UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

ESTUDIO DE FRECUENCIAS ARMONICAS

T E S I S

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA ING. ELECTRICA CON ESPECIALIDAD POTENCIA ELECTRICA

QUE PRESENTA

ING. OSCAR ROSALES PADILLA

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, NUEVO LEON A JUNIO DE 1995

ESTUDIO DE FRECUENCIAS ARMONICAS

TM
Z5853
.M2
FIME
1995
R673

1995

1020115012

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO

ESTUDIO DE FRECUENCIAS ARMONICAS

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA ING. ELECTRICA CON ESPECIALIDAD POTENCIA ELECTRICA

QUE PRESENTA

ING. OSCAR ROSALES PADILLA

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, NUEVO LEON A JUNIO DE 1995

TM
Z5853
.M2
FIME
1995
R673

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO

Los miembros del Comité de tesis recomendamos que la presente tesis realizada por el Ing. Oscar Rosales Padilla sea aceptada como opción para obtener el grado de Maestro en Ciencias de la Ing. Eléctrica con especialidad en Potencia Eléctrica.

El Comité de Tesis

Asesor
M.C. Miguel Angel Melendez Sandit

Coasesor
M.C. Evelio González Flores

Coasesor
M.C. Juan Diego Garza Gonzále

División de Estudios de Postgrado
M.C. Marco Antonio Méndez Cavazos

San Nicolás de los Garza, N.L. a Junio de 1995

FONDO TESIS

DEDICATORIA

Quiero agradecer a todas aquellas personas, que de alguna manera hicieron posible la realización de esta tesis.

Y de manera muy especial a nuestro asesor M.C. Miguel A. Melendez, quien nos dió los lineamientos para la elaboración de este estudio, su tiempo dedicado y su magnífico apoyo académico.

También mi agradecimiento a los coasesores M.C. Juan Diego Garza y M.C. Evelio González, por su tiempo dedicado a la revisión de este estudio.

Al Ing. Efraín Ramírez V. compañero de tesis, quien su participación fué clave para la culminación de este trabajo.

Quiero dedicar esta tesis, con todo mi amor, a mi familia , por su comprensión en cuanto al tiempo que he dejado de convivir con ellos, por dedicarme a la realización de este estudio. A mi esposa Cindy de la Cruz y a mis hijos : Cindy Dennis, Oscar Hiram y Cristian Isaí .

CONTENIDO

Prólogo 1

Capítulo I Introducción 7

Capítulo II Análisis de fourier..... 17

Capítulo III Análisis de armónicas en sistemas de potencia 47

Capítulo IV El convertidor estático como fuente de generación de armónicas..... 73

Capítulo V Las armónicas y sus efectos.....115

Capítulo VI Medición de armónicas en sistemas de potencia.....143

Capítulo VII Eliminación de armónicas 164

Capítulo VIII Conclusiones y recomendaciones ..185

Bibliografía 188

Glosario de términos.....189

PROLOGO

Armónicos es un fenómeno tan viejo como la corriente eléctrica alterna; como sea, nunca había sido un problema relevante antes de la llegada de (SCRs), computadoras personales, equipo procesador de datos, interruptores de potencia y equipos similares.

Algunos tipos de cargas no lineales pueden generar efectos armónicos en un sistema de distribución de energía.

Los efectos armónicos causan calentamiento anormal entre los transformadores, conductores de los neutros en los circuitos alimentadores y derivados, motores de inducción, etc. Los efectos armónicos son corrientes o voltajes con frecuencias que son multiplos enteros de las frecuencias fundamentales de energía.

Ellas tienen el nombre asociado con el número multiplicador (si la frecuencia fundamental es 60 Hz, la segunda armónica es 120 Hz y la tercera armónica será 180 Hz, etc).

Los efectos armónicos pueden estar presentes en voltaje, corriente o ambos. Esto ocurre cuando la forma de la onda es distorsionada (cuando la forma de la onda varía a partir de una de seno puro).

Las compañias de electricidad tipicamente generan un voltaje que está cerca de la onda seno. Si un usuario conecta una carga lineal como una resistencia de calentamiento, la corriente resultante es una onda seno, y no se presenta el efecto armónico.

Sin embargo, si la carga es no lineal y describe pulsaciones cortas de corriente en cada ciclo, la forma de la onda de corriente es distorsionada (no es senoidal), y fluye corriente armónica.

En un caso típico, cada efecto armónico tendrá una diferente amplitud dependiendo en el tipo de distorsión, pero en general, a mayor distorsión, la corriente armónica es mayor.

La corriente total es una combinación de la fundamental más cada una de las armónicas. Algunos ejemplos de equipo común que produce corrientes armónicas incluye a motores de velocidad variable, controles de temperatura de estado sólido, algunos tipos de luces fluorescentes, equipos de pruebas médico y electrónicos, máquinas eléctricas de oficina, asi como equipos de computadoras personales, impresoras y equipo procesador de datos. Las

computadoras personales son particularmente preocupantes, debido a su gran número, y los variadores de velocidad de motores, debido a su gran tamaño ocasional.

Los voltajes armónicos son generados sobre los voltajes de linea y son causados por corrientes armónicas actuando en una relación de las leyes de ohm con la impedancia de la fuente de potencia, por ejemplo (E = I x Z). Para un ejemplo, 10A de corriente armónica proveniente de una fuente con impedancia de 0.1 ohm, genera un voltaje armónico de 1.0 volts.

Los armónicos del voltaje pueden radiar interferencia en teléfonos y sistemas de comunicación. Además los efectos armónicos en líneas de voltaje generarán corrientes armónicas en cargas lineales como motores de inducción y capacitores de corriente.

Los motores de inducción son particularmente vulnerables en altas frecuencias de efecto armónico en el voltaje por 2 razones:

1.- Las pérdidas por corrientes de EDDY en el motor son proporcionales al cuadrado de la frecuencia

2.- Algunas armónicas, notablemente la quinta, son de secuencia negativa (rotación al revés).

Una buen regla práctica que se puede aplicar a los motores, dice que el total de las distorsiones armónicas en la el votaje de línea deberá ser menor al 5%. De acuerdo con la Ley de Ohm, los efectos armónicos en el voltaje de línea pueden ser reducidos con filtros que reducen la corriente armónica o disminuyendo la impedancia de la fuente, instalando transformadores más

grandes, y conductores más cortos, así como utlizando mejores conectores. La instalación de motores de inducción deben ser planeadas de tal forma que el circuito de alimentación no comparta cargas que generén corrientes armónicas.

Las corrientes armónicas son generadas por cargas no lineales que fluyen a través de componentes del sistema de distribución eléctrica, incluyendo interruptores de circuito, conductores, barras conductoras, tableros, transformadores y generadores.

En la mayoría de los casos, éstos componentes de sistemas eléctricos son diseñados para abastecer equipo calculado y basado en 60 Hz. Cuando se presenta una corriente de efecto armónico, los problemas son parecidos.

A los transformadores no les conviene los efectos armónicos por 2 razones:

1.- Las pérdidas del núcleo por corrientes de eddy, asi como la histerisis tienden a incrementarse con el aumento de la frecuencia. La pérdida de cobre debido al efecto piel también se incrementa con la frecuencia,

2.- Las armonicas causan en ciertos transformadores delta y estrella una circulación de corriente en el bobinado delta. Como ejemplo en el transformador 208/120 volts, que comúnmente alimenta receptáculos en edificios comerciales. En este caso, cargas monofásicas, no lineales conectadas a los receptáculos pueden producir triple efecto armónico, que se suman algebráicamente al neutro. Cuando ésta corriente neutra alcanza al transformador, es reflejada en la delta primaria. Los resultados son que el transformador falla por calentamiento.

TABLEROS ELECTRICOS

Los tableros eléctricos son diseñados para conducir corriente a 60 Hz, por lo cual se convierte en una resonancia mecánica por los campos magnéticos generados por corrientes con frecuencias altas de efectos armónicos. Bajo éstas condiciones el tablero puede vibrar y emitir un sonido audible a la frecuencia del efecto armónico.

INTERRUPTOR DE CIRCUITO.

Si el mecanismo de disparo no está diseñado para responder apropiadamente a los elementos de corriente de alta frecuencia de efectos armónicos, el interruptor podrá dispararse prematuramente a baja corriente o fallar su disparo a la corriente de ajuste.

Un interruptor que responda a valor real rms, o a valores de calentamiento, de la corriente tendrá mejores oportunidades de protegerse contra las cargas de corriente con efectos armónicos.

CONDUCTORES EN SISTEMAS TRIFASICOS

Algunas corrientes armónicas pueden sobrecargar los conductores neutros de los sistemas. Los armonicós que causan estos problemas son llamados "triples" y consisten de 3 o múltiplos impares de 3 , (ejemplo tres, nueve, quince).

Estos efectos armónicos se adicionan antes de cancelarse en el neutro de un sistema trifásico, de 4 hilos. Normalmente el neutro lleva solamente la corriente desbalanceada, pero cuando el "triples" se presenta, es teóricamente posible de tener una corriente neutra a la frecuencia triple, ésto es 1.73 veces mayor que la corriente de fase, aún y cuando la corriente de fase esté perfectamente balanceada.

CONDUCTORES EN SISTEMAS MONOFASICOS

Las computadoras personales son parte de una gran clase de equipos electrónicos que utilizan diodos-capacitores en las fuentes de energía. Estas fuentes energía convierten el voltaje de línea de corriente alterna a un bajo voltaje de corriente directa. El proceso de transformación involucra cargar grandes capacitores, cada línea tiene un ciclo estrecho de pulsasiones de corriente que coinciden en el tiempo, con picos en la línea de voltaje. Este proceso genera efectos armónicos impares, que comúnmente son tercero y quinto, con menores cantidades en el séptimo y noveno.

En los controles de motores de velocidad variable, los convertidores de frecuencia son construídos de 2 tipos, unidades de 6 y 12 pulsos, ellos son nombrados de acuerdo a los pulsos producidos por cada ciclo de la frecuencia variable de salida. Los efectos armónicos primarios producidos son equivalentes al número de pulsos ± 1 (por ejemplo un convertidor de 6 pulsos, genera 5 y 7 efectos armónicos y una unidad de 12, genera 11 y 13).

CAPITULO I

INTRODUCCION

Los equipos eléctricos están diseñados para operar con una onda sinusoidal de voltaje a una frecuencia fija (60 Hz para México). Sin embargo, algunos equipos no generan una corriente senoidal aún cuando son alimentados con una fuente de voltaje perfectamente senoidal. Se dice que estas cargas son *no-lineales* debido a que la relación instantánea entre el voltaje y la corriente no es constante, lo que provoca la generación de las ondas llamadas **armónicas**.

El objetivo de esta tesis es tomando como base el número y los tamaños de los equipos creadores de armónicas en los sistemas eléctricos (tanto industriales como de oficinas).

Ademas dos dos razones principales que nos condujeron a la realización de este estudio de Armónicas, las cuales són :

Analisar la adicción de cargas distorsionadas a los sistemas de potencia

Analisar la efectividad de soluciones propuestas para problemas de los sistemas eléctricos.

Otras areas como la identificación de problemas armónicos y la localización de fuentes de disturbio, la medición de campo y la interpretación de datos.

Los modelos estan disponibles para determinar los flujos de corrientes y voltajes armónicos y sus niveles. Desde estos resultados , el factor de distorsión, el grado de calentamiento de equipo , interferencia en comunicaciones e interferencia en equipo controlado pueden ser predecibles.

Los estudios de armónicas son complicados por las cargas distorsionadas y no lineales. Las no linealidades causan un acoplamiento entre la frecuencia fundamental y las frecuencias armónicas , generalmente , la superposición no puede ser aplicada.

La porción preliminar del estudio de armónicas debe de generalmente incluir decisiones para las siguientes areas :

a).- El modelo del Sistema

b).- El número de armónicas a ser considerado

c).- Flujo de armónicas balanceado o desbalanceado

d).- Contingencias a ser consideradas

e).- Tecnicas analíticas

En la selección del modelo del sistema se requiere el número de buses a incluir y la representacion de cargas. La mas importante consideración en la seleccion del modelo del sistema es la capacitancia que biene a incrementar su importancia por el incremento de armónicas.

Para ver el numero de armónicas a ser consideradas en el estudio de corrientes del sistema con problemas armónicos , la selección esta dada por la medición , la cual muestra las armónicas predominantes. El estudio no debe de limitarse a estas armónicas , sino a investigar soluciones a problemas en resonancia y sus efectos en características

En la decisión que asume las condiciones de los sistemas de potencia balanceados. Con un sistema de tres fases balanceado y con un sistema convertidor de tres fases balanceado , se asume que las fases de corriente y voltaje de armónicas son de igual magnitud y son de secuencia conocida. Bajo estas condiciones, unicamente una fase del sistema requiere ser resuelto.

En operación desbalanceada, esta ocurre cuando la fuente de armónicas es debalanceada, o bien puede resultar de un desbalance del sistema de potencia.

El número de contingencias a ser estudiadas debe de ser consideradas antes del inicio de un proyecto. En un sistema de distribución , la mayor contingencia son el switcheo de bancos de capacitores, y depende de los niveles de cargas que esten en estudio.

Para la técnica analítica se requiere un rango amplio de recursos computacionales, y se presenta difícil su selección , ya que depende de los resultados deseados y la precisión requerida.

Adicionalmente, se está aplicando una gran cantidad de capacitores para corrección del factor de potencia. Los bancos de capacitores no generan armónicas, pero afectan la respuesta del sistema y pueden causar condiciones de resonancia capaces de amplificar el problema de la distorsión.

Las **cargas productoras de armónicas** se pueden agrupar en tres diferentes categorías:

Convertidores estáticos. Estos equipos incluyen principalmente la electrónica de potencia, como controles de velocidad variable en C.A. y C.D., U.P.S. (*no break*), inversores, hornos de inducción, fuentes de poder presentes en computadoras y otros equipos eléctricos de oficina, etc. Además de que éstos equipos son la principal fuente de armónicas, también son algunos de los más sensibles a éstas.

Equipos ferromagnéticos. Estos incluyen transformadores, motores y equipo magnético. Los transformadores en general producen distorsión no mayor al 1%, pero como en un sistema eléctrico existen muchos transformadores el efecto del conjunto puede ser muy alto, especialmente si se encuentran saturados, en cuyo caso aumenta considerablemente su efecto.

Equipos de arco. Tales como hornos de arco, alumbrado fluorescente, máquinas de soldar, punteadoras, etc. Los hornos de arco generan niveles muy altos de armónicas debido a las características no lineales del arco.

ANALISIS DE LAS ARMONICAS.

El efecto de la distorsión en la onda de corriente se puede analisar como si a una onda senoidal puera a la frecuencia fundamental (60 Hz), se le adicionaran ondas senoidales a frecuencias mayores, múltiplos de la fundamental (120 Hz, 180 Hz, 240 Hz). Estas ondas se denominan **Armónicas** y se identifican de acuerdo a su frecuencia con respecto a la fundamental, que se denomina Orden de la Armónica, por lo que podemos tener armónicas de 2o. orden (120 Hz), 3er. orden (180 Hz), etc.

RELACION ENTRE LA DISTORSION EN VOLTAJE Y CORRIENTE.

Las corrientes armónicas generadas en un sistema no son un problema grave por ellas mismas; sin embargo, el conflicto se genera cuando las corrientes armónicas, en conjunto con la impedancia del sistema, producen distorsión en la onda de voltaje y generan armónicas de voltaje. Es por ello que resulta de suma importancia para un correcto análisis armónico no sólo medir

las armónicas presentes en el sistema, sino determinar la impedancia de éste para las armónicas principales.

Es por ello que los efectos de las cargas productoras de armónicas dependen en gran medida de las características del sistema. El hecho de que una carga tenga una onda de corriente distorsionada no es un indicador definitivo de que tendrá un efecto adverso en el sistema de potencia y en las cargas. Los sistemas de potencia son capaces de absorber cierta cantidad de armónicas sin producir problemas notables. La resonancia que involucran los bancos de capacitores es generalmente un factor agravante. Cuando se consideran los efectos de las cargas productoras de armónicas en otros consumidores, la distorsión en voltaje es la primera preocupación.

La distorsión en voltaje es altamente dependiente en la impedancia del sistema. Esta distorsión es la que afecta a otros consumidores de potencia. Sin embargo, la distorsión en corriente puede causar un aumento en las pérdidas e interferencia en las comunicaciones.

Las corrientes armónicas fluyen generalmente de la fuente de armónicas hacia la fuente de la compañía suministradora. Normalmente la impedancia de la fuente es de aproximadamente 1/20 de la impedancia combinada de las cargas conectadas en paralelo, por lo que se espera que entre el 90 y el 95% de la corriente armónica fluirá en la subestación de la suministradora y encontrará un camino de retorno vía el sistema de generación.

EFECTOS DE LAS ARMONICAS.

La distorsión armónica incrementa las pérdidas y el calentamiento de los componentes del sistema de potencia, debido a que incrementa el valor RMS del voltaje de la corriente, aparte de que no contribuye con el trabajo efectivo.

Mayores pérdidas en el sistema. Una parte de las pérdidas en transformadores, motores y conductores es función de la frecuencia, por lo que la presencia de armónicas incrementa las pérdidas en el sistema y en algunos casos reduce la capacidad de los equipos. Es por ello que en sistemas con armónicas los transformadores no se pueden utilizar a toda su capacidad, ya que presentarían un calentamiento excesivo, por lo que sería necesario utilizar equipos de diseño especial.

Envejecimiento prematuro de los equipos. Las armónicas, además de incrementar el calentamiento de los equipos, aumentan el valor pico del voltaje, lo que provoca un envejecimiento prematuro del aislamiento de los equipos.

Bancos de capacitores. Son uno de los primeros elementos en ser dañados por las armónicas; el sobrecalentamiento debido a mayores corrientes es la causa común de la falla. Las corrientes armónicas pueden provocar que se fundan los fusibles, o aún problemas mayores debidos á resonancias con otros elementos del sistema.

Conductores de neutro. Cuando existe una gran cantidad de cargas monofásicas no lineales (como computadoras), las corrientes armónicas generadas por éstas cargas de órdenes múltiplos de la tercera armónica (3,6,9, etc.) se suman en el neutro y pueden generar un elevado calentamiento. Es por ello que en sistemas de energía ininterrumplible (U.P.S.) es necesario sobredimensionaar el conductor neutro.

Motores. Los voltajes distorsionados causan flujos armónicos que son generados en los motores, mismos que contribuyen a incrementar las pérdidas y causan calor, además de provocar torques armónicos que disminuyen considerablemente la vida de los equipos.

Controles electrónicos. La distorsión en voltaje puede también afectar de manera diversa a los controles electrónicos para conversión de potencia, controles de velocidad y fuentes de potencia. Muchos de éstos equipos dependen de una señal exacta que cruce por el cero para generar la sincronización para el disparo de los tiristores. Cuando la onda de voltaje está significativamente distorsionada, éstas señales de sincronía son inexactas y causan funcionamiento no predecible.

Interferencia en las comunicaciones. Las armónicas, por ser ondas a una mayor frecuencia, son más fácilmente irradiadas y pueden interferir con ciertos sistemas de comunicación o con señales electrónicas.

Efectos sobre otros usuarios. Aunque los efectos causados por armónicas en alguna instalación eléctrica puedan ser despreciables, son capaces de provocar problemas a otros usuarios conectados a la misma red.

Es por eso que las compañías suministradoras han establecido o estan estableciendo límites máximos a los niveles de armónicas que un usuario puede inyectar a la red.

Internacionalmente existe una gran cantidad de estándares para limitar los efectos de las armónicas, tanto para el funcionamiento de la red eléctrica como para la seguridad de los usuarios y sus instalaciones.

Existen otros muchos efectos debidos a las armónicas. como pueden ser la oscilación mecánica de los tableros, el ruido, operación errónea de medidores eléctricos, funcionamiento errático de equipo electrónico, etc., por lo que es importante evaluar los efectos sobre el sistema particular de análisis.

RELACION ENTRE LAS ARMONICAS Y TRANSITORIOS

Los términos armónicas y transitorios se usan, en algunos casos, como sinónimos. Sin embargo, éstos términos describen fenómenos distintos.

Las armónicas son fenómenos estables (se presentan prácticamente todo el tiempo), mientras que los transitorios, como su nombre lo indica, sólo se presentan en un período muy corto.

Aunque los fenómenos transitorios causan distorsiones a las ondas de voltaje y corriente, no son continuos ni presentan un período constante. En realidad éstas distorsiones no son frecuencias armónicas, ya que éstas existen indefinidamente en el sistema, mientras que los transitorios se extinguen tras

pocos ciclos. Sin embargo, los transitorios también son causa importante de problemas derivados de la calidad de la energía eléctrica.

SOLUCION A LOS PROBLEMAS DE ARMONICAS.

Aunque existen soluciones ya probadas para los sistemas de armónicas, se debe tener el cuidado de seleccionar el remedio más adecuado; si se trata de un filtro, éste debe ser diseñado de acuerdo con las condiciones particulares del sistema. Existen soluciones alternativas como la instalación de transformadores de aislamiento, la reubicación de equipos reguladores, el prorrateo de equipos reguladores, etc. No obstante, cada proyecto de solución debe ser evaluado de manera particular.

Filtros de rechazo. Los capacitores son uno de los equipos más susceptibles a los efectos de las armónicas; es por ello que cuando es necesaria la corrección del factor de potencia en sistemas con contenidos armónicos altos, es importante proteger al capacitor con un reactor dimensionado adecuadamente para evitar los efectos de las armónicas en el capacitor. La instalación de un reactor de éste tipo provoca sobrevoltaje en el capacitor, por lo que es importante evaluar éste efecto para hacer una selección adecuada.

Filtros de absorción. Para eliminar las armónicas del sistema, se utilizan filtros sintonizados, a diferentes armónicas presentes. Es por ello que es indispensable un adecuado dimensionamiento de los filtros, además de conectarles las protecciones idóneas.

CAPITULO II

ANALISIS DE FOURIER

INTRODUCCION

En un sistema de potencia ideal, la energía es alimentada con una sencilla y constante frecuencia, niveles de voltaje específicos de magnitudes constantes. Los problemas de desviación de voltaje y frecuencia están sujetos al análisis de sistemas de potencia convencional. El problema de distorsión de formas de onda no es un nuevo fenómeno y contienen proporciones aceptables, éste problema resulta de incrementos de los rangos de potencia. La desviación de sinusoides es generalmente expresada en términos de componentes armónicos.

Colocando en perspectiva histórica, es necesario ir atrás a los siglos 18 y 19, en donde varios matemáticos y en particular J.B.J. Fourier (1768-1830) inició con los cálculos básicos de armónicas.

Con referencia a las armónicas en Sistemas de Potencia, en 1920 y 1930 donde la distorsión de formas de onda causados por convertidores fue desarrollado. Durante 1950 y 1960 el estudio de armónicas en convertidores fue desarrollada para transmisión de voltaje.

NATURALEZA DE ARMONICAS

El término Armónica es originario de acústico, donde ésto significa la vibración de una columna de aire a una frecuencia, la cual es múltiplo de la frecuencia básica de repetición.

Similarmente con señales eléctricas, una armónica es definida como el contenido de señal de ésta frecuencia que es una integral múltiplo del actual sistema de frecuencia o frecuencia principal producida por los generadores.

Cuando una señal compleja es vista en un osciloscopio, es observada en el dominio del tiempo, para cualquier instante dado en el tiempo, la amplitud de la forma de onda es desplegada.

Si ésta misma señal es aplicada a un amplificador de alta fidelidad, el resultado de sonidos es una mezcla de frecuencias. En acústica es aceptable que en los efectos audibles no se vea afectado la relación de fase. Pero éste no es el caso en señales eléctricas, donde la posición de armónicas y la relación de fases en la misma armónica de diferente fuente puede alterar los efectos considerablemente.

La consecuencia más obvia de armónicas en sistemas de potencia es la degradación de la comunicación telefónica causada por ruido armónico inducido. Además de mala operación de la protección y control de equipo y las sobrecargas de aparatos de potencia y sistemas.

Sin embargo, el diseño de equipos generalmente asume la existencia de fuentes de voltaje libres de distorsión armónica. Los alimentadores de electricidad normalmente abogan responsabilidad en armónicas para introducir estándares o recomendaciones para la limitación de niveles de voltaje armónico a punto de acoplamiento común entre consumidores.

ANALISIS DE ARMONICAS

El análisis armónico es el proceso de calcular las magnitudes y fases de la fundamental y las armónicas de alto orden de las formas de onda periódica. La serie resultante es conocida como Serie de Fourier y establece una relación entre una función en el dominio del tiempo y una función en el dominio de la frecuencia.

CONCEPTOS BASICOS

Funciones periódicas. Una función $x(t)$ va a ser periódica si ésta se define para todos t_{real} y si algún número positivo T tal que:

$$x(t + T) = x(t) \text{ para toda } t$$

T es llamado periodo de una función. Tal como una función puede ser representada por la repetición periódica de una forma de onda a intervalos de **T.** Si **k** es una integral, entonces:

$$x(t + kT) = x(t) \text{ para toda } t$$

si dos funciones $\mathbf{x_1(t)}$ y $\mathbf{x_2(t)}$ tienen el mismo periodo **T**, entonces la función da:

$$x_3(t) = ax_1(t) + bx_2(t)$$

donde **a** y **b** son constantes.

Funciones ortogonal. Dos funciones no cero $x_1(t)$ y $x_2(t)$ son consideradas ortogonal sobre un intervalo $t_1 \rightarrow t_2$ si:

$$\int_{T_1}^{T_2} x_1(t)\ x_2(t)\, dt = 0$$

ANALISIS DE FOURIER

Coeficientes y Series de Fourier. La Serie de Fourier de una función periódica $\mathbf{x(t)}$ está expresada por:

$$x(t) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \left(\frac{2\pi n t}{T}\right) + b_n \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi n t}{T}\right) \right) \qquad \text{(Ecuación 1)}$$

Esto constituye una representación en el dominio de la frecuencia de una función periódica. En ésta expresión, $\mathbf{a_o}$ es el valor promedio de la función $\mathbf{x(t)}$, donde $\mathbf{a_n}$ y $\mathbf{b_n}$ son los coeficientes de la serie, son los componentes rectangulares de la n armónica. Para la correspondiente **n** armónica su vector es:

$$A_n \ \phi_n = an + jbm$$

con una magnitud:

$A_n = \sqrt{(a^2n + b^2n)}$ y un ángulo de fase: $\phi_n = \tan^{-1} \frac{bn}{an}$

Para una función dada x(t), el coeficiente constante $\mathbf{a_o}$, puede ser derivado por la integración de ambos lados de la ecuación, desde **-T/2** a **T/2**.

$$\int_{T/2}^{T/2} x(t)\, dt = \int_{-T/2}^{T/2} \left[a_o + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos \left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + b_n \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi nt}{T}\right) \right]\right] dt$$

La Serie de Fourier del lado derecho puede ser integrado término por término. Dando :

$$\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, dt = a_o \int_{-T/2}^{T/2} dt + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \int_{-T/2}^{T/2} \cos \left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt + b_n \int_{-T/2}^{T/2} \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt \right]$$

El primer término en el lado derecho es igual a $\mathbf{Ta_o}$, en donde las otras integrales son cero el coeficiente constante de la Serie de Fourier está dado por:

$$a_o = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, dt$$

La cual es el área sobre la curva de x(t) **-T/2** a **T/2**, dividido por el periodo de la forma de onda, **T**. El coeficiente $\mathbf{a_n}$ puede ser determinado multiplicando la (Ecuación 1) por $\mathbf{\cos(2\pi mt/T)}$, donde m es una integral fija y positiva e integrando entre -T/2 y T/2.

$$\int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt = \int_{-T/2}^{T/2} \left[a_o + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + b_n \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)\right]\right] \cos \left(\frac{2\pi mt}{T}\right) dt$$

$$= a_0 \int_{-T/2}^{T/2} \cos\left(\frac{2\pi m t}{T}\right) dt + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \int_{-T/2}^{T/2} \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) \cos\left(\frac{2\pi m n t}{T}\right) dt \right.$$

$$\left. + b_n \int_{-T/2}^{T/2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) \cos\left(\frac{2\pi m n t}{T}\right) dt \right]$$

El primer término en el lado derecho es cero, donde el segundo término es igual a a_n T/2. Los coeficientes a_n pueden ser obtenidos de:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt \qquad \text{para } n = 1 \rightarrow \infty$$

Para determinar el coeficiente b_n, la (Ecuación 1) es multiplicada por el $\operatorname{sen}(2\pi n t/T)$ y por un argumento similar al siguiente:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt \qquad \text{para } n = 1 \rightarrow \infty$$

Estas ecuaciones son expresadas en términos de frecuencia angular como sigue:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x(wt)\, d(wt)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x(wt) \cos(nwt)\, d(wt)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x(wt) \operatorname{sen}(nwt)\, d(wt)$$

La fórmula general para los coeficientes de Fourier puede ser representada como la suma de dos integrales separadas:

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} x(\tau)\cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)dt + \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{0} x(t)\cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} x(t)\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)dt + \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{0} x(t)\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)dt$$

Reemplazando t por $-t$ en la segunda integral de la ecuación, con límites (-T/2,0):

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} x(t)\cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)dt + \frac{2}{T}\int_{T/2}^{0} x(-t)\cos\left(\frac{-2\pi n t}{T}\right)d(-t)$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} x(t) + x(-t)\cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)dt$$

similarmente:

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} x(t) - x(-t)\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)dt$$

<u>SIMETRIA ANTIGUA.</u> La forma de onda para la simetría antigua si: $x(t) = -x(-t)$; entonces el término a_n viene a cero para toda n, donde:

$$b_n = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} x(t)\ \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)dt$$

<u>SIMETRIA IMPAR.</u> Se tiene la forma de onda de simetría impar si: $x(t) = x(-t)$, en este caso: $b_n = 0$ para toda n.

$$a_n = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} x(t)\ \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)dt$$

Las series de Fourier para funciones impar deben de contener únicamente términos coseno.

<u>SIMETRIA DE ½ ONDA.</u> Una función $x(t)$ tiene simetría de media onda si:

$$x(t) = -x(t + T/2),$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt$$

Reemplazando (t) por (t + T/2) en el intervalo (T/2,0),

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{0}^{T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt + \frac{2}{T} \int_{-T/2+T/2}^{0+T/2} x(t + T/2) \cos\left(\frac{2\pi n (t + T/2)}{T}\right) dt$$

$$= \frac{2}{T} \int_{0}^{T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) - \cos\left(\frac{2\pi n t}{T} + nt\right) d\,t$$

por definición $x(t) = -x(t + T/2)$:

$$\cos\left(\frac{2\pi n t}{T} + n\pi\right) = \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)$$

$$a_n = \frac{4}{T} \int_{0}^{T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt$$

Sin embargo, si n es una integral impar, entonces:

$$\cos\left(\frac{2\pi n t}{T} + n\pi\right) = \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)$$

similarmente:

$$b_n = \frac{4}{T} \int_{0}^{T/2} x(t) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt$$

TRANSFORMADA DE FOURIER

Nos proporciona un método para expresar las señales de entrada periódicas, no senoidales, como suma de sinusoides. Cada una de éstas componentes senoidales se puede considerar aplicada a un sistema lineal y su respuesta particular senoidal determinada por medio de fasores y de **H(jw).**

Se va a analizar como poder modificar éste método para operar también con formas de onda no periódicas. Si se tiene un pulso único, de forma arbitraria, en lugar de un tren de ondas periódicas repetitivas. Los fasores y la serie de fuorier son procedimientos que no pueden utilizarse para expresar tales pulsos. Para poderlas expresar, debemos generalizar la Serie de Fourier en la Transformada de Fourier, y de ésta forma, se verá que la serie es capaz de operar no sólo con todas las señales de entrada periódicas, sino también con muchas formas de pulsos no periódicos.

La Transformada de Fourier es la herramienta analítica que descubre la forma en que tales funciones de tiempo, como las sinusoides, impulsos, etc., se pueden expresar en el dominio de la frecuencia.

TRANSICION DE LA SERIE DE FOURIER A LA TRANSFORMADA DE FOURIER

Verificar el cambio del espectro discreto al continuo, cuando pasamos de una onda periódica a otra no periódica. En todos los espectros discretos de la Serie de Fourier, el espacio entre las líneas es la frecuencia fundamental w_o donde $w_o = 2\pi/T$, de forma que un valor elevado de **T** significa un menor espacio entre líneas y viceversa. Si se supone que en una **f(t)** periódica dejamos fija la onda de un solo ciclo, pero, si se retrasa la iniciación del próximo ciclo un tiempo cada vez más largo. O bien, si se mantiene fijo un ciclo y se hace que el periodo **T** aumente indefinidamente:

$$f(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} \alpha_k \, e^{-jk\, w_o t}$$

Puesto que la distancia entre los armónicos adyacentes es $w_o=2\pi/T$, si **T** tiende a infinito, w_o se aproximará a cero. Las líneas del espectro se desplazan acercándose cada vez más hasta llegar a unirse formando un espectro continuo.

La configuración del espectro total de módulos y fases queda determinada por la forma y duración del único pulso que permanece en la **f(t)**, ahora no periódica. Se utilizará la forma exponencial de la Serie de Fourier.

$$f(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} \alpha_k \, e^{-jk\, w_o t}$$

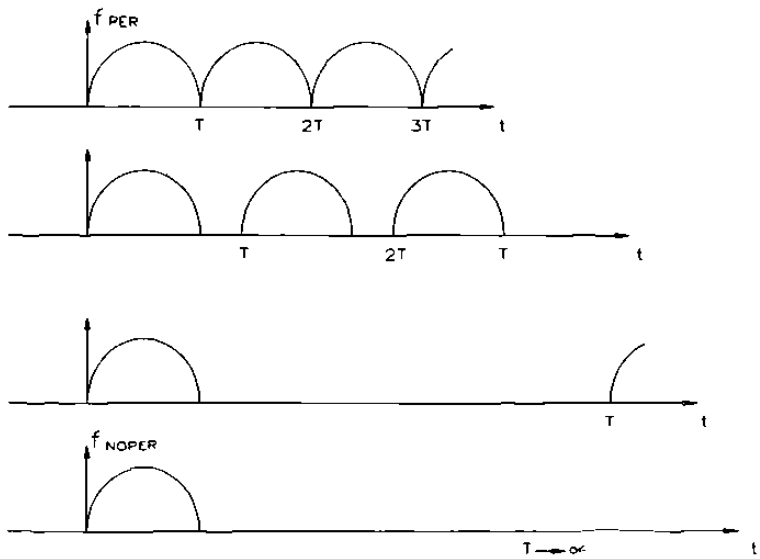
donde:

$$\alpha_k = 1/T \int_{t_o}^{t_o+T} f(t) \, e^{-jkw_o t} \, dt$$

se toma $t_0 = -T/2$:

$$\alpha_k = 1/T \int_{-T/2}^{+T/2} f(t)\ e^{-jkw_0 t}\, dt$$

El periodo **T** aumenta sin límite para obtener una onda no periódica.



En el límite, para $T \Rightarrow \alpha$

se ve que $w_0 = 2\pi / T \Rightarrow dw$

resulta $1/T = dw/2\pi$

puesto que $kw_0 \Rightarrow w$

es una variable de frecuencia continua, la suma se convierte en una integral.

Sustituyendo $1/T \Rightarrow dw/2\pi$ y $kw_0 \Rightarrow w$
en:

$$\alpha k = 1/T \int_{-T/2}^{+T/2} f(t)\, e^{-jkw_0 t}\, dt$$

obtenemos

$$\alpha k = dw/2\pi \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)\ e^{-jwt}\, dt$$

sustituyendo ésta ecuación en $f(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} \alpha_k\ e^{-jk\, w_0 t}$ en el límite obtenemos:

$$f(t) = \int_{w=-\infty}^{\infty} \left[\int_{t=-\infty}^{\infty} f(t) \; e^{-jwt} \, dt \right] e^{jwt} \frac{dt}{2\pi}$$

Al calcular la ecuación entre corchetes, se observa que está en función de

w, si se designa por **F(w)**:

$$F(w) = \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t) \; e^{-jwt} \, d\,t$$

También se puede escribir como: $f(t) = 1/(2\pi) \int_{w=-\infty} F(w)\, e^{jwt}\, dw$

Para indicar la Transformada de Fourier se utiliza:

$$F\left[f(t)\right] = F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-jwt}\, d\,t$$

y para indicar la Transformada de Fourier de una señal variable en el tiempo **f(t)** y para indicar el proceso inverso, que consiste en obtener la función del tiempo **f(t)** a partir de la Transformada **F(w)** en el dominio de la frecuencia. La letra minúscula significa una función del tiempo cuya transformada se designa por la misma letra pero mayúscula.

$$F^{-1}\left[F(w)\right] = f(t) = 1/(2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} F(w)\, e^{jwt}\, dw$$

La Transformada de Fourier es una operación lineal, siendo la transformada una suma lineal de las transformadas;

$$F\left[af_1(t) + bf_2(t)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \left[af_1(t) + bf_2(t)\right] e^{jwt}\, d\,t$$

$$= a \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)\, e^{jwt}\, d\,t + b \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)\, e^{jwt}\, d\,t$$

$$= a\,F_1(w) + b\,F_2(w)$$

Aquí pueden ser aplicables los Principios de Homogenidad y Superposición.

La ecuación: $F(w) = \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)\ e^{-jwt}\ dt$ da un valor para f(w).

La representación del <u>módulo</u> de **F(w)** en función de la frecuencia, se llama <u>Espectro de Módulo</u>, y la representación del <u>ángulo</u> de **F(w)** en función de la frecuencia, <u>Espectro de Fase</u>.

Si se aplica un pulso no periódico $\mathbf{f_1(t)}$ como señal de entrada a un sistema con una función de transferencia **H(s)**, se utiliza el mismo método dado en la Serie de Fourier para obtener la respuesta del sistema:

1.- Se obtiene la Transformada de Fourier de $\mathbf{f_1(t)}$:

$$F_1(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)\ e^{-jwt}\,dt$$

2.- Se multiplica $\mathbf{F_1(w)}$ por **H(jw)** para obtener la transformada de salida:

$$f_2(w)F_2(w) = F_1(w)\,H(jw)$$

3.- Se encuentra la transformada inversa de $\mathbf{F_2(w)}$ para obtener:

$$F_2(t) = 1/(2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} f_2(w)\ e^{jwt}\,dw$$

Este proceso es completamente análogo a la obtención del producto de dos números mediante sus logaritmos, sumándolos, y después tomando el antilogaritmo.

La ecuación $\mathbf{F_2(w) = F_1(w)\, H(jw)}$, es un método válido para obtener la respuesta a estado cero de un sistema lineal.

La convolución de una entrada $\mathbf{F_1(t)}$ con la respuesta $\mathbf{h(t)}$ a un impulso-unidad de un sistema, produce la respuesta $\mathbf{F_2(t)}$ a estado cero del sistema.

$$F_2(w) = F_1(w)\, H(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\iota)\, e^{-jwt}\, d\iota \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda)\, e^{-jw\lambda}\, d\lambda_1$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\iota)\, h(\lambda)\, e^{-jw(\iota+\lambda)}\, dt d\lambda$$

sustituyendo $t = \iota+\lambda$, obtendremos:

$$f_2(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\iota)\, h(t-\iota)\, d\iota\ e^{-jwt}\, dt$$

La integral exterior es la Transformada de Fourier de la integral interior:

$$f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)\, h(t-\iota)\, d\iota = f_1(t) * h(t)$$

El espectro del módulo de un impulso-unidad:

$$F[\delta(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\, e^{-jwt}\, dt$$

La función impulso es nula; salvo en el origen, los límites de integración se reducen a **0- y 0+**, así:

$$F[\delta(t)] = \int_{0-}^{0+} \delta(t)\, e^{-jwt}\, dt = \int_{0-}^{0+} \delta(t)\, (1)\, dt = 1$$

Resulta una constante (la unidad) para todos los valores de la frecuencia $-\infty < w > \infty$. Todo el espectro de fase es igual a cero. Luego un

impulso contiene todas las frecuencias; para producir un impulso se deben producir frecuencias que ocupen todo el margen hasta $w = \infty$.

La ecuación: $$f_2(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\iota)\, h(t-\iota)\, d\iota \; e^{-jwt}\, dt$$

establece que:

$$f_2(w) = F_1(w)\, H(jw) = F\left[\delta(t)\right] H(w) = (1)\, H(w) = H(w)$$

$$f_2(t) = F^{-1}\left[f_2(w)\right] = F^{-1}\left[H(w)\right]$$

Este resultado nos determina experimentalmente la respuesta a un impulso de un sistema lineal real, su transformada de Fourier $\mathbf{F\left[h(t)\right] = H(w)}$ es la <u>Función de Transferencia</u>.

TRANSFORMADAS DE FOURIER DE ONDAS SENOIDALES

Ejemplo para obtener la transformada de funciones del tiempo senoidales o cosenoidales: Obtener $F\left[A \cos w_o t\right]$

Obtener $F\left[A \operatorname{sen} w_o t\right]$

$$A \cos w_o t = A \frac{e^{jwot} + e^{-jwot}}{2} = \frac{A}{2} e^{jwot} + \frac{A}{2} e^{-jwot}$$

$$F\left[A \cos w_o t\right] = F\left[\frac{A}{2} e^{jwot} + \frac{A}{2} e^{-jwot}\right]$$

$$= F\left[\frac{A2\pi}{2}\left(\frac{1}{2\pi} e^{jwot}\right) + \frac{A2\pi}{2}\left(\frac{1}{2\pi} e^{-jwot}\right)\right]$$

$$= A\pi\left[\delta(w - w_o) + \delta(w - w_o)\right]$$

Así la descripción de $\mathbf{A \cos w_o t}$ en el dominio de la frecuencia es un par de impulsos, uno en $\mathbf{w = w_o}$, y otro en $\mathbf{w = - w_o}$, cada uno con un área igual a $\mathbf{A\pi}$.

El espectro de fase es cero para ambos casos $\mathbf{w = \pm w_o}$, Análogamente se puede obtener: $F[A \text{ sen } w_o t] = F[1 (e^{jwot} \; e^{-jwot})] = j A\pi [\delta(w + w_o) - \delta(w + w_o)]$

El espectro de fase es 90° para $\mathbf{w =- w_o}$, y nulo para el resto de frecuencias. Si se conoce la Transformada de Fourier **F(w)** de una función **f(t)**, se puede obtener la Transformada de Fourier de la derivada respecto al tiempo de **f(t)**, suponiendo que exista.

Esto es dado que $F[f(t)] = F(w)$ y $\quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w)\, e^{jwt}\, dt$

derivando ambos miembros se obtiene: $\frac{d}{dt} f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{w=-\infty}^{\infty} j\, w\, F(w)\, e^{jwt}\, dw$

La derivada n-ésima es: $\frac{d^n}{dt^n} f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{w=-\infty}^{\infty} [(j\, w)^n F(w)]\, e^{jwt}\, dw$

$$F\left[\frac{d^n}{dt^n} f(t)\right] = (j\, w)^n F(w)$$

Se supone que se tiene un sistema lineal de tiempo invariable expresado por su ecuación diferencial lineal de orden n-ésimo. Se designa la entrada por **x(t)** y la salida por **y(t)**.

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots\ldots + a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y$$
$$= b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \ldots\ldots + b_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x$$

Utilizando la propiedad de linealidad:

$$a_n (j\, w)^n y(w) + a_{n-1} (j\, w)^{n-1} y(w) + \ldots\ldots + a_2 (j\, w)^2\, y(w) + a_1\, j\, w\, y(w) + a_0 y(w)$$

$$= b_m (j\, w)^m x(w) + b_{m-1} (j\, w)^{m-1} x(w) + \ldots\ldots + b_2 (j\, w)^2\, x(w) + b_1 j\, w\, x(w) + b_0 x(w)$$

ó:

$$y(w) = \frac{b_m(j\,w)^m + b_{m-1}(j\,w)^{m-1} + \ldots + b_2(j\,w)^2 + b_1 j\,w + b_0}{a_n(j\,w)^n + a_{n-1}(j\,w)^{n-1} + \ldots + a_2(j\,w)^2 + a_1 j\,w + a_0} \quad x(w)$$

Cualquier función periódica que tenga una expresión de la Serie de Fourier puede ser tratada como la suma de un conjunto de sinusoides.

TRANSFORMADAS DE FOURIER DE ONDAS PERIODICAS EN GENERAL

Puesto que la Serie de Fourier de una onda periódica $f_{per}(t)$ se puede expresar como una suma de exponenciales complejas.

$$f_{per}(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} \alpha_k \, e^{jk\,w_0 t}$$

donde:

$$\alpha_k = 1/T \int_{t_0}^{t_0+T} f_{per}(t) \; e^{-jkw_0 t} \, dt$$

La Transformada de Fourier de una función periódica desarrollable en Serie de Fourier puede ser escrita en función de los coeficientes de la serie:

$$F_{per}(w) = F\left[f_{per}(t)\right] = F\left[\sum_{K=-\infty}^{\infty} \alpha_k \, e^{jk\,w_0 t}\right] = \sum_{K=-\infty}^{\infty} \alpha_k \, F\left[e^{jk\,w_0 t}\right]$$

$$= \sum_{K=-\infty}^{\infty} \alpha_k \, 2\pi \, \delta(w - kw_0)$$

Esta ecuación indica que el espectro de módulo $|\mathbf{F(w)}|$ de una función periódica es un tren de impulsos en el dominio de la frecuencia, cada uno de ellos situado a un múltiplo de la frecuencia fundamental $\mathbf{w_0}$. El área de cada impulso es igual al producto de $\mathbf{2\pi}$ por el módulo del coeficiente α_k

correspondiente de la Serie de Fourier. El espectro de fase está dado por el ángulo de cada α_k para kw_o. Estos espectros de impulso corresponden al espectro de líneas de la Serie de Fourier.

EJEMPLOS.

Ejemplo 1: Obtener la Transformada de Fourier de una señal cuadrada de tensión periódica que tiene simetría par y amplitud **V**, tal como se indica en la figura. También para un tren de ondas de impulso-unidad en el dominio del tiempo, dado por :

$$f_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

Primero se obtienen los coeficientes de la Serie de Fourier:

$$\alpha_k = \frac{1}{T}\int_{t_o}^{t_o+T} f(t)\, e^{-jkw_o t}\, dt = \frac{1}{T}\int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} V e^{-jkw_o t}\, dt = \frac{V}{-jkw_o T}\left(e^{-jkw_o \Delta/2} - e^{-jkw_o \Delta/2}\right)$$

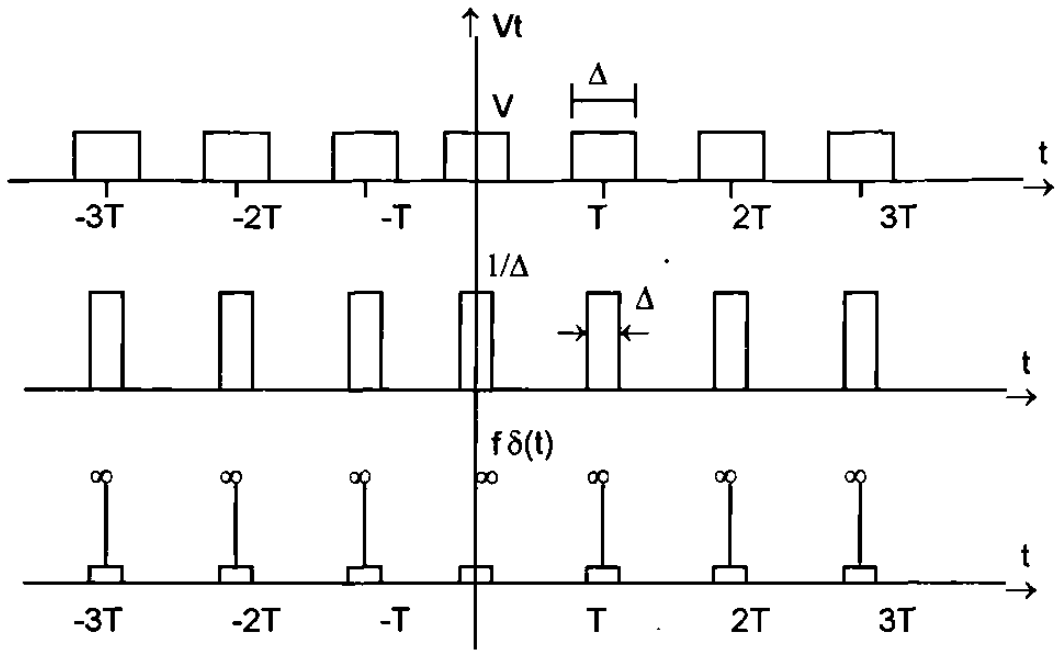
$$\alpha_k = \frac{V\Delta}{T}\,\frac{\operatorname{sen} kw_o\Delta/2}{kw_o\Delta/2}$$

La Transformada de Fourier es:

$$F_{per}(w) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} \alpha_k\, 2\pi\, \delta(w - kw_o)$$

$$F_v(w) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} 2\pi\, \frac{V\Delta}{T}\,\frac{\operatorname{sen} kw_o\Delta/2}{kw_o\Delta/2}\, \delta(w - w_o)$$

El espectro de amplitud **V(t)** consiste en un tren de impulsos con áreas proporcionales a **(senX)/X**, donde $\mathbf{X = kw_o\Delta/2}$.

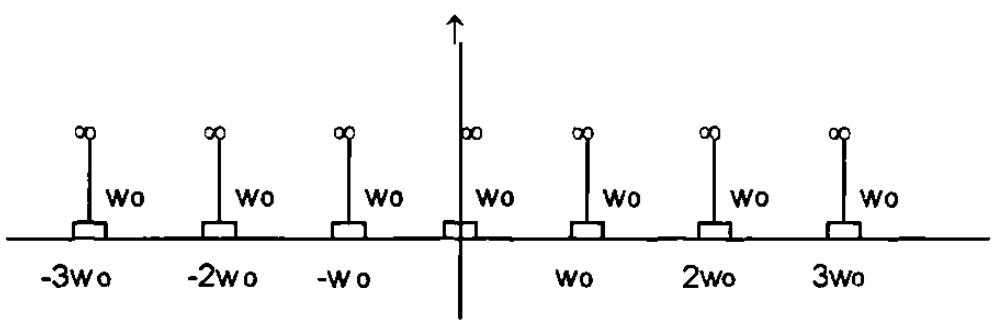


$F_\delta(w) = F\left[f_\delta(t)\right]$ donde: $f_\delta(t+T) = f_\delta(t)$, con $V = 1/\Delta$

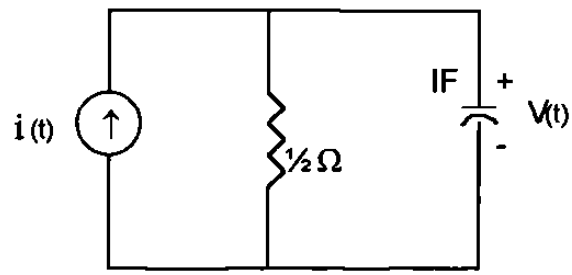
$$F_\delta(w) = F\left[\lim_{\Delta\to 0} V(t)\right] = \lim_{\Delta\to 0} Fv(w)$$

ya que $2\pi/T = w_o$ y $\lim_{\Delta\to 0} \left[(\text{sen}X)/X\right] = 1$

$$F_\delta(w) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} w_o\ \delta(w - kw_o)$$



Ejemplo 2: Dado el sistema lineal de la figura, obtener la respuesta **V(t)** en el dominio del tiempo, mediante la Transformada de Fourier, para las funciones de entrada:



$i_1(t) = 10 \text{ sen } (9t + 30°)$

$i_2(t) = 4\, e^{-t}\, u(t)$

La función de Transferencia es:

$$\frac{V(w)}{I(w)} = H(w)\, Z(w) \quad y \quad H(w) = \frac{1}{2+jw}$$

A) Para $i_1(t) = 10 \text{ sen } (9t + 30°) = 10 \cos (9t - \pi/3) = 10 \cos 9(t - \pi/27)$

$$F\left[i_1(t)\right] = I_1(w) = 10\pi \left[\delta(w - 9) + \delta(w + 9)\right] e^{-jw\pi/27}$$

$$V_1(w) = I_1(w)\; H(w) = 10\pi \left[\delta(w - 9) + \delta(w + 9)\right] e^{-jw\pi/27} \frac{1}{2+jw}$$

$$F^{-1}\left[V_1(w)\right] = V_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V_1(w) e^{jwt}\, dw$$

cada integral es igual al valor del integrando para el w en el ocurre el impulso, o

$$V_1(t) = \frac{10\pi}{10\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \delta(w - 9)\, \frac{e^{-jw\pi/27}}{2+jw}\, e^{jwt}\, dw + \int_{-\infty}^{\infty} \delta(w + 9)\, \frac{e^{-jw\pi/27}}{2+jw}\, e^{jwt}\, dw \right]$$

$$= 5 \left[\frac{e^{-j9\pi/27}}{2+j9}\, e^{j9t} + \frac{e^{-j9\pi/27}}{2+j9}\, e^{-j9t} \right]$$

$$= 5 \left[H(j9)\, e^{j9t} + H(-j9)\, e^{-j9t} \right] e^{-j\pi/3}$$

$$= 10\, |H(j9)| \cos \left[9\tau - \frac{\pi}{3} + \angle H(j9) \right]$$

ya que $\pi/3 = -60°$ y $\angle H(j9) = -75.5°$

$V_1(t) = 1.08 \cos(9\tau - 137.5°)$. Este resultado es una respuesta a estado estacionario senoidal, que también puede obtenerse mediante fasores.

$$I_1 = 10 \angle -60° \qquad Z(j9) = \frac{1}{2+j9} = \frac{1}{9.2 \angle 77.5°} = 0.108 \angle -77.5°$$

B) Para $i_2(t) = 4e^{-t} u(t)$ se obtiene:

$$V(w) = I(w)\,H(w) = \frac{4}{1+jw}\,\frac{1}{2+jw} = \frac{4}{(1+jw)(2+jw)}$$

$$V(w) = \frac{4}{(1+jw)(2+jw)} = \frac{K_1}{1+jw} + \frac{K_2}{2+jw}$$

Se puede obtener $\mathbf{K_1}$ al multiplicar por **1+jw** y hacer **jw = -1**:

$$\frac{4(1+jw)}{(1+jw)(2+jw)} = K_1 + \frac{K_2(1+jw)}{2+jw}$$

$$\left.\frac{4}{2+jw}\right|_{jw=-2} = K_1 + 0$$

$$4 = K_1$$

Análogamente:

$$\left.\frac{4(2+jw)}{(1+jw)(2+jw)}\right|_{jw=-2} = \left.\frac{K_1(2+jw)}{1+jw}\right|_{jw=-2} + K_2 \qquad -4 = 0 + K_2$$

$$v(w) = \frac{4}{1+jw} - \frac{4}{2+jw}$$

por lo tanto:

$$V(t) = (4e^{-t} - 4e^{-2t})\,u(t)$$

PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER

Se puede sustituir el término exponencial de la Transformada de Fourier como se indica:

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-jwt} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, (\cos wt - j \operatorname{sen} wt)\, dt$$

donde: $F(w) = A(w) - j\, B(w)$ $\qquad A(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos wt\ dt$

$$B(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \operatorname{sen} wt\, dt$$

Para el valor de **w** se calculan ambas integrales por separado, sumando las áreas bajo los integrandos. **A(w)** y **B(w)** se les llaman Transformada del seno y coseno, respectivamente. Obsérvese que se sutituye **w** por **-w**:

$$F(-w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{+jwt}\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, (\cos wt + j \operatorname{sen} wt) dt = A(w) + jB(w)$$

Para cualquier **f(t)** que tenga una Transformada de Fourier:

$F(-w) = A(w) + jB(w) = F(w)$ por lo tanto, $F(w)\, F(-w) = F(w)F(w) = \left| F(w) \right|^2$

Si **f(t)** es una función real del tiempo, **A(w)** y **B(w)** son ambas funciones reales de **w**. **A(w)** tiene simetría par respecto de **w** y **B(w)** es impar.

$\left| F(w) \right|^2 = F(w)\, F(w)^* = \left[A(w) - jB(w)\right] \left[A(w) - jB(w)\right] = A^2(w) + B^2(w)$

La función de **w** es real y con simetría par. El cuadrado de una función par es par. El cuadrado de una función impar es también par.

EJEMPLO: Utilizando la propiedad de desplazamiento de frecuencia, obtener $F[f(t)\cos w_0 t]$ sabiendo que $F[f(t)] = F(w)$.

$$F[f(t)\cos w_0 t] = F[f(t)\ \tfrac{1}{2} e^{jw_0 t} + f(t)\ \tfrac{1}{2} e^{-jw_0 t}] = \tfrac{1}{2} F(w - w_0) + \tfrac{1}{2} F(w + w_0)$$

Para determinar el espectro de señales con modulación de amplitud (AM). Una señal **f(t)** en AM viene dada por: $f(t) = A[1 + m(t)] \cos w_0 t$, donde:

m(t) = señal de modulación (voz, música, etc.)

A = amplitud de señal transmitida

$\mathbf{w_0}$ = frecuencia portadora

si **m(t)** = 0, no se transmite información, aunque se esté transmitiendo **Acoswot**.

Si existe alguna señal de modulación, se tiene **m(t)**.

$F[m(t)] = M(w)$ y entonces,

$$F[A\{1+m(t)\} \cos w_0 t] = F[A \cos wt] + F[Am(t) \cos w_0 t]$$

$$F(w) = A\pi\ [\delta(w - w_0) + \delta(w + w_0)] + A[M(w - w_0) + M(w + w_0)]$$

La Transformada de Fourier de **f(t)** es **F(w)** entonces la función del tiempo **F(t)** tiene la transformada **2πf(w)**; ésto significa que cada vez que se calcula la transformada de una **f(t)**, se obtiene al mismo tiempo la solución a otro problema.

Se puede comprobar la Propiedad de Simetría examinando la transformada inversa (multiplicándola por **2π**).

$$2\pi f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(w)\, e^{jwt}\, dw$$

Sustituyendo $t \rightarrow -t$ tenemos: $$2\pi f(-t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(w)\, e^{-jwt}\, dw$$

Si hacemos $w = \alpha$ y $\tau = \beta$ de forma que: $$2\pi f(-\beta) = \int_{\alpha=-\infty}^{\infty} F(\alpha)\, e^{-j\alpha\beta}\, d\alpha$$

Puesto que α es la variable falsa de integración, se puede designar libremente, como por t:

$$2\pi f(-\beta) = \int_{t=-\infty}^{\infty} F(t)\, e^{-j\beta t}\, dt$$

sustituyendo $\beta = w$: $$2\pi f(-w) = \int_{t=-\infty}^{\infty} F(t)\, e^{-jwt}\, dt = F[F(t)]$$

El espectro del dominio de la frecuencia de una señal de corriente continua de **1 V** es un impulso en la frecuencia cero. La energía de la señal es infinita, porque es de duración infinita en el dominio del tiempo.

$F[\delta(t)] = 1 = F(w)$

$F[F(t)] = 2\pi f(-w)$ se deduce que: $F[1] = 2\pi\, \delta(-w) = 2\pi\, \delta(w)$

Otra propiedad de la Transformada de Fourier habla del dominio de la frecuencia, se comprime la escala de tiempos de una función. Esta propiedad se expresa: $F[f(t)] = F(w)$

$$F[f(at)] = \frac{1}{|a|}\, F\left(\frac{w}{a}\right)$$

Lo cual dice que si una función **f(t)** se modifica por una expresión de la escala de tiempo, entonces **F(w)** se expande en el dominio de la frecuencia a una frecuencia más elevada.

EJEMPLO:

A partir de $F[\cos 4t] = \pi\,\delta(w - 4) + \pi\,\delta(w + 4)$, obtener la descripción en el dominio de la frecuencia de cos8t, utilizando la Propiedad de la Compresión de la escala de tiempos. Tomando $\mathbf{f_1(t) = \cos 4t}$, entonces:

$f_2(t) = \cos 8t = \cos 4(2t) = \cos 4(at)$, donde $a = 2$,

$f_2(t) = f_1(at)$

De acuerdo a la ecuación: $F[f(at)] = \frac{1}{|a|} F\left(\frac{w}{a}\right)$

$$f_2(w) = F[f_1(at)] = \frac{1}{|a|} F_1\left(\frac{w}{a}\right) = \frac{\pi}{2}\left[\delta\left(\frac{w}{2} - 4\right) + \delta\left(\frac{w}{2} + 4\right)\right]$$

se presenta un impulso cuando el argumento es nulo; se deduce:

$$f_2(w) = \frac{\pi}{2}\left[\delta(w - 8) + \delta(w + 8)\right]$$

La transformada de fourier de cos 8t es: $F[\cos 8t] = \pi\delta(w - 8) + \pi\delta(w + 8)$

Se puede comprobar la propiedad del cambio de escala de tiempos como sigue:

$$F[f(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\, e^{-jw\tau}\, d\tau$$

$$F[f(at)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(at)\, e^{-jwt} dt$$

si se sustituye **at = x** en el segundo miembro, resulta

$$F[f(at)] = \frac{1}{a}\int_{x=-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-jwx/a}\, dx$$

de acuerdo con los límites, se supuso **a > 0**. Puesto que **x** es la variable que no interviene en el proceso de integración se puede denominar libremente **t**:

$$F[f(at)] = \frac{1}{a}\int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-j(w/a)}\, dt \qquad a > 0$$

Si se toma a negativo, resulta:

$$F[f(at)] = \frac{1}{a}\int_{x=-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-j(w/a)x}\, dx = \frac{-1}{a}\int_{x=-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-j(w/a)x}\, dx$$

$$F[f(at)] = -\frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-j(w/a)t}\, dt \qquad a < 0$$

Si se combinan las ecuaciones para **a > 0** y **a < 0**, resulta:

$$F[f(at)] = \frac{1}{|a|}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-j(w/a)}\, dt = \frac{1}{|a|}\, F_1\left(\frac{w}{|a|}\right)$$

EJEMPLO. Teniendo en cuenta que $F[f_1(t)] = F(w)$, ¿Cuál es el efecto ocasionado sobre **f(t)** si se introduce un cambio de fase de $-wt_0$ rad en el dominio de la frecuencia?

A) Obtener: $f_2(t) = F^{-1}[\, F_1(w)e^{-jwt_0}\,]$

B) Obtener: $F[\delta(t-3)]$

Para el inciso A):

$$f_2(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F_1(w)\, e^{-jwt_0}\, e^{jwt} dw$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F_1(w)\, e^{j(t-t_0)w}dw = f_1(t-t_0)$$

Para el inciso B): $F[\delta(t)] = F_1(w) = 1$

$F[\delta(t-3)] = F_2(w) = 1e^{jw3} = 1 \underline{|-3w}$

$|F_2(w)| = 1$ y $\underline{|F_2(w)} = -3w$

EJEMPLO: Obtener la Transformada de Fourier, F(w) de $f(t) = Ae^{-at}u(t)$.

$$F(w) = F[Ae^{-at}u(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [Ae^{-at}u(t)]\, e^{-jwt} = A\int_{0}^{\infty} e^{-(a+jw)t}dt$$

$$= \frac{-A}{a+jw}\, e^{-(a+jw)t}\Big|_0^{\infty} = \frac{A}{a+jw}$$

Los espectros de amplitud y fase son:

$$|F(w) = \left|\frac{A}{\sqrt{a^2+w^2}}\right. \qquad y \qquad \underline{|F(w)} = -\,tg^{-1}\frac{w}{a}$$

EJEMPLO:

A) Obtener **f(t)** a la que corresponde **F(w) = δ(w - w_o)**, que es un impulso-unidad en el dominio de la frecuencia, localizado en una frecuencia específica, **w=w_o**.

B) Obtener f(t) si $F(w) = \delta(w + w_o)$.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{w=-\infty}^{\infty} \delta(w - w_o)\, e^{jwt}\, dw = \frac{1}{2\pi}\int_{wo-}^{wo+} \delta(w - w_o)\, e^{jwt}\, dw$$

$$=\frac{1}{2\pi} e^{jw_0t} \int_{w=-\infty}^{\infty} \delta(w - w_0)\, dw = \frac{1}{2\pi} e^{jwt}$$

B) Con el impulso localizado en **w = - w_0**, obteniéndose:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} e^{-w_0t}$$

ESPECTRO DE LA DENSIDAD DE ENERGIA

Si **f(t)** es la tensión o la corriente, aplicada a una resistencia de 1 ohms, la energía total en el pulso **f(t)** viene dada por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{1}{2\pi} = \int_{w=-\infty}^{\infty} F(w)\, e^{jwt}\, dt$$

cuando cambia el orden de integración:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{w=-\infty}^{\infty} F(w) \left[\int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{jwt}\, dt \right] dw = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w)\, F(-w)\, dw$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(w)|^2\, dw = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\, dt$$

Se le conoce como <u>Teorema de Parseval</u>. Así se puede interpretar la representación de **(½π)** $\left[|F(w)|^2 \right]$, en función de la frecuencia, como el espectro de la densidad de energía. La integral del cuadrado del módulo de **F(w)**, entre dos frecuencias cualesquiera, es el producto de la energía contenida entre éstas dos frecuencias por **2π**.

LA CONVOLUCION EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

$F[f_1(t)] = F_1(w)$ $\qquad$ $F[h(t)] = H(w)$

$f_1(t) * h(t) = f_2(t)$ $\qquad$ $F_1(w)\,H(w) = F_2(w)$

La inversa también se cumple: la multiplicación en el dominio del tiempo es equivalente a la Convolución en el Dominio de la Frecuencia. Se puede comprobar suponiendo que se tienen tres funciones del tiempo:

$f_1(t)$, $f_2(t)$ y $f_3(t)$ tales que: $F[f_1(t)] = F_1(w)$ $\qquad$ $F[f_2(t)] = F_2(w)$

$F[f_3(t)] = F_3(w)$ $\qquad$ $f_3(t) = f_1(t)\,f_2(t)$

Se puede obtener $\mathbf{f_3(t)}$ en función de $\mathbf{F_1(w)}$ y $\mathbf{F_2(w)}$, o se puede expresar en función de las transformadas inversas.

$$f_3(t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\Omega=-\infty}^{\infty} \int_{\psi=-\infty}^{\infty} F_1(\Omega)\,F_2(\psi)\,e^{j\Omega t} e^{j\psi t}\,d\psi\,d\Omega$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\Omega=-\infty}^{\infty} F_1(\Omega) \int_{\psi=-\infty}^{\infty} F_2(\psi)\,e^{j(\Omega+\psi)t}\,dw\,d\Omega$$

Si se hace $\mathbf{w} = \psi + \Omega$ en la integral interna $d\psi = d\Omega$, o sea,

$$f_3(t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\Omega=-\infty}^{\infty} F_1(\Omega) \int_{w=-\infty}^{\infty} F_2(w-\Omega)\,e^{jwt}\,dw\,d\Omega$$

intercambiando el orden de integración:

$$f_3(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{w=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega=-\infty}^{\infty} F_1(\Omega)\,F_2(w-\Omega)\,d\Omega\right] e^{jwt}\,dw$$

Esta expresión de $\mathbf{f_3(t)}$ no es más que la transformada inversa de $\mathbf{F_3(w)}$, la integral interna entre corchetes debe ser $\mathbf{F_3(w)}$.

$$f_3(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega=-\infty}^{\infty} F_1(\Omega)\, F_2(w-\Omega)\, d\Omega$$

que es la convolución de $\mathbf{F_1(w)}$ con $\mathbf{F_2(w)}$ multiplicada por $\mathbf{1/2\pi}$.

Este procedimiento cualitativo da idea de la forma del espectro de cualquier onda que sea el producto, en el dominio del tiempo, de otras dos ondas.

CAPITULO III

ANALISIS DE ARMONICAS EN SISTEMAS DE POTENCIA

Se han observado que las formas de onda de voltaje y corriente están extremadamente distorsionadas. A su vez la mayor concentración de los efectos armónicos están en máquinas síncronas y de inducción, problemas con interferencia telefónica y fallas de capacitores de potencia.

La distorsión de las formas de onda de corriente y voltaje en líneas de transmisión de alto voltaje fue investigado en 1920. Algunas de éstas investigaciones encontradas fueron revisadas para considerar caso típico el de líneas de transmisión de 20 kV. Se envió una fem que contenía el 7% de la tercera armónica y al final de la línea se recibió el 53% de la tercera armónica.En condiciones de sobrecarga, la tercera armónica al final de la línea se redujo del 53% al 28%.

El factor de potencia al lado del generador es de 0.848 para un contenido de armónicas comparado a 0.96 para armónicas libres en onda senoidal.El

factor de potencia al lado de la carga es 0.82 para armónicas libres en formas de onda senoidal y es medido 0.75.

Para la construcción de motores de inducción en 1930, las armónicas fueron causadas por vibraciones y sonidos periódicos. Al tomar lectura de la potencia de entrada, es diferente dependiendo del contenido de armónicas. La corriente del rotor es también diferente para varios contenidos de armónicas.

ARMONICAS EN SISTEMAS C. A.

Los problemas de armónicas en sistemas de potencia pueden ser traceado en general a un número de factores. Estos factores incluyen:

a).- El incremento drástico en el uso de cargas no lineales hace posible el uso de nuevas tecnologías. Rectificadores controlados de silicio (SCR) y microprocesadores.

b).- Los cambios en la filosofía del diseño de los equipos de potencia y las cargas de equipos.

El rango de frecuencias armónicas en sistemas de potencia es amplio y tiene que ser consideradas e investigada de la interferencia de frecuencias de radio e interferencia de televisión son muy pequeñas; sin embargo, tienen que ser escritas cerca del rango de bandas de frecuencias bajas desde la segunda armónica a posible 50 kHz. Las frecuencias más dañinas para dispositivos de potencia y máquinas parecen ser las frecuencias bajas rango posiblemente arriba de 5 kHz o frecuencias mayores que pueden interferir en comunicación.

Las frecuencias bajas ciertamente provocan calentamiento en dispositivos y máquinas de inducción y síncronos.

La existencia de armónicas en sistemas de potencia en bandas de baja frecuencia tienen que ser reconocidas. La magnitud y fuentes de éstas armónicas es muy limitado.

EFECTOS DE ARMONICAS EN SISTEMAS DE POTENCIA

Las armónicas tienen que ser reportadas como la causa de problemas operacionales. Algunos de ésos efectos son sumarizados como sigue:

1.- Sobrecarga en banco de capacitores. El esfuerzo dieléctrico es proporcional a las crestas o picos de voltaje. La potencia total reactiva, incluye frecuencia fundamental y frecuencias armónicas, las cuales no deben de exceder el rango de potencia reactiva del capacitor.

2.- Interferencia con control de onda y sistema de líneas de potencia es posiblemente resultado de armónicas en un sistema. Sistemas de onda usan frecuencias de tono y audio. Sistema portadora emplea frecuencias portadora en rango de 5 - 50 kHz, sirven como líneas de comunicación que llevan a cabo switcheo remoto, control de carga y medición. Las armónicas y el ruido a altas frecuencias pueden producir interferencia a la operación de equipos.

3.-Corrientes armónicas en máquinas de inducción y síncronas causan pérdidas adicionales en calentamiento de éstas máquinas. Estos efectos son la parte más importante atribuibles a las armónicas de bajo orden y de magnitudes altas. Las armónicas de más grande orden en motores de inducción reducen la disponibilidad de torque y velocidad y producen torque parásito a bajas velocidaddes desde que el motor arranca hasta máxima velocidad.

4.-Los sobrevoltajes y corrientes excesivas en un sistema pueden ser debidos a la resonancia de armónicas en el circuito. Estas resonancias ocurren como resultado de muchas posibilidades diferentes.

Los bancos de capacitores causan resonancia y las líneas de transmisión largas son únicamente dos de las muchas posibilidades.

5.-Inestabilidad dieléctrica del aislamiento de cables es un resultado directo de sobrevoltajes en un sistema.

6.-Interferencia inductiva con sistemas de telecomunicación refiriéndose a los efectos de acoplamiento entre las frecuencias armónicas y las líneas de comunicación. Los efectos dependen principalmente del medio de transferencia, pero un incremento de armónicas debe probablemente tener efectos determinantes.

7.- Errores de inducción en medición de los kilowatts-hora. El resultado de armónicas de la medición de la onda distorsionada, hecha por un dispositivo para medir el valor promedio de formas de ondas casi perfectas.

8.- La existencia de armónicas en sistemas de transmisión y distribución deben ciertamente de incrementarse por los cambios en señales de interferencia y mal funcionamiento de relays, particularmente en sistemas controlados por microprocesadores y estado sólido.

9.- Recientemente las armónicas en sistemas de potencia son consideradas como la causa mayor de problemas de exitación en el control que precede a falla en el generador.

10.- La interferencia de armónicas en controladores de motores grandes causan mayores problemas. Estos efectos dependen de las fuentes de armónicas.

FUENTES DE ARMONICAS

Las fuentes de armónicas pueden ser divididas en dos categorías:

1.- Fuentes conocidas y establecidas

2.- Fuentes futuras y nuevas

Fuentes de armónicas establecidas. Las fuentes de armónicas conocidas incluyen:

a).- Rizo de diente o rizado en formas de onda elevadas desde las pulsaciones rápidas y oscilaciones de campo flux causado por el movimiento de los polos en frente de los dientes de armadura proyectados. Causan salidas armónicas. Estos rizos de diente causan distorsión en máquinas sincrónicas.

b).- Variaciones en la reluctancia de huecos de aire sobre los polos de las máquinas sincrónicas.

c).- Distorsión flux en máquinas sincrónicas puede deberse a efectos de carga. Las variaciones pulsantes en la carga resultan de cambios súbitos de velocidad en máquinas.

d).-Generación de fem´s no sinusoidales resultan de distribución no sinusoidal del flux en huecos de aire en máquinas sincrónicas.

e).-Imposición de pequeño y limitado monto de corrientes no sinusoidales.

Nuevas y futuras fuentes de armónicas. Donde las frecuencias de armónicas establecidas son mantenidas presentes en el sistema. La red de potencia está sujeta a nuevas fuentes de armónicas. Estas nuevas fuentes son identificadas y sumarizadas como sigue:

a).-La medición de conservación de energía tal como para mejorar la eficiencia y carga de motores usan dispositivos como semiconductores de potencia y microprocesadores para su operación. Estos dispositivos producen formas de onda de voltaje y corriente con contenido de armónicas.

b).-Transmisión de alto voltaje de corriente directa ya sea en conversión de CD a CA producen ambas corrientes armónicas y la propagación de armónicas en la interconexión. Sin embargo, ésta fuente está limitada a uso de filtros de todas las terminales de CD.

c) .-Otros dispositivos de control de motores tal como controles de velocidad por tracción, también producen formas de onda irregular de voltaje y corriente con contenido de armónicas.

d).-La interconexión de convertidores de potencia solar y de viento con sistemas de distribución causan serias corrientes y voltajes armónicos a la interface entre los fusibles y el sistema de potencia y en éstos dispositivos.

e).- El potencial usado en dispositivos de conservación de energía, tales como magneto-hidrodinámics, baterías de almacenaje y celdas, inyectan armónicas a la interface entre los fusibles y el sistema de potencia y en éstos dispositivos.

ANALISIS DE ARMONICAS Y SUS FUENTES

La red de trabajo contiene circuitos con parámetros no lineales los cuales tienen circuitos no sinusoidales, siempre y cuando el voltaje aplicado sea onda sencilla y pura. Los dispositivos tales como rectificadores, transformadores saturados y redes de transmisión son típicamente los causantes de circuitos no lineales. Las no linealidades deben de causar la distorsión de formas de onda de voltaje y corriente. Un ejemplo típico de formas de onda es un circuito de fase sencilla. La forma de onda final debe de variar considerablemente y depende de la carga y de la fuente de poder. Ya sea fase sencilla o trifásica, una vez que la forma de onda de ambos voltaje y corriente son determinados, el contenido de armónicas puede ser analizado. El análisis sirve para determinar la magnitud y el orden de armónicas es usualmente basado en el Teorema de Fourier y en la Transformada rápida de Fourier.

Consideración de las nuevas y futuras fuentes de armónicas. Como ya se había mencionado, las nuevas fuentes de armónicas son significativamente relacionada a nuevas tecnologías de dispositivos de potencia que usan switcheo de semiconductores y microprocesadores. En 1976 Arthur D. Little completó un análisis de consumo eléctrico para motores eléctricos. Algunos de los resultados de éste estudio son de interés.

1.- El consumo de motores eléctricos es cerca del 64% del consumo eléctrico total de Estados Unidos.

2.- Luz, calor y otras aplicaciones mantienen el 36% del consumo total.

3.- El 42% de la energía consumida por motores eléctricos es consumida por motores industriales.

4.- Consumo de drives de motores comerciales tales como bombas de agua y motores residenciales se estima como un 5%, 7%, 9% del consumo eléctrico total.

5.- El 90% de todos los motores eléctricos utilizados son de un rango de 1 a 200 HP y son principalmente usados como bombas, abanicos o sopladores.

Es claro que en la conservación de energía requiere poner atención en motores de inducción, drives de motores y sus eficiencias.

Esto puede tener tres posibilidades:

La primera posibilidad es mejorar el diseño de motores para asegurar alta eficiencia. Esto no debe de producir un incremento de armónicas.

La segunda posibilidad es tener una salida apropiada para motores de alta eficiencia, velocidad constante y carga completa. La variación de carga de motores baja la eficiencia, baja por error entre las constantes de velocidad de los motores y los controladores de carga.

EL camino para conseguir adaptar carga a motores, esto requiere una variable de voltaje/velocidad variable en motores de inducción. La variable voltaje/velocidad variable en controladores de motores, sin embargo, son conocidos la introducción de armónicas. se representa una comparación entre el ancho de pulso en controladores modulados y el sintetizador de C.A. Este sintetizador es aclamado por su mejor forma de onda.

Los métodos de control de velocidad variable y voltaje variable son estimados a mejorar la eficiencia de los motores y su operación cerca de un 20% del total. El factor de potencia de máquinas de inducción representa un desarrollo para ahorro de energía en algunos motores y esta es la tercera consideración en conservación de energía. Los controladores operar en motoreres de inducción y son caracterizados por su pobre factor de potencia de 0.17 sin carga. Este factor de potencia incrementa cerca de 0.9 a plena carga. Sin embargo en un sistema de distribución el factor de potencia es mayor que 0.9 . Un examén de formas de onda de voltaje y corriente de motores que contienen armónicas.

Desde el uso de Tecnología de estado sólido y control de motores el problema de armónicas se hizo mayor. Como ejemplo se tiene un controlador para un motor sincrónico y sus formas de onda de voltaje y corriente. En un diagrama esquemático del controlador, se representan sus formas de onda. AL examinar éstas formas de onda se observa una cantidad significativa de voltajes y corrientes armónicas, las cuales son inyectadas a la red de potencia.

Ejemplos de Fuentes de Armónicas

1.- Transformadores (armónicas de tercer orden).

2.- Hornos de arco.

Armónicas dominantes en la acción de rectificación del arco:

a).- Armónicas de segundo orden, 8%

b).- Armónicas de tercer orden, 6%

c).- Armónicas de cuarto orden, 3%

d).- Armónicas de quinto orden, 4%

e).- Armónicas de sexto orden, 1%

f).- Armónicas de séptimo orden, 3%

3.- Convertidores estáticos de potencia.

a).- Teoría de rectificación

b).- Tipos de carga:

- Electroquímica
- Multipulso
- Mejoramiento de factor de potencia y filtrado

c).- Drives de motores de CD

- Operación de seis pulsos
- Operación de doce pulsos

d).- Drives de motores de CA (frecuencia ajustable)

- Convertidores de enlace de CD
- Voltaje onda cuadrada
- Invertidor controlado de corriente
- Motores sincrónicos
- Invertidor de carga acumulada
- Ciclo convertidores
- Controlador estático de switcheo de fase

e).- Motor de inducción

f).- Otros motores

- Dispositivos de descarga por arco
- Dispositivos de saturación magnética.

LA RESPUESTA DE LOS SISTEMAS A FUENTES ARMONICAS

La respuesta de los sistemas de potencia a señales armónicas es muy importante como las producidas por el incremento de cargas no sinusoidales.

Los métodos de simulación son necesarios por dos razones: para investigar los problemas potenciales cuando una carga no lineal es agregada y simular y probar soluciones para los problemas existentes.

El análisis del estado estable de armónicas es ejecutado usualmente cuando se trunca la representación de corrientes y voltajes no sinusoidales.

Como resultado, la definición más relacionada con armónicas son descritos en términos de componentes de Series de Fourier. En general el análisis de armónicas requiere definición y matemáticas relacional, ésto es para estudiar la frecuencia fundamental ordinaria.

Las siguientes definiciones describen los sistemas de potencia con corrientes y voltajes armónicas.

Voltaje: $$V(t) = \sum_{K=1}^{N} V_k \operatorname{sen}(Kw_o t + \theta_k)$$

Corriente: $$i(t) = \sum_{K=1}^{N} I_k \operatorname{sen}(Kw_o t + \phi_k)$$

Potencia activa: $$P = \sum_{K=1}^{N} V_k I_k \cos(\theta_k - \phi_k)$$

Potencia reactiva: $$Q = \sum_{K=1}^{N} V_k I_k \operatorname{sen}(\theta_k - \phi_k)$$

Volts amperes aparente: $S = [V_{RMS}][I_{RMS}]$

Voltaje RMS: $V_{RMS} = [\sum_{K=1}^{N} V^2{}_k]\ ½$

Corriente RMS: $I_{RMS} = [\sum_{K=1}^{N} I^2{}_k]\ ½$

Volts de distorsión: $D^2 = S^2 - P^2 - Q^2$

Voltaje Distorsión: $HDv = \sum_{K=2}^{N} [V^2{}_k] / V_1$

Corriente Distorsión: $HD_I = \sum_{K=2}^{N} [I^2{}_k] / I_1$

Factor de potencia: $P_f = P / S$

PROPIEDADES DE LAS ARMONICAS EN SISTEMAS DE TRES FASES

La siguiente simplificación siempre es usada: si el sistema consiste de componentes bilaterales o dispositivos que produzcan fases de voltaje y corriente con simetría de ½ onda.

$$f(t) = - f(t) \pm T/2$$

T = periodo de la forma de onda cuando los voltajes y corrientes armónicas de cualquier orden (2,4,6, etc. no están presentes).

Otra simplificación importante es posible si el sistema de tres fases y las cargas que producen armónicas son balanceadas, ésto puede ser en sistemas de transmisión. En éste caso, las componentes de frecuencia individual pueden ser positivas, negativas o de secuencia cero. Este patrón de fases de voltaje para unas cuantas armónicas y puede ser como sigue:

FUNDAMENTAL

$$Va_1(t) = V_1 \cos(w_0 t + \emptyset_1)$$
$$Vb_1(t) = V_1 \cos(w_0 t - 2\pi/3 + \emptyset_1)$$
$$Vc_1(t) = V_1 \cos(w_0 t + 2\pi/3 + \emptyset_1)$$

Segunda armónica

$$Va_2(t) = V_2 \cos(2w_0 t + \emptyset_2)$$
$$Vb_2(t) = V_2 \cos(2w_0(t - 2\pi/3w_0) + \emptyset_2)$$
$$= V_2 \cos(2w_0 t + 2\pi/3 + \emptyset_2)$$
$$Vc_2(t) = V_2 \cos(2w_0(t + 2\pi/3w_0) + \emptyset_2)$$
$$= V_2 \cos(2w_0 t - 2\pi/3 + \emptyset_2)$$

Tercera armónica

$$Va_3(t) = V_3 \cos(3w_0 t + \emptyset_3)$$
$$Vb_3(t) = V_3 \cos(3w_0(t - 2\pi/3w_0) + \emptyset_3)$$
$$= V_3 \cos(3w_0 t + 2\pi/3 + \emptyset_3)$$
$$Vc_3(t) = V_3 \cos(3w_0(t + 2\pi/3w_0) + \emptyset_3)$$
$$= V_3 \cos(3w_0 t - 2\pi/3 + \emptyset_3)$$

Cuarta armónica

$$Va_4(t) = V_4 \cos(4w_0 t + \emptyset_4)$$

$$Vb_4(t) = V_4 \cos(4w_0(t - 2\pi/3w_0) + \emptyset_4)$$

$$= V_4 \cos(4w_0 t + 2\pi/3 + \emptyset_4)$$

$$Vc_4(t) = V_4 \cos(4w_0(t + 2\pi/3w_0) + \emptyset_4)$$

$$= V_4 \cos(4w_0 t - 2\pi/3 + \emptyset_4)$$

Examinando éstas ecuaciones se deduce que la segunda armónica de voltajes es de secuencia negativa, la tercera armónica de voltaje es de secuencia cero, y la cuarta armónica de voltaje es de secuencia positiva. Este mismo patrón alternado también aplica a las corrientes y puede ser expandido a cualquier orden de armónicas.

Secuencia de fase para armónicas en un sistema trifásico balanceado

Orden de armónicas	Secuencia de fase
1	+
2	-
3	0
4	+
5	-
6	0
7	+
8	-
9	0

Para ésto en sistemas balanceados, los componentes pueden ser representados por sus positivos, negativo e impedancias de secuencia cero con escalas de reactancias acordes a las armónicas de interés.

Este patrón de armónicas y secuencias de fase no aplican para sistemas desbalanceados tales como: sistemas de transmisión o alimentadores de distribución, los cuales siempre están desbalanceados debido a sus cargas.

En situación desbalanceados, las armónicas de cada orden contienen componentes de secuencia positiva, negativa y cero, se recomienda para su solución estuadiarlos como un modelo de tres fases completo ya que éste permite examinarlos cada fase por separado.

MODELOS DE COMPONENTES DE SISTEMAS

Esto es muy importante el usar el adecuado modelo de componentes de sistemas en el estudio de armónicas, la propagación de la señal es dependiente en lineas de transmisión e impedancias de transformadores de las conexiones de las tres fases del transformador, shunt, capacitores y al equivalente shunt e impedancia al neutro de la carga del sistema y de los fusibles del generador.

Las impedancias de secuencia o impedancias de fase individual de componentes de sistemas a varias frecuencias son necesarias, similarmente la respuesta al voltaje aplicado. En mucho de los casos en sistemas de potencia convencional los componentes son asumidos lineales. Los transformadores tienen no linealidad ya sea en saturación o en histerisis y siempre son ignorados y más componentes son modelados con apropiadas combinaciones de resistencia, inductancia y elementos capacitivos, los cuales pueden variar con frecuencia. Las cargas no lineales son tratadas como fuentes de corriente

armónica o son descritas analíticamente en términos de voltaje, corriente o ecuaciones de potencia.

Existen dos tipos de componentes: Lineal y no lineal. Los **componentes lineales** son asumidos como no fuentes de armónicas pero a través de ellos permiten flujo de corrientes armónicas. Los transformadores y las máquinas sincrónicas son productores de armónicas, pero son tratados como componentes lineales ya que producen armónicas relativamente pequeñas. Los componentes que generan armónicas son **componentes no lineales**.

Ellos producen corrientes no sinusoidales cuando voltaje sinusoidal es aplicado; éstos pueden ser modelados por dos métodos: con constantes de voltaje armónico o con fuentes de corriente o con expresiones analíticas que relacionen corriente a voltaje.

COMPONENTES LINEALES

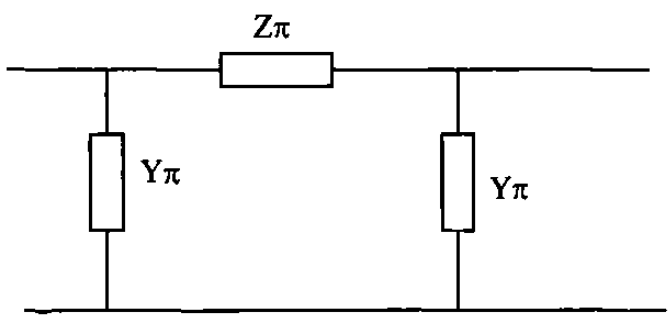
LINEAS DE TRANSMISION Y CABLES

Líneas de transmisión de tres fases, alimentadores de distribución y cables están dentro de dos categorías: simétricas y no simétricas. El análisis de configuración simétrica es un sistema balanceado y es ejecutado con componentes simétricos. Los sistemas no simétricos, sin embargo, son sistemas de fases no balanceadas.

Líneas de tres fases simétricas son modeladas por circuitos pi equivalentes para armónicas de orden y secuencia de fase de interés Como en

frecuencia fundamental, las impedancias de secuencia positiva y negativa de líneas balanceadas, cables, o otros componentes estacionarios son igual.

En muchos de los casos, el circuito equivalente pi usado en análisis de flujos de carga no es adecuado. Se es recomendado el hiperbólico modelo para lineas largas, éste es usado para líneas eléctricamente largas más del 5% de las longitudes de onda de cualquier nivel de armónicas. Para una base de frecuencia de 60 Hz. ésta distancia es aproximadamente:



$Z\pi = Z_o \text{ sen } Yd$ ohms

$Y\pi = \frac{1}{Z_o} \text{ Tan } \frac{Yd}{2}$ ohms

$Z_o = [\frac{R + jwL}{G + jwC}]^{1/2}$

$Y = \sqrt{(R + jwL)(G + jwC)}$

R = resistencias serie por unidades de longitud

L = inductancias serie por unidades de longitud

C = capacitancia shunt por unidades de longitud

G = conductancia shunt por unidades de longitud

d = longitud de la línea

Los valores de por unidad de longtitud de R, L, C y G dependen de la secuencia de fase y del orden de armónicas. Las impedancias de secuencia positiva y negativa son calculadas en el modo usual para asumir una conductividad perfecta. La impedancia de secuancia cero depende de la conductividad de la tierra, y las fórmulas de Carson's concernientes a los efectos de la tierra pueden ser necesarias. La inductancia L consiste de una constante externa, L ext, más un valor interno, L int, donde:

$L = L\ int + L\ ext$

Capacitancia C y conductancia G son consideradas como frecuencias independientes.

Resistencia R e inductancia interna L int, varían con la frecuencia acorde a los efectos resistivos.

La impedancia interna de un alambre aislado es mostrado:

$$Z_{int}(a) = R(a) + jwL_{int}(a) = a\ Rdc\ M_o(a) \frac{\lfloor 135^o +}{2\ M_1(a)}$$

donde:

$$a = \left[\frac{\mu}{\pi\ Rdc} \right]^{1/2}$$

$$M_o(a) / (a) = j_o(\sqrt{-ja})$$

$$M_1(a) / (a) = j_1(\sqrt{-ja})$$

M_o = frecuencia de interés, rad / seg.

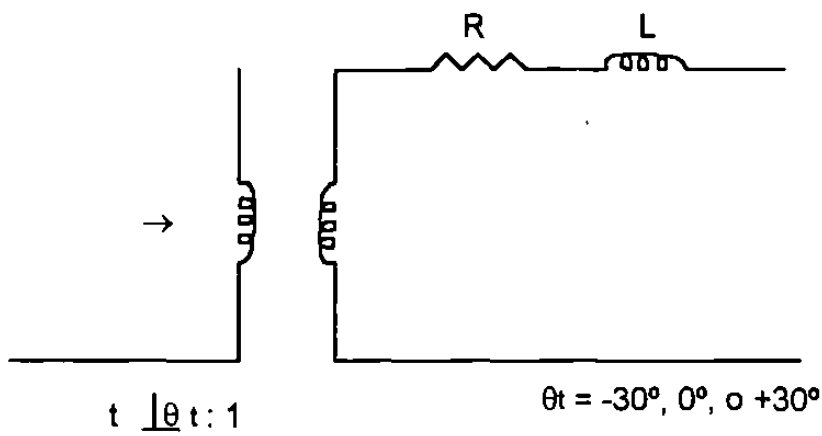
L = permeabilidad del conductor

R dc = resistencia de DC de un alambre, ohms/metro

TRANSFORMADORES

Los Transformadores en sistemas de potencia son dispositivos complejos, es mejor modelarlos ajustando las inductancias y capacitancias distribuídas. Ellos tienen frecuencias resonantes internas, un ancho y frecuencia variable dependiente de la impedancia de entrada. Estas frecuencias resonantes son reportadas por ser considerablemente altas que el rango normal de interés en análisis de armónicas, partiendo el uso de modelos de transformador simple en estudio de armónicas. Un modelo simple, sin embargo, no puede ser válido completamente. A través de una serie de mediciones se mostró que la impedancia armónica shunt de un transformador es también compleja para permitir generalizar una fórmula:

El más común modelo de transformador usado en estudio de armónicas es el mostrado:



Los términos de magnetización son ignorados y la inductancia es constante. La resistencia serie, sin embargo, es dependiente de la frecuencia. La fase mostrada es necesaria para representar un banco de tres fases conectada en estrella-delta. El transformador estándar requiere de un Transformador estrella-delta para ser etiquetado como de voltaje secuencia positiva y también de corriente en el lado de alto voltaje, esto en su contraparte en el lado de bajo voltaje por + 30°. Esto aplica a armónicas de secuencia positiva. Stevenson, muestra las señales de secuencia negativa desviadas por -30°. Las armónicas de secuencia cero no son de fase desviada. Si la información de fase para señales no sinusoidales es necesaria, cada transformador conectado en estrella-delta o delta-estrella debe ser modelado como un transformador de fase desviada con cualquiera +30°, 0°, 0' - 30° fase desviada.

Armónicas triple balanceadas ocurren en secuencia cero únicamente . Si las armónicas triples son incluídas en un estudio, las conexiones para un banco de transformadores de tres fases afectan la malla impedancia secuencia cero equivalente. En este caso, L y X/R deben de ser constantes, pero a través de la impedancia mostrada, deberá ser modificada acorde a la conexión de transformador secuencia cero.

Capacitores e inductores. Los capacitores y los inductores son tratados como circuitos puros, elementos con capacitancia e inductancia fija. La impedancia varia monotónicamente con la frecuencia. Tal es que la impedancia de capacitores shunt decrece con la frecuencia, ésto es muy importante en estudio de armónicas, también si las armónicas triples son incluídas, el tipo de conexiones es importante.

Máquinas sincrónicas. La impedancia a terminales del estator de una máquina sincrónica es mejor describirla en términos de d y q, inductancia operacional Ld (s) y Lq (s). A través de éstas inductancias son funciones de diferentes frecuencias entre corrientes de C estator y velocidad del rotor; tres valores son seleccionados para caracterizar la máquina operación - sincrónica, transcendente y subtrascendente. Esto describe la máquina en estado estable, trascendente, y corto período trascendente.

La corriente del estator de frecuencia fundamental de secuencia negativa produce ondas flux. El resultante flux es forzado dentro de las vías de baja permeabilidad. Estas vías son caracterizadas por las inductancias subtrascendentes. Las ondas flux mueven a un múltiplo de velocidades sincrónicas, se concluye que la actual inductancia subtrascendente, Lz, es el promedio de dos inductancias subtrascendente, o

$$Lz = \frac{L''d + L''q}{2}$$

donde:

L"d = inductancia subtrascendente axis directa

L"q = inductancia subtrascendente axis cuadratura

La reactancia Xk junta para cualquiera corrientes armónicas de secuencia positiva o negativa, esto es obtenida directamente usando la inductancia subtrascendente.

$X_h = 2\pi f_o \; h L_2 , \quad h > 1$

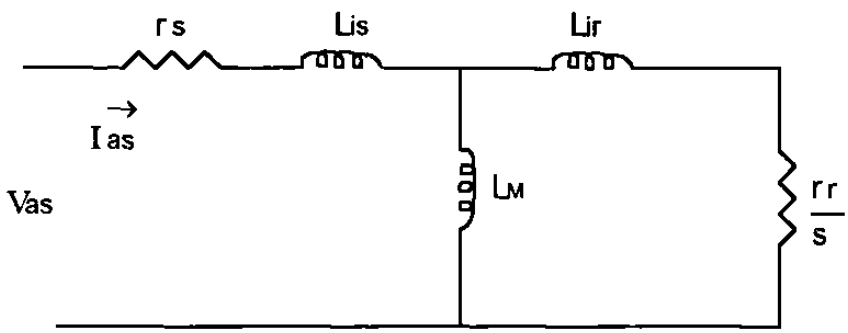
donde:

f_o = frecuencia base, Hz

h = orden de armónicas

Este valor de Xh es usado como reactancia shunt equivalente y que puede ser señales armónicas de secuencia positiva o negativa a las terminales de una máquina sincrónica.

<u>Máquinas de inducción</u>. El modelo estándar para las terminales del estator de una máquina de inducción de tres fases es mostrada:



Para propósitos de armónicas los términos de magnetización son ignorados, dando un circuito equivalente simple. Para cualquier orden de armónicas, el deslizamiento viene a ser:

$$s = \frac{h\,w_s - w_r}{h\,w_s} = 1 - \frac{w_r}{w_s}$$

Para un rango de velocidades, $w_r \sim w_s$, el deslizamiento se reduce a:

$s = 1 - 1/h$

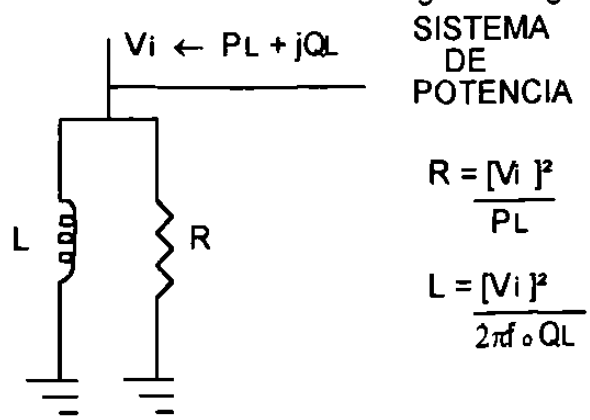
Se recomienda que en la primera aproximación, en motores de inducción debe ser modelado para propósitos de armónicas por su equivalente a rotor bloqueado s = 1. Para armónicas de mayor orden el término reactivo domina y las resistencias series son ignoradas. Para un motor de inducción de tres fases son siempre modeladas como inductancia shunt pura, reactancia x_h .

$$x_h = \frac{h}{Q_{pu}} \text{ pu}$$

h = orden de armónicas

Q_{pu} = rango de potencia reactiva de frecuencia fundamental requerida por los motores, pu, los motores de inducción de fase sencilla son modelados con dos circuitos series conectados.

<u>Cargas lineales generalizadas.</u> Es difícil de modelar las cargas de los sistemas de potencia ya que no se tiene una exacta composición. Ciertamente motores de inducción, calentadores e iluminación son los mayores componentes. Se sugiere que ausencia de información de la composición de cargas, la carga sea modelada como una resistencia shunt en paralelo con una inductancia shunt o capacitancia seleccionada a una potencia reactiva a 60 Hz. Esto es referido como modelo carga lineal generalizada.



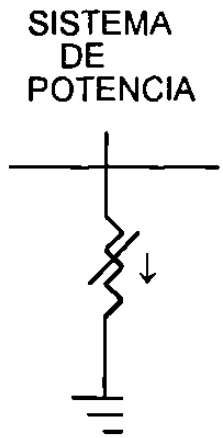
NO LINEALES Y OTROS COMPONENTES PRODUCTORES DE ARMONICAS

LAMPARAS FLUORESCENTES

La luz por descarga gaseosa (tal como fluorescentes, arco de mercurio, sodio alta presión) son fuentes significantes de armónicas en sistemas de potencia. Las características eléctricas de éste tipo de lámparas son no lineales. La ingnición de la ingnición de la lámpara ocurre durante cada medio ciclo cuando es aplicado el voltaje de AC. Durante conducción, la lámpara exhibe una característica de resistencia negativa y no lineal, el circuito de balastra es colocado en serie con la lámpara para limitar la corriente.

La operación de lámparas de descarga gaseosa con DC o voltaje aplicado sinusoidal tiene que ser simulado, la componente de corriente característica más allá que la fundamental es usualmente la armónica tercera, la cual, en un circuito alineado por tres fases, balanceado, es de secuencia cero.

Dos métodos pueden ser usados en el estudio de armónicas producidas por lámparas fluorescentes; primero, las lámparas pueden ser tratadas como fuentes de corriente ideal de contenido de armónicas conocido. Son reportadas las magnitudes de la 3a. y 5a. corrientes armónicas, ser 21% y 7% respectivamente de la fundamental, cuando un voltaje sinusoidal es aplicado.



El segundo método es analítico modelando carga resistiva no lineal, éste modelo desarrollado por grady y heydt.

$$V(t) = \sum_{K=1}^{N} V_k \operatorname{sen}(Kw_o t + \theta_k)$$

$$i(t) = B \sum_{K=1}^{N} b_k V^k (t)$$

$$= \sum_{K=1}^{N} I_k \operatorname{sen}(Kw_o t - \phi_k)$$

El modelo requiere de una resistencia y corriente expresada en términos de potencia impar del voltaje aplicado. Los coeficientes b_k son seleccionados para igualar niveles de corrientes armónicas. Esta expresión analítica resulta de las series de Fourier de i (τ) y $w(\tau)$, puede ser usada en fuentes de armónicas.

CAPITULO IV

EL CONVERTIDOR ESTATICO FUENTE DE GENERACION DE ARMONICAS

La derivación de corrientes armónicas producidas por convertidores de potencia estáticos requiere información precisa de las formas de onda de los voltajes de CA, de las terminales del convertidor, la configuración del convertidor el tipo de control, la impedancia del sistema de CA y los parámetros de los circuitos de CD.

Cuatro diferentes principios de control son comúnmente usados:

- Constantes de control fase-ángulo producen valores consecutivos de disparo igualmente espaciados con referencia a sus voltajes respectivamente conmutados.

- Control de disparo equidistante produce disparo consecutivo a intervalos iguales de la frecuencia de alimentación.

- Control de fase-ángulo modulado produce tiempo variable del disparo fase-modulada.

- Control de ciclo integral selecciona un número íntegro de ciclos completos o medios ciclos de frecuencia de alimentación.

- Control de ángulo de fase constante es el tipo de control fundado en convertidor estático conmutado y en regulador de voltaje de C.A.

El regulador de voltaje de C.A. usa pares de tiristor en cada fase, producen variación de nivel de contenido de armónicas, los cuales en el caso de cargas inductivas, pueden incluir armónicas de orden par y corriente directa. A través del uso de tiristores controlados de C.A. La regulación de voltaje es presente y restringida a aplicaciones de baja potencia (tales como dimmers para luz y motores de inducción pequeños).

Las principales fuentes de corrientes armónicas están presentes en rectificadores de ángulo de fase controlados e inversores. Estos pueden ser agrupados en tres áreas:

(1) Convertidores de alta potencia, tal como los usados en industria de reducción de metales y transmisión de alto voltaje de C.D.

(2) Convertidores de tamaño medio, tal como los usados en la industria manufacturera de control de motores y en aplicaciones de ferrocarriles,

(3) Rectificación de baja potencia de fase sencilla tales como televisión y cargadores de baterías.

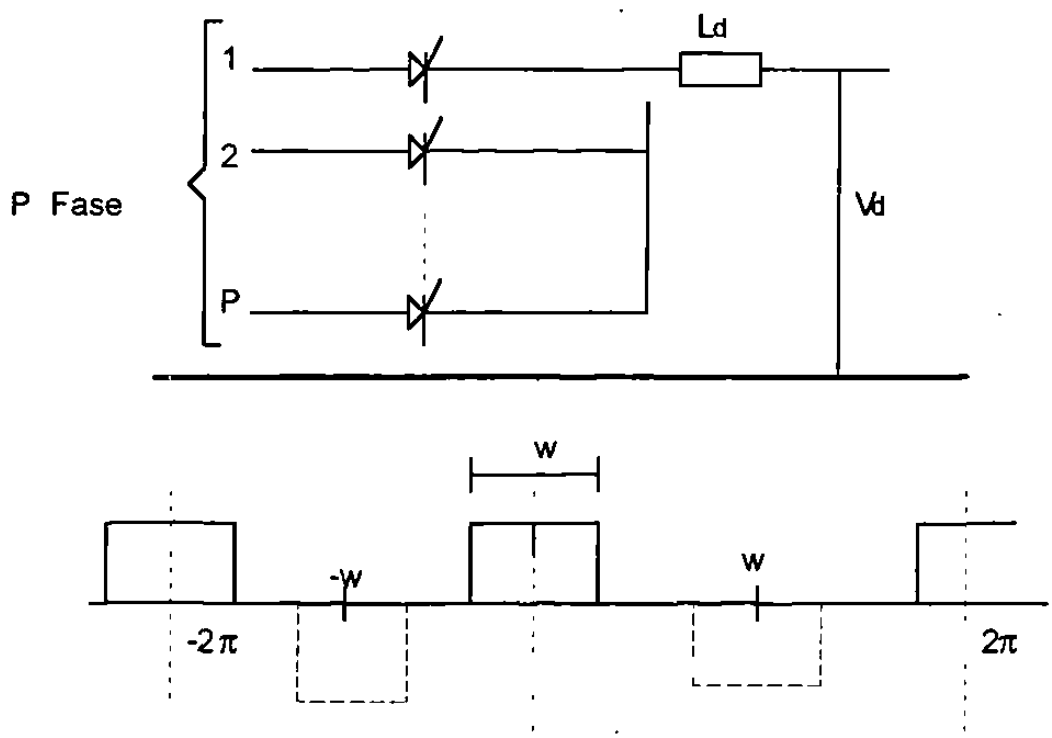
CONVERTIDORES DE ALTA POTENCIA

Los convertidores de alta potencia generalmente tienen mucha más inductancia en el lado de C.D. que en el lado de C.A. La corriente directa es

razonablemente constante y el convertidor actua como fuente de voltajes armónicas en el lado de C.D. y corrientes armónicas en el lado de C.A. con simetría perfecta las corrientes resultantes de un sistema C.A. son exactamente iguales en todas las fases.

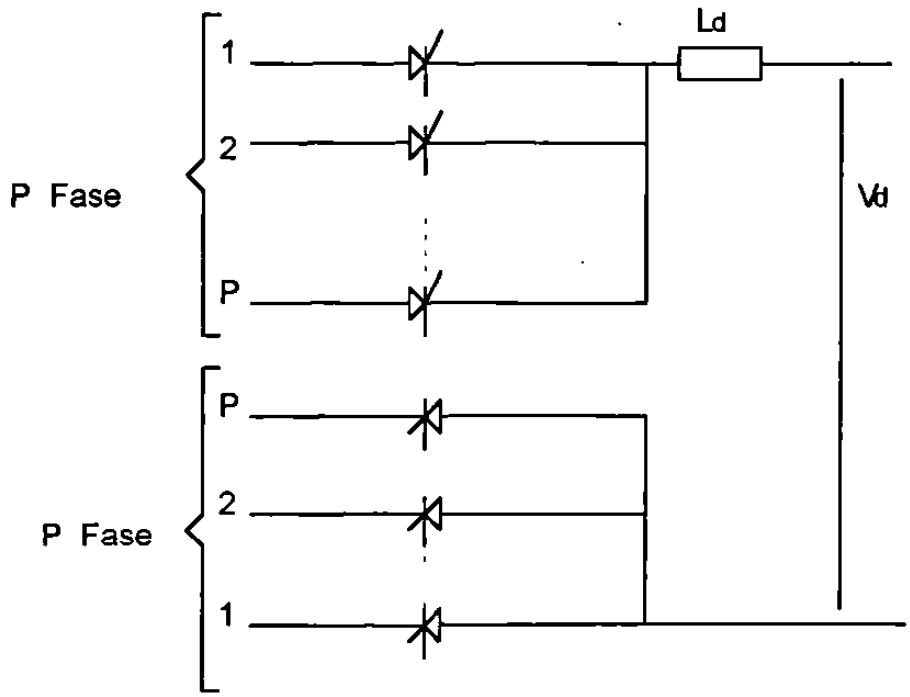
COMPONENTES ARMONICAS DE FORMAS DE ONDA DE CORRIENTE

La fase p de un convertidor de una vía o paso, ilustrada, tiene cero C.A. el sistema de impedancia e inductancia infinita. Sobre éstas condiciones, la corriente de fase consiste de pulsos rectangulares positivos y periódicos de ancho w = 2π /p, repetidamente a la frecuencia aplicada.



Tren de impulsos positivos y negativos

En el análisis de la forma de onda para un convertidor de 2 vías p fase, el origen es tomado al centro del pulso, F(wt) es mostrado por ser función par y la serie de Fourier tiene únicamente términos coseno.



El coeficiente de Fourier relevante con referencia a 1 por unidad de corriente de C.D. son:

$$A_o = \frac{1}{2\pi} \int_{-W/2}^{W/2} d(wt) = \frac{w}{2\pi} = \frac{1}{P}$$

$$A_m = \frac{1}{\pi} \int_{-W/2}^{W/2} \cos(mwt)\ d(wt) = \frac{2}{\pi m} \operatorname{sen} \frac{nw}{2} = \frac{2}{\pi m} \operatorname{sen} \frac{\pi m}{P}$$

La serie de Fourier correspondiente a los pulsos de corriente positiva es:

$$F_P = \frac{2}{\pi}\left(\frac{w}{4} + \text{sen}\,\frac{w}{2}\cos wt + \frac{1}{2}\,\text{sen}\,\frac{2w}{2}\cos 2wt + \frac{1}{3}\,\text{sen}\,\frac{3w}{2}\cos 3wt + \frac{1}{4}\,\text{sen}\,\frac{4w}{2}\cos 4wt + \ldots \right)$$

En un convertidor ideal de dos vías por fase produce pulsos positivos y negativos, da las siguientes series de Fourier:

$$F_m = \frac{2}{\pi}\left(-\frac{w}{4} + \text{sen}\,\frac{w}{2}\cos wt - \frac{1}{2}\,\text{sen}\,\frac{2w}{2}\cos 2wt + \frac{1}{3}\,\text{sen}\,\frac{3w}{2}\cos 3wt - \frac{1}{4}\,\text{sen}\,\frac{4w}{2}\cos 4wt + \ldots \right)$$

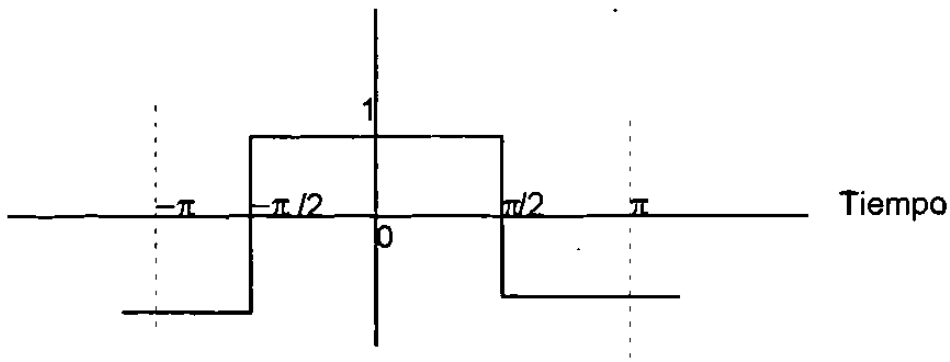
La fase corriente de la configuración de dos vías, consiste de alternos pulsos positivos y negativos, tal que $F(wt + \pi) = -F(wt)$, su serie de fourier es obtenida por la combinación de ecuaciones y da como:

$$F = F_P + P_m = \frac{4}{\pi}\left(\text{sen}\,\frac{w}{2}\cos wt + \frac{1}{3}\,\text{sen}\,\frac{3w}{2}\cos 3wt + \frac{1}{5}\,\text{sen}\,\frac{5w}{2}\cos 5wt + ..\right)$$

En la cual la componente de C.D. y la armónica de orden par tienen que ser eliminadas.

Para la onda cuadrada de la siguiente figura $w = \pi$, de la ecuación para la forma de onda en el dominio de la frecuencia.

$$F(t) = \frac{4}{\pi}\left(\cos wt - \frac{1}{3}\cos 3wt + \frac{1}{5}\cos 5wt - \frac{1}{7}\cos 7wt..\right)$$



Armónicas relacionadas con seis pulsos. La rectificación de seis pulsos es obtenida por la configuración de 3 fases y dos vías. Substituyendo w = 2π/3 en la siguiente ecuación:

$$F = Fp + Fn = \frac{4}{\pi} \{ \text{sen } \frac{w}{2} \cos wt + \frac{1}{3} \text{sen } 3w \cos 3wt + \frac{1}{5} \text{sen } \frac{5w}{2} \cos 5wt + \ldots$$

e incrementando la actual corriente C.D. Id en el dominio de la frecuencia y la representación de corriente A.C. en fase ´a´ es:

$$i_a = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} Id (\cos wt - \frac{1}{5} \cos 5wt + \frac{1}{7} \cos 7wt - \frac{1}{11} \cos 11wt + \frac{1}{13} \cos 13wt + \frac{1}{17} \cos 17wt + \frac{1}{19} \cos 19wt + \ldots$$

La corriente de tres fases son mostradas en la siguiente figura. Algunas observaciones pueden ser hechas de la ecuación anterior:

1.- La ausencia de triple armónica;

2.- La presencia de armónicas de orden 6k ± 1 para valores enteros de k

3.- Estas armónicas de orden 6k +1 son de secuencia positiva;

4.- Estas armónicas de orden 6k - 1 son de secuencia negativa;

5.- La magnitud R.M.S. de la frecuencia fundamental es:

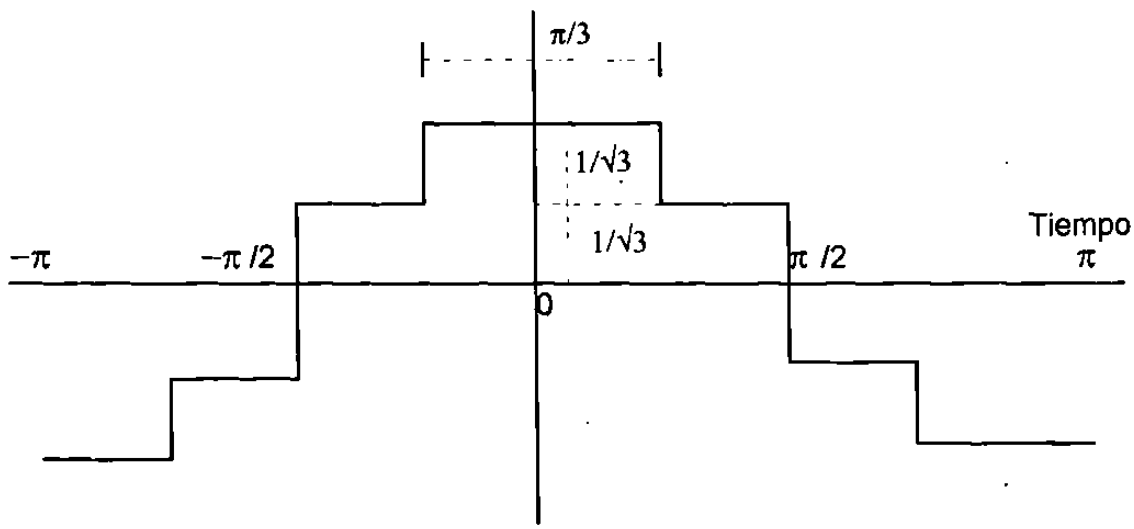
$I_1 = (1/\sqrt{2})\,(2\sqrt{3}/\pi)\quad Id = (\sqrt{6}/\pi)\quad Id$

6.- La magnitud R.M.S. de la n armónica es:

$I_n = I_1 / n$

EFECTOS EN LA CONEXION DEL TRANSFORMADOR.

Si cualquiera de los bobinados del transformador ya sea primario o secundario son conectados en delta, la forma de onda en el lado de la corriente C.A. consiste de las instantáneas entre dos corrientes secundarias rectangulares de 120° como se muestra en la figura anterior:



Para mantener los mismos voltajes primarios y secundarios de la conexión estrella - estrella, un factor de $\sqrt{3}$ es introducido en la relación de transformación y la forma de onda de la corriente es la mostrada con anterioridad.

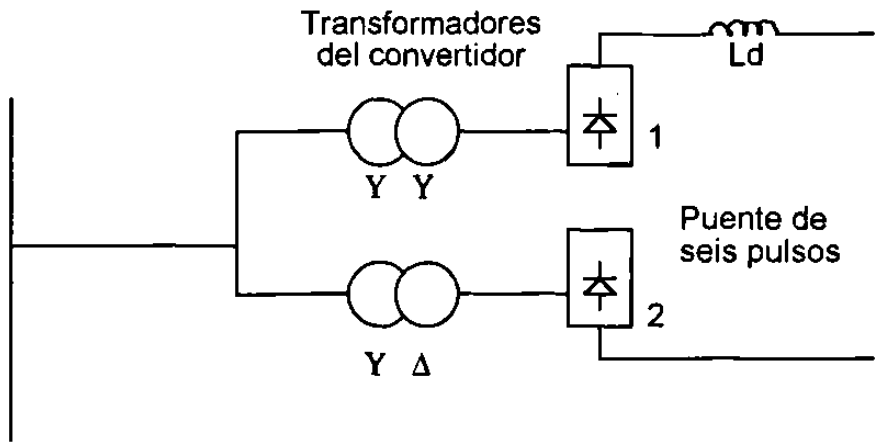
La Serie de Fourier resultante de la corriente en Fase "a" en el lado del primario es:

$$i_a = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_d \left(\cos wt + \frac{1}{5}\cos 5wt - \frac{1}{7}\cos 7wt - \frac{1}{11}\cos 11wt + \frac{1}{13}\cos 13wt + \frac{1}{17}\cos 17wt - \frac{1}{19}\cos 19wt + \ldots\right.$$

Las series únicamente difieren de la conexión estrella - estrella del transformador para la secuencia de rotación de armónicas de órdenes 6k ± 1 para valores impares de K, la 15, 17, 19, etc. orden.

ARMONICAS RELACIONADAS CON DOCE PULSOS

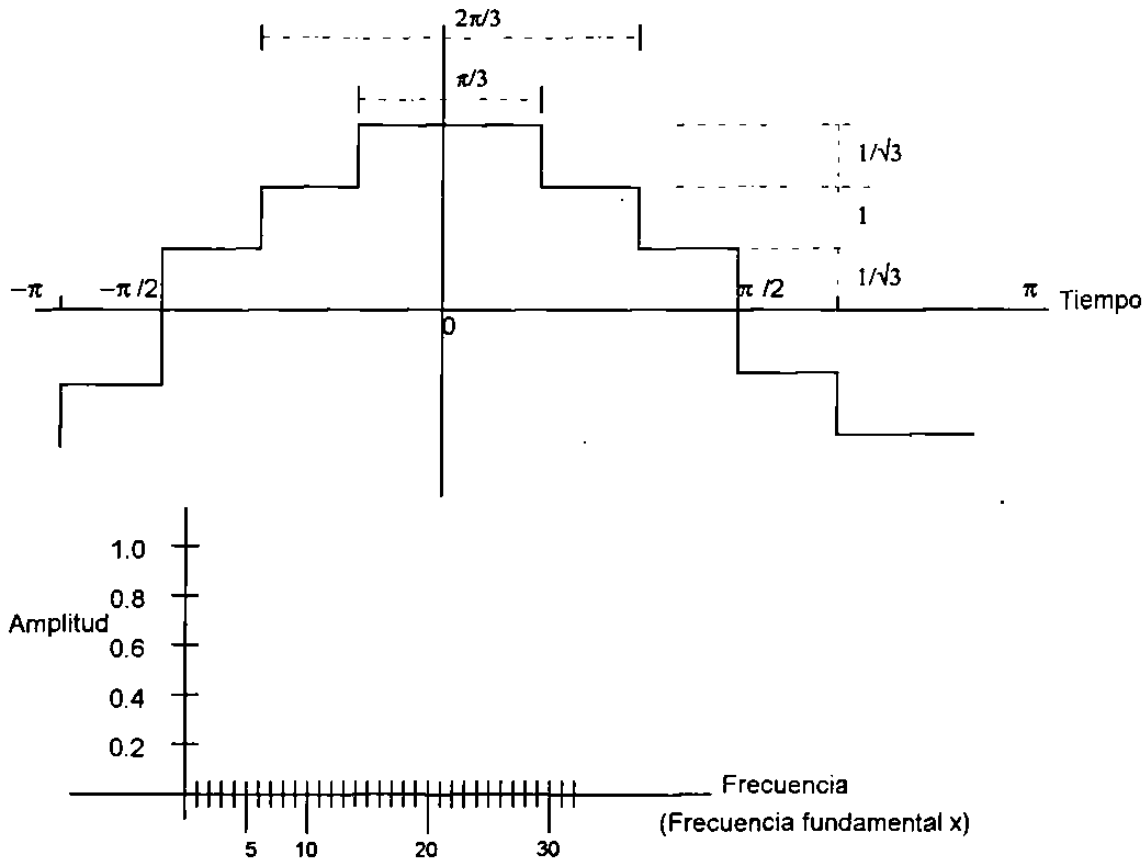
La configuración de doce pulsos consiste de dos grupos de seis pulsos que alimentan a dos grupos de transformadores de 3 fases en paralelo, con sus voltajes fundamentales iguales y desfasados por 30°; una configuración común de 12 pulsos es mostrada a continuación:



Para mantener la operación de doce pulsos, deben de operar dos grupos de seis pulsos con el mismo ángulo de control y las corrientes de frecuencia fundamental en el lado de C.A. de los dos transformadores están en fase uno de otro.

$$(i_a)_{12}=2\left(\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\right)\left(\cos wt - \frac{1}{11}\cos 11wt + \frac{1}{13}\cos 13wt - \frac{1}{23}\cos 23wt + \frac{1}{25}\cos 25wt - \ldots\right)$$

Estas series contienen armónicas de orden 12K ± 1. Las corrientes armónicas de orden 6K ± 1 con K = 5, 7, 17 y 19 circulan entre los dos transformadores del convertidor pero no penetran en la red de C.A. La representación en el dominio del tiempo de la forma de onda de 12 pulsos es mostrada y también su correspondiente dominio de la frecuencia.



CONFIGURACIONES PARA MAYOR NUMERO DE PULSOS

Se vió el uso de dos transformadores con defasamiento de 30° para producir 12 pulsos. Por instancia la operación de 24 pulsos se tiene el uso de cuatro transformadores con 15° defasados y para la operación de 48 pulsos se requiere de 8 transformadores desfasados 7.5°, teóricamente posibles, en número de pulsos arriba de 48, son raramente justificados por niveles prácticos, fundados en la distorsión del voltaje de alimentación y sus formas de onda, los cuales pueden tener mucha influencia en los cruces de voltaje. Similarmente como en el caso de la conexión de 12 pulsos, la alternativa de defasamiento involucra configuraciones de alto número de pulsos, requiere de un uso apropiado de factores en la relación de los transformadores en paralelo.

Las corrientes armónicas teóricamente están relacionadas al número de pulsos (p) por la expresión general pK ± 1 y sus magnitudes decrecen en proporción inversa al orden de armónicas.

ARMONICAS DE VOLTAJE DE DIRECTA

Para la configuración de puente de 3 fases el orden de armónicas de voltaje son n = 6K. Contiene las siguientes tres diferentes funciones con referencia a cruce de voltaje C_1 :

$$\vartheta d = \sqrt{2}\, V_c \cos[\, wt + \pi/6\,] \qquad \text{para} \qquad 0 < wt < \infty$$

$$\vartheta d = \sqrt{2}\, V_c \cos[\, wt + \frac{\pi}{6}\,] + \frac{1}{2}\sqrt{2}\, V_c \operatorname{sen} wt = \frac{\sqrt{6}}{2} V_c \cos wt$$

donde V_c es el voltaje de R.M.S de fase a fase.

La siguiente expresión es obtenida para las magnitudes de R.M.S. de voltajes armónicas de formas de onda de voltaje D.C.

El máximo promedio de voltaje rectificado para un convertidor puente de seis pulsos es $3(\sqrt{2})V_c / \pi$ para $\alpha=0$ y $u = 0$ la ecuación anterior se reduce a :

$$V_{n\,0} = \sqrt{2}\, V_{c0} / (n^2 - 1)$$

$$\frac{V_{n\,0}}{V_{c\,0}} = \sqrt{2} / (n^2 - 1) \approx \sqrt{2} / n^2$$

dando 4.04 y 0.44% para seis, 12 y 18 armónicas respectivamente.

Generalmente como α incrementa, las armónicas incrementan también y para $\alpha = \pi/2$ y $u = 0$:

$$V_n / V_{c0} = \sqrt{2}\, n / (n^2 - 1) \approx \sqrt{2} / m$$

el cual produce n veces el contenido de armónicas correspondientes a $\alpha = 0$.

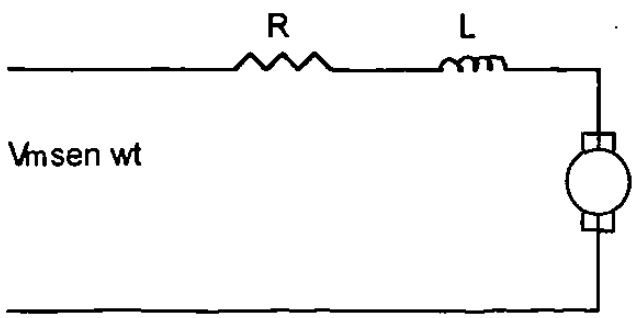
CONVERTIDORES DE MEDIO TAMAÑO

Sus aplicaciones son desarrolladas alrededor de drives de C.D. sin embargo el énfasis es al uso de inversores y motores de inducción, el uso de transistores de potencia y de tiristores GTO (Gate Turn Off) son gradualmente aceptados en el área de control de motores de C.A.

CONVERTIDOR - ALIMENTADOR DRIVE DE C.D.

Considerando la inductancia limitada del bobinado de armadura del motor y de la variación del ángulo de disparo, la constante de corriente de C.D. de los convertidores no pueden ser justificados.

La carga de C.D. debe ser representada como un circuito equivalente el cual es simple forma que incluye resistencia, inductancia y retroalimentación de fem.



Con alimentación de voltaje sinusoidal Vm sen wt la siguinete ecuación aplica:

$$Vm \text{ sen } wt = Ri + L\left(\frac{di}{dt}\right) + E$$

y la carga de corriente tiene la siguiente forma:

$$i = K e^{-Rt/L} + \frac{Vm}{\sqrt{R^2+(wL)^2}} \text{ sen}(wt - \phi) - \frac{E}{R}$$

donde: $\phi = \text{Tan}^{-1}(wL/R)$ y la constante Kcs derivada de una condición inicial. La sobrecarga nominal del retardo de disparo se conserva baja, pero durante el arranque de motores o condiciones de carga ligera, el retardo sustancialmente incrementa y la corriente puede ser siempre descontinua.

Las condiciones de operación extrema son ilustradas en la siguiente figura, para un rectificador de 6 pulsos. Cada fase consiste de pulsos de corriente positiva y dos pulsos de corriente negativa, los cuales son derivados de la expresión general anterior.

La corriente en fase R con referencia al instante donde VR y es máximo tiene las siguientes componentes: sobre el rango de $\theta_1 < wt < \theta_2$:

$$i = \frac{Vm}{R}\left\{\cos\phi \cos(wt - \phi) - \frac{E}{Vm} + \left[\frac{E}{Vm} - \cos\phi \cos(\theta_1 - \phi)\right] e^{(-R/wL)(wt - \theta_1)}\right\}$$

donde $\theta_3 < wt < \theta_4$ donde $\theta_3 = (\theta_1 + \pi/3)$

$$i = \frac{Vm}{R}\left\{\cos\phi \cos(wt - \frac{\pi}{3} - \phi) - \frac{E}{Vm} + \left[\frac{E}{Vm} - \cos\phi \cos(\theta_1 - \theta)\right] e^{(-R/wL)(wt - \pi/3 - \theta_1)}\right\}$$

donde $\theta_5 < wt < \theta_6$ donde $\theta_5 = (\theta_1 + \pi)$

$$i = \frac{-Vm}{R}\{\cos\phi\cos(wt-\pi-\phi) - \frac{E}{Vm} + [\frac{E}{Vm} - \cos\phi\cos(\theta_1 - \theta)]\, e^{(-R/wL)(wt-\pi-\theta_1)}\}$$

donde $\theta_7 < wt < \theta_8$ donde $\theta_7 = (\theta_1 + 2\pi/3)$

$$i = \frac{-Vm}{R}\{\cos\phi\cos(wt-\frac{2\pi}{3}-\phi) - \frac{E}{Vm} + [\frac{E}{Vm} - \cos\phi\cos(\theta_1 - \theta)]\, e^{(-R/wL)(wt-2\pi/3-\theta_1)}\}$$

Cuando los motores de C.D. son diseñados especificamente para usarse con convertidores con tiristores, su inductancia de armadura es siempre incrementada para evitar corrientes discontinuas. Un método de aproximación descrito por Dobinson, deriva las componentes de armónicas de corriente C.A. en términos de relación rizo.

$$r = \frac{Ir}{Id}$$

donde Ir es rizo alterno de corriente directa y Id es la corriente directa en el circuito de armadura de un motor, a velocidad y carga relevante. El método ignora el efecto de la reactancia de conmutación, la cual provoca ángulos de retardos largos.

Con referencia a la siguiente información, una futura aproximación es hecha para asumir que el rizo es parte relativa al nivel de corriente directa cero.

La información incluída nos da como resultado las siguientes funciones:

$f(\theta) = 0$ para $0 < \theta < \pi/6$

$f(\theta) = Id\,[7.46\, r\, \mathrm{sen}\,(\theta + \frac{\pi}{6}) - 7.13\, r + 1]$ para $\pi/6 < \theta < \pi/2$

$$f(\theta) = Id\,[7.46\, r\, sen\,(\theta - \pi/6) - 7.13\, r + 1] \qquad \text{para } \pi/2 < \theta < 5\pi/6$$

$$f(\theta) = 0 \qquad \text{para } 5\pi/6 < \theta < \pi$$

Esto siguiendo la expresión de la fundamental:

$$I_1 = Id\,(1.102 + 0.014\, r)$$

También las magnitudes de las características armónicas son:

$$In = 100\left(\frac{1}{2} + \frac{6.46\, r}{n-1} - \frac{7.13\, r}{n}\right)(-1)^k \qquad \text{para } n = kp - 1$$

$$In = 100\left(\frac{1}{n} + \frac{6.46\, r}{n+1} - \frac{7.13\, r}{n}\right)(-1)^k \qquad \text{para } n = kp + 1$$

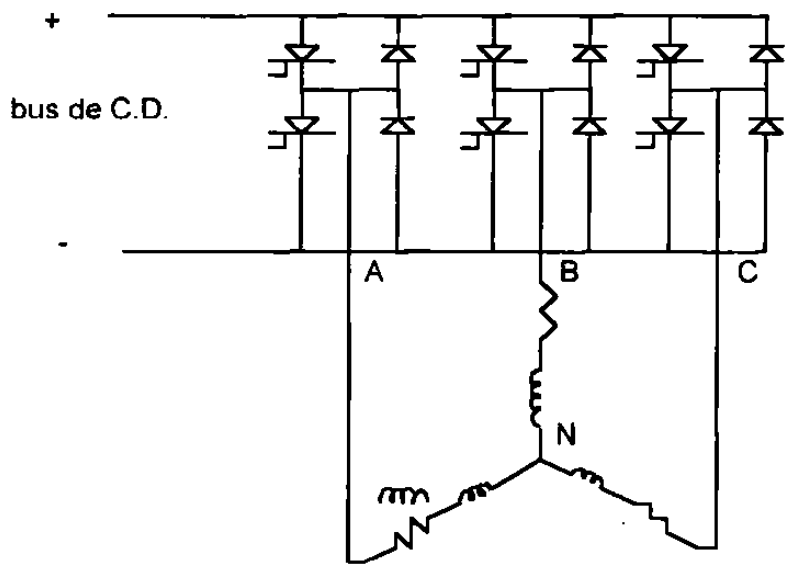
RECTIFICACION MEDIA CONTROLADA

Cuando operan a carga completa éstos controladores producen virtualmente las mismas corrientes armónicas como un convertidor controlado completo.

En condiciones extremas de operación requiere retardo en el disparo, la simetría de media onda de las formas de onda de corriente se pierden como se ilustra la figura. A bajas cargas éstos controladores tienen bajo factor de potencia, pero introducen formas de onda distorsionadas particularmente en armónicas pares.

DRIVES INVERSOR ALIMENTADOR DE C. A.

Puente inversor de 3 fases básico comúnmente usado en drives de control de C.A. es hecho por 6 semiconductores controlados, cada uno tiene un diodo de retroalimentación conectado en forma inversa y en paralelo como se muestra:



Esta figura no incluye los componentes auxiliares requeridos para la conmutación de fuerza. El puente es alimentado desde cualquier C.D. variable, provista por un rectificador controlado. En cada caso el nivel de voltaje de C.D. para operación en condición de estado estable puede ser considerado constante.

<u>Voltaje de fase del motor</u>. En el circuito presentado el voltaje de salida de fase de inversor es siempre uno de los dos niveles de voltaje distinto. El voltaje neutro flotante con respecto a tierra, expresado en términos de voltaje de salida de fase de inversor y forma de onda v_A, v_B, v_C, es: