

▣ CAPITULO V

"Hacia un proceso alternativo en la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria"

Capítulo V

“Hacia un Proceso Alternativo en la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria”

V. “LA ENSEÑANZA -APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA”

Una vez que se han establecido los elementos teóricos y metodológicos que han estado rigiendo el quehacer educativo en el nivel primaria y que se han analizado las situaciones didácticas que han predominado en la realidad, se procede a desarrollar un proceso alternativo para la enseñanza de las matemáticas en educación primaria; para ello es imprescindible que se recuerde que el enfoque propuesto en los planes y programas de 1993 (y que actualmente se utiliza) ubica los problemas como el punto central alrededor del cual se organiza la enseñanza. Esto es, porque se ha demostrado que la única manera en que los niños aprenden, es interactuando con el objeto de conocimiento al intentar resolver diversas situaciones problemáticas al mismo tiempo que intercambiando los hallazgos, dificultades, estrategias de solución, resultados y observaciones con sus compañeros y maestro de una manera sistemática y organizada, ya que sólo de esta forma el estudiante podrá elaborar argumentaciones acertadas sobre lo estudiado.

En sí el enfoque metodológico actual - basado en el aprendizaje significativo y constructivista de Ausubel y otros autores - propone una reubicación de los problemas en la organización de la enseñanza; éstos deben ser planteados a los alumnos desde un principio, antes de que aprendan los procedimientos convencionales de solución. Así desde los primeros grados se irá educando al niño en el razonamiento lógico y deductivo pues ésto no sólo es importante en las matemáticas, también lo es para ordenar y asimilar toda clase de conocimiento.

Es importante que la didáctica de esta materia en educación primaria incite la creatividad, mostrando que la matemática es un edificio en construcción que necesita de continuos aportes y remodelados, no solamente hay que resolver problemas sino que hay que crear y proponer problemas para que los cimientos de este complejo edificio estén bien fortalecidos.

A) FINES DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ESCUELA PRIMARIA

Entre los fines principales de la enseñanza de las matemáticas en educación primaria está el hecho de desarrollar en los alumnos los conocimientos básicos de esta disciplina; para ello propiciará:

- El desarrollo de nociones y conceptos que le sean útiles para comprender su entorno y resolver problemas de la vida real.
- La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.
- La capacidad de anticipar y verificar resultados.
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.
- La imaginación espacial.
- La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones.
- La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.

- El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.

El propósito de los maestros en la escuela primaria es en sí elevar la calidad del aprendizaje, haciendo que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo valoren y hagan de él un instrumento que les ayude a reconocer, plantear y resolver problemas presentados en diversos contextos de su interés. La presencia de este contexto no es esencial en la definición de una situación didáctica; lo que si es básico es su carácter intencional, el haber sido construida con el propósito explícito de que alguien aprenda algo.

El objetivo fundamental, entonces, en este nivel es averiguar cómo funcionan (o como deben funcionar) las situaciones didácticas en el aula para poder deducir cuáles de las características de cada situación resultan determinantes para la evolución del comportamiento de los alumnos y, por consecuencia, de sus conocimientos; esto desde luego tanto en las situaciones didácticas como en las de fracaso pues citando a dos hombres de ciencia...

“La naturaleza misma del conocimiento es tal, que uno debe fracasar más veces de los que alcanza el éxito.” (Michael Faraday)

“Los hombres siempre cometerán errores en la medida en que se esfuerzan por algo” (Goethe)

Se recordará que las equivocaciones son parte imprescindible de la construcción del conocimiento; por lo que es necesario que un propósito bien encaminado -en la escuela primaria- sea el permitir que nuestros alumnos cometan errores y las reconozcan como parte inevitable del conocer.

B) NATURALEZA DE LAS MATEMÁTICAS

“La matemática es, en su significado más amplio, el desarrollo de todo tipo de razonamiento formal, necesario y deductivo”(Alfred N. Whitehead).

Se cita esta definición tomada del libro “Historia e historias de Matemáticas” de Mariano Perero ya que la naturaleza de las matemáticas tanto en la actualidad como a través de la historia implica su uso en prácticamente todas las áreas del quehacer humano, desde las actividades cotidianas hasta la investigación científica y de desarrollo tecnológico; una prueba de ello en nuestro tiempo lo es, sin duda, la invención de las computadoras.

Las matemáticas, son consideradas como herramientas poderosamente útiles para el desarrollo de capacidades personales y habilidades de índole general que sirven para comprender, interpretar y transformar la realidad y que por lo tanto se constituyen con objetos que deben ser reinventados completamente por los estudiantes; es una actividad humana en un contexto cultural que se ve afectado por la interacción con otras personas, por la propia historia individual y que depende de ciertas variables: contextuales, situacionales, afectivos y lingüísticos. Recordemos que el principal objetivo de cualquier trabajo matemático es ayudar a los seres humanos a dar sentido al mundo que les rodea.

A lo largo de la historia se ha observado la evolución continua del complejo conjunto de conocimientos matemáticos, desde Tales de Mileto, Euclides y Pitágoras hasta Bertrand Russell, N. Bourbak y John Charles Fields, destacándose en todos los tiempos que dicha evolución ha sido posible debido a la necesidad del hombre por resolver determinados problemas prácticos y en su interacción con otros conocimientos. Acorde con esta situación, las matemáticas son hoy en día una de las ciencias más activas y dinámicas; a partir de problemas que surgen en otras disciplinas, nuevas teorías son creadas para

encontrarles solución, apareciendo también nuevas formas de ver y atacar viejos problemas, desarrollándose así tanto las matemáticas puras como las aplicadas. Un dato interesante es que en años recientes las aportaciones y hallazgos en esta materia se han dado en trabajos relacionados con aplicaciones de las matemáticas y no en matemática pura, lo cual implica que quizá sea ésta la nueva tendencia de la investigación matemática para el siglo XXI.

Como consecuencia de todo esto, no cabe duda que hay que preparar al niño de acuerdo a esta visión. Lo importante es desarrollar en él habilidades de índole general que les sirvan para comprender la realidad en la que están inmersos, la conceptualización y significación de los procesos matemáticos generales, sabiendo donde son aplicables y bajo que condiciones.

Se concluye que las matemáticas, como ciencia constituida, se caracterizan por su precisión, por su carácter formal y abstracto, por su naturaleza deductiva y por su organización a veces axiomática. Sin embargo, tanto en su genesis histórica como en la apropiación individual por los alumnos, la construcción del pensamiento matemático es inseparable de la actividad concreta sobre los objetos; de la intuición y de las aproximaciones inductivas impuestas por la realización de tareas y la resolución de problemas particulares. Dichos problemas, por lo tanto, deben ser algo más que una ocasión para ejercitar los procedimientos aprendidos; deben dar a los alumnos la oportunidad de explorar las relaciones entre nociones conocidas de tal manera que puedan utilizarlas para descubrir o asimilar nuevos conocimientos, los cuales a su vez servirán para resolver nuevos problemas.

C) CONTENIDOS EN MATEMATICAS: SISTEMATIZACION Y APRENDIZAJE EN SEXTO GRADO

Se ha establecido ya en los primeros capítulos de este trabajo que el nuevo programa de matemáticas organiza los contenidos a través de seis líneas conceptuales que deben desarrollarse a lo largo del año escolar y en correlación con las demás materias (cosa que no se ha hecho, al menos en las escuelas observadas y se cree en la mayoría de aulas de nuestro entorno) y de ser posible entrelazando dos o tres líneas de esta materia. Las seis líneas son:

- Los números, sus relaciones y sus operaciones
- Medición
- Geometría
- Tratamiento de la información
- Predicción y azar
- Proceso de cambio

Se analizará también de manera general la relación horizontal y vertical de los seis grados y se enfatizará el análisis en el sexto grado pero sin establecerse todavía una correlación y sistematización significativa de dichos contenidos.

En el capítulo VI; en el primer inciso se presenta a manera de sugerencia una forma de correlacionar y sistematizar el aprendizaje de algunos contenidos en sexto grado con el fin de proporcionar al docente una alternativa más para lograr un aprendizaje efectivo. Cabe aclarar que otros materiales que presentan algunos contenidos ya sistematizados y con una correlación bastante significativa para su aprendizaje son los libros y el fichero de actividades matemáticas; se sugiere leerlas concienzudamente, analizarlas e interpretar la correlación que cada actividad conlleva con cada eje temático y con su aplicación efectiva en la realidad.

Una de las actividades centrales para el logro de los objetivos trazados en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, es, sin duda, el análisis de los contenidos ya que permite reconocer -según lo cita Margarita Gómez Palacios en su libro “el niño y sus primeros años en la escuela”.

- a) El aspecto en que se va a trabajar, ya sea número, sistema decimal de numeración, representación, geometría o medición;
- b) Los elementos y las relaciones sobre las cuales el niño pondrá en juego sus estructuras lógico-matemáticas, y
- c) Las estrategias necesarias para interactuar con el objeto de conocimiento.

Cabe señalar entonces que, como resultado del análisis de contenidos, debe lograrse un equilibrio entre las actividades seleccionadas, de tal manera que sean organizadas a lo largo del año escolar. Esto permitirá al maestro realizar la presentación de dicho contenido, en el contexto de la interacción grupal, considerando, los aspectos de las matemáticas.

Como respuesta a las interrogantes sobre procesos estratégicos para interrelacionar y sistematizar los contenidos de sexto grado se presenta a continuación algunas ideas sobre cómo pueden realizarse dichas interrelaciones.

Sistematización de los contenidos:

* (Número naturales)	(Capacidad, peso y tiempo)
- Lectura y escritura - Antecesor y sucesor	- Problemas que impliquen conversión de unidades de

<ul style="list-style-type: none"> - Construcción de series numéricas - Valor posicional - Los números en la recta numérica - Múltiplos de un número - Reflexión sobre las reglas del sistema de numeración decimal. 	<p>tiempo (año, mes, semana...)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Historia de la medición (Introducción de algunos aspectos)
<p>* (Números naturales)</p>	<p>(Fracciones)</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Mínimo común múltiplo - Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores distintos mediante el cálculo del denominador común. 	<ul style="list-style-type: none"> - Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas. - Simplificación de fracciones
<p>* (Números Naturales)</p>	<p>(Medición)</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Planteamiento y resolución de problemas diversos cuya selección implique dos o más operaciones. - Uso de la calculadora en la resolución de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Uso de fórmulas para resolver problemas que impliquen el cálculo de diferentes figuras. - Uso de la hectárea en la resolución de problemas.

<p>* (Números fraccionarios)</p>	<p>(Números decimales)</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa. - Ubicación de fracciones en la recta numérica. - Equivalencia y orden entre fracciones. 	<ul style="list-style-type: none"> - Lectura y escritura de números decimales. - Escritura en forma de fracción de números decimales. - Escritura decimal de algunas fracciones.
<p>* (Números decimales)</p>	<p>(Tratamiento de la información)</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta con números decimales hasta milésimas. - Planteamiento y resolución de problemas de división de números decimales entre números naturales. - Expresión de porcentajes en números decimales. - Uso de la calculadora para resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Análisis de problemas en los que se establezca si hay suficiente información para poder resolverlos y se distinga entre datos necesarios y datos irrelevantes. - Análisis de las tendencias en gráficas de barras: promedios, valor más frecuente, la mediana. - Recopilación y análisis de información de diversas fuentes. - Uso de la frecuencia relativa en la resolución de problemas. - Organización de la información en tablas, diagramas, gráficas de barras.
<p>* (Medición)</p>	<p>(Geometría)</p>

<ul style="list-style-type: none"> - Perímetro del círculo - Variación del área de una en función de la medida de sus lados. - Uso de la hectárea en la resolución de problemas. - Planteamiento y resolución de problemas sencillos que impliquen el cálculo del volumen de cubos y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas. - Fórmula para calcular el volumen del cubo y de algunos primas. - Cálculo del área total de primas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construcción de figuras a escala - Trazo y reproducción de figuras utilizando regla y compás. - Construcción de figuras a partir de sus diagonales. - Construcción y reproducción de figuras utilizando dos o mas ejes de simetría. - Clasificación de figuras utilizado diversos criterios. - Construcción a escala del croquis del entorno. - Uso de las coordenadas cartesianas. - Reconocimiento de las semejanzas y diferencias entre dos figuras a escala. - Lectura de mapas. - Construcción y armado de patrones de prismas, cilindros y pirámides.
<p>* (Medición)</p>	<p>(Capacidad, peso y tiempo)</p>

<ul style="list-style-type: none"> - Profundización en el estudio del Sistema Métrico Decimal: múltiplos y submúltiplos del metro; algunos múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y del metro cúbico. - Sistema métrico decimal y el sistema inglés (metro, yarda, centímetro y pulgada, centímetro y pie, kilómetro y milla terrestre). 	<ul style="list-style-type: none"> - Profundización en el estudio del Sistema Métrico Decimal: múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo. - La tonelada como unidad de medida. - Relación entre las unidades de capacidad y peso del sistema métrico decimal. - Relación entre las unidades del sistema inglés (litro y galón, kilogramo y libra).
<p>* (Números naturales)</p>	<p>(Procesos de cambio)</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Lectura y escritura - Construcción de series numéricas - Múltiplos de un número - Uso de la calculadora en la resolución de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> - El valor unitario como procedimiento para resolver ciertos problemas de proporcionalidad. - Planteamiento y resolución de problemas que impliquen la elaboración de tablas y gráficas de variación proporcional y no proporcional. - Análisis de las tendencias en tablas de variación proporcional y no proporcional. - Relación entre situaciones de variación y las tablas y

	<p>gráficas correspondientes.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Los productos cruzados como método para comprobar si hay o no proporcionalidad. - Planteamiento y resolución de problemas de porcentaje.
--	---

* Nota: El tema de predicción y azar puede irse tratando a lo largo del año escolar, conjuntamente con la enseñanza de los algoritmos, el cálculo mental, el valor estimativo, la adquisición de conceptos, etc... (Algunos ejemplos de cómo desarrollar éstos en el niño serán presentados en el último punto de este trabajo).

Es conveniente aclarar que la sistematización anteriormente descrita es sólo una de las muchas formas en que se pueden organizar los contenidos y desde luego no pretende ser la mejor; es más bien una manera de mostrar la importancia de la situación al niño, en su realidad inmediata, para que a partir de la asimilación y adquisición de los conceptos y contenidos manejados en el programa pueda, primeramente contruir y transformar su aprendizaje significativamente y luego pueda hacerlo con su entorno.

D) EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO EN EL ESCOLAR COMO PRIMER PASO EN EL PROCESO DE APRENDER

Es indudable que el desarrollo del pensamiento juega un papel esencial en el proceso del aprendizaje. M. N. Shardakov postula en su libro "Desarrollo del pensamiento en el escolar" que el pensamiento no es solamente un proceso psíquico a consecuencia del cual el individuo obtiene un conocimiento generalizado, sino también una cognición ulterior y una forma creadora de concebir nuevas cosas. Por lo tanto y partiendo de esta premisa se percibe que el pensamiento no es algo dado y acabado en el individuo, más bien se reconoce que es una característica del ser humano que puede desarrollarse conscientemente de tal manera que los hábitos -tan necesarios e imprescindibles en nuestros alumnos- de análisis, síntesis, generalización; inducción, deducción y comparación entre otros, pueden ser activados mediante su estimulación exterior enfrentando al niño a diversas situaciones cotidianas, propiciando así, el proceso de la comprensión y el conocimiento significativo en el escolar. Si como se deduce de esta concepción el pensamiento se realiza en la unidad de la teoría y la práctica su contenido estaría formado por los conceptos, leyes y reglas, así como por los objetos y fenómenos singulares que se llegan a conocer o se forman mediante la actividad mental creadora.

Recuérdese que los objetos y fenómenos del mundo real -objetivo- están, de alguna manera, ligados entre sí mediante relaciones y nexos de diverso tipo por lo que el conocimiento y la generalización -lo mismo que la clasificación y la sistematización- son algunas de las funciones básicas del pensamiento. Aprender como desarrollar en los niños esas funciones, se considera primordial para lograr en los educandos un aprendizaje efectivo.

1.- LEYES FUNDAMENTALES DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO

Se sabe de antemano que todo fenómeno o proceso está regido por leyes o principios fundamentales y el desarrollo del pensamiento no es la excepción sino que se realiza de acuerdo con determinadas leyes encerrando siempre un contenido. “El estudio de las formas y leyes en que transcurre y se forma el pensamiento sólo puede realizarse mediante el análisis del propio proceso y de sus resultados”. Es decir, bajo la interdependencia de su contenido y sus formas a través de leyes generales: de análisis, síntesis y comparaciones; de abstracciones, generalizaciones y concreciones, de inducción y analogía; de hallazgo de nexos y relaciones: de formación de conceptos, de su clasificación y sistematización.

Tomando en cuenta lo anterior se puede generalizar que las leyes del pensamiento se construyen a través de hábitos y aptitudes mentales los cuales se van formando al asimilar el material necesario para trabajar sobre algún contenido y resolver un tipo de problema, relacionándolo posteriormente con otro contenido científico y con la resolución de nuevas tareas creadoras. Los hábitos mentales de generalización y sistematización se forman al analizar cuestiones relacionadas con una asignatura, facilitando la asimilación y transferencia del contenido de otras disciplinas. Así al educar a nuestros escolares en los hábitos y aptitudes mentales tan necesarios en el desarrollo del pensamiento, no sólo se consigue desarrollar su pensamiento lógico, sino que se contribuye a cimentar los fundamentos de la ciencia.

Si se parte del hecho de que varias asignaturas del programa escolar -de primaria en este caso- tienen un contenido y una estructura común, se deducirá que muchos de ellos se presenten bajo un aspecto idéntico de descripciones, explicaciones, conclusiones y definiciones además de demostraciones de tal o cual relación entre la imagen visual y el

concepto verbal y entre lo teórico y lo práctico por lo que es inherente que las leyes generales del pensamiento se desarrollen y se perfeccionen continuamente. Recuérdese, sin embargo, que hay que propiciar este desarrollo creando el ambiente y las condiciones necesarias de tal manera que el conocimiento se vaya adquiriendo en un ambiente natural y espontáneo.

Shardakov, en su libro, “el desarrollo del pensamiento en el escolar” establece que la evolución del pensamiento en los niños se manifiesta en:

- a)** El desarrollo cualitativo y en la modificación del pensamiento formado por las imágenes; el elemento práctico eficaz y el componente teórico.
- b)** Las variaciones que, en función del contenido del pensamiento, del nivel de desarrollo y de la enseñanza, experimentan las formas de relación de las imágenes, el elemento prácticoeficaz y el componente teórico.
- c)** El perfeccionamiento de las formas de pensar: el análisis, la síntesis, la inducción y la deducción, el concepto, la clasificación, la sistematización, etc.
- d)** La formación de los hábitos de la actividad mental.
- e)** El desarrollo de la propia comprensión de los procesos de su pensamiento y en la organización de su manifestación hacia un fin determinado.
- f)** El incremento de una asimilación cada vez más amplia, más profunda y más hábil de los conocimientos, así como en el control de su comportamiento en diferentes esferas de su vida.

Algunos de los factores de los que puede echarse mano para lograr dicha evolución en el niño son: la curiosidad innata en ellos, el cuestionamiento (¿por qué? ?, ¿para qué?, ¿qué es esto?, etc.) por parte de los niños y así mismo el cuestionamiento de los

maestros hacia ellos que será, definitivamente, predeterminado y con un propósito establecido. Estas preguntas pueden ser de tipo comparativo, perseguir el descubrimiento de los vínculos casuales, buscar la síntesis y la generalización y destacar lo esencial y lo principal. El lenguaje utilizado en dicha tarea, por lo tanto, constituirá un elemento central del desarrollo. Cuanto más preciso y claro sea éste, tanto más elevado será el nivel de la mente y tanto mejor la cognición y la actividad mental creadora de los alumnos.

Otro segundo grupo de elementos que intervienen en la formación y generalización de las leyes del pensamiento está compuesto por la imagen, el concepto y la palabra (como sinónimo de lenguaje). Existen un gran número de imágenes que componen el pensamiento (de memoria, visuales, auditivos, kinestésicos, etc...) procedentes de imágenes anteriores. La imagen se puede definir como el reflejo, en la conciencia, de las cosas y los fenómenos que existen objetivamente, considerados en su calidad de únicos y concretos; son, digamos el contenido sensible del pensamiento. El concepto por su parte, se define como el conocimiento de los rasgos generales y esenciales de las cosas y los fenómenos de la realidad objetiva; el concepto verbal vendrá a designar entonces el contenido teórico del pensamiento, ordenando y sistematizando las imágenes de las sensaciones y percepciones. Por lo tanto, en la actividad mental del escolar la palabra generalizará el conocimiento y la imagen lo concretará en el pensamiento.

2.- EL PENSAMIENTO PRÁCTICO-EFICAZ: ANÁLISIS, SÍNTESIS Y COMPARACIÓN

Se dijo anteriormente que el pensamiento se desarrolla como un todo único integrado por las imágenes, los elementos conceptuales -verbales- y lo que se ha dado a llamar el pensamiento práctico-eficaz. Tal pensamiento alimenta el trabajo

creador de los alumnos cuando participan en actividades creativas. Su desarrollo ocurre en general, coincidiendo con el pensamiento a base de imágenes y elementos conceptuales - verbales-, realizándose lo mismo que él, a través del análisis, la síntesis y la comparación; la abstracción, la generalización, la concreción y el hallazgo de nexos y relaciones.

Shardakov señala tres rasgos que diferencian el pensamiento práctico-eficaz del pensamiento teórico; en primer lugar, menciona cierto predominio de la síntesis en el proceso analítico-sintético, lo que está condicionado por la imagen, el dibujo o la idea visual del resultado futuro de la actividad mental; en segundo lugar establece que siempre existe, en este proceso, en una u otra forma, una reversibilidad que se manifiesta en la permanente corrección mediante la actividad de cada etapa consecutiva de la propia actividad; esto es porque se haya estrechamente ligado a la práctica y por eso se encuentra bajo su control y corrección permanente. Por último discute que el pensamiento práctico-eficaz está poco expuesto a la inercia; se trata pues de una actividad mental muy flexible, que como ya se dijo, se desarrolla, en mayor o menor medida a través del análisis, síntesis y la comparación.

Debido a lo anterior se procede enseguida a resumir brevemente cómo ocurre y cuáles son las características de cada uno de los elementos antes mencionados.

Primeramente se caracterizará el análisis pues el conocimiento de los objetos y fenómenos del mundo exige el estudio analítico de las partes que lo componen, en todos sus rasgos y propiedades. Las partes de cualquier conjunto están determinadas entre sí por nexos y relaciones por lo que para llegar a conocerlo es necesario estudiar analíticamente los nexos y las relaciones de sus partes. Cuando más completo y detallado sea el estudio del todo en sus diversos elementos y de los nexos y relaciones entre éstos, mas profundo y amplio será el conocimiento del propio conjunto.

El análisis es entonces un proceso orientado hacia un determinado fin, tanto de los elementos que integran los objetos o fenómenos de la realidad, en sus rasgos y propiedades, así como de los nexos y relaciones que existen entre ellos a fin de estudiarlos con mayor amplitud y profundidad y conseguir a partir de ello, un conocimiento integral de ellos.

En cuanto a la síntesis, se afirma que esta no se reduce a unir mecánicamente las partes formando un todo; ni tampoco es la simple suma de los elementos de un conjunto; en otras palabras esta síntesis elemental es una síntesis totalizadora como resultado de la cual las partes del conjunto se agregan unas a otras constituyendo así la suma de ellas y dando como resultante un nuevo conocimiento de la realidad. De esta forma, el pensamiento, al sintetizar los nexos y relaciones, orientados en un sentido único y determinado, liga formando cierta unidad, toda la diversidad de los distintos elementos que intervienen en la síntesis. En resumen, sintetizar es toda correlación y comparación, todo establecimiento de nexos entre elementos diferentes lo cual comprende también captar e internalizar el sentido único de sus características.

En sí, el análisis y la síntesis son dos facetas de un mismo proceso racional, ambos se realizan conjuntamente, no hay síntesis sin análisis y viceversa. No se olvide que el conocimiento empieza siempre con la percepción y la comprensión del conjunto (síntesis) y aunque esta primera percepción proporciona al individuo un conocimiento global y difuso, una impresión general de los objetos y fenómenos; determina a pesar de ello, el rumbo que seguirá el estudio analítico de los objetos o fenómenos. Por lo tanto en la medida que se amplíe y profundice el análisis que se efectúa después de la síntesis inicial y paralelamente a ella, más completa es la síntesis y más amplia y comprensible el conocimiento del objeto o fenómeno en su totalidad.

Finalmente y para cerrar este punto, se postula que la comparación debe ser un procedimiento lateral a los dos ya descritos pues si se quiere comprender con claridad un elemento

de la naturaleza externa se debe hacer la distinción entre los objetos más parecidos a ellos, lo mismo que encontrar su semejanza con los que se hayan más alejados; sólo entonces se logrará aclarar todos los rasgos esenciales del objeto, es decir, podrá comprenderse. Con la ayuda de la comparación se estudian tanto los rasgos externos de semejanzas y diferencias, como los internos que se descubren tan sólo en su labor mental.

La comparación es importante porque permite al individuo internalizar, no sólo los rasgos esenciales y distintos, que existen entre los elementos (objetos y sus relaciones, sino también los accidentales y secundarios.

Algunos estudios en relación a la comparación establecen que los niños obtienen mejores resultados y comparan con mayor frecuencia cuando entre los objetos y fenómenos es necesario establecer diferencias en lugar de semejanzas por lo que de acuerdo con esto, se deduce que es conveniente comenzar el proceso de comparación encontrando las primeras y pasando después a las segundas, es decir, a los rasgos comunes. Desde luego, es importante señalar que no se debe pedir a los alumnos determinar ambas cosas al mismo tiempo, pues ello implica una labor mental simultánea y compleja que presenta mayor dificultad para ellos. Es conveniente entonces, desarrollar primero cada una de las características por separado para que una vez que se asimilen pueda pasarse a esta segunda fase.

3.- EL RAZONAMIENTO: INDUCTIVO, DEDUCTIVO Y ANÁLOGO

Otra de las características peculiares que distinguen al ser humano del resto de los seres vivos, sin duda alguna, el razonamiento. Su desarrollo ocurre paralelo al del pensamiento; se sabe que en el proceso mental el pensamiento se mueve por

inducción del conocimiento de los fenómenos parciales al conocimiento del todo, así los razonamientos inductivos, deductivos y análogos figuran como los componentes constructivos del conocer, de la formación de conceptos y del conocimiento de las leyes que lo rigen.

La inducción, como método de razonar, comienza a formarse desde que se acumula conocimientos sobre el máximo número de objetos y fenómenos homogéneos. La teoría del maestro en este sentido sería el dirigir y guiar a los alumnos a encontrar esos conocimientos exactos acerca de las cualidades y propiedades de diferentes fenómenos y de los nexos y relaciones entre ellos, propiciando así un mejor desarrollo del proceso inductivo.

Explicitando lo anteriormente descrito se recordará que en la formación del conocimiento los niños encuentran -en los objetos y fenómenos- con la ayuda de análisis y la comparación, lo común y lo fundamental y a través de la síntesis, la comprensión del sistema, de las relaciones que existen entre los aspectos comunes y fundamentales de los objetos y fenómenos.

Cuando el niño observa, encuentra y enlista las diferencias (primeramente de las figuras geométricas, por ejemplo, y luego las semejanzas en ellas presente, inducirá que todas estas figuras encierran un concepto determinado -en este caso 'figura geométrica'- que más tarde nombrarán como tal y que caracterizará como formada por líneas, ángulos, vértices, etc. Desde luego estos conceptos deben haber sido internalizados con anterioridad.

Con esto se establece nuevamente el postulado de que el conocimiento se construye en forma secuencial y acumulativa por lo que es de primordial importancia asegurar su internalización antes de pasar a una siguiente etapa.

Es importante mencionar en esta parte que los niños de once y doce años de edad, (los alumnos en sexto grado), según los estudios realizados por Shardakov, son capaces de formular

razonamientos inductivos y asimilar por su cuenta los conocimientos generalizados, los conceptos y las leyes o reglas; esto, siempre y cuando se les exponga a situaciones adecuadas y se les estimule mediante el cuestionamiento y la manipulación con objetos concretos y -reales- así como por la experimentación práctica y continua de hechos y fenómenos a aprender.

En relación al método deductivo de razonamiento se considera que su función principal consiste en ir de lo general (concepto, ley o regla) a los objetos y fenómenos singulares, concluyendo después acerca de dichos objetos y fenómenos y explicándolos mediante las correspondientes reglas o leyes que ya se conocen.

Ejemplificando lo anterior: “todos los números cuyo valor absoluto suma algún número que se puede dividir entre tres, son divisibles por tres, por lo tanto si las cifras del número 2 y 3 suman 9 ($2 + 4 + 3 = 9$) y el nueve se puede dividir entre tres ($9 \div 3 = 3$) el número 243 es divisible entre 3”.

El proceso de razonamiento deductivo establece en sí, que los objetos o fenómenos se analicen según sus rasgos y propiedades, nexos y relaciones, desde el punto de vista sintético correspondiente al género, tomando en su conjunto, la regla o ley.

Después que se confrontan con sus rasgos y las relaciones comunes y esenciales de los géneros, leyes o reglas a que pertenecen. Esta confrontación vendría a ser la constituyente del proceso de razonamiento deductivo, el cual se manifestaría en la inclusión de los objetos singulares en el género correspondiente o en la explicación de los fenómenos (casos) aislados mediante la adecuada regla o ley.

La importancia de la deducción en los escolares, radica en la adquisición de conocimientos concretos del más variado carácter, basado en lo aprendido con anterioridad, asegurando además la clasificación (definida ésta como el ordenamiento de objetos

singulares en el género correspondiente) mediante el análisis y la comparación.

La analogía por su parte se utiliza en el razonamiento para formular distintas explicaciones y demostraciones, por analogía, el pensamiento va de lo singular a lo singular, más no de lo singular a lo general ni de esto último a lo primero: no obstante hay que tener cuidado cuando se trata de desarrollar este tipo de razonamiento en los niños y a que éste puede resultar erróneo si se desarrolla a partir de conocimientos reducidos al problema en cuestión o si se hace con apresuramiento -como ocurre en muchas de las aulas observadas.

La veracidad del razonamiento análogo depende fundamentalmente del volumen y la profundidad que tengan los conocimientos de los rasgos esenciales de los fenómenos que se comparan; así cuanto mayor sea el número de conocimientos esenciales, fundamentales, que poseen los alumnos entre los rasgos de los fenómenos que se comparan, más significativa será la analogía.

Se ofrece a continuación, a manera de sugerencia una serie de procedimientos como guía alternativa para activar tanto el pensamiento inductivo como el razonamiento deductivo en los alumnos durante el proceso enseñanza-aprendizaje, para desarrollar dicho proceso es necesario que el maestro:

Inducción

vs.

Deducción

* Determinar qué razonamiento inductivo debe construir para obtener conocimientos generalizados y cómo debe formularlo verbalmente.

* Elegir una serie de objetos o fenómenos aislados del mismo género que deben serles presentados a los alum-

* Aplicar lo singular a lo general, es decir, exponer la ley general, la regla o el concepto; y de ahí aplicarlo particularmente.

* Citar ejemplos que muestren cómo, basándose en dicha ley, regla o concepto, se explican obje

nos para su observación.

* Determinar previamente qué propiedades esenciales de los objetos y comunes a todos, así como qué nexos y relaciones entre ellos, deben ser puestos de relieve.

* Construir el razonamiento inductivo. Para ello hay que determinar previamente el grado de labor mental individual de los alumnos.

tos singulares o fenómenos aislados.

* Hacer resolver individualmente distintos problemas, empleando el método deductivo.

* Exponer y mostrar a los alumnos cómo por el procedimiento inductivo logro llegar el conocimiento a esa ley, regla o concepto.

Sintetizando, se puede concluir que ambos procesos del pensamiento aparecen unidos en la actividad mental; consecuentemente, cuando los escolares estudian algo basándose en el pensamiento inductivo, se presupone de antemano que adquieren conocimientos de ciertos aprendizajes nuevos (conceptos, reglas, etc.) luego, cuando explican la singularidad de esos fenómenos ayudados por el pensamiento deductivo, se presupone que en cierto momento, alguien los adquirió por inducción.

La inducción y la deducción, por lo tanto son dos aspectos de la actividad mental inductivo-deductiva conjunto. Basándose en el estudio analítico sintético de objetos o de fenómenos aislados, se llega por inducción a generalizar y se asimilan generalizaciones. A través de la deducción se concretan estos conocimientos generalizados, a consecuencia de lo cual este pensamiento deductivo pasa a constituir el pensamiento necesario para obtener nuevos conocimientos de la realidad.

Con base en lo anterior se puede reconocer que el tipo de metodología empleada en las escuelas que fueron observadas están totalmente lejos de conocer al método inductivo-deductivo, señalado por los maestros como el utilizado en sus clases, ya que como se ejemplificó en el capítulo anterior, los procesos, etapas y

conceptos que caracterizan esta metodología aparecen esporádicamente y cuando lo hacen, no se le permite al alumno conscientizar un conocimiento cuando se pasa a otro, parcializando y empobreciendo así el aprendizaje.

▣ CAPITULO VI

" El Aprendizaje Significativo como una Metodología Alternativa "

Capítulo VI

“El Aprendizaje Significativo Como una Metodología Alternativa”

VI. EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO COMO ALTERNATIVA EN EL PROCESO DIDÁCTICO DE LAS MATEMÁTICAS

El aprendizaje significativo, como teoría del aprendizaje de David P. Ausubel (1963), ha aportado dentro del ámbito del aprendizaje, valiosos postulados para la práctica didáctica. Este autor autor ha definido el aprendizaje escolar “como un tipo de aprendizaje que alude a cuerpos organizados de material significativo”. Para él, el conocimiento consiste en hechos, conceptos, proposiciones, teorías y datos disponibles y organizados jerárquica y piramidalmente en lo que él denomina ‘estructura cognitiva’.

El aprendizaje se considera significativo cuando una idea se relaciona de un modo ‘sensible’, es decir con sentido, con las ideas que el estudiante ya posee; desde esta perspectiva, el aprendizaje es un proceso a través del cual se asimila el nuevo conocimiento relacionándolo con algún aspecto relevante ya existente de la estructura cognitiva individual. El grado de significación dependerá entonces, de la extensión de la interacción entre la forma final de la idea y las ya existentes en la estructura cognitiva.

“La significación del aprendizaje radica pues, en la posibilidad de establecer una relación sustantiva y no arbitraria entre lo que hay que aprender y lo que ya existe como conocimiento en el sujeto. La atribución del significado sólo

puede realizarse a partir de lo que ya se conoce, mediante la actualización de los esquemas de conocimiento pertinentes para cada situación.”(15) Por lo tanto y volviendo a las observaciones realizadas; para aprender significativamente no basta con repetir; contestar preguntas aisladas de un contexto y memorizar procedimientos; hay que desarrollar una metodología alternativa, en este caso en particular, para desarrollar eficaz y eficientemente el proceso enseñanza - aprendizaje de las matemáticas en sexto grado.

Este tipo de enfoque supone que los esquemas de conocimiento no se limitan a la simple asimilación de la información, por ejemplo, no es suficiente aprender las fórmulas geométricas de las figuras, esto implica la aplicación de ellas para resolver problemas reales de su entorno, por ejemplo: ¿cuánto mediría el área del salón de clase?, ¿cuál sería el área de la cubierta de un banco?, ¿cuántos bancos cabrían entonces en el salón?

Creo que este tipo de ejercicios le significarían más a los alumnos y asimilarían mucho mejor el concepto de área que con la resolución de problemas hipotéticos que nada le significan; desde luego cada nueva información presentada implicaría hacer una revisión, modificación y enriquecimiento de tal manera que las nuevas relaciones aseguren la significación de lo aprendido.

Así pues, la clave de este tipo de aprendizaje está en la vinculación sustancial de las nuevas ideas y conceptos con el bagaje cognitivo del individuo.

Para que un material de aprendizaje sea potencialmente significativo se distinguen dos dimensiones:

a) Significatividad lógica: presupone una coherencia interna del material, secuencia lógica en los procesos y consecuencia en las relaciones entre sus elementos componentes.

b) Significatividad psicológica: implica el hecho de que sus contenidos sea comprensibles desde la estructura cognitiva que posee el sujeto que aprende.

Este tipo de esquemas además de privilegiar la asimilación -entendida ésta como- “la vinculación de la nueva información a los aspectos relevantes y preexistentes en la estructura cognoscitiva, logrando la modificación, en el proceso, de la información recientemente adquirida y la estructura preexistente.”³⁰ Implica a la vez, una revisión, modificación y enriquecimiento, no sólo para alcanzar nuevas relaciones y conexiones, sino para asegurar la funcionalidad y la memorización comprensiva de los contenidos. Un aprendizaje es funcional cuando el individuo puede utilizarlo en una situación concreta para resolver un problema determinado. (Recuérdese que éste es también uno de los propósitos en la enseñanza de las matemáticas) lo mismo que para abordar nuevas situaciones, para realizar nuevos aprendizajes. La memoria por otra parte, en este tipo de aprendizaje, no es sólo un cúmulo de recuerdos de lo aprendido sino un acervo que permite abordar nuevas informaciones y situaciones. Lo que se aprende significativamente es memorizado significativamente. La memorización se da en la medida en que lo aprendido ha sido integrado en la red de significados que posee el individuo.

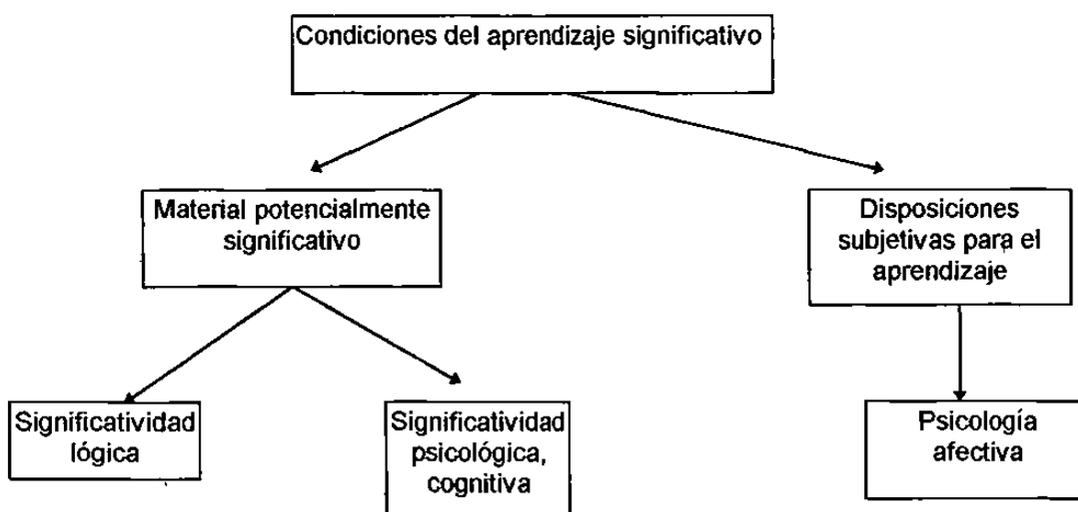
Ante lo expuesto con anterioridad, parece imprescindible señalar ahora, las condiciones necesarias e indispensables para que el aprendizaje significativo se realice.

La potencialidad significativa del material es la primera condición, esto es, tiene que tratarse de que la información y el contenido por aprender, sean significativos desde su estructura interna: que sea coherente, clara y organizada, sin arbitrariedades ni confusiones. La segunda condición es la disposición positiva del individuo respecto del aprendizaje, una disposición tanto momentánea como permanente o estructural.

³⁰ Auubel, David P. y Otros. “Psicología educativa” pag. 71

Esta segunda condición se refiere al componente motivacional, emocional y actitudinal que esta presente en todo aprendizaje, la última de las condiciones se refiere a las posibilidades cognoscitivas del aprendiz ya que no basta con que el material sea potencialmente significativo ni que el individuo tenga una actitud positiva ante el aprendizaje, es parte importante y necesaria el poseer el acervo indispensable para hacer la conexión y transferencia así como para atribuirle significado al nuevo aprendizaje.

Pérez Gómez resume estas condiciones en forma de esquema es su libro "Enseñanza para la Comprensión" Dicho esquema se presenta a continuación:



Así los nuevos significados para Ausubel se enriquecen y modifican sucesivamente con cada nueva incorporación, ya que el material aprendido de esta forma es menos sensible a las interferencias a corto plazo y mucho más resistente al olvido, pues éste no se encuentra aislado, sino asimilado a una organización jerárquica de los conocimientos referentes a una misma área temática.

La transferencia es favorecida también en el aprendizaje significativo, ya que la capacidad para realizarla está en relación directa con la cantidad y la calidad de las ideas de afianzamiento que posee el alumno.

El interés y la motivación de los alumnos juega entonces un papel decisivo por lo que el docente debe preocuparse seriamente por despertarlos e integrarlos a su rutina de clase como parte vital de ella. El alumno por su parte debe de concientizar todos estos procesos e incorporarlos a su estructura mental de tal manera que sea él mismo, capaz de generar su propio aprendizaje.

Este tipo de aprendizaje exigiría por lo tanto un nuevo tipo de profesor “uno que se conciba como artista en tanto que será actor y receptor del proceso, que sea investigador ya que deberá indagar y experimentar tanto sobre el conocimiento que ofrece y la actuación que realiza, como sobre las construcciones que desarrollan los alumnos.”³¹

Puede apreciarse notoriamente que ninguno de estos resultados puede alcanzarse en el aprendizaje repetitivo, memorístico y sin sentido que ha venido caracterizando a la enseñanza real, no sólo de las matemáticas, sino de la enseñanza en general que se da en las aulas.

Por todo lo anterior, se sugiere tomar en cuenta los postulados del aprendizaje significativo así como también las bases del aprendizaje constructivista y las estrategias del aprendizaje por descubrimiento, ya que tales teorías presentan alternativas que garantizan un aprendizaje más eficaz y desde luego más significativo, para nuestros alumnos.

³¹ Wittrock, M.C. "Procesos de pensamiento de los alumnos en Wittrock, M.V. (1989) pag. 569

A) El enlace entre contenidos; su aplicación en la realidad.

Se dijo anteriormente que un individuo aprende realmente “cuando se adueña del conocimiento, lo asimila y lo adopta a sus únicas circunstancias produciéndose un auténtico proceso de metabolismos simbólicos que provoca la reconstrucción del propio pensamiento en un nivel superior de comprensión y acción.”³² El enlace entre los contenidos y su aplicación en el mundo circundante del sujeto representan un punto central en la enseñanza de las matemáticas. Hay que asegurarse de que los alumnos sepan manejar muy bien las operaciones fundamentales (suma, resta, multiplicación y división) para posteriormente identificar por ejemplo, contornos de figuras geométricas que mucho más tarde relacionarán con el concepto de perímetro y luego utilizarán para hacer mediciones y cálculos útiles para desenvolverse en su entorno; por ejemplo si el alumno quiere comprar una cinta para adornar el pizarrón de su aula, debe medir el contorno de esto (lo que implica sumar o multiplicar) si más tarde decide que también adornará el pizarrón posterior el cual tiene las mismas medidas del delantero deberá nuevamente multiplicar; cada una de estas etapas tendrá que relacionarse con la anterior para así hacer significativo el aprendizaje además de útil.

Siguiendo el enlace entre los conceptos , se verá que en la siguiente asociación y entrelazando la noción de área es muy importante que el alumno haya internalizado perfectamente los contenidos anteriores (resolución de las operaciones aritméticas y del perímetro) pues de esta manera la introducción de esta nueva problemática se relacionará más fácil y sobre todo se afianzarán todos los conceptos ya utilizados. Es muy importante que en esta fase el alumno comprenda el concepto de área ya que todos los lugares donde él se mueve se encuentran en un área

³² Pérez Gómez. “Enseñanza para la Comprensión” pag. 106

determinada; de esta manera el estudiante aprenderá a discriminar entre su espacio y el espacio de los demás.

Aplicar el área en ejercicios que lo hagan consciente del entorno que lo rodea es primordial para ello. Un último concepto de enlace en esta cadena y para terminar el ejemplo lo constituye el volumen, más éste sólo podrá ser identificado cuando se hayan trabajado e internalizado los contenidos anteriores; se sabe que la realidad no sólo está compuesta de contornos (perímetros) y áreas sino también de volúmenes, el individuo mismo ocupa un volumen en el espacio y en la medida que sea capaz de asimilar e internalizar esta idea podrá desarrollarse fácilmente en muchas otras.

Debido a todo esto se postula la importancia de la sistematización y estructuración de los contenidos del programa - de matemáticas en este caso- pero sobre todo se privilegia el hecho de que cada etapa o paso del desarrollo de esos contenidos tenga una relación cien por ciento interactiva con los elementos circundantes del individuo que aprende. Además, es conveniente que al diseñar las actividades de la clase, se consideren las otras áreas que se imparten en sexto grado para que los alumnos identifiquen el uso de las matemáticas en otras disciplinas y en la realidad.

Es necesario recordar que no sólo los contenidos deben ser entrelazados, los conceptos matemáticos tampoco deben presentarse aislados. Hay que buscar aquéllos entre los cuales haya relación y consolidación mutua (un ejemplo pertinente es el mencionado con anterioridad, entre los conceptos de perímetro y área).

En resumen se resalta en este punto que a lo largo del curso es imprescindible que el maestro trate los contenidos a partir de situaciones problemáticas, ya que estas permitirán a los alumnos entrelazar nociones y nuevos conocimientos en el contexto de situaciones reales; lo mismo que la integración y correlación de

contenidos tanto hacia el interior de las matemáticas misma como con las demás disciplinas del grado.

A continuación se hace una correlación sistemática entre los contenidos temáticos del programa de sexto grado, interrelacionando diferentes materias o asignaturas; enfatizando la importancia del proceso para el logro efectivo de los temas a aprender.

Eje Temático: "Los números, sus relaciones y sus operaciones"

Tema: Número Naturales

Contenido	Correlación	Nota
* Lectura y escritura	- Del número total de países del mundo, de la extensión territorial de países, estados o ciudades; del meridiano en que se localiza su ciudad, etc. (Geografía)	- Para desarrollar este conocimiento es necesario haber desarrollado el concepto de número y que conozca las características y propiedades de los números naturales
* Antecesor y sucesor de un número	- Estudiando en la línea del tiempo los hechos más sobresalientes de México e identificando algunos otros acontecimientos en el año anterior y posterior.	- Es importante que se tenga el concepto "antecesor" y "sucesor" para que el niño comprenda y aplique correctamente este aprendizaje en un contexto real.
* Valor posicional	- Analizando como funcionan los números en las casillas que se utilizan en diversos sorteos y juegos de azar: lotería nacional, quinielas, etc.	- Es necesario que el alumno haya internalizado antes los conceptos de unidad, decena, centena, etc.

Tema: Planteamiento y resolución de problemas diversos cuya solución implique dos o más operaciones.

Contenido	Correlación	Nota
* Problemas razonados	- Con números decimales. Investigando el valor real de algunos productos básicos alimenticios para obtener el presupuesto de una comida. (C.N.)	- El nuevo enfoque indica que hay que presentar la situación problemática y pedirle al niño que estudie diferentes resultados para obtener la respuesta.

Tema: Números fraccionarios

Contenido	Correlación	Nota
* Equivalencia y orden entre fracciones.	- Tomando una fruta de temporada (manzana, naranja) y pidiendo una cada niño; se le indica a ciertos alumnos que repartan en medio a otros en cuartos y así sucesivamente, luego puede pedírseles que comparen ciertas fracciones y deduzcan como encontrar en abstracto la equivalencia entre ellas. (C.N.)	- Debe asegurarse la ejemplificación con objetos concretos de los conceptos de: fracción, numerador, denominador, repartir, etc.

Tema: Números decimales

Contenido	Correlación	Nota
* Lectura y escritura de números decimales.	- Buscando en revistas deportivas el récord de atletas en diversas disciplinas de acuerdo a tiempos establecidos (caminatas) puntaje obtenidos (natación, gimnasia, etc., comparando y analizando resultados en diversos años... (Educación Física).	- El concepto de entero y decimal es básico para que el alumno encuentre significado real a esto. - En el último apartado de este trabajo se presenta una guía para el desarrollo y adquisición de conceptos.

Tema: Medición, longitudes, áreas y volúmenes

Contenido	Correlación	Nota
* Perímetro del círculo	- Reconocer el círculo en diversos objetos de su entorno: llantas, vasos, moneda, etc. y pedirles que midan el contorno (circunferencia) de ellos así como su diámetro para así poder redescubrir su fórmula. (Media Ambiente)	- Las líneas y características del círculo deben haber sido practicadas y conceptualizadas en ejemplos concretos con anterioridad.
* Hectárea	- Enfrentar al alumno primeramente con su espacio (área cercano, (aula, patio, escuela, comunidad) cuestionándolo acerca de como obtener las medidas reales, animándolo a que busque por sí mismo la solución (sin que esto	- Hay que dejar que el niño recorra diferentes caminos y que sea él el que decida cual es el más efectivo y simple. - Propiciar que el alumno manipule y reconozca diferentes figuras geométricas en su entorno.

	<p>implique el uso de la tradicional fórmula).</p> <p>- Hacerlo reflexionar acerca de que en la medida que un espacio es más grande se necesitan medidas de longitud más fáciles de manejar. (Geografía) (Medio Ambiente)</p>	
* Cálculo del área total de prismas	<p>- Una vez que el alumno ha internalizado el concepto de área, presentarle algunos objetos con forma de prisma y otros planos para que deduzca y analice las características de cada uno, pidiéndole que en base a la forma como resolvió el área de otras figuras lo haga con estos cuerpos. (prismas) (Medio Ambiente)</p>	<p>- Enfrentar al alumno con su entorno para que reconozca y construya el concepto de prisma.</p>

Tema: Capacidad, peso y tiempo

Contenido	Correlación	Nota
* Historia de la medición	<p>- Proporcionarle algunas historias acerca de la medición y pedirles que las desarrollen por equipo en forma de cuento, historieta, noticiario, chisme, etc. (Español)</p>	<p>- Si el estudiante conoce y entiende por qué utilizamos determinado sistema de medición, le será más significativo el aprendizaje de dicha temática.</p>
* Conversión de	- Pedirle que investigue	- Otra vez se privilegia la

<p>unidades de tiempo: (año, mes, semana, día, hora, minuto y segundo).</p>	<p>la edad en años y meses de su personaje favorito (actor, cantante, caricatura, juguetes, etc.) para luego calcular cuantos meses, semanas, etc. ha vivido.</p> <p>- Se puede luego identificar lo mismo con su propia edad y la de sus compañeros, familiares y amigos.</p> <p>- Puede calcular todo esto con su árbol genealógico inmediato. (C. Naturales)</p>	<p>noción de los conceptos para que el alumno pueda tener una noción real de tiempo y sepa utilizarlo exactamente.</p>
<p>* Sistema Métrico Decimal: múltiplos y submúltiplos del litro y gramo</p>	<p>- Realizar experimentos en varios recipientes de diferentes medidas y tamaños reflexionando acerca de la capacidad de cada uno y cuestionando acerca del tamaño para hacerles llegar al concepto de litro y sus múltiplos y submúltiplos así como al de gramos. Ejemplificar con líquidos y pesos diferentes en situaciones reales y de utilidad. (Elaboración de recetas sencillas). (C. Naturales)</p>	<p>- Analizar los contenidos y cantidades que se piden en la elaboración de recetas en programas de radio y televisión.</p>

Tema: Geometría

Contenido	Correlación	Nota
* Ubicación Espacial	- Propiciar en el niño el	- Es importante que se

	reconocimiento de su entorno inmediato de tal manera que pueda elaborar un croquis del aula, luego de su escuela y posteriormente de su comunidad (a escala).	reconozca el espacio y la proximidad o lejanía de los objetos en base al niño.
* Lectura de mapas	- Intercambiar croquis de su comunidad para identificar edificios y lugares conocidos y una vez que sea capaz de reconocer estos, presentarle mapas de la ciudad para que reconozca otras comunidades. (colonias) (Medio Ambiente)	- Recuérdese que antes de trabajar estos conceptos hay que afianzar los conceptos de norte, sur, este, oeste y la proporcionalidad de la escala.
* Clasificación de figuras geométricas.	- Una vez que se ha trabajado con diferentes figuras tanto en concreto (objetos reales con figuras geométricas, cajas de cartón, libros, bancos, etc.) como en abstracto (en representaciones en cartulinas o dibujos) dejar que el niño analice nuevamente cada una de ellas y encuentre sus semejanzas y diferencias. (Medio Ambiente)	- Es necesario que el niño practique ampliamente, reconociendo y haciendo consciente cada una de las características de cada figura para que posteriormente pueda hacer una correcta clasificación.

Tema: Tratamiento de la información

Contenido	Correlación	Nota
* Organización de la información en tablas,	- Realizar una encuesta entre sus amigos,	- Al principio es conveniente que los

<p>diagramas, gráficas de barras o pictogramas.</p>	<p>vecinos y familiares sobre el hecho de votar en las elecciones para luego organizar la información en las formas mencionadas. (Civismo)</p> <p>- Entrevistar a sus compañeros acerca de las fechas cívicas y su conmemoración para conocer cuantos de ellos saben la correcta información. Graficar posteriormente. (Historia - Civismo)</p> <p>- Interpretar la información acorde con su experiencia y con la ayuda de sus compañeros y maestros.</p>	<p>alumnos organicen la información de la manera que ellos quieran, sin exigirles ninguna técnica. Una vez que aprendan a identificar la información y a organizarla, propiciar la conceptualización de los términos ya establecidos.</p>
---	--	---

Tema: Procesos de cambio

Contenido	Correlación	Nota
<p>* Variación proporcional y no proporcional (planteamiento y resolución de problemas)</p>	<p>- Investigar el precio de artículos de interés para los alumnos y tomándolos como referencia cuestionarlos acerca de la variación (cambio) que se da en el precio de acuerdo a la cantidad adquirida.</p> <p>- Es imprescindible que se realicen varios ejemplos y que estos sean resueltos por los</p>	<p>- Trabajar y ejemplificar el concepto de proporción y variación proporcional con objetos y en situaciones concretas.</p> <p>- Propiciar que los alumnos adquieran los conceptos de cantidad y precio.</p>

	alumnos y que sean ellos mismos los que traten de encontrar la solución y la expliquen ante sus compañeros.	
--	---	--

Tema: Predicción y azar

Contenido	Correlación	Nota
* Análisis e interpretación de gráficas para hacer predicciones.	- Tomar del periódico las gráficas o tablas, ya sea del tiempo (clima), de elecciones o de cualquier otro tema de actualidad comparando la información de días sucesivos, interpretando y analizando su contenido para luego poder hacer predicciones reconociendo desde luego el índice de aciertoy error correspondiente y las variables que afectan dicha argumentación.	- Practicar antes con ejercicios de predicción y azar simples en el aula como lo son el lanzamiento de moneda, juegos de mesa de azar, fichas de colores, etc.

B) EL DESCUBRIMIENTO: UN MÉTODO EFICAZ PARA ADQUIRIR EL CONOCIMIENTO

Se establece el descubrimiento como un método efectivo y eficaz para el aprendizaje en oposición al aprendizaje receptivo - ampliamente descrito en el capítulo anterior- por lo que la diferencia principal entre estos dos tipos de aprendizaje reside en el hecho de decidir si el contenido principal de lo que se va a aprender lo descubre el propio alumno o se le expone. Se recordará que en el aprendizaje por recepción, este contenido se le presenta al alumno en forma de exposición explícita, o de otro modo de tal manera que no planteen ningún problema, por lo cual sólo tendrá que entender y recordar. En el aprendizaje por descubrimiento, en cambio, el alumno debe recordar este contenido por sí mismo, generando proposiciones que representen ya sea soluciones a los problemas que se planteen o los pasos sucesivos para resolverlos. Harold y Greta Morine proponen en su libro "el descubrimiento: un desafío a los profesores" tres formas de descubrimiento que pueden usarse para diferenciar seis tipos de lecciones que actualmente se practican en escuelas en diferentes niveles.

A) El descubrimiento inductivo implica la conexión y reordenación de datos para llegar a una nueva categoría, concepto o generalización. Pueden identificarse dos tipos de lecciones que usan la forma inductiva de descubrimiento:

a) La lección abierta de descubrimiento inductivo es aquella cuyo fin principal es proporcionar experiencia a los niños en un proceso particular de búsqueda: el proceso de categorización o clasificación. En sí, En este tipo de lección, el niño es relativamente libre de dar forma a los datos a su manera. Se espera que al hacerlo así, vaya aprendiendo a observar el mundo en torno suyo y a organizarlo para sus propios propósitos.

b) La lección estructurada de descubrimiento inductivo es aquella cuya fin principal es que los niños adquieran un concepto determinado. El objetivo principal es la exposición de contenidos de la asignatura; en este tipo de lección se desarrollan conceptos propios de las ciencias descriptivas (geografía, biología, etc.) y se distingue de otro tipo de lecciones por la importancia que tiene en ella la organización de los datos y el desarrollo de la comprensión de los conceptos básicos.

B) El descubrimiento deductivo implica la combinación opuesta en relación de ideas generales, con el fin de llegar a enunciados específicos como en la construcción de proposiciones.

a) La lección de descubrimiento simple es aquella en la que el profesor tiende a controlar los datos que usan los estudiantes, ya que sus preguntas están dirigidas a facilitar proposiciones que lleven lógicamente a una conclusión determinada.

b) La lección de descubrimiento semideductivo es similar a la lección estructural; el fin básico aquí es que los niños desarrollen y aprendan conceptos básicos en un determinado campo de estudio. Los niños llegan a reglas o propiedades observando datos específicos más que construyendo cadenas deductivas. En esta lección la selección de los datos es una tarea simple una vez que se determine el concepto que va a enseñarse.

c) La lección de descubrimiento hipotético deductivo es en la cual los niños utilizan una forma deductiva de pensamiento. En general implica hacer hipótesis respecto a las causas y relaciones o predecir resultados. La comprobación de la hipótesis es esencial en esta lección.

C) El descubrimiento transductivo implica la relación de conjuntos de datos en formas no lógicas -según Piaget- y va de lo particular a lo particular, el niño relaciona o compara dos elementos particulares y advierte que son similares en uno o dos aspectos; el razonamiento transductivo es comúnmente conocido como pensamiento imaginativo o artístico.

Una vez establecido lo anterior se percibe que la enseñanza por descubrimiento no es una tarea fácil, pues los niños tardan más en generalizar por sí mismos que en aprender cuando se les presenta el conocimiento de una forma ya establecida y porque para ello se necesitan más datos. Sin embargo una de las razones por las que se privilegia este tipo de enseñanza (o aprendizaje) es porque a través del descubrimiento el niño adquiere importantes hábitos, actitudes y destrezas cognitivas significativas.

A continuación se ofrece una serie de pasos que facilitarán la enseñanza-aprendizaje por descubrimiento, principiando con la adquisición de conceptos y los factores que influyen en dicha adquisición, para luego estudiar lo relacionado con la cantidad de datos necesarios en un determinado aprendizaje y postular finalmente como ellos (los datos) deben ser organizados.

La formación de conceptos es esencialmente el primer paso en el proceso de la adquisición de conocimientos; es decir, en el proceso de decidir que una clase o grupo existe. Un concepto es un modo de organizar o percibir la información que recibimos del mundo que nos rodea.

Un factor importante que tiene mucha influencia en la adquisición de conceptos es la cantidad de datos que posee el estudiante que resuelve el problema; cuanto más datos se proporcionen, más ideas se pueden comprobar. Algunas de las ideas se rechazarán, otras, sin embargo, permanecerán como posibilidades. En general, cuantos más datos se proporcionen, más rápidamente adquirirán los estudiantes un concepto y más preparados estarán para adquirir el mismo concepto. Tanto la

formación del pensamiento convergente como del pensamiento divergente tiene que ver con este contexto; el primero implica procesos de pensamiento analíticos e integrados y que operan dentro de esquemas estrechamente estructurados mientras que el segundo está relacionado con el rendimiento, hay indicativo de iniciativa, de espontaneidad, creatividad, originalidad e ingenio, flexibilidad en la resolución de problemas.

La angustia sobre si el concepto es o no correcto, es otro de los factores de especial relevancia en la adquisición; esta angustia puede reducirse si el maestro enseña al niño a poner a prueba sus propios conceptos confrontándolos con nuevos datos o nuevos ejemplos de la realidad, modificándolo o corrigiendo en concepto en duda. Es decir, aplicándolo en un contexto determinado ya que es en éste en el que los conceptos se identifican rápidamente como familias.

En cuanto a la organización de los datos se dice que estos ilustran el concepto, y que es más fácil adquirir el concepto cuando se disponen todos los ejemplos juntos de un lado y los no ejemplos del otro: si se quiere contruir el concepto de 'cuadrilátero' los datos o características de este deben estar en un conjunto, los que no pertenezcan a esta categoría en otro.

Así, para facilitar la adquisición de conceptos, se puede categorizar la realidad o los datos de la siguiente manera para su presentación:

- a) Aquellos objetos o elementos que el niño puede manipular y observar.
- b) Aquéllos que el niño puede solamente observar.
- c) Aquéllo que es representacional, esto es, icónico (a través de dibujos).
- d) Aquéllo que es abstracto, esto es, una proposición o idea.

Además de todo esto es importante la rapidez o lentitud con que los datos sean presentados así como la cantidad de tiempo que los datos permanecen ante el niño. Piaget señala que la adquisición de conceptos es por naturaleza jerárquica e integrada; entonces, si se supone que la adquisición de conceptos es invariable, tiene sentido educativo utilizar el modelo de Piaget para saber cuándo debe esperarse que el niño sepa algo. Por lo tanto y de acuerdo con esta teoría “los niños están listos cognoscitivamente para desarrollar determinado concepto cuando han adquirido los esquemas necesarios (preestablecidos) y sólo entonces. Desde luego, necesitan una razón (motivación) para aprender.”³³

C) APRENDER PARA CONSTRUIR: CONSTRUIR PARA APRENDER

Diversos estudios e investigaciones (incluyendo esta pequeña investigación) han demostrado la importancia de la situación contextual para la actualización y funcionalización de los conocimientos escolares, ya que, por ejemplo hay niños que ‘saben’ contar hasta determinado número y que sin embargo, son incapaces de utilizar este conocimiento para construir una colección de objetos, en otras palabras no han aprendido a utilizar este saber como medio para controlar una situación o para resolver un problema.

No cabe duda entonces que para que una aprendizaje sea significativo, el estudiante debe de ser quien proponga las alternativas posibles de solución, es decir, debe ser él quien construya su propio conocimiento. Esto puede ser tanto en la búsqueda o definición de un concepto como en la construcción de herramientas de aprendizaje. El papel del profesor sería guiar la

³³ Barry j. Wadsworth. Teoría de Piaget del desarrollo cognoscitivo y afectivo” pag. 176

discusión para que a partir de ella, se lleve al alumno a la respuesta más eficiente.

Para el aprendizaje de los conceptos y procedimientos matemáticos deben tomarse en cuenta las características de las operaciones concretas y formales al contenido de las matemáticas. No se necesita aplicar formas de razonamiento nuevas o distintas, ni hay aptitud especial para las matemáticas, los que las entienden, se han construido los conceptos a partir de su razonamiento lógico-matemático, con gran frecuencia a pesar de la instrucción que han recibido o independientemente de ello.

Partiendo de estas premisas se toma el constructivismo como otro de los elementos esenciales del aprendizaje significativo que señala que “el conocimiento del mundo (y de la realidad) que va adquiriendo el niño no constituye una copia del mundo ‘objetivo’ sino que cada individuo, en el transcurso de su desarrollo, construye su conocimiento y su realidad mediante la asimilación y el ajuste, por lo que cada niño construye personalmente los conocimientos físicos, lógico-matemáticos y sociales.”³⁴

Se sabe de antemano (debido a una serie de investigaciones psicológicas del tema) que los seres humanos no poseen un conocimiento innato del mundo; el niño conforme va creciendo y desarrollándose como individuo va percibiendo y conociendo la realidad que observa a través de los sentidos; de esta manera cada concepto al ser asimilado y ajustado a su experiencia representa una nueva construcción en la extensa red de aprendizajes que va elaborando.

Sin embargo, para que esa construcción sea verdaderamente significativa el docente debe poner especial atención a la manera en que planea sus intervenciones para propiciar todo esto; en primer lugar debe percibir cuál es el objetivo de su enseñanza y cómo es percibida ésta por sus alumnos, es decir, la atención que

³⁴ op. cit. pag. 163

se le presta, la motivación -intrínseca y extrínseca- para aprender y la capacidad real de sus alumnos para construir, por una parte relaciones entre el conocimiento nuevo y la experiencia y por otra entre los materiales y conceptos que deben internalizarse. En sí el maestro debe facilitar el hecho de que sus alumnos aprendan a construir (asociando conceptos, atendiendo a las relaciones, experimentando con materiales, etc.) y contruyan para aprender (elaborando conscientemente asociaciones entre elementos, utilizando el razonamiento lógico-matemático para contruir conceptos y utilizando estos conceptos para entrelazar posteriormente nuevos aprendizajes) de esta manera los niños estarán encaminados a concentrar su energía en la información pertinente y a no hacer caso de lo que este fuera de lugar lo que se traduce en un mayor aprendizaje y conocimiento significativo de la información elicitada.

Una vez analizado todo esto se puede percibir que las matemáticas son el área de contenido en que los métodos tradicionales (como la técnica de pregunta-respuesta para la resolución de ejercicios, la repetición y la memorización de conceptos y la mecanización de procedimientos) han tenido los efectos más nocivos; pues en términos de los propios alumnos....

“Las matemáticas son muy aburridas, hay veces que no les entienden, de un problema razonado, salen muchos problemas; son muy difíciles, además hay muchas cosas que no les entienden”

Así, estos y muchos otros alumnos con capacidad intelectual normal quedan dañados; tal vez algunos más y otros menos permanentemente por causa de los métodos de enseñanza y el programa de estudio de las matemáticas. En donde los contenidos son abordados con cierta imprevisión y en muchos casos de manera muy superficial, consecutivamente los estudiantes crecen creyéndose negados para las matemáticas y su razonamiento, aún y cuando poseen todas las herramientas intelectuales para hacerlo.

Hay que estar conscientes de que no se puede formar individuos mentalmente activos a base de fomentar la pasividad intelectual. Si queremos que el niño sea creador y constructor de su conocimiento, hay que permitirle ejercitarse en tal actividad. Se tiene que dejar que él mismo formule sus hipótesis y, aunque se sepa que son erróneas, dejar que el mismo sea quien las compruebe, porque de lo contrario se le está sometiendo a la autoridad del maestro y se le impide pensar. Recuérdese que las equivocaciones son parte importante e inevitable en la construcción del conocimiento, sin los errores es difícil, por no decir imposible, saber que es lo que hay que hacer en determinada situación.

Los principios constructivistas del aprendizaje y la enseñanza escolar, son enunciados a continuación, como una serie de postulados útiles a los maestros para propiciar que sus alumnos aprendan a construir y construyan para aprender.

- Toda cambio en la organización cognitiva es una construcción personal del alumno a partir de experiencias de aprendizaje en las cuales el alumno pone en juego sus capacidades y las amplía.
- Lo que se construye a través de la educación escolar son capacidades relacionadas con el conocimiento y uso de contenidos culturales.
- El proceso de construcción de los contenidos culturales se realiza con la ayuda de otras personas con más experiencia cultural.
- El contexto influyen en la construcción de los conocimientos y capacidades porque da sentido a la experiencia.
- La construcción del conocimiento escolar es una función de la ayuda prestada de acuerdo a las necesidades educativas del alumno.

- Hay muchas maneras de aprender: por repetición de un ejercicio, por ensayo y error, o reforzamiento contingente, por observación e imitación de modelos, por descubrimiento, etc. Lo idóneo del aprendizaje depende de la capacidad previa y disposición intelectual del alumno del contenido, la ayuda recibida y el contexto en el cual se aprende.

- Se aprende lo que se comprende. El aprendizaje de conceptos puede ser significativo cuando hace referencia a la construcción de nuevas representaciones en relación con los conocimientos previos.

- El pensamiento autónomo se construye a partir del diálogo y la toma de conciencia. Para comprender hay que pensar y pensando es como llega el alumno a construir las estrategias de pensamiento y de aprendizaje que le permitirán seguir aprendiendo sin necesidad de ayuda externa.

D) SUGERENCIAS PRÁCTICAS: UN MODELO DE ENSEÑANZA EFICAZ

Se ha sustentado ampliamente que la comprensión de las ideas matemáticas es un espiral que crece y se desarrolla en la medida en que el concepto se extiende, amplía y aplica a nuevas situaciones; se argumentó de la misma forma que hay que preparar a los alumnos para el futuro equipándolos con las herramientas necesarias, por lo que no hay que restringir la enseñanza en los primeros años a las destrezas básicas, sino que hay que preparar la completa comprensión de los conceptos básicos y principios generales, aunque sea de modo intuitivo, para fundamentar la asimilación posterior más abstracta, incrementando el potencial significativo y previniendo el aprendizaje memorístico.

En definitiva se sabe que la teoría prescribe la forma en que se aprende y que la práctica describe el como las personas influyen para que se aprenda; pues si bien las teorías de aprendizaje no han podido aportar gran cosa acerca de como enseñar, ya que la enseñanza es un arte en el que, se dijo, intervienen factores humanos impredecibles que dependen fundamentalmente de lo que hace el maestro en el aula y, por ello como realmente se aprende a enseñar es enseñando; las teorías son ideales, la práctica es la realidad.

Lo que sería entonces necesario, es que el profesor esté bien documentado sobre el porqué una secuencia de actividades de la enseñanza es preferible a otra; así como también que sepa que conocimientos posee el niño pues estos van a ser el punto de partida para la construcción de nuevos conceptos y el método a utilizar.

En sí para que la práctica didáctica refleje una enseñanza eficaz se sugiere:

- Plantearse, con claridad y precisión el contenido a enseñar.
- Antes de empezar la clase, se deben identificar las secciones de la práctica y del texto que requiere más atención.
- Es de gran ayuda preparar un esquema diario con un conjunto de sugerencias para asignar tareas diarias (esto puede hacerse semanalmente).
- Hay que asegurarse de entender y ejemplificar ampliamente el contenido enseñado.

* NOTA: con lo anterior se sugiere que se escriba con anticipación una planeación completa, una guía detallada . Lo que se quiere preveer es que antes de cada clase, se tenga una idea clara de lo qué se va a enseñar o de cómo se quiere enseñar ya que esto es muy importante. No es aconsejable impartir lo

primero que se le ocurre', esto último augura que los resultados no serán muy buenos....

- Tratar de empezar cada clase con una discusión breve del material sobre el tema anterior para así dar continuidad al aprendizaje.

- El hacer preguntas sobre el material enseñado recientemente al principio de la clase puede servir de base para el tema del día. La asociación del material nuevo con el anterior ayuda a los alumnos a entrar en el nuevo con paso fijo.

- Al plantear alguna idea nueva o clave para la enseñanza de un contenido específico, ejemplifique cómo se relaciona eso en el esquema del conocimiento y en situaciones reales. Es frecuente que los alumnos no entiendan un concepto determinado si se les presenta aisladamente, o si no se le da una relación con otras nociones ni se le dice cómo deberá ser usado en su entorno.

- Es útil a menudo asignar período para la discusión de los conceptos fundamentales del curso, cómo se relacionan entre sí, y sus aplicaciones en otras disciplinas.

- Se debe planificar el planteamiento de preguntas frecuentes a estudiantes en forma individual para envolverlos en el desarrollo de nuevos conceptos; esto ayuda además a mantenerlos atentos.

- Propiciar situaciones en las que sea el alumno el que introduzca el tema y haga conjeturas sobre el nuevo material a enseñar.

- Propiciar que sean los propios niños quienes formulen preguntas y que sean ellos mismos los que las contesten.

- Es importante escuchar a los alumnos para saber cómo funciona su razonamiento.

- Es primordial que el maestro muestre entusiasmo por la materia.

- Considerar la tarea como parte de la evaluación del curso.
- Dejar tareas cortas ya que éstas pueden calificarse rápidamente y ayudan a que el alumno estudie con más atención y entusiasmo.
- Elaborar pruebas acorde al sistema de enseñanza que se está empleando (no es justo para el alumno que se evalúe algo para lo que no ha sido preparado).
- Tratar de mantener un balance razonable, en los exámenes, entre los problemas específicos las aplicaciones y la teoría.
- Recordar que la evaluación es parte continua y diaria del proceso de aprendizaje y no, la sola medición de contenidos.

La idea central de todo este proceso de transformación a lo largo del año escolar, es que sea el propio alumno el que desarrolle y acreciente su conocimiento para que éste pueda serle mucho más significativo; en pocas palabras, lo que se quiere es que el niño haga su camino y que en ese caminar se transforme a sí mismo. Tengáse en cuenta que lo importante es el proceso y el hecho de que el estudiante descubra, más que recibir.

1. EL PROCESO DIDÁCTICO COMO EL CONJUNTO DE PROCEDIMIENTOS Y ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

Para obtener el éxito en cualquiera de los aspectos de la vida, hay que tener bien claro el procedimiento y las estrategias que han de seguirse, es decir, hay que idear un proceso que poco a poco contribuya a alcanzar la meta o el objetivo trazado.

La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria no es la excepción; si se quiere tener éxito en

esta empresa deben seguirse cuidadosamente una serie de pasos o etapas mediante las cuales se propicie la adquisición significativa del conocimiento matemático en el escolar.

Se sabe de antemano que esto no es fácil, pues a través de las observaciones hechas se pudo apreciar que tanto los maestros como los alumnos poseen una serie de hábitos y vicios que de alguna u otra forma frenan el proceso didáctico significativo del aprendizaje; es imprescindible entonces que el maestro conozca diferentes alternativas -procesos didácticos- de tal manera que pueda transformar esos hábitos y vicios en acciones y actitudes que contribuyan a lograr en sus alumnos aprendizajes significativos.

Para ello y de acuerdo con la investigación desarrollada a lo largo de este trabajo se proponen tres etapas mediante las cuales se pretende que el maestro vaya activando progresivamente el razonamiento -pensamiento- en el escolar a través de una serie de procedimientos y estrategias metodológicas en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En la última etapa y para concluir el proceso didáctico se sugiere un tipo de evaluación muy diferente y singular al utilizado hasta ahora en las matemáticas.

Primeramente y con el fin de que el lector visualice con mayor precisión y tenga una idea más clara de los tipos de razonamiento -inductivo,deductivo y análogo- se incluyen algunas definiciones (conceptos) claves para la comprensión de estas ejemplificaciones:

- Imagen: las imágenes mentales son representaciones internas (símbolos) de objetos y experiencias perceptuales pasadas, no son copias exactas de la realidad son más bien imitaciones que guardan por necesidad ciertas semejanzas con las mismas percepciones.

- Percepciones: Actividad psíquica cognocitiva de percibir, captar o aprender por medio del conocimiento un objeto cualquiera de la realidad concreta y material o abstracta de la imaginación.

- **Concepto:** objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterio comunes y que se designan mediante algún símbolo o signo. En otras palabras, es un modo de organizar o percibir la información que recibimos a través de imágenes del mundo que nos rodea.
- **Proposición:** idea compuesta que se expresa verbalmente en forma de una oración y que contiene los significados denotativos (que se pueden observar) y los connotativos (los que se sobreentiende o percibe) de las palabras.
- **Clasificación:** la distribución de los objetos o fenómenos individuales en el correspondiente género o clase es decir la diferenciación de los objetos según posean o no una cualidad determinada.
- **Sistematización:** actividad mental en la que se distribuyen conjuntos de objetos aislados diferentes en grupos y clases; ordenando las materias según determinado sistema o características (según rasgos o principios).
- **Esquema:** Aunque no es un objeto real, se considera como un conjunto del sistema nervioso central, se les puede considerar como conceptos o categorías. Son en sí estructuras intelectuales que organizan los sucesos tal como el organismo los percibe y los clasifica en grupos de acuerdo a sus características comunes.
- **Asimilación:** es el proceso cognocitivo mediante el cual las personas integran nuevos elementos perceptuales, motores o conceptuales a los esquemas o patrones de conducta existentes.
- **Reversibilidad:** es la característica más definida de la inteligencia, es la habilidad del pensamiento en que el razonamiento puede seguir el curso hasta volver al punto del cual partió.

- **Tranferencia:** Es el influjo que el aprendizaje de una materia tiene sobre otra.
- **Análisis:** Ir de las partes al todo, buscando nexos y relaciones.
- **Inducción:** ir de lo individual (partes) a lo general (todo).
- **Síntesis:** ir del todo a cada una de las partes, buscando nexos y relaciones.
- **Dedución:** ir de lo general (todo) a lo individual (partes).
- **Analogía:** ir de lo particular a lo particular.

a) Primera etapa: el desarrollo del pensamiento en el escolar

En un punto anterior se citaron ampliamente los postulados teóricos, así como los elementos que propician el desarrollo del pensamiento en el escolar por lo que en este inciso se presentan solamente algunos ejemplos prácticos sobre como activar este proceso. En primer lugar se presentan algunos ejemplos de razonamiento inductivo; recuérdese que los razonamientos inductivos implican la conexión y clasificación de datos para asimilar una nueva categoría, concepto o generalización:

- 1.** Puede dársele a los niños objetos iguales que representen enteros y pedirles a algunos que los corten en medios, a otros en cuartos y así sucesivamente; luego comparar entre ellos mismos diferentes fracciones de tal manera que el niño induzca cuantas partes de cada entero representa una fracción equivalente. (Con esto al mismo tiempo el niño irá desarrollando el concepto de entero, fracción, fracción equivalente, etc.
- 2.** Se le da al niño una hoja con ángulos de diferente medida, luego se les pide que midan cada uno de ellos para que después lo sistematicen en tres grupos: uno en los que incluyan a los que

miden menos de 90 grados, otro los que miden 90 grados y el último grupo los que miden más de 90 grados; así determinara a qué clase pertenece cada grupo: agudo, recto, u obtuso.

3. Se da al niño diferentes figuras geométricas que representen cuadriláteros, se les piden que los clasifiquen de acuerdo a alguna característica en común, se le pide las características de cada grupo que reunió para así inducir que el conjunto cuyas figuras tienen cuatro lados y cuatro ángulos iguales son los cuadrados y así sucesivamente.

4. Utilizando las tablas de multiplicar se puede pedir a los niños que las agrupen según determinadas características; por ejemplo las que contengan en su multiplicación un número impar, multiplicado por otro número impar y cuyo resultado sea otro número impar. Se puede hacer lo mismo con números pares, con números terminados en cero o cinco, etc.

En segundo lugar se presentan algunos ejemplos de razonamiento deductivo; recuérdese que este razonamiento implica la combinación o transferencia de las ideas generales a las particulares, con el fin de llegar a enunciados específicos o proposiciones.

1. Se les da a los niños una lista de veinte números enteros y se les pide que los dividan entre dos. Luego se les pide agrupar los números (o las divisiones) según el residuo obtenido en cada una de ellas, ya sea 0 o 1, a los primeros se les nombra como pares y a los segundos como impares.

2. Se les dice a los niños que la probabilidad se relaciona con la mayor o menor posibilidad de que un evento ocurra, así al lanzar un dado el niño percibe que la probabilidad de que x número caiga (1,2,3,4,5,6) es de un número en el espacio de seis eventos.

3. Se presenta el litro como unidad de medida de cantidad para líquidos y se les pide que traigan diferentes bebidas y verifiquen la cantidad contenida en cada recipiente. Los niños deducen que decilitro y el mililitro son múltiplos del litro, acomodando dentro de sus esquemas estas medidas de cantidad en relación con otra medida de cantidad: el peso (kilogramo)

4. Se da al alumno la generalización 'la suma de los ángulos de un triángulo es igual a 180° ', luego se les pide que midan los ángulos interiores de un número considerable de triángulos y que los sume, luego se pide compruebe él mismo la generalización.

En general los principios en el desarrollo del pensamiento matemático en el escolar establecidos por Piaget son:

1. Antes de introducir las cuestiones numéricas deben desarrollarse las estructuras psicológicas, es decir los conceptos matemáticos, de lo contrario los problemas carecerán de significado para ellos y se obstaculizará la construcción.

2.- Antes de introducir el simbolismo formal (123...) deben desarrollarse las estructuras psicológicas (esquemas) es decir, es símbolo o lenguaje matemático (número)

3. No deben memorizarse los datos antes de que se haya comprendido y construido lógicamente los conceptos.

4. Los niños deben tener la oportunidad de inventar (construir) las relaciones matemáticas más que de confrontar los pensamientos ya fabricados por los adultos.

5. Los maestros deben de comprender la naturaleza de los errores de los niños, pues por definición el desarrollo intelectual y matemático está lleno de equivocaciones y errores y refleja además el razonamiento y los esquemas que posee el niño.

6. Se debe de crear un ambiente propicio para el pensamiento, una actitud positiva y motivacional por parte del

maestro, a través de juegos y estrategias activas que interesen al alumno en la materia.

B) Segunda etapa: estrategias metodológicas para la enseñanza de las matemáticas.

Un método general para la resolución de problemas es:

1°.- Comprensión del problema, 2°.- concepción de un plan; 3°.- ejecución del plan y 4°.- una visión o examen retrospectivo de la solución obtenida. Desde luego cada una de estas fases debe ir acompañada de una serie de cuestionamientos tales como: ¿cuál es la incógnita? ¿cuáles son los datos? ¿es suficiente la información dada, hay alguna contradicción o redundancia? ¿tiene relación con algún patrón establecido? ¿qué conexión puede hacer? ¿qué hipótesis tiene? etc...

Desde luego el maestro debe de darle el mayor número de imitación y práctica, debe ayudar, pero no mucho, ni demasiado poco, de tal manera que le permita construir su propio procedimiento.

Algunas estrategias para desarrollar los algoritmos gradualmente pueden ser a través de la propiedad distributiva, el cálculo mental, el cálculo estimativo o por aproximación. Para ello se recomienda que haya una presentación, seguida del debate del trabajo del alumno, la comunicación alumno alumno, la búsqueda de información y el trabajo en equipo representan otras alternativas. Se presenta además el juego como parte interactiva de estas estrategias; en lugar de empezar con definiciones se propone un cambio: que se empiece por las aplicaciones sobre las cuales los niños experimentarán y progresarán hacia la forma matemática que los resume y expresa.

La estrategia para desarrollar los algoritmos mediante la propiedad distributiva puede darse cuando la multiplicación con

factores de un dígito está bien comprendida. Por ejemplo un problema como 285×17 puede ser repartido en productos parciales por aplicación de la propiedad distributiva:

$$285 \times 17 = 285 \times (10 + 7) \quad (285 \times 10) + (285 \times 7)$$

Esta expresión puede ser resuelta en varios pasos

$$285 \times 10 = 2850$$

$$200 \times 7 = 1400$$

$$285 \times 7 = 1995$$

$$80 \times 7 = 560$$

$$4845$$

$$5 \times 7 = 35$$

$$285 \times 17 = 4845$$

$$285 \times 7 = 1995$$

El cálculo mental sin embargo, puede ser desarrollado en el infantes desde los primeros grados, e ir aumentando gradualmente la dificultad. Así por cálculo mental se entiende una serie de procedimientos mentales que realiza un sujeto sin la ayuda de lápiz y papel y que le permite obtener la respuesta exacta de problemas aritméticos sencillos. Por ejemplo $57 + 36$

$$\begin{array}{l} \text{a) } 50 + 7 + 30 + 6 \text{ ----- } 50 + 30 = 80 \quad 80 + 13 = 96 \\ \quad 57 \quad 36 \quad \quad 7 + 6 \quad 13 \end{array}$$

$$\text{b) } 57 + 36 \text{ ----- } 57 + 30 = 87 + 6 = 93$$

Algunas otras reglas para el cálculo mental son: (por ejemplo en la multiplicación 32×43)

1. Las unidades se multiplican entre sí, y las que se llevan se añaden al producto. $2 \times 3 = 6$ (no sobra)
2. Se multiplican unidades por decenas y decenas por unidades. Las que se llevan se suman al producto. $3 \times 3 = 9$ y $4 \times 2 = 8$ ($9 + 8 = 17$)

3. Decenas por decenas. Luego se anota todo el número. $40 \times 30 = 120$ ($120 + 17 = 137$ 1376 ----- $32 \times 43 = 1376$)

Otro método de cálculo mental indica que para efectuar una multiplicación de factores de dos dígitos cuyas decenas son iguales y las unidades de ambos factores suman 10 hay que: primero multiplicar los factores de las decenas por el número que sigue en forma ascendente; por ejemplo en el número 86×84 sería el 9, así $8 \times 9 = 72$ que constituye las dos primeras cifras de la izquierda del resultado; después se multiplica entre sí las unidades, $6 \times 4 = 24$, lo que constituye las dos cifras de la derecha de la respuesta que es 7224.

$$\begin{array}{r} 86 \times 84 = 8 \times 9 = 72 \text{ ----- } 7224 \\ \quad \quad \quad 6 \times 4 = 24 \end{array}$$

Recuérdese que el cálculo mental es variable, es decir, un mismo problema puede ser resuelto de muchas formas. Por ejemplo, $539 - 189 = 350$

a) de 189 para 200, son 11, de 200 para 500 son 300: luego $300 + 39 + 11 = 350$

b) $539 - 100$ son 439, $439 - 80$ son 359, $359 - 9$ son 350

El cálculo mental también es constructivo, ya que como se puede notar en los ejemplos dados, el resultado final se construye mediante resultados parciales, de acuerdo con la estrategia elegida.

Por su parte, el cálculo estimativo, no busca dar respuestas exactas a un problema sino que su propósito es dar una respuesta cercana al resultado correcto de un problema. Es un tipo de cálculo apropiado en muchas situaciones de la vida cotidiana. Por ejemplo: supóngase que se compran 6 artículos cuyo valor es \$ 2.53, \$ 4.59, \$ 1.67, \$ 2.83, \$ 0.53 y \$ 3.59 calculando aproximadamente $2 + 4 + 1 + 2 + 0 + 3 = \$ 12$

O... si los precios se calculan como $3 + 5 + 2 + 3 + 1 + 4$ serían aproximadamente \$ 18.

Hay algunos cálculos aproximados que son fáciles de saber y que pueden utilizarse al principio de la práctica como por ejemplo $27 + 19$ y otros más complicados como por ejemplo $4.39 \times .25$ lo que puede calcularse $4 \times .25 = 100$ ó 8.94×7.23 aquí, tal vez sea más conveniente cerrar a $9 \times 7 = 63$

En general las estrategias más utilizadas para el cálculo estimativo son el redondeo $8.42 = 8$, ó 42×43 se redondea $40 \times 40 = 1600$, etc. Los números compatibles por ejemplo 46224 83, se aproxima el 46224 a 48000 y el 83 a 80, así el $48 \times 8 = 6$ (ya que son compatibles $48 \times 8 = 6$) esto se da cuando pueden aproximarse a 'parejas compatibles' (como lo son las de las tablas de multiplicar) los números involucrados en la operación. Y por último el punto de referencia en la aproximación; esto se da por ejemplo:

22 % de 1590 22% ----- 25 %, 1590 ----- 1600
(el 25% es el punto de referencia) por lo que el 25% de 1600 es 400.

La última de las estrategias que aquí se presenta se relaciona con los medios de comunicación, pídase a los alumnos recortes de revistas y periódicos con alguna noticia (en gráficas, tablas o diagramas) interesante y analícese sus datos; también puede pedírseles un reporte de las noticias ya sean radiofónicas o televisivas y organizarse esa información ya sea para utilizarse en tablas de variación proporcional, gráficas de barras, poligonales, etc. O tal vez en situaciones de probabilidad o azar. Es importante que se enfrente el alumno con situaciones reales, de su entorno primero, luego de su comunidad, país y por último del mundo en general.

C) Tercera etapa : la evaluación, un proceso formativo

La evaluación es un factor pedagógico fundamental así como también una parte formativa del conocimiento. Como elemento del sistema dentro del cual se enmarca el proceso de enseñanza-aprendizaje, la evaluación debe considerarse al mismo nivel que los objetivos, la metodología y el contenido.

Un principio fundamental de la evaluación es el hecho de que ésta debe ser justa, y por lo tanto deber estar basada tanto en las actividades como en los contenidos del curso, debe basarse en la metodología utilizada en general ya que no es honesto por parte del maestro incluir reactivos y preguntas para las cuales no se haya preparado al alumno; ni mucho menos debe buscarse evaluar lo que se está seguro el alumno no sabe. Por consiguiente hay que evaluar lo que se hizo en clase, no lo que se hubiera querido hacer, ni lo que se piensa que el estudiante más avanzado o brillante pudo haber aprendido por su cuenta.

Es poco congruente que mientras que la enseñanza tiene entre sus propósitos fomentar el trabajo en grupo y desarrollar la capacidad de los alumnos para producir, comunicar y validar conjeturas, las evaluaciones se reduzcan a exámenes escritos de aplicación individual.

Desde el nuevo enfoque en la enseñanza de las matemáticas la evaluación debe orientarse entonces al alumno, pues únicamente en él se puede comprobar si el aprendizaje se ha concretado. En este sentido la evaluación puede ser definida como el proceso que permite reconocer la pertinencia de las acciones realizadas para promover aprendizajes significativos. Así en este nuevo enfoque evaluativo, se pueden valorizar los procesos de desarrollo de los alumnos, el desempeño del grupo y la actuación del maestro.

Partiendo de este punto de vista se sugieren a continuación cinco modalidades que hasta ahora han sido poco utilizadas a nivel primaria: examen a libro abierto, examen en equipo, examen global mensual para resolver en casa y trabajo de composición e investigación.

1. Examen a libro abierto: se propone para este tipo de evaluación elaborar preguntas de respuesta abierta, problematizadora y con un grado de dificultad acorde con lo visto en clase. Es importante avisar al niño la fecha del examen para asegurarse que lleve los libros correspondientes; desde luego las respuestas deben incluir su propia interpretación así como la referencia bibliográfica donde se encontró la respuesta.

2. Examen en equipo: puede tratarse del mismo tipo que de libro abierto pero este en equipo. Debido a esto se reduce el margen error y por supuesto debe vigilarse que todos participen en él. Al final del examen pedir a los alumnos una conclusión del equipo.

3. Examen global mensual para resolver en casa: la diferencia entre éste y los dos casos anteriores reside en que debe ser entregado a los niños antes de la enseñanza del contenido, debe ser también leído en clase y aclarado todas las dudas respecto a él. Cada respuesta debe incluir un ejemplo y conclusión propios así como la correspondiente ficha bibliográfica. Se debe ir contestando una vez que termine cada clase.

4. Trabajos de composición e investigación: esta forma de evaluación exige que los alumnos dominen las técnicas de redacción y los procedimientos de una investigación (aunque sea pequeña). Primeramente se asignará el tema de composición por medio de la resolución de un problema, luego se señalarán los requisitos del trabajo (presentación, contenido, etc.) y se irán reavisando periódicamente los avances.

5. Trabajos, tareas y actividades diarias: se recordar que la evaluación no es más que un momento continuo de aprendizaje y por lo tanto debe llevarse un registro diario de los logros y

avances adquiridos en cada etapa del proceso; para ellos es de gran ayuda que se designen alumnos monitores que auxilien al maestro en el registro de tales actividades.

Se sabe que este tipo de evaluación encierra una concepción distinta del proceso de enseñanza-aprendizaje, pero su beneficio se centra en una práctica evaluativa justa y cualitativa, capaz de identificar el avance logrado por los alumnos ya sea personalmente o a nivel grupal. La calidad de estas pruebas depende de su elaboración, no pueden de ninguna manera ser improvisadas. Su construcción debe ser acorde con el enfoque metodológico utilizado; es decir, debe fomentar aprendizajes que impliquen la capacidad para pensar, organizar y aplicar la información recibida; integrar aprendizajes y expresar o crear nuevas ideas.