output injection and does not affect the observability of the system.

Proposition 1:

Consider the system Σ_{NLo} , with $x_i \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$, with each subsystem verifying the hypothesis (H1, H2, H3), then an exponential observer for Σ_{NLo} is given by

$$O : \begin{cases} \dot{z}_1 = A_1(y) z_1 + \Phi_1(y) + Bu - S_{\theta_1}^{-1}(t) C_1^T [C_1 z_1 - y_1] \\ \dot{z}_2 = A_2(y) z_2 + \Phi_2(z_1, y) - S_{\theta_2}^{-1}(t) C_2^T [C_2 z_2 - y_2] \\ \dot{S}_{\theta_i} = -\theta_i S_{\theta_i}(t) - S_{\theta_i}(t) A_i(y) - A_i^T(y) S_{\theta_i}(t) + C_i^T C_i \end{cases} \quad (20)$$

where $i = 1, 2$, S_{θ_i} is a symmetric positive matrix for $\theta_1 > \theta_2 > 0$ sufficiently large and z_i is the estimate of the state vector x_i . Further, if we set $e_i = z_i(t) - x_i(t)$, the observation error equations are stable and converge exponentially to zero. More precisely the norm of the errors is

$$\|e_i\| \leq K_i \exp^{-\gamma_i t} ; i=1,2$$

where γ_1, γ_2 are positive constants and with K_1, K_2 which depend on the initial conditions.

Proof:

The reader is referred to [2] to see this proof \square

The induction motor model can be rewritten as

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ \psi_a \\ \psi_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Lambda_3 \Lambda_4 & \Lambda_4 n_p w \\ 0 & 0 & -\Lambda_4 n_p w & \Lambda_3 \Lambda_4 \\ 0 & 0 & -\Lambda_3 & -n_p w \\ 0 & 0 & n_p w & -\Lambda_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ \psi_a \\ \psi_b \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \Lambda_5 i_a \\ \Lambda_5 i_b \\ \Lambda_3 M i_a \\ \Lambda_3 M i_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_6 u_a \\ \Lambda_6 u_b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (22)$$

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} w \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \Lambda_2 w^2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ k_2 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \Lambda_1 i_b \psi_a - \Lambda_1 i_a \psi_b + \Lambda_2 k_0 + \Lambda_2 k_1 w \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

where k_0, k_1 are known and we identify k_2 . The measurable outputs for each subsystem are

$$y_1 = C_1 x_1 = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} ; C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y_2 = C_2 x_2 = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} w \\ k_2 \end{bmatrix} = w$$

where

$$x_1 = [i_a \quad i_b \quad \psi_a \quad \psi_b]^T ; x_2 = [w \quad k_2]^T$$

The structure of the system Σ_1 and Σ_2 is such that we can apply the observer given by (20).

V. SEPARATION PRINCIPLE

We are now going to study the stability of the closed-loop system, that means, we consider the problem of stability of the augmented system when the control law is taken as a function of the state estimate.

Let us consider the observation error equations

$$\dot{e}_1 = [A_1(y) - S_{\theta_1}^{-1}(t) C_1^T C_1] e_1$$

$$\dot{e}_2 = [A_2(y) - S_{\theta_2}^{-1}(t) C_2^T C_2] e_2 + \Phi_2(z_1, y) - \Phi_2(z_1, y)$$

with the measurable outputs

$$y = Cx = \begin{bmatrix} C_1 x_1 \\ C_2 x_2 \end{bmatrix}$$

for simplicity, we consider the above system of the following form

$$\dot{e} = [A(y) - S_{\theta}^{-1}(t) C^T C] e + \Gamma(z, y) - \Gamma(z-e, y)$$

where

$$[A(y) - S_{\theta}^{-1}(t) C^T C] = \begin{bmatrix} A_1(y) - S_{\theta_1}^{-1}(t) C_1^T C_1 & 0 \\ 0 & A_2(y) - S_{\theta_2}^{-1}(t) C_2^T C_2 \end{bmatrix}$$

and

$$\Gamma(z, y) - \Gamma(z-e, y) = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_2(z, y) - \Phi_2(z-e, y) \end{bmatrix}$$

with

$$e = [e_1 \quad e_2]^T ; z = [z_1 \quad z_2]^T$$

We now rewrite the system in (14)

$$\dot{\lambda} = A \lambda \quad (33)$$

obtained via state space change of coordinates and nonlinear state feedback. From point of view of stability, this an equivalent representation of the system in (2), which assumes the rotor flux angle stability. Note that to show that the origin of λ is asymptotically stable implies the zero tracking error to the reference signals, for the outputs to be controlled y_{c1} and y_{c2} in (7) and (8), respectively.

Define the augmented system

$$S : \begin{cases} \dot{\lambda} = A \lambda \\ \dot{e} = [A(y) - S_{\theta}^{-1}(t) C^T C] e + \Gamma(z, y) - \Gamma(z-e, y) \end{cases}$$

We will study the stability of S , for that we have the following theorem

Theorem 1:

Consider the system λ in (33) obtained via a change of coordinates and nonlinear state feedback depending on the estimated given by the observer O in (20), which satisfies $\exists \mu_1 > 0, \exists \mu_2 > 0, \forall \rho > 0, \exists a(\theta_0) > 0, \forall a(\theta) > a(\theta_0)$. Then, the origin of the augmented system S (observer, controlled system) is Lyapunov stable and it is an attractor. Moreover a region of attraction is given by

$$\left\{ \lambda \in \mathbb{R}^4 / \|\lambda(0)\| \leq \sqrt{\mu_1} \frac{\rho}{2} \right\} \times \left\{ e \in \mathbb{R}^6 / \|e(0)\| \leq \sqrt{\mu_2} \frac{\rho}{2} \right\}$$

Proof:

Taking a candidate Lyapunov function of the form

$$W(\lambda, e, t) = W_1(\lambda, t) + W_2(e) \quad (36)$$

where

$$W_1(\lambda, t) = [T(x) - R]^T P [T(x) - R] = \lambda^T P \lambda \quad (37)$$

where P is a symmetric positive definite matrix, R is the reference signal in (13), and

$$W_2 = V_1 + V_2$$

where

$$V_i = e_i^T S_{\theta_i}(t) e_i ; \quad i = 1, 2$$

since that $S_{\theta_1}(t)$ and $S_{\theta_2}(t)$ are symmetric positive definite matrices, then

$$\sigma_i I \geq S_{\theta_i}(t) \geq \alpha_i I ; \quad i = 1, 2$$

where $\sigma_1, \sigma_2, \alpha_1$ and α_2 are positive constants and I is the identity matrix, then

$$V_i = e_i^T S_{\theta_i}(t) e_i \geq \alpha_i e_i^T e_i = \alpha_i \|e_i\|^2 ; \quad i = 1, 2 \quad (41)$$

$$V_i = e_i^T S_{\theta_i}(t) e_i \leq \sigma_i e_i^T e_i = \sigma_i \|e_i\|^2$$

or

$$W_2(e) = e^T S_{\theta} e \geq \beta_1 \|e\|^2 \quad (42)$$

for some $\beta_1 > 0$, with

$$S_{\theta} = \begin{bmatrix} S_{\theta_1}(t) & 0 \\ 0 & S_{\theta_2}(t) \end{bmatrix}$$

Set

$$-[T(x) - R]^T Q [T(x) - R] \leq -\eta W_1(\lambda, t)$$

where η is a positive constant.

Given that P is solution of the Lyapunov equation in (17), then the derivative of (37) with respect to time is

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_1(\lambda, t) &\leq -\eta W_1(\lambda, t) \\ &+ 2\sqrt{W_1(\lambda, t)} \left\| \frac{\partial T(x)}{\partial x} \right\| \|g(x)\| \|u(z) - u(x)\| \end{aligned} \quad (45)$$

Set $z, x \in B(0, \rho)$, the ball centered in 0 and radius $\rho > 0$, then

$$\begin{aligned} \|g(x)\| &\leq L_1(\rho) ; \quad \left\| \frac{\partial T(x)}{\partial x} \right\| \leq L_2(\rho) \\ \|u(z) - u(x)\| &\leq L_3(\rho) \|e\| \end{aligned}$$

where $L_i(\rho)$, $i = 1, 2, 3$, are globally Lipschitz constants. Replacing the above expression in (45), we obtain finally

$$\frac{d}{dt} \sqrt{W_1(\lambda, t)} \leq -\frac{\eta}{2} \sqrt{W_1(\lambda, t)} + L(\rho) \|e\| \quad (47)$$

where

$$L(\rho) = L_1(\rho) L_2(\rho) L_3(\rho)$$

Now, using (41), the fact that

$$\|\Phi_2(z, y) - \Phi_2(x, y)\| \leq L_2 \|e\|$$

and

$$\|e_1\| \|e_2\| \leq \frac{1}{2} \left[\epsilon^2 \|e_1\|^2 + \frac{1}{\epsilon^2} \|e_2\|^2 \right]$$

for all ϵ arbitrary. Then the derivative of the second term in (36) is

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} W_2(e) &\leq -(\theta_1 \alpha_1 - \sqrt{\sigma_2} L_2 \epsilon^2) \|e_1\|^2 \\ &- \left[\theta_2 \alpha_2 - \frac{\sqrt{\sigma_2} L_2}{\epsilon^2} \right] \|e_2\|^2 \end{aligned}$$

Choosing ϵ and θ_1, θ_2 , such that the above inequality verifies

$$\frac{d}{dt} W_2(e) \leq -b(\theta) \|e\|^2 \leq -a(\theta) W_2(e) ; \quad \theta = (\theta_1, \theta_2)$$

where $b(\theta)$ and $a(\theta)$ are positive functions of θ , see [3]. Then

$$W_2(e) \leq W_2(e(0)) \exp^{-a(\theta)t} \quad (53)$$

and with (42), we obtain

$$\|e\| \leq \sqrt{\frac{W_2(e(0))}{\beta_1}} \exp^{-\frac{a(\theta)t}{2}}$$

Replacing the above expression in (47) and integrating, we obtain

$$\begin{aligned} \sqrt{W_1(\lambda, t)} &\leq \exp^{-\eta t/2} \sqrt{W_1(\lambda(0))} \\ &+ \frac{L(\rho) \sqrt{W_2(e(0))}}{\gamma \sqrt{\beta_1}} \exp^{-\eta t/2} (1 - \exp^{-\gamma t}) \end{aligned}$$

with

$$\gamma = \frac{a(\theta) - \eta}{2}$$

Choosing $a(\theta) > \eta$, which means that the dynamic of the observer is faster than the dynamic of the system, then

$$\sqrt{W_1(\lambda, t)} \leq \exp^{-\eta t/2} \sqrt{W_1(\lambda(0))} + \frac{L(\rho) \sqrt{W_2(e(0))}}{\gamma \sqrt{\beta_1}} \exp^{-\eta t/2} \quad (57)$$

From (53) and (57), we conclude that W is Lyapunov stable.

Now, we are going to characterize the domain of stability of S . For that, we consider $W_1, W_2, \exists \beta_1 > 0$ and $\exists \beta_2 > 0$ such that

$$\beta_1 \|\lambda(t)\|^2 \leq W_1(\lambda, t) \leq \beta_2 \|\lambda(t)\|^2 \quad (58)$$

and

$$\beta_1 \|e(t)\|^2 \leq W_2(e) \leq \beta_2 \|e(t)\|^2 \quad (59)$$

Choosing

$$\|\lambda(0)\| \leq \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} \frac{\rho}{2} = \sqrt{\mu_1} \frac{\rho}{2} \quad (60)$$

$$\|e(0)\| \leq \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} \frac{\rho}{2} = \sqrt{\mu_2} \frac{\rho}{2} \quad (61)$$

using (59) and (61) in the equation (53), we obtain

$$\|e(t)\| \leq \frac{1}{\sqrt{\beta_1}} \sqrt{W_2(e)} \leq \frac{1}{\sqrt{\beta_1}} \sqrt{W_2(e(0))} \exp^{-\frac{a(\theta)t}{2}}$$

$$\|e(t)\| \leq \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \|e(0)\| \leq \frac{\rho}{2}$$

The equation (57) can be written as

$$\begin{aligned} \sqrt{\beta_1} \|\lambda(t)\| &\leq \sqrt{W_1(\lambda, t)} \\ &\leq \sqrt{\beta_2} \|\lambda(0)\| + \frac{L(\rho)}{\gamma \sqrt{\beta_1}} \sqrt{\beta_2} \|e(0)\| \end{aligned} \quad (63)$$

Hence, for $\rho > 0$, $\exists a(\theta_0) > 0$ such that $\forall a(\theta) \geq a(\theta_0)$, and

$$\frac{L(\rho)}{\sqrt{\beta_1} [a(\theta) - \eta]} \leq \frac{1}{2}$$

Using (60)-(61) with (63), we obtain

$$\|\lambda(t)\| \leq \frac{1}{\sqrt{\beta_1}} \left[\sqrt{\beta_2} \|\lambda(0)\| + \sqrt{\beta_2} \|e(0)\| \right] \leq \rho$$

This prove the attractivity of the origin of the system. \square

VI. SIMULATIONS

The model of the induction machine given by the expression (2) and the observer modelled by (20) have been simulated for a 50 HP motor, whose parameters are listed in the Appendix. The gains used are $\theta_1 = 100$ and $\theta_2 = 50$.

The inputs applied during the interval 0-0.2 sec are: $u_a = -20 \sin(37t)$ and $u_b = 20 \cos(37t)$. After 0.2 sec the nonlinear control in (10)-(11) depending on the estimates, is applied.

In Figs. (1)-(2) can be appreciated the transient during the acceleration from stall.

The reference signal for speed, reported in Fig. (1), consists of a step function, smoothed by means of second order polynomial. In this figure we show the trajectory of the motor tracking the desired trajectory of ω , excepting for an initial short time interval due to a wrong initial estimates.

Fig. (2) shows the identification of the coefficient associated with the mechanical load k_2 . We can see that the observer worked quite well. In the first subsystem, eq.(22), the convergence time is no more than 0.1 sec. From Fig. 2 one sees that the estimate for k_2 reaches its true value from initial offset of 0.25 in 0.3 sec. approximately.

VII. CONCLUSIONS

A nonlinear observer in cascade for an induction motor, which allows an estimation of the unmeasurable states and identifies a component of the load torque, has been presented. The observer has a convergence rate adjustable varying the parameter θ_1 .

The stability of the augmented system (observer, controlled system) has been proved. These are the main contributions of the paper.

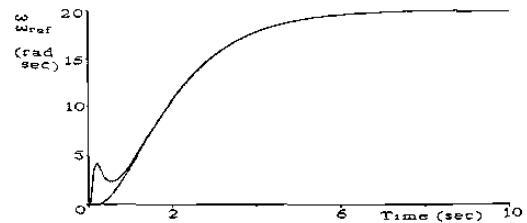


Fig. 1 Rotor speed and its reference.

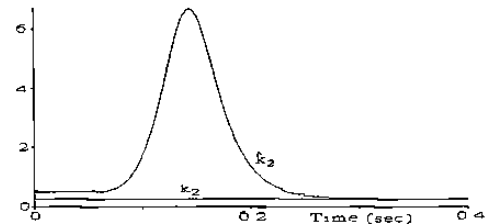


Fig. 2 Coefficient of the mechanical load. Initial conditions : $k_2(t) = 0.25$, $\hat{k}_2(0) = 0.5$.

APPENDIX

- ω Rotor speed
- i_a Stator current in direct axis
- i_b Stator current in quadrature axis
- ψ_a Rotor flux linkage in direct axis
- ψ_b Rotor flux linkage in quadrature axis
- v_a Voltage in direct axis
- v_b Voltage in quadrature axis
- T_L Load torque (208.9 N m, rated)
- k_0, k_1, k_2 Coefficients of the load torque (1.8, 0.32, 0.25)
- M Mutual inductance (0.0347 H)
- n_p Number of pole pairs (2)
- J Rotor inertia (1.662 Kg m^2)
- R_s Stator resistance (0.087 Ω)
- R_r Rotor resistance (0.228 Ω)
- L_s Stator inductance (0.0355 H)
- L_r Rotor inductance (0.0355 H)

REFERENCES

- [1] Marino, R., S. Peresada, P. Valigi (1993). "Adaptive Input-Output Linearizing Control of Induction Motors". *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 38, No. 2.
- [2] De León Morales, J., T. Chorot (1991). "Some results about nonlinear regularly persistent observers". *30th Conference on Decision and Control*. Brighton, England.
- [3] Salas Cabrera Rubén (1995). "Nonlinear Control of Induction Motor". UANL-FIME Ph.D. Thesis, under preparation.

REFERENCIAS

- [1] P. C. Krause, *Analysis of Electric Machinery*. McGraw Hill Editions, 1st Printing 1987.
- [2] R. Ortega, G. Espinosa. "Torque regulation of induction Motors". *Automatica*, Vol. 29, No. 3, pp. 621-633, 1993.
- [3] H. Kubota, K. Matsuse, T. Nakano. "DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor". *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 29, No. 2, March/April 1993 .
- [4] J. H. Yang, W. H. Yu, L. C. Fu. "Nonlinear Observer Based Tracking Control for Induction Motors". *Proc. 1994 ACC*, pp. 1406-1410.
- [5] Hammouri H., Marquès J.C. "Observateurs de systèmes nonlinéaires. Application à l'observation d'une machine asynchrone ". *Laboratoire d'Automatique et de Génie des Procédés. URA D1328 UCB LYON I-CPE*. November 1994.
- [6] Marino R., Paolo Valigi. "Nonlinear control of induction motors: a Simulation Study". *European Control Conference, Grenoble, France*. July 1991.
- [7] Z. Krzseminski , "Nonlinear control of induction motor", in *Proc. 10th IFAC World Congress, Munich, 1987*, pp. 349-354.
- [8] G. C. Verghese, S. R. Sanders. "Observer for flux estimation in induction machines". *IEEE Trans. on Industrial Electronic*, Vol. 35, No. 1, February 1988.
- [9] R. Marino, S. Peresada, P. Valigi. "Adaptive Input-Output Linearizing Control of Induction Motors". *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 38, No. 2, February 1993.
- [10] D. Taylor. "Nonlinear control of electric machines: an overview". *IEEE Control Systems*. December 1994.
- [11] G. Espinosa, R. Ortega. "State observers are unnecessary for induction motor model". *Systems and Control Letters* 23, Nov 1994, pp. 315-323.
- [12] R. Ortega, C. Canudas, S. I. Seleme. "Nonlinear control of Induction Motors:

- Torque Tracking with unknown load disturbance". IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 38, No. 11, Nov. 1993.
- [13] S.I. Seleme Jr., M. Petersson, C. Canudas de Wit. "Torque tracking of induction motors via magnetic energy optimization". Proc. 33th CDC, December 1994.
- [14] R. Ortega. "Passivity properties for stabilization of cascade nonlinear systems". Automatica, 1991, No.2, pp. 423-424.
- [15] J. de León M., T. Chorot. "On observers for a class of nonlinear systems". 30th Conference on Decision and Control. Brighton, England. December 1991.
- [16] J. N. Chiasson, R. T. Novotnak. "Nonlinear speed observer for the PM stepper motor". IEEE Trans. on Automatic Control. Vol. 38, No. 10, October 1993.
- [17] C.C. Chan, W.S. Leung and C.W. Ng. "Adaptive Decoupling Control of Induction Motor Drives". IEEE Ind. Electron., Vol. IE-37, No. 1, pp. 41-47. Feb. 1990.
- [18] W. S. Lin, C. H. Wang. "Optimal design of flux observer in induction machines". ECC 91 European Control Conference, Grenoble, France. July 1991.
- [19] F. Blaschke. "Das Prinzip der feldorientierung, die grundlage für die Transvektorregelung von drehfeldmaschinen". Siemens-Zeitschrift 45 , Heft 10, S. 757 bis 760. 1971.
- [20] J. de León Morales, T. Chorot. "Some results about nonlinear regularly persistent observers". 30th Conference on Decision and Control. Brighton, England. December 1991.
- [21] J. R. Smith. *Response Analysis of A.C. Electrical Machines: Computer Models and Simulation*. Research Studies Pres Ltd, 1990.
- [22] H. Hammouri, J. de León Morales. "Observer synthesis for State-Affine Systems". In IEEE Int. Conference on Decision and Control. Honolulu, Hawaii, 1990.
- [23] Y. Dote. "Existence of limit cycle and stabilization of induction motor via nonlinear state observer". IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-24, No. 3, June 1979.
- [24] A. Deluca, G. Ulivi. "Design of an exact nonlinear controller for induction

- motors". IEEE Trans. Aut. Contr., vol 34, No. 12 pp 1304-1307, 1989.
- [25] D. Kim, I. Ha and M. Ko, "Control of Induction Motors via Feedback Linearization with Input-Output Decoupling", Int. J. Control, Vol. 51, No. 4, pp 863-883, 1990.
- [26] C.M. Liaw, C.T. Pan and Y. C. Chen, "An adaptive controller for current fed induction motor" IEEE Trans. on Aerosp. Electr. Syst., Vol. 24, No. 3, pp. 250-262, 1988.
- [27] S.B. Dewan, G.R. Slemon, A. Straughen. *Power Semiconductor Drives*. John Wiley & Sons. 1984.
- [28] G. Espinosa, R. Ortega. "On the control properties of the nonlinear induction motor model". UNAM Int. Report, 1990.
- [29] W. Leonhard. *Control of Electrical Drives*. Springer Verlag. 2nd. Printing 1990.
- [30] Isidori, A. (1985). *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlang, 2nd. Edition.
- [31] Rodríguez García, L.A. "Control de seguimiento de trayectorias en sistemas no lineales con aplicación a robots manipuladores". Tesis de Maestría. FIME-UANL. Marzo 1995.
- [32] A.E. Fitzgerald, Charles Kingsley Jr, Alexander Kusko. *Electric Machinery*. Mc. Graw Hill Inc. Third Edition, 1971.
- [33] H. K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Macmillan Publishing Company. New York. 1992.
- [34] M. Marcus, H. Minc. *Introduction to Linear Algebra*. Dover Publications, Inc., New York. 1965.
- [35] J. de León M., "Observabilidad y Observadores". Reporte Interno UANL-FIME. 1995.
- [36] Asea Brown Boveri. PC Software SAMI GS Drives. Zurich, Switzerland. 1991.
- [37] M. Jankovic. "A new observer for a class of nonlinear systems". Journal of Mathematical Systems, Estimation and Control. Vol. 3, No.2, 1993, pp.225-246.

