

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES

SUBDIRECCION DE POSTGRADO



**ECUACIONES DE VOLUMEN Y FUNCIONES DE AHUSAMIENTO PARA
Pinus durangensis Mart. y *Pinus teocote* Schl. et Cham. del EJIDO
VENCEDORES, SAN DIMAS, DURANGO, MEXICO**

TESIS DE MAESTRIA

**PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRIA EN CIENCIAS FORESTALES**

PRESENTA:

ING. CRUZ CONTRERAS AVIÑA

Linares, N.L., México,

Diciembre de 1997.

Z5991

FCF

1997

C6

Z5991

FCF

1997

C6

Z5991

FCF

1997

C6

Z5991

FCF

1997

C6

Z5991

FCF

1997

C6

Z5991

FCF

1997

C6

Z5991

FCF

1997

C6

Z5991

FCF

1997

C6

Z5991

FCF

1997

C6

Z5991

FCF

1997

C6

Z5991

FCF

1997

C6

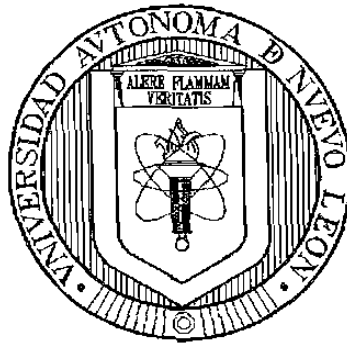


1020120823

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES

SUBDIRECCION DE POSTGRADO



**ECUACIONES DE VOLUMEN Y FUNCIONES DE AHUSAMIENTO PARA
Pinus durangensis Mart. y *Pinus teocote* Schl. et Cham. del EJIDO
VENCEDORES, SAN DIMAS, DURANGO, MEXICO**

TESIS DE MAESTRIA

**PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRIA EN CIENCIAS FORESTALES**

PRESENTA:

ING. CRUZ CONTRERAS AVIÑA



**FONDO
TESIS**

Linares, N.L., México,

Diciembre de 1997.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES

SUBDIRECCION DE POSTGRADO

**ECUACIONES DE VOLUMEN Y FUNCIONES DE AHUSAMIENTO PARA *Pinus durangensis*
Mart. y *Pinus teocote* Schl. et. Cham. del EJIDO VENCEDORES, SAN DIMAS, DURANGO,
MEXICO**


TESIS DE MAESTRIA

**PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRIA EN CIENCIAS FORESTALES**

PRESENTA:

ING. CRUZ CONTRERAS AVIÑA

Comisión de tesis:



DR. JOSE DE JESÚS NAVAR CHAIDEZ

Presidente



DR. ANTONIO DOMINGUEZ CALLEROS

Secretario



DR. JAVIER JIMENEZ PEREZ

Vocal

Asesor Externo

**Dr. Jorge Luis Bretado Velázquez
Universidad Juárez del Estado de Durango.**

Linares, Nuevo León, México

Diciembre de 1997.

DEDICATORIA

A mis Padres: José Contreras Cabrera (f) y Ma. Guadalupe Aviña Segura por darme la vida, su humildad, su constancia, su sabiduría, su ejemplo.

A "Mi Poncho" (f): por ser más que mi Abuelo, mi amigo y "porque creo que he llegado a conocer un poco el algodón".

A mi esposa Martha, por su fe, su confianza y su constante apoyo, por compartir su vida conmigo, su compañía, por su agradable sonrisa y por darme las hijas mas lindas.

A mis hijas Marthita, Fátima e Ivón Guadalupe, por su inteligencia, ternura y sutil belleza. Por ser mi gran motivo de orgullo, de vida y de superación.

A mis hermanos que siempre los recuerdo gratamente: a Gloria, por su fortaleza y ejemplo, a Esperanza, por sus inquietudes y esfuerzos, a Pepe, por su cariño y confianza a, Chuy, por su temperamento y constancia, a Manuel, por su paciencia y tranquilidad y a Pedro, por su capacidad, dinamismo y entusiasmo. A los que no están con nosotros, porque estuvieran aquí.

A mis amigos que siempre me reciben con una sonrisa, reconfortan y alientan en los momentos difíciles.

A quienes de momento olvido, pero que de alguna manera han contribuido en mi formación.

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por otorgar las facilidades para la obtención de beca durante el período de estudios de la Maestría y el apoyo parcial del Proyecto de Investigación (2452P-N.), sin los cuales no hubiera sido posible la realización de esta meta.

Al personal docente y administrativo de la Facultad de Ciencias Forestales le agradezco por todas las facilidades y atenciones que recibí durante mi estancia y desarrollo académico en esta Facultad, así como a la Universidad Autónoma de Nuevo León, por fortalecer y fomentar la excelencia educativa a través de centros de investigación y enseñanza como éste.

Deseo patentizar mi mas profundo agradecimiento, al cuerpo de Catedráticos de la Facultad de Ciencias Forestales de la UANL, que en su permanente labor de enseñanza, realizan un noble esfuerzo en la formación y superación de nuevos y mejores profesionistas forestales. A todos gracias.

Al Dr. José de Jesús Návar Cháidez, por su excelente e inigualable dirección en el trabajo de tesis, su guía y supervisión en las diversas fases, sus observaciones, su profesionalismo, por su incansable esfuerzo, por su simpatía, por su sencillez, por su apoyo moral, por el aprecio, por las remembranzas, por los años mozos,..., pero sobre todo por Tu Amistad.

A Graciela Mendiola de Návar: por su invaluable apoyo, por su hospitalidad y por su amistad.

Al Dr. Antonio Domínguez Calleros por sus amables comentarios y sugerencias dentro del presente trabajo, así como por todos los apoyos recibidos durante mi estancia en Linares, por los buenos momentos y la magnífica amistad que hemos conservado.

Al Dr. Antonio Domínguez Calleros por sus amables comentarios y sugerencias dentro del presente trabajo, así como por todos los apoyos recibidos durante mi estancia en Linares, por los buenos momentos y la magnífica amistad que hemos conservado.

Al Dr. Javier Jiménez Pérez por su entusiasta participación dentro del comité de tesis, sus comentarios y observaciones así como las facilidades proporcionadas para el desarrollo del presente trabajo a través de la Subdirección de Postgrado a su cargo.

Al Dr. Oscar Aguirre Calderón, por su atenta disposición y apoyo en todos los aspectos y en cada una de las veces que se le requirió.

Al M.C. Clemente Estrada Márquez por su participación en la toma de información de campo, por su colaboración, por su grata amistad y por haberme inducido a llegar hasta aquí.

Al personal de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 4, “La Victoria-Miravalles” por su apoyo y participación durante los trabajos de campo de esta investigación. Al Director Técnico de la misma, Ing. Jesús Soto Rodríguez, agradezco la oportunidad de trabajar en esa Unidad, así como las facilidades y los apoyos otorgados para la realización del presente.

Al T.I.F. Miguel Soto C. Presidente del Comisariado del Ejido Vencedores, a la Directiva actual, y a todos los buenos amigos que encuentro por allá y que de una u otra forma participaron en este trabajo.

Agradezco a los compañeros de estudios de esta Facultad por el tiempo que hemos compartido, su apoyo, sus comentarios y por todos los momentos buenos y malos que pasamos. Por tener la oportunidad de conocerlos y convivir con Ustedes: Celeste, Feliciano, Miguel, José Guadalupe, Jorge, Salvador y todos los demás.

INDICE

	Página
LISTA DE CUADROS Y FIGURAS	i
RESUMEN.....	ii
ABSTRACT.....	iii
I. INTRODUCCION.....	1
II. OBJETIVOS.....	5
III. ANTECEDENTES	7
1. Ecuaciones de volumen.....	7
1.1. Ejemplos de investigaciones donde se han ajustado las ecuaciones de volumen..	9
1.1.1. Otras relaciones funcionales asociadas con los volúmenes totales de árboles individuales.....	11
2. Ecuaciones de ahusamiento.....	13
2.1. Ejemplos de funciones de ahusamiento.....	17
IV. ECUACIONES PARA ESTIMAR VOLÚMENES ROLLO TOTAL ÁRBOL, FUSTE CON Y SIN CORTEZA, FUSTE Y TOCÓN Y FUSTE Y RAMAS.....	20
1. Resumen.....	20
2. Introducción.....	23
3. Materiales y Métodos	24
3.1. Características del área de estudio.....	24
3.2. Descripción de las especies	27
3.2.1. <i>Pinus durangensis</i>	27
3.2.2. <i>Pinus teocote</i>	28
4. Metodología.....	30
4.1. Volumen del tocón.....	30
4.2. Volumen de las ramas.....	31
4.3. Volumen fustal sin corteza	31

4.4. Ecuaciones de volumen	32
5. Procedimiento Estadístico	33
6. Características de los árboles muestra.....	34
7. Resultados y Discusión.....	35
7.1. Ecuaciones de volumen para <i>Pinus durangensis</i>	35
7.1.1. Volumen total, (fuste + tocón + ramas).....	36
7.1.2. Volumen del fuste + tocón.	36
7.1.3. Volumen del fuste + ramas.....	36
7.1.4. Volumen del fuste.....	36
7.1.5. Volumen del fuste sin corteza	37
7.2. Ecuaciones de volumen para <i>Pinus teocote</i>	37
7.2.1. Volumenn total (fuste + tocón + ramas).....	37
7.2.2. Volumen fuste + tocón.	38
7.2.3. Volumen del fuste + ramas.....	39
7.2.4. Volumen del fuste.....	39
7.2.5. Volumen del fuste sin corteza.	39
7.3. Modelos resultantes recomendados para las diferentes secciones del árbol.	41
7.3.1. <i>Pinus durangensis</i>	42
7.3.2. <i>Pinus teocote</i>	42
8. Conclusiones.....	44
9. Reconocimientos.	45
10. Literatura citada.	45
V. AJUSTE DE CUATRO MODELOS DE AHUSAMIENTO A LOS PERFILES	
FUSTALES DE <i>Pinus durangensis</i> Y <i>Pinus teocote</i>.	49
1. Resumen.....	49
2. Introducción	51
3. Metodología.....	53
3.1. Características del área de estudio.....	53
3.2. Nomenclatura.....	54

3.3. Modelos ajustados.	55
4. Procedimiento estadístico.	56
4.1. Características de los árboles muestra.	58
5. Resultados y Discusión.	58
6. Conclusiones.	66
7. Reconocimientos.	66
8. Literatura citada.	66
VI. CONCLUSIONES GENERALES.	69
VII. RECOMENDACIONES.	71
VIII. LITERATURA CITADA.	73
IX. ANEXOS.	79

ECUACIONES DE VOLUMEN.

1. Cuadro de ecuaciones de volumen para *Pinus durangensis*
2. Cuadro de ecuaciones de volumen para *Pinus teocote*.
3. Tablas de volumen para *Pinus durangensis*
 - 3.1. Volumen total (fuste + tocón + ramas)
 - 3.2. Volumen del fuste + tocón.
 - 3.3. Volumen del fuste con corteza
 - 3.4. Volumen del fuste sin corteza.
- 4.-Tablas de volumen para *Pinus teocote*
 - 4.1. Volumen total (fuste + tocón + ramas)
 - 4.2. Volumen del fuste + tocón.
 - 4.3. Volumen del fuste + ramas
 - 4.4. Volumen del fuste con corteza.
 - 4.5. Volumen del fuste sin corteza
5. Cuadro de Estadísticas de los volúmenes y porcentaje por secciones del árbol.
6. Cuadro de Comparación de los estadísticos de la muestra de árboles de las dos especies

- 7.1. Gráfica de la distribución de los errores para *Pinus teocote* para el volumen fuste total árbol para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.2. Gráfica de la distribución de los errores para *Pinus teocote* para el volumen fuste+ tocón para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.3. Gráfica de la distribución de los errores para *Pinus teocote* para el volumen fuste+ramas para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.4. Gráfica de la distribución de los errores para *Pinus teocote* para el volumen rollo total árbol para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.5. Gráfica de la distribución de los errores en función del diámetro para *Pinus teocote* para el volumen rollo total árbol para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.6. Gráfica de la distribución de los errores en función del diámetro para *Pinus teocote* para el volumen fuste-tocón para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.7. Gráfica de la distribución de los errores en función del diámetro para *Pinus teocote* para el volumen fuste-ramas para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.8. Gráfica de la distribución de los errores en función del diámetro para *Pinus teocote* para el volumen fustal para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.9. Gráfica de la distribución de los errores en función de la altura para *Pinus teocote* para el volumen rollo total árbol para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.10. Gráfica de la distribución de los errores en función de la altura para *Pinus teocote* para el volumen fuste-tocón para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.11. Gráfica de la distribución de los errores en función de la altura para *Pinus teocote* para el volumen fuste-ramas para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 7.12. Gráfica de la distribución de los errores en función de la altura para *Pinus teocote* para el volumen rollo total árbol para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.1. Gráfica de la distribución de los errores para *Pinus durangensis* para el volumen rollo total árbol para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.2. Gráfica de la distribución de los errores para *Pinus durangensis* para el volumen fuste+ tocón para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.3. Gráfica de la distribución de los errores para *Pinus durangensis* para el volumen fuste+ramas para los ocho modelos probados en forma secuencial.

- 8.4. Gráfica de la distribución de los errores para *Pinus durangensis* para el volumen fuste para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.5. Gráfica de la distribución de los errores en función del diámetro para *Pinus durangensis* para el volumen rollo total árbol para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.6. Gráfica de la distribución de los errores en función del diámetro para *Pinus durangensis* para el volumen fuste-tocón para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.7. Gráfica de la distribución de los errores en función del diámetro para *Pinus durangensis* para el volumen fuste-ramas para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.8. Gráfica de la distribución de los errores en función del diámetro para *Pinus durangensis* para el volumen fustal para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.9. Gráfica de la distribución de los errores en función de la altura para *Pinus durangensis* para el volumen rollo total árbol para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.10. Gráfica de la distribución de los errores en función de la altura para *Pinus durangensis* para el volumen fuste-tocón para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.11. Gráfica de la distribución de los errores en función de la altura para *Pinus durangensis* para el volumen fuste-ramas para los ocho modelos probados en forma secuencial.
- 8.12. Gráfica de la distribución de los errores en función de la altura para *Pinus durangensis* para el volumen fuste para los ocho modelos probados en forma secuencial.

FUNCIONES DE AHUSAMIENTO.

9. Resultados de S.A.S. del modelo de Kozak para *Pinus durangensis*.
10. Resultados de S.A.S. del modelo de Newnham para *Pinus teocote*
11. Tablas para la estimación de alturas comerciales con diámetro mínimo de 18 cm.
 - 11.1. *Pinus durangensis*.
 - 11.2. *Pinus teocote*.
12. Comparación de los coeficientes de forma vs. los errores y de los DAP vs. los errores en una muestra de 3 árboles por categoría diamétrica para los modelos de Kozak y Newnham para *Pinus durangensis*

13. Comparación de los coeficientes de forma vs. los errores y de los DAP vs. los errores en una muestra de 3 por categoría diamétrica para los modelos de Kozak y Newnham para *Pinus teocote*

LISTA DE CUADROS Y FIGURAS

	página
Figura 1. Localización del Area de Estudio.....	25
Figura 2. Ajuste de los modelos de ahusamiento de Kozak y Newnham a los perfiles fustales de <i>Pinus durangensis</i> y <i>Pinus teocote</i>	65
 ECUACIONES DE VOLUMEN.	
Cuadro 1. Estadísticos de los datos de los árboles de cada especie, del 90 y 10% respectivamente.....	34
Cuadro 2. Estadísticas de los modelos de volumen para: <i>Pinus durangensis</i>	35
Cuadro 3. Estadísticas de los modelos de volumen sin corteza para <i>Pinus durangensis</i>	37
Cuadro 4. Estadísticas de los modelos de volumen para <i>Pinus teocote</i>	38
Cuadro 5. Estadísticas de los modelos de volumen sin corteza para <i>Pinus teocote</i>	39
 FUNCIONES DE AHUSAMIENTO.	
Cuadro 1. Estadísticos de los datos de los árboles de cada especie, del 90 y 10% respectivamente.....	58
Cuadro 2. Prueba de bondad de ajuste de 4 modelos de ahusamiento para el 90% de los árboles de <i>Pinus durangensis</i>	59
Cuadro 3. Prueba de bondad de ajuste de 4 modelos de ahusamiento para el 90% de los árboles de <i>Pinus teocote</i>	59
Cuadro 4. Prueba de bondad de ajuste de 4 modelos de ahusamiento para el 10% de los árboles de <i>Pinus durangensis</i>	59
Cuadro 5. Prueba de bondad de ajuste de 4 modelos de ahusamiento para el 10% de los árboles de <i>Pinus teocote</i>	60
Cuadro 6. Comparación de volúmenes totales estimados para cada árbol por medio de las cuatro funciones de ahusamiento y una ecuación de volumen para <i>Pinus durangensis</i>	62

Cuadro 7. Comparación de volúmenes totales estimados para cada árbol por medio de las cuatro funciones de ahusamiento y una ecuación de volumen para *Pinus teocote*. 63

RESUMEN

Los objetivos del presente trabajo fueron encontrar las ecuaciones adecuadas para estimar volúmenes rollo total árbol, fuste con y sin corteza, fuste y tocón y fuste y ramas, así como observar y comparar la bondad de ajuste de cuatro modelos de ahusamiento para describir los perfiles fustales de 246 árboles de *Pinus durangensis* y 215 árboles de *Pinus teocote* del Ejido Vencedores del Municipio de San Dimas, Durango, México. La base de datos se obtuvo de árboles derribados en labores de aprovechamiento maderable del predio, a los cuales se les midió el diámetro a diferentes secciones de altura y el grosor de la corteza. A una muestra de 45 árboles se le seccionaron las ramas, midieron sus dimensiones de apilamiento y estimaron sus volúmenes por inmersión. Con las mediciones del diámetro, con y sin corteza, y de la altura a diferentes secciones del fuste se estimaron los volúmenes por medio de la ecuación de Smalian. El 90 % de los datos se utilizaron para ajustar ocho modelos de volumen: 1) variable combinada de Spurr, 2) variable combinada en polinomial de 2do. grado, 3) la variable combinada en polinomial de 3er. grado, 4) modelo múltiple de tres parámetros, 5) australiana, 6) modificada de Naslund, 7) Schumacher y Hall, y 8) variable combinada de Spurr en forma logarítmica. Los modelos fueron ajustados con la técnica de cuadrados mínimos en regresión lineal, intrínsecamente lineal, polinomial y múltiple. El 10 % de los datos restantes sirvió para probar la bondad de ajuste por medio de estimadores del coeficiente de determinación, error estándar y sesgo. Los resultados indicaron que los

diferentes volúmenes pueden ser estimados más precisamente con diferentes modelos. Aunque en general, los modelos múltiple de tres parámetros y la ecuación modificada de Naslund presentaron mejores estadísticos. Estas ecuaciones, sin embargo poseen interceptas que presentan problemas en la estimación correcta de los volúmenes con categorías diamétricas pequeñas. Por estas razones, la ecuación de Schumacher y Hall es recomendada para la estimación de los volúmenes de cualquier sección del fuste.

Para los modelos de ahusamiento se analizaron 4,527 y 4,141 pares de datos de diámetro-altura, para *Pinus durangensis* y *P. teocote*, a los cuales se les ajustaron los modelos de ahusamiento de Kozak, de la variable combinada, de Clutter y de la forma variable de Newnham por medio de la técnica de regresión lineal y no lineal. Una fuente adicional de datos de diámetro-altura de 25 árboles (519 pares de datos) y de 21 árboles (465 pares de datos) de *P. durangensis* y *P. teocote*, fueron utilizados para probar la bondad de ajuste por medio de estimadores: coeficiente de determinación, error estándar y sesgo. Los volúmenes maderables observados y estimados utilizando los modelos de ahusamiento fueron también comparados. Los resultados mostraron que el modelo de Kozak y el de la forma variable de Newnham se ajustaron mejor a los perfiles fustales, así como también a los volúmenes de los árboles muestra de *P. durangensis* y *P. teocote*. Por esta razón estos modelos matemáticos se recomiendan ampliamente en la estimación de los diámetros a cualquier altura del fuste y sus volúmenes fustales a cualquier sección del árbol.

ABSTRACT

The objectives of this research were to find the best equations to estimate total, stem, with and without bark, branch and stump volume, as well as to describe the stem profile through taper equations of 246 trees of the species *Pinus durangensis* and 215 trees of the species *Pinus teocote* of the ejido Vencedores in the municipality of San Dimas, of the State of Durango, Mexico. Data was collected from fallen trees during harvesting operations, which were measured in diameter, with and without bark, at several lengths from the stump. Branches were cut, piled and measured in volume by the water displacement mechanism, from a sample of 45 trees and piles were measured in a tri-dimensional manner. Branches from all trees were also cut and piled to estimate their piled volume. The Smalian equation was used to estimate total stem volume. Eight volume equations were fitted to the 90 % of the measured trees: 1) the Spurr combined variable, 2) combined variable in a 2nd degree polynomial, 3) combined variable in a 3rd degree polynomial, 4) a multiple model of three parameters, 5) the Australian equation, 6) the modified equation of Naslund, 7) Schumacher and Hall, and 8) combined variable of Spurr in a logarithmic fashion. The statistical parameters were fitted by least square statistical techniques in lineal, intrinsically lineal, polynomial and multiple regression. The rest 10 % of the data was employed to test the goodness of fit by estimating the coefficient of determination, standard error and bias. The results indicated that different volume equations could better describe individual partial volume of trees. Although, in general, the multiple model of three parameters and the modified equation of Naslund had

better statistical estimators. These equations, however, have intercepts which bias the volume estimation of trees with small diameter classes. For this reason, the equation of Schumacher and Hall is recommended to estimate tree volume of any tree section of the species described.

For the taper equations, 4,527 and 4,141 data pairs of diameter-height for *Pinus durangensis* and *Pinus teocote*, respectively, were employed to fit the taper functions of Kozak, combined variable, Clutter, and variable form of Newnham by least square statistical techniques in lineal and non-lineal regression. An additional data source of diameter-height of 25 (519) and 21 (465) trees of *P. durangensis* and *P. teocote*, respectively were used to test the goodness of fit by calculating estimators of the coefficient of determination, standard error and bias. Total tree volumes observed and estimated by the taper equations were also compared. The results showed that the taper functions of Kozak and variable form of Newnham fitted stem profiles and total tree volumes better for *P. durangensis* and *P. teocote*. For this reason, these taper equations are recommended in the estimation of diameters at any stem section and their respective stem volumes.

CAPITULO I

INTRODUCCION

Los recursos naturales se han disminuido y deteriorado en una estrecha relación directa con el acelerado crecimiento de la población mundial (Comisión Brundtland, 1987; UNCED, 1992, FAO, 1997). Recientemente, los criterios de desarrollo sostenible, emanados del Capítulo 11, de la Agenda 21 sobre los Principios del Manejo Forestal Sostenible, reconocen que el crecimiento económico y la conservación del medio ambiente pueden y deben ser compatibles, como un requisito elemental para satisfacer las necesidades de las presentes generaciones sin comprometer la capacidad de los bosques para que prosigan beneficiando a las generaciones futuras (Comisión Brundtland, 1987; UNCED, 1992). El concepto del desarrollo sostenible inicia a partir de este concepto (FAO, 1997; Congreso Mundial Forestal, 1997).

El principio de aprovechamiento de los bosques es ineludible porque las necesidades de aprovecharlos son la base de subsistencia y desarrollo de las sociedades rurales y contribuyen parcialmente al desarrollo y crecimiento de economías locales, regionales, nacionales e internacionales. La utilización de los bosques es el sostén material para otras actividades de desarrollo rural como la creación de infraestructura, educación y salud,

(Mendoza, 1992). El principio de conservación de estos ecosistemas es también inobjetable porque las sociedades actuales requieren aún de innumerables beneficios que los bosques naturales proporcionan tales como: valores escénicos, recreativos, reguladores de ciclos del agua, energía, elementos químicos, son el hábitat primario de innumerables especies, etc. Estos servicios ambientales adicionales son el sustento de la vida y deben de considerarse como elementos críticos en la supervivencia de la especie humana. El dilema de aprovechar y conservar debe revisarse cuidadosamente y este deberá realizarse a través de la elaboración de principios, criterios e indicadores del manejo forestal sostenible. Estos han sido la causa de un sin número de debates a nivel internacional (UNCED, 1992; FAO, 1995; ISCI, 1996; CIF, 1997), regional (Proceso de Helsinki, 1993; Proceso de Montreal, 1994; Proceso de Tarapoto, 1997; Proceso de Lepaterique, 1996; Proceso de Bosques Secos de Africa, 1997), gubernamental (Panel Intergubernamental, 1996), e institucionales (CIFOR, 1996; FAO, 1995; FSC, 1993; ITTO, 1994). Mientras que estas reuniones e iniciativas han resultado en el establecimiento de los criterios e indicadores de la forestería sostenible a nivel de país (Suecia, Finlandia, Francia, Canadá, Uruguay, etc.) como de unidad de manejo forestal (ITTO, 1997); en muchos lugares aún se carecen de técnicas elementales de evaluación correcta de los recursos forestales. Este es el caso de la estimación precisa de los árboles que componen los ecosistemas forestales.

Desde el punto de vista operativo, los árboles, además de proporcionar fustes para trocería, utilizados en productos como triplay, aserrío, postes y pilotes, producen también ramas que pueden ser potencialmente utilizados como productos secundarios, leña, o material

celulósico. En la estimación de los volúmenes que incluyan los diferentes componentes del árbol se requieren de técnicas matemáticas adecuadas a nivel de la especie forestal de interés. Los volúmenes fustales son generalmente estimados de ecuaciones de volumen y varias de éstas se han reportado en la literatura: (Schumacher y Hall, 1933; Spurr, 1952; Demaerschalk, 1972; Cao, 1980; Clutter, 1980). Estas herramientas matemáticas han sido ampliamente utilizadas para diversas especies maderables en diferentes lugares (Barrena, 1988 y Flores, 1995 en Perú; Baez, 1988; García, 1988 y Gra, 1988 en Cuba, Pérez, *et al.*, 1995 en Honduras, Castellanos, 1994; Márquez, *et al.*, 1994; Zepeda, 1994; Müller-Using, 1994 en México). Pocos de estos modelos matemáticos han sido utilizados para incluir la estimación de los demás componentes del árbol.

Estimaciones individuales de volumen del tocón, del fuste con y sin corteza, del volumen rollo total árbol, del volumen comercial y de la corteza han sido realizados desde hace varias décadas por: (Schumacher y Hall, 1933; Spurr, 1952; Kozak, 1988; Rustagi, 1991; Newnham, 1992; Bailey, 1994 y Pérez *et al.*, 1995) y recientemente en México (Zepeda *et al.*, 1990, 1994; Jiménez, 1990, 1991; Márquez, *et al.*, 1994; Návar *et al.*, 1995; Herrera, 1995; Corral y Radilla, 1996). Pocas de estas investigaciones (Zepeda *et al.*, 1990, 1994 y Müller-Using, 1994) incorporan ecuaciones que definieran los volúmenes de diferentes porciones del árbol. Esta información es fundamentalmente básica en la definición objetiva de la productividad del sitio.

El volumen comercial, ha sido además estimado con una ecuación de proporción del volumen total que puede estar en función de la forma del fuste (Honer 1964; Clutter 1980; Cao *et al.*, 1980). Una forma alternativa de estimar estos volúmenes o diámetros de cualquier sección del fuste es a través de ecuaciones de ahusamiento. El ahusamiento del fuste puede definirse como el coeficiente de estrechamiento del diámetro con el incremento en altura (Gray, 1956) y se caracteriza por funciones matemáticas, las cuales han sido reportadas en la literatura desde hace más de 100 años (Kozak *et al.*, 1969; Ormerod 1973, 1986; Max y Burkhart, 1976), pero pocas de estas tecnologías se han reportado en México y ninguna ha sido aplicada a las especies más importantes comercialmente de los bosques del área de estudio. Esta información es fundamental en la distribución objetiva de productos forestales derivados del árbol; pieza clave en las actividades de planeación, comercialización, manejo, y evaluación de los recursos forestales del Ejido.

CAPITULO II

OBJETIVOS

General:

Desarrollar modelos de predicción de parámetros dasométricos que sirvan como herramientas base para el establecimiento de criterios o indicadores y como alternativas en el Programa de Manejo Forestal Sostenible del Ejido Vencedores, San Dimas, Durango.

Específicos:

1.- Ajustar ocho modelos matemáticos de volumen a las diferentes secciones de los árboles de las especies *Pinus durangensis* y *Pinus teocote* y determinar su bondad de ajuste al nivel:

1.1 Fuste con y sin corteza

1.2 Fuste y tocón

1.3 Fuste y ramas

1.4 Fuste, ramas y tocón

2.-Ajustar cuatro modelos de ahusamiento a las especies *Pinus durangensis* y *Pinus teocote* y determinar su bondad de ajuste.

3.- Construir tablas de volumen y ahusamiento con los modelos de mejor ajuste y bondad de ajuste para las especies señaladas anteriormente.

CAPITULO III

ANTECEDENTES

1.- ECUACIONES DE VOLUMEN.

Las ecuaciones de volumen derivan el volumen fustal parcial o total del árbol, incluyendo o no las ramas, con o sin corteza por medio de variables o parámetros de variables resultantes del diámetro a 1.30 m y la altura total. Estas se han calibrado por medio de técnicas de regresión donde el volumen de interés es la variable dependiente y la altura o diámetro y algunas de sus funciones son las variables independientes (Clutter *et al.*, 1983; Husch *et al.*, 1983). El volumen comercial, considerado como la parte del fuste económicamente importante, ha sido derivado de la descripción del perfil diamétrico de los fustes (Kozak *et al.*, 1988; Newnham, 1992)

Dentro de la literatura universal han surgido innumerables ecuaciones de volumen. Tan sólo Jiménez, (1988) cita el ajuste de 56 de éstas a los volúmenes de *Pinus pseudostrobus*. A pesar de esta gama de técnicas matemáticas, sólo menos de 10 se han convertido en populares en la literatura forestal. Dentro de éstas destacan la ecuación de la variable combinada de Spurr

en forma normal o transformada al logaritmo natural, de Schumacher y Hall, de Naslund, Australiana, Sloboda, etc.

La base de datos para ajustar estas ecuaciones presentan problemas de varianza heterogénea con el incremento en la variable independiente. Por esta razón existen algunos trabajos de investigación en la elaboración de ecuaciones para la estimación de volumen las cuales sugieren la utilización de la regresión ponderada (Barrena, 1988 y Bailey, 1994). Los factores de ponderación son diversos, pero se recomiendan preferentemente el inverso o recíproco de la varianza del volumen, la cual está en función del diámetro a 1.3 m (D) y la altura (H). Otros investigadores han recomendado el uso de variables transformadas, generalmente el logaritmo, resultando en una disminución sensiblemente del problema de varianza heterogénea (Schumacher y Hall, 1933; Bailey, 1994).

La bondad de ajuste de los modelos se ha probado mediante; a) parámetros de ajuste y b) parámetros de predicción de ajuste. Los primeros son los estadísticos resultantes del ajuste del modelo a la fuente de datos y los segundos son los estadísticos resultantes de ajustar el modelo seleccionado a una fuente adicional de datos. Dentro de los estadísticos más comúnmente utilizados son (i) el coeficiente de determinación, o la varianza explicada por el modelo, con o sin ponderar por el número de parámetros, (ii) el error estándar o desviación de la predicción, (iii) el valor de F o el número de veces la varianza del modelo en contraste con la varianza asociada con el error, (iv) la normalidad, independencia y varianza común de los

errores (Návar *et al.*, 1997) y (v) la probabilidad de los parámetros estadísticos. Para comparar los estadísticos de modelos con diferente número de parámetros o transformados a diferente operación matemática se ha utilizado; (i) el índice de Furnival (Barrena, 1988) y (ii) la retransformación de los estadísticos a sus dimensiones originales (Zepeda *et al.*, 1994 y Návar *et al.*, 1997).

1.1. Ejemplos de Investigaciones donde se han ajustado las ecuaciones de volumen.

Jiménez, (1990), ajustó modelos matemáticos de volumen y coeficiente mórfico, empleando el diámetro a 1.3 m y la altura total como variables independientes y algunas de sus transformaciones como parámetros secundarios, concluyendo con la ecuación siguiente de volumen para *Pinus pseudostrobus*:

$$V = 0.980931 * (\pi/4 * (D/100)^2 * h * f).$$

En estudios dasométricos de *Pinus caribaea*, Gra *et al.*, (1989) emplean la ecuación de Schumacher y Hall en forma logarítmica para la estimación de volúmenes de 337 árboles con la obtención de la ecuación: $\log f = \log \alpha - (\beta_1 * (\log D)) - (\beta_2 * (\log H))$ para cálculo del coeficiente mórfico de dicha especie.

Pérez, *et al.*, (1995) ajustó tres modelos de volumen para determinar el mejor ajuste a volúmenes de 590 árboles de *Pinus oocarpa* Schiede para la región central de Honduras; las

ecuaciones que empleó fueron la de la variable combinada de Spurr, la ecuación de Schumacher y Hall y una ecuación que incluye al volumen dividido entre el D^2H como variable dependiente y a $\alpha/D^2H+\beta$ como variable independiente encontrando que este último se ajustó mejor a los datos observados para volumen sin corteza.

En un estudio dendrométrico de 60 árboles de *Quercus laceyi* y 40 árboles de *Quercus rysophylla* en Nuevo León, Müller-Using, (1994), probó varios modelos de regresión, utilizando D , D^2 , H y HD como variables independientes. Para el cálculo de volumen de madera gruesa y volumen del fuste, el investigador encontró mejores resultados para volumen total y volumen de fuste con la ecuación de Schumacher y Hall.

Flores, (1995), en un estudio de ecuaciones de volumen para 70 árboles de cedro rojo (*Cedrela odorata*) en condiciones de plantación utilizó D , D^2 , H y DH^2 ponderados por $1/D^4$ y habiendo probado varias ecuaciones de volumen y con el empleo del índice de Furnival seleccionó como la mejor ecuación a un modelo múltiple que incluye el D , D^2 , H y DH en el cálculo de volúmenes esperados de árboles individuales bajo condiciones de plantación.

Corral y Radilla, (1996) desarrollaron un sistema de ecuaciones para la estimación de volúmenes totales con y sin corteza para *Pinus durangensis* y *Pinus cooperi* con una muestra de 200 y 122 árboles de cada especie, respectivamente, empleando las ecuaciones de Schumacher y Hall y la de Spurr, encontrando un mejor ajuste para la primera especie en la estimación de

volumen total con corteza con la primera ecuación, para el volumen total sin corteza con la ecuación de Spurr logarítmica y para el volumen de fuste comercial con y sin corteza con la ecuación de Spurr en forma lineal.

En un estudio de tablas de volumen para 490 árboles, en plantaciones de *Casuarina equisetifolia*, Gra y Baez, (1989) estimaron el volumen total sin tocón con y sin corteza, y probaron 13 modelos de los cuales 7 sin transformación, 4 con transformación logarítmica natural y 2 con transformación logarítmica neperiana, determinando que la ecuación de Schumacher y Hall fue mejor para el ajuste volúmenes de fuste sin tocón, con y sin corteza.

1.1.1. Otras Relaciones Funcionales asociadas con los volúmenes totales de árboles individuales.

Por otra parte, para ser congruentes con las estimaciones de volúmenes de las diferentes secciones que conforman el árbol y la distribución de productos que se emplea consistentemente en los planes de manejo forestal, es necesario realizar los cálculos a través de ecuaciones de volumen para cada una de las secciones en forma independiente como pueden ser: a) ecuaciones para estimar volumen fuste total, con y sin corteza, b) volumen comercial con y sin corteza, y c) ecuaciones para estimar alturas comerciales (h_i) asociadas con diámetros límite con corteza. En esta línea, Zepeda, *et al.*, (1990) probaron para tres especies de pino en Chihuahua modelos de volumen calibrado con curvas parciales de ahusamiento,

incluyendo algunas restricciones, pero sugirió que para la estimación de las alturas de las secciones comerciales, éstas sean consideradas como preliminares hasta en tanto no se cuente con una forma mas precisa como pudieran ser ecuaciones de ahusamiento.

Así mismo, Zepeda, *et al.*, (1994), en su estudio de ecuaciones de volúmenes seccionales ajustaron la ecuación de la variable combinada logarítmica de (Spurr, 1952) para árboles de *Pinus arizonica*, *Pinus durangensis* y *Pinus engelmannii*, usando un factor de corrección por transformación logarítmica, el cual emplea una intercepta que esta en función de un exponencial del logaritmo de la intercepta estimada, mas la mitad del cuadrado medio del error.

Herrera, (1995) elaboró una tabla y tarifa de volumen para 86 árboles de *Pinus hartwegii* en Nuevo León, para la cual utilizó la ecuación de la variable combinada de Spurr y un coeficiente de forma, obteniendo valores significativos en el coeficiente de determinación y error estándar estimado.

En relación al cálculo de los volúmenes de tocón y de la corteza, Jiménez, (1991), en un estudio para *Pinus pseudostrobus* cita algunos trabajos en los que concluye que la corteza está directamente relacionada con el diámetro y la altura de los árboles a través de una función exponencial negativa. Es decir, siendo mayor la corteza en la base del fuste y reduciéndose exponencialmente hasta la punta del árbol.

Jiménez (1991) también estimó el volumen del tocón con datos de 197 árboles muestra de *Pinus pseudostrobus* a través de la ecuación de Smalian y lo relacionó con el diámetro normal en una ecuación polinomial de segundo grado, observando que el volumen del tocón aumenta en relación directa con el diámetro a 1.3 m; asimismo obtuvo el porcentaje de volumen del tocón que decrece con el aumento en el diámetro normal.

2.- ECUACIONES DE AHUSAMIENTO.

El ahusamiento del fuste puede definirse como el rango o coeficiente de estrechamiento o decrecimiento del diámetro en relación al incremento en altura total del árbol, para la forma de un árbol dada (Gray, 1956). Se puede caracterizar por funciones de ahusamiento basadas en mediciones de diámetro tomadas en puntos sucesivos a lo largo del fuste. Distintas funciones de ahusamiento han aparecido en la literatura desde hace mas de 100 años (Behre, 1923; Matte, 1949; Kozak *et al.*, 1969; Ormerod, 1973; Max y Burkhart, 1976.) Las cuales se pueden dividir en 4 clases mayores: (i) funciones de ahusamiento simples (Behre, 1923; Gray 1956, Kozak *et al.*, 1969; Amidon, 1984), (ii) funciones de ahusamiento segmentadas (Max y Burkhart, 1976; Demaerschalk y Kozak, 1977; Cao *et al.*, 1980): (iii) funciones de ahusamiento de forma variable o exponencial (Newberry y Burkhart, 1986; Newnham, 1988; Kozak, 1988); y (iv) funciones de ahusamiento con aproximaciones tales como la mezcla de modelos lineal y coordenadas polares (Sloboda, 1977; Lappi, 1986; Ojansuu, 1987).

Las funciones de ahusamiento del fuste son conocidas por proveer estimaciones de: (i) diámetro con o sin corteza en cualquier punto del fuste, (ii) volumen total del fuste del árbol, (iii) volumen comercial y altura comercial a cualquier diámetro superior, altura del tocón y, (iv) volúmenes seccionales.

Generalmente, la variación del ahusamiento del árbol es causada por diferencias en el rodal, en el árbol y en las características de sitio como la historia del rodal (Larson, 1963, 1965; Smith y Wilsie, 1961). Larson, (1963) demostró que la mayor variación en la forma del fuste es atribuida a cambios en el tamaño de la copa viva a lo largo del fuste y largo de las ramas libres. Factores tales como el sitio influyen el ahusamiento a través de su efecto en el desarrollo de la copa. Smith y Wilsie, (1961) encontraron que con el incremento anual a lo largo del fuste el ahusamiento decreció en periodos secos. Los árboles en buenos sitios son mas grandes con copa larga, mientras que árboles en sitio pobre crecen menos altos con copas mas compactas.

Para un árbol de una posición de copa dada, el ahusamiento incrementará con la edad (Gray, 1956). Los árboles llegan a ser mas cilíndricos también con un incremento en la densidad del rodal y la cilindridad decrece con la longitud de las copas. Los árboles creciendo en rodales densos tienen copas superficiales. En los rodales cerrados y en competencia natural, las ramas bajas mueren y las mas altas progresivamente disminuyen el ahusamiento. Si el aprovechamiento reduce la densidad del rodal, dando mayor espacio a los

árboles individuales de expandir su copa y si el rodal tiene capacidad de aprovechamiento, los árboles crecerán libres de competencia de copas, los cuales, en promedio tendrán copas mayores y se verán mas cónicos en su forma mostrando alto ahusamiento particularmente en la base del árbol (Thomson y Barclay, 1984).

Por el contrario, los árboles que han tenido fuerte autopoda, tienden a tener un bajo ahusamiento. La poda tiene el efecto contrario (Larson, 1963) en el que se reduce el tamaño de copa para una altura dada, lo cual es similar a un incremento en la densidad del rodal. De tal manera que la poda disminuye el ahusamiento y hace que los árboles se vean mas parabólicos en su forma (Larson, 1965).

Las estimaciones de volumen de árboles por medio de ecuaciones de volumen o funciones de ahusamiento son consideradas compatibles cuando la integración de ecuaciones de ahusamiento producen estimaciones iguales a las de un volumen o ecuación de proporción del volumen (Demaerschalk, 1972).

Las formas compatibles de la derivación del volumen y ahusamiento han aparecido en la literatura forestal:

1.- Métodos de ecuaciones de ahusamiento derivadas de las ecuaciones de volumen. Estas son dadas por Demaerschalk, (1972, 1973); Goulding y Murray, (1976); Clutter, (1980); Van Deusen *et al.*, (1982) y Lynch, (1986).

2.- Método de la integración de ecuaciones existentes de ahusamiento para derivar ecuaciones de volumen compatible ej. (Bruce *et al.*, 1968; Kozak *et al.*, 1969; Ormerod, 1973; Hilt, 1980; Cao *et al.*, 1980; Amidón, 1984; Walters y Hann, 1986). De acuerdo con Martín, (1981) esos métodos no son compatibles si el volumen y modelos del perfil del fuste son ajustados separadamente.

3.- Método de la derivación simultánea del sistema de ecuaciones de volumen y ahusamiento han sido demostradas por Reed y Green, (1984); Green y Reed, (1985); Byrne y Reed, (1986) y Jones *et al.*, (1986).

Implícito en ambas ecuaciones es la aproximación en la estimación del volumen y se asume que la forma del fuste para un diámetro y altura dados es constante. Consistentemente el diámetro normal ha explicado la mayor parte de la variación total del perfil diamétrico. Otras aproximaciones emplean el uso de variables complejas tales como la forma de la variable exponencial de Reed y Byrne, (1985); Kozak, (1988); y Newnham, (1988) y del método del diámetro puntual de Ormerod, (1986). Como una regla estos modelos complejos requieren de integración numérica para la estimación del volumen y su relación con ecuaciones de volumen permanecen inciertas.

Usando una tercer variable, tal como la longitud de la copa, aparentemente surgida de las ideas expresadas por Gray, (1956) y Larson, (1963), no se ha incrementado notoriamente la

varianza explicada por los modelos que la incluyen.

2.1.-Ejemplos de Funciones de Ahusamiento.

Newnham, (1992) probó la ecuación de ahusamiento de forma variable en datos de 5074 arboles de *Pinus banksiana* Lamb., *Pinus contorta*, *Picea glauca* (Moench) Voss y *Populus tremuloides* Michx. Se compararon los datos usando también la función de la variable exponencial y el modelo segmentado, polinomial. El modelo de forma variable fue superior en la estimación de volumen total del fuste y diámetros a lo largo del fuste (en base a los cuadrados medios residuales). Para las dos especies de pino, podrían combinarse en el uso de una función simple sin un sesgo significativo. La forma del fuste en dos de los cálculos de volumen, fue significativamente diferente al de otras regiones, pero esto pudo explicarse a que la muestra no fue representativa de las dos regiones. La ecuación de la forma variable provee estimaciones precisas y no sesgadas de altura y volumen comercial.

La ecuación de volumen ajustada por el factor de forma constante generalizada de forma logarítmica de Schumacher y Hall en 1933 basada en sólidos geométricos, empleada para el volumen de fuste y punta en mediciones con y sin corteza y el ahusamiento es derivado con datos de crecimiento de una plantación de 872 arboles de *Pinus elliottii* Engelm. Prediciendo el volumen total cuando el diámetro mayor es cero y siempre con volúmenes positivos, con puntos de inflexión cercanos a D (diámetro a 1.3 m). Las estadísticas de ajuste

para una muestra independiente de datos sugieren que el modelo de volumen sin corteza se compara favorablemente con la tabla de volumen compatible y el modelo basado en polinomios (Bailey, 1994).

Los efectos de agregar variables de árboles, de rodal y de sitio a la ecuación de la variable exponencial de Kozak, (1988), en donde se incluyen la clase de copa, clase de sitio y edad a D (diámetro a 1.3 m), en tres especies *Pseudotsuga menziesii*, *Thuja plicata* Donn y *Populus tremuloides* Michx, si se agregan a la parte exponencial de la ecuación de ahusamiento, los cuales se emplearon para predecir el diámetro sin corteza a lo largo del fuste, la altura y el volumen comercial y total, las variables adicionadas resultaron solo en una mínima mejoría de la ecuación anterior y el costo adicional de estas variables no lo justifica (Muhairwe, *et al.*, 1994).

En un estudio de funciones de ahusamiento para 8 especies forestales del estado de México, Torres Rojo, *et al.*, (1993) destacan que la estimación de volumen de árboles individuales puede ser afectada considerablemente por la forma del fuste o factor de ahusamiento, el cual varía con la especie, por lo tanto debe encontrarse una función de ahusamiento para cada especie. Estos investigadores compararon con una muestra las predicciones de modelos lineales de ahusamiento con cuadrados mínimos ordinarios con predicciones de los cuadrados mínimos generalizados. Ajustaron 4 modelos de ahusamiento lineales y no lineales separando una muestra de 10 % de datos para su validación. Definió el

mejor ajuste por (coeficiente de determinación, varianza, valor de P de los estimadores y valores de F), además el valor estadístico de Durbin Watson para cada especie. La ecuación que mejor ajuste obtuvo para todas las especies fue la ecuación de ahusamiento de Newnham.

CAPITULO IV

ECUACIONES PARA ESTIMAR VOLUMENES: ROLLO TOTAL ARBOL, FUSTE CON Y SIN CORTEZA, FUSTE Y TOCON Y FUSTE Y RAMAS PARA *Pinus durangensis* Y *Pinus teocote* DEL EJIDO VENCEDORES, DURANGO, MEXICO.

José Cruz Contreras Aviña y José de Jesús Nívar Cháidez

1. RESUMEN

El objetivo del presente trabajo fue encontrar las ecuaciones adecuadas para estimar volúmenes rollo total árbol, fuste con y sin corteza, fuste y tocón y fuste y ramas para las especies de *Pinus durangensis* y *Pinus teocote* del Ejido Vencedores del Municipio de San Dimas, Durango, México. La base de datos se obtuvo de árboles derribados en labores de aprovechamiento maderable del predio, a los cuales se les midió el diámetro a diferentes secciones de altura y el grosor de la corteza. A una muestra de 45 árboles se les cortaron las ramas, se apilaron y midieron sus dimensiones de apilamiento y se estimaron sus volúmenes por inmersión. Para *P. durangensis* se analizaron 246 árboles y para *P. teocote* 215 con mediciones de diámetro-altura a diferentes secciones del fuste. Con estas observaciones se estimaron los volúmenes por medio de la ecuación de Smalian. El 90 % de los datos se utilizaron para ajustar ocho modelos de volumen: 1) variable combinada de Spurr, 2) variable combinada en polinomial de 2do. grado, 3) la variable combinada en polinomial de 3er. grado,

4) modelo múltiple de tres parámetros, 5) australiana, 6) modificada de Naslund, 7) Schumacher y Hall, y 8) variable combinada de Spurr en forma logarítmica. Los modelos fueron ajustados con la técnica de cuadrados mínimos en regresión lineal, intrínsecamente lineal, polinomial y múltiple. El 10 % de los datos restantes sirvió para probar la bondad de ajuste por medio de estimadores del coeficiente de determinación, error estándar y sesgo. Los resultados indicaron que los diferentes volúmenes pueden ser estimados más precisamente con diferentes modelos. Aunque en general, los modelos múltiple de tres parámetros y la ecuación modificada de Naslund presentaron mejores estadísticos. Estas ecuaciones sin embargo poseen interceptas que presentan problemas en la estimación correcta de los volúmenes con categorías diamétricas pequeñas. Por estas razones, la ecuación de Schamcher y Hall es recomendada para la estimación de los volúmenes de cualquier sección del fuste.

Palabras clave: *Pinus durangensis*, *Pinus teocote*, ecuaciones de volumen, fuste, tocón, ramas, corteza, Durango, México.

ABSTRACT

The objective of this research was to observe the goodness of fit of eight volume equations to estimate total tree volume, total stem volume with and without bark, stem + branches and stump for the pine species *Pinus durangensis* and *Pinus teocote* of the Ejido Vencedores located in the Municipality of San Dimas of the State of Durango, Mexico. Data was collected from fallen trees during harvesting operations, which were measured in diameter outside and inside bark at different stem sections. A sample of 45 trees were utilized to

measure branch volume in two different ways: (i) by piling up all branches of each tree and measuring its volume dimensions and (ii) by displacement of water in a pile. For *P. durangensis* 246 trees and for *P. teocote* 215 trees were measured. Stem volumes were estimated by applying the Smalian equation and branch volume by measuring the pile dimensions. 90 % of the data was used to fit 8 volume equations: 1) combined variable of Spurr, 2) combined variable of Spurr in 2nd degree polynomial, 3) combined variable of Spurr in 3rd degree polynomial, 4) the equation of Sloboda: a multiple model of three parameters, 5) the Australian equation, 6) the modified equation of Naslund, 7) the equation of Schumacher & Hall, and 8) the combined variable of Spurr in logarithmic form. The equations were fitted by least square techniques in linear, polynomial and multiple regression. The rest 10 % of the data was used to test the goodness of fit of the 8 equations tested by estimating the statistical parameters (i) coefficient of determination, (ii) standard error, and (iii) bias. The results indicated that different tree sections could be better predicted by different volume equations. However, In general, the Sloboda equation and modified equation of Naslund consistently had better statistical indicators of goodness of fit. These equations, however, have intercepts which have problems in estimating partial or total volume at the smallest diameter classes. For this reason, the equation of Schumacher and Hall is recommended to estimate partial or total volume of individual trees of *P. durangensis* and *P. teocote*.

Key words: *Pinus durangensis*, *Pinus teocote*, volume equations, stem, stump, branches, bark, Durango, México.

2. INTRODUCCIÓN.

A medida que la demanda de productos forestales maderables incrementa, se hace patente eficientizar la utilización total de los árboles derribados. Los árboles, además de proporcionar fustes para trocería, utilizados en productos como triplay, aserrío, postes, pilotes, producen también ramas que pueden ser potencialmente utilizados como productos secundarios, leña, o material celulósico. En la estimación de los volúmenes que incluyan las ramas se requieren de tecnologías matemáticas adecuadas.

Los volúmenes fustales son generalmente estimados de ecuaciones de volumen y varias de estas se han reportado en la literatura: (Schumacher y Hall, 1933), la variable combinada (Spurr, 1952; Demaerschalk, 1972; Cao, 1980; Clutter, 1980), entre otras. Estas herramientas matemáticas han sido ampliamente utilizadas para diversas especies maderables en diferentes lugares (Barrena, 1988 y Flores, 1995 en Perú; Baez, 1988; García, 1988 y Gra, 1988 en Cuba, Pérez, *et al.*, 1995 en Honduras, Jiménez, 1988; Castellanos, 1994, Márquez, *et al.*, 1994, Zepeda, 1994, Müller-Using, 1994 en México). Pocos de estos modelos han sido utilizados para incluir la estimación de los demás componentes del árbol.

Estimaciones de volumen del tocón, del fuste con y sin corteza, del volumen rollo total árbol, del volumen comercial y de la corteza han sido realizados por: (Schumacher y Hall, 1933; Spurr, 1952; Kozak, 1988; Rustagi, 1991; Newnham, 1992; Bailey, 1994 y Pérez *et al.*, 1995) y recientemente en México (Zepeda *et al.*, 1990, 1994; Jiménez, 1990, 1991; Márquez,

et al., 1994; Nívar *et al.*, 1995; Herrera, 1995; Corral y Radilla, (1996). De esta somera revisión de literatura solo Zepeda *et al.*, (1990, 1994) y Müller-Using, (1994) encontraron ecuaciones que definieran los volúmenes que incluyan diferentes porciones del árbol. Esta información es fundamental en la definición mas objetiva de la productividad del sitio.

Los volúmenes totales y comerciales se han estimado con una ecuación de proporción del volumen total que puede estar en función de la forma del fuste (Honer, 1964; Clutter 1980; Cao, *et al.*, 1980) o con ecuaciones de ahusamiento (Bailey, 1994; Kozak, 1993; Newnham, 1992). Sin embargo, estas tecnologías no son tampoco útiles para estimar volúmenes maderables que incluyan las ramas.

El objetivo de este trabajo consistió en probar la bondad de ajuste de ocho ecuaciones a los volúmenes totales (tocón + fuste + ramas), parciales con corteza (fuste, fuste + tocón, fuste + ramas), y fustales sin corteza de las especies de *Pinus durangensis* y *Pinus teocote*, del Ejido Vencedores del municipio de San Dimas, Durango, México.

3. MATERIALES Y METODOS.

3.1. Características del Area de Estudio.

Localización:

El Ejido Vencedores se encuentra ubicado en el Municipio de San Dimas en el Estado de Durango, México a 170 km. al Oeste de la Ciudad de Durango. El Ejido se localiza en el

macizo montañoso de la Sierra Madre Occidental ($105^{\circ} 36' 19''$ y $105^{\circ} 51' 48''$ L. W. y $24^{\circ} 19' 05''$ y $24^{\circ} 30' 16''$ L. N.).



Figura 1: Localización del área de estudio.

Clima.

Temperatura promedio anual de 15° C, con precipitación promedio anual de 900 mm y con nevadas ocasionales en invierno en los meses de diciembre - enero. El clima es un templado frío (Cw1(b)e) de la clasificación climática de Köeppen adaptada por García (1985).

Suelos.

Según la clasificación de FAO-UNESCO modificada por DETENAL, (1979), por orden de influencia en el área se encuentran litosoles, cambiosoles éutricos y regosoles éutricos ocupados principalmente por bosques de coníferas y latifoliadas (pino y encino), pastizales naturales y pequeñas áreas agrícolas de temporal.

Fisiografía y Orografía .

El área de estudio se encuentra dentro de la región fisiográfica de la Sierra Madre Occidental. que atraviesa al estado de Durango de Norte a Sur, con exposiciones noreste y sudoeste y pendientes de 0 a 40 % con mayor proporción de pendiente ondulada y suavemente ondulada y, pendientes mayores en menor proporción; la altitud promedio del área de estudio es de 2,540 m.s.n.m., en un rango de variación de 2,300 a 2,700 m.s.n.m.

Vegetación.

El Ejido presenta una vegetación predominante de bosques de coníferas con rodales de *Pinus* y mezcla de los géneros *Pinus-Quercus* y *Pinus-Quercus-Juniperus-Arbutus*. Las especies de pino más comunes son: *P. cooperi*, *P. durangensis*, *P. teocote* *P. leiophylla*, *P.*

engelmanni, *P. ayacahuite* y *P. lumholtzii*. Los rodales de *P. durangensis* y *P. teocote*, se encuentran puros o asociados con *Pinus cooperi* var. *ornelasi* y *Pinus leiophylla*. (Márquez y González, 1994). La primera especie, cuando madura, es un árbol de 20 a 40 m de altura por 40 a 70 cm de diámetro normal, de copa densa y redondeada; y llega a tener crecimientos en altura de 1.20 m anuales durante sus primeros años. Se han observado ejemplares de 215 años de edad con diámetro de 1.20 m (Martínez, 1948 y observaciones particulares del autor principal). Por otra parte, *P. teocote* Schl. et Cham. (Linnaea, 1830), cuando maduro, es un árbol por lo común de 10 a 20 m; de copa redondeada, ramas distribuidas irregularmente y follaje denso erguido (Martínez, 1948).

3.2. Descripción de las especies.

3.2.1. *Pinus durangensis* Mart.

Nombre común: “Pino Real”. Crece en un rango altitudinal de 1800-2700 m. en latitudes que van desde 23°10’ hasta 28°50’ Norte y 104°50’ hasta 108°10’ de Longitud Oeste; se encuentra en la Sierra Madre Occidental en Chihuahua y Durango, se desarrolla en suelos sílicos, humíferos y permeables de profundidad variable de 15-50 cm. (Eguiluz, 1977).

Se le conoce como “Ocote”, “Pino Blanco”, “Pino”, éste pino tiene un fino tronco claro de 30 a 40 m y diámetros de 50 a 80 cm, de copa redondeada y compacta en árboles maduros, con ramas inclinadas u horizontales, cuando joven tiene copa piramidal. Corteza café oscura dividida por fisuras verticales y horizontales a lo largo del fuste; con ramas erectas y escalonadas con la base de las hojas en las ramas recurrentes. Hojas en fascículos de 5,6 y 7,

raramente 8 con grosor medio de 6 a 9 mm y 15 a 20 cm de largo, erectas y con los márgenes terminales aserrados. Los estomas se presentan en la parte dorsal y ventral, con 2 a 3 canales resiníferos y ocasionalmente 4, las paredes del endospermo son fibrovasculares contiguas en par, pero diferentes, los fascículos son resistentes color café de 15 a 18 mm de longitud. Conos individuales o en grupos de 2,3 o 4, curvados de 7 a 10 cm de largo, color café, usualmente en grupos de 2-3 con pedúnculos de 5 a 8 mm. Los conos maduros aparecen sésiles con maduración de Diciembre-Enero, se abren cuando maduran y son semipersistentes por varios meses. Semilla pequeña, rugosa y triangular, de 5 a 7 mm de longitud, articulada con una ala de 12 a 15 mm de largo y 5 a 7 mm de ancho. Son del mismo tamaño a las del *P.arizónica* y probablemente del mismo promedio por kg, cerca de 24,000 semillas. Madera brillante amarillenta de buena calidad y comercial para la construcción en general. Su distribución se encuentra en rangos del Noroeste de la Sierra Madre Occidental en Chihuahua, Sonora y Durango y Este de Sinaloa en el límite con Durango. Hábitat. Crece de 2000 a 2500 msnm en clima templado frío con lluvia anual de 600 mm y nevadas ocasionales en diciembre- enero, forma extensos bosques puros en Durango y Sudoeste de Chihuahua. (Perry, 1991).

3.2.2. *Pinus teocote* Schl. et Cham.

Nombre común: “Pino Rosillo”, “Chino”. Se desarrolla entre los 1500 y 3000 m.s.n.m., de 15°00’ a 29°10’ de latitud Norte y 91°30’ a 108°00’ de longitud Oeste, distribuido desde Chihuahua, Coahuila, Nuevo León, hasta Chiapas y Oeste de Guatemala, encontrándose en varios tipos de suelos y un amplio rango de precipitaciones, (Eguiluz, 1977).

Conocido como “Ocote”, “Ocotl”, “Pino Real” o “Pino Chino”, es un árbol de tamaño medio, de 8 a 25 m de altura, en árboles maduros las ramas son horizontales a ligeramente inclinadas formando una copa densa y redondeada. En árboles jóvenes en crecimiento abierto la copa es densa y piramidal. La corteza en árboles viejos es rugosa dividida por fisuras irregulares longitudinalmente, en jóvenes es delgada y parecida a la de *P. leiophylla*. Las ramas son lisas cuando joven y pronto empiezan a hacerse ásperas, las bases de las hojas o brácteas son decurrentes. Hojas en fascículos de 3, raramente 4, de 8 a 15 cm, muy raramente mas largas, con mas de 1 mm de ancho, los márgenes finales son aserrados, con estomas en la parte superficial dorsal y ventral y canales resiníferos de 2 a 5, raramente mas, las paredes externas del endospermo con células engrosadas; fibrovasculares envueltas en pares con vainas persistentes café oscuro de 4-10 mm de largo. Conillos individuales en grupos de 2,3 o 4, ocasionalmente mas, color café brillante. Conos café pálido cónicos, ovoides de 4-7 cm de largo, ocasionalmente de 2.5-4 cm, maduran en invierno y son deciduos, el pedúnculo generalmente caedizo en conos pequeños. Semillas muy pequeñas de 4 mm de largo, áspera café, con ala articulada de 10-15 mm. Madera fuerte, dura, resinosa, amarillo pálido y corazón ligeramente oscuro, usada en construcción en general y localmente para postes y leña. Los árboles son también calados comercialmente para resina. Distribución. Tiene un amplio rango en México, desde el Sur de Chihuahua a lo largo de la Sierra Madre Occidental, hasta Chiapas y en la Sierra Madre Oriental desde el Sur de Coahuila, Nuevo León, hasta Hidalgo y Puebla; se han tenido reportes de Guatemala. Hábitat. Crece en un amplio rango de condiciones por lo que es difícil citar un medio típico de la especie. Su rango altitudinal es entre 1000-3000 m en la parte Sur del rango de distribución es generalmente de forma pobre y crece en áreas secas en

pendientes gravosas o rocosas. En la porción Norte de su rango, en Durango y Nuevo León se desarrolla en grupos de árboles con buena forma, usualmente en sitios bien drenados. En las partes altas ocurren heladas y nevadas durante el invierno y en bajas altitudes en áreas secas o sitios rocosos, esta especie sobrevive a muy altas temperaturas. Sobre este amplio rango de el *Pinus teocote* crece en rodales muy abiertos en asociación con muchas especies de pinos, incluyendo *P. montezumae*, *P. leiophylla*, *P. rudis*, *P. chihuahuana*, *P. cembroides*, *P. engelmannii*, *P. oocarpa*, *P. patula* y *P. lawson* (Perry, 1991).

4. METODOLOGÍA.

Se derribaron y midieron 246 árboles de *Pinus durangensis* y 215 de *Pinus teocote*, en actividades simultáneas de extracción. Los diámetros se midieron a: 1) la base del fuste, 2) a 0.5 m, 3) a 1.3 m, 4) a 1.5 m y 5) a cada metro adicional, 2.5 m, 3.5 m,..., hasta la punta del fuste principal. También se midieron la altura del tocón y la edad de cada árbol, además del grosor de corteza a diferentes secciones del fuste. Con este procedimiento de medición se generaron 4,527 y 4,141 pares de datos de diámetro-altura para *P. durangensis* y *P. teocote*, respectivamente, con los cuales se estimaron los volúmenes fustales por medio de la ecuación de Smalian.

4.1. Volumen del tocón.

Los diámetros de la base del tocón de 45 árboles, distribuidos en 9 categorías diamétricas desde 10 hasta 50 cm, se regresaron con los diámetros a la altura del corte. La

ecuación resultante fue:

$$d_{ab} = 0.003443 + 1.112268 * d_2, \quad r^2 = 0.9758, \text{EEE} = 0.025819$$

Con este procedimiento se pudieron estimar los diámetros de la base del tocón para los demás árboles restantes. Con los dos diámetros se estimaron los volúmenes del tocón por medio de la ecuación de Smalian; en donde $d_{ab} = d_1$ = diámetro a la base del tocón y d_2 = diámetro a la altura del tocón.

4.2. Volumen de las ramas.

El volumen de las ramas de cada uno de los 45 árboles se midió mediante el método de inmersión. Estas ramas, previamente troceadas a dimensiones regulares de 50 cm de longitud y hasta 1 cm de diámetro, se apilaron y se midió un volumen de apilamiento. Ambos volúmenes se regresaron y estimaron dos ecuaciones. Las ramas de los árboles restantes se trocearon y apilaron y con las ecuaciones de apilamiento e inmersión, se pudo estimar el volumen correcto de las ramas. Las ecuaciones resultantes fueron:

$$\text{En } V < 0.030 \text{ m}^3 = V_{\text{imm}} = -0.00107 + 0.385885 * V_{\text{ap}} \quad r^2 = 0.7202 \text{ EEE} = 0.001072$$

$$\text{En } V > 0.031 \text{ m}^3 = V_{\text{imm}} = -0.01654 + 0.554929 * V_{\text{ap}} \quad r^2 = 0.9250 \text{ EEE} = 0.038306$$

4.3. Volumen fustal sin corteza.

Los volúmenes del fuste sin corteza se obtuvieron estimando el grosor de la corteza por medio de la altura, observaciones similares han sido reportadas por Bergel (1969, 1974), y ponderados con el diámetro a 1.30 m por medio de las siguientes ecuaciones:

1. Para *Pinus durangensis*.

$$G.C. = D * \exp^{(-3.36323 - 0.65535 * \ln(hi))}, \quad r^2 = 0.7690, \quad EEE = 0.6696$$

2. Para *Pinus teocote*

$$G.C. = D * \exp^{(-3.58632 - 0.64518 * \ln(hi))}, \quad r^2 = 0.7803, \quad EEE = 0.55582$$

4.4. Ecuaciones de volumen.

Las ecuaciones empleadas para ajustar a los volúmenes totales y parciales fueron las siguientes:

- | | |
|--|--|
| (1) $V = \alpha + \beta_1 * (D^2H)$ | Variable combinada de Spurr, 1952 |
| (2) $V = -\alpha + \beta_1 * (D^2H) - \beta_2 * (D^2H)^2$ | Variable combinada polinomial de 2° grado |
| (3) $V = -\alpha + \beta_1 * (D^2H) - \beta_2 * (D^2H)^2 + \beta_3 * (D^2H)^3$ | Variable combinada polinomial de 3 ^{er} grado |
| (4) $V = \alpha + \beta_1 * (H) + \beta_2 * (DH) + \beta_3 * (D^2H)$ | Modelo de Sloboda o múltiple de tres parámetros |
| (5) $V = -\alpha + \beta_1 * (D^2) + \beta_2 * (H) + \beta_3 * (D^2H)$ | Australiana |
| (6) $V = -\alpha + \beta_1 * (D^2H) + \beta_2 * (H) + \beta_3 * (DH^2)$ | Modificada de Naslund |
| (7) $V = \exp^{(\alpha + \beta_1 * (LD) + \beta_2 * (LH))}$ | Schumacher y Hall |
| (8) $V = \exp^{(\alpha + \beta_1 * (LD2H))}$ | Variable combinada logarítmica |

donde: $V =$ volumen en m^3

$D =$ Diámetro a la altura del pecho, DN o a 1.3 m

H = Altura total

hi = Altura de la sección del fuste i

exp= exponencial de la ecuación

L= Logaritmo natural

EEE = Error estándar estimado

$\alpha_0, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ = Parámetros estadísticos

5. PROCEDIMIENTO ESTADÍSTICO.

La técnica de cuadrados mínimos en regresión lineal, regresión intrínsecamente lineal, múltiple y polinomial fue utilizada para estimar los parámetros estadísticos de las ecuaciones enunciadas. Para aquellos que requirieron transformación, como los logarítmicos 7 y 8 los parámetros estadísticos se calcularon con las transformaciones necesarias, pero el r^2_{aj} y el EEE se estimaron con los volúmenes regresados a sus dimensiones originales, de manera que los estadísticos pudieron ser comparables. Los volúmenes estimados fueron: rollo total árbol, fuste mas tocón, fuste mas ramas y fuste total con y sin corteza.

Para probar la bondad de ajuste de los modelos, los estadísticos resultantes del 10 % de la muestra se compararon a través de estimadores del sesgo (ecuación 9), del coeficiente de determinación, r^2 , (ecuación 10) y del error estándar (ecuación 11).

$$\text{Sesgo_promedio} = \sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \hat{Y})}{n} \quad (9)$$

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (10)$$

$$EEE = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2}{n - p} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

6. CARACTERÍSTICAS DE LOS ÁRBOLES MUESTRA.

Los estadísticos de los parámetros dasométricos para el 90 y 10 % de los árboles observados se muestran en el Cuadro 1.

Cuadro 1: Estadísticos de los datos de los árboles de cada especie, del 90 y 10 % respectivamente.

A.-*Pinus durangensis*

No	90%	Estadísticas	D (m)	H (m)	Edad (años)	Volumen m ³
246	221	Promedio	0.23	15.59	71.55	0.516
		Desv. Est.	0.10	4.46	41.02	0.663
	10%	Promedio	0.27	18.75	79.32	0.813
		Desv. Est.	0.14	5.89	43.47	0.971

B.-*Pinus teocote*

No	90%	Estadísticas	D (m)	H (m)	Edad (años)	Volumen m ³
215	194	Promedio	0.28	16.94	83.36	0.747
		Desv. Est.	0.11	4.75	35.32	0.664
	10%	Promedio	0.26	17.06	79.60	0.697
		Desv. Est.	0.096	4.47	30.52	0.746

7. RESULTADOS Y DISCUSION.

7.1. Ecuaciones para *Pinus durangensis*.

Los estadísticos de los modelos para estimar volúmenes de diferentes partes del árbol se presentan en el cuadro 2.

Cuadro 2: Estadísticas de los modelos de volumen para *Pinus durangensis*.

Modelo V. total	90 %				muestra10%	
	R ² aj	RMSE	No de β		R ² aj	RMSE
1 V= α+β ₀ *(D ² H)	0.9342	0.2461	1	2	0.7824	0.4429
2 V= -α+β ₀ *(D ² H)-β ₁ *(D ² H) ²	0.9355	0.2437	2	3	0.8138	0.4186
3 V= -α+β ₀ *(D ² H)-β ₁ *(D ² H) ² +β ₂ *(D ² H) ³	0.9374	0.2400	4	4	0.8095	0.4329
4 V= α-β ₀ *(H)+β ₁ *(DH)+β ₂ *(D ² H)	0.9372	0.2405	4	4	0.8017	0.4417
5 V= -α+β ₀ *(D ²)-β ₁ *(H)+β ₂ *(D ² H)	0.9401	0.2349	2	4	0.8079	0.4347
6 V= -α+β ₀ *(D ² H)+β ₁ *(H)-β ₂ *(DH ²)	0.9371	0.2408	2	4	0.7792	0.4660
7 V= Exp (α+β ₀ *(LD)+ β ₁ *(LH))	0.9377	0.2310	3	3	0.7912	0.4432
8 V= Exp (-α+β ₀ *(LD ² H))	0.9310	0.2531	2	2	0.7856	0.4397
Modelo V. fuste y tocón	R ² aj	RMSE	No de β		R ² aj	RMSE
1 V= α+β ₀ *(D ² H)	0.9594	0.1421	2	2	0.9415	0.1474
2 V= -α+β ₀ *(D ² H)-β ₁ *(D ² H) ²	0.9756	0.1101	3	3	0.9652	0.1161
3 V= -α+β ₀ *(D ² H)-β ₁ *(D ² H) ² +β ₂ *(D ² H) ³	0.9761	0.1090	2	4	0.9405	0.1552
4 V= α-β ₀ *(H)+β ₁ *(DH)+β ₂ *(D ² H)	0.9713	0.1195	4	4	0.9637	0.1211
5 V= -α+β ₀ *(D ²)+β ₁ *(H)+β ₂ *(D ² H)	0.9674	0.1273	4	4	0.9635	0.1216
6 V= -α+β ₀ *(D ² H)+β ₁ *(H)+β ₂ *(DH ²)	0.9611	0.1391	1	4	0.9204	0.1795
7 V= Exp (-α+β ₀ *(LD)+ β ₁ *(LH))	0.9564	0.1481	2	3	0.9640	0.1180
8 V= Exp (-α+β ₀ *(LD ² H))	0.9560	0.1489	2	2	0.9602	0.1216
Modelo V. fuste y ramas	R ² aj	RMSE	No de β		R ² aj	RMSE
1 V= α+β ₀ *(D ² H)	0.9330	0.2451	1	2	0.7787	0.4421
2 V= -α+β ₀ *(D ² H)-β ₁ *(D ² H) ²	0.9340	0.2432	2	3	0.7966	0.4330
3 V= -α+β ₀ *(D ² H)-β ₁ *(D ² H) ² +β ₂ *(D ² H) ³	0.9359	0.2398	4	4	0.7858	0.4542
4 V= α-β ₀ *(H)+β ₁ *(DH)+β ₂ *(D ² H)	0.9357	0.2401	4	4	0.7967	0.4425
5 V= -α+β ₀ *(D ²)-β ₁ *(H)+β ₂ *(D ² H)	0.9383	0.2352	2	4	0.8027	0.4360
6 V= -α+β ₀ *(D ² H)+β ₁ *(H)-β ₂ *(DH ²)	0.9355	0.2404	2	4	0.7768	0.4538
7 V= Exp (α+β ₀ *(LD)+ β ₁ *(LH))	0.9363	0.2406	3	3	0.7852	0.4448
8 V= Exp (-α+β ₀ *(LD ² H))	0.9301	0.2520	2	2	0.7801	0.4407
Modelo V. fuste	R ² aj	RMSE	No de β		R ² aj	RMSE
1 V= α+β ₀ *(D ² H)	0.9592	0.1398	2	2	0.9410	0.1454
2 V= -α+β ₀ *(D ² H)-β ₁ *(D ² H) ²	0.9748	0.1099	3	3	0.9654	0.1137
3 V= -α+β ₀ *(D ² H)-β ₁ *(D ² H) ² +β ₂ *(D ² H) ³	0.9754	0.1086	2	4	0.9648	0.1172
4 V= α-β ₀ *(H)+β ₁ *(DH)+β ₂ *(D ² H)	0.9706	0.1187	3	4	0.9633	0.1197
5 V= -α+β ₀ *(D ²)+β ₁ *(H)+β ₂ *(D ² H)	0.9665	0.1267	4	4	0.9621	0.1216
6 V= -α+β ₀ *(D ² H)+β ₁ *(H)+β ₂ *(DH ²)	0.9611	0.1365	1	4	0.9385	0.1549
7 V= Exp (-α+β ₀ *(LD)+ β ₁ *(LH))	0.9565	0.1450	2	3	0.9626	0.1182
8 V= Exp (-α+β ₀ *(LD ² H))	0.9564	0.1448	2	2	0.9593	0.1207

7.1.1. Volumen total (fuste + tocón + ramas).

Los estadísticos para el 90 % y 10% de los datos muestran que los modelos (3) y (4), tienen los menores errores estándar y los mayores coeficientes de determinación r^2 . Estos modelos además consistentemente muestran que sus parámetros estadísticos son probabilísticamente diferentes de 0.

7.1.2. Volumen del fuste + tocón.

Los modelos para la estimación de volumen del fuste y tocón que mejor ajuste y bondad de ajuste tienen son el modelo (2), (4) y (7), aunque muestran errores sensiblemente mas bajos los modelos 2 y 7. El modelo 4 presenta sus cuatro coeficientes diferentes de 0.

7.1.3. Volumen del fuste + ramas.

Los modelos que mejor se ajustan son el 4 y 5 con los coeficientes de determinación mas altos los errores estándar mas bajos. De nuevo el modelo 4 presenta sus cuatro parámetros estadísticos probabilísticamente diferentes de 0.

7.1.4. Volumen del fuste.

Los modelos que mejor ajuste presentan son el 2, 3 y 4 por sus mayores coeficientes de determinación y sus menores errores estándar. Sin embargo, los modelos 2 y 4 presentan parámetros estadísticos probabilísticamente diferentes de 0.

7.1.5. Volumen del fuste sin corteza.

Las ecuaciones no logarítmicas (1-6) muestran un mejor ajuste en sus parámetros estadísticos que las logarítmicas (7 y 8), (Cuadro 3) a pesar de que no hay diferencias significativas en los valores de los coeficientes de determinación y de los errores estándar estimados, sin embargo el modelo 4 presenta tres de cuatro parámetros probabilísticamente correctos (< 0.05) y estadísticos de prueba de bondad muy similares para el 90% de los datos y muestra del 10%.

Cuadro 3. Estadísticas de los modelos de volumen sin corteza para *Pinus durangensis*.

Modelo	V. fuste sin corteza	90 %		muestral 10%				
		R ² aj	RMSE	No de β	R ² aj	Sesgo	RMSE	
1	$V = \alpha + \beta_0 \cdot (D^2H)$	0.9355	0.17500	2	1	0.9186	0.08604	0.1636
2	$V = -\alpha + \beta_0 \cdot (D^2H) - \beta_1 \cdot (D^2H)^2$	0.9405	0.16812	3	3	0.9511	0.05644	0.1297
3	$V = -\alpha + \beta_0 \cdot (D^2H) - \beta_1 \cdot (D^2H)^2 - \beta_2 \cdot (D^2H)^3$	0.9445	0.16235	4	3	0.9399	0.06727	0.1484
4	$V = \alpha - \beta_0 \cdot (H) + \beta_1 \cdot (DH) + \beta_2 \cdot (D^2H)$	0.9381	0.17142	4	3	0.9395	0.08176	0.1476
5	$V = -\alpha + \beta_0 \cdot (D^2) + \beta_1 \cdot (H) + \beta_2 \cdot (D^2H)$	0.9354	0.17521	4	1	0.9286	0.08010	0.1603
6	$V = -\alpha + \beta_0 \cdot (D^2H) + \beta_1 \cdot (H) + \beta_2 \cdot (DH^2)$	0.9380	0.17163	4	4	0.9047	0.08490	0.1854
7	$V = \text{Exp}(-\alpha + \beta_0 \cdot (LD) + \beta_1 \cdot (LH))$	0.8827	0.23576	3	2	0.8429	0.14434	0.2325
8	$V = \text{Exp}(-\alpha + \beta_0 \cdot (LD^2H))$	0.8887	0.22900	2	2	0.8529	0.13311	0.2201

7.2. Ecuaciones de volumen para *Pinus teocote*.

Los estadísticos de los modelos para estimar volúmenes de diferentes partes del árbol se presentan en el cuadro 4.

7.2.1. Volumen total (fuste + tocón + ramas).

Las ecuaciones 4 y 5 presentan los valores mas altos en sus coeficientes de determinación r^2 así como los mas bajos, errores estándar estimados y con 3 y 4 parámetros probabilísticamente significativos.

7.2.2. Volumen fuste + tocón.

Todos los modelos presentan valores similares en los coeficientes de determinación y en los errores estándar estimados. Sin embargo, el modelo 4 presenta el r^2 mas alto y el error estándar mas bajo, así como 3 parámetros probabilísticamente diferentes a 0.

Cuadro 4: Estadísticas de los modelos de volumen para *Pinus teocote*.

Modelo	V total	90 %			muestral 0%	
		R ² aj	RMSE	No de β	R ² aj	RMSE
1	$V = \alpha + \beta_1(D^2H)$	0.9518	0.1780	1 2	0.9121	0.2426
2	$V = -\alpha + \beta_1(D^2H) - \beta_2(D^2H)^2$	0.9539	0.1741	2 3	0.9280	0.2363
3	$V = -\alpha + \beta_1(D^2H) - \beta_2(D^2H)^2 + \beta_3(D^2H)^3$	0.9537	0.1745	1 4	0.9188	0.2458
4	$V = \alpha - \beta_1(H) + \beta_2(DH) + \beta_3(D^2H)$	0.9554	0.1712	4 4	0.9184	0.2465
5	$V = -\alpha + \beta_1(D^2) - \beta_2(H) + \beta_3(D^2H)$	0.9592	0.1636	2 4	0.9159	0.2503
6	$V = -\alpha + \beta_1(D^2H) + \beta_2(H) - \beta_3(DH^2)$	0.9567	0.1687	2 4	0.8996	0.2733
7	$V = \text{Exp}(\alpha + \beta_1(LD) + \beta_2(LH))$	0.9568	0.16580	3 3	0.9172	0.2417
8	$V = \text{Exp}(-\alpha + \beta_1(LD^2H))$	0.9502	0.1800	2 2	0.9165	0.2366
Modelo	V. fuste y tocón	R ² aj	RMSE	No de β	R ² aj	RMSE
1	$V = \alpha + \beta_1(D^2H)$	0.9734	0.1078	2 2	0.9481	0.1449
2	$V = \alpha + \beta_1(D^2H) - \beta_2(D^2H)^2$	0.9741	0.1064	2 3	0.7150	0.3482
3	$V = -\alpha + \beta_1(D^2H) - \beta_2(D^2H)^2 + \beta_3(D^2H)^3$	0.9742	0.1063	1 4	0.9490	0.1513
4	$V = \alpha - \beta_1(H) + \beta_2(DH) + \beta_3(D^2H)$	0.9741	0.1064	3 4	0.9526	0.1458
5	$V = -\alpha + \beta_1(D^2) + \beta_2(H) + \beta_3(D^2H)$	0.9741	0.1064	2 4	0.9391	0.1653
6	$V = -\alpha + \beta_1(D^2H) + \beta_2(H) - \beta_3(DH^2)$	0.9733	0.1081	1 4	0.9429	0.1601
7	$V = \text{Exp}(-\alpha + \beta_1(LD) + \beta_2(LH))$	0.9738	0.1072	3 3	0.9305	0.1719
8	$V = \text{Exp}(-\alpha + \beta_1(LD^2H))$	0.9740	0.1066	2 2	0.9530	0.1378
Modelo	V. fuste y ramas	R ² aj	RMSE	No de β	R ² aj	RMSE
1	$V = \alpha + \beta_1(D^2H)$	0.9513	0.1755	1 2	0.9148	0.2357
2	$V = -\alpha + \beta_1(D^2H) - \beta_2(D^2H)^2$	0.9533	0.1718	2 3	0.9229	0.2300
3	$V = -\alpha + \beta_1(D^2H) - \beta_2(D^2H)^2 + \beta_3(D^2H)^3$	0.9532	0.1720	1 4	0.9168	0.2456
4	$V = \alpha - \beta_1(H) + \beta_2(DH) + \beta_3(D^2H)$	0.9548	0.1691	4 4	0.9195	0.2415
5	$V = -\alpha + \beta_1(D^2) + \beta_2(H) + \beta_3(D^2H)$	0.9583	0.1623	2 4	0.9158	0.2470
6	$V = -\alpha + \beta_1(D^2H) + \beta_2(H) - \beta_3(DH^2)$	0.9559	0.1669	2 4	0.9000	0.2694
7	$V = \text{Exp}(\alpha + \beta_1(LD) + \beta_2(LH))$	0.9557	0.1676	3 3	0.9186	0.2363
8	$V = \text{Exp}(-\alpha + \beta_1(LD^2H))$	0.9495	0.1786	2 2	0.9200	0.2284
Modelo	V. fuste	R ² aj	RMSE	No de β	R ² aj	RMSE
1	$V = \alpha + \beta_1(D^2H)$	0.9731	0.1060	2 2	0.9463	0.1453
2	$V = \alpha + \beta_1(D^2H) - \beta_2(D^2H)^2$	0.9737	0.1048	2 3	0.9490	0.1452
3	$V = -\alpha + \beta_1(D^2H) - \beta_2(D^2H)^2 + \beta_3(D^2H)^3$	0.9738	0.1044	1 4	0.9457	0.1540
4	$V = \alpha - \beta_1(H) + \beta_2(DH) + \beta_3(D^2H)$	0.9738	0.1046	3 4	0.9515	0.1455
5	$V = -\alpha + \beta_1(D^2) + \beta_2(H) + \beta_3(D^2H)$	0.9736	0.1050	2 4	0.9400	0.1637
6	$V = -\alpha + \beta_1(D^2H) + \beta_2(H) - \beta_3(DH^2)$	0.9729	0.1063	1 4	0.9437	0.1568
7	$V = \text{Exp}(-\alpha + \beta_1(LD) + \beta_2(LH))$	0.9733	0.1057	3 3	0.9309	0.1691
8	$V = \text{Exp}(-\alpha + \beta_1(LD^2H))$	0.9736	0.1049	2 2	0.9490	0.1416

7.2.3. Volumen de fuste + ramas.

Los modelos 4 y 5 muestran los valores mas altos de los coeficientes de determinación y los errores estándar mas bajos, además de 3 y 4 parámetros probabilísticamente aceptables.

7.2.4. Volumen del fuste.

Todos los modelos presentan valores similares en los coeficientes de determinación. Sin embargo, el modelo 4 presenta el de mayor r^2 , menor error estándar y tres de 4 de sus parámetros con significancia estadística ($P < 0.05$)

7.2.5. Volumen para fuste sin corteza.

Los resultados del cálculo de los volúmenes fustales sin corteza, muestran que los coeficientes de determinación aunque resultan altos para todos los modelos, los errores estándar son también bajos y sensiblemente iguales. Sin embargo, el modelo 8 es el que mejor ajuste presenta (Cuadro 5).

Cuadro 5. Estadísticas de los modelos de volumen sin corteza para *Pinus teocote*.
90 % muestra 10%

Modelo V. fuste sin corteza	R^2 aj	RMSE	No de β	R^2 aj	Sesgo	RMSE
1 $V = \alpha + \beta_0 \cdot (D^2H)$	0.9735	0.10224	2 1	0.9510	0.02188	0.1360
2 $V = \alpha + \beta_0 \cdot (D^2H) - \beta_1 \cdot (D^2H)^2$	0.9734	0.10241	3 1	0.9513	0.01962	0.1392
3 $V = \alpha + \beta_0 \cdot (D^2H) - \beta_1 \cdot (D^2H)^2 + \beta_2 \cdot (D^2H)^3$	0.9736	0.10202	4 1	0.9510	-0.00061	0.1437
4 $V = \alpha - \beta_0 \cdot (H) + \beta_1 \cdot (DH) + \beta_2 \cdot (D^2H)$	0.9735	0.10229	4 1	0.9501	0.02028	0.1450
5 $V = -\alpha + \beta_0 \cdot (D^2) + \beta_1 \cdot (H) + \beta_2 \cdot (D^2H)$	0.9735	0.10227	4 1	0.9429	0.01757	0.1551
6 $V = -\alpha + \beta_0 \cdot (D^2H) + \beta_1 \cdot (H) - \beta_2 \cdot (DH^2)$	0.9733	0.10258	4 1	0.9430	0.02618	0.1550
7 $V = \text{Exp}(-\alpha + \beta_0 \cdot (LD) + \beta_1 \cdot (LH))$	0.9729	0.10477	3 3	0.9324	0.02436	0.1641
8 $V = \text{Exp}(-\alpha + \beta_0 \cdot (LD^2H))$	0.9728	0.10466	2 2	0.9515	0.01733	0.1353

El modelo 4 presenta para las dos especies uno de los menores sesgos, los menores errores estándar y los mayores coeficientes de determinación para cada una de las estimaciones de volumen total, fuste + tocón, fuste + ramas y fuste. Este modelo además presenta consistentemente parámetros estadísticos diferentes de 0 en términos probabilísticos.

Las ecuaciones que se han utilizado para la estimación de volúmenes rollo total árbol con corteza para el género *Pinus* en el Ejido de referencia de este trabajo son: Schumacher y Hall, (1933), (Programa de Manejo Forestal Ejido Vencedores, 1989 y Márquez, *et al.*, 1994). La ecuación (4) o modelo múltiple de tres parámetros se ha reportado únicamente en trabajos realizados por (Jiménez, 1990 y Sloboda, 1984) y no existe una literatura abundante a este respecto. Este modelo aunque resulta consistentemente en los mejores estadísticos, al elaborar las tablas de volumen, estos resultan en valores negativos para las categorías diamétricas menores. Por esta razón, se selecciona el modelo de Schumacher y Hall (7) porque es uno de los que también presenta mejores estadísticas y parámetros estadísticos consistentemente mejores. La ecuación logarítmica no presenta los problemas de varianza heterogénea y sus coeficientes son probabilísticamente correctos.

La inclusión de las ramas dentro del volumen total o volumen del fuste + ramas estimados por el modelo (4) para la especie *P. teocote* reduce los coeficientes de determinación e incrementa los errores estándar. Los errores estándar incrementan en aproximadamente 70 % con respecto a los errores estándar de los volúmenes fustales. Para la especie *P. durangensis* el patrón es similar al descrito anteriormente. Los errores estándar

incrementan en aproximadamente 89 % con respecto a los errores estándar de los volúmenes fustales. Por otra parte, los volúmenes promedio incrementan tan solo 20 y 18 % cuando se incluyen tocón y ramas y solo ramas, respectivamente para *P. teocote*. Para *P. durangensis*, los volúmenes incrementan solamente el 26 y 23 %. Situación semejante a la reportada por Zepeda, *et al.*, (1994) para *Pinus durangensis*, *P. arizonica* y *P. engelmannii* en bosques de Chihuahua.

Los volúmenes de ramas incrementan la variación en la predicción de los volúmenes totales o fuste + ramas porque existen árboles de poco volumen fustal y copas abundantes y árboles de volúmenes grandes con copas ralas o escasas. También existen árboles con volúmenes fustales similares pero con diferentes volúmenes en las ramas por su posición sociológica en la masa, la densidad de esta y el sitio. Por esta razón, es recomendable estimar los volúmenes que incluyan ramas en forma separada y aglomerando los árboles por categoría diamétrica. Si se utilizara este procedimiento reduce el error estándar de predicción en *P. durangensis* en 30 % para el volumen fustal + ramas y en 32 % para el volumen total. Para *P. teocote* los errores incrementan en 37 % para el volumen de fuste + ramas y en 36 % para el volumen total.

7.3. Los modelos resultantes recomendados para las diferentes secciones del árbol en las dos especies se reportan a continuación:

7.3.1. *Pinus durangensis*

$$V \text{ FUSTE} + \text{TOCÓN} = \exp^{(-0.0464+2.0878*(\ln D)+0.7474*(\ln H)}$$

$$V. \text{ FUSTE} = \exp^{(-0.1117+2.0813*(\ln D)+0.7584*(\ln H)}$$

$$V \text{ TOTAL} = \exp^{(1.0273+2.3737*(\ln D)+0.5518*(\ln H)}$$

$$V. \text{ FUSTE} + \text{RAMAS} = \exp^{(0.9915+2.3751*(\ln D)+0.5574*(\ln H)}$$

$$V. \text{ FUSTE SIN CORTEZA} = \exp^{(-0.149161+2.050133*(\ln D)+0.672963*(\ln H)}$$

7.3.2. *Pinus teocote*

$$V \text{ FUSTE} + \text{TOCÓN} = \exp^{(-0.384373+2.018033*(\ln D)+0.837724*(\ln H)}$$

$$V. \text{ FUSTE} = \exp^{(-0.479389+2.00804*(\ln D)+0.858299*(\ln H)}$$

$$V. \text{ TOTAL} = \exp^{(0.523361+2.259303*(\ln D)+0.670956*(\ln H)}$$

$$V \text{ FUSTE} + \text{RAMAS} = \exp^{(0.455305+2.255603*(\ln D)+0.685898*(\ln H)}$$

$$V. \text{ FUSTE SIN CORTEZA} = \exp^{(-0.54462+2.124957*(\ln D)+0.906336*(\ln H)}$$

La variación de los modelos de volumen fue en general mayor y los coeficientes de determinación menores para *P. teocote* que para *P. durangensis*. Para esta última especie, los coeficientes de determinación aumentaron y los errores estándar disminuyeron en la prueba de bondad de ajuste, mientras que para *P. teocote* los errores estándar aumentan y los coeficientes de determinación disminuyeron con la prueba de bondad de ajuste.

El volumen total promedio, incluyendo ramas, tocón y fuste con corteza, de los árboles muestra para *P. durangensis* fue de 0.636 m³ rollo total árbol (rta). El volumen se distribuye

de la siguiente manera: 1.88% para el tocón, 73.89% para el fuste sin corteza, 6.15 % para la corteza y 17.91 para las ramas. Para *P. teocote*, el volumen total promedio, incluyendo ramas, tocón y fuste con corteza, de los árboles muestra fue de 0.819 m³ rta. El volumen se distribuye de la siguiente manera: 1.95% para el tocón, 77.65% para el fuste sin corteza, 5.00% para la corteza y 15.38 para las ramas.

Los volúmenes de corteza reportados para estas especies son menores que aquellos reportados para otras especies en otras partes del mundo. Para *P. sylvestris* este valor alcanza desde un 11 hasta un 20 % (Simmerle, 1933). Para árboles de dimensiones similares de la especie *P. pseudostrobus*, Jiménez, (1991) reporta desde 18.6 hasta 37.1 %. Los menores volúmenes de corteza para nuestras especies puede consistir en que están menos influenciadas por factores del medio tales como los incendios forestales.

Con estos valores se nota que del volumen total, el volumen aprovechable por sus características dimensionales y de mercado solo será el volumen del fuste sin corteza (73.89% para *P. durangensis* y 77.65% para *P. teocote*), del que se tendrá que restar aun el volumen porcentual de la sección de la punta o aplicar la deducción del volumen calculado para esta porción del árbol a través de la ecuación de ahusamiento de cada especie para el cálculo del diámetro mínimo aprovechable del fuste.

8. CONCLUSIONES.

Se analizaron los datos de 221 y 194 árboles para ajustar y 25 y 21 individuos para probar la bondad de ajuste de ocho modelos de ecuaciones de volumen 1) variable combinada de Spurr, 2) variable combinada en polinomial de 2do grado, 3) la variable combinada en polinomial de 3er grado, 4) modelo múltiple de tres parámetros, 5) australiana, 6) modificada de Naslund, 7) Schumacher y Hall, y 8) variable combinada logarítmica a las especies de *Pinus durangensis* y *Pinus teocote*, respectivamente. Con el 10 % de muestra de los datos restantes se probó la bondad de ajuste por medio de estimadores del coeficiente de determinación, error estándar y sesgo.

Los resultados indicaron que los volúmenes de cualquier sección del árbol, incluyendo ramas, fuste o tocón, para las dos especies pueden ser estimados en forma satisfactoria con la ecuación de Schumacher y Hall.

Para estimaciones volumétricas que incluyen ramas se requiere ajustar aun mas estas ecuaciones. Un procedimiento tratado aquí fue hacerlo por separado, es decir, estimar el volumen de las ramas a través de una ecuación de volumen de inmersión o mediante una ecuación de volumen calibrada por un factor de apilamiento o dada a través de una función de regresión establecida. Con esta justificación se recomienda del uso de estos modelos dentro del Programa de Manejo Forestal del Ejido Vencedores, Durango, México.

9. RECONOCIMIENTOS.

Los autores de este reporte de investigación hacen patente su agradecimiento al personal técnico de la UCODEFO No 4 de Durango, México. Este reporte es parte de la tesis de Maestría en Ciencias del autor principal y forma parte del proyecto de investigación 2452P-N financiado por el CONACyT.

10. LITERATURA CITADA.

1. Baez, R. y Gra., H., 1988. Estudios dasométricos en *Casuarina equisetifolia*, I. Tablas de volumen. Revista Forestal Baracoa V.18 N°2.
2. Barrena, A.,V. M., 1988. La regresión ponderada en la elaboración de ecuaciones de volumen. Revista forestal del Perú. 15(2):21-28.
3. Cao, Q.V., Burkhart, H.E., and Max, T.A., 1980. Evaluation of two methods for cubic volume prediction of Loblolly Pine to any merchantability limit. For. Sci. 26: 71-80.
4. Clutter, J.L., 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. For. Sci. 26: 117-120.
5. Corral, R., S. y Radilla, C. J. L., 1996. Construcción de un sistema de cubicación para dos especies de Pino (*Pinus cooperi* var. *ornelasi* Mart. y *Pinus durangensis* Mart. en el Ejido San Pablo, P.N., Durango. Tesis profesional.
6. Demaerschalk, J. P., 1972. Converting volume equations to compatible taper functions. For. Sci. 18: 241-245.

7. Demaerschalk, J.P., and A. Kozak., 1977. The whole bole system: a conditions dual equation system precise prediction of tree profiles. *Can. Jour. For. Res.* 7: 488-497.
8. Flores N. C. F., 1995. Ecuación de volumen de una población riverense de *Cedrela odorata* en Madre de Dios, Perú. *Revista Forestal del Perú.* 22(1-2):15-26.
9. Gra, H., Lockow, K., Vidal, A., Rodríguez, J., Echevarria, M. y Figueroa, C., 1988. Estudios dasométricos en *Pinus caribaea* Var. *caribaea* I. Tablas de Volumen. *Revista Forestal Baracoa* 18(1):53-63.
10. Gra, H., Lockow, K., Vidal, A., Rodríguez, J., Figueroa, C. y Echevarria, M., 1989. Estudios dasométricos en *Pinus caribaea* Var. *caribaea* II. Coeficiente Mórfoico. *Revista Forestal Baracoa* 19(2):85-91.
11. Honer, T. G., 1964. The use of height and squared diameter ratios for the estimation of cubic foot volume. *For. Chron.* 40: 324-331.
12. Jiménez, P., J., 1990. Aplicación de un modelo matemático para elaborar tablas y tarifas de volumen, un ejemplo con *Pinus pseudostrobus*. *Reporte Científico* N° 16, F.C.F., U.A.N.L.
13. Jiménez, P. J., 1991. Determinación del volumen de corteza y tocón para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en una fracción de la Sierra Madre Oriental. *Reporte Científico* N° 29, F.C.F., U.A.N.L.
14. Kozak, A., 1988. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.* 18:1363-1368.
15. Kozak, A., D. D. Munro, and J.H.G. Smith, 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chron* 45: 278-283.

16. Márquez, L. M. A. y González, E. S., 1993. Composición, estructura y manejo de la vegetación de la submicrocuenca del Tecolote, San Dimas, Dgo. I Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales, Resúmen de ponencias, p29.
17. Márquez, L. M. A., Soto, R., J. y Contreras, A., J. C., 1994. Tablas de volumen para árboles del género *Pinus* en el Ejido Vencedores, San Dimas, Dgo. II Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales, Resúmen de ponencias, p8.
18. Martínez, M., 1948. Los pinos mexicanos. 2a ed. Editorial Botas. México. 361 p.
19. Muhairwe, L.E., V.M. May, and A.Kozak., 1994. Effects of adding tree, stand and site variables to Kozak's variable exponent taper equation. Can. J. For. Res.24: 252-259.
20. Müller-Using, B., 1994. Contribuciones al conocimiento de los bosques de pino-encino en el NE de México, Estudio dendrométrico de dos especies de encino en la región submontana del bosque de encino. Reporte Científico Especial N° 14 F.C.F., U.N.A.L.
21. Newnham, R. M., 1988. A variable form taper function. For Can. Petawawa Natl. For. Inst. Inf. Rep. PI-X-83.
22. Newnham, R. M., 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. Can. J. For. Res. 22: 210-223.
23. Ormerod, D. W., 1973. A simple bole model. For. Chron. 49: 136-138.
24. Ormerod, D. W. 1986. The diameter-point method for tree taper description. Can. J. For. Res. 16: 484-490.
25. Programa de Manejo Integral Forestal Ejido Vencedores San Dimas, Dgo., 1989. UCODEFO N° 4 La Victoria-Miravalles.

26. Perry, J. P. Jr., 1991. The Pines of Mexico and Central America, Timber Press, Inc., Portland Oregon., p104-106.
27. Rustagi, K. P. and R. S. Loveless., 1991. Compatible variable-form volume and stem profile equations for Douglas-fir. Can. J. For. Res. 21:143-151.
28. Zepeda, B., M., Estrada, M., O., Esparza, P., S., 1990. Ecuaciones para estimar volúmenes y alturas comerciales de tres especies de pino del Noroeste de Chihuahua. Boletín Técnico N°25 Serie Técnica, U.A.Ch.
29. Zepeda, B.,M., Veruete, B., S., Esparza, P., S., 1994. Ecuaciones para estimar volumen fuste total, rollo total arbol, ramaje y coeficientes mórficos de tres especies de pino del noroeste de Chihuahua. Serie de apoyo académico N° 49 Di.Ci.Fo. U.A.Ch.

CAPITULO V

AJUSTE DE CUATRO MODELOS DE AHUSAMIENTO A PERFILES FUSTALES DE *Pinus durangensis* Y *Pinus teocote* DEL EJIDO VENCEDORES, DURANGO, MEXICO

José Cruz Contreras Aviña, Clemente Estrada Márquez, y José de Jesús Nívar Cháidez.

1. RESUMEN.

El objetivo del presente trabajo fue observar y comparar la bondad de ajuste de cuatro modelos de ahusamiento ajustados a los perfiles fustales de 246 árboles de *Pinus durangensis* y 215 árboles de *Pinus teocote* en El Ejido Vencedores del Municipio de San Dimas, Durango, México. Los diámetros y alturas se midieron de árboles derribados en labores de aprovechamiento maderable del predio. Para *P. durangensis* se analizaron 4,527 y para *P. teocote* 4,141 pares de datos de diámetro-altura, a los cuales se les ajustaron los modelos de ahusamiento de Kozak, de la variable combinada, Clutter y de la forma variable de Newnham por medio de la técnica de Regresión lineal y no lineal. Una fuente adicional de datos de diámetro-altura de 25 árboles y de 21 árboles de *P. durangensis* y *P. teocote*, respectivamente, fueron utilizados para probar la bondad de ajuste por medio de estimadores del: coeficiente de

determinación, error estándar y sesgo. Los volúmenes maderables observados y estimados utilizando los modelos de ahusamiento fueron también comparados. Los resultados mostraron que el modelo de Kozak y el de la forma variable de Newnham se ajustaron mejor a los perfiles fustales, así como también a los volúmenes de los árboles muestra de *P. durangensis* y *P. teocote*, respectivamente. Por esta razón estos modelos se pueden recomendar ampliamente en la estimación de los diámetros a cualquier altura del fuste y sus respectivos volúmenes fustales a cualquier sección del árbol.

Palabras clave: *Pinus durangensis*, *Pinus teocote*, modelos de ahusamiento, Durango, México.

ABSTRACT

The objective of this study was to observe and to compare the goodness of fit of four taper functions, fitted to stem profiles of *Pinus durangensis* and *Pinus teocote* in Ejido Vencedores, San Dimas, Durango, Mexico. Diameter-height data was measured from trees felled down in forest harvesting operations of the ejido Vencedores. In total 4,527 and 4,141 data (diameter-height) for *P. durangensis* and *P. teocote*, respectively, were utilized to fit the taper functions of Kozak, the variable-combined, Clutter and the modified variable form of Newnham through linear and non-linear regression analysis techniques. In addition, a data source of diameter- height of 25 and 21 trees of *P. durangensis* and *P. teocote*, respectively, was used to test the goodness of fit through the estimation of several statistical parameter such as: the coefficient of determination, standard error and bias. Total timber volume, observed and estimated using diameter estimates by the taper functions, was likewise compared. The results showed that the taper functions of Kozak and the modified variable form of Newnham

fitted best the stem profiles, as well as total volume of the sample trees of *P. durangensis* and *P. teocote*, respectively. Therefore these models can be recommended to estimate stem diameter at any height as well as to estimate volume of any section of the stem of the species studied.

Key words: *P. durangensis*, *P. teocote*, taper functions, Durango, Mexico.

2. INTRODUCCION.

El Ejido Vencedores de San Dimas Durango, México, tiene una producción anual de cerca de los 48,000 m³ de madera de pino en más de 22,000 hectáreas de superficie del predio. El desarrollo de la economía del Ejido ocurre, consecuentemente, en torno a las actividades forestales ya que la población depende en su gran mayoría de los trabajos y recursos que los bosques generan.

Recientemente los bosques del Ejido han recibido atención en actividades de investigación. Sin embargo, existen algunas lagunas en el proyecto de investigación operativa que resultan en deficiencias crónicas sobre la toma de decisiones en el manejo forestal. A este respecto, las estimaciones precisas de volumen maderable y sus dimensiones son dos de las piezas mas críticas de información requerida por los manejadores forestales. Generalmente los volúmenes totales son estimados con ecuaciones o tablas de volumen, usando el diámetro normal con corteza y altura total.

1020120823

En otras partes del mundo, el volumen comercial, es además estimado con una ecuación de proporción del volumen total que puede estar en función de la forma del fuste (Honer, 1964; Clutter, 1980; Cao *et al.*, 1980). Una forma alternativa de estimar los volúmenes comerciales del fuste a diferentes longitudes o diámetro límite de la punta pueden ser a través de las ecuaciones de ahusamiento.

El ahusamiento del fuste puede definirse como el coeficiente de estrechamiento del diámetro con el incremento en altura (Gray, 1956) y se puede caracterizar por funciones matemáticas. Varias funciones de ahusamiento han aparecido en la literatura desde hace más de 100 años (Kozak *et al.*, 1969; Ormerod, 1973, 1986; Max y Burkhart, 1976), pero ninguna de estas tecnologías ha sido aplicada a los perfiles fustales de las especies más importantes comercialmente del Ejido. Esta información es fundamental en la estimación adecuada de los volúmenes totales o seccionales y la distribución objetiva de productos forestales derivados del árbol; pieza crítica en las actividades de planeación, comercialización, implementación de tratamientos silvícolas y de evaluación dentro del Ejido.

Los objetivos de este trabajo fueron el de observar y comparar la bondad de ajuste de 4 modelos de ahusamiento a los perfiles fustales de *Pinus durangensis* y *Pinus teocote*.

3. METODOLOGIA.

3.1. Características del Area de Estudio.

El Ejido Vencedores se encuentra ubicado en el Municipio de San Dimas en el Estado de Durango, México a 170 km. al oeste de la Ciudad de Durango. El Ejido se localiza en el macizo montañoso de la Sierra Madre Occidental, entre los meridianos 105° 36' 19'' y 105° 51' 48'' L.W. y los paralelos 24° 19' 05'' y 24° 30' 16'' L.N., con una altura promedio sobre el nivel del mar de 2,540 m. La precipitación y temperatura promedio anual son de 900 mm y de 15° C, respectivamente, (García, 1985).

La vegetación presente en el Ejido son bosques de coníferas con rodales de *Pinus* y mezcla de los géneros *Pinus-Quercus* y *Pinus-Quercus-Juniperus-Arbutus*. Las especies de pino más comunes son: *P. cooperi*, *P. leiophylla*, *P. teocote*, *P. durangensis*, *P. engelmanni* y *P. lumholtzii*.

Los árboles muestreados se obtuvieron de rodales puros y mezclados de *Pinus durangensis* y *Pinus teocote*, a la vez asociados con *Pinus cooperi* var. Ornelasi y *Pinus leiophylla*. El primero, cuando maduro es un árbol de 20 a 40 m de altura por 40 a 70 cm de diámetro normal, de copa densa y redondeada y ramas ásperas. Este árbol llega a tener crecimientos en altura de 1.20 m anuales durante sus primeros años pero más comúnmente se observan de 50 a 60 cm. Se han observado ejemplares de 215 años de edad con diámetro de 1.20 m (Martínez, 1948 y datos particulares del autor principal). Por otra parte el *P. teocote* Schl. et Cham. (Linnaea, 183 0), cuando maduro, es un árbol por lo común de 10 a 20 m; pero

varía entre 8 y 25; de copa redondeada e irregular, ramas distribuidas irregularmente y follaje denso erguido, (Martínez, 1948).

Entre enero y junio de 1995 se derribaron y midieron 246 árboles de *Pinus durangensis* y 215 de *Pinus teocote*, dentro del área de corta y en actividades simultáneas de extracción. Los diámetros se midieron a: 1) la base del tocón, 2) a 0.5 m, 3) a 1.3 m, 4) a 1.5 m y 5) a cada metro adicional, 2.5 m, 3.5 m,..., hasta la punta del fuste principal. También se midieron la altura del tocón y la edad de cada árbol, medida de los anillos de crecimiento observados en el tocón del individuo derribado. Con este procedimiento de medición se generaron 4,527 y 4,141 pares de datos de diámetro-altura para *P. durangensis* y *P. teocote*, respectivamente. De los árboles medidos, el 10 % de ellos (519 y 465, respectivamente) se seleccionaron para probar la bondad de ajuste de los modelos de ahusamiento.

Modelos de Ahusamiento.

3.2. La nomenclatura usada en este reporte fue la siguiente:

d = diámetro del fuste a la altura h (m).

D = diámetro del fuste a 1.30 m (m).

D_1 = Diámetro al punto de inflexión de la forma neiloide a la forma cuadrática del fuste

H = Altura total del fuste (m).

H_1 = Altura del fuste al punto de inflexión descrito (m).

h = Altura del fuste sobre el tocón (m).

$P = H_1/H$ (sin dimensiones).

$X = (H-h)/(H-1.30 \text{ m})$ (sin dimensiones).

$X_k = (1-Z^{-1/2})/(1-P^{-1/2})$ (sin dimensiones).

$Z = h/H$ (sin dimensiones).

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_n$, = Parámetros estadísticos.

3.3. Los modelos ajustados fueron los siguientes:

1. El modelo de ahusamiento de Kozak, (1988), dado por la ecuación:

$$\ln(d) = f(\ln(D), \ln(X_k), Z, \ln(Z), \text{Exp}^Z, \sqrt{Z}, D/H) \quad (1)$$

2. El modelo de ahusamiento de la forma variable de Newnham, (1992), representado por la ecuación:

$$\ln(d/D) = f(x, \ln(x), D/H, D/H / \sqrt{h}, H/\sqrt{h}) \quad (2)$$

3. El modelo de la Variable Combinada de Demaerschalk, (1972), basado en la ecuación de Spurr, (1952):

$$d/D^2 = a_0 * (h^{a1}/D^2 * H^{a1-1}) + a_2 * (h/H)^{a3} \quad (3)$$

4.- Modelo de ahusamiento de Clutter *et al.*, (1980), dado por la ecuación:

$$d = \beta_0 * D^{\beta_1} * H^{\beta_2} * (H-h)^{\beta_3} \quad (4)$$

El punto de inflexión, D_i , de acuerdo con Kozak, (1988), es aquella parte donde el fuste cambia de forma cilíndrica a paraboloidal y ha sido observado por Demaerschalk y Kozak, (1977) a 0.20 de la altura total (H); D_i fue estimado de regresiones entre los puntos de inflexión observados para una muestra de datos de cada una de las especies de *Pinus durangensis* y *Pinus teocote*. Para la primera especie la muestra fue de 40 árboles correspondiendo al 16%, mientras que para la segunda fue de 30 árboles, equivalente al 14 %.

Los modelos resultantes fueron:

$$\text{para } Pinus \text{ durangensis: } D_i = -0.0225 + 0.890166(D), R^2 = 0.9758$$

$$H_i = 2.270775 + 0.298225(H), R^2 = 0.666$$

$$\text{para } Pinus \text{ teocote: } D_i = 0.557377 + 0.816245(D), R^2 = 0.9240$$

$$H_i = 0.355771 + 0.359373(H), R^2 = 0.6080$$

4. PROCEDIMIENTO ESTADÍSTICO.

La técnica de cuadrados mínimos en regresión lineal múltiple y no-lineal fue utilizada para estimar los coeficientes de los cuatro modelos de ahusamiento descritos. Para los modelos que requirieron transformación en sus parámetros, tales como el de Kozak y el de la forma variable, los parámetros estadísticos fueron estimados de los diámetros transformados, pero el r^2_{aj} y el EEE fueron estimados con los diámetros retransformados a sus dimensiones originales.

Los datos de diámetro-altura del 10 % de árboles seleccionados aleatoriamente, fueron utilizados para probar la bondad de ajuste de cada uno de los modelos descritos a través de las estadísticas de bondad de ajuste. El volumen total por árbol estimado por los diámetros predichos por cada modelo de ahusamiento, los diámetros observados y por una ecuación de volumen seleccionada previamente fueron comparados también para detectar la secuencia o continuidad de los errores en la predicción del diámetro hacia el volumen total. Para este propósito se utilizaron también el 10 % de los árboles seleccionados independientemente.

Las estadísticas sobre las cuales se decidió la bondad de los modelos incluyeron: 1) el sesgo promedio, estimado por la ecuación (5), 2) un estimador del coeficiente de determinación, (r^2), estimado por la ecuación (6) y 3) un estimador del error estándar (EEE), dado por el modelo (7).

$$Sesgo_promedio = \sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \hat{Y})}{n} \quad (5)$$

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (6)$$

$$EEE = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2}{n - p} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

Y_i es el diámetro observado a la altura del fuste h , o la variable dependiente, \bar{Y} es el promedio de los datos (d) e \hat{Y}_i estimada es el valor predicho de (d) por el modelo de ahusamiento.

Los volúmenes maderables por sección y por árbol fueron estimados utilizando la ecuación de Smalian, para ser consistentes con la comparación, para los diámetros observados y estimados por los 4 modelos. Los errores o sesgos del volumen para cada sección de cada fuste de cada modelo fueron también graficados y sus parámetros estadísticos estimados para conocer mejor la bondad de ajuste de los modelos de ahusamiento en función de este parámetro.

4.1. Características de los Árboles Muestra.

Las estadísticas de los parámetros dasométricos de los árboles para cada especie, separados en el 90 y 10%, respectivamente, se presentan en el Cuadro 1. Donde se aprecia que no existen diferencias importantes entre los parámetros del 90 y 10 % de los datos.

Cuadro 1: Estadísticas de los datos de los árboles de cada especie, del 90 y 10 % respectivamente.

A.-*Pinus durangensis*.

No	90%	Estadísticas	D (m)	H (m)	Edad (años)	Volumen m ³
246	221	Promedio	0.23	15.59	71.55	0.516
		Desv. Est.	0.10	4.46	41.02	0.663
25	10%	Promedio	0.27	18.75	79.32	0.813
		Desv. Est.	0.14	5.89	43.47	0.971

B.-*Pinus teocote*

No	90%	Estadísticas	D (m)	H (m)	Edad (años)	Volumen m ³
215	194	Promedio	0.28	16.94	83.36	0.747
		Desv. Est.	0.11	4.75	35.32	0.664
21	10%	Promedio	0.26	17.06	79.60	0.697
		Desv. Est.	0.096	4.47	30.52	0.746

5. RESULTADOS Y DISCUSION

Los parámetros estadísticos de los modelos ajustados para el 90 % de los datos para la especie *P. durangensis*, mostraron que el modelo de Kozak presentó el menor sesgo, el menor error estándar y el mayor coeficiente de determinación (Cuadro 2). El modelo de la variable combinada resultó con el mayor sesgo, el mayor error estándar y el menor r^2 . Para la especie *P. teocote* el modelo de Newnham tuvo el mejor r^2 y menor error estándar, aunque no el menor sesgo promedio (cuadro 3). El modelo de la variable combinada fue, de nuevo, el que tuvo el menor ajuste.

Las estadísticas de predicción de los modelos ajustados a los diámetros de la muestra del 10 % se presentan en los cuadros 4 y 5 en cada especie. Para *Pinus durangensis*, el modelo de Kozak tuvo el mayor valor de r^2 y el menor error estándar, aunque no el menor sesgo.

Cuadro 2: Prueba de bondad de ajuste de 4 modelos de ahusamiento para el 90 % de los árboles de la especie *P. durangensis*.

Modelos	Variables	Sesgo Prom.	r^2	Error Estándar Est.
Kozak	14	0.002132	0.9832	0.0228
Newnham	13	0.011735	0.9711	0.0299
Variable combinada	4	-0.026620	0.1961	0.1040
Clutter	4	0.009630	0.9366	0.0292

Cuadro 3: Prueba de bondad de ajuste de 4 modelos de ahusamiento para el 90 % de los árboles de la especie *P. teocote*.

Modelos	Variables	Sesgo Prom.	r^2	Error Estándar Est.
Kozak	14	-0.001440	0.9670	0.0355
Newnham	11	0.002303	0.9832	0.0253
Variable combinada	4	-0.018360	0.5618	0.0806
Clutter	4	0.000232	0.9530	0.0265

Mientras que el modelo de la variable combinada presentó el mayor sesgo y error estándar y el menor r^2 (Cuadro 4). Para *Pinus teocote* se observa que el modelo modificado de Newnham mostró el mayor r^2 , el menor error estándar, aunque el mayor sesgo, (Cuadro 5). El modelo de la variable combinada, fue de nuevo, el que resultó con el menor valor de r^2 , mayor error estándar y uno de los sesgos mayores.

Cuadro 4: Prueba de bondad de ajuste de 4 modelos de ahusamiento para el 10 % de los árboles de la especie *P. durangensis*.

Modelos	Variables	Sesgo Prom.	r^2	Error Estándar Est.
Kozak	14	0.00336	0.9500	0.0263
Newnham	13	0.01863	0.9115	0.0350
Variable combinada	4	-0.01923	0.5347	0.0795
Clutter	4	-0.00228	0.9277	0.0313

El volumen predicho, utilizando el modelo de ahusamiento de Kozak, para *P. durangensis*, resultó ser sensiblemente igual que el volumen total observado y con el menor sesgo promedio, mientras que el volumen estimado por la ecuación de la variable combinada

Cuadro 5. Prueba de bondad de ajuste de 4 modelos de ahusamiento para el 10 % datos para la especie *P. teocote*.

Modelos	VARIABLES	Sesgo Prom.	r ²	Error Estándar Est.
Kozak	14	0.00031	0.8987	0.0404
Newnham	11	0.00389	0.9350	0.0322
Variable combinada	4	-0.02087	0.4502	0.0970
Clutter	4	0.00209	0.9345	0.0331

fue apreciablemente mayor y con un mayor sesgo promedio (Cuadro 6). Las desviaciones estándares para el volumen observado y predicho por el modelo de Kozak fueron muy similares. Destaca la desviación estándar del volumen estimado por el modelo de la variable combinada, el cual es casi dos veces mayor que aquella para el volumen observado.

Para la especie *P. teocote*, el modelo de Newnham resultó en un volumen notoriamente similar al estimado por los diámetro observados, mientras que el modelo de la variable combinada lo sobrestimó notoriamente (Cuadro 7). El volumen total estimado por la ecuación de ahusamiento de la variable combinada fue notoriamente mayor que aquel calculado con los diámetros observados. Las desviaciones estándares para el volumen estimado por los modelos de ahusamiento de Newnham y de Clutter y para el volumen observado fueron muy similares.

Los modelos de ahusamiento de Kozak y de Newnham resultaron en mejores estimadores del volumen que inclusive los modelos de volúmenes ajustados previamente. Esto

es notorio en los promedios y desviaciones estándar, los cuales se aproximan más a los parámetros estadísticos de los volúmenes observados. Para *P. durangensis*, las estadísticas del volumen estimado por la ecuación de volúmenes resultó en mejores estimadores que aquellos calculados por los modelos de ahusamiento de la variable combinada, Clutter y Newnham. Para *P. teocote*, esta misma tecnología resultó en mejores estimadores que los parámetros estimados por los modelos de ahusamiento de la variable combinada y Clutter exclusivamente.

Los modelos de Kozak y de Newnham resultaron consistentemente en mejores predictores del diámetro y volumen total de las especies *P. durangensis* y *P. teocote*, respectivamente. Estos dos modelos, con diferentes variables o modificaciones, han sido exitosamente ajustados a otras especies forestales en otras partes del mundo. Kozak, (1988) señaló que el modelo de la variable exponencial de Kozak fue más preciso en estimaciones del perfil del fuste en especies forestales de British Columbia, que otras metodologías utilizadas tales como la ecuación de Demaerschalk y Kozak, (1977). Newnham, (1988) mostró que el modelo de la forma variable resultó en predicciones más adecuadas a plantaciones de pino rojo. Ese modelo fue comparado con el de la forma truncada de Max-Burkhardt, (1976) y el modelo original de Newnham, (1992). Návar *et al.*, (1997) reportaron un mejor ajuste en diámetro y volumen por el modelo de ahusamiento de la forma variable de Newnham para *Pinus hartwegii* en comparación con otros 6 modelos de ahusamiento, entre los que destacan 2 de Kozak, (Newnham, 1992), de Biging, (1984), de Amidon, (1984), de Clutter, (1980), y de Rustagi y Loveless, (1991).

Las características de los perfiles fustales de *P. durangensis* y *P. teocote* parecen ser las responsables del ajuste de dos modelos diferentes. La segunda especie es más cónica y tiene un mayor ahusamiento en la parte basal, desde el tocón hasta aproximadamente 1.30 m.

Cuadro 6: Comparación de volúmenes totales estimados para cada árbol por medio de las cuatro funciones de ahusamiento y una ecuación de volumen para *Pinus durangensis*.

V o l ú m e n e s e n m ³							
H	D	Observado	$V=b_0+b_1D^2H$	Kozak	V.Combinada	Clutter	Newnham
14.93	0.15	0.128	0.176	0.171	0.121	0.210	0.171
18.41	0.18	0.250	0.273	0.273	0.170	0.351	0.264
16.55	0.20	0.247	0.298	0.301	0.196	0.342	0.287
14.70	0.16	0.159	0.191	0.188	0.131	0.221	0.185
15.50	0.16	0.153	0.199	0.195	0.133	0.238	0.192
9.42	0.11	0.044	0.093	0.091	0.093	0.095	0.092
17.10	0.18	0.198	0.257	0.257	0.164	0.315	0.249
16.14	0.16	0.180	0.205	0.201	0.134	0.251	0.198
17.60	0.23	0.413	0.398	0.409	0.275	0.449	0.383
14.94	0.22	0.314	0.320	0.327	0.224	0.331	0.309
18.23	0.17	0.213	0.247	0.245	0.153	0.322	0.239
15.15	0.17	0.175	0.214	0.212	0.143	0.247	0.207
12.25	0.16	0.119	0.168	0.166	0.125	0.175	0.163
21.10	0.37	1.295	1.127	1.162	1.334	1.146	1.081
23.27	0.41	1.654	1.509	1.547	2.145	1.556	1.446
26.65	0.40	1.661	1.640	1.725	2.311	1.879	1.572
20.60	0.30	0.625	0.742	0.778	0.654	0.822	0.712
26.54	0.36	1.068	1.333	1.422	1.579	1.605	1.278
21.12	0.31	0.829	0.807	0.848	0.743	0.896	0.775
22.45	0.30	0.870	0.804	0.850	0.713	0.945	0.772
24.79	0.44	1.927	1.839	1.872	2.992	1.912	1.763
20.89	0.38	1.391	1.175	1.204	1.446	1.170	1.127
19.69	0.36	1.311	1.002	1.028	1.125	0.985	0.961
19.95	0.35	1.246	0.962	0.993	1.039	0.967	0.923
17.24	0.41	1.148	1.131	1.104	1.511	0.951	1.085
Suma		17.619	17.110	17.569	19.653	18.381	16.431
Sesgo			0.509	0.050	-2.034	-0.762	1.188
Promedio		0.705	0.684	0.703	0.786	0.735	0.657
Desv. Est		0.598	0.536	0.557	0.824	0.563	0.513

La reducción en diámetro está entre 5 a 10 cm en esta longitud tan corta. El ahusamiento desde 1.30 m hasta la parte distal es mayor en árboles de *P. durangensis*, pero solamente para las categorías diamétricas menores a 25 cm. Para categorías diamétricas mayores, el ahusamiento del fuste arriba de 1.30 m es mayor en *P. teocote*.

Cuadro 7: Comparación de volúmenes totales estimados para cada árbol por medio de las cuatro funciones de ahusamiento y una ecuación de volumen para *Pinus teocote*.

		V o l u m e n e s en m ³					
H	D	Observado	$V=b_0+b_1D^2H+b_2(D^2H)^2$	Kozak	V.Combinada	Clutter	Newnham
18.43	0.37	0.956	1.095	1.091	1.081	1.149	1.058
13.90	0.23	0.343	0.321	0.329	0.204	0.340	0.307
14.73	0.28	0.424	0.502	0.509	0.358	0.530	0.479
14.50	0.25	0.450	0.435	0.435	0.279	0.458	0.417
20.60	0.41	1.610	1.502	1.441	1.720	1.536	1.429
17.67	0.28	0.584	0.602	0.596	0.419	0.628	0.576
18.13	0.38	1.152	1.136	1.117	1.145	1.175	1.079
20.21	0.26	0.614	0.594	0.581	0.378	0.615	0.570
16.46	0.17	0.186	0.208	0.204	0.113	0.221	0.200
17.92	0.27	0.526	0.568	0.561	0.380	0.593	0.544
13.32	0.21	0.231	0.257	0.259	0.161	0.273	0.246
19.98	0.39	0.995	1.062	1.032	0.963	1.093	1.014
16.92	0.53	1.638	2.060	2.067	3.424	2.124	1.915
33.04	0.38	2.015	2.068	1.999	2.290	2.028	1.989
21.29	0.42	1.478	1.629	1.553	1.946	1.661	1.550
24.82	0.33	1.202	1.173	1.127	1.014	1.187	1.126
21.72	0.40	1.208	1.507	1.439	1.675	1.536	1.437
16.77	0.39	1.074	1.107	1.105	1.148	1.150	1.047
25.10	0.41	2.001	1.829	1.720	2.168	1.840	1.750
28.46	0.42	2.123	2.176	2.037	2.753	2.162	2.086
24.82	0.40	1.844	1.722	1.625	1.958	1.735	1.647
Suma		22.653	23.553	22.826	25.576	24.033	22.465
Sesgo			-0.899	-0.173	-2.923	-1.380	0.188
Promedio		1.087	1.122	1.087	1.218	1.144	1.070
Desv.Est.		0.627	0.642	0.610	0.948	0.638	0.610

El modelo de Kozak ajustado a los diámetros de *P. durangensis*, para los árboles de las categorías diamétricas inferiores como lo son de 10 a 25 cm no alcanza a simular correctamente el diámetro a la base del fuste, mientras que para los árboles de dimensiones mayores, el ajuste es mejor y en ocasiones el diámetro estimado es un poco mayor al observado (Figura 1). Este modelo predice adecuadamente el patrón sigmoideal de la relación diámetro-altura para *P. durangensis*, mientras que el modelo de Newnham simula una curva paraboloidé sencilla, sin alcanzar a simular adecuadamente los diámetros desde la base hasta 1.30 m. El primer modelo es más preciso para árboles de *P. durangensis* con ahusamiento gradual (con disminución suave del diámetro conforme a la altura), que para árboles con un ahusamiento mayor.

Los modelos de Kozak y Newnham predicen adecuadamente la tendencia sigmoideal de la relación diámetro-altura para árboles de la especie *P. teocote* (Figura 1) Sin embargo, el segundo modelo presentó un mejor ajuste porque estimó con mayor exactitud los diámetros a la base del fuste, el primer modelo sobrestimó estos valores. Este último comportamiento es apreciable en casi todas las categorías diamétricas. Ninguno de los dos modelos predice correctamente los diámetros de árboles mas cilíndricos. Esto se pudo corroborar cuando se graficaron los errores promedio de los dos modelos para el 10 % de los árboles contra el coeficiente de forma de los fustes: las desviaciones promedio se incrementaron con la cilindridad para ambas especies.

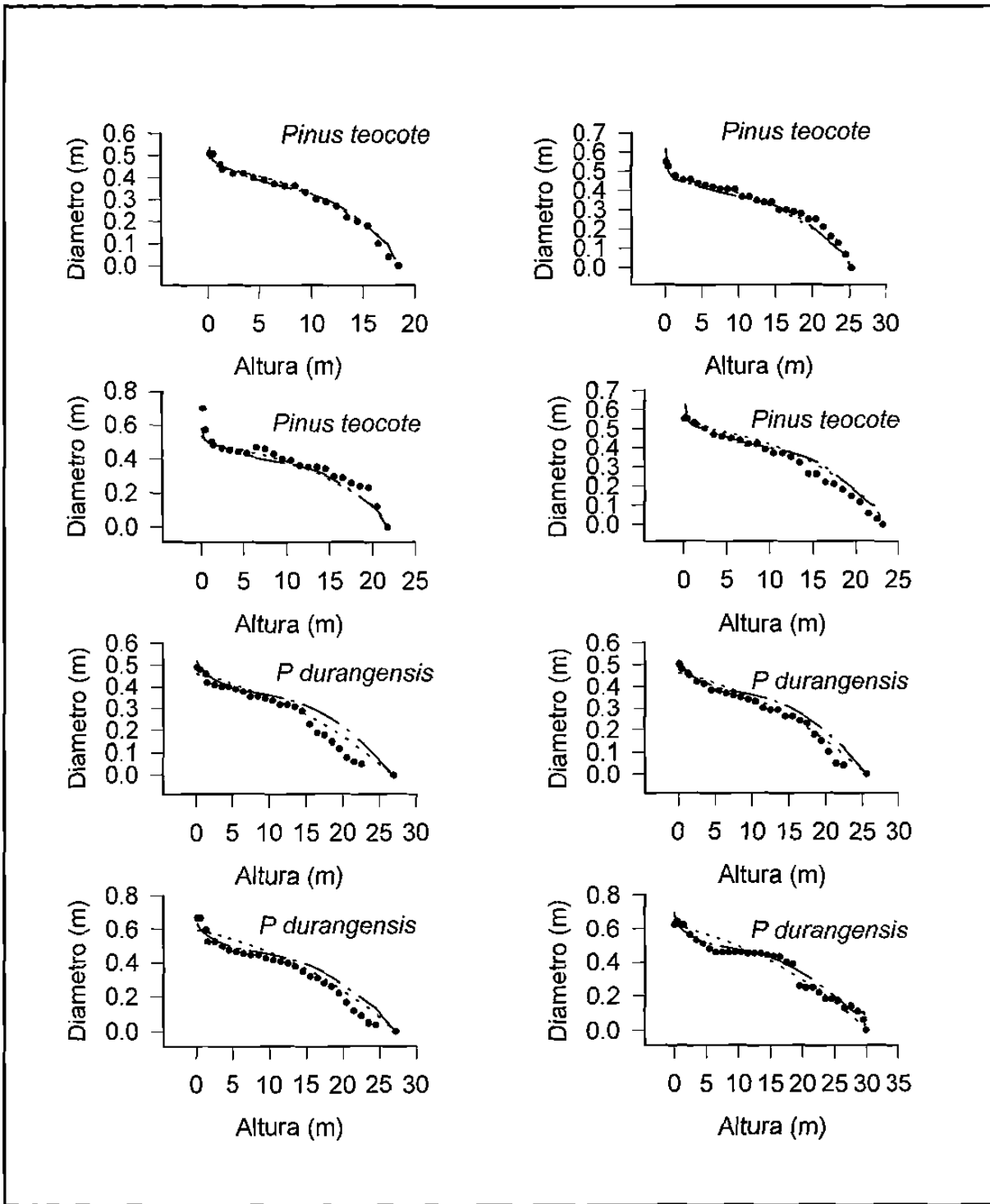


Figura 2. El ajuste de los modelos de ahusamiento de Kozak (-.-.-) y Newnham (.....) a los perfiles fustales de *Pinus durangensis* y *Pinus teocote* para tres clases diamétricas.

6. CONCLUSIONES.

Se analizaron los perfiles fustales de 221 y 194 árboles para ajustar y 25 y 21 árboles para probar la bondad de ajuste de cuatro modelos de ahusamiento (Kozak, Newnham, variable combinada y Clutter) a las especies de *Pinus durangensis* y *Pinus teocote*, respectivamente. Los modelos de Kozak y de la forma variable de Newnham describieron en forma más precisa los diámetros de los fustes y los volúmenes totales de *P. durangensis* y *P. teocote*, respectivamente. Con esta justificación se recomienda del uso de estos modelos dentro del Programa de Manejo Forestal del Ejido Vencedores, Durango, México.

7. RECONOCIMIENTOS.

Los autores de este reporte de investigación desean hacer patente su agradecimiento al personal técnico de la UCODEFO No 4 de Durango, México. Este reporte es parte de la tesis de Maestría en Ciencias del autor principal y forma parte del proyecto de investigación 2452P-N financiado por el CONACyT.

8. LITERATURA CITADA

1. Amidon, E. L., 1984. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed conifer species in California. For. Sci. 30: 166-171.

2. Biging, G. S., 1984. A compatible volume-taper function for Alberta trees. *For.Sci.* 30: 1103-1117.
3. Cao, Q.V., Burkhart, H.E., and Max, T.A., 1980. Evaluation of two methods for cubic volume prediction of Loblolly Pine to any merchantability limit. *For. Sci.* 26: 71-80.
4. Clutter, J.L., 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *For. Sci.* 26: 117-120.
5. Demaerschalk, J. P., 1972. Converting volume equations to compatible taper functions. *For. Sci.* 18: 241-245.
6. Demaerschalk, J.,P., and A. Kozak, 1977. The whole bole system: a conditions dual equation system precise prediction of tree profiles. *Can. Jour. For. Res.* 7: 488-497.
7. Gray, H. R., 1956. The form and taper of forest- tree stems. Imperial Forest Institute, Oxford University. Oxford Inst. Pap. No 32.
8. Honer, T.G., 1964. The use of height and squared diameter ratios for the estimation of cubic foot volume. *For. Chron.* 40: 324-331.
9. Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.* 18:1363-1368.
- 10.Kozak, A., D. D. Munro., and J.H.G. Smith, 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chron* 45: 278-283.
- 11.Max, T.A. and H.E. Burkhart., 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.* 22: 21-31.
- 12.Martínez, M. 1948. Los pinos mexicanos. 2a ed. Editorial Botas. México. 361 p.
- 13.Muhairwe, L. E., V. M. May, and A. Kozak, 1994. Effects of adding tree, stand and site variables to Kozak's variable exponent taper equation. *Can. J. For. Res.*24: 252-259.

14. Nívar, J., Domínguez, P.A., Contreras, A., J.C. y Estrada, C. 1997. Ajuste de 7 modelos de ahusamiento a los perfiles fustales de *Pinus hartwegii* Lindl. del noreste de México. *Agrociencia* 31(1):73-81.
15. Newnham, R. M., 1988. A variable form taper function. For. Can. Petawawa Natl. For. Inst. Inf. Rep. PI-X-83.
16. Newnham, R. M., 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Can. J. For. Res.* 22: 210-223.
17. Ormerod, D.W., 1973. A simple bole model. *For. Chron.* 49: 136-138.
18. Ormerod, D.W. 1986. The diameter-point method for tree taper description. *Can. J. For. Res.* 16: 484-490.
19. Rustagi, K. P. and R. S. Loveless, 1991. Compatible variable-form volume and stem profile equations for Douglas-fir. *Can. J. For. Res.* 21:143-151.

CAPITULO VI

CONCLUSIONES GENERALES

Se analizaron los datos de 221 y 194 árboles para ajustar y 25 y 21 árboles de las especies *Pinus durangensis* y *Pinus teocote*, respectivamente para probar la bondad de ajuste de ocho ecuaciones de volumen dentro de las mas utilizadas según la literatura actual: 1) variable combinada de Spurr, 2) variable combinada en polinomial de 2do. grado, 3) la variable combinada en polinomial de 3er. grado, 4) modelo múltiple de tres parámetros, 5) Australiana, 6) modificada de Naslund, 7) Schumacher y Hall, y 8) variable combinada logarítmica a las especies de *Pinus durangensis* y *Pinus teocote*, respectivamente. Los estimadores del coeficiente de determinación, error estándar y sesgo sirvieron para probar la bondad de ajuste.

De acuerdo a un detallado análisis de los parámetros estadísticos y las tablas de volumen generadas, los resultados indicaron que los volúmenes de cualquier componente del árbol, incluyendo ramas, fuste o tocón, para las dos especies pueden ser estimados en forma satisfactoria con la ecuación de Schumacher y Hall. Para la estimación de volúmenes que incorporan las ramas se requiere ajustar aun mas estas ecuaciones, ya que su inclusión incrementa el coeficiente de variación.