

---

# CAPITULO 1

---

---

---

## INTRODUCCION

Actualmente no se cuenta con un libro de texto que cubra totalmente el programa de la materia de Control Electrónico de Motores de las carreras de Ingeniero en Control y Computación y de Ingeniero Electricista, de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Por lo que este material está pensado para subsanar, principalmente, esta carencia.

El propósito de este trabajo es el de introducir los fundamentos básicos sobre el control de motores eléctricos, tanto de corriente directa como de corriente alterna, empleando dispositivos y sistemas electrónicos de estado sólido. Además se pretende describir, analizar y comparar los componentes de estos sistemas de control, establecer las bases para el diseño de los controladores de sus sistemas reguladores y describir y analizar las aplicaciones industriales de los mismos.

Se pretende describir las características de los motores de corriente directa, determinar los parámetros que controlan su velocidad, los sistemas que pueden emplearse para regular dichos parámetros, los circuitos electrónicos de potencia que se emplean cuando la fuente es de corriente alterna y cuando la fuente es de corriente directa y los sistemas reguladores para estos motores.

Así mismo, se pretenden describir las características de los motores de inducción y los métodos que se pueden emplear para controlar su velocidad, en todos los casos: por medio de la variación del voltaje de estator, a frecuencia fija; por medio de la recuperación de la energía de deslizamiento y por medio de la variación de la frecuencia de la fuente, a voltaje variable y a corriente variable. Además, se pretenden describir los circuitos y los sistemas para desarrollar esos métodos de control.

Cabe mencionar que el temario que se pretende cubrir, en un solo semestre, para el curso de Control Electrónico de Motores es muy extenso, por tanto, es indispensable que el alumno disponga de este material, este es entonces, otro de los objetivos de la tesis, para poder cubrir el programa propuesto para esta materia.

Finalmente, al cumplir con el objetivo de elaborar los apuntes del curso de Control Electrónico de Motores nos permitirá disponer de un texto, con el que no cuenta actualmente la clase, para que los alumnos puedan seguir mas estrechamente el curso y para dar uniformidad a los cursos impartidos por distintos maestros.

## 1.1 DESCRIPCION DEL CURSO

El presente curso de Control Electrónico de Motores está dirigido principalmente a los alumnos de 9º semestre de la Carrera de Ingeniería en Control y Computación, así como a los alumnos de 9º semestre de la Carrera de Ingeniería Eléctrica. Sin embargo, también puede utilizarse por todos aquellos estudiantes, profesionistas y técnicos con conocimientos de Electrónica de Potencia y de Motores Eléctricos, que tengan necesidad y deseos de conocer como funcionan los sistemas electrónicos para el control de los motores eléctricos.

En este curso se analizan las diferentes configuraciones empleadas para controlar Motores Eléctricos de Corriente Directa, tanto para cuando la fuente disponible es de corriente alterna, utilizando rectificadores controlados, lo cual es el caso general, como para cuando la fuente disponible es de corriente directa, utilizando troceadores. También se analizan los distintos sistemas empleados para controlar a los Motores de Inducción de Jaula de Ardilla o de Rotor Debanado tanto para cuando se operan con una frecuencia constante como para cuando se operan con una frecuencia variable, en todos sus casos: voltaje variable - frecuencia constante, recuperación de la energía de deslizamiento, voltaje variable - frecuencia variable y corriente variable- frecuencia variable.

Al terminar el curso, el alumno será capaz de:

- 1.- Analizar la operación de los sistemas de control empleados para regular la velocidad de los Motores de Corriente Directa.
- 2.- Diseñar los componentes de los controladores en los reguladores para motores de Corriente Directa.
- 3.- Analizar la operación de los sistemas de control empleados para regular la velocidad de los Motores de Inducción.
- 4.- Analizar las aplicaciones de los sistemas de control de motores.

El curso está estructurado para un semestre realizando las siguientes actividades:

- 1.- Asistir 5 sesiones de clase teórica por semana y estudiar el material.
- 2.- Asistir 1 sesión doble por semana al laboratorio para hacer el trabajo práctico.
- 3.- Entregar los reportes correspondientes al trabajo práctico
- 4.- Presentar los exámenes teóricos correspondientes: 2 exámenes parciales.

Dado lo anterior, el alumno deberá dedicar al menos 12 horas por semana, en promedio, para realizar las actividades directamente relacionadas con el curso.

## 1.2 METODOLOGIA DEL CURSO

La propuesta metodológica que se plantea para la elaboración del programa del curso de Control Electrónico de Motores, es producto de la revisión curricular llevada a cabo en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, en la que se obtuvo un mapa curricular que permite visualizar la forma como se apoyan e integran los diferentes contenidos de las asignaturas del plan de estudios. Esta revisión y el mapa curricular resultante sirven como marco de referencia para la elaboración del programa analítico del curso.

Este curso de Control Electrónico de Motores es una propuesta de aprendizajes mínimos presentada a docentes y alumnos como la información básica con la que es necesario trabajar y que guardan una relación directa y concreta entre el programa de estudios y los apuntes. La validez de los aprendizajes propuestos por tanto, está en función del valor que estos tienen para desarrollar la formación de esta disciplina en particular y en su contribución al cumplimiento del curso bajo estudio.

El programa del curso no se presenta como una lista de objetivos de aprendizaje solamente, sino que incluye una explicación sobre el significado del curso, sobre sus propósitos y sobre su vinculación con el plan de estudios del que forma parte.

El programa de estudios es una guía fundamental, pues funciona como criterio de orientación para la selección y diseño de las actividades de aprendizaje; además, es un elemento de comunicación entre docentes y alumnos, porque al ser un instrumento de trabajo, genera compromisos para ambos, al orientar sus actividades y esfuerzos al logro de los aprendizajes que se han fijado como necesarios a partir del objetivo general del curso.

Los apuntes del curso de Control Electrónico de Motores corresponden a la instrumentación didáctica, que junto con el programa de estudios, ocupan momentos diferentes pero complementarios y necesarios de un mismo proceso; es decir, los apuntes del curso (instrumentación didáctica) hacen acopio de la experiencia y de las posibilidades personales tomando como base fundamental el programa de estudios. Se pretende, entonces, que aún con las diferencias individuales, todos los estudiantes logren los conocimientos propuestos.

### 1.2.1 Elementos del Programa

Este programa, en términos generales, consta de cuatro partes: la presentación general que incluye el significado del programa y establece las articulaciones con otros cursos del plan de estudios; la estructuración del contenido en temas, incluyendo además la fundamentación, la descripción, los objetivos generales y los objetivos de aprendizaje; la metodología con su propuesta de acreditación y la bibliografía.

Los elementos del programa, para el caso particular del curso de Control Electrónico de Motores, específicamente son:

#### 1.- PRESENTACION GENERAL:

1.1.- NOMBRE DE LA MATERIA: Es la denominación oficial del curso.

1.2.- NOMBRE DEL PROGRAMA: Está relacionado con el contenido formal del curso.

1.3.- UBICACION: Especifica el semestre y la(s) carrera(s) a la(s) que va dirigido el curso.

1.4.- REQUISITOS: Se especifican las relaciones que tiene esta asignatura con otras anteriores.

1.5.- SESIONES TOTALES: Especifica el número de horas clase programadas en el semestre.

1.6.- FRECUENCIA: especifica el número de sesiones por semana.

## 2.- ESTRUCTURACION DEL CONTENIDO:

2.1.- FUNDAMENTO DE LA MATERIA: Especifica la justificación del curso.

2.2.- DESCRIPCION DE LA MATERIA: Describe el contenido del curso en términos generales

2.3.- OBJETIVOS GENERALES DE LA MATERIA: Corresponde a los enunciados de los conocimientos, así como a las habilidades y aptitudes globales, que concretizan los productos de aprendizajes que se esperan lograr al final del curso y delimitan su profundidad y alcance, orientando el desglose de las unidades de aprendizaje.

2.4.- TEMARIO: Es la relación de temas y subtemas, que corresponden con los contenidos con los que se trabajará para lograr los objetivos generales.

2.5.- OBJETIVOS DE APRENDIZAJE: Son las descripciones de los aprendizajes que se espera que los alumnos logren durante el desarrollo de cada tema. Incluye los objetivos particulares y el tiempo estimado de estudio. Al formular los objetivos particulares se relacionan las ejecuciones concretas que el que aprende es capaz de hacer con los contenidos temáticos, para obtener enunciados que señalen claramente el resultado esperado de cada tema.

## 3.- METODOLOGIA Y PROPUESTA DE ACREDITACION:

3.1.- METODOLOGIA: Es la descripción de la forma como se organizará el aprendizaje de los estudiantes.

3.2.- CRITERIO DE EVALUACION: Es el diseño del sistema que se empleará para evaluar cada tema y el curso en general.

4.- BIBLIOGRAFIA: Aquí se especifican los materiales bibliográficos (libros, artículos de revistas, etc.) que están relacionados con cada tema en particular o con el curso en general.

### 1.2.2 Programa del Curso de Control Electrónico de Motores

NOMBRE DE LA MATERIA:	CONTROL ELECTRONICO DE MOTORES
NOMBRE DEL PROGRAMA:	CONTROL ELECTRONICO DE MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA Y ALTERNA
UBICACION:	9o. SEMESTRE DE LA CARRERA DE ICC 9o. SEMESTRE DE LA CARRERA DE IE
REQUISITOS:	ELECTRONICA DE POTENCIA MAQUINAS ELECTRICAS III ( O EN PARALELO PARA IE)
SESIONES TOTALES:	80 UNIDADES
FRECUENCIA:	5 UNIDADES/SEMANA

#### FUNDAMENTO DE LA MATERIA:

Los motores eléctricos proporcionan una fuente de energía para el equipo industrial, lo cual ha enfocado la atención en el diseño, construcción y mantenimiento del equipo para controlarlos.

#### DESCRIPCION DE LA MATERIA:

Este curso tratará acerca de la regulación de motores de corriente directa y corriente alterna y de los sistemas de control de posición y velocidad que pueden ser desarrollados usando éstos, considerando los diferentes tipos de convertidores en base a semiconductores de potencia y las fuentes de alimentación disponibles, corriente directa y corriente alterna.

#### OBJETIVOS GENERALES DE LA MATERIA:

Describir, analizar y comparar los componentes de los sistemas de control, para motores de corriente directa y corriente alterna, describir y analizar las aplicaciones industriales de los mismos, eligiendo el sistema adecuado en función de su aplicación.

#### TEMARIO:

- I.- SISTEMAS DE CONTROL DE MOTORES
- II.- CONTROL DE VELOCIDAD EN MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA
- III.- CONVERTIDORES DE FASE CONTROLADA
- IV.- CONVERTIDORES DE C-D A C-D
- V.- REGULADORES PARA MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA
- VI.- MOTORES DE INDUCCION
- VII.- CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION POR EL VOLTAJE DE ESTATOR
- VIII.- CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION POR LA ENERGIA DE DESLIZAMIENT

- IX.- CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES
- X.- CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y CORRIENTE VARIABLES

## **OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:**

### **I.- SISTEMAS DE CONTROL DE MOTORES**

**OBJETIVO PARTICULAR.-** Durante el desarrollo de esta unidad, se describirán y analizarán los elementos principales de un sistema de control de motores y sus características.

Para lograr el objetivo de la presente unidad el alumno deberá:

1. Describir e identificar los elementos de un sistema regulador de velocidad.
2. Describir las características de los reguladores.

Tiempo estimado de estudio, 6 unidades.

### **II.- CONTROL DE VELOCIDAD EN MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA**

**OBJETIVO PARTICULAR.-** Durante el desarrollo de esta unidad, se describirán y analizarán los diferentes métodos de control de velocidad de motores de corriente directa.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Describir y analizar los métodos mediante los que se puede regular la velocidad en motores de corriente directa.
2. Desarrollar las ecuaciones para un motor de corriente directa excitado por separado y su carga.
3. Describir la operación en estado estable del sistema de control de velocidad.

Tiempo estimado de estudio, 7 unidades.

### **III.- CONVERTIDORES DE FASE CONTROLADA**

**OBJETIVO PARTICULAR.-** Durante el desarrollo de esta unidad, se identificarán y calcularán los circuitos convertidores de fase controlada y se emplearán como módulos de potencia de los circuitos controladores de velocidad de motores de corriente directa.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Describir y analizar la operación del circuito convertidor monofásico de media onda con motor como carga.

2. Describir y analizar la operación del circuito convertidor monofásico de onda completa con motor como carga.
3. Describir y analizar la operación de los circuitos convertidores trifásicos con motor como carga.
4. Describir y analizar la operación del convertidor dual con el motor como carga.

Tiempo estimado de estudio, 15 unidades.

#### IV.- CONVERTIDORES DE C-D A C-D

OBJETIVO PARTICULAR.- Durante el desarrollo de esta unidad, se analizará la operación de los circuitos troceadores (Choppers), empleados en los controladores de velocidad de los motores de corriente directa.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Explicar y analizar el circuito troceador con operación en un cuadrante.
2. Describir y analizar los circuitos de control para troceadores y un diagrama a bloques del regulador.

Tiempo estimado de estudio, 8 unidades.

#### V.- REGULADORES PARA MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA

OBJETIVO PARTICULAR.- Durante el desarrollo de esta unidad, se describirán los distintos tipos de sistemas reguladores para motores de corriente directa, se seleccionarán los componentes de los controladores de los mismos y se esbozará la aplicación de los reguladores en los sistemas industriales.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Describir las principales funciones de un regulador.
2. Describir y comparar los métodos de regulación empleados.
3. Describir y analizar los tipos de reguladores más empleados.

Tiempo estimado de estudio, 10 unidades.

#### VI.- MOTORES DE INDUCCION

OBJETIVO PARTICULAR.- Durante el desarrollo de esta unidad, se describirán y analizarán los métodos de control de velocidad para motores de corriente alterna.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Describir y explicar las ventajas y desventajas en el control de velocidad de los motores de inducción.

2. Describir el circuito equivalente del motor de inducción.
3. Describir y analizar la operación del motor de inducción con el voltaje y la frecuencia constantes.
4. Describir los métodos de control de velocidad de los motores de inducción.
5. Describir el control de velocidad mediante la variación de la resistencia del circuito del rotor.
6. Describir el control de velocidad mediante la variación del voltaje en terminales.
7. Describir el control de velocidad mediante la variación de la frecuencia de la fuente.

Tiempo estimado de estudio, 6 unidades.

#### VII.- CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION POR EL VOLTAJE DE ESTATOR

**OBJETIVO PARTICULAR.-** Durante el desarrollo de esta unidad, se analizarán los sistemas de regulación de velocidad para motores de inducción por control de voltaje primario y frecuencia de estator fija.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Describir el control de velocidad por voltaje de estator variable.
2. Explicar y analizar los principios teóricos del control del voltaje de estator.
3. Describir los circuitos básicos para controlar el voltaje del estator.

Tiempo estimado de estudio, 5 unidades.

#### VIII.- CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION POR LA ENERGIA DE DESLIZAMIENTO

**OBJETIVO PARTICULAR.-** Durante el desarrollo de esta unidad, se describirán y analizarán los sistemas de regulación para motores de rotor devanado.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Explicar y describir el control de velocidad mediante la recuperación de la energía del rotor.
2. Describir y analizar los principios teóricos de la recuperación de la energía del rotor.
3. Describir y analizar el convertidor estático sub-sincrónico en cascada.
4. Describir y analizar el sistema de potencia constante.

Tiempo estimado de estudio, 5 unidades.



### IX.- CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES

OBJETIVO PARTICULAR.- Durante el desarrollo de esta unidad, se analizarán los sistemas de regulación de velocidad para motores de inducción mediante la variación de voltaje y frecuencia.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Describir las posibles configuraciones en la conexión de convertidores con un inversor fuente de voltaje.
2. Describir el inversor fuente de voltaje trifásico.
3. Explicar las ventajas y desventajas en las posibles configuraciones en la conexión de convertidores.
4. Describir y analizar los métodos de control para el inversor fuente de voltaje.
5. Explicar el comportamiento de un motor con V/F constante y V/F variable.
6. Explicar y analizar las características par-velocidad.
7. Describir los rangos de los inversores.
8. Describir las posibles configuraciones en la conexión de convertidores con un inversor fuente de corriente.
9. Describir el inversor fuente de corriente trifásico.
10. Describir y analizar la operación del motor de inducción con fuente de corriente de frecuencia variable.

Tiempo estimado de estudio, 10 unidades.

### X.- CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y CORRIENTE VARIABLES

OBJETIVO PARTICULAR.- Durante el desarrollo de esta unidad, se analizarán los sistemas de regulación de velocidad para motores de inducción mediante la variación de corriente y frecuencia

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Describir las posibles configuraciones en la conexión de convertidores con un inversor fuente de corriente.
2. Describir el inversor fuente de corriente trifásico.
3. Describir y analizar la operación del motor de inducción con fuente de corriente de frecuencia variable.

Tiempo estimado de estudio, 8 unidades.

## **METODOLOGIA**

Cada semestre, antes de iniciar el curso, se reúne la academia a la que pertenecen todos los maestros que imparten la materia, y a su criterio se establece la forma de llevar el curso para la mejor obtención de los objetivos trazados en el programa.

## **CRITERIO DE EVALUACION:**

Siguiendo los lineamientos, leyes y reglas de la U.A.N.L. y la F.I.M.E., se establece en las juntas de academia la mejor forma de evaluar el logro de los objetivos del programa.

## **BIBLIOGRAFÍA:**

POWER SEMICONDUCTOR CIRCUITS  
S.B. DEWAN, A. STRUGHEN  
JOHN WILEY & SONS.

POWER SEMICONDUCTOR DRIVES  
S.B. DEWAN, G.R. SLEMON, A. STRUGHEN  
JOHN WILEY & SONS.

SOLID STATE D-C DRIVES  
ALEXANDER KUSCO  
COLONIAL PRESS INC.

ELECTROMECHANICAL DEVICES  
FOR ENERGY CONVERSION & CONTROL  
VICENTE DEL TORO  
PRENTICE HALL INC.

CONTROL ELECTRONICO DE MOTORES  
DE CORRIENTE DIRECTA  
R. CHUPRADE, F. MILSANT  
GUSTAVO GILI S. A.

CONTROL ELECTRONICO DE MOTORES  
DE CORRIENTE ALTERNA  
ROBERT CHUPRADE  
GUSTAVO GILI S. A.

ELECTRONICA DE POTENCIA  
RAYMOND RAMSHAW  
MARCOMBO BOIXAREU EDITORES

THYRISTOR CONTROL OF A. C. MOTORS  
S. M. D. MURPHY  
PERGAMON PRESS

ELECTRIC MACHINES AND DRIVES  
GORDON R. SLEMON  
ADDISON WESLEY

VARIABLE SPEED DRIVES  
PRINCIPES AND APLICACIONES FOR ENERGY COST SAVING  
DAVID W. SPITZER  
ISA

TIRISTORES Y TRIACS  
HENRI LILEN  
ALFA OMEGA MARCOMBO BOIXAREU EDITORES

ELECTRONICA INDUSTRIAL  
DISPOSITIVOS Y SISTEMAS  
TIMOTHY J. MALONEY  
PRENTICE HALL INC.

ELECTRONICA DE POTENCIA  
CIRCUITOS DISPOSITIVOS Y APLICACIONES  
MUHAMMAD H. RASHID  
PRENTICE HALL INC.

AJUSTABLE SPEED AC DRIVE SYSTEMS  
BIMAL K. BOSS  
IEEE PRESS

POWER ELECTRONICS CONTROL OF AC MOTORS  
J. M. D. MURPHY, F. G. TURNBULL  
PERGAMON PRESS

CONTROL OF ELECTRICAL DRIVES  
W. LEONHARD  
SPRINGER - VERLAG

---

# CAPITULO 2

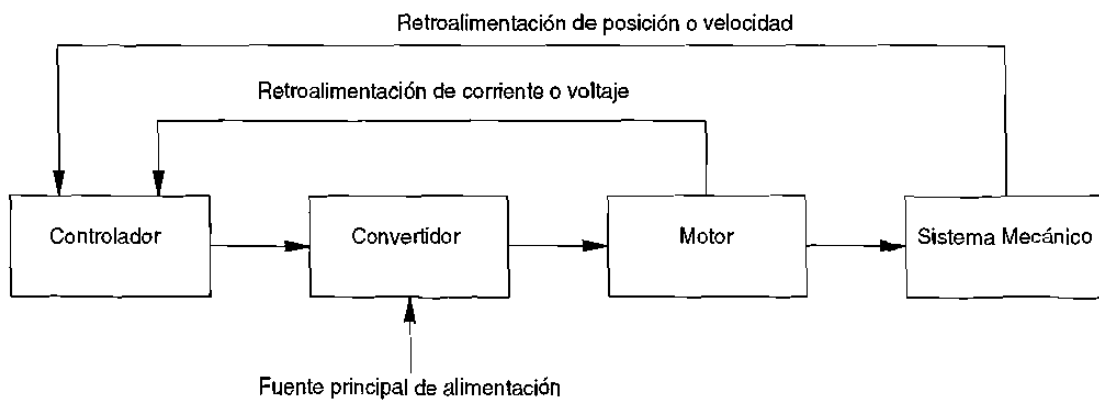
---

---

## ACCIONAMIENTOS PARA MOTORES

### 2.1 ELEMENTOS DE UN SISTEMA DE ACCIONAMIENTO

Los motores eléctricos proporcionan la mayor parte de la energía mecánica requerida en los procesos industriales, en un amplio rango de potencia, desde unos pocos watts hasta varios miles de kilowatts; de ahí la importancia de ellos. Así mismo, dado que los motores están siempre acoplados a la máquina que arrastran, la naturaleza del sistema mecánico debe especificarse claramente para poder hacer una buena elección, tanto del motor como de su sistema de control, requeridos para una cierta aplicación.



**Figura 1.1 Elementos de un Sistema de Accionamiento.**

El motor elegido así como la fuente de energía eléctrica disponible (corriente directa o corriente alterna), determinan el sistema de conversión requerido, lo mismo que el controlador o

sistema de control necesario para operarlo. La figura 2.1 muestra un diagrama de bloques que ilustra los elementos principales de un sistema de accionamiento eléctrico.

El motor, el convertidor y el controlador dependen de la carga mecánica y de las condiciones en las que ésta deba ser manejada, así como de la fuente de potencia eléctrica disponible; por tal motivo, el sistema mecánico debe especificarse claramente antes de llevar a cabo alguna selección o diseño de los otros componentes de un sistema de accionamiento.

## 2.2 EL SISTEMA MECANICO

El sistema mecánico es visto por el motor como un par que debe ser aplicado a un eje por el acoplamiento del motor. Se llama característica mecánica a la curva del par en función de la velocidad. Esta característica debe definirse para determinar los puntos de funcionamiento del conjunto motor-carga. Para operación en estado estable, esta definición puede hacerse en términos de un diagrama par-velocidad de cuatro cuadrantes como el que se muestra en la figura 2.2, en la cual  $\omega_m$  es la velocidad de rotación del motor o del eje gobernado, y  $T_L$  es el par de acoplamiento desarrollado por el motor o el par presentado en la carga por el eje del sistema mecánico.



Figura 1.2 Diagrama Par - Velocidad de Cuatro Cuadrantes.

El primer cuadrante en la figura 2.2 se refiere al motorizado hacia adelante normal (directa). En el segundo cuadrante el sistema mecánico demanda un par negativo para proporcionar frenado (frenado en directa). En el tercer cuadrante, el par y la dirección de rotación se han invertido, las condiciones de operación son similares a las del primer cuadrante, así que se tiene un motorizado

en reversa en este cuadrante. Para el cuarto cuadrante, se alcanza una condición similar a la del segundo cuadrante, pero en sentido de rotación opuesto; es decir, se tiene un frenado en reversa.

Los componentes de un par de carga que más comúnmente se encuentran en un accionamiento, son:

- 1.- **El Par de Fricción.** Es el par usado para accionar un sistema mecánico sin hacer ningún trabajo adicional.
- 2.- **El Par de Viento.** Es el par resistente provocado por el aire al rededor de las partes en movimiento de un mecanismo.
- 3.- **El Par de Aceleración.** Es el par desarrollado bajo condiciones transitorias y se usa para sobreponerse a la inercia del mecanismo. Puede ser positivo o negativo (Aceleración o Desaceleración).
- 4.- **El Par de Trabajo Mecánico.** Es el par que depende de la carga en particular y queda definido por ésta.

Tanto el par de fricción como el par de viento, pueden aproximarse según la ecuación 2.1:

$$T_B = B \omega_m \quad (2.1)$$

donde:  $B$  = constante del sistema  
 $\omega_m$  = velocidad angular

El par requerido para acelerar las partes en movimiento del sistema (Par de Aceleración) puede expresarse como:

$$T_J = J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2.2)$$

donde:  $J$  = inercia rotacional del sistema.

El par usado en el trabajo mecánico será una función de  $\omega_m$  peculiar a la carga y puede definirse por:

$$T_W = T(\omega_m) \quad (2.3)$$

El par de salida del motor puede entonces expresarse como:

$$T_L = J \frac{d\omega_m}{dt} + B \omega_m + T_W \quad (2.4)$$

Debido a que el motor en sí mismo posee inercia, fricción y resistencia al viento, el par desarrollado en una máquina eléctrica ( $T$ ) es diferente al par de salida ( $T_L$ ), pero si se corrigen los factores  $B$  y  $J$  para incluir las cantidades del motor reflejadas en la carga, entonces:

$$T = T_L + J_m \frac{d\omega_m}{dt} + B_m \omega_m = J_e \frac{d\omega_m}{dt} + B_e \omega_m + T_W \quad (2.5)$$

$T$  puede calcularse con los parámetros del motor y la naturaleza del convertidor de potencia.

Generalmente el componente más importante del par desarrollado por el motor ( $T$ ) es el que se usa en el trabajo mecánico ( $T_W$ ), descrito en la ecuación 2.3. Cada tipo de accionamiento es un caso especial, y es necesario entonces, discutir algunos ejemplos específicos en relación al diagrama par -velocidad de la figura 2.2.

### 2.2.1 Compresor

El par de carga presentado por un compresor que alimenta un sistema de presión constante tiene muy poca variación con la velocidad, como se ilustra en la figura 2.3, es fácilmente linealizable (Prácticamente el par es constante) y normalmente es unidireccional (Sólo trabaja en el primer

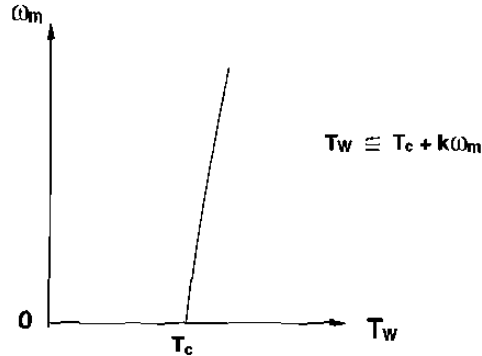


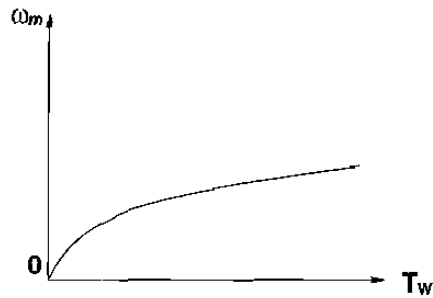
Figura 2.3 Característica de Par de Carga de un Compresor.

cuadrante del diagrama Par - Velocidad).

### 2.2.2 Bomba Centrífuga o Ventilador

En este tipo de accionamiento no hay inversión de giro y se tiene un frenado proporcionado por el fluido bombeado. Una aproximación cercana a la característica de par es:

$$T_W = k \omega_m^2 \quad (2.6)$$



**Figura 2.4 Característica de Par de Carga para una Bomba Centrífuga o Abanico.**

donde:  $k = \text{constante}$

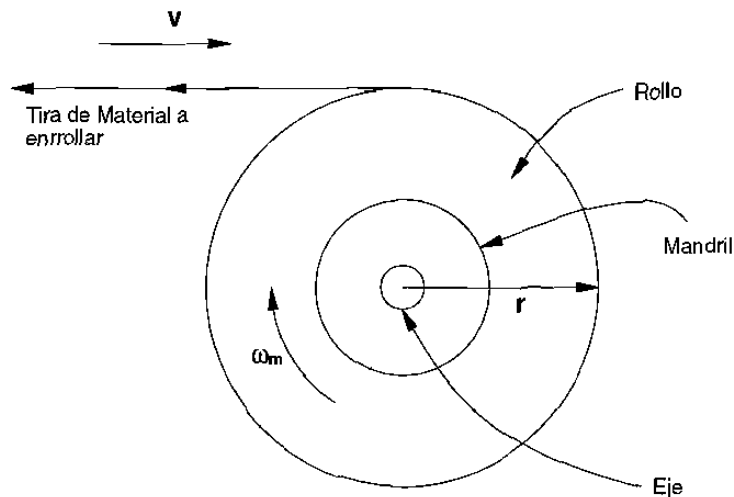
La figura 2.4 muestra la característica de carga para este tipo de sistemas.

### 2.2.3 Accionamiento a Potencia Constante

En aplicaciones tales como enrolladores de cinta de acero, plástico o papel, se requiere potencia constante en un rango amplio de velocidad, según se muestra en la figura 2.5.

Para que un rollo se forme satisfactoriamente, la tensión en la cinta debe mantenerse constante; lo cual puede expresarse por la fuerza  $f$  actuando tangencialmente sobre el rollo:

$$T_w = f r \quad (2.7)$$



**Figura 2.5 Sistema Enrollador**



donde:  $r$  = radio del rollo

La cinta surge desde los rollos a velocidad lineal constante  $v$ . De tal manera que una revolución del rollo toma  $2\pi r / v$  segundos y su velocidad de rotación es:

$$\omega_m = \frac{v}{r} \quad (2.8)$$

La potencia ejercida por el accionamiento es:

$$P = f v = T_W \omega_m \quad (2.9)$$

la cual es constante debido a que  $f$  y  $v$  son constantes.

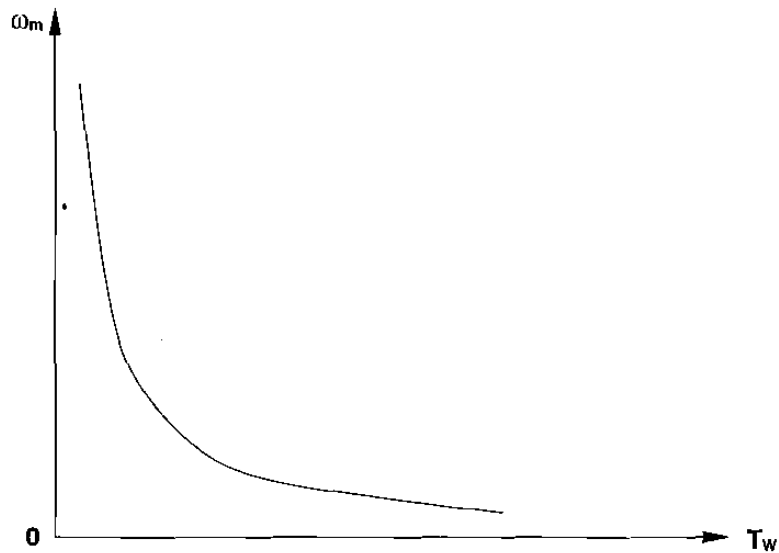
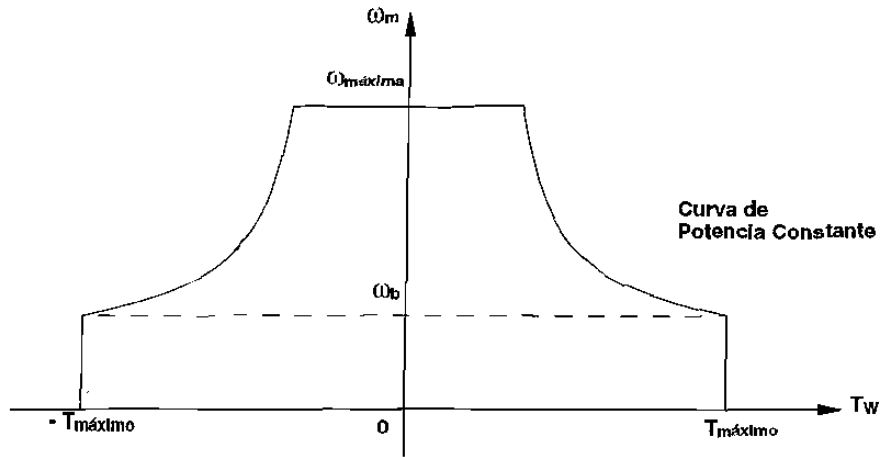


Figura 2.6 Curva de Potencia Constante.

Conforme  $r$  se incrementa,  $T_W$  aumenta y  $\omega_m$  debe disminuir. La curva  $\omega_m$  contra  $T_W$  es una hipérbola y se muestra en la figura 2.6.

### 2.2.4 Accionamiento para Transporte

Debido a que nunca es necesario para un vehículo moverse en reversa sin antes detenerse para permitir el switcheo, un accionamiento para transporte se considera que opera en los primeros



**Figura 2.7 Característica Par - Velocidad Para un Accionamiento Usado en Sistemas de Transporte.**

dos cuadrantes del diagrama Par - Velocidad, pero dentro de los límites mostrados en la figura 2.7. El motorizado y el frenado en reversa, no difieren de la operación en directa. La característica particular de los accionamientos para transporte es la alta inercia del sistema mecánico.

La envolvente de la curva Par - Velocidad en la figura 2.7 muestra los límites del sistema en la fuente, en el convertidor y en el motor. Dado que una de las partes más importantes del ciclo de operación es aquella en la que el vehículo está siendo acelerado, se elegirá el motor que desarrolle el par de aceleración requerido  $T_{\text{máximo}}$ . La velocidad base  $\omega_b$  está determinada por el límite máximo de potencia que puede enviarse a las terminales del motor a través del convertidor desde la fuente. La curva de potencia constante, queda dictada entonces por esta limitación. La máxima velocidad del motor está relacionada directamente a la máxima velocidad del vehículo.

La figura 2.8 muestra una curva velocidad - tiempo que puede considerarse típica para un moderno sistema de transporte. En distancias cortas entre estación y estación, la corrida libre indicada no ocurre, pasando del período de aceleración directamente al de frenado regenerativo.

El área bajo la curva velocidad - tiempo da la distancia cubierta, pero esta curva puede reemplazarse por una curva trapezoidal (mostrada en líneas punteadas), en la cual tanto la aceleración inicial  $a_1$  y la desaceleración por frenado  $a_2$  no han cambiado de las verdaderas. La velocidad en *corrida libre*, sin embargo, se ha reducido un poco. Tomando en cuenta lo anterior, la velocidad promedio  $\bar{v}$  para una distancia dada  $D$  es:

$$\bar{v} = \frac{D}{\tau} \quad (2.10)$$

donde:  $\tau$  = tiempo entre estación y estación

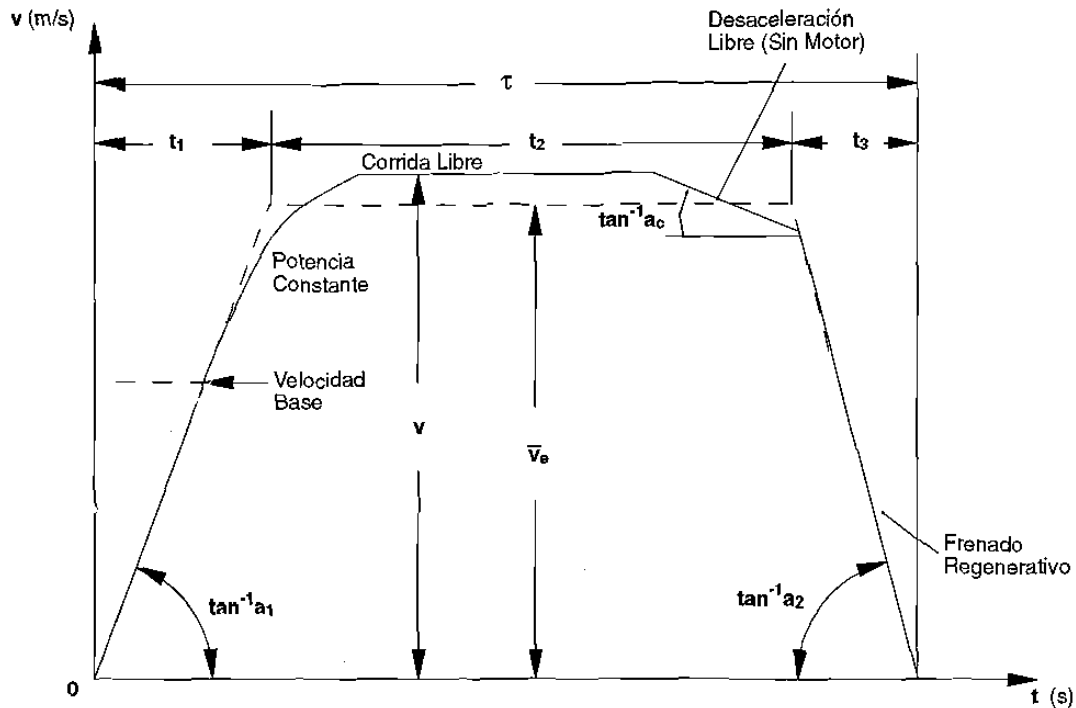


Figura 2.8 Curva Velocidad - Tiempo Para un Sistema de Transporte Moderno.

Para la curva trapezoidal:

$$D = \bar{v}_e [(1/2)t_1 + t_2 + (1/2)t_3] = \bar{v}_e \tau - (1/2)\bar{v}_e^2 [(1/a_1) + (1/a_2)] \quad (2.11)$$

### Ejemplo 2.1

Un tren subterráneo tiene una parada por cada kilómetro y medio, el horario de tiempo por estación es de **170 s**. En cada estación dura detenido **20 s**. Determine la curva trapezoidal velocidad - tiempo así como la velocidad promedio a la que corre si la aceleración es de **.8 m/s<sup>2</sup>** y la desaceleración en el frenado es de **1.3 m/s<sup>2</sup>**.

### Solución

tiempo entre estación y estación:  $\tau = 170 - 20 = 150 \text{ s}$

velocidad promedio:  $\bar{v}_v = \frac{1500}{150} = 10 \text{ m/s}$

$$D \approx 1500 = 150 \bar{v}_e - (1/2)\bar{v}_e^2 [(1/0.8) + (1/1.3)]$$

de donde:

$$\bar{v}_e = 10.78 \text{ m/s}$$

$$t_1 = \frac{\bar{v}_e}{a_1} = \frac{10.78}{0.8} = 13.48 \text{ s}$$

$$t_3 = \frac{\bar{v}_e}{a_2} = \frac{10.78}{1.3} = 8.29 \text{ s}$$

$$t_2 = 150 - (13.48 + 8.29) = 128.22 \text{ s}$$

$$\text{Distancia acelerando} = \frac{1}{2} \bar{v}_e t_1 = \frac{1}{2} (10.78)(13.48) = 72.66 \text{ m}$$

$$\text{Distancia en corrida libre} = \bar{v}_e t_2 = (10.78)(128.22) = 1382.62 \text{ m}$$

$$\text{Distancia de frenado} = \frac{1}{2} \bar{v}_e t_3 = \frac{1}{2} (10.78)(8.29) = 44.72 \text{ m}$$

$$D = 72.66 + 1382.62 + 44.72 = 1500 \text{ m}$$

### 2.2.5 Grúas

Este accionamiento demanda operación en todos los cuadrantes del diagrama par - velocidad, aunque en algunos de ellos como en el segundo, solo se tiene operación durante transitorios, debido a la baja desaceleración y a que el frenado producido por la carga suspendida es considerable.

La variación de  $\omega_m$  contra  $T_L$  se muestra en la figura 2.9 en la que se incluyen el par de amortiguamiento  $T_B$  y el par de trabajo  $T_W$ .

Un elevador es un caso especial de grúa en el que se requiere una rápida aceleración; por lo tanto, la inercia del sistema debe tomarse en consideración para determinar la característica de par.

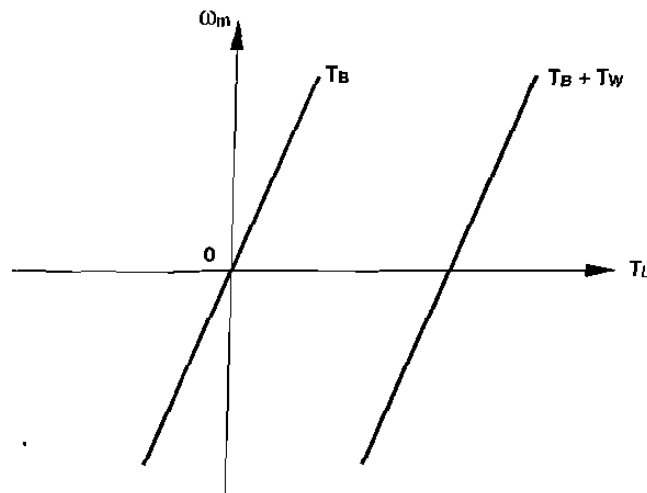


Figura 2.9 Características de Par Para una Grúa.

### 2.3 CARACTERÍSTICAS REQUERIDAS EN UN ACCIONAMIENTO

Una vez que se ha definido la característica par - velocidad demandada por la carga, es posible considerar la mejor combinación motor - controlador utilizable; tomando en cuenta además, la naturaleza de la fuente de potencia disponible.

Para determinar el punto de operación del conjunto motor - carga, basta con trazar sobre un mismo diagrama las características de par de ambos (Figura 2.10), el punto de intersección, da

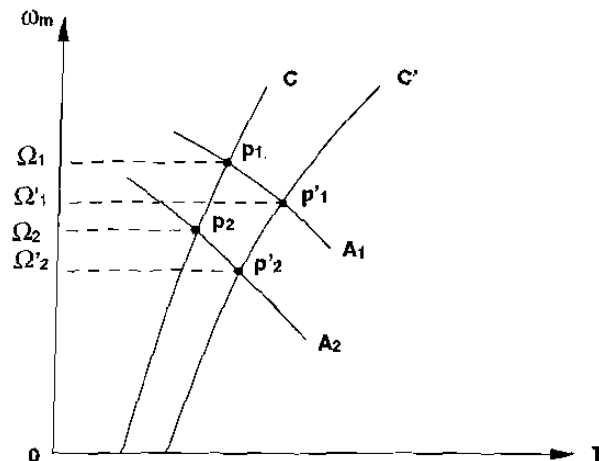


Figura 2.10 Puntos de Operación en Estado Estable.

el punto de operación. Sin embargo, si el controlador del motor puede establecerse en distintos valores, la característica del motor no será única, sino que será una familia de curvas, permitiendo varios puntos de intersección u operación. Así mismo, si cambian las condiciones de la carga se encontrarán otros puntos de operación.

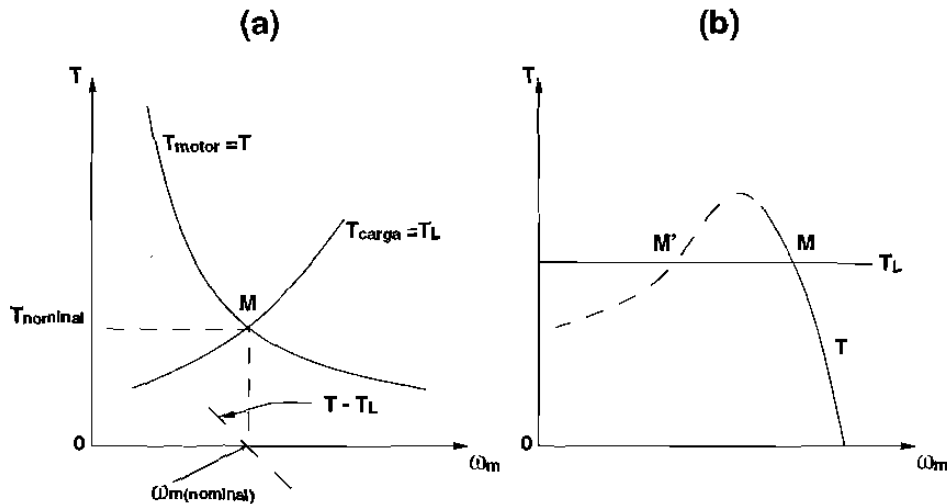


Figura 2.11 Estabilidad para un Conjunto Motor - Carga. (a) Sistema Estable (b) Puntos de Operación: Inestable (M') y Estable (M) para un Motor de Inducción Asíncrono.

### 2.3.1 Estabilidad

Para determinar las condiciones en que un conjunto motor - carga es estable, basta considerar la figura 2.11(a) en la que se grafican las características mecánicas de un motor y su carga, el punto de intersección es el punto de operación del conjunto. Si se supone que por una causa externa la velocidad del grupo decrece; entonces el par del motor se hace superior al par resistente de la carga. Así, al efecto externo se opone una acción interna que trata de devolver al conjunto a su velocidad inicial. Inversamente, si se actuara para aumentar la velocidad del grupo, el par resistente de la carga se haría superior al par motor y la acción interna también tendería a oponerse al efecto externo.

La condición de estabilidad se puede traducir matemáticamente escribiendo que la pendiente de la característica par motor ( $T$ ) - par de carga ( $T_L$ ) debe ser negativa, es decir:

$$\frac{\Delta(T - T_L)}{\Delta \omega_m} < 0 \quad (2.12)$$

Aplicando este resultado a un motor de inducción asíncrono conectado a una carga con un par resistente constante, se puede comprobar (Figura 2.11b) que hay dos puntos posibles de funcionamiento M y M', pero que sólo M es estable.

### 2.3.2 Velocidad Ajustable

Cuando el propósito de un sistema de accionamiento es controlar la velocidad, es ventajoso que las características del motor sean tan planas como sea posible, para permitir muy poco cambio de velocidad ante cambios en la carga.

En la figura 2.12 se muestran las características deseables para un accionamiento de velocidad ajustable. El par requerido por la carga en estado estable para cualquier condición de operación, debe ser menor que el límite de par (*Par Máximo*) establecido por el controlador. Lo anterior es necesario para permitir que el par del motor tenga algún margen disponible para acelerar el conjunto y estabilizarlo contra sobrecargas transitorias.

Si la operación en estado estable, plena carga, plena velocidad ocurre en el punto *p* (Figura 2.12), la regulación de velocidad del accionamiento se define como:

$$\text{regulación de velocidad} = \frac{\text{vel. sin carga} - \text{vel. a plena carga}}{\text{velocidad a plena carga}} \quad (2.13)$$

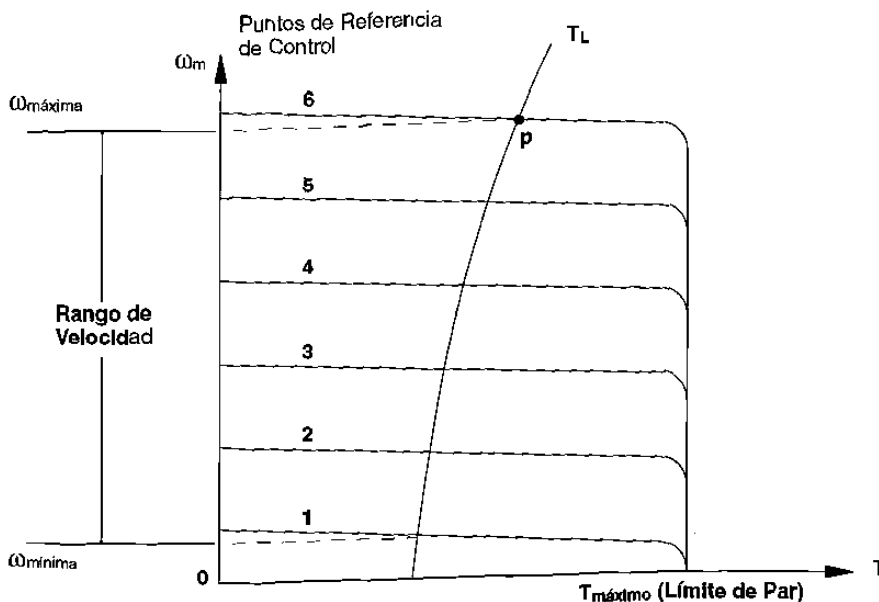


Figura 2.12 Características para un Accionamiento de Velocidad Ajustable.

Conforme las características se acercan a la horizontal (ideal), menor será el valor de la regulación de velocidad. Las velocidades máxima y mínima también suelen especificarse en un accionamiento, indicando la razón máxima a mínima que comúnmente es del orden de 6 a 1 y para propósitos especiales llega a ser de 50 a 1. Sin embargo, para los sistemas de control de posición,

así como para algunos accionamientos de velocidad variable, la velocidad del motor debe ser controlable desde el reposo.

### 2.3.3 Cambios de Velocidad

Cuando se hace un cambio de referencia (*velocidad deseada*) en un sistema de control de velocidad, el punto de operación del sistema se mueve desde la intersección de la característica de carga con una característica del accionamiento a la intersección de la característica de carga con una nueva característica del accionamiento. Las condiciones inicial y final en estado estable pueden representarse en un diagrama par - velocidad; sin embargo, lo que sucede entre estos dos estados estables depende de las propiedades dinámicas del sistema.

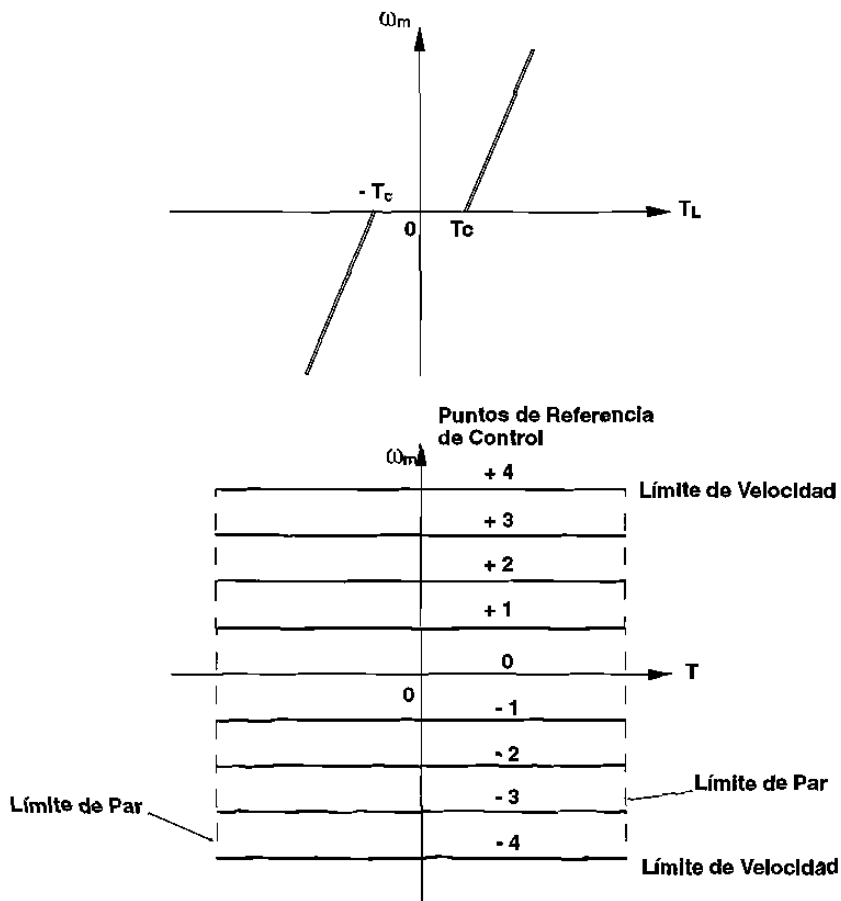


Figura 2.13 Características de Carga y de Control Idealizadas.



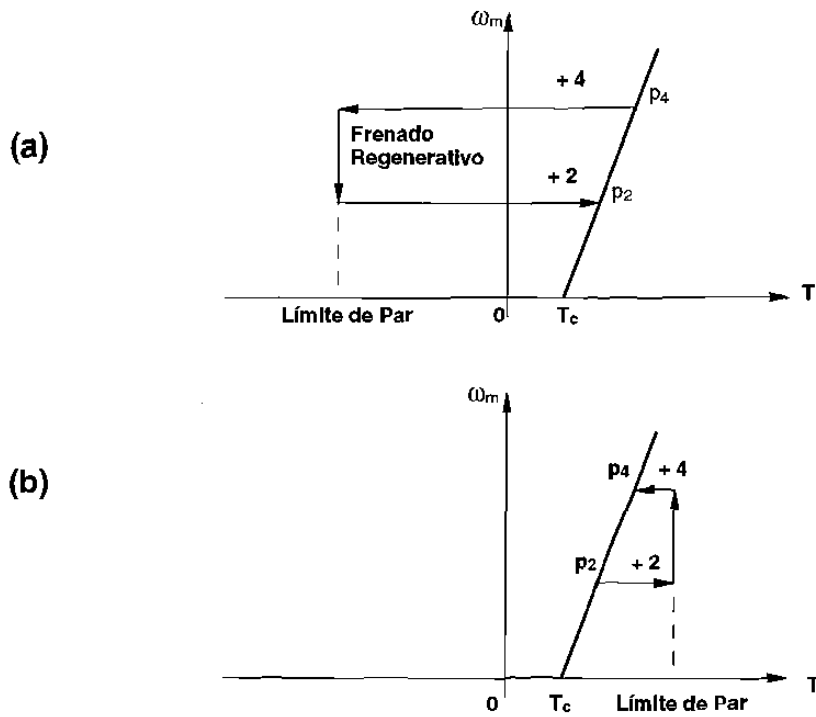


Figura 2.14 Cambios de Velocidad en Directa.

En la figura 2.13 se muestra la característica de carga de un sistema mecánico, en donde  $T_c$  representa el par de **fricción de coulomb**, la cual se opone al movimiento a todas las velocidades. También se muestra la característica del accionamiento para cuatro valores de referencia del control

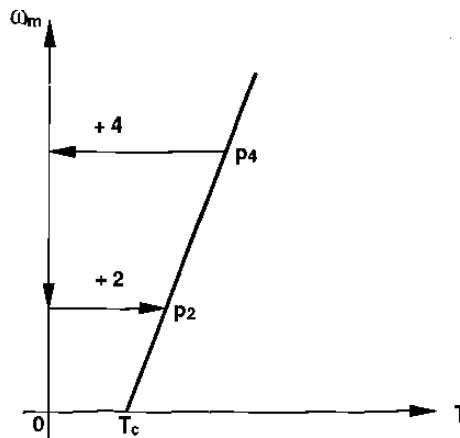


Figura 2.15 Reducción de Velocidad para un Sistema que Sólo Opera en un Cuadrante.

de velocidad positivas y cuatro negativas como líneas ideales horizontales entre los límites impuestos por el controlador.

Para realizar una reducción de velocidad, por ejemplo desde el punto de referencia **+4** al punto **+2**, el par debe cambiar instantáneamente desde el punto de operación **p<sub>4</sub>** hasta el límite de par negativo sobre la característica **+4**; ya que la velocidad no puede cambiar instantáneamente debido a la inercia mecánica, como se puede observar en la figura 2.14(a). El par negativo desacelera el motor, produciéndose durante esta acción un frenado regenerativo, hasta que se alcance la referencia de control de velocidad **+2**, en este momento, el punto de operación se regresa al primer cuadrante en el punto **p<sub>2</sub>**, alcanzándose un nuevo estado estable. Los movimientos horizontales de los puntos de operación se realizan instantáneamente. El regreso al punto de

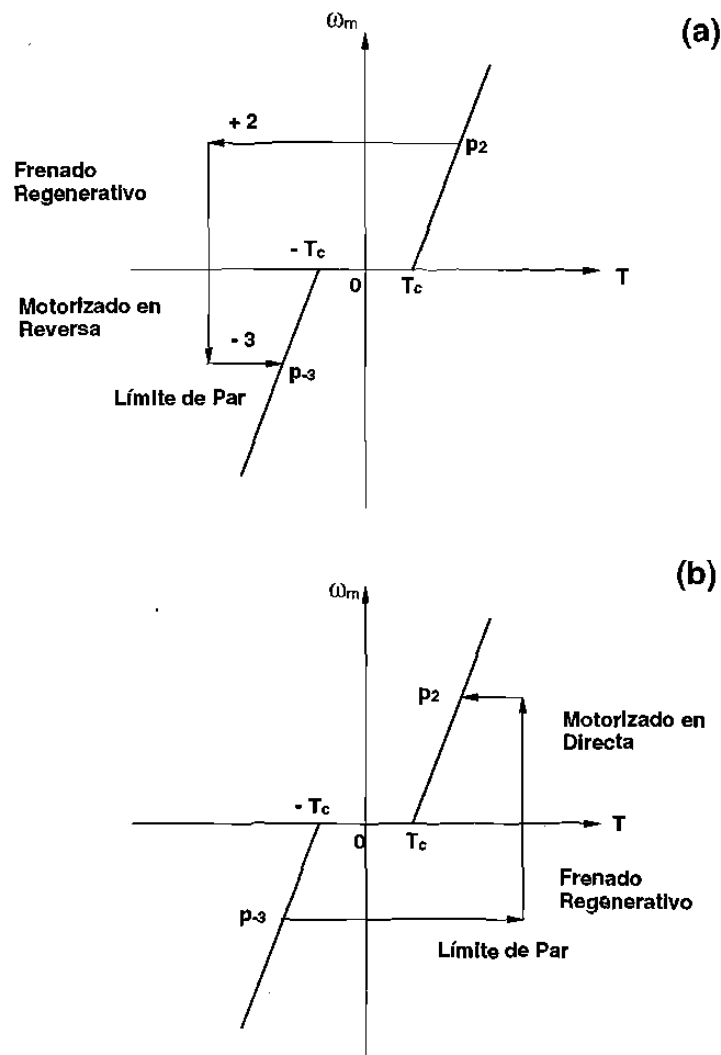


Figura 2.16 Inversiones de Sentido de Rotación.

operación original  $p_4$  se realiza enteramente en el primer cuadrante, como puede verse en la figura 2.14(b).

Si las características de carga y de control de la figura 2.13, sólo estuvieran presentes en el primer cuadrante; una reducción de velocidad semejante a la mostrada en la figura 2.14(a) no podría incluir la reducción de par hasta el límite de par negativo, sino que el par se reduciría hasta cero, así que el frenado regenerativo no se presenta, según se muestra en la figura 2.15. El regreso al punto de operación inicial se realiza exactamente igual al mostrado en la figura 2.14(b).

En la figura 2.16 se muestran transiciones de velocidad desde un punto de operación en el primer cuadrante (+2) hasta un punto de operación en el tercer cuadrante (-3) y viceversa.

## 2.4 FUENTE DE POTENCIA

La elección del convertidor de potencia, así como del motor; no pueden hacerse arbitrariamente ya que dependen, ambos, de la naturaleza de la fuente de potencia disponible. Una vez que se han escogido los elementos de un accionamiento y se ha llevado a cabo el diseño preliminar, es posible determinar si la fuente de potencia disponible satisface los requisitos del sistema de accionamiento, sobre todo en cuanto al rango de potencia máximo.

### 2.4.1 Fuentes de Corriente Alterna

Las fuentes de corriente alterna (C-A) monofásicas son adecuadas para sistemas que manejan 2 kW de potencia. Si se requiere manejar una potencia superior, es deseable que la fuente de C-A sea trifásica y para potencias mayores que 5 kW, el uso de la fuente de C-A trifásica es esencial. Sin embargo, éste no es el caso de los sistemas de tracción, en donde un vehículo recibe la potencia a través de un trole. Así que es importante que no se requieran más de dos conductores; por lo tanto, debe usarse una fuente monofásica.

### 2.4.2 Fuentes de Corriente Directa

No es común que en las plantas industriales se disponga de una fuente de corriente directa (C-D) para propósito general; entonces, si se desea una fuente de C-D en particular, debe obtenerse a través de alguna forma de conversión desde los sistemas de potencia de C-A.

Si se emplea la rectificación, debe considerarse algún arreglo que permita la regeneración, ya que un rectificador simple no puede regenerar. En un grupo motor - generador compuesto por un motor de C-A y un generador de C-D la regeneración es natural; sin embargo, es más costoso que un rectificador, aunque si el sistema es grande y el motor de C-A es sincrónico, se puede mejorar el factor de potencia de toda la planta.

Para los sistemas de tracción, se deben instalar grandes equipos de conversión capaces de regenerar en las subestaciones. La ventaja de la distribución de potencia de C-D en los sistemas de tracción guiados por riel, radica en que estos rieles pueden ser conductores, mientras que su uso como conductores en sistemas de potencia de C-A es prohibitivo debido a la alta auto-inductancia de los rieles de acero a la frecuencia convencional.

## 2.5 CONVERTIDORES Y MOTORES

Una vez definidas las características mecánicas de la carga y seleccionada la fuente de potencia, se deben seleccionar el motor y el convertidor. A menudo se considera al convertidor como formado por dos partes: el convertidor de potencia y la unidad de control. La tabla 2.1 lista los principales tipos de convertidores.

**Tabla 2.1**  
**Tipos de Convertidores**

Convertidor	Función de Conversión
Rectificadores Controlados o Convertidores de Fase Controlada	Voltaje de C-A de potencial y frecuencia fijos ó variable a voltaje de C-D de potencial variable.
Convertidores de C-D a C-D o Troceadores	Voltaje de C-D de potencial fijo a voltaje de C-D de potencial variable mayor o menor.
Controladores de Potencia de C-A	Voltaje de C-A de potencial fijo a voltaje de C-A de potencial variable a la misma frecuencia.
Inversores	Voltaje de C-D de potencial fijo o variable a voltaje de C-A de potencial y frecuencia fijos o variables.
Cicloconvertidores	Voltaje de C-A de potencial y frecuencias fijos a voltaje de C-A de potencial y frecuencia variables.

El motor puede ser de C-D o de C-A de inducción o sincrónico y debe seleccionarse para que no se sobrecargue ni quede sobrado en exceso, así mismo, la combinación motor - convertidor debe ser tal para que en el caso de que la fuente sea de C-A, el factor de potencia sea alto.

### RESUMEN

- 1.- Los elementos de un sistema de accionamiento son: El Controlador, El Convertidor, El Motor, El Sistema Mecánico y La Fuente de Potencia.
- 2.- El primer elemento a definirse en un sistema de accionamiento es el sistema mecánico, para ello se establece su característica par - velocidad. Esta característica puede ser lineal, cuadrática, a par constante y a potencia constante entre otros tipos.

- 3.- La intersección de la característica del motor con la característica de la carga establece el punto de operación del accionamiento y el traslado de un punto a otro depende de las características dinámicas del sistema.
- 4.- La selección de la fuente de potencia eléctrica depende de la disponibilidad y de la capacidad de potencia a manejar por el accionamiento.
- 5.- El motor y el convertidor así como su controlador asociado quedan definidos después de establecidas las características mecánicas y de la fuente del sistema.

## PROBLEMAS

- 2.1.- Se requiere un motor para accionar un enrollador de una tira de plástico. El mandril en el que se va a devanar la tira de plástico tiene **10 cm** de diámetro y con la tira enrollada alcanzará **30 cm** de diámetro. La tira emerge de la línea a una velocidad de **20 m/s**; la tensión requerida es de **10 kg**. El motor se acopla al mandril a través de un tren de engranes con una reducción de **1:2**. Se considera que los engranes son un **85%** eficientes a todas las velocidades. Determine los rangos de velocidad y de potencia requeridos por el motor para este servicio.
- 2.2.- Un tren se acelera uniformemente desde el reposo hasta una velocidad de **15 m/s** en un tiempo de **20 s**. La potencia se corta en seguida y el tren rueda libremente durante **40 s**. Al final de este período se aplican los frenos y el tren se detiene **70 s** después de haber arrancado. La desaceleración durante el rodado libre se supone constante a **0.045 m/s<sup>2</sup>**. Determine la distancia recorrida y la velocidad promedio.

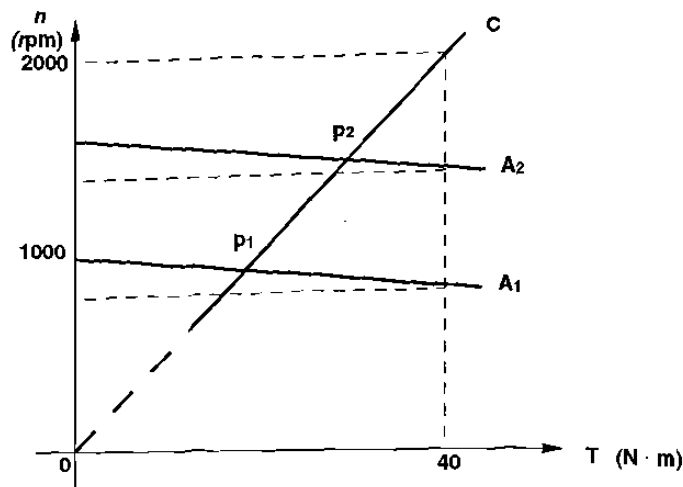


Figura 2.17 Diagrama para el Problema 2.3

2.3.- En la figura 2.17 se muestra la característica par - velocidad **C** de una carga mecánica y las características de un accionamiento **A<sub>1</sub>** y **A<sub>2</sub>** para dos referencias del controlador. La característica de carga es una línea recta que pasa a través del origen y el punto [40, 2000]. Las características del accionamiento son también líneas rectas; **A<sub>1</sub>** pasa a través de los puntos [0, 1000] y [40, 800]; **A<sub>2</sub>** pasa a través de los puntos [0, 1600] y [40, 1400]. La inercia rotacional del motor y de la carga referida al eje del motor es de  $0.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . La fricción del sistema es despreciable.

- (a) ¿Las intersecciones de la característica de carga con las dos características del accionamiento son dos posibles condiciones estables de operación en estado estable? Explique.
- (b) Si la respuesta para (a) fue afirmativa, determine las dos velocidades y pares de operación.

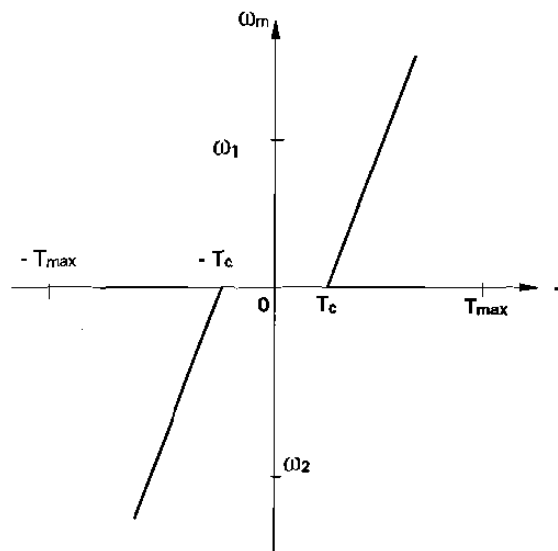


Figura 2.18 Diagrama para el Problema 2.4

- 2.4.- Para el diagrama par - velocidad mostrado en la figura 2.18 describa un cambio de velocidad desde  $\omega_1$  en el primer cuadrante hasta  $\omega_2$  en el tercer cuadrante. Considere que el sistema impide el frenado regenerativo, es decir que no se permite la operación ni en el segundo ni en el cuarto cuadrante.
- 2.5.- Para el diagrama par - velocidad mostrado en la figura 2.18 describa un cambio de velocidad desde  $\omega_2$  en el tercer cuadrante hasta  $\omega_1$  en el primer cuadrante. Considere que el sistema impide el frenado regenerativo, es decir que no se permite la operación ni en el segundo ni en el cuarto cuadrante.
- 2.6.- Se requiere una grúa para elevar una carga a una velocidad de  $0.25 \text{ m/s}$ . El gancho está montado sobre un bloque que contiene una sola polea; un extremo del cable de la grúa está anclado en el trole, mientras que el otro está enrollado en un tambor de

**25 cm** de diámetro. El tambor está gobernado por un motor a través de una reducción de engranes con una razón de **45 a 1**. Determine la velocidad a la que debe operar el motor.

**2.7.-** Una bomba centrífuga debe operar en un rango de velocidad  $\omega_m$  entre **500 rpm** y **1000 rpm**. ¿Cuál debe ser el rango del par de trabajo  $T_w$  requerido si la constante **k** de la bomba es de  **$0.05 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$** ? ¿Cuál es la potencia requerida por el motor que opere esta bomba?

**2.8.-** Un compresor debe operar en un rango de velocidad entre **0** y **1500 rpm**. El par de fricción de Coulomb  $T_c$  es de  **$10 \text{ N} \cdot \text{m}$** . ¿Cuál debe ser el par de trabajo  $T_w$  requerido si la constante del compresor es de  **$0.5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$** ? ¿Cuál es la potencia requerida por el motor que opere este compresor?

---

## CAPITULO 3

---

---

# CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA

Una de las características más importantes en los motores de corriente directa es su amplio rango de velocidades de operación, así como la relativa facilidad con la que ésta se controla. Aún cuando en las plantas industriales en nuestro país la fuente de potencia disponible normalmente es de C-A de 60 Hz, es común convertir esta potencia de C-A en C-D para explotar la controlabilidad de la máquina de C-D.

Los controles más flexibles se obtienen por medio de un motor de C-D excitado por separado en el cual los circuitos de campo y de armadura están alimentados por fuentes diferentes. Con este arreglo, se obtienen características velocidad - par bastante planas y cercanas a la ideal.

### 3.1 REGULACION DE VELOCIDAD

Para determinar las acciones a tomar para modificar y controlar la velocidad de un motor de corriente directa, basta con observar las ecuaciones que describen el comportamiento de tal dispositivo. por ejemplo, para un motor de C-D excitado por separado, hay tres ecuaciones que gobiernan su operación en estado estable:

- 1).- El voltaje total en el circuito de armadura.

$$V_m = V_a + I_a R_a \quad (3.1)$$

- 2).- El voltaje generado en la armadura.



$$V_a = K_a \Phi \omega_m \quad (3.2)$$

3).- El par desarrollado.

$$T = K_t \Phi I_a = B \omega_m + T_w \quad (3.3)$$

en donde, la constante de par  $K_t$  y la constante de voltaje de armadura  $K_a$  son iguales si se usa un grupo consistente de unidades, por ejemplo: mks.

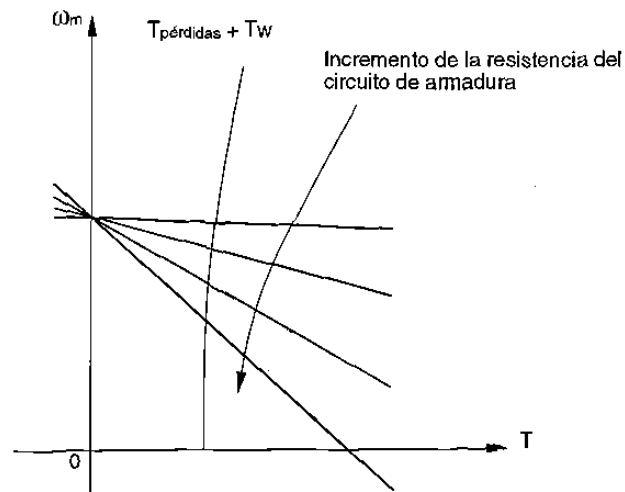
La solución simultánea de esas tres ecuaciones permite obtener la ecuación de velocidad:

$$\omega = \frac{V_m - I_a R_a}{K \Phi} \quad (3.4)$$

en donde se puede observar que hay cuatro parámetros de los que depende la velocidad: la corriente de armadura ( $I_a$ ), la resistencia de armadura ( $R_a$ ), el voltaje total de armadura ( $V_m$ ) y el flujo ( $\Phi$ ) o la corriente en el campo ( $I_f$ ); dado que para cuando los polos de la máquina no están saturados, se puede establecer que:

$$\Phi = K I_f \quad (3.5)$$

Sin embargo, dado que la corriente de armadura es un parámetro dependiente que varía con los cambios de carga, la velocidad de un motor de C-D puede controlarse usando alguno de los otros tres parámetros, dando lugar a tres diferentes posibilidades de regulación.



**Figura 3.1 Control de Velocidad por Variación de la Resistencia del Circuito de Armadura**

### 3.1.1 Regulación Reostática (Potenciométrica).

Manteniendo el voltaje alimentado a la armadura, así como el flujo constantes y en su nivel nominal, puede reducirse la velocidad, desde su valor nominal, aumentando la resistencia de armadura con un reóstato conectado en serie con la misma. Sin embargo, el consumo de potencia en el reóstato aumenta conforme sea mayor la caída de velocidad solicitada; así, para una velocidad igual a la mitad de la velocidad nominal, la potencia consumida en el reóstato es igual a la del motor. Considerando lo anterior, resulta prohibitivo este método de regulación de la velocidad en los motores de corriente directa, a menos que éstos sean muy pequeños.

El efecto de la resistencia en serie con la armadura sobre la característica par - velocidad se muestra en la figura 3.1, en ella se observa un haz de rectas concurrentes, lo cual hace indeseable este método de control puesto que la caída de velocidad aumenta con la carga mientras mayor sea la resistencia insertada.

A pesar de los inconvenientes mencionados, la variación de la resistencia del circuito de armadura se usa como método de arranque de motores de C-D, aunque nunca como método de control de velocidad.

### 3.1.2 Regulación por Campo Magnético (Flujo)

La velocidad de operación de los motores de C-D es inversamente proporcional al campo magnético (Flujo) presente en sus polos ( $\Phi$ ); según se observa en la ecuación 3.4. Esto significa que no se puede controlar el arranque de un motor de C-D a través del control del flujo, puesto que esto exigiría un flujo y, por tanto, una corriente de campo ( $I_f$ ) superiores a los nominales. Por lo mismo, se puede aumentar la velocidad por encima del valor nominal reduciendo el flujo, pero no puede ocurrir al revés.

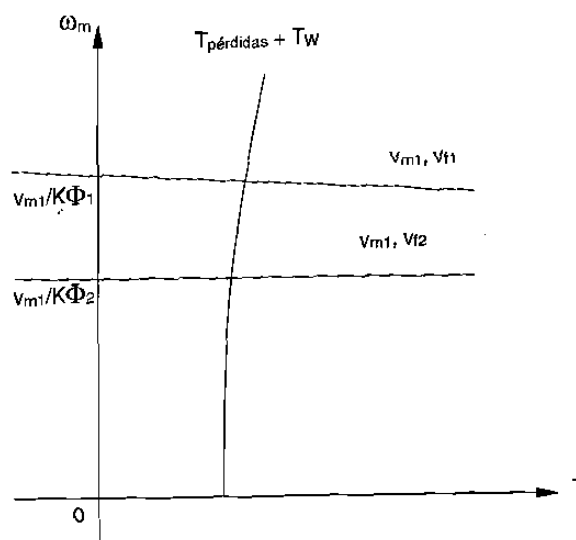


Figura 3.2 Control de Velocidad por Debilitamiento del Campo

Dado que el par es directamente proporcional al producto de la corriente de armadura ( $I_a$ ) por el flujo (ecuación 3.3), cuando el flujo disminuya la corriente aumentará y existirá el riesgo de que el motor se caliente cuando opere a par constante. Dicho de otra forma, el par producido por el motor a corriente de armadura nominal se reduce con el flujo, por tanto el motor debe seleccionarse para que el par máximo exigido por la carga a la máxima velocidad de operación sea inferior al par que el motor produce en estas condiciones. Debe destacarse que esta situación no se presenta cuando la carga exige potencia constante, dado que la disminución del par va compensada con el incremento de la velocidad, manteniendo a la potencia constante.

En la figura 3.2 se muestra la característica par - velocidad que resulta de debilitar el campo en un motor de C-D. En ella puede observarse un incremento en la velocidad así como un pequeño decremento en la pendiente cuando el campo se debilita. Las curvas son casi planas lo que significa que se acercan a la característica ideal.

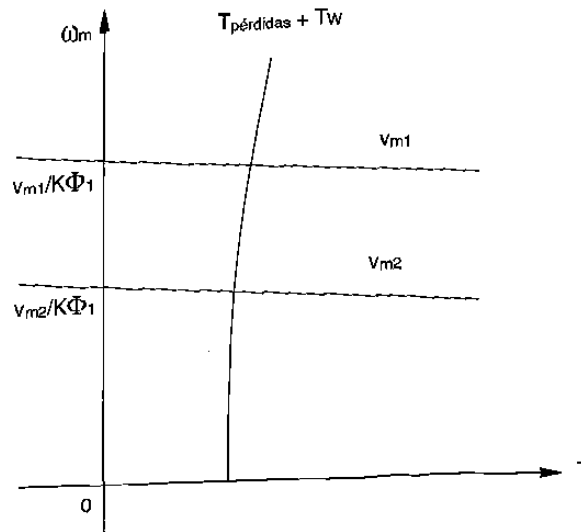


Figura 3.3 Control de Velocidad por Variación del Voltaje de Armadura

### 3.1.3 Regulación por Voltaje de Armadura

Manteniendo el flujo en su valor nominal y variando el voltaje alimentado a la armadura entre cero y el valor nominal, la velocidad del motor puede variarse entre cero y nominal para un par nominal. Este método de regulación que exige la presencia de un dispositivo que permita variar el voltaje alimentado a la armadura del motor es el más utilizado porque proporciona un rango amplio de variación de velocidad y permite operar el motor con plena capacidad de par en todo el rango de control.

En la figura 3.3 se muestra que las características par - velocidad son paralelas cuando el voltaje de armadura se varía para controlar la velocidad de un motor de C-D. Este tipo de características es la que se desea para que la operación se acerque a la ideal.

### 3.2 SELECCION DEL MOTOR

De la discusión anterior se concluye que hay dos modos prácticos de regular la velocidad de operación de un motor de C-D: **variando el voltaje en el devanado de armadura o en el devanado de campo**. No es indiferente emplear uno u otro, sino que la elección depende de la máquina que el motor debe arrastrar (carga) y, cuando el rango de variación de velocidad exige el empleo de ambos procedimientos, entonces debe determinarse el motor a escogerse.

La velocidad nominal, también llamada velocidad base, es aquella que el motor desarrolla cuando está alimentado con voltajes nominales en la armadura y en el campo y está desarrollando un par nominal, tomando una corriente de armadura nominal. Desde esta referencia, y dado que no es aplicable sin riesgo un voltaje superior al nominal ni emplearse un flujo superior al nominal, la variación del voltaje de armadura sólo permite reducir la velocidad, mientras que la variación del flujo sólo permite incrementarla.

El par máximo que un motor puede suministrar se presenta a la potencia y a la velocidad nominales, esto es:

$$T_{(\text{nom})} = \frac{P_{(\text{nom})}}{\omega_{m(\text{nom})}} \quad (3.6)$$

Para todas las velocidades comprendidas entre cero y la nominal, el par desarrollado será el nominal, dado que el flujo deberá ser el nominal en todo este rango (ecuación 3.3).

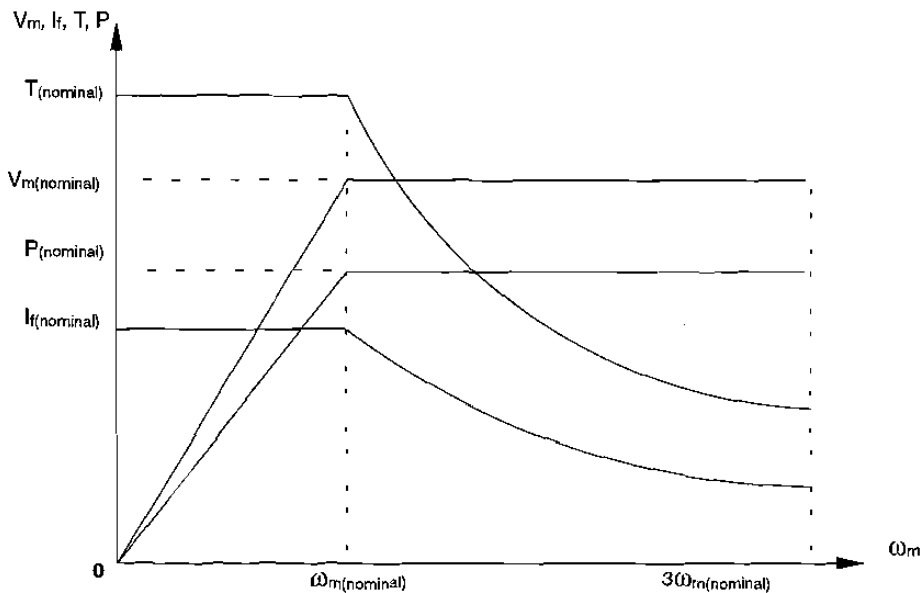


Figura 3.4 Rango de Control de Velocidad para un Motor de C-D

Por el contrario para velocidades superiores a la nominal, el voltaje en la armadura es el que se mantiene constante en su valor nominal, con lo cual la potencia máxima se presentará para una corriente de armadura nominal:

$$P_{(nom)} = V_{m(nom)} I_{a(nom)} \quad (3.7)$$

de esta forma, la potencia deberá mantenerse constante y a su valor nominal, reduciéndose el par mientras aumenta la velocidad, la cual no puede rebasar el triple del valor nominal (Sólo en casos excepcionales la velocidad máxima es hasta seis veces la nominal).

En la figura 3.4 se muestra gráficamente la forma en que puede variarse la velocidad de un motor de C-D excitado por separado y la relación que guardan los demás parámetros con ella: el par y la corriente de campo se mantienen constantes y en su valor nominal, mientras el voltaje alimentado a la armadura y la potencia crecen hasta sus correspondientes valores nominales junto con la velocidad. Por otra parte, la velocidad supera su valor nominal, cuando el voltaje alimentado a la armadura y la potencia permanecen en sus valores nominales y la corriente de campo y el par se reducen.

### Ejemplo 3.1

Determinar la potencia de un motor que ha de suministrar un par constante de **17 N-m** entre las velocidades de **250 rpm** y **1500 rpm**.

### Solución:

La regulación por voltaje de armadura es la recomendable en esta caso, ya que el par requerido es constante. Como este procedimiento sólo permite disminuir la velocidad desde la velocidad nominal, se debe escoger un motor tal que su velocidad nominal sea la mayor velocidad requerida por la aplicación, esto es: **1500 rpm**.

Como la potencia nominal se obtiene cuando el motor desarrolla la velocidad nominal (Ecuación 3.6), entonces:

$$P_{(nom)} = T_{(nom)} \omega_{m(nom)} = (17)(1500)(2\pi/60) = 2670.35 \text{ Watts}$$

De lo anterior, las características nominales del motor son: **3 kW a 1500 rpm**.

### Ejemplo 3.2

Determinar las características mecánicas de un motor que debe proporcionar una potencia constante de **4kW** entre **750 rpm** y **3000 rpm**.

Solución:

Para trabajar a potencia constante, se debe controlar la operación del motor a través del voltaje en el campo, es decir variando el flujo, pero este procedimiento permite solamente triplicar la velocidad (en el caso típico). Por tanto, la velocidad nominal del motor debe ser como máximo:

$$\omega_{m(\text{nom})} = \omega_{m(\text{max})} / 3 = 3000 / 3 = 1000 \text{ rpm}$$

Dado que la velocidad mínima de operación es menor que la nominal, tendrá que usarse el control por voltaje de armadura para descender hasta **750 rpm**. Ahora bien, dado que a una velocidad menor que la nominal el motor no entregará la potencia nominal y considerando que la carga exige una potencia de **4 kW**:

$$P_{(\text{nom})} = P_{(\text{carga})} [\omega_{m(\text{nom})} / \omega_{(\text{min})}] = 4 (1000 / 750) = 5.33 \text{ kW}$$

De lo que se deduce que las características del motor deben ser: **5.5 kW a 1000 rpm**.

**3.3 LIMITES DE OPERACION**

Transladando la gráfica mostrada en la figura 3.1 a un diagrama par - velocidad de cuatro cuadrantes, se obtendrá la curva mostrada en la figura 3.5, en la que se indican los límites de operación del motor.

El límite "*velocidad máxima*" está impuesto por el diseño mecánico del motor y por la probabilidad de inestabilidad en la operación; si esta velocidad se excede, puede ocurrir una falla mecánica o puede desbocarse el motor; por lo tanto, este límite no debe cruzarse.

Los límites de "*par máximo*" y de "*potencia constante*", se establecen en función de la corriente de armadura del motor en estado estable. Estos límites por tanto pueden cruzarse por períodos de tiempo limitados; sin embargo, la corriente de armadura durante estos períodos será mayor que la permitida y puede llegar a ser peligroso. Es práctica común especificar durante que tanto tiempo puede operarse un motor con un par incrementado o especificar los rangos del motor de "*período - corto*".

Ejemplo 3.3

Un motor de C-D excitado por separado tiene su armadura conectada a una fuente que puede variar entre **0 y 600 V**. A máximo voltaje de armadura su velocidad es de **1750 rpm**. Si todas las pérdidas en el motor son despreciables:

- (a) ¿Cuál es la corriente en la armadura cuando el par de carga es **450 N . m**?

- (b) Si el voltaje en la armadura se mantiene constante a **600 V** y la corriente de campo se reduce hasta que el motor corre a **4000 rpm**, determine el par que el motor ejerce a esta velocidad.
- (c) ¿Cuál es el rango de potencia requerida por la fuente?

Solución:

- (a) La potencia en la armadura (Ecuaciones 3.6 y 3.7) es:

$$P_a = V_m I_a = T \omega_m \text{ Watts}$$

de donde:

$$I_a = \frac{T \omega_m}{V_m} = \frac{(450)(1750)(2\pi/60)}{600} = 137.44 \text{ A.}$$

- (b) Mediante control de campo, el motor opera en la curva de potencia constante, así que:

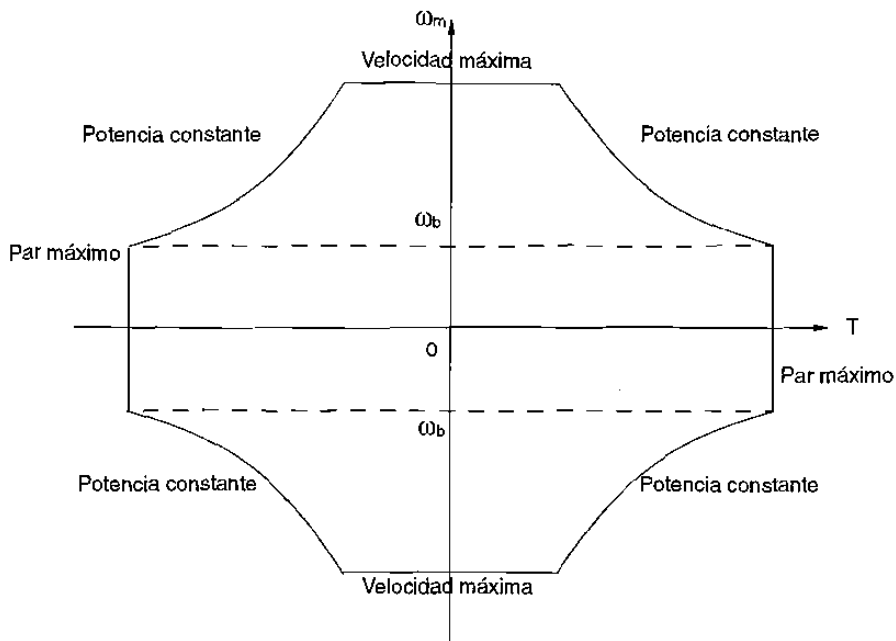


Figura 3.5 Límites de Velocidad y Par para Operación Continua en un Motor de C-D

$$T = \frac{P_a}{\omega_m} = \frac{V_m I_a}{\omega_m} = \frac{(600)(137.44)}{(4000)(2\pi/60)} = 196.87 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(c) El rango de potencia requerido por la fuente es:

$$P_a = V_m I_a = (600)(137.44) = 8.25 \text{ kW}$$

### 3.4 DINAMICA DEL CONJUNTO MOTOR - CARGA

El comportamiento dinámico del conjunto motor - carga, está gobernado por las propiedades de almacenamiento de energía. En un motor, la energía se almacena en dos lugares: en el circuito magnético debido a los campos magnéticos y en la inercia de la armadura debido a la velocidad mecánica. Por supuesto que también se almacena energía en la inercia de la carga y en los campos magnéticos de las fuentes eléctricas.

La propiedad de almacenar energía en los campos magnéticos se mide por la inductancia. En un motor de C-D excitado por separado, existen dos inductancias: la inductancia de armadura ( $L_a$ ), la cual incluye a los devanados interpolares, y la inductancia de campo ( $L_f$ ). Apartadas entre sí  $90^\circ$ , por tanto no tienen componentes mutuas.

El circuito equivalente del conjunto motor - carga se muestra en la figura 3.6 cuyas ecuaciones son:

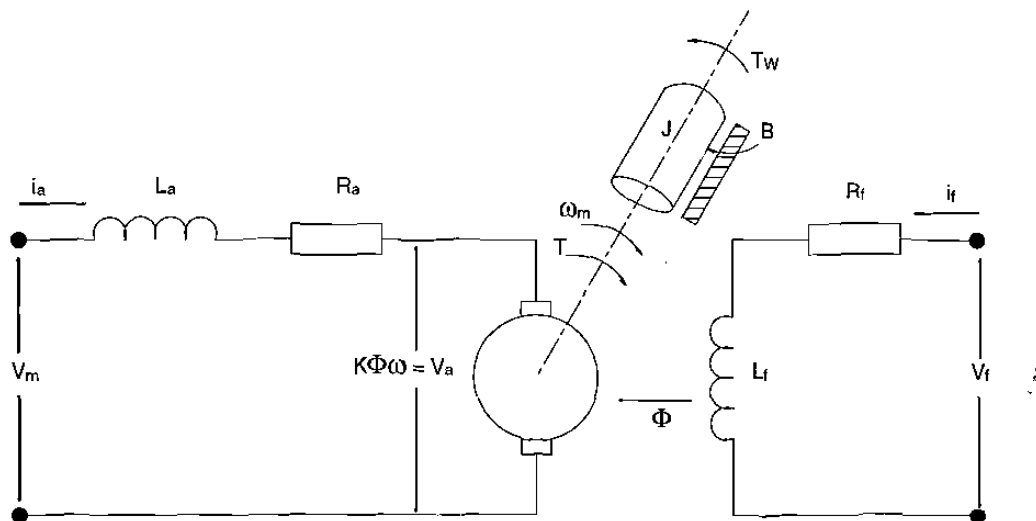


Figura 3.6 Circuito Equivalente del Conjunto Motor - Carga



$$V_m = i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt} + V_a \quad (3.8)$$

en donde:  $V_a = K_a \Phi \omega_m$ , definida por la ecuación 3.2.

Para el sistema mecánico:

$$T = \omega_m B + J \frac{d\omega_m}{dt} + T_w \quad (3.9)$$

en donde:  $T = K_t \Phi i_a$ , definida por la ecuación 3.3.

$K_a = K_t = K$  para un grupo de unidades consistente.

El comportamiento transitorio puede analizarse transformando en Laplace el sistema de ecuaciones para condiciones iniciales cero. Así, las ecuaciones 3.8 y 3.9, substituyendo  $V_a$  y  $T$ , respectivamente, para  $\Phi$  constante, se convierten en:

$$V_m(s) = R_a i_a(s) + s L_a i_a(s) + K \Phi \Omega_m(s) \quad (3.10)$$

$$T(s) = K \Phi i_a(s) = B \Omega_m(s) + s J \Omega_m(s) + T_w(s) \quad (3.11)$$

De la ecuación 3.10:

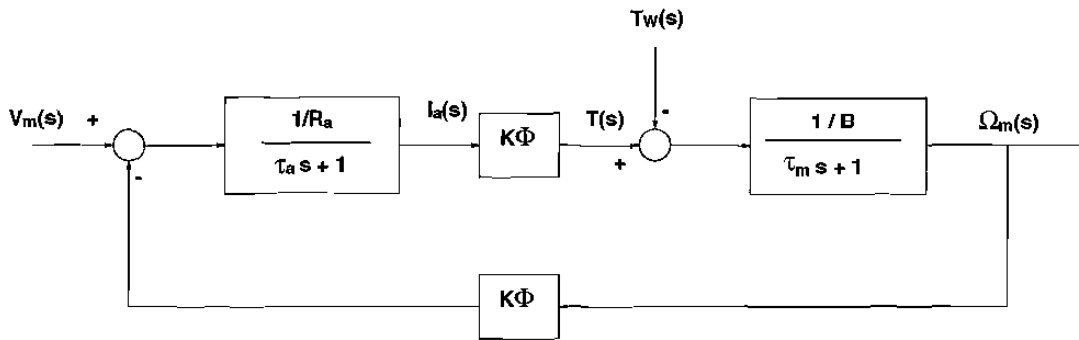
$$i_a(s) = \frac{V_m(s) - K\Phi\Omega_m(s)}{s L_a + R_a} = [1/R_a] \frac{V_m(s) - K\Phi\Omega_m(s)}{s \tau_a + 1} \quad (3.12)$$

en donde la constante de tiempo del circuito de armadura es:

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a} \text{ seg.} \quad (3.13)$$

De la ecuación 3.11:

$$\Omega_m(s) = \frac{T(s) - T_w(s)}{s J + B} = [T(s) - T_w(s)] \frac{1/B}{s \tau_m + 1} \quad (3.14)$$



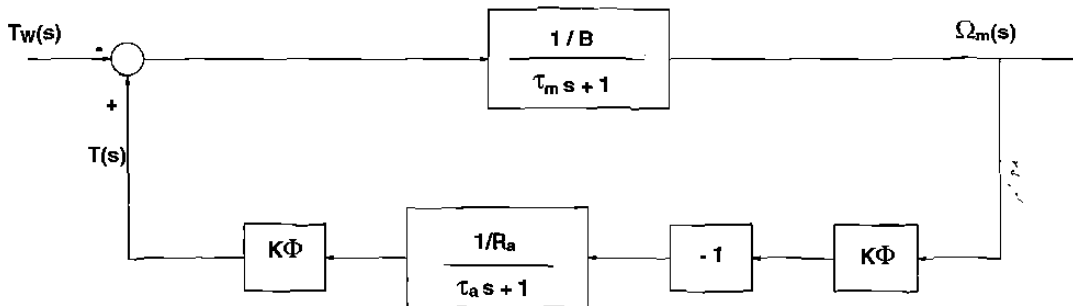
**Figura 3.7 Diagrama de Bloques del Conjunto Motor - Carga**

en donde la constante de tiempo mecánica del motor y su carga acoplada referida al eje del motor es:

$$\tau_m = \frac{J}{B} \text{ seg.} \tag{3.15}$$

La representación en diagrama de bloques del sistema de ecuaciones transformadas en Laplace se muestra en la figura 3.7. El sistema tiene dos señales de excitación:  $V_m(s)$  y  $T_w(s)$ . Para determinar la respuesta del sistema, se deben determinar las respuestas a estas dos señales de excitación por separado y combinarlas por superposición.

La respuesta a un cambio en el par de carga,  $T_w(s)$ , se obtiene haciendo que el voltaje de la armadura del motor,  $V_m(s)$ , valga cero. El diagrama de bloques de la figura 3.7 se convierte entonces en el mostrado en la figura 3.8.



**Figura 3.8 Diagrama de Bloques para la Respuesta ante un Cambio del Par de Carga [Tw(s)]**

Del diagrama de bloques de la figura 3.8 se obtiene la función de transferencia del sistema para una variación de  $T_w(s)$ :

$$\frac{\Omega_m(s)}{-T_w(s)} = \frac{(1/B)(s\tau_a + 1)}{(s\tau_a + 1)(s\tau_m + 1) + [(K\Phi)^2 / R_a B]}$$

$$\frac{\Omega_m(s)}{-T_w(s)} = \frac{k(s\tau_a + 1)}{(s\tau_1 + 1)(s\tau_2 + 1)} \quad (3.16)$$

En donde  $k$  es la ganancia de C-D (estado estable) y las cantidades  $\tau_1$  y  $\tau_2$  pueden ser reales o complejas conjugadas. En este último caso la respuesta al cambio en  $T_w(s)$  será oscilatoria.

La respuesta a un cambio en el voltaje de armadura del motor,  $V_m(s)$ , se obtiene haciendo a  $T_w(s)$  igual a cero. Así de la figura 3.7 con  $T_w(s) = 0$  se obtiene la función de transferencia del sistema para una variación en  $V_m(s)$ :

$$\frac{\Omega(s)}{V_m(s)} = \frac{K\Phi / R_a B}{s^2(\tau_a \tau_m) + s(\tau_a + \tau_m) + 1 + [(K\Phi)^2 / R_a B]} \quad (3.17)$$

Dado que generalmente:

$$\frac{(K\Phi)^2}{R_a B} > 1 \quad (3.18)$$

por tanto:

$$\frac{\Omega(s)}{V_m(s)} = \frac{1}{K\Phi(s\tau_1 + 1)(s\tau_2 + 1)} \quad (3.19)$$

en donde, nuevamente,  $\tau_1$  y  $\tau_2$  pueden ser complejas conjugadas, en cuyo caso la ecuación 3.19 puede escribirse como:

$$\frac{\Omega(s)}{V_m(s)} = \frac{1 / (K\Phi)}{s^2 / \omega_n^2 + 2\delta s / \omega_n + 1} \quad (3.20)$$

Suponiendo válida la desigualdad de la ecuación 3.18, los parámetros incluidos en la ecuación 3.20 son:

$$\omega_n^2 = \frac{(K \Phi)^2}{\tau_a \tau_m R_a B} = \frac{(K \Phi)^2}{L_a J} \quad (3.21)$$

$$\delta = \frac{(\tau_a + \tau_m) R_a B \omega_n}{2(K \Phi)^2} = \frac{L_a B + J R_a}{2 K \Phi L_a J} \quad (3.22)$$

Para muchos motores  $\tau_a < \tau_m$ ; lo cual equivale a considerar  $L_a = 0$  en el análisis anterior, así que:

$$v_m = K \Phi \omega_m + R_a i_a \quad (3.23)$$

Esta aproximación permite obtener una función de transferencia simplificada:

$$\frac{\Omega(s)}{V_m(s)} = \frac{1}{K \Phi (s \tau + 1)} \quad (3.24)$$

en donde:

$$\tau = \frac{R_a J}{(K \Phi)^2} \text{ seg.} \quad (3.25)$$

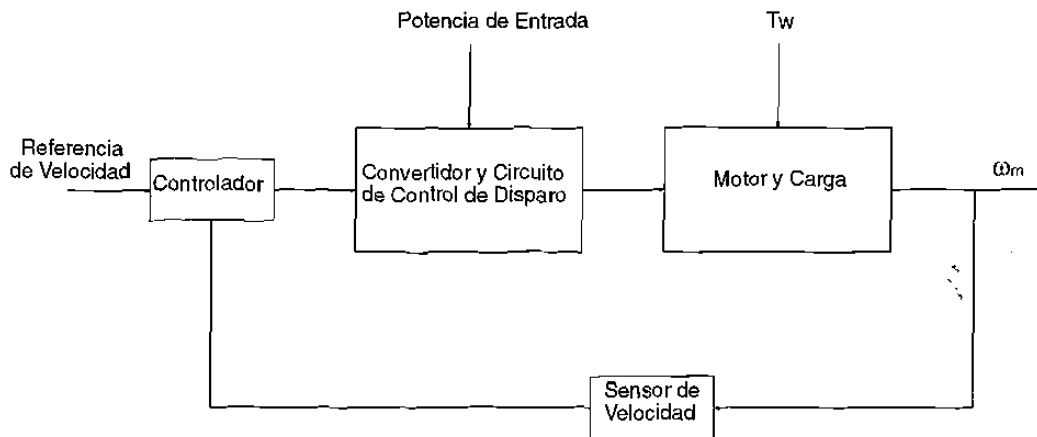


Figura 3.9 Diagrama de Bloques para un Sistema Completo de Control de Velocidad de un Motor de C-D

Esta función de transferencia del conjunto motor - carga puede introducirse en el diagrama de bloques del un sistema de control de velocidad completo como el que se muestra en la figura 3.9.

En el análisis previo, se consideró que la corriente de campo,  $I_f$ , y consecuentemente el flujo,  $\Phi$ , son constantes; así que una variación en ellos queda fuera de este análisis y tal vez se tendría que caer en el campo del análisis de sistemas no-lineales, dado que la relación entre  $I_f$  y  $\Phi$  es no - lineal cuando se alcanza la saturación.

### 3.5 CONTROL DE VELOCIDAD DE LAZO CERRADO

Aún cuando, hasta este momento, se ignoran las funciones de transferencia del controlador o regulador y del convertidor, del sistema mostrado como diagrama de bloques en la figura 3.9, es posible describir la operación en estado estable del sistema completo si estos dos componentes se consideran, para estado estable, como factores de ganancia.

Para describir la operación en estado estable del conjunto motor - carga basta con evaluar las ecuaciones 3.21 y 3.23 para  $s = 0$ , o bién; hacer la misma operación para el diagrama de bloques mostrado en la figura 3.7. El diagrama de bloques para el sistema de control de velocidad llega a ser, entonces, como el mostrado en la figura 3.10, en donde la función de transferencia para el sistema de control formado por el controlador y el convertidor es:

$$k_1 = \frac{V_m}{V - V_T} \quad (3.26)$$

En la ecuación 3.26  $V$  es la entrada de referencia y  $V_T$  es la salida del transductor - sensor de velocidad, que puede ser un tacómetro, para el cual:

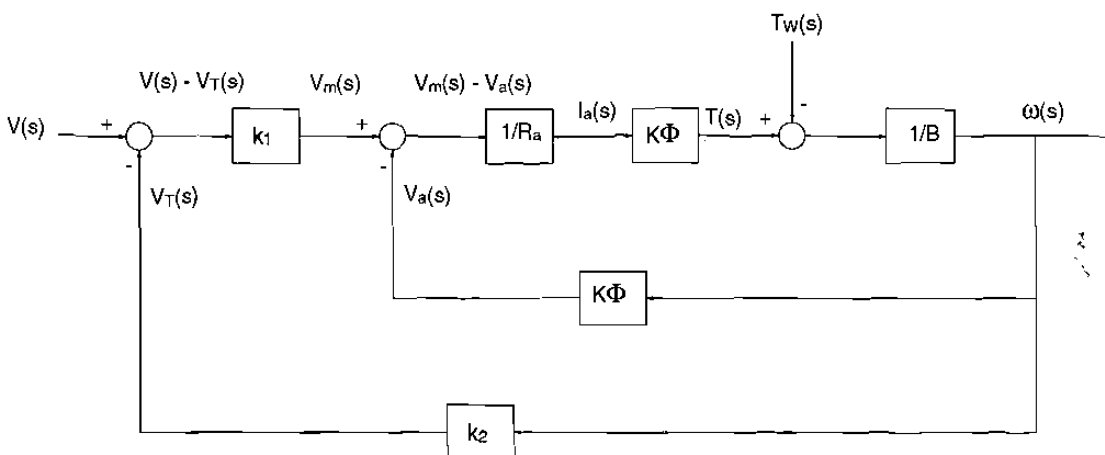


Figura 3.10 Diagrama de Bloques en Estado Estable para un Sistema de Control de Velocidad

$$k_2 = \frac{V_T}{\Omega_m} \quad (3.27)$$

Para  $T_w = 0$ , la función de transferencia del lazo interno es:

$$\frac{\Omega_m}{V_m} = \frac{(K \Phi) / (R_a B)}{1 + (K \Phi)^2 / (R_a B)} \quad (3.28)$$

Si se considera válida la desigualdad establecida en la ecuación 3.18, la ecuación 3.28 se convierte en:

$$\frac{\Omega_m}{V_m} = \frac{1}{K \Phi} \quad (3.29)$$

La función de transferencia en lazo cerrado de todo el sistema puede expresarse entonces como:

$$\frac{\Omega_m}{V} = \frac{k_1}{K \Phi + k_1 k_2} \quad (3.30)$$

Para obtener la respuesta en lazo cerrado ante un cambio en la carga, debe hacerse  $V = 0$  y reorganizar el diagrama de bloques del sistema (figura 3.9) en la forma que se muestra en la figura 3.11, en donde la función de transferencia de lazo cerrado es:

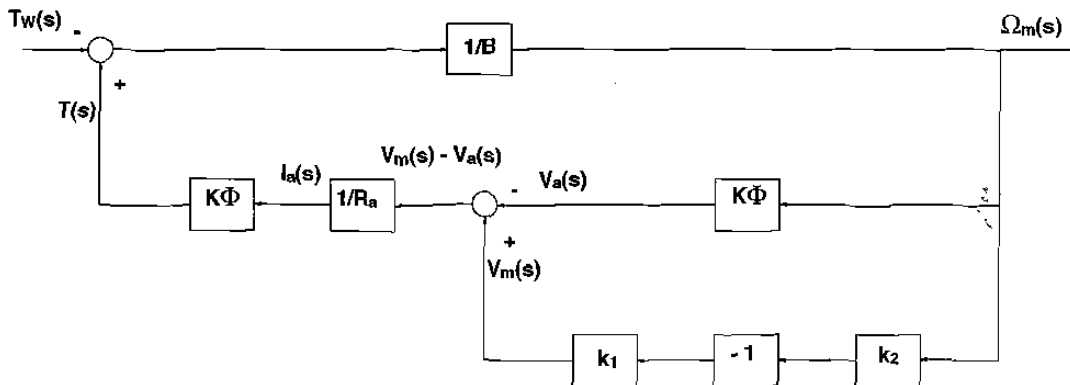


Figura 3.11 Diagrama en Estado Estable del Sistema de Control de Velocidad con el Par de Carga como Entrada

$$\frac{\Omega_m}{-T_W} = \frac{R_a}{R_a B + (K \Phi)(k_1 k_2 + K \Phi)} \quad (3.31)$$

De la ecuación 3.31 puede concluirse que un par de carga positivo, a una referencia de velocidad igual a cero, produce una velocidad negativa.

Cuando el sistema está operando a velocidad con carga, las respuestas a las dos diferentes entradas  $V$  y  $T_W$  pueden determinarse por separado y combinarse por superposición para obtener la respuesta resultante.

### Ejemplo 3.4

Un motor de C-D excitado por separado de **50 kW, 245 V, 1150 rpm** se usa en un sistema de control de velocidad, como el que se muestra en el diagrama de bloques de la figura 3.9. La corriente de campo se mantiene constante a un valor para el cual  $K \Phi = 1.97 \text{ Vs/rad}$ . La resistencia de la armadura  $R_a = 0.088 \Omega$  y la constante de fricción viscosa  $B = 0.273 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$ . La constante del tacómetro es de **10 V/1000 rpm** y la ganancia del controlador y el convertidor es  $k_1 = 200$ .

- Determine el valor de la señal de referencia,  $V$ , requerida para hacer operar el motor a la velocidad nominal sin carga.
- Sin cambiar la referencia, determine la velocidad a la que operará el motor cuando se le solicite par nominal.
- Si la armadura del motor estuviera conectada a una fuente de C-D constante de **245 V** (esto es, sin sistema de retroalimentación), ¿cuáles son las velocidades a las que operaría sin carga y a plena carga?

### Solución:

$$\omega_{m(\text{nom})} = 1150 (2\pi/60) \approx 120.4 \text{ rad/s}$$

$$k_2 = \frac{10}{1000 (2\pi/60)} = 95.49 \times 10^{-3} \text{ Vs/rad}$$

$$T_{(\text{nom})} = \frac{50 \times 10^3}{120.4} = 415.3 \text{ Nm}$$

- De la ecuación 3.28:

$$\frac{\Omega_m}{V_m} = \frac{(K \Phi)/(R_a B)}{1 + (K \Phi)^2/(R_a B)} = \frac{1.97/(0.088 \times 0.273)}{1 + (1.97)^2/(0.088 \times 0.273)} = 0.5045$$

Dado que:  $(K \Phi)^2/(R_a B) = 145.56 > 1$ , se justifica la desigualdad de la ecuación 3.18, por tanto de la ecuación anterior, a velocidad nominal.

$$V_m = \frac{120.4}{0.5045} = 238.65 \text{ V}$$

$$V_T = 95.49 \times 10^{-3} \times 120.4 = 11.50 \text{ V}$$

y dado que:

$$k_1 = \frac{V_m}{V - V_T} = \frac{238.65}{V - 11.5} = 200$$

$$\text{entonces: } V = 12.69 \text{ V}$$

(b) De la ecuación 3.31, la velocidad ante el par de carga es:

$$\omega_m = \frac{(-T_W) R_a}{R_a B + (K \Phi)(k_1 k_2 + (K \Phi))}$$

$$\omega_m = \frac{(-415.3) 0.088}{0.088(0.273) + 1.97(200 \times 95.49 \times 10^{-3} + 1.97)}$$

$$\omega_m = -0.88 \text{ rad/s} = -8.4 \text{ rpm}$$

Por superposición, la velocidad a plena carga es:

$$\omega_m (\text{plena carga}) = 1150 - 8.4 = 1141.6 \text{ rpm}$$

(c) De la ecuación 3.4, recordando que  $K_a = K_t = K$ , la velocidad en un sistema de lazo abierto se puede expresar como:



$$\omega_m = \frac{v_m - I_a R_a}{K_a \Phi} = \frac{v_m}{K_a \Phi} - \frac{R_a T}{(K_a \Phi)(K_t \Phi)} = \frac{v_m}{K \Phi} - \frac{R_a T}{(K \Phi)^2}$$

Substituyendo  $T = B \omega_m + T_W$ , despejando  $\omega_m$  y evaluándola para  $T_W = 0$ , se obtiene la velocidad sin carga.

$$\omega_m = \frac{v_m(K \Phi) - R_a T_W}{(K \Phi)^2 + R_a B} = \frac{245 (1.97)}{(1.97)^2 + 0.088 (0.273)} = 123.6 \text{ rad/s}$$

$$\omega_m = 1180.3 \text{ rpm}$$

Para una carga igual al par nominal,  $T_W = 415.3$

$$\omega_m = \frac{245 (1.97) - 0.088 (415.3)}{(1.97)^2 + 0.088 (0.273)} = 114.24 \text{ rad/s}$$

$$\omega_m = 1090.9 \text{ rpm}$$

El cambio de velocidad entre vacío y plena carga en un sistema con retroalimentación es de solamente **8.4 rpm**, mientras que en un sistema de lazo abierto el cambio de velocidad es de **89.4 rpm**; lo que significa que la regulación se reduce por un factor mayor que **10** cuando se usa un sistema con retroalimentación.

## RESUMEN

- 1.- Los motores de C-D tienen un rango muy amplio de velocidades de operación y son relativamente fáciles de controlar.
- 2.- Aún cuando la velocidad de un motor de C-D excitado por separado depende de tres parámetros independientes (Resistencia de Armadura, Voltaje de Armadura y Flujo), existen sólo dos métodos prácticos de controlar su velocidad: a través del voltaje alimentado a la armadura o al campo.
- 3.- Cuando se emplea control por armadura, se tiene pleno par disponible a cualquier velocidad del motor, mientras que la potencia se incrementa con la velocidad. Cuando

se emplea el control por campo, se tiene potencia constante a cualquier velocidad y el par disponible, para corriente de armadura nominal, cae con la velocidad.

- 4.- Las características dinámicas del motor determinan las respuestas durante el transitorio y el estado estable del mismo. Sin embargo, estas características pueden vencerse o superarse cuando se emplean sistemas de control de lazo cerrado.

## PROBLEMAS

- 3.1 Un motor de C-D de imanes permanentes de **50 hp (37.3 kW)**, **230 V**, **1750 rpm** tiene una corriente a plena carga de **177 A** y una resistencia de armadura de **0.0415  $\Omega$** . Suponga el par de pérdidas rotacionales directamente proporcional a la velocidad.

- (a) Determine la velocidad para un par de carga de **150 N . m** cuando en la armadura se aplica el voltaje nominal.
- (b) Determine el voltaje requerido en la armadura para que el motor opere a la mitad de la velocidad nominal con el mismo par de carga.

- 3.2 El motor del problema 3.1 acciona una carga que requiere un par expresado por la relación:  **$T_w = 1.25 \omega_m$**  en donde  $\omega_m$  está expresada en rad/s.

Determine la velocidad a la que opera el motor para cuando:

- (a) El voltaje en terminales de armadura es de **230 V**.
- (b) El voltaje en terminales de armadura es de **200 V**.

- 3.3 Un motor de imanes permanentes tiene los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned} T_{(\text{nominal})} &= 10 \text{ Nm} \\ \omega_{m(\text{nominal})} &= 3700 \text{ rpm} \\ K \Phi &= 0.5 \text{ N} \cdot \text{m/A} \text{ o } \text{V} \cdot \text{s/Rad} \\ R_a &= 0.37 \Omega \\ \tau_a &= 4.05 \text{ ms} \\ \tau_m &= 11.7 \text{ ms} \end{aligned}$$

Calcule el voltaje en terminales en estado estable si se requiere que el motor entregue un par de **5 N . m** a una velocidad de **1500 rpm**.

- 3.4 Para un motor de **25 hp (18.6 kW)**, **1750 rpm**, con una corriente nominal de **89 A**, una resistencia de armadura de **0.086  $\Omega$** , una inductancia de armadura de **2.20 mH**, una inercia rotacional de **0.296 kg . m<sup>2</sup>** y una potencia en el campo de **210 W**.

- (a) Obtenga la función de transferencia  $\Omega_m(s)/V_m(s)$  y  $\Omega_m(s)/T_w(s)$
- (b) Calcule la velocidad del motor cuando la excitación de campo es la requerida para operación nominal a **230 V**, pero el voltaje en terminales es de **210 V** y el par de carga es **0.75** veces el par nominal.

Suponga que las pérdidas rotacionales son directamente proporcionales a la velocidad.

---

## CAPITULO 4

---

---

# CONVERTIDORES DE FASE CONTROLADA

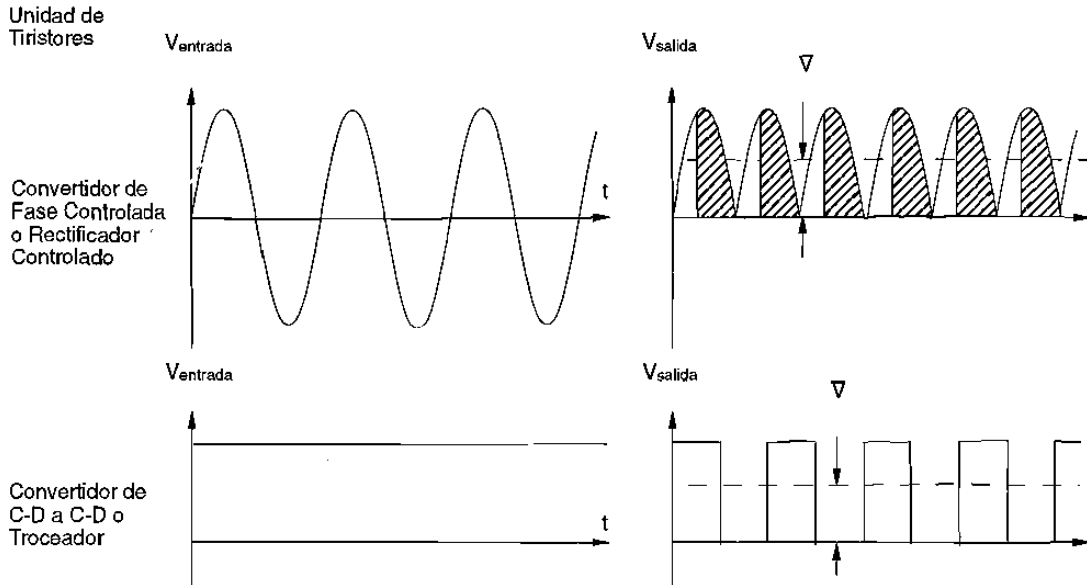
En el capítulo anterior, se establecieron los principios fundamentales para el control de la velocidad de los motores de C-D. Básicamente, el problema consiste en ajustar el voltaje que alimenta al devanado de armadura, al devanado de campo o a ambos. Antes del advenimiento de los tiristores, los métodos convencionales para ajustar estos voltajes y, por tanto, la velocidad de los motores de C-D, eran el sistema Ward-Leonard, los rectificadores de arco de mercurio y los amplificadores magnéticos. Actualmente, los sistemas que emplean tiristores para ajustar estos voltajes reemplazan totalmente a los sistemas antiguos.

El uso de tiristores para el control de la velocidad de los motores de C-D tiene un rango muy amplio de aplicaciones. Se pueden tener sistemas para controlar motores de muy baja potencia (HP's fraccionarios) hasta sistemas que sean capaces de controlar motores de cientos de HP's de potencia. La alimentación disponible, C-A o C-D, determina el tipo de unidad de tiristores a emplearse. Si la alimentación disponible es de C-A, se emplean los convertidores de fase controlada o rectificadores controlados; y se emplean los convertidores de C-D a C-D o troceadores, si la alimentación disponible es de C-D.

La figura 4.1 muestra como puede ajustarse el voltaje promedio  $\bar{V}$  a la salida de una unidad de tiristores, tanto si la fuente es de C-D como de C-A. Cabe aclarar que las formas de onda que se muestran a la salida de las unidades de tiristores, se obtienen sólo si la carga es resistiva, lo cual no es el caso de los motores de C-D.

El tiristor interrumpe efectivamente la alimentación y, alterando la relación tiempo de encendido (tiempo en el que el tiristor conecta la fuente a la carga) a tiempo de apagado (tiempo en el que el tiristor desconecta la fuente de la carga), se ajusta el voltaje promedio presente en la carga. La frecuencia de interrupción debe ser lo suficientemente alta para que la carga, en este caso el motor de C-D, no responda a los valores instantáneos de voltaje, sino que sólo responda al voltaje promedio  $\bar{V}$ . Para una alimentación de C-A de 60 Hz, que es la frecuencia de alimentación disponible

en nuestro país, el motor de C-D no responde a esos cambios instantáneos de manera notable. Para una alimentación de C-D, la frecuencia de interrupción que se utilice debe ser aún mayor, para asegurar que el motor sólo responda al promedio.



**Figura 4.1 Ajuste del Voltaje Promedio en Función de la Fuente**

El primer método en la figura 4.1 incluye la conversión de C-A a C-D y opera permitiendo al tiristor que conduzca sólo durante parte del ciclo de C-A. En el segundo método, el tiristor se enciende y apaga rápidamente para cortar el voltaje fijo de la alimentación. El primer método recibe el nombre de control de fase y el segundo interrupción de voltaje.

Debido a que una fuente de C-A es más común y disponible que una de C-D, la mayoría de los sistemas reguladores para control de velocidad o par de los motores de C-D operan con *convertidores de fase controlada* en lugar de *troceadores* como dispositivos de potencia de los mismos.

## 4.1 CONVERTIDORES DE FASE CONTROLADA (RECTIFICADORES CONTROLADOS)

Los *convertidores de fase controlada*, *rectificadores controlados* ó simplemente *convertidores*, son circuitos cuya función es la de producir un voltaje de salida de C-D controlable continuamente, a partir de una fuente de C-A de amplitud y frecuencia fijas. Consisten, esencialmente, de circuitos rectificadores convencionales a los que se les ha substituido alguno o todos los diodos (*dispositivos no controlables*) que los constituyen, por tiristores (*dispositivos controlables*).

Los convertidores se pueden usar para alimentar el campo o la armadura de los motores de C-D y así ajustar la velocidad de los mismos. Sin embargo, no pueden proporcionar todas las

operaciones que el motor requiere, como por ejemplo el frenado, debido a que la corriente a través de ellos no puede invertirse, a menos que se usen arreglos especiales.

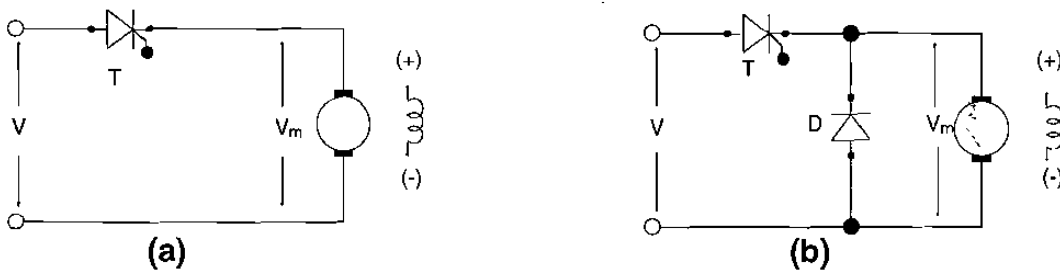
Si un convertidor puede operar con ambas polaridades de voltaje y un sólo sentido de corriente en sus terminales de C-D, se dice que es un **convertidor de control completo** y que opera en **dos cuadrantes** del diagrama Par-Velocidad. Por el contrario, aquellos que sólo pueden operar con una polaridad de voltaje y un sólo sentido de corriente en sus terminales de C-D, son **convertidores de medio control** y operan en **un cuadrante** del diagrama Par-Velocidad. Para que la corriente en la carga pueda fluir en ambos sentidos y se puedan tener ambas polaridades de voltaje, es necesario que un convertidor de control completo esté conectado a ella a través de algún interruptor de inversión o puente de contactos; o bien, que se usen dos convertidores de control completo conectados con sus terminales de C-D en polaridad opuesta (*antiparalelo*), lo cual constituye lo que se denomina "**un convertidor dual**". El sistema resultante opera en **cuatro cuadrantes** del diagrama Par-Velocidad y permite la regulación de todas las operaciones posibles en un motor de C-D, como lo son el motorizado y el frenado en ambos sentidos.

El tipo de convertidor que se use para controlar la velocidad de un motor de C-D, depende de la potencia que éste maneje, de las operaciones que se pretendan realizar con el motor, así como del rizado en el voltaje que sea capaz de tolerar. Los hay desde monofásicos de media onda, hasta trifásicos con puente doble. Para bajas potencias, menores que **20 kW**, son adecuados los circuitos monofásicos.

## 4.2 CONVERTIDORES MONOFASICOS DE MEDIA ONDA.

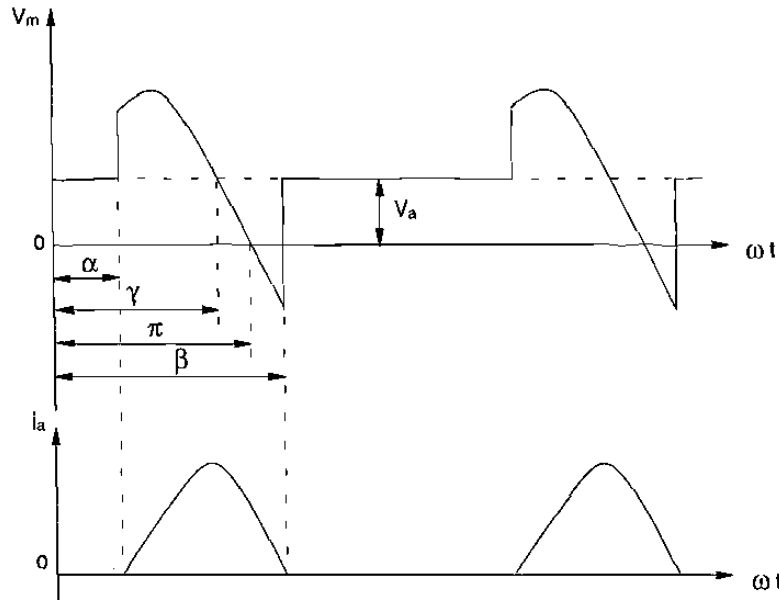
Constituyen la combinación más simple entre motor y *tiristor*. La armadura del motor se alimenta a través de un sólo *tiristor* y según si tiene o no un *diodo de rueda libre* ó *diodo volante*, puede ser de medio control o de control completo, respectivamente.

El devanado de campo puede ser alimentado por medio de un rectificador de media onda o de onda completa, según sus requisitos de potencia; o a través de otro convertidor en caso de requerirse control por campo. La figura 4.2 muestra las posibles configuraciones de los convertidores monofásicos de media onda con un motor como carga.



**Figura 4.2 Convertidores Monofásicos de Media Onda con un Motor de C-D como Carga.**  
**(a) Control Completo, (b) Medio Control**

Dado que en estos circuitos sólo puede usarse la mitad de la potencia disponible desde la fuente, su aplicación se limita a máquinas de potencia fraccionaria. La figura 4.3 muestra las formas

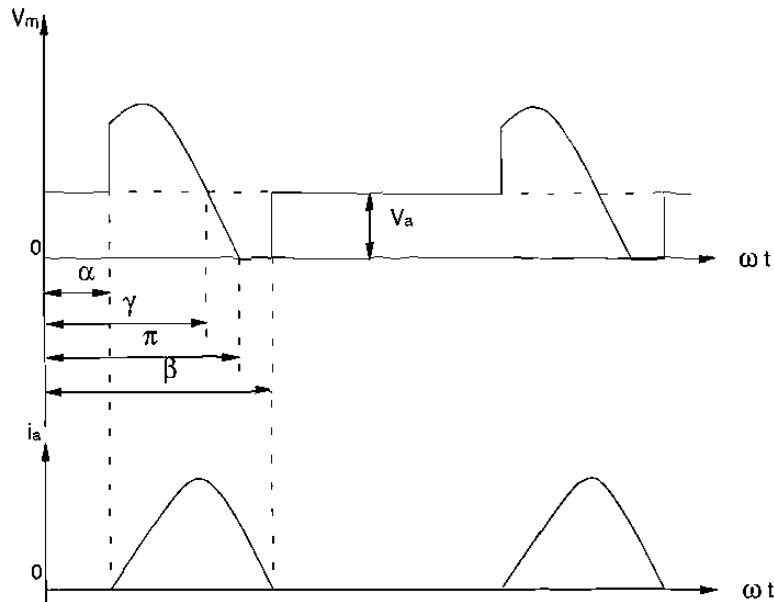


**Figura 4.3 Formas de Onda de Voltaje y Corriente en un Motor de C-D Controlado por un Convertidor Monofásico de Media Onda - Control Completo**

de onda de voltaje y corriente para un convertidor monofásico de media onda control completo; mientras que la figura 4.4 lo hace para uno de medio control. Debe notarse que la diferencia principal surge de la trayectoria de descarga para la energía inductiva proporcionada por el diodo volante (**D**) en los convertidores de medio control. Cada vez que se alcance el final de un semiciclo positivo y la corriente en la armadura no sea cero, el diodo **D** iniciará la conducción para disipar la energía inductiva que aún siga almacenada en la armadura, con lo cual el voltaje a través de la armadura se hace cero y el tiristor (**T**) se bloquea. En cambio, en los convertidores de control completo, el tiristor **T** debe seguir conduciendo mientras la corriente a través de él sea mayor que su corriente de sostenimiento ( $I_H$ ). Por lo cual, puede hacer aparecer parte del semiciclo negativo en la carga.

Como puede verse, el voltaje promedio en la carga, para un convertidor de control completo, puede tener ambas polaridades dependiendo del tamaño del período de conducción en el semiciclo negativo, lo cual permite la operación en dos cuadrantes (ambas polaridades de voltaje y una de corriente); mientras que ésto resulta imposible en los convertidores de medio control.

La corriente en la armadura fluye en pulsos positivos entre  $\omega t = \alpha$  y  $\omega t = \beta$  para cada ciclo. Para que se inicie la conducción en  $\alpha$  se requiere que el voltaje de fuente ( $V_m$ ) sea superior al voltaje contraelectromotriz ( $V_a$ ) y que el tiristor reciba un pulso en la compuerta. En los convertidores de control completo, el tiristor conduce la corriente de armadura desde  $\alpha$  hasta  $\beta$ , mientras que en los de medio control, sólo la conduce desde  $\alpha$  hasta  $\pi$ . En el resto del período de conducción, desde  $\pi$  hasta  $\beta$ , la corriente de armadura pasa por el diodo volante. La resistencia e inductancia de armadura, absorben la diferencia entre el voltaje de fuente y el voltaje contraelectromotiz, durante el período de conducción. La energía absorbida por la inductancia entre  $\alpha$  y el pico de corriente, se disipa desde el pico de corriente hasta  $\omega t = \beta$ . Cuando toda la energía se ha disipado, la corriente en la armadura se hace cero y el tiristor, en los convertidores de control completo, o el diodo volante, en los convertidores de medio control, se bloquean. Es necesario aclarar que la energía absorbida en la inductancia de armadura puede disiparse desde el ángulo  $\gamma$  (lugar en que se igualan, por segunda vez en un ciclo, el voltaje de fuente y el voltaje contraelectromotiz), lo cual ocurrirá para



**Figura 4.4 Formas de Onda de Voltaje y Corriente en un Motor de C-D Controlado por un Convertidor Monofásico de Media Onda - Medio Control**

inductancia despreciable. Esto indica que el tiristor puede llegar a bloquearse antes de  $\pi$  (el ángulo  $\beta$  puede ser menor que  $\pi$ ), en cuyo caso no entraría en conducción el diodo volante en los convertidores de medio control y las formas de onda para ambos convertidores serían iguales en este caso.

El ángulo  $\alpha$  en las figuras 4.3 y 4.4, es el ángulo en el que el tiristor se dispara. Cuando disminuye  $\alpha$  el voltaje promedio entregado a la armadura del motor aumenta y por consiguiente, aumenta la velocidad del motor; si  $\alpha$  aumenta, el voltaje disminuye y la velocidad del motor se reduce.

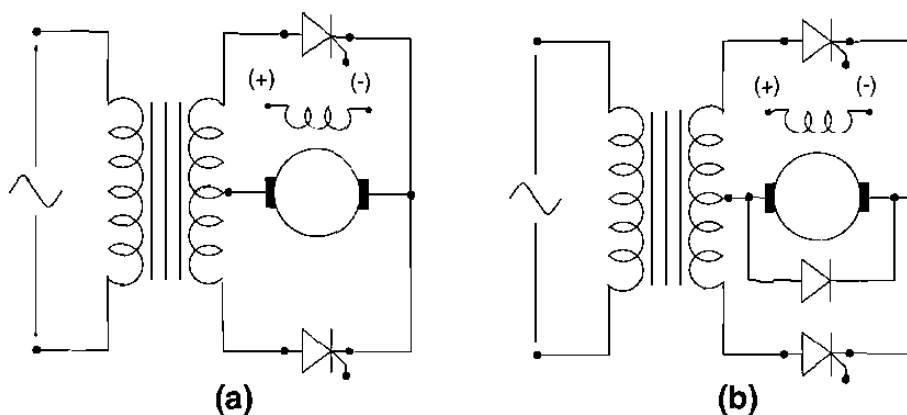
### 4.3 CONVERTIDORES MONOFÁSICOS DE ONDA COMPLETA

Los convertidores monofásicos de onda completa pueden estar contruidos alrededor de un transformador con derivación central (figura 4.5) o formando un puente (figura 4.6 y 4.10). Los arreglos con transformador son los más sencillos, pero tienen el inconveniente de necesitar un transformador y de someter a los tiristores a un voltaje doble en polarización inversa. Por ello las configuraciones en puente son más ventajosas y se utilizan con más frecuencia. Las características de los arreglos de transformador con derivación central y de los arreglos en puente son idénticas, excepto por los voltajes de polarización inversa a que son sometidos los tiristores.

Comparados con los convertidores de media onda, los convertidores de onda completa tienen un mejor factor de forma; esto es, la relación entre el voltaje o la corriente eficaz en la carga con el voltaje o la corriente promedio en la carga:

$$\text{factor de forma} = \frac{V_{rms}}{\bar{V}} = \frac{I_{rms}}{\bar{I}} \quad (4.1)$$





**Figura 4.5 Convertidores Monofásicos de Onda Completa que Usan Transformador con Derivación Central. (a) Control Completo, (b) Medio Control**

Para los convertidores monofásicos de media onda el factor de forma, considerando una carga resistiva, está dado por:

$$\text{factor de forma}_{\text{media onda}} = \frac{[\pi^2 - \alpha - (1/2)\pi \text{sen } 2\alpha]^{(1/2)}}{1 + \cos\alpha} \quad (4.2)$$

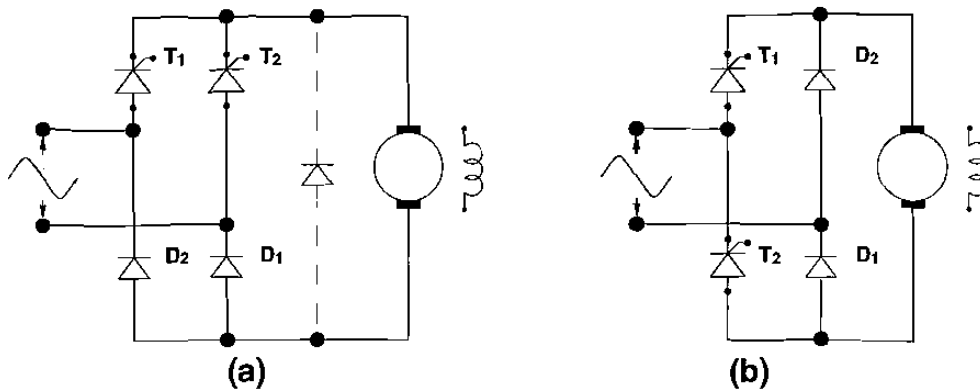
Mientras que en los convertidores monofásicos de onda completa, para el mismo tipo de carga, el factor de forma es:

$$\text{factor de forma}_{\text{onda completa}} = 0.707 \frac{[\pi^2 - \alpha - (1/2)\pi \text{sen } 2\alpha]^{(1/2)}}{1 + \cos\alpha} \quad (4.3)$$

Como puede apreciarse, el factor de forma de los convertidores monofásicos de onda completa es menor que el de los de media onda; esto significa que en los convertidores monofásicos de onda completa, el rizado es menor, por tanto, tienen menos problemas de conmutación y menos pérdidas por calentamiento. Los convertidores monofásicos de onda completa pueden gobernar cargas desde **1 Kw** hasta **20 Kw** de potencia.

La figura 4.6 muestra las dos versiones más comunes de los convertidores monofásicos de onda completa, *medio control (semiconvertidores)* tipo puente. En ellos, la mitad de las posiciones del puente están ocupadas por diodos, por tanto, es posible el control del voltaje promedio entregado a la carga, pero éste sólo puede tener valores positivos; esto es, el voltaje promedio no se puede invertir y, dado que la corriente tampoco puede invertirse debido a la naturaleza unidireccional de los diodos y tiristores, estos circuitos operan en un sólo cuadrante del diagrama par-velocidad; en consecuencia, con ellos sólo puede motorizarse en un sentido.

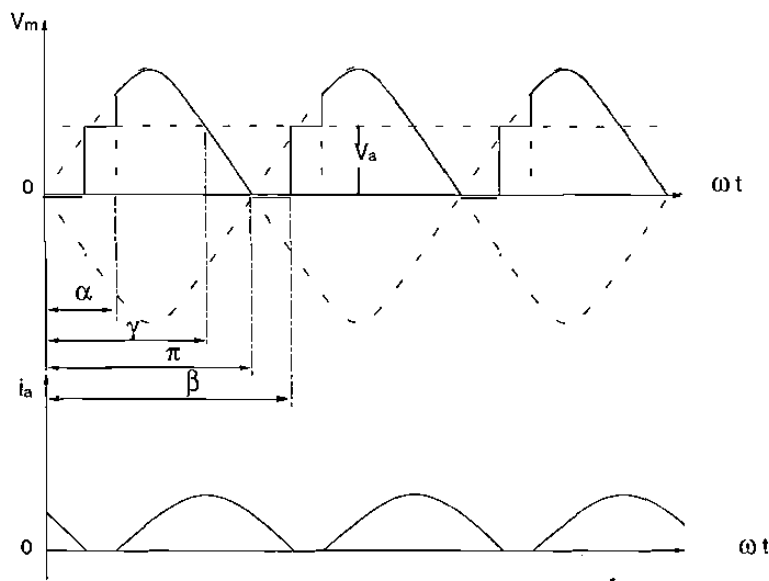
Cuando se presenta un semiciclo positivo de la fuente en el circuito de la figura 4.6(a), el tiristor  $T_1$  y el diodo  $D_1$  se polarizan directamente y la corriente fluye al motor a través de ellos cuando



**Figura 4.6 Convertidores Monofásicos de Onda Completa - Medio Control Tipo Puente.**  
**(a) Cátodos Comunes (Simétrico), (b) Diodos en Línea (Asimétrico)**

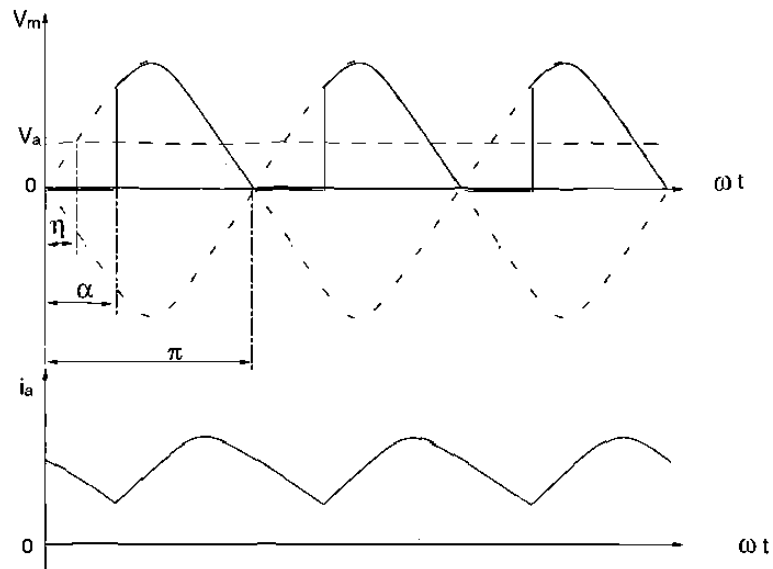
el tiristor  $T_1$  reciba un pulso en su compuerta. En el semiciclo negativo, cuando el tiristor  $T_2$  sea disparado, la corriente fluye al motor a través de él y el diodo  $D_2$ . Al final de cada semiciclo, si la corriente se mantiene en la carga debido a la inductancia de armadura, el tiristor que esté conduciendo lo seguirá haciendo, pero la corriente se transferirá de un diodo al otro, así que la energía inductiva se drena a través de un diodo y un tiristor en una misma línea, sin incluir a la fuente; por tanto se trata de una trayectoria de rueda libre. El voltaje en la carga en este momento es casi cero; por tanto, no existe la posibilidad de que el voltaje promedio llegue a ser negativo.

La corriente en la carga puede llegar a ser cero antes de que se dispare el siguiente tiristor; en este caso se dice que la conducción es *pulsante* (Ver la figura 4.7). La conmutación de los tiristores se realiza de forma natural, cuando la corriente se hace cero, el tiristor que esté conduciendo se



**Figura 4.7 Voltaje y Corriente, en Conducción Pulsante, para un Motor de C-D Controlado por un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Medio Control, Tipo Puente**

apaga. Sin embargo, si la corriente de carga o la inductancia de armadura son altas, la corriente en la carga puede no ser cero cuando ya deba encenderse el otro tiristor; en este caso se dice que la conducción es *continua* (Ver la figura 4.8). La conmutación de los tiristores, en este caso, se lleva a cabo de forma forzada, ya que al encenderse un tiristor queda polarizado inversamente el que estaba conduciendo y se apaga.

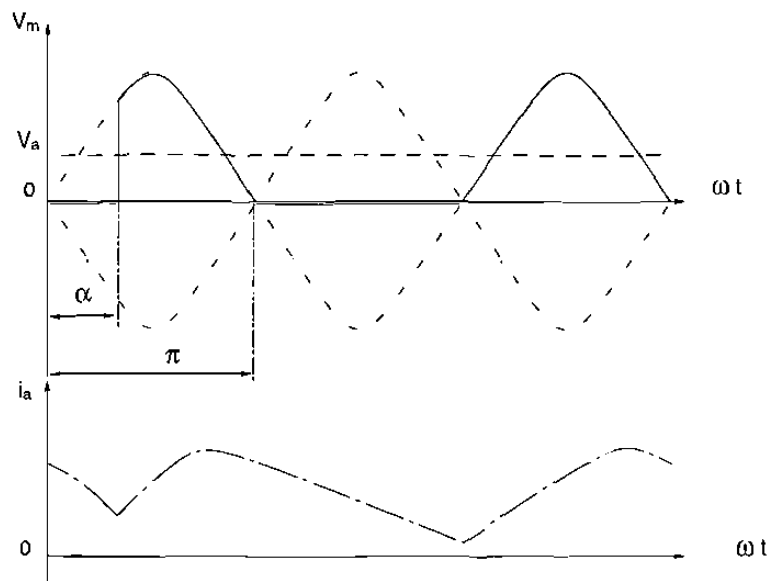


**Figura 4.8 Voltaje y Corriente, en Conducción Continua, para un Motor de C-D Controlado por un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Medio Control, Tipo Puente**

Este circuito tiene una limitación importante: no es posible, en algunos casos de conducción continua, cortar la corriente en la carga con la simple eliminación de los pulsos de disparo de los tiristores. Si los pulsos de disparo se suspenden, el último tiristor que se encendió antes de la suspensión de los pulsos de disparo, continuará conduciendo por el resto del semiciclo en el que fue encendido. El otro tiristor no recibirá pulso, así que no se enciende. Si la conducción es continua y el período de descarga de la energía almacenada en la inductancia de armadura es mayor que un semiciclo, el tiristor encendido continuará conduciendo en el siguiente semiciclo al de su disparo y se mantendrá encendido, ya que en el subsecuente semiciclo estará polarizado directamente de nuevo. Entonces el circuito continuará operando indefinidamente, con un tiristor conduciendo hacia la carga durante unos semiciclos y actuando como parte de la trayectoria de rueda libre durante los otros; hasta que la fuente se interrumpa. En otras palabras, el circuito de disparo perdió todo el control sobre la corriente en la carga, cuando se ordenó que ésta se suspendiera.

Si se agrega un diodo volante como el que se muestra punteado en la figura 4.6(a), la corriente en la carga se transfiere al diodo volante al final de cada semiciclo de conducción. Esta adición asegura que cada tiristor se apague al final de cada semiciclo y que la corriente en la carga siempre esté bajo el control del circuito de disparo.

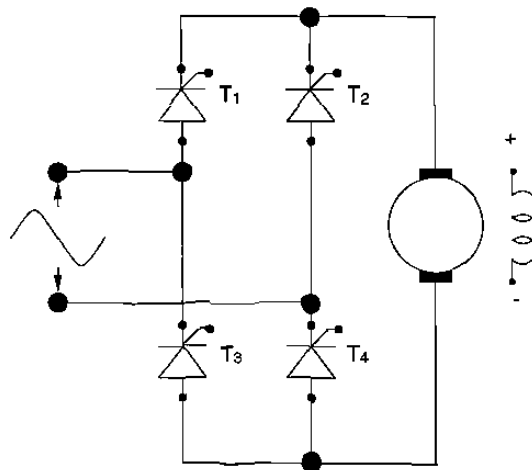
En el circuito de la figura 4.6(b), la operación es similar al de la figura 4.6(a), excepto que al final de cada semiciclo, si la corriente se mantiene en la carga debido a la inductancia de armadura, ésta se transfiere del tiristor que esté encendido al diodo que esté apagado, ocurriendo la trayectoria de rueda libre entre los dos diodos ( $D_1$  y  $D_2$ ). Por este motivo, este circuito es otra alternativa para



**Figura 4.9 Efecto de Pérdida de Control en los Convertidores Monofásicos de Onda Completa - Medio Control, Cátodos Comunes**

eliminar el problema de la pérdida de control sobre la corriente en la carga presente en el circuito de la figura 4.6(a) descrito anteriormente y cuyo efecto se muestra en la figura 4.9.

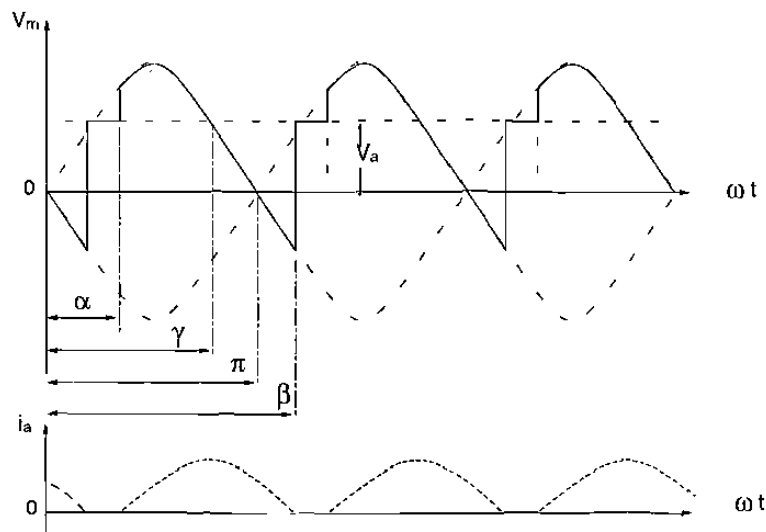
Si todas las posiciones de un puente convertidor monofásico de onda completa están ocupadas por tiristores y no existe un diodo de rueda libre, entonces el convertidor será de control completo, como el que se muestra en la figura 4.10.



**Figura 4.10 Convertidor Monofásico de Onda Completa - Control Completo Tipo Puente**

La conducción de corriente a la carga se realiza disparando simultáneamente dos tiristores en lugares y ramas opuestas,  $T_1$  y  $T_4$  ó  $T_2$  y  $T_3$ , durante el semiciclo que estén polarizados

directamente. Las formas de onda de voltaje y corriente se muestran en la figuras 4.11 y 4.12; en donde se puede apreciar que son similares a las de los convertidores de medio control o *semiconvertidores*. Sin embargo, si al final de un semiciclo la corriente no es cero, ésta no puede circular por un diodo volante, puesto que éste no existe en los convertidores de control completo, sino que debe continuar fluyendo a través de los mismos tiristores encendidos y de la impedancia de la fuente. Esta es la razón por la que el voltaje de la carga sigue al de la fuente en este período; esto es, desde  $180^\circ (\pi)$  hasta que la corriente se haga cero ( $\beta$ ). Invertiéndose la polaridad del voltaje instantáneo en la carga.

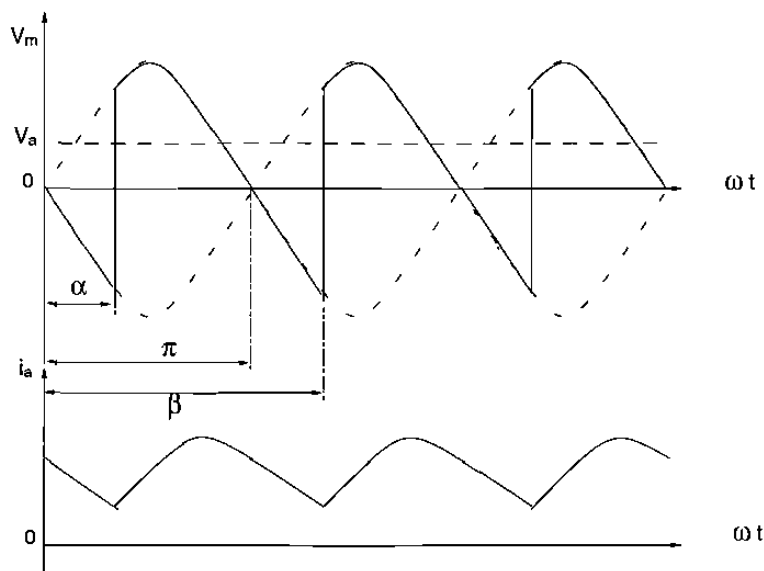


**Figura 4.11 Voltaje y Corriente en un Motor de C-D Controlado por un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Control Completo, en Conducción Pulsante**

El área de conducción negativa desde  $\pi$  hasta  $\beta$  es entonces la característica que distingue a los convertidores de control completo de los de medio control. En la figura 4.11 se muestran las formas de onda para conducción pulsante, mientras que en la figura 4.12 se muestran para conducción continua. Puede apreciarse, en el caso de conducción continua, que si el ángulo de disparo  $\alpha$  es mayor de  $90^\circ (\pi / 2)$  el área de conducción en la parte superior del eje será menor que en la parte inferior; por lo tanto, el voltaje promedio en la carga será negativo. Situación que nunca se puede presentar en los convertidores de medio control ya que no es posible la conducción en la parte inferior del eje debido a la presencia del diodo volante.

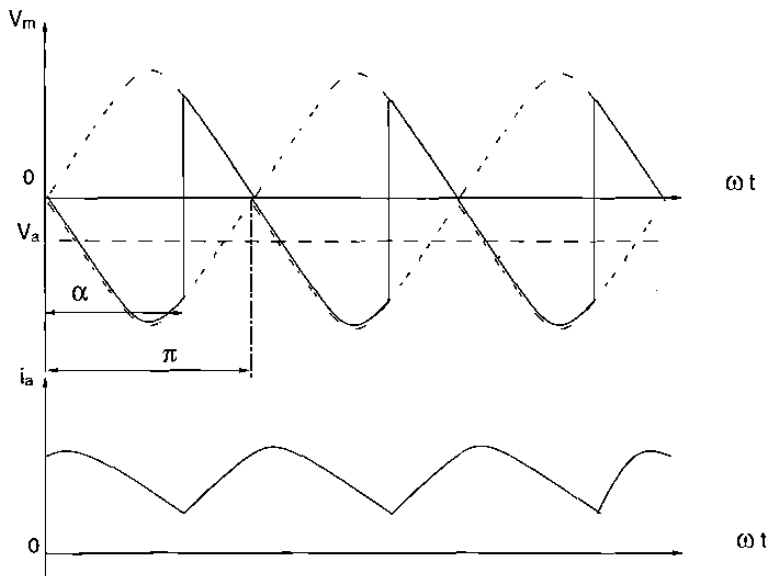
De lo anterior, se puede establecer que mientras los convertidores de medio control sólo pueden operar en un cuadrante de la curva par - velocidad, puesto que entregan a la carga una sólo polaridad de voltaje y un sólo sentido de corriente. Los convertidores de control completo pueden operar en dos cuadrantes, pues proporcionan ambas polaridades de voltaje promedio y un sólo sentido de corriente por la naturaleza unidireccional de los tiristores. Sin embargo, en los cuadrantes en los que se puede operar con un convertidor de control completo son el 1º y el 4º (*motorizado en directa y frenado en reversa*) dado que es el voltaje el que puede invertirse y no la corriente.

Para aprovechar la característica de frenado, en un convertidor de control completo, pueden invertirse las terminales de campo del motor, haciendo que el voltaje contraelectromotriz se invierta y disparar los tiristores en un ángulo tal que el voltaje promedio sea negativo así que se pueda



**Figura 4.12 Voltaje y Corriente en un Motor de C-D Controlado por un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Control Completo, en Conducción Continua**

controlar la diferencia entre éste y el voltaje contraelectromotriz, y así controlar la corriente, que aunque positiva, provocaría un par opuesto al movimiento puesto que el campo se ha invertido. Esta acción equivale a un frenado en reversa, debido a la inversión del campo, la operación es entonces en el cuarto cuadrante. La figura 4.13 muestra las formas de onda en esta operación.



**Figura 4.13 Voltaje y Corriente en un Motor de C-D Operando en el Cuarto Cuadrante, con el Campo Invertido, en Conducción Continua**

Durante la operación descrita anteriormente, se dice que el convertidor actúa como inversor (*convertidor de C-D a C-A*); puesto que la potencia está siendo transferida desde el motor (C-D) hacia la fuente (C-A).

El ángulo mínimo de disparo en conducción pulsante para todos los casos de convertidores analizados hasta ahora, está definido por el nivel de voltaje contraelectromotriz:

$$\eta = \text{sen}^{-1} \frac{V_a}{V_p} = \text{sen}^{-1} m \quad (4.4)$$

de la misma manera, el ángulo máximo de disparo es:

$$\gamma = \pi - \eta \quad (4.5)$$

Lo anterior, define la zona en donde la magnitud del voltaje de la fuente de C-A es mayor que el voltaje contraelectromotriz del motor (desde  $\eta$  hasta  $\gamma$ ); entonces, el tiristor correspondiente estará polarizado directamente en esta zona y podrá ser disparado; de ahí los subíndices "*mínimo*" y "*máximo*" puesto que son los limitantes de esta región de disparo.

#### 4.3.1 Circuito Equivalente y Ecuaciones para los Convertidores Monofásicos de Onda Completa - Control Completo.

El circuito equivalente de armadura se muestra en la figura 4.14, en él se distinguen la resistencia de armadura ( $R_a$ ), la inductancia de armadura ( $L_a$ ) y el voltaje contraelectromotriz ( $V_a$ ) representado por una fuente de C-D. Cabe recordar que el valor de esta fuente depende de la velocidad del motor.

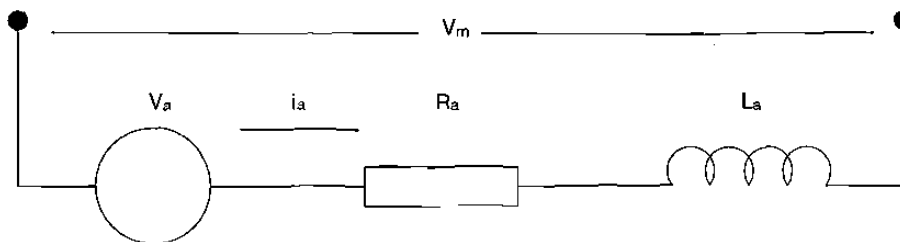


Figura 4.14 Circuito Equivalente de la Armadura de un Motor de C-D

La ecuación del circuito equivalente, considerando que la fuente es un convertidor de onda completa - control completo, para un período de conducción (desde  $\alpha$  hasta  $\beta$ ) está dada por:

$$L_a \frac{d i_a}{d t} + R_a i_a = V_p \operatorname{sen} \omega t - V_a \quad \left. \begin{array}{l} \beta \\ \alpha \end{array} \right\} \quad (4.6)$$

cuya solución es:

$$i_a = \frac{V_p}{Z_a} \operatorname{sen}(\omega t - \phi) - \frac{V_a}{R_a} + A e^{-(R_a t) / (L_a)} \quad (4.7)$$

en donde:

$$\phi = \tan^{-1}(\omega L_a / R_a)$$

$$Z_a = [R_a^2 + (\omega L_a)^2]^{1/2}$$

La constante **A** puede encontrarse a partir de la siguiente condición:

cuando  $\omega t = \alpha$ ;  $i_a = 0$ . Por tanto:

$$A = \left\{ -\frac{V_a}{R_a} - \frac{V_p}{Z_a} \operatorname{sen}(\alpha - \phi) \right\} e^{(R_a \alpha / \omega L_a)} \quad (4.8)$$

Incorporando este valor en la ecuación 4.7, la corriente queda como:

$$i_a = \frac{V_p}{Z_a} \operatorname{sen}(\omega t - \phi) - \frac{V_a}{R_a} + \left\{ \frac{V_a}{R_a} - \frac{V_p}{Z_a} \operatorname{sen}(\alpha - \phi) \right\} e^{-(\omega t - \alpha) / \tan \phi} \quad (4.9)$$

o bien:

$$i_a = \frac{V_p}{R_a} \{ \cos \phi \operatorname{sen}(\omega t - \phi) - m + [m - \cos \phi \operatorname{sen}(\alpha - \phi)] e^{-(\omega t - \alpha) / \tan \phi} \} \quad (4.10)$$

en donde:

$$m = V_a / V_p = \text{coeficiente de velocidad}$$



$$\cos \phi = R_a / Z_a$$

La ecuación 4.10 se aplica durante el intervalo:  $\alpha \leq \omega t \leq \beta$ ; así que  $i_a = 0$ , nuevamente, cuando  $\omega t = \beta$ . Substituyendo esta condición en la ecuación 4.10 se tiene:

$$0 = \frac{V_p}{R_a} \{ \cos \phi \text{sen}(\beta - \phi) - m + [m - \cos \phi \text{sen}(\alpha - \phi)] e^{-(\beta - \alpha)/\tan \phi} \} \quad (4.11)$$

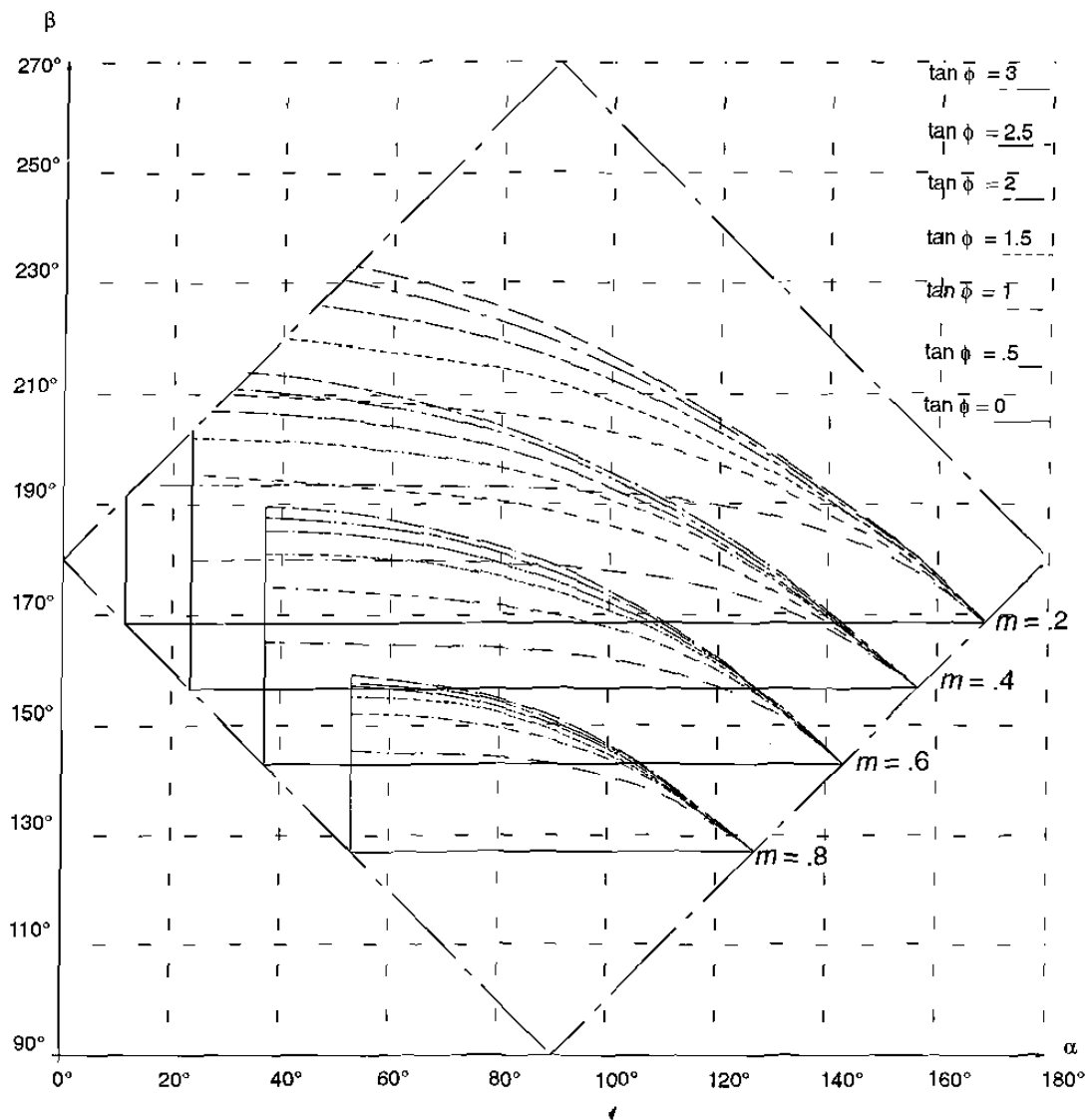


Figura 4.15 Relación entre  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $m$  y  $\phi$  para un Motor de C-D Controlado por un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Control Completo

o bien:

$$[m - \cos\phi \text{sen}(\beta - \phi)] e^{-\beta/\tan\phi} = [m - \cos\phi \text{sen}(\alpha - \phi)] e^{-\alpha/\tan\phi} \quad (4.12)$$

Si se conocen los parámetros del motor ( con lo cual se define  $\phi$ ), puede determinarse el valor de  $\beta$  (*ángulo de apagado del tiristor*) para un coeficiente de velocidad ( $m$ ) y un ángulo de disparo ( $\alpha$ ).

Los valores límite de  $\beta$  para conducción pulsante son:

$$\beta_{\text{mínimo}} = \gamma = \text{ángulo máximo de disparo}$$

$$\beta_{\text{máximo}} = \pi + \alpha \quad (\text{límite entre conducción continua y pulsante})$$

La solución gráfica para la ecuación 4.12 se muestra en la figura 4.15

La corriente promedio en la armadura  $\bar{i}_a$  puede obtenerse a partir de la forma general para el promedio de una señal:

$$\bar{i}_a = \frac{1}{\tau} \int_{\alpha}^{\beta} i_a d(\omega t) \quad (4.13)$$

Para los convertidores monofásicos de onda completa,  $\tau = \pi$ . Substituyendo en la ecuación 4.10, se tiene:

$$\begin{aligned} \bar{i}_a = & \frac{V_p}{\pi R_a} \{ \cos\phi [\cos(\alpha - \phi) - \cos(\beta - \phi)] - m(\beta - \alpha) \} \\ & - \frac{1}{\pi} \left\{ \tan\phi \frac{V_p}{R_a} [m - \cos\phi \text{sen}(\alpha - \phi)] [e^{(\alpha - \beta)/\tan\phi} - 1] \right\} \end{aligned} \quad (4.14)$$

También es posible obtener la corriente promedio de:

$$\bar{i}_a = \frac{\bar{v}_m - V_a}{R_a} \quad (4.15)$$

en donde  $\bar{v}_m$  es el voltaje promedio en terminales de armadura, el cual puede obtenerse considerando las formas de onda en este tipo de convertidor:

$$\bar{v}_m = \frac{1}{\pi} [V_a(\pi + \alpha - \beta) - V_p(\cos\beta - \cos\alpha)] \quad (4.16)$$

Así que la corriente promedio puede expresarse como:

$$\bar{i}_a = \frac{V_p}{\pi R_a} [\cos\alpha - \cos\beta + m(\alpha - \beta)] \quad (4.17)$$

El par desarrollado por el motor, para flujo constante, es proporcional a la corriente promedio:

$$T = K\Phi\bar{i}_a \quad (4.18)$$

El máximo par posible ocurre a pleno voltaje y con el rotor del motor bloqueado:  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 180^\circ$  y  $m = 0$ . Bajo estas condiciones, la corriente promedio máxima en la armadura así como el par máximo son:

$$\bar{i}_{a(\max)} = \frac{2 V_p}{\pi R_a} \quad (4.19)$$

$$T_{(\max)} = K \Phi \frac{2 V_p}{\pi R_a} \quad (4.20)$$

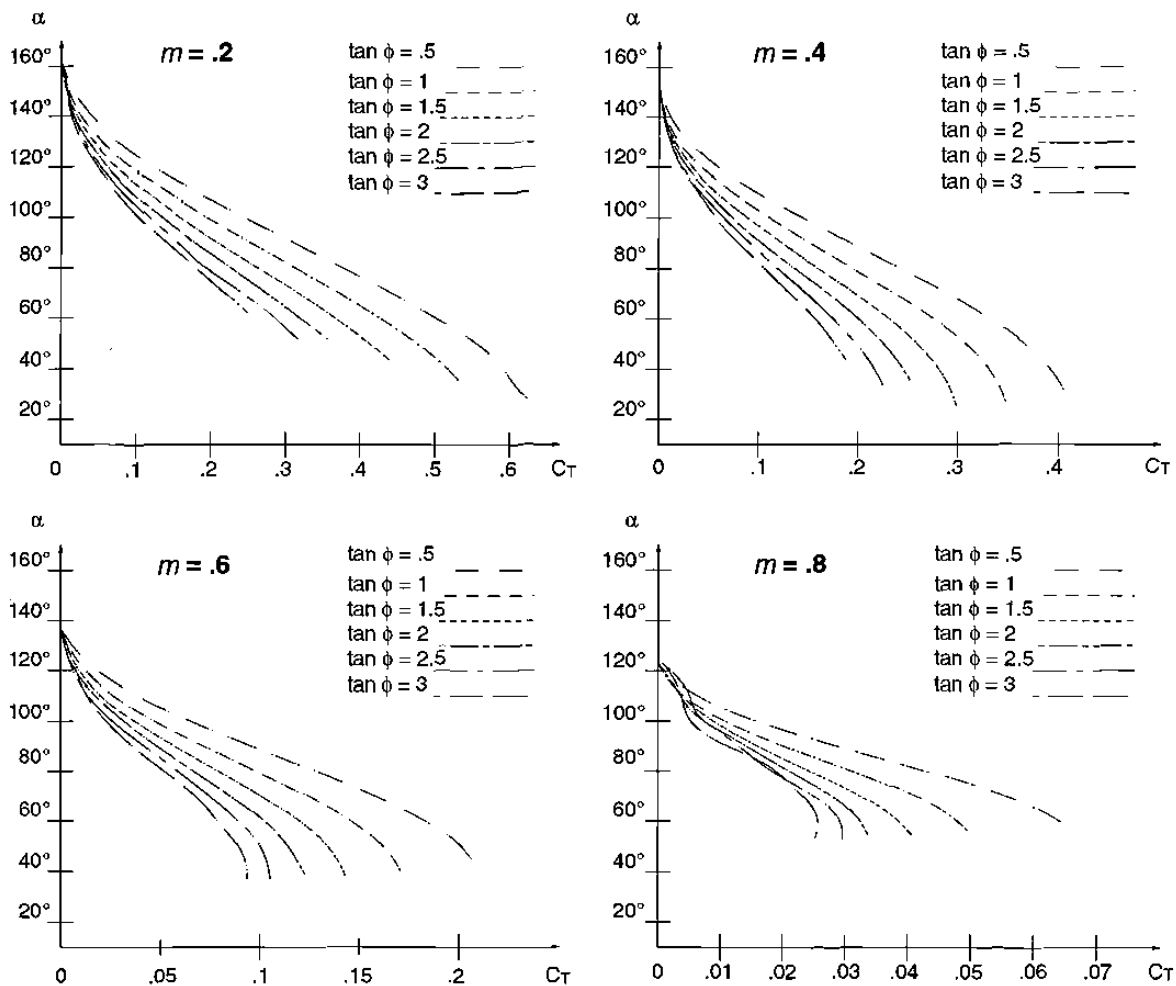
El coeficiente de par ( $C_T$ ), se define como la razón entre el par desarrollado y el par máximo:

$$C_T = \frac{T}{T_{(\max)}} = \frac{\cos\alpha - \cos\beta + m(\alpha - \beta)}{2} \quad (4.21)$$

Las curvas ángulo de velocidad - par, (ángulo de disparo  $\alpha$  - coeficiente de par  $C_T$ ), obtenidas de la ecuación anterior, para un motor de C-D controlado por un convertidor monofásico de onda completa operando en la región de conducción pulsante se muestran en la figura 4.16.

Cuando la conducción es continua, en los convertidores de control completo, los tiristores se apagan cuando se enciende otro que los polariza inversamente, dado que la corriente no se hace cero. Esto significa que el ángulo de apagado de los tiristores en conducción continua será:

$$\beta_{(\text{conducción continua})} = \tau + \alpha \quad (4.22)$$



**Figura 4.16** Angulo de Disparo - Par para un Motor de C-D Controlado por un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Control Completo

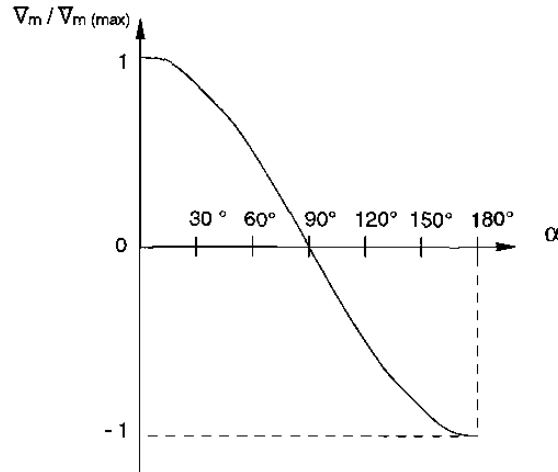
y para el caso de los convertidores monofásicos de onda completa:

$$\beta(\text{conducción continua}) = \pi + \alpha \quad (4.23)$$

por lo tanto, el voltaje promedio en el motor para conducción continua es:

$$V_m = \frac{2 V_p}{\pi} \cos \alpha \quad (4.24)$$

cuya gráfica se muestra en la figura 4.17.



**Figura 4.17 Característica  $\bar{V}_m / \bar{V}_m(\max)$  Contra  $\alpha$  para un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Control Completo en Conducción Continua**

El voltaje contraelectromotiz en esta misma condición es entonces:

$$V_a = K \Phi \omega_m = \frac{2 V_p}{\pi} \cos \alpha - R_a \bar{i}_a \quad (4.25)$$

y la velocidad, substituyendo la corriente por el par:

$$\omega_m = \frac{2 V_p}{\pi K \Phi} \cos \alpha - \frac{R_a \bar{T}}{(K \Phi)^2} \quad (4.26)$$

Sin embargo, la conducción continua en convertidores monofásicos de onda completa - control completo se alcanza, en par nominal o menor, sólo para valores extremos de  $\alpha$  en la mayoría de los motores; siendo la conducción pulsante la característica típica.

### Ejemplo 4.1

Un motor de C-D con las siguientes características:  $\omega_m(\text{nom}) = 1750 \text{ rpm}$ ,  $R_a = .85 \Omega$ ,  $L_a = 1.2 \text{ mH}$ ,  $K\Phi = 1.02 \text{ V/Rad/s}$  y  $\bar{V}_m = 240 \text{ V}$ ; se conecta a través de un convertidor monofásico de onda completa - control completo a una fuente de  $220 \text{ V}$ ,  $60 \text{ Hz}$ . Suponiendo que el motor opera a plena carga, a la velocidad nominal y conociendo que  $T_{(\max)}$  es  $6.2$  veces  $T_{(\text{nom})}$ , determine:

(a)  $\alpha$ , (b)  $\beta$  y (c)  $\bar{i}_a$ .

Solución

$$V_p = \sqrt{2} V = (\sqrt{2})(220) = 311.13 \text{ V}$$

$$V_a = K\Phi \omega_m = 1.02 \times 1750 \times 2\pi / 60 = 186.9$$

$$m = 186.9 / 311.13 = .6$$

$$\tan \phi = [120 \pi (1.2 \times 10^{-3})] / .85 = 0.53$$

$$C_T = T / T_{(\max)} = T / (6.2 T) = .16$$

(a) Con los datos anteriores, en la gráfica mostrada en la figura 4.16, el punto de intersección de  $m = .6$ ,  $\tan \phi = .5$  y  $C_T = .16$ ; corresponde con un ángulo de disparo  $\alpha = 70^\circ$ .

(b) Para obtener el valor del ángulo de apagado ( $\beta$ ), se usa la gráfica de la figura 4.15. En ella, la intersección de  $\alpha = 70^\circ$  con la línea que corresponde a  $m = .6$  y  $\tan \phi = .5$ , determina un valor de  $\beta = 164^\circ$ .

(c) Para determinar  $\bar{i}_a$ , se pueden usar la ecuación 4.17 o la combinación de las ecuaciones 4.18, 4.20 y 4.21:

con la ecuación 4.17:

$$\bar{i}_a = \frac{V_p}{\pi R_a} [\cos \alpha - \cos \beta + m(\alpha - \beta)] = \frac{311.13}{\pi (.85)} [\cos(70^\circ) - \cos(164^\circ) + .6(70^\circ - 164^\circ)\pi/180^\circ]$$

$$\bar{i}_a = 37.12 \text{ A}$$

con las ecuaciones 4.18, 4.20 y 4.21

$$T_{(\max)} = K\Phi \frac{2 V_p}{\pi R_a} = 1.02 \frac{2(311.13)}{\pi (.85)} = 233$$

$$T = C_T T_{(\max)} = .16 (233) = 37.28 = K\Phi \bar{i}_a$$

$$\text{de donde: } \bar{i}_a = T / K\Phi = 37.28 / 1.02 = 36.55 \text{ A}$$

Como puede apreciarse, difieren los valores de corriente calculados. La razón de ello surge de las aproximaciones al obtener los datos de las gráficas.

### Ejemplo 4.2

Un motor de C-D de **230 V, 850 rpm**, que tiene los siguientes parámetros: **2 hp, 7.8 A** de armadura nominales, **2.61  $\Omega$**  y **19.2 mH** de armadura; se usa para gobernar una antena. El par de pérdidas del motor y de la carga es directamente proporcional a la velocidad, pero en la carga, es el doble que en el motor. La armadura del motor está alimentada por un convertidor monofásico de onda completa - control completo desde una fuente de **245 V, 60 Hz**. La corriente de campo se fija a un valor que permita operar el motor a velocidad nominal cuando  $\bar{v}_m = 230$  V. Determine:

(a)  $\bar{i}_a$ , (b)  $\bar{v}_m$ , (c)  $\alpha$  y (d)  $\beta$  cuando el motor mueve la antena a velocidad nominal constante.

### Solución

$$\omega_m = 850 \text{ rpm} = 850 (2\pi / 60) = 89.01 \text{ rad / s}$$

$$P_{\text{entrada}} = 230 (7.8) = 1794 \text{ W}$$

$$P_{\text{salida}} = 2 \text{ hp} (746 \text{ W/ hp}) = 1492 \text{ W}$$

$$P_{\text{pérdidas en el cobre}} = R_a (\bar{i}_a)^2 = 2.61 (7.8)^2 = 159 \text{ W}$$

$$P_{\text{pérdidas rotacionales}} = 1794 - 1492 - 159 = 143 \text{ W}$$

$$T_{\text{pérdidas}} = P_{\text{pérdidas rotacionales}} / \omega_m = 143 / 89.01 = 1.607 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El par promedio del motor a la velocidad nominal debe ser tres veces el par de pérdidas, dado que el par de carga es el doble que  $T_{\text{pérdidas}}$ .

$$\bar{T} = 3 T_{\text{pérdidas}} = 3 (1.607) = 4.82 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$V_a = 230 - 2.61 (7.8) = 209.6 \text{ V}$$

$$V_p = \sqrt{2} (245) = 346.5 \text{ V}$$

$$m = 209.6 / 346.5 \approx .6$$

$$\tan \phi = [(120 \pi)(19.2 \times 10^{-3})] / 2.61 = 2.77$$

de donde:  $\phi = 70.17^\circ$

$$K\Phi = V_a / \omega_m = 209.6 / 89.01 = 2.36 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{A} \text{ o } \text{V} \cdot \text{s} / \text{Rad}$$

(a) Con estos datos ya puede determinarse la corriente promedio:

$$\bar{i}_a = \bar{T} / K\Phi = 4.82 / 2.36 = 2.04 \text{ A}$$

(b) El voltaje promedio es entonces:

$$\bar{V}_m = V_a + R_a \bar{i}_a = 209.6 + (2.61) 2.04 = 214.9 \text{ V}$$

(c) Para determinar el valor de  $\alpha$  requerido, basta con determinar  $T_{(\max)}$  y  $C_T$  para entrar a la gráfica de la figura 4.16 con esta información y el valor de  $m$  previamente determinado.

$$T_{(\max)} = K\Phi [2 V_p / \pi R_a] = (2.36) [2 (346.5) / \pi (2.61)] = 199.45 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$C_T = T / T_{(\max)} = 4.82 / 199.45 = .024$$

De la gráfica en la figura 4.16 se obtiene un valor de  $\alpha \cong 103^\circ$

(d) Para determinar  $\beta$  se usa la gráfica de la figura 4.15, entrando con  $\alpha$ ,  $m$ , y  $\phi$  de donde se obtiene  $\beta \cong 172^\circ$ .

### 4.3.2 Circuito Equivalente y Ecuaciones para Convertidores Monofásicos de Onda Completa - Medio Control.

Para los convertidores monofásicos de onda completa - medio control, se tiene el mismo circuito equivalente de armadura mostrado en la Figura 4.14, sólo que la conducción del tiristor será desde:  $\alpha \leq \omega t \leq \pi$  y el diodo de rueda libre conducirá la corriente el resto del período ( $\pi \leq \omega t \leq \beta$ ). Durante el período de  $\pi \leq \omega t \leq \beta$  la energía almacenada en la inductancia del circuito de armadura se convierte a forma mecánica o se disipa en la resistencia del circuito.

Debido a que los motores de C-D operan mejor con una corriente de armadura continua que varíe poco que con una corriente de armadura pulsante que varíe mucho; es de interés práctico determinar bajo que condiciones se alcanza la conducción continua cuando existe una trayectoria de rueda libre en un convertidor.



Si se desea evitar la corriente pulsante, el peor caso (cuando el par es mínimo y la velocidad es máxima) debe ser aquel en el que la corriente en la armadura se hace cero justamente cuando se está disparando el siguiente tiristor (*Límite entre conducción continua y pulsante*), ilustrado en la figura 4.18. Se le llamará  $i_A$  al pulso de corriente en el intervalo  $\alpha \leq \omega t \leq \pi$ , mientras que  $i_D$  es el pulso de corriente en el intervalo  $\pi \leq \omega t \leq \pi + \alpha$ . Dado que  $\beta = \pi + \alpha$  en la condición establecida.

Si hacemos  $i_a = I_{a\pi}$  en  $\omega t = \pi$ , la ecuación 4.10 se convierte:

$$I_{a\pi} = \frac{V_p}{R_a} \left\{ \cos\phi \sin(\pi - \phi) - m + [m - \cos\phi \sin(\alpha - \phi)] e^{-(\pi - \alpha)/\tan\phi} \right\} \quad (4.27)$$

o bien:

$$I_{a\pi} = \frac{V_p}{R_a} \left\{ \cos\phi \sin\phi - m + [m - \cos\phi \sin(\alpha - \phi)] e^{-(\pi - \alpha)/\tan\phi} \right\} \quad (4.28)$$

Por otra parte, cuando conduce el diodo de rueda libre, en algunos circuitos, o la trayectoria de rueda libre en otros, se tendrá:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + V_a = 0 \quad (4.29)$$

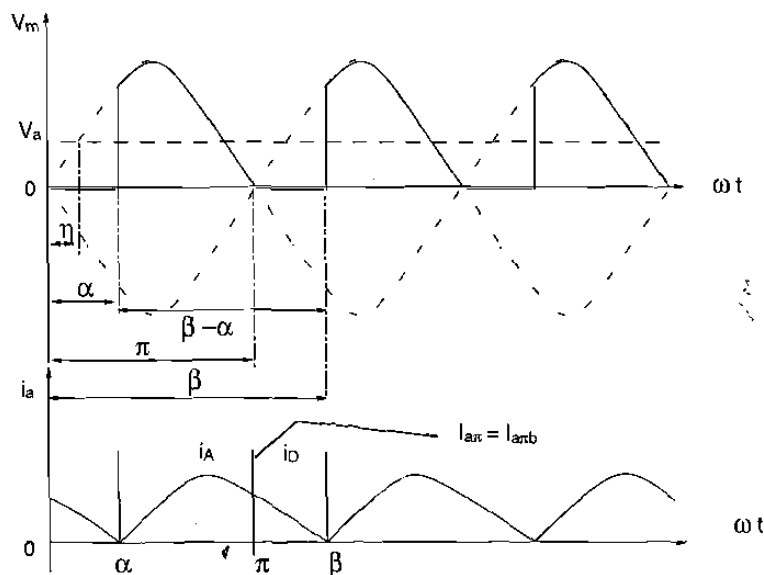


Figura 4.18 Formas de Onda para un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Medio Control, Operando en el Límite entre Conducción Continua y Pulsante

en donde:  $\omega t' = \omega t - \pi$

cuya solución para las condiciones iniciales  $i_a = I_{a\pi}$  en  $\omega t' = 0$  es:

$$i_a = i_D = \left\{ I_{a\pi} + \frac{V_a}{R_a} \right\} e^{-\omega t' / \tan \phi} - \frac{V_a}{R_a} \quad (4.30)$$

En el límite entre conducción continua y pulsante,  $i_D$  cae a cero cuando  $\omega t' = \alpha$ , lo que equivale a:  $\omega t = \pi + \alpha$ . Para esta condición, hagamos  $I_{a\pi} = I_{a\pi b}$ . De lo anterior, la ecuación 4.30 queda:

$$I_{a\pi b} = \frac{V_a}{R_a} (e^{\alpha / \tan \phi} - 1) \quad (4.31)$$

Si  $I_{a\pi} \geq I_{a\pi b}$  la corriente es continua y en el límite entre conducción continua y pulsante  $I_{a\pi} - I_{a\pi b} = 0$ , con lo que se obtiene:

$$0 = \cos \phi \operatorname{sen} \phi - m e^{\alpha / \tan \phi} + [m - \cos \phi \operatorname{sen}(\alpha - \phi)] e^{(\alpha - \pi) / \tan \phi} \quad (4.32)$$

Cuando la corriente en la armadura alcanza la condición de límite mostrada en la figura 4.18 o va mas allá en la conducción continua, el voltaje promedio para los convertidores de medio control será:

$$\bar{v}_m = \frac{V_p}{\pi} (1 + \cos \alpha) \quad (4.33)$$

cuya gráfica se muestra en la figura 4.19

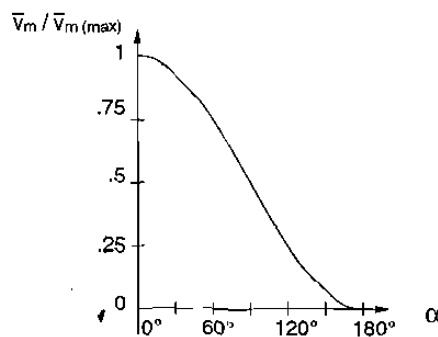


Figura 4.19 Característica  $\bar{v}_m / \bar{v}_m(\max)$  contra  $\alpha$  para un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Medio Control, Operando en Conducción Continua

La velocidad, similarmente con lo que sucede en la ecuación 4.26 es:

$$\omega_m = \frac{V_p}{\pi K \Phi} (1 + \cos\alpha) - \frac{R_a \bar{I}}{(K \Phi)^2} \quad (4.34)$$

### Ejemplo 4.3

Un motor de C-D de 5 hp (3.73 Kw), 500 rpm,  $i_a(\text{nom}) = 22 \text{ A}$ ,  $R_a = 1.33 \Omega$  y  $L_a = 36 \text{ mH}$ ; es operado a través de un convertidor monofásico de onda completa - medio control, el cual está alimentado por una fuente de 300 V, 60 Hz. La corriente de campo se establece en el nivel requerido para tener operación nominal cuando se alimenten 230 V de C-D a la armadura. Determine:

- El ángulo  $\alpha$  que deben dispararse los tiristores para, operando a la velocidad nominal, se tenga una condición de operación en el límite entre conducción continua y pulsante.
- El voltaje promedio alimentado al motor en esta condición.
- El par desarrollado.

### Solución

$$V_p = \sqrt{2} V = \sqrt{2} (300) = 424.26 \text{ V}$$

$$V_a = 230 - 1.33 (22) = 200.7 \text{ V}$$

$$m = 200.7 / 424.26 = .47$$

$$\tan \phi = [120 \pi (36 \times 10^{-3})] / 1.33 = 10.2 \quad \text{de donde: } \phi = 84.4^\circ$$

(a) Substituyendo los valores conocidos en la ecuación 4.32, se determina  $\alpha$ :

$$0 = \cos(84.4) \sin(84.4) - .47 e^{\alpha/10.2} + [.47 - \cos(84.4)\sin(\alpha - 84.4)]e^{(\alpha - \pi)/10.2}$$

$$\text{de donde: } \alpha \approx 53.5^\circ$$

(b) Para determinar el voltaje promedio, basta con emplear la ecuación 4.33:

$$\bar{V}_m = \frac{V_p}{\pi} (1 + \cos\alpha) = \frac{424.26}{\pi} [1 + \cos(53.5^\circ)] = 215.37 \text{ V}$$

(c) El par desarrollado se obtiene de la ecuación 4.34, determinando previamente  $K\Phi$ .

$$\omega_m = 500 \text{ rpm} = (500) 2\pi / 60 = 52.36 \text{ rad / s}$$

$$K\Phi = V_a / \omega_m = 200.7 / 52.36 = 3.833 \text{ V / rad / s}$$

$$\omega_m = \frac{V_p}{\pi K\Phi} (1 + \cos\alpha) - \frac{R_a \bar{T}}{(K\Phi)^2} = 52.36 = \frac{424.26}{\pi 3.833} [1 + \cos(53.5^\circ)] - \frac{1.33 \bar{T}}{(3.833)^2}$$

$$\text{de donde } \bar{T} = 42.3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

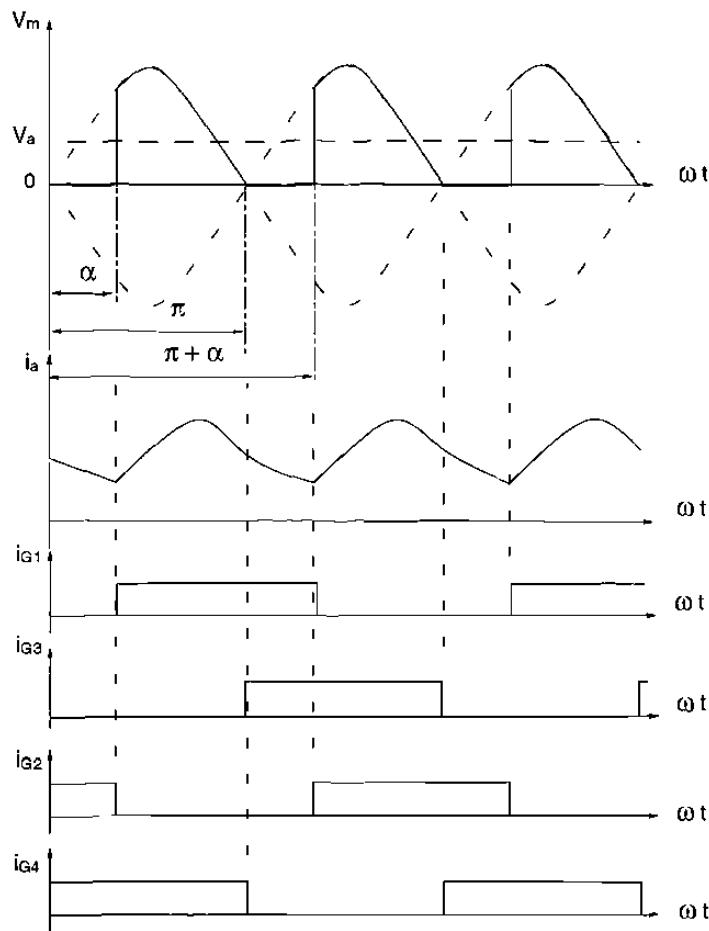
### 4.3.3 Regeneración con Diodo de Rueda Libre

La desventaja de los convertidores de medio control es que no permiten la regeneración en el cuarto cuadrante, pero tienen la ventaja de la operación en conducción continua, producida por el diodo de rueda libre. Si la ventaja mencionada pudiera combinarse con la regeneración, se tendría el mejor convertidor monofásico de onda completa posible. Este convertidor puede llevarse a cabo controlando individualmente los cuatro tiristores de un convertidor monofásico de onda completa - control completo (Figura 4.10).

Las señales de disparo son trenes de pulsos de  $180^\circ$ . Las usadas para los tiristores  $T_3$  y  $T_4$  se mantienen fijas en la posición mostrada en la figura 4.20 (iniciando en  $\pi$  y  $2\pi$ , respectivamente). Mientras que las que se usan para los tiristores  $T_1$  y  $T_2$  se mueven simultáneamente a lo largo del eje  $\omega t$  por medio de la lógica del circuito que controla la operación del convertidor. Si el tiristor  $T_1$  se toma como referencia, cuando  $T_1$  se dispara en un ángulo  $\omega t = \alpha$ ;  $T_2$  se disparará en un ángulo  $\omega t = \pi + \alpha$ .

La operación del circuito en estas condiciones es como sigue: en  $\omega t = \alpha$ ,  $T_1$  se enciende y dado que en ese semiciclo  $T_4$  también está recibiendo señal de disparo, la conducción hacia el motor se realiza a través de ellos ( $T_1$  y  $T_4$ ). Al final del semiciclo, cuando  $\omega t = \pi$ ,  $T_3$  se enciende, apagando  $T_4$ . Ahora,  $T_1$  y  $T_3$  conducen, formando una trayectoria de rueda libre. Cuando  $\omega t = \pi + \alpha$ ,  $T_2$  se enciende, apagando a  $T_1$ . Ahora,  $T_2$  y  $T_3$  suministran energía al motor. Al final de este semiciclo, en  $\omega t = 2\pi$ ,  $T_4$  se enciende apagando a  $T_3$ , volviéndose a formar una trayectoria de rueda libre, solo que en esta ocasión por medio de  $T_2$  y  $T_4$ .

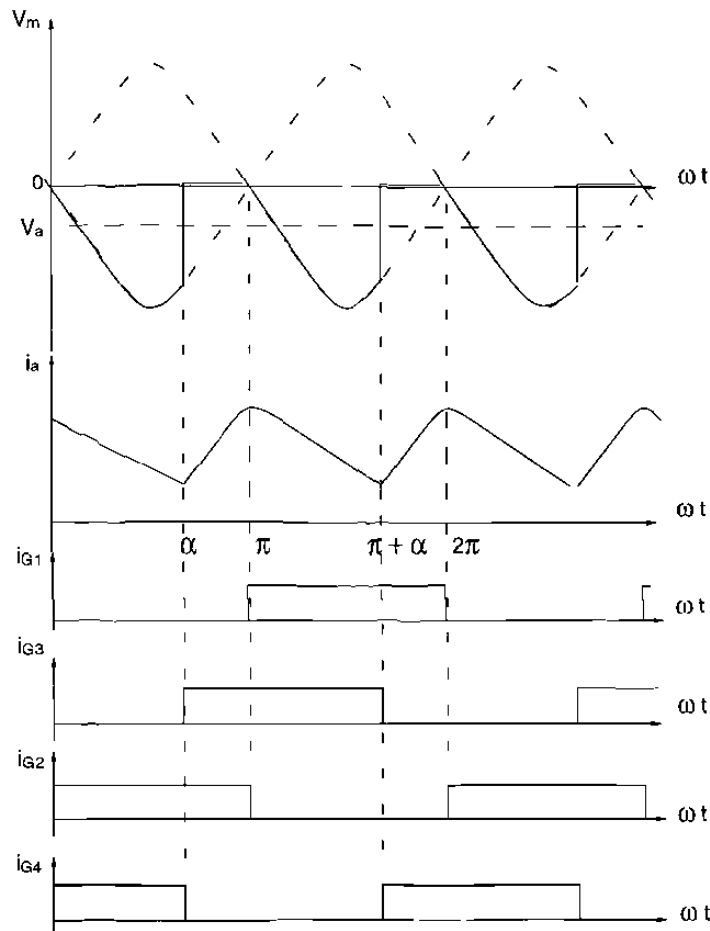
La secuencia descrita anteriormente permite la operación del motor en el primer cuadrante de la curva par - velocidad (*Motorizado en Directa*). Para operar en el cuarto cuadrante (*Frenado en Reversa*), las señales de disparo para los tiristores  $T_1$  y  $T_2$  deben estar fijas, mientras que las que se usan para disparar a  $T_3$  y  $T_4$  ahora se deben mover a lo largo del eje  $\omega t$ .  $T_3$  es el tiristor de referencia para esta operación, se disparará en  $\omega t = \alpha$ , mientras que  $T_4$  en  $\omega t = \pi + \alpha$ . Los tiristores  $T_1$  y  $T_2$  deben dispararse ligeramente antes de  $\pi$  y  $2\pi$ , respectivamente; para dar tiempo a conmutar (apagar)  $T_2$  cuando  $T_1$  se enciende y a conmutar  $T_1$  cuando  $T_2$  se enciende. Ese período antes de  $\pi$  y de  $2\pi$  debe ser mayor que el tiempo requerido por los tiristores para apagarse ( $t_{off}$  del tiristor) y lo llamaremos  $t_a$ .



**Figura 4.20 Formas de Onda para la Operación en el Primer Cuadrante de un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Control Completo con la Función de Rueda Libre Agregada**

La operación del circuito en estas nuevas condiciones ocurre en el semiciclo negativo como sigue: cuando  $\omega t = \alpha - \pi$  en la figura 4.21,  $T_4$  se enciende y  $T_3$  se apaga; como  $T_2$  debe estar previamente encendido,  $T_2$  y  $T_4$  producen una trayectoria de rueda libre. En  $\omega t = \pi - t_a$ , se enciende  $T_1$  y se apaga  $T_2$ ; así que  $T_1$  y  $T_4$  conducen suministrando energía a la fuente de C-A. Cuando  $\omega t = \alpha - T_3$ , se enciende apagando a  $T_4$ ;  $T_1$  y  $T_3$  conducen la corriente de rueda libre. En  $\omega t = 2\pi - t_a$ ,  $T_2$  se enciende conmutando a  $T_1$ ; así que se vuelve a suministrar energía a la fuente de C-A, ahora a través de  $T_3$  y  $T_2$ .

Nótese que cuando están simultáneamente energizados los tiristores  $T_1$  y  $T_4$ , así como  $T_2$  y  $T_3$  la energía está siendo suministrada desde el motor hacia la fuente de C-A (*corriente promedio positiva, voltaje promedio negativo*), así que la operación se está llevando a cabo en el cuarto cuadrante, para lo cual el campo del motor debe estar invertido (Obsérvese que  $V_a$ , durante esta acción, es negativa).



**Figura 4.21 Formas de Onda para la Operación en el Cuarto Cuadrante de un Convertidor Monofásico de Onda Completa - Control Completo con la Función de Rueda Libre Agregada**

La relación entre voltaje promedio ( $\bar{v}_m$ ) y ángulo de disparo ( $\alpha$ ), despreciando las pequeñas partes positivas de la curva de voltaje mostradas en la figura 4.20, para la operación en este cuarto cuadrante es:

$$\bar{v}_m = \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{\pi+\alpha} V_p \text{sen}(\omega t) d(\omega t) = -\frac{V_p}{\pi} (1 + \cos\alpha) \quad (4.35)$$

Obviamente, los circuitos para disparo de este convertidor son más complicados que los que se emplean en los convertidores de medio control o de control completo sin la función de rueda libre incluida, dado que todos los tiristores deben controlarse individualmente, no por parejas como en los otros casos; además, se requiere de una lógica de operación para determinar el ángulo de encendido de cada tiristor bastante complicada.

### Ejemplo 4.4

En el sistema del ejemplo 4.2 se substituye el convertidor por uno de medio control. ¿Se puede alcanzar la conducción continua, operando a la velocidad nominal?

### Solución

Del ejemplo 4.2 se conocen:

$$V_p = 346.5 \text{ V}, \quad \bar{V}_m = 214.9 \text{ V}, \quad m = .6, \quad \tan \phi = 2.77 \quad \text{y} \quad \phi = 70.17^\circ$$

De la ecuación 4.33, se puede obtener  $\alpha$  :

$$\bar{V}_m = \frac{V_p}{\pi} (1 + \cos \alpha) = 214.9 = \frac{346.5}{\pi} (1 + \cos \alpha)$$

de donde:  $\alpha = 18.48^\circ$

Substituyendo estos datos en la ecuación 4.32:

$$I_{a\pi} - I_{a\pi b} = \cos(70.17^\circ) \sin(70.17^\circ) - .6 e^{(18.48 \pi / 180) / 2.77} \\ + [.6 - \cos(70.17^\circ) \sin(18.48 - 70.17^\circ)] e^{[(18.48 \pi / 180) - \pi] / 2.77} = -.042$$

El valor negativo obtenido para la ecuación 4.32 indica que la operación **no** se realiza en conducción continua; sin embargo, el valor es tan pequeño que casi se alcanza el límite entre conducción continua y pulsante.

## 4.4 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE LOS CONVERTIDORES

Para el análisis de sistemas de control que incorporan convertidores de fase controlada, es deseable obtener una función de transferencia *lineal* con una buena aproximación para usarse como representativa del convertidor. Ya se ha indicado en secciones previas, que esto no se puede llevar a cabo en convertidores monofásicos de *onda completa* - control completo sin rodada libre agregada, debido a que no se alcanza en ellos la conducción continua a menos que se agregue una cantidad muy grande de inductancia al circuito de armadura. Por tanto, lo que sigue se refiere a convertidores monofásicos de *onda completa* - medio control o a su contra parte de control completo con rodada libre agregada.

### 4.4.1 Convertidores de Medio Control

La curva *voltaje promedio* contra *ángulo de disparo* para los convertidores de medio control, descrita en la figura 4.19 (Ecuación 4.33); puede considerarse lineal sobre el rango de  $30^\circ < \alpha < 150^\circ$ , según la linealización mostrada en la figura 4.22. De esta zona lineal, puede obtenerse la ganancia del convertidor:

$$k = \frac{\Delta \bar{v}_m}{-\Delta \alpha} = \frac{V_p}{\pi} \frac{(\cos 30^\circ - \cos 150^\circ)}{150^\circ - 30^\circ} = 0.0046 V_p / ^\circ \quad (4.36)$$

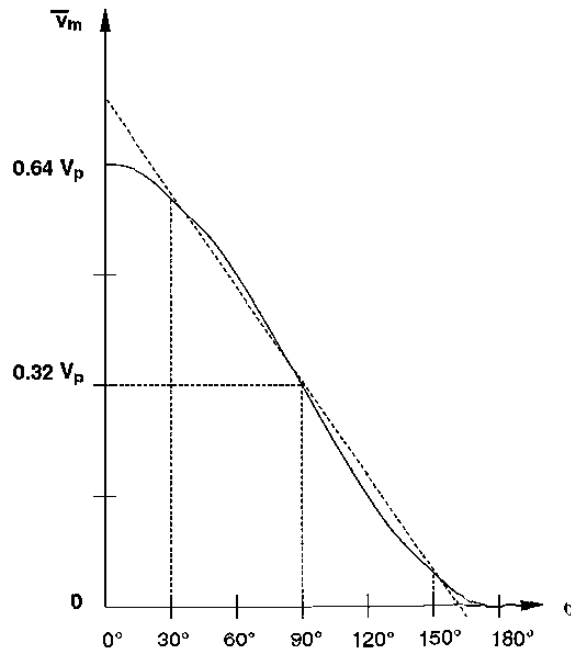


Figura 4.22 Característica Linealizada  $\bar{v}_m$  Contra  $\alpha$  para un Convertidor de Medio Control

Aunque el cambio en  $v_m$  puede considerarse instantáneo cuando se aplica una señal de compuerta a un tiristor, el cambio en el valor promedio de  $v_m$  ( $\bar{v}_m$ ) no puede considerarse así. La razón se muestra en la figura 4.23, en la cual en un instante  $t_1$ , el ángulo de disparo se cambia de  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$ . Este cambio no tiene efecto hasta que  $\omega t = \alpha_2$ , cuando se enciende el siguiente tiristor. Entonces existe un tiempo muerto  $t_d$  entre el cambio de referencia y el cambio en la respuesta. Debido a que el tiempo muerto puede variar desde cero hasta la mitad del período de la fuente de C-A (1/120 s para 60 Hz) se asume normalmente que  $t_d$  sea de un cuarto del período; esto es, el valor promedio.

La variación de tiempo de  $\bar{v}_m$  puede expresarse como:

$$\bar{v}_m = k (t - t_d) \quad (4.37)$$



cuya transformada de Laplace es:

$$\bar{V}_m(s) = k e^{-t_d s} \quad (4.38)$$

Debido a que  $t_d$  es pequeño comparado con las constantes de tiempo de los elementos mecánicos del sistema, puede aproximarse la función de transferencia del convertidor por:

$$G(s) = \frac{k}{1 + s \bar{t}_d} \quad (4.39)$$

donde:  $\bar{t}_d$  es el valor promedio de  $t_d$ .

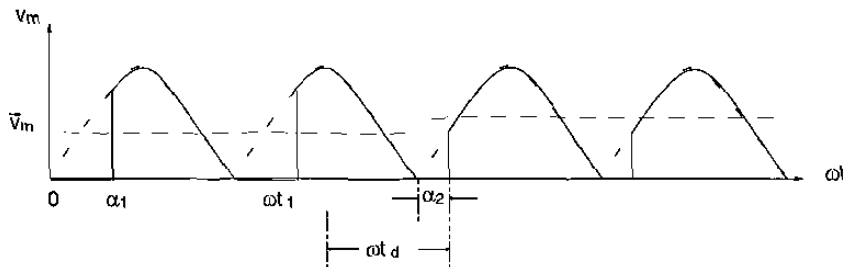


Figura 4.23 Respuesta del Voltaje Promedio Ante un Cambio en el Ángulo de Disparo

#### 4.4.2 Convertidores de Control Completo con Rodada Libre.

La característica de *voltaje promedio* contra *ángulo de disparo*, descrita por las ecuaciones 4.33 y 4.35 que se muestra en la figura 4.24 puede considerarse lineal en todo el rango de valores de  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 360$ ); por lo que la ganancia del convertidor queda expresada como:

$$k = \frac{\Delta \bar{V}_m}{-\Delta \alpha} = \frac{2V_p}{\pi} \frac{(\cos 0^\circ + \cos 360^\circ)}{360^\circ - 0^\circ} = 0.0035 V_p / ^\circ \quad (4.40)$$

La función de transferencia tendrá la misma forma que en la ecuación 4.39. Sin embargo, esta aproximación no es tan buena como la del controlador de medio control.

#### 4.5 FACTOR DE POTENCIA

Dado que la operación en conducción continua es la deseable para cualquier motor de C-D controlado a través de un convertidor, esta será la única condición a considerarse en la determinación del factor de potencia en los convertidores.

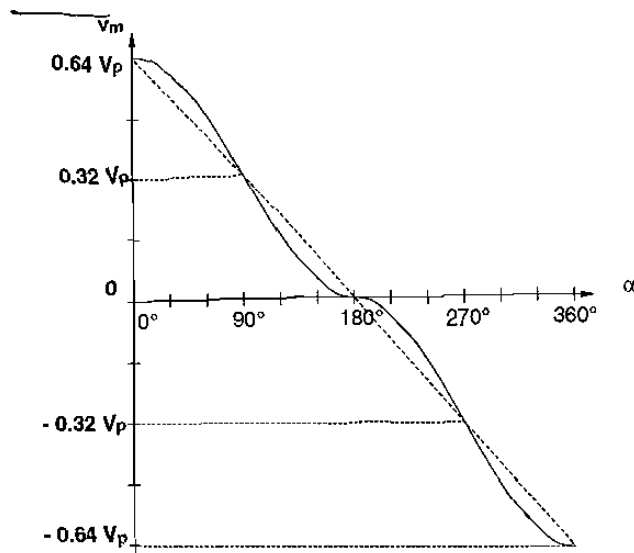


Figura 4.24 Característica Linealizada  $\bar{v}_m$  Contra  $\alpha$  para un Convertidor de Control Completo con Rodada Libre

### 4.5.1 Convertidores de Control Completo

La operación en conducción continua para los convertidores monofásicos de onda completa control completo, sólo se alcanza si el motor es grande, si se opera cerca de plena carga y, posiblemente, con una inductancia agregada en el circuito de armadura.

La potencia aparente tomada de la línea está determinada por el voltaje de la línea y la onda fundamental de la corriente de la línea. Considerando a la corriente en la carga no sólo continua, sino constante, se tendrá una onda cuadrada en el lado de C-A del convertidor, con lo cual la potencia aparente será constante y el factor de potencia de la onda fundamental será:

$$PF_1 = \cos \alpha \quad (4.41)$$

Así la potencia activa tomada desde la línea es máxima para  $\alpha = 0^\circ$  y la potencia activa entregada a la línea es máxima para  $\alpha = 180^\circ$ ; mientras que la potencia reactiva será máxima para  $\alpha = 90^\circ$  y mínima para  $\alpha = 0^\circ$  y  $\alpha = 180^\circ$ , como puede apreciarse en la figura 4.25, dado que:

$$(P_{\text{Aparente}})^2 = (P_{\text{Activa}})^2 + (P_{\text{Reactiva}})^2 \quad (4.42)$$

Si el ángulo de disparo  $\alpha$  se incrementa por encima de  $\pi/2$  ( $90^\circ$ ) el voltaje promedio en la armadura  $\bar{v}_m$  se hará negativo (Ecuación 4.24); y dado que sólo es posible la corriente promedio  $\bar{i}_a$  positiva, la energía fluyente en el sistema se invierte; esto es, la energía es enviada a la fuente de potencia desde la armadura. Esto confirma la conclusión obtenida previamente, en el sentido de que este tipo de convertidores actúan como inversores de frecuencia de salida fija cuando están operando bajo estas condiciones.

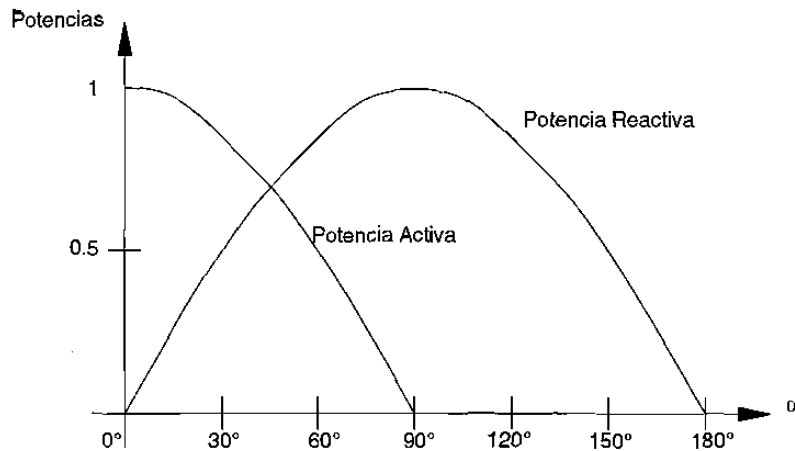


Figura 4.25 Potencias Activa y Reactiva en función del Angulo de Disparo ( $\alpha$ )

### 4.5.2 Convertidores de Medio Control

La operación en conducción continua se alcanza con valores relativamente bajos de inductancia en el circuito de armadura, cuando se tiene la presencia de trayectorias de rueda libre; ya sea porque se tiene un convertidor de medio control o porque se tiene un convertidor de control completo con control individual de los tiristores.

Un convertidor de medio control es equivalente a medio puente de diodos en serie con medio puente de tiristores, alimentados cada uno de ellos a la mitad del voltaje. Sólo el medio puente de tiristores consume energía reactiva, por lo que la potencia reactiva consumida queda dividida por 2, así que el factor de potencia varía con el ángulo de disparo  $\alpha$  según la expresión:

$$PF_1 = \cos(\alpha / 2) \quad (4.43)$$

## 4.6 CONVERTIDORES TRIFASICOS DE MEDIA ONDA

Los convertidores trifásicos de media onda son análogos a los convertidores monofásicos de media onda por su simplicidad, pero son capaces de manejar una potencia mayor para la misma capacidad de los tiristores, dado que la carga se reparte entre tres, puesto que cada tiristor conduce por un período de  $120^\circ$  ( $2/3\pi$ ). Deben contar con un transformador en Zig-Zag, como el mostrado en la figura 4.26, que toma en cuenta el sentido unidireccional de la corriente en sus devanados para evitar que estos se magneticen; para ello, las bobinas X', Y' y Z' están colocadas de manera opuesta a las bobinas Z, X y Y, respectivamente. Debido a lo anterior, los convertidores trifásicos de media onda son poco utilizados. La figura 4.27 muestra las configuraciones de control completo y medio control para este tipo de convertidores, mientras que la figura 4.28 muestra las formas de onda.

El voltaje en la carga corresponde a los voltajes de las fases  $V_{an}$ ,  $V_{bn}$  y  $V_{cn}$ ; apartados  $120^\circ$  entre sí, lo cual obliga a que los ángulos de disparo de los tiristores se midan desde  $30^\circ$  después

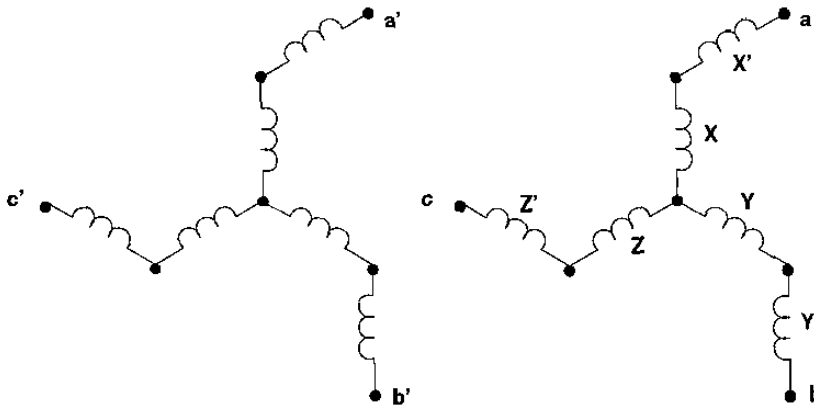


Figura 4.26 Transformador en Zig Zag

de iniciada la fase, según se puede apreciar en la figura 4.28; ya que antes de este punto, los tiristores están polarizados inversamente por la fase anterior.

## 4.7 CONVERTIDORES TRIFÁSICOS DE ONDA COMPLETA

Los convertidores trifásicos más frecuentemente usados son de onda completa, ya que éstos se superponen a la necesidad de los transformadores en Zig - Zag requeridos en los convertidores trifásicos de media onda, además de tener un mejor rizado.

Existen dos versiones de estos convertidores trifásicos de onda completa, los de medio control o puente incompleto, en donde la mitad de las posiciones del puente están ocupadas por diodos, como el mostrado en la figura 4.28; y los de control completo, formado exclusivamente por tiristores, como el mostrado en la figura 4.29.

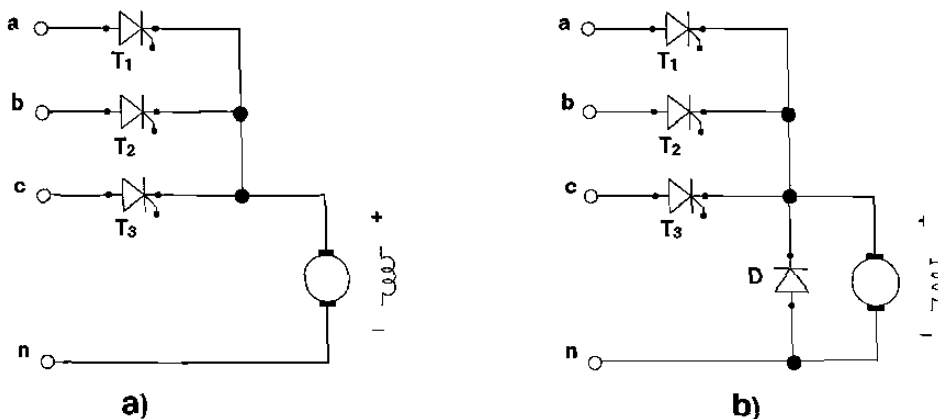


Figura 4.27 Convertidores Trifásicos de Media Onda. a) Control Completo b) Medio Control

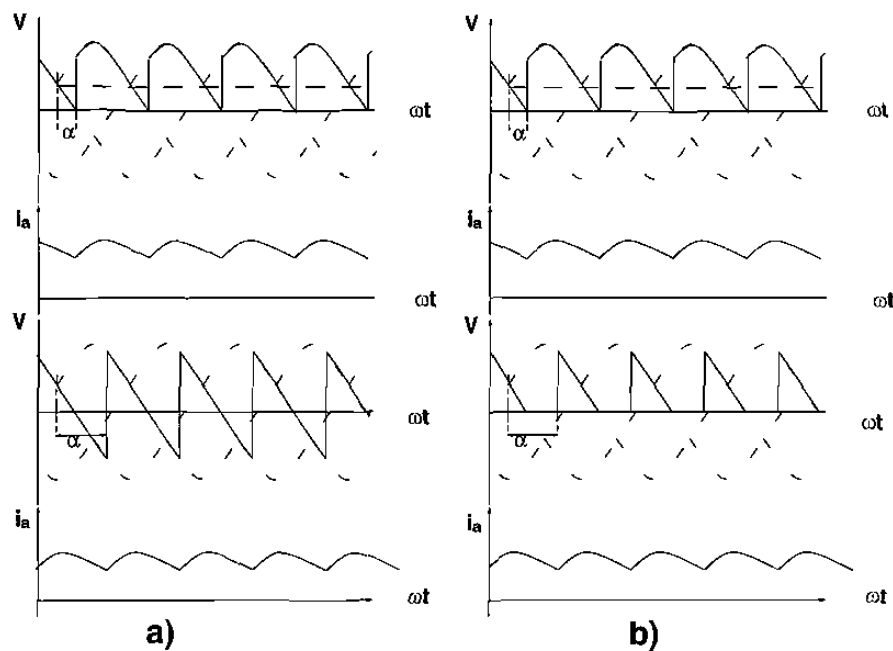


Figura 4.28 Formas de Onda para los Convertidores Trifásicos de Media Onda: a) Control Completo, b) Medio Control

#### 4.7.1 Convertidor Trifásico de Onda Completa Medio Control

El voltaje aplicado a la armadura en el convertidor de medio control de la figura 4.29 se controla a través de los ángulos de disparo de los tiristores, mientras que los diodos sólo sirven para completar la trayectoria de corriente del circuito. El diodo de rueda libre o volante ( $D_4$ ) conduce al

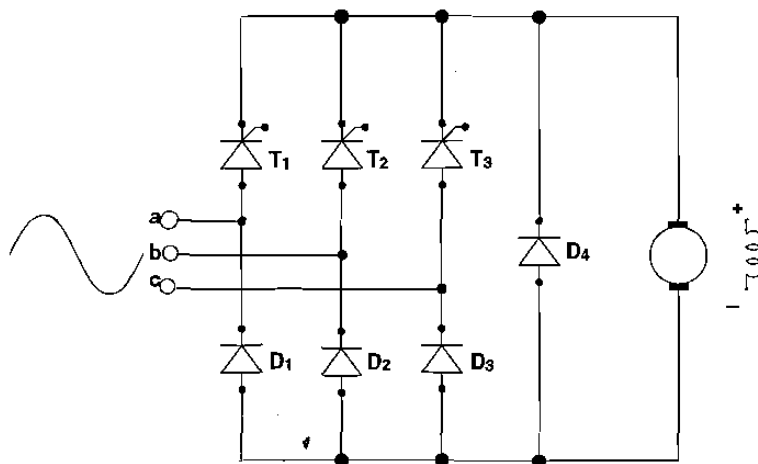
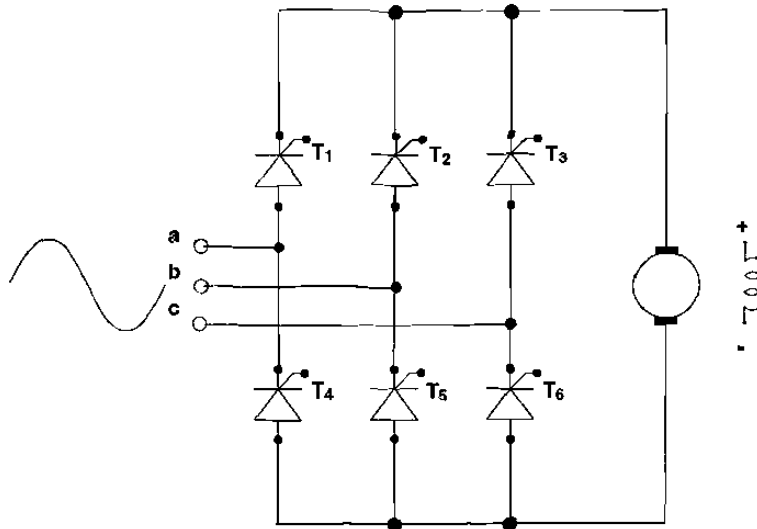


Figura 4.29 Convertidor Trifásico de Onda Completa, Medio Control



**Figura 4.30 Convertidor Trifásico de Onda Completa, Control Completo**

final de cada semiciclo y se utiliza con el mismo propósito que el utilizado en los convertidores monofásicos de onda completa, medio control, cátodos comunes; esto es, el de evitar la pérdida de control sobre la operación del circuito cuando se ordene parar.

La operación del circuito se muestra en una secuencia de formas de onda para varios ángulos de disparo en la figura 4.31. Nótese que en este puente convertidor trifásico de onda completa - medio control, el voltaje que aparece en la carga es una porción del voltaje de línea a línea mientras que en los convertidores trifásicos de media onda el voltaje en la carga es de línea a neutro.

En la figura 4.31 para un ángulo de disparo de  $0^\circ$ , la salida es igual a la de un rectificador trifásico de onda completa. Cuando el ángulo se retrasa  $30^\circ$ , sólo afecta a los semiciclos dominados por los tiristores, pero no por los diodos, así que se ven afectados pulsos alternados. Para un ángulo de  $60^\circ$ , cada tiristor conduce con un sólo diodo, así que las formas de onda son iguales que en los convertidores trifásicos de media onda. Para un ángulo de disparo de  $90^\circ$ , el período de conducción de los elementos del puente es menor a  $120^\circ$  por pulso, así que en el resto del período la inductancia de armadura se descarga a través del diodo de rueda libre.

En todos los casos anteriores, se consideró que el motor estaba operando en conducción continua, dado que esa es la situación más común; sin embargo puede presentarse la conducción pulsante, sobre todo para ángulos de disparo grandes y poca carga en el motor. En la figura 4.31 para un ángulo de disparo de  $120^\circ$ , en conducción pulsante, se tendrán tres componentes: desde el disparo ( $120^\circ$ ) hasta  $\pi$ , el tiristor conduce y aplica una fracción del voltaje de línea al motor. En el período siguiente ( $\pi$  a  $\beta$ ) conduce el diodo de rueda libre y el voltaje en el motor es cero. Desde el punto en el que la corriente se hace cero ( $\beta$ ) hasta el disparo del siguiente tiristor, el voltaje en el motor es el contraelectromotriz ( $V_a$ ) puesto que la corriente es cero en este último período. El ángulo de disparo al cual la corriente llega a ser pulsante, así como la amplitud del rizado, dependen de la constante de tiempo  $L_a / R_a$  del circuito de armadura.

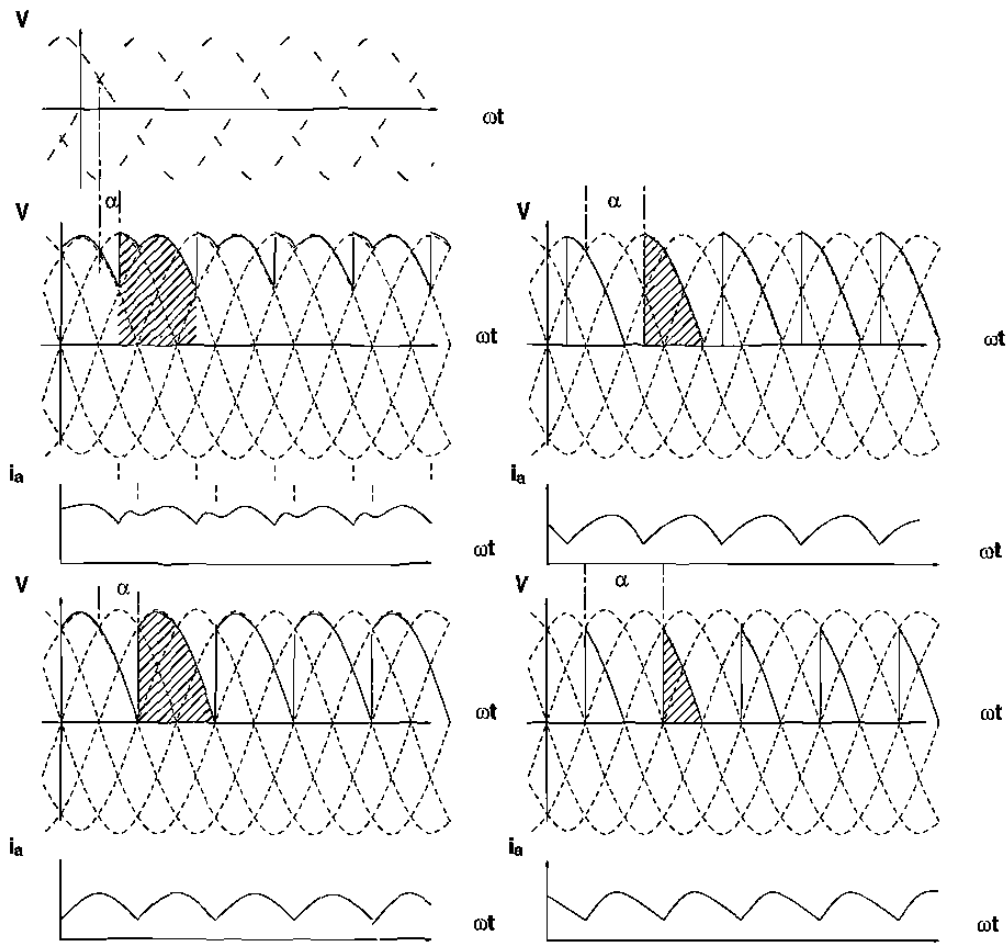


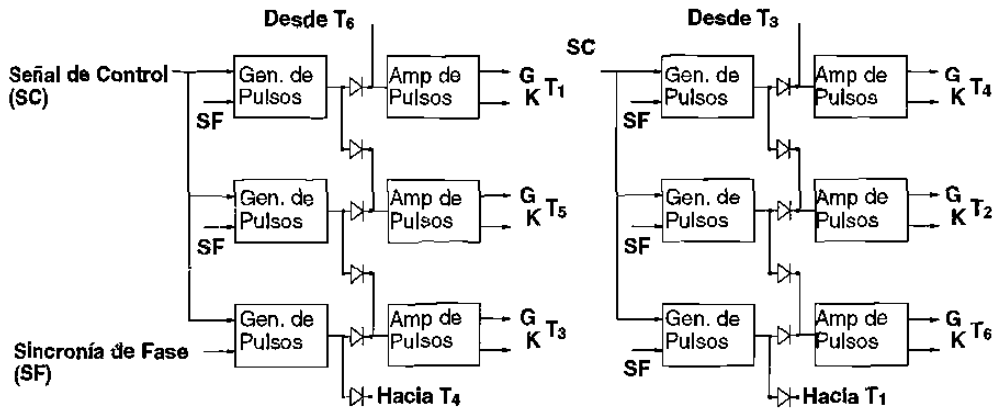
Figura 4.31 Formas de Onda para un Convertidor Trifásico de Onda Completa - Medio Control

#### 4.7.2 Convertidor Trifásico de Onda Completa - Control Completo

Un puente convertidor trifásico de onda completa - control completo, como el que se muestra en la figura 4.30, está constituido por seis tiristores y ningún diodo. Este circuito es el puente convertidor trifásico más ampliamente usado ya que además de permitir la operación en dos cuadrantes, tiene la ventaja de introducir poco rizado en la corriente. Los tiristores se deben encender en una secuencia que corresponda a la secuencia de la fuente; en este caso:  $T_1$ ,  $T_6$ ,  $T_2$ ,  $T_4$ ,  $T_3$  y  $T_5$ , para una secuencia de línea A, B y C. Además, dos tiristores en cada caso deben encenderse simultáneamente para proporcionar una trayectoria de corriente de la fuente a la carga y así, el voltaje en la carga se forma por segmentos de los voltajes de línea a línea.

Los pares de tiristores conduciendo simultáneamente se determinan en función de la secuencia de la fuente y de la polarización de los tiristores colocados en el lado opuesto del puente del tiristor a dispararse; así, al encenderse  $T_1$  debe encenderse simultáneamente  $T_5$ , con  $T_6$  debe encenderse  $T_1$ , a  $T_2$  lo acompaña  $T_6$ ,  $T_4$  con  $T_2$  de compañía,  $T_3$  con  $T_4$  y  $T_5$  con  $T_3$ . El encendido

simultáneo de dos tiristores se logra interconectando los circuitos de disparo de ellos según se muestra en la figura 4.32.



**Figura 4.32 Interconexión de los Circuitos de Disparo de los Tiristores de un Puente Convertidor Trifásico de Onda Completa - Control Completo**

La figura 4.33 muestra la operación del circuito convertidor trifásico de onda completa - control completo para distintos ángulos de disparo en conducción continua. Este sistema también puede operar en conducción pulsante, pero debido al mayor número de pulsos (6) comparado con los que tienen los convertidores monofásicos (2), esta operación se confina a ángulos de disparo grandes, aún para motores con muy baja inductancia en el circuito de armadura.

Nótese que los ángulos de disparo en este circuito, se miden  $30^\circ$  después de iniciado un semiciclo positivo o negativo de cada fase; o bien,  $60^\circ$  después de iniciado cada una de las señales de línea a línea. Lo anterior se debe a que es imposible disparar los tiristores antes de este punto, puesto que estarán polarizados inversamente por la fase anterior.

Como se puede apreciar en las formas de onda mostradas en la figura 4.33, cuando el ángulo de disparo es mayor que  $90^\circ$ , en conducción continua, el voltaje promedio es negativo. Este es un resultado esperado puesto que es la característica en todos los convertidores de control completo. Una vez más, el voltaje promedio  $\bar{v}_m$  puede expresarse como función del ángulo de disparo  $\alpha$ . Así, si:

$$V_{ab} = V_p \text{ sen } \omega t \tag{4.44}$$

entonces:

$$\bar{v}_m = \frac{3}{\pi} \int_{\alpha + \pi/3}^{\alpha + 2\pi/3} V_p \text{ sen } \omega t \, d(\omega t) = \frac{3}{\pi} V_p \cos \alpha \tag{4.45}$$

La corriente promedio en la armadura está dada por:



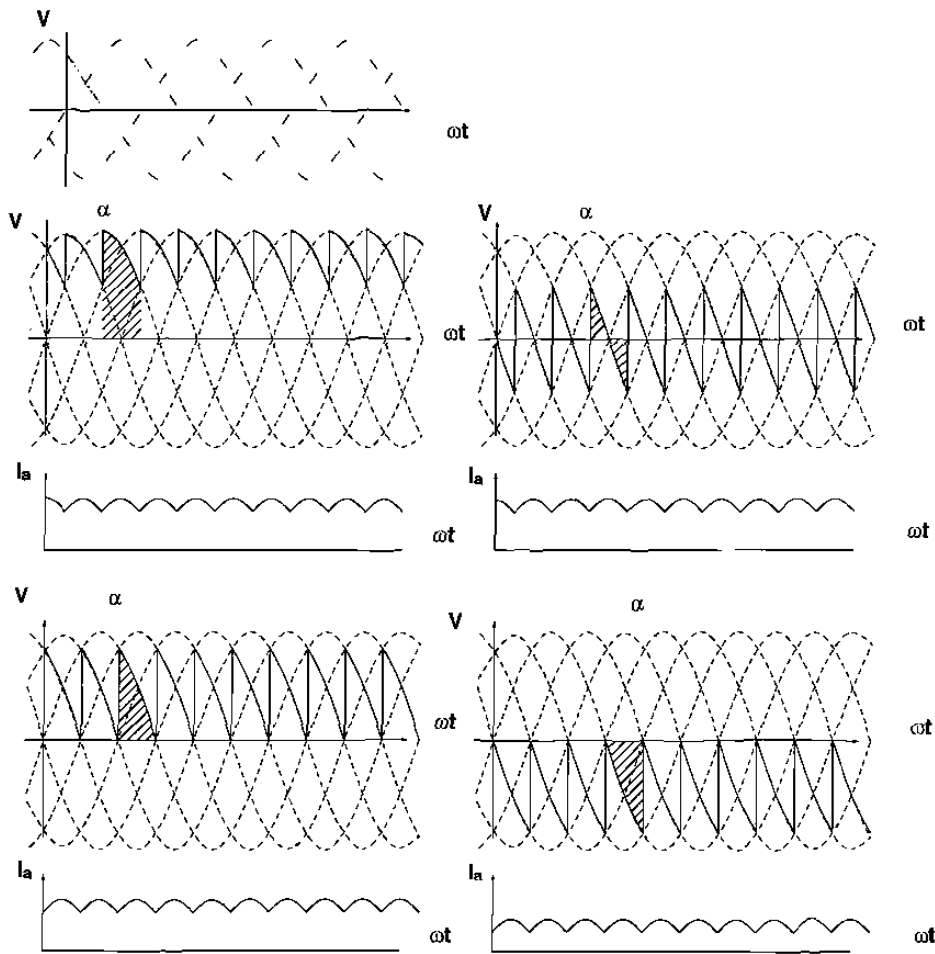


Figura 4.33 Formas de Onda en un Convertidor Trifásico de Onda Completa - Control Completo.

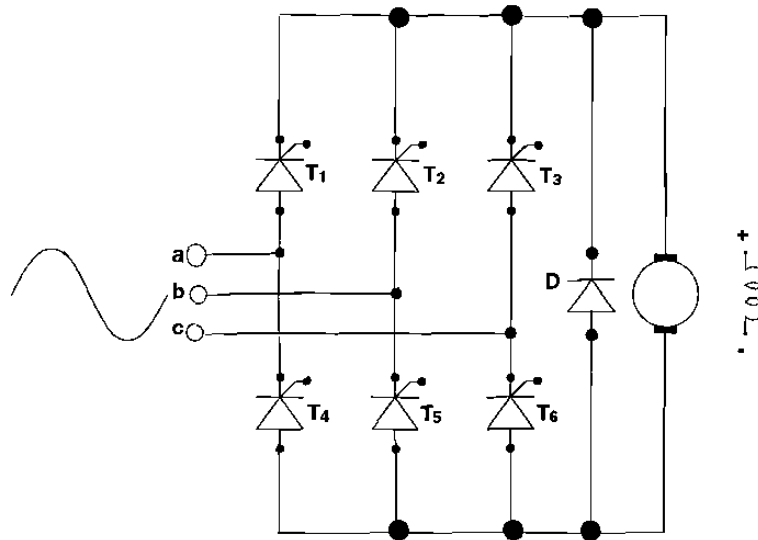
$$\bar{i}_a = \frac{\bar{v}_m - K\Phi \omega_m}{R_a} \quad (4.46)$$

el par promedio es:

$$\bar{T} = K\Phi \bar{i}_a \quad (4.47)$$

y dado que

$$V_a = K\Phi \omega_m = \bar{v}_m - R_a \bar{i}_a \quad (4.48)$$



**Figura 4.34 Convertidor Trifásico de Onda Completa con Diodo de Rueda Libre**

entonces:

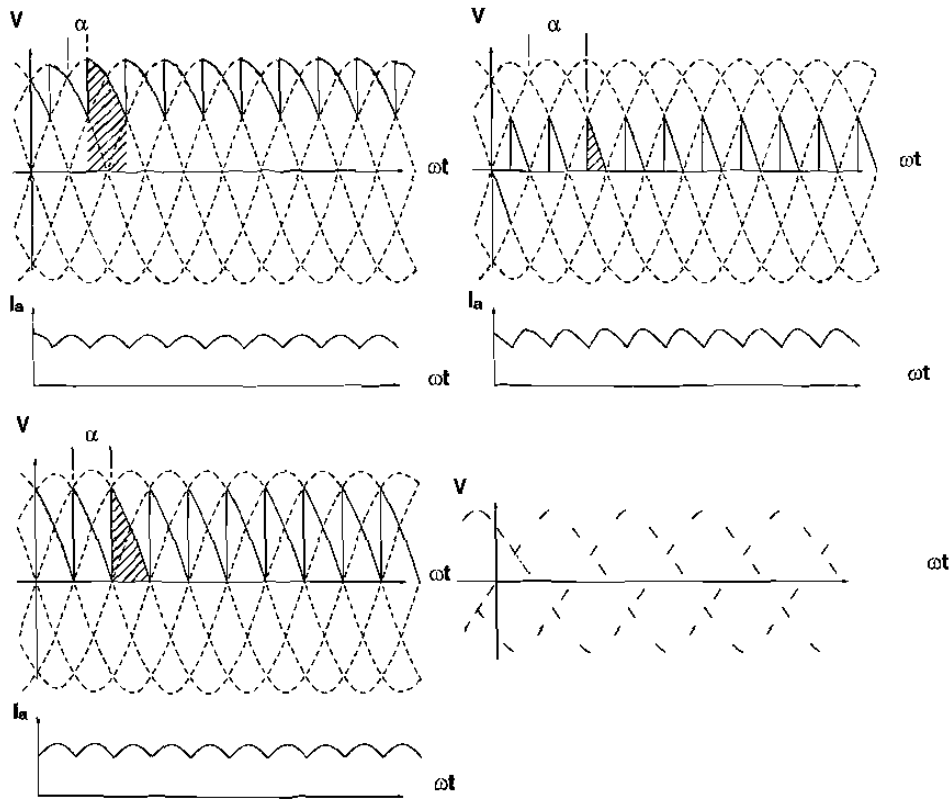
$$\omega_m = \frac{3}{\pi K \Phi} v_p \cos \alpha - \frac{R_a \bar{T}}{(K \Phi)^2} \quad (4.49)$$

Las características par - velocidad para este sistema son similares a las obtenidas con los convertidores monofásicos operando en conducción continua.

#### 4.7.2.1 Convertidor Trifásico de Onda Completa con Diodo de Rueda Libre

Si se conecta un diodo de rueda libre entre terminales de salida de un convertidor trifásico de onda completa, se obtiene el circuito que se muestra en la figura 4.34. En este circuito, el voltaje en la carga no puede ser negativo, así que la operación del convertidor se confina solamente al primer cuadrante del diagrama par - velocidad. Las formas de onda del circuito se muestran en la figura 4.35.

Nótese que las formas de onda de este convertidor son diferentes a las del convertidor trifásico de onda completa - medio control analizado en la sección 4.7.1; dado que este circuito cuenta con seis tiristores (tiene seis pulsos), mientras que el convertidor trifásico de onda completa - medio control sólo tiene tres tiristores (tres pulsos).



**Figura 4.35 Formas de Onda del Convertidor Trifásico de Onda Completa con Diodo de Rueda Libre**

En el caso que el voltaje en la carga sea mayor que cero, no fluye corriente por el diodo, así que la operación es igual a la del convertidor sin diodo de rueda libre (figura 4.30). Esta condición ocurre para ángulos de disparo menores a  $60^\circ$  ( $\alpha < \pi/3$ ); entonces, la ecuación 4.18 queda como:

$$\bar{V}_m = \frac{3}{\pi} V_p \cos \alpha \quad 0 < \alpha < \pi/3 \quad (4.50)$$

Sin embargo, para ángulos de disparo mayores que  $60^\circ$  ( $\alpha > \pi/3$ ), el voltaje en la carga y en el diodo serán cero para el intervalo que va desde  $180^\circ$  hasta el siguiente disparo ( $\pi < \omega t < 2\pi/3 + \alpha$ ), fluyendo corriente a través del diodo. Nótese también que para ángulos de disparo de  $120^\circ$  el voltaje en la carga es cero (figura 4.35), lo cual indica que el rango de control de este convertidor es de  $0 < \alpha < 2\pi/3$  ( $0^\circ < \alpha < 120^\circ$ ).

Para las condiciones ilustradas en la figura 4.35, el voltaje promedio en la carga está dado por:

$$\begin{aligned}\bar{v}_m &= \frac{3}{\pi} \int_{\alpha + \pi/3}^{\pi} V_p \operatorname{sen}(\omega t) d(\omega t) \\ &= \frac{3}{\pi} V_p [1 + \cos(\alpha + \pi/3)] \quad \pi/3 < \alpha < 2\pi/3\end{aligned}\quad (4.51)$$

Las ecuaciones 4.46, 4.47 y 4.48 se pueden aplicar a este sistema; pero a la luz de las ecuaciones 4.50 y 4.51, la ecuación 4.49 tiene que ser reemplazada por:

$$\omega_m = \frac{\bar{v}_m}{K\Phi} - \frac{R_a \bar{I}}{(K\Phi)^2} \quad (4.52)$$

Una vez más es deseable determinar bajo que condiciones la corriente en la armadura es continua o pulsante. Si la corriente promedio es extremadamente baja, el pulso de corriente puede caer a cero antes que  $\omega t = \pi$ ; en cuyo caso no circularía corriente por el diodo de rueda libre, así que la conducción continua jamás podrá darse en esta zona. Si la corriente promedio es mayor y supera el intervalo  $\pi/3 + \alpha < \omega t < \pi$ , el diodo de rueda libre puede conducir en todo o parte del intervalo  $\pi < \omega t < 2\pi/3 + \alpha$ . Debe determinarse entonces, si la corriente en el diodo llega a cero antes del punto  $\omega t = 2\pi/3 + \alpha$ .

A partir de la ecuación de corriente:

$$\begin{aligned}\bar{i}_a &= \frac{V_p}{R_a} \cos \phi \operatorname{sen}(\omega t - \phi) - m \\ &+ [m - \cos \phi \operatorname{sen}(\pi/3 + \alpha - \phi)] e^{-(\omega t - \pi/3 - \alpha)/\tan \phi}\end{aligned}\quad (4.53)$$

para  $\omega t = \pi$ ,  $\bar{i}_a = I_{a\pi}$ :

$$\begin{aligned}I_{a\pi} &= \frac{V_p}{R_a} [\cos \phi \operatorname{sen} \phi - m] \\ &+ [m - \cos \phi \operatorname{sen}(\pi/3 + \alpha - \phi)] e^{-(2\pi/3 - \alpha)/\tan \phi}\end{aligned}\quad (4.54)$$

A partir de este punto, el diodo de rueda libre conduce, quedando su corriente expresada como en la ecuación 4.30:

$$i_a = i_D = i_{a\pi} + \frac{V_a}{R_a} e^{(\alpha + \pi/3 - \omega t')/\tan\phi} - \frac{V_a}{R_a} \quad (4.55)$$

para  $\omega t' = 2\pi/3$ ,  $i_{a\pi} = i_{a\pi b}$  y en el límite entre conducción continua y pulsante  $i_D = 0$ :

$$i_{a\pi b} = \frac{V_a}{R_a} [e^{(\alpha - \pi/3)/\tan\phi} - 1] \quad (4.56)$$

Para la condición de frontera  $i_{a\pi} - i_{a\pi b} = 0$ ; así que:

$$0 = \frac{V_p}{R_a} \{ \cos\phi \operatorname{sen}\phi - m e^{(\alpha - \pi/3)/\tan\phi} + [m - \cos\phi \operatorname{sen}(\pi/3 + \alpha - \phi)] e^{-(2\pi/3 - \alpha)/\tan\phi} \} \quad (4.57)$$

#### Ejemplo 4.4

Un motor de C-D de 230 V, 1750 rpm, 50 hp (37.3 kW) con una corriente de armadura nominal de 177 A,  $R_a = 0.0415 \Omega$  y  $L_a = 1.10 \text{ mH}$ ; es gobernado, alimentando su armadura con un convertidor trifásico de onda completa - control completo con diodo de rueda libre como el mostrado en la figura 4.34. La fuente de C-A es de 220 V de línea a línea a 60 Hz. Los pares de pérdidas del motor y la carga son directamente proporcionales a la velocidad, pero el par de carga es 1.25 veces que el par del motor corriendo con una alimentación de 230 V de corriente directa. El par de pérdidas del motor se incrementa un 25 % cuando es operado por el convertidor.

Determine si la corriente de armadura será continua cuando el motor corre a 600 rpm y el par de trabajo, requerido por la carga, es el 25 % del par nominal del motor.

#### Solución

$$\omega_{m(\text{nominal})} = (1750)(2\pi/60) = 183.3 \text{ rad/s}$$

$$k\Phi = V_a / \omega_m = [230 - (0.0415)(177)] / 183.3 = 1.215 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{A}$$

$$T_{\text{nominal}} = 37.3 / 183.3 = 203.5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$V_p = (\sqrt{2})(220) = 311.13 \text{ V}$$

$$P_{\text{entrada}} = (230)(177) = 40.71 \text{ KW}$$

$$P_{\text{salida}} = 37.3 \text{ KW}$$

$$R_a I_a^2 = (0.0415)(177)^2 = 1.3 \text{ KW}$$

$$P_{\text{pérdidas rotacionales}} = 40.71 - 37.3 - 1.3 = 2.11 \text{ KW}$$

$$T_{\text{(pérdidas del motor)}} = 2.11 \times 10^3 / 183.3 = 11.51 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T_{\text{(pérdidas del motor cuando es gobernado por el convertidor)}} = (1.25)(11.51) = 14.39 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T_{\text{(pérdidas de la carga)}} = (1.25)(11.51) = 14.49 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{A la velocidad nominal: } T_{\text{pérdidas}} = 14.49 + 14.49 = 28.78 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$B = 28.78 / 183.3 = 0.157 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

$$\text{A cualquier velocidad: } T_{\text{pérdidas}} = 0.157 \omega_m$$

$$\text{A } 600 \text{ rpm} = (600)(2\pi / 60) = 62.83 \text{ rad} / \text{s} : T_{\text{pérdidas}} = (0.157)(62.83) = 9.86 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{El par interno promedio al 25 \% del nominal es: } \bar{T} = (0.25)(203.5) + 9.86 = 60.74 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\bar{i}_a = \bar{T} / k \Phi = 60.74 / 1.215 = 49.99 \text{ A}$$

$$\bar{v}_m = \bar{i}_a R_a + k \Phi \omega_m = (49.99)(0.0415) + (1.215)(62.83) = 78.41 \text{ V}$$

Suponiendo conducción continua para el rango  $\alpha < \pi / 3$ , de la ecuación 4.50:

$$\alpha = \cos^{-1} \{ [\bar{v}_m(\pi / 3)] / V_p \} = \cos^{-1} \{ [78.41(\pi / 3)] / 311.13 \} = 74.7^\circ$$

Dado  $\alpha > \pi / 3$ , la suposición no es válida. Así que de la ecuación 4.51:

$$\alpha = \cos^{-1} \{ [78.41(\pi / 3)] / 311.13 - 1 \} - 60^\circ = 77.4^\circ = 1.35 \text{ rad}$$

Para determinar si la corriente es continua, se substituyen los valores numéricos conocidos en la ecuación 4.57. Si el resultado es positivo, indicará la condición de conducción continua.

$$m = V_a / V_p = k \Phi \omega_m / V_p = (1.215)(62.83) / 311.13 = 0.245$$

$$\tan \phi = 2 \pi (60)(1.1) / 0.415 = 9.993$$

$$\phi = 84.29^\circ = 1.471 \text{ rad}$$

$$0 = \frac{V_p}{R_a} \{ \cos \phi \sin \phi - m e^{(\alpha - \pi/3)/\tan \phi} + [ m - \cos \phi \sin(\pi/3 + \alpha - \phi) ] e^{-(2\pi/3 - \alpha)/\tan \phi}$$

$$\frac{311.13}{0.0415} \{ \cos (84.29^\circ) \sin (84.29^\circ) - (0.245) e^{(1.35 - \pi/3)/\tan (84.29^\circ)}$$

$$+ [ 0.245 - \cos (84.29^\circ) \sin(180^\circ/3 + 77.4^\circ - 84.29^\circ) ] e^{-(2\pi/3 - 1.35)/\tan 84.29^\circ} \} = 185.9$$

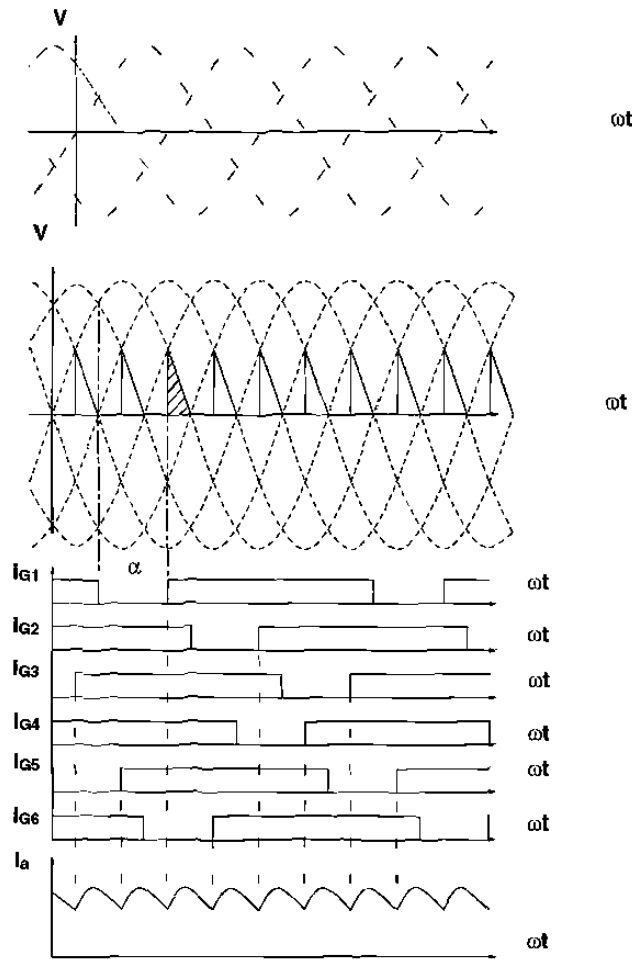
El resultado obtenido indica que la conducción es continua.

#### 4.7.2.2 Convertidor Trifásico de Onda Completa con Rueda Libre y Regeneración

Como en el caso de los convertidores monofásicos, la rodada libre puede obtenerse tanto en el primero como en el cuarto cuadrante de la curva par - velocidad sin la necesidad de un diodo de rueda libre. Sólo se requiere que los pulsos de compuerta en los tiristores del convertidor estén modificados como se muestra en las figuras 4.36 y 4.37.

En la figura 4.36  $\alpha = \pi/2$  ( $90^\circ$ ) así que el voltaje promedio debería ser cero para conducción continua; sin embargo, las señales de compuerta se han prolongado para proporcionar trayectorias de rueda libre a través de dos de los tiristores. De esta forma, no puede fluir corriente desde la fuente cuando el voltaje en terminales del motor tienda a ser negativo, eliminándose la parte negativa de las formas de onda del voltaje en terminales. Así por ejemplo, cuando  $\omega t = (\pi/3 + \alpha)$  se enciende  $T_1$ , la corriente fluye desde la fuente a través de  $T_1$ , la armadura del motor y  $T_5$ . Cuando  $\omega t = \pi$ ,  $V_{ab}$  empieza a ser negativa y dado que  $T_4$  se enciende,  $T_5$  se apaga. La corriente en la carga ahora sigue una trayectoria de rueda libre a través de  $T_1$  y  $T_4$  hasta que  $\omega t = (2\pi/3 + \alpha)$ , cuando se enciende  $T_6$  y, dado que  $V_{ac}$  es positiva,  $T_4$  se apaga, fluyendo la corriente desde la fuente a través de  $T_1$ , la armadura del motor y  $T_6$ . La operación continúa de manera similar para las siguientes fases.

La operación de rodada libre no es posible que se presente para  $0 < \alpha < \pi/3$ , dado que el voltaje en terminales no llega a cero antes que concluya el pulso de corriente. La operación en el primer cuadrante puede expresarse como función de  $\alpha$  por las ecuaciones 4.50 y 4.51.



**Figura 4.36 Operación en el Primer Cuadrante de un Convertidor Trifásico de Onda Completa - Control Completo con Rueda Libre y Regeneración**

La operación con rodada libre en el cuarto cuadrante se ilustra en la figura 4.37. La longitud general de las señales de compuerta se mantiene constante en  $4\pi/3$ . El ángulo de disparo  $\alpha$  ahora corresponde al intervalo desde el instante en que  $\omega t = \pi/3$  hasta el inicio de la segunda parte de la señal de compuerta  $i_{G1}$ . La longitud de la primera parte de esta señal se mantiene constante en  $\pi$ .

Cuando  $\omega t = \pi$ ,  $T_1$  se enciende y dado que  $(V_{ab} + V_a) < 0$ ,  $T_1$  y  $T_5$  conducen. Cuando  $T_4$  se enciende en  $\omega t = (\alpha - \pi)$ ,  $V_{ab} < 0$  y  $T_5$  se apaga.  $T_1$  y  $T_4$  conducen la corriente de rueda libre. Cuando  $T_6$  se enciende  $V_{ac} > 0$  para un pequeño intervalo así que  $T_4$  se apaga;  $T_3$  conmuta a  $T_1$  y así continua la operación. Para este modo de operación el rango del ángulo de disparo está definido en la figura 4.36 y corresponde a  $5\pi/3 < \alpha < 2\pi$ .

El voltaje promedio queda entonces expresado como:



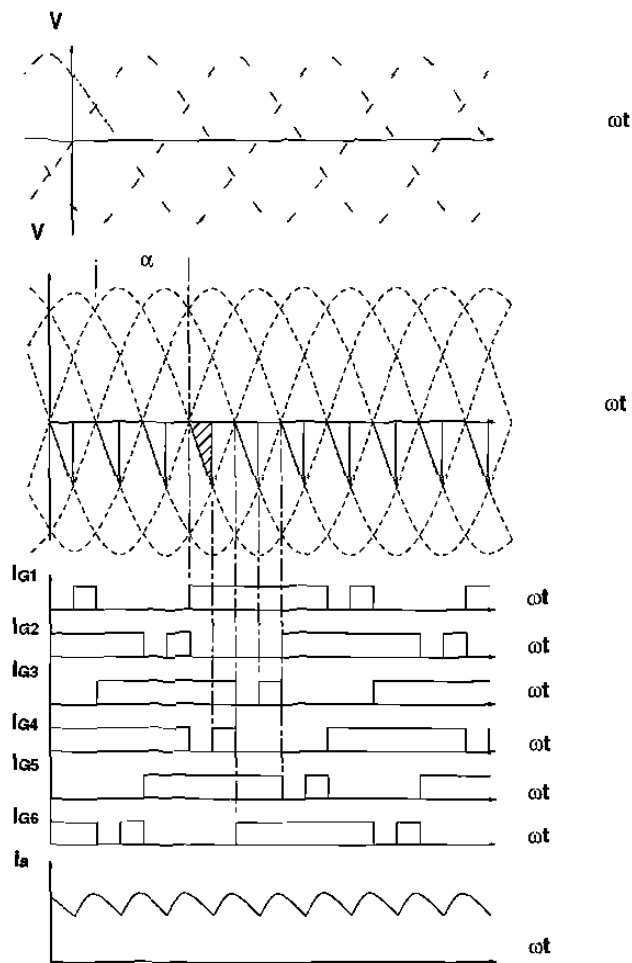


Figura 4.37 Operación en el Cuarto Cuadrante de un Convertidor Trifásico de Onda Completa - Control Completo con Rueda Libre y Regeneración

$$\bar{V}_m = \frac{3}{\pi} \int_{2\pi}^{\alpha + \pi/3} V_p \text{sen}(\omega t + \pi) d(\omega t)$$

$$\bar{V}_m = \frac{3 V_p}{\pi} [ \cos(\alpha + \pi/3) - 1 ] \quad (4.58)$$

## 4.8 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE LOS CONVERTIDORES TRIFASICOS

La aproximación de las funciones de transferencia lineal para los convertidores trifásicos, puede llevarse a cabo de manera similar a la efectuada en los convertidores monofásicos.

### 4.8.1 Convertidores trifásicos de onda completa - control completo

Para el convertidor mostrado en la figura 4.30, la ecuación 4.45 describe la relación entre el voltaje promedio  $\bar{v}_m$  y el ángulo de disparo  $\alpha$  para el rango  $0 < \alpha < \pi$ . El voltaje promedio máximo  $\bar{v}_{m(max)}$  se obtiene cuando  $\alpha = 0^\circ$ , el cual corresponde a:

$$\bar{v}_{m(max)} = 3 V_p / \pi \quad (4.59)$$

así que:

$$\frac{\bar{v}_m}{\bar{v}_{m(max)}} = \cos \alpha \quad (4.60)$$

cuya gráfica es idéntica a la que se muestra en la figura 4.17.

Una aproximación lineal satisfactoria para la gráfica en la figura 4.17 se obtiene si se restringe el rango de  $\alpha$  para:  $30^\circ < \alpha < 150^\circ$ . Entonces:

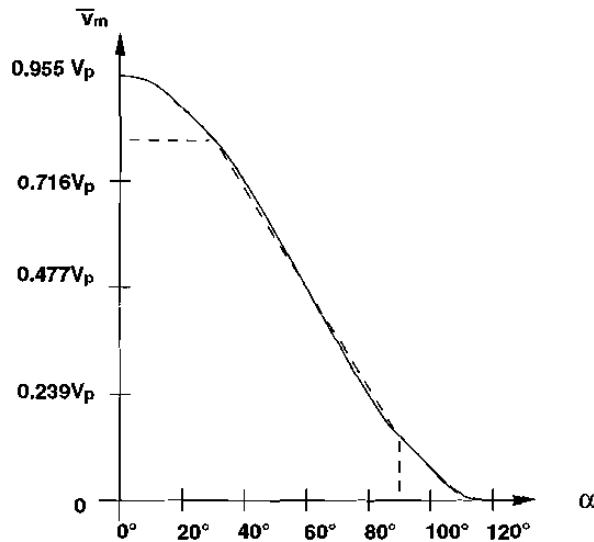
$$k = \frac{\Delta(\bar{v}_m / \bar{v}_{m(max)})}{-\Delta \alpha} = \frac{(\cos 30^\circ - \cos 150^\circ)}{150^\circ - 30^\circ} = .0144 \text{ V / }^\circ$$

o bien:

$$k = \frac{\Delta \bar{v}_m}{-\Delta \alpha} = \frac{3 V_p}{\pi} \frac{(\cos 30^\circ - \cos 150^\circ)}{150^\circ - 30^\circ} = .01378 V_p \text{ V / }^\circ \quad (4.61)$$

### 4.8.2 Convertidores trifásicos de onda completa con diodo de rueda libre.

Para el convertidor mostrado en la figura 4.34, las ecuaciones 4.45 y 4.50 representan la relación entre  $\bar{v}_m$  y  $\alpha$  para el rango  $0 < \alpha < \pi/3$ , mientras que la ecuación 4.51 proporciona la relación para el rango  $\pi/3 < \alpha < 2\pi/3$ . La figura 4.38 muestra la curva de  $\bar{v}_m$  como función de  $\alpha$



**Figura 4.38** Característica  $\bar{V}_m$  versus  $\alpha$  para un convertidor trifásico de onda completa - medio control.

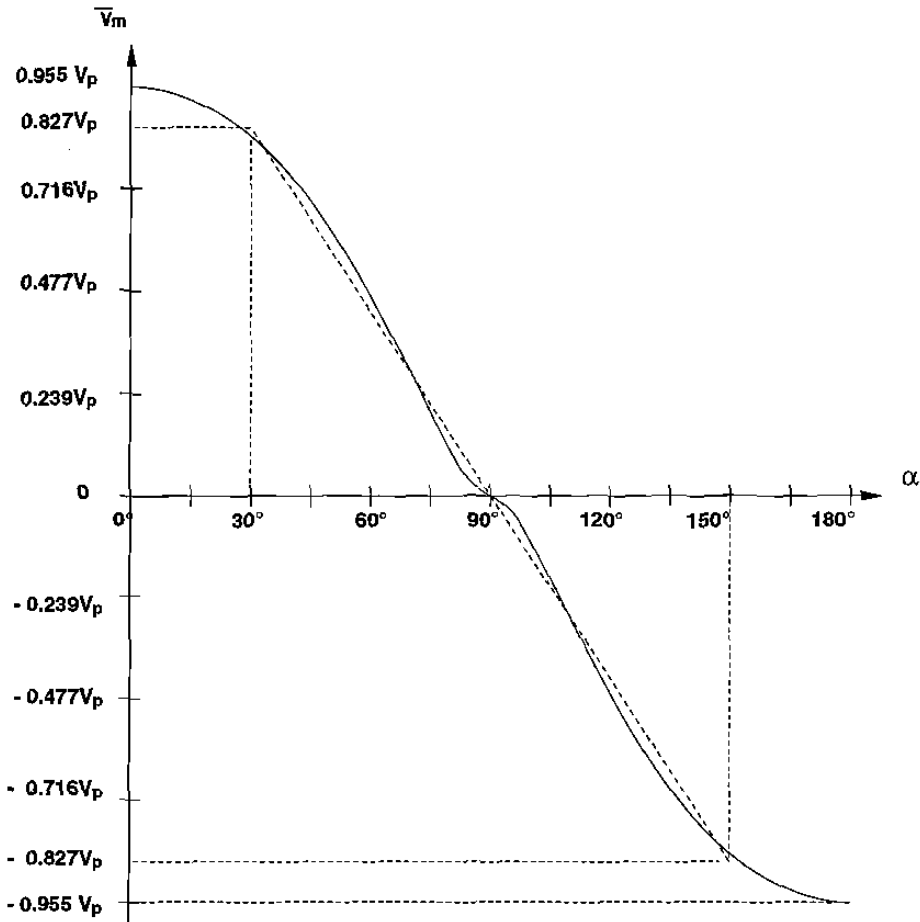
para todo el rango de operación. Una relación lineal satisfactoria se obtiene si, nuevamente, se restringe el rango de  $\alpha$ , como en el caso anterior, para  $\pi/6 < \alpha < \pi/2$ . Entonces, de las ecuaciones 4.50 y 4.51 se obtiene:

$$k = \frac{\Delta \bar{V}_m}{-\Delta \alpha} = \frac{3 V_p}{\pi} \frac{[\cos 30^\circ - (1 + \cos 150^\circ)]}{90^\circ - 30^\circ} = 0.01167 V_p \text{ V/}^\circ \quad (4.62)$$

### 4.8.3 Convertidores trifásicos de onda completa con rodada libre y regeneración.

Para las configuraciones en las figuras 4.30, 4.36 y 4.37 la relación entre el voltaje promedio ( $\bar{V}_m$ ) y el ángulo de disparo ( $\alpha$ ), según se puede ver en las figuras 4.36 y 4.37, es una función discontinua que no puede describirse por una relación lineal aproximada. Las señales de compuerta son tan complicadas en esta configuración, que no pueden llevarse a cabo sin la ayuda de un microprocesador. Contando con este recurso, puede definirse una variable  $\alpha'$  en términos de  $\alpha$ , tal que  $\bar{V}_m$  pueda representarse por una función lineal aproximada de  $\alpha'$ . Las relaciones necesarias entre  $\alpha'$  y  $\alpha$  son:

$0 < \alpha < \pi/3$	$\alpha' = \alpha$	$0 < \alpha' < \pi/3$	
$\pi/3 < \alpha < 2\pi/3$	$\alpha' = \alpha/2 + \pi/6$	$\pi/3 < \alpha' < \pi/2$	
$5\pi/3 < \alpha < 2\pi$	$\alpha' = \alpha/2 - \pi/3$	$\pi/2 < \alpha' < 2\pi/3$	
$2\pi/3 < \alpha < \pi$	$\alpha' = \alpha$	$2\pi/3 < \alpha' < \pi$	<b>(4.63)</b>



**Figura 4.39** Característica  $\bar{v}_m$  versus  $\alpha'$  para un convertidor trifásico de onda completa - control completo con rodada libre y regeneración

Con esta definición de  $\alpha'$  la curva de  $\bar{v}_m$  contra  $\alpha'$  queda como la mostrada en la figura 4.39.

Una aproximación lineal aceptable para la curva en la figura 4.39 se puede obtener en el rango  $\pi/6 < \alpha' < 5\pi/6$ . Con esta aproximación, se obtiene la misma función de transferencia que la obtenida para los convertidores trifásicos sin diodo de rueda libre, a excepción de que:

$$k = \Delta \bar{v}_m / \Delta \alpha' \quad (V/^\circ) \quad (4.64)$$

## 4.9 POTENCIA EN LOS CIRCUITOS DE FUENTE Y DE CARGA

Los motores de C-D cuya armadura es alimentada por un convertidor trifásico de onda completa - control completo (*Convertidor de seis pulsos*) tienen una corriente de armadura constante sobre una gran parte de su rango de operación. Esta característica puede mejorarse con la presencia de un diodo de rueda libre y aún más con el agregado de alguna pequeña inductancia en el circuito

de armadura. Entonces es apropiado basar la evaluación general de este tipo de sistemas sobre el comportamiento con corriente de armadura continua; Aún más, se asume que la corriente no sólo es continua, sino esencialmente constante.

#### 4.9.1 Convertidores trifásicos de onda completa sin diodo de rueda libre.

El factor de potencia de la onda fundamental en el sistema es:

$$PF_1 = \cos \alpha \quad (4.65)$$

La potencia de entrada es:

$$P_{\text{entrada}} = (3/\pi)V_p \bar{i}_a \cos \alpha \quad (4.66)$$

La potencia desarrollada en terminales del circuito de armadura es:

$$P_a = \bar{v}_m \bar{i}_a = P_{\text{entrada}} = (3/\pi) V_p \bar{i}_a \cos \alpha \quad (4.67)$$

Entonces el factor de potencia aparente es:

$$PF_{\text{aparente}} = (3/\pi)\cos \alpha \quad (4.68)$$

Observese que la energía fluye al revés si  $\alpha > \pi/2$ .

Este es un resultado esperado, puesto que se presenta en todos los convertidores de control completo operando en conducción continua.

#### 4.9.2 Convertidores trifásicos de onda completa con diodo de rueda libre.

El factor de potencia de la fundamental en el sistema, considerando al ángulo de disparo  $\alpha$  como el medido de línea a línea, es como sigue:

$$PF_1 = \cos(\alpha/2 + \pi/6) \quad (4.69)$$

La potencia de entrada es igual a la potencia desarrollada en el circuito de armadura:

$$P_{\text{entrada}} = P_a = [ (3 V_p \bar{i}_a) / \pi ] [ 1 + \cos(\alpha + \pi/3) ] \quad (4.70)$$

y el factor de potencia aparente está dado por:

$$P_{\text{aparente}} = \frac{[ (3\sqrt{2}) / \pi ] [ 1 + \cos(\alpha + \pi/3) ]}{[6/\pi (2\pi/3 - \alpha)]^{1/2}} \quad (4.71)$$

### EJEMPLO 4.6

Un motor de 230 V, 1150 rpm, 30 hp, 108 A nominales, 0.0963  $\Omega$  y 2.5 mH; tiene su armadura alimentada por medio de un convertidor trifásico de onda completa - control completo. La fuente de C-A es de 220 V de línea a línea, 60 Hz. El par de pérdidas rotacionales es proporcional a la velocidad y se incrementa un 15 % cuando el motor está gobernado por un convertidor.

Si debe entregarse al acoplamiento 0.75 del par nominal entre +1000 rpm y -1000 rpm. Tabule  $\bar{T}$ ,  $\bar{i}_a$ ,  $\alpha$  y  $PF_{\text{aparente}}$  como función de la  $\omega_m$ .

### Solución

$$\omega_m = (1150)(2\pi / 60) = 120.4 \text{ rad / s}$$

$$k\Phi = [ 230 - (0.0963)(108) ] / 120.4 = 1.824 \text{ N} \cdot \text{m / A}$$

$$P_{\text{entrada}} = (230)(108) = 24.84 \text{ KW}$$

$$P_{\text{salida}} = (30 \text{ hp})(0.746 \text{ KW / hp}) = 22.38 \text{ KW}$$

$$R_a I_a^2 (\text{nominal}) = (0.0963)(108)^2 = 1.12 \text{ KW}$$

$$P_{\text{pérdidas rotacionales}} = 24.84 - 22.38 - 1.12 = 1.34 \text{ KW}$$

$$\bar{T}_{\text{pérdidas}} = (1.15)(1.34 \times 10^3) / 120.4 = 12.8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

En términos de la velocidad:

$$\bar{T}_{\text{pérdidas}} = [ 12.8 / 120.4 ] \omega_m = 0.1063 \omega_m$$

$$T_w = 0.75 T_{\text{nominal}} = (0.75)(22.30 \times 10^3) / 120.4 = 139.4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El par deasarrrollado es entonces:

$$\bar{T} = 139.4 + 0.1063 \omega_m$$

Las expresiones necesarias para calcular las cantidades requeridas se obtienen de la expresión de  $\bar{T}$ :

$$\bar{i}_a = \bar{T} / k\Phi = \bar{T} / 1.824$$

$$\bar{v}_m = R_a \bar{i}_a + k\Phi \omega_m = (3/\pi) V_p \cos \alpha$$

en donde:  $V_p = \sqrt{2} (220) = 311.13$  ; por tanto:

$$\alpha = \cos^{-1} \{ (0.0963) \bar{i}_a + 1.824 \omega_m \} / (3/\pi)(311.13)$$

$$PF_{\text{aparente}} = (3/\pi)(\cos \alpha)$$

**Tabulación de Parámetros**

$\omega_m$ (rpm)	$\omega_m$ (rad / s)	$\bar{T}$	$\bar{i}_a$	$\alpha$	$PF_{\text{aparente}}$
1000	104.7	150.53	82.52	47.97	0.64
600	62.82	146.07	80.08	65.69	0.39
200	20.94	141.63	77.65	81.16	0.15
- 200	- 20.94	137.17	75.20	95.98	- 0.099
- 600	- 62.82	132.72	72.76	111.23	- 0.35
- 1000	- 104.7	128.27	70.32	128.31	- 0.59

## 4.10 CONVERTIDORES DUALES

Los convertidores de control completo, desde monofásicos de media onda hasta trifásicos de onda completa, son capaces de permitir la operación de un motor de C-D en dos cuadrantes de

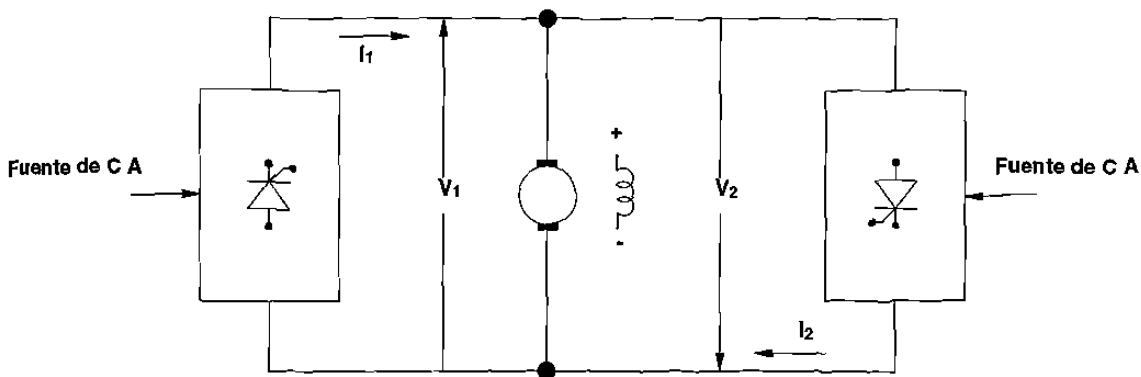


Figura 4.40 Convertidor Dual

la curva par - velocidad (*ambas polaridades de voltaje y un sólo sentido de corriente*), que corresponden al primero y al cuarto. Sin embargo, si se requiere operar el motor en cuatro cuadrantes (*ambas polaridades de voltaje y ambos sentidos de corriente*), es necesario que se inviertan las conexiones de las terminales de armadura para invertir la corriente y así tener operación en los cuadrantes dos y tres. No obstante, esta operación no es satisfactoria para aquellos sistemas que requieren una transición suave e ininterrumpida de un cuadrante a otro. Este tipo de transición puede llevarse a cabo usando dos convertidores de control completo conectados en paralelo inverso (*antiparalelo*). Dicha configuración recibe el nombre de *convertidor dual* y la figura 4.40 lo ilustra.

Los convertidores duales pueden funcionar según tres diferentes modos de operación: "*con corriente circulante*", "*con banda muerta*" y "*con lógica de inversión*". La diferencia entre ellos reside en la secuencia de control de los dos convertidores de control completo que constituyen el convertidor dual.

#### 4.10.1 Convertidor Dual con Corriente Circulante

En un convertidor dual operando con corriente circulante, los dos convertidores de control completo que lo forman se controlan permanentemente; esto es, todos los tiristores reciben las señales de disparo correspondientes. Sin embargo, los ángulos de disparo de los tiristores deben ser tales que el voltaje promedio entregado por un convertidor de control completo sea igual y opuesto al entregado por el otro. Para cumplir con lo anterior, un convertidor debe actuar como *rectificador*, mientras el otro actúa como *inversor*. Para ello basta que los ángulos de disparo de los tiristores en los convertidores de control completo, estén desfasados simétricamente alrededor de  $\alpha_o = 90^\circ$  (*ángulo que corresponde a un voltaje promedio cero cuando se opera en conducción continua*)

La figura 4.41 muestra la característica entre el ángulo de disparo y la razón voltaje promedio entre voltaje promedio máximo para un convertidor dual en conducción continua. Obérvase que para que el voltaje promedio en la carga sea el mismo entregado por ambos convertidores de control completo, los ángulos de disparo de los tiristores que los constituyen deben cumplir la siguiente relación:



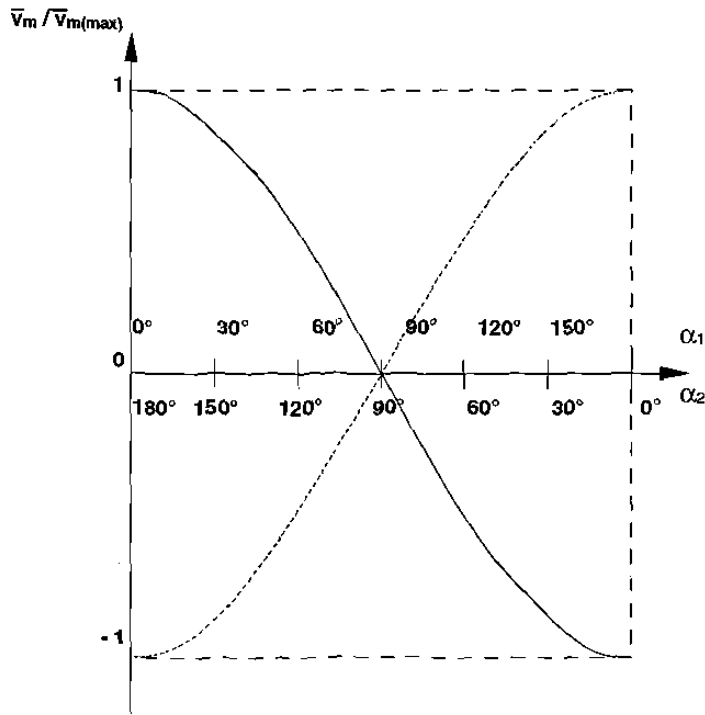


Figura 4.41 Característica  $\bar{v}_m / \bar{v}_{m(max)}$  Contra  $\alpha$  en un Convertidor Dual

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 180^\circ \quad (4.72)$$

en donde:

$\alpha_1$  = ángulo de disparo de los tiristores del convertidor 1

$\alpha_2$  = ángulo de disparo de los tiristores del convertidor 2

En la práctica, si los ángulos de disparo se controlan de esa manera se tendrán problemas de operación. Si bien los voltajes promedio en las terminales de C-D de ambos convertidores son iguales, inevitablemente los voltajes instantáneos son diferentes. La figura 4.42 muestra esas diferencias instantáneas.

El voltaje diferencial instantáneo crea una corriente circulante entre convertidores cuyo rizado teóricamente puede ser infinito. Es necesario entonces limitar esta corriente, para ello se emplean inductancias que generalmente se calculan para que la corriente circulante entre convertidores sea del orden del 10% de la corriente nominal del motor. Las inductancias son, entonces, grandes y costosas. Si se construyen con núcleo magnético serán menos voluminosas, pero en este caso pueden ser saturables. Para evitar este efecto, la corriente de saturación de las inductancias debe ser superior a la máxima corriente en el motor.

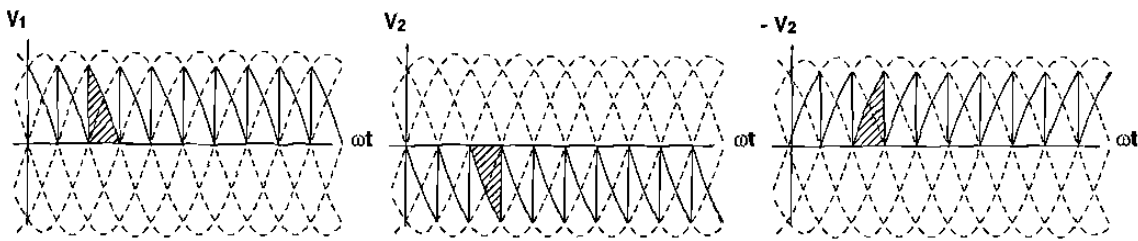


Figura 4.42 Formas de Onda Entregadas por los Convertidores de Control Completo para los Ángulos de Disparo  $\alpha_1 = 30^\circ$  Y  $\alpha_2 = 150^\circ$

#### 4.10.2 Convertidor Dual con Banda Muerta

La corriente circulante entre convertidores puede suprimirse, si se hace que la diferencia de voltaje instantáneo entre convertidores sea siempre negativa con respecto al sentido directo de los tiristores; lo cual se consigue, haciendo que el voltaje instantáneo del convertidor que opera como inversor sea superior al del convertidor que opera como rectificador. Para ello será necesario que el ángulo de simetría  $\alpha_0$  se desfase desde  $90^\circ$  en el modo "con corriente circulante" hasta un ángulo superior en el modo "con banda muerta", cuyo valor depende de la configuración del circuito convertidor usado. Por ejemplo, para un convertidor dual formado por convertidores trifásicos de onda completa,  $\alpha_0$  debe ser superior o igual a  $140^\circ$ . La figura 4.43 muestra las características razón de voltaje promedio entre voltaje promedio máximo contra ángulo de disparo para un convertidor dual operando con banda muerta.

En la figura 4.44 se muestra a bloques un circuito de control típico para este tipo de esquemas, obsérvese que las señales de control ( $v_{c1}$  y  $v_{c2}$ ) para los convertidores están desfasadas una cierta magnitud (para desfasar el ángulo de simetría  $\alpha_0$ ) y sus sentidos son opuestos; de tal forma que si  $v_c$  disminuye,  $v_{c1}$  reducirá el ángulo de disparo desde  $\alpha_0$  hacia  $0^\circ$ , mientras que  $v_{c2}$  aumentará el ángulo de disparo desde  $\alpha_0$  hacia  $180^\circ$ .

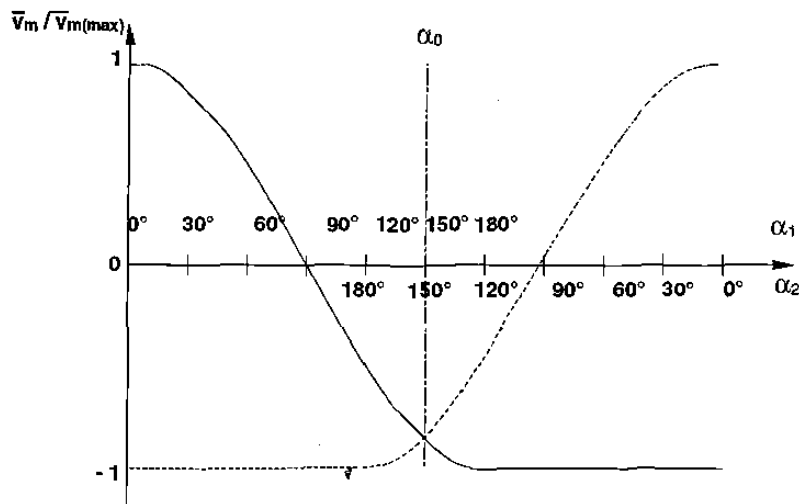
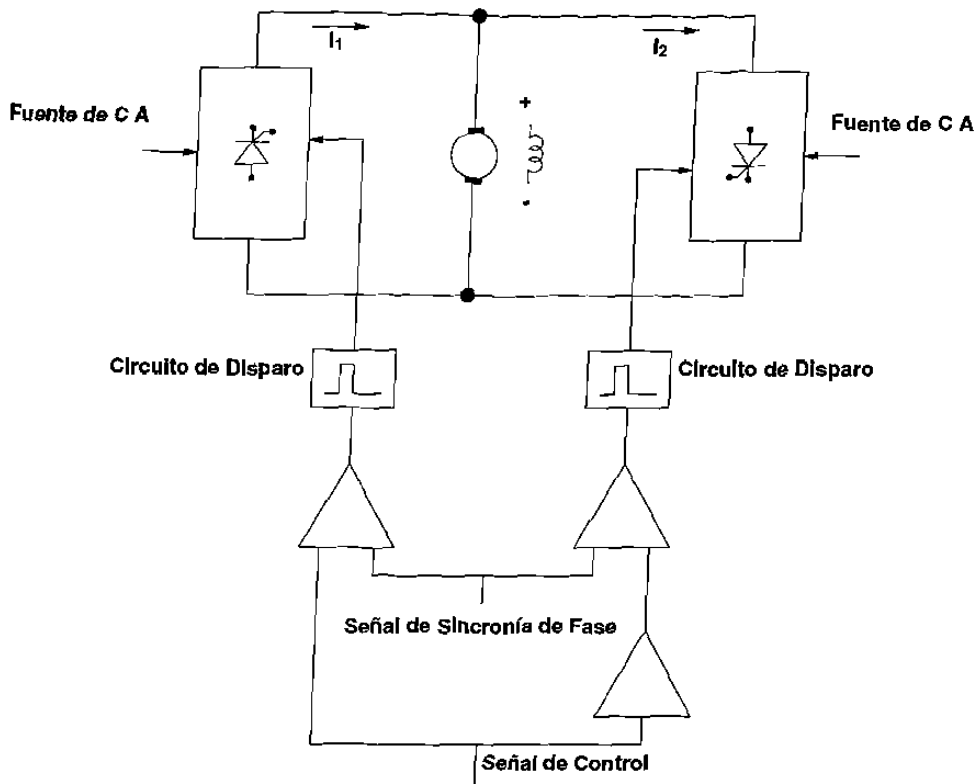


Figura 4.43 Características Razón de  $\bar{V}_m / \bar{V}_{m(max)}$  Contra  $\alpha$  para un Convertidor Dual Operando con Banda Muerta



**Figura 4.44 Diagrama a Bloques del Control de un Convertidor Dual con Banda Muerta**

Cuando se realiza una inversión de corriente en el motor, se presenta un período en el que la corriente es cero (*banda muerta*) debido al corrimiento en el ángulo de simetría.

### 4.10.3 Convertidor Dual con Lógica de Inversión

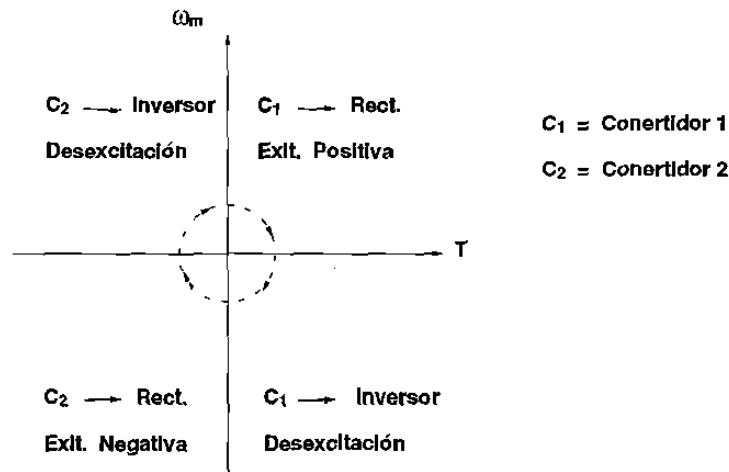
Otro método para suprimir la corriente circulante en un convertidor dual consiste en mantener operando en cada instante un sólo convertidor. Para ello, será necesario que sólo los tiristores de un convertidor reciban los pulsos de encendido, inhibiéndolos para los tiristores del otro convertidor. Para que esto se lleve a cabo, se pueden usar circuitos de disparo, para los tiristores de los convertidores, que requieran de una señal de control necesariamente positiva. Dicha señal de control se conecta directamente a los circuitos de disparo de los tiristores de un convertidor, pero a través de un amplificador - inversor a los circuitos de disparo de los tiristores del otro convertidor. De esta forma, cuando la señal de control (*salida del controlador*) sea positiva, sólo pueden operar los tiristores de un convertidor, mientras que cuando dicha señal sea negativa, sólo pueden operar los tiristores del otro convertidor.

## 4.11 CONVERTIDORES DUALES PARA CONTROL POR CAMPO

Los arreglos descritos anteriormente se pueden utilizar para controlar un motor de C-D a través del campo. Sin embargo, existe una diferencia importante en el funcionamiento:

Para un motor controlado por la armadura, el frenado (*recuperación de la energía cinética y mecánica*) se hace por medio de un convertidor, diferente al que mantiene la operación, que actuando como *inversor*, permite que la corriente en la armadura cambie de sentido, sin cambiar el sentido del voltaje promedio.

Para un motor controlado por el campo, la recuperación de la energía electromagnética



**Figura 4.45 Secuencia a Seguir por un Convertidor Dual Alimentando el Campo de un Motor de C-D**

almacenada en la inductancia se hace por medio de un convertidor, el mismo que mantiene la operación, que actuando como *inversor* permite que se invierta el voltaje promedio sin invertir el sentido de la corriente hasta hacer que la corriente se anule. La inversión de la corriente tiene lugar al entrar en operación el otro convertidor trabajando como *rectificador*. La figura 4.45 muestra la secuencia a seguir por un convertidor dual alimentando al campo de un motor de C-D.

### RESUMEN

- 1.- El uso de los tiristores para el control de la velocidad de los motores de C-D tiene un rango de aplicaciones desde HP's fraccionarios hasta cientos de HP's. Si la fuente es de C-A, la unidad de tiristores a emplearse es el convertidor y si la fuente es de C-D, se emplea el troceador.

- 2.- Los convertidores se pueden usar para alimentar el campo y/o la armadura de los motores de C-D y así ajustar la velocidad de los mismos. Si un convertidor opera con una sólo polaridad de voltaje en terminales de C-D y un sólo sentido de corriente, se dice que es de medio control. Si opera con ambas polaridades de voltaje y un sólo sentido de corriente, se dice que es de control completo y, finalmente, si opera con ambas polaridades de voltaje y ambos sentidos de corriente, se le llama convertidor dual.
- 3.- Los convertidores monofásicos de media onda se aplican a motores de potencia fraccionaria, sólomente.
- 4.- Los convertidores monofásicos de onda completa pueden estar contruidos alrededor de un transformador con derivación central o formando un puente, pudiendo manejar potencias de hasta 20 KW.
- 5.- La corriente en los convertidores puede ser continua o pulsante. En el primer caso, la corriente en la carga no alcanza a llegar a cero antes de que se dispare el siguiente tiristor del convertidor. En el segundo caso, la corriente si llega a cero antes del disparo del siguiente tiristor.
- 6.- Para aprovechar la característica de frenado en un convertidor de control completo, pueden invertirse las terminales del campo (el voltaje contraelectromotriz se invierte) y disparar los tiristores para que el voltaje promedio sea negativo y así controlar la corriente, que provocaría un par opuesto al movimiento.
- 7.- La función de transferencia de los convertidores se determina para realizar el análisis de los sistemas de control del que forman parte. Para obtener una función de transferencia de uso práctico, se linealizan las características de voltaje promedio vs. ángulo de disparo de los convertidores.
- 8.- Los convertidores trifásicos de media onda requieren el uso de transformadores en Zig Zag para evitar que se magneticen sus núcleos. El voltaje disponible en la carga es una parte de los voltajes de fase de la fuente, mientras que en los convertidores trifásicos de onda completa el voltaje disponible en la carga es una parte de los voltajes entre líneas de la fuente.
- 9.- Los convertidores duales son la combinación de dos convertidores de control completo en antiparalelo, para permitir la operación del motor en los cuatro cuadrantes. Pueden operar "*con corriente circulante*", "*con banda muerta*" y "*con lógica de inversión*".

## PROBLEMAS

- 4.1 Un motor de C-D de 230 V, 500 rpm, 2 hp, 10 A nominales,  $6.71 \Omega$  y 53.2 mH; tiene su armadura alimentada por un convertidor monofásico de onda completa - control completo. La fuente de C-A es de 220 V, 60 Hz. Determine el rango de valores de  $\alpha$  y  $\omega_m$ , para los cuales el motor pueda desarrollar su par nominal sin que la corriente llegue a ser continua.

4.2 Un motor de C-D de 230 V, 500 rpm, 5 hp, 22 A nomiales,  $1.33 \Omega$  y 36 mH; tiene alimentada su armadura a través de un convertidor monofásico de onda completa - control completo alimentado por una fuente de C-A de 300 V, 60 Hz. Las pérdidas rotacionales del motor se incrementan un 30 % cuando está gobernado por un convertidor.

a).- Demuestre que la corriente de armadura es continua cuando tiene un valor promedio igual al valor nominal.

b).- Determine si esta misma condición de conducción continua se presentaría si el convertidor fuera de medio control.

4.3 Determine el ángulo de disparo mínimo, en conducción discontinua, para que el motor del problema 4.1 opere a 250 rpm. Determine además la corriente que tomaría en su armadura y el par desarrollado.

4.4 Un motor de C-D de 230 V, 500 rpm, 1 hp(0.75 kW), 4.1 A nomiales,  $7.56 \Omega$  y 55 mH; tiene alimentada su armadura a través de un convertidor monofásico de onda completa, control completo alimentado por una fuente de C-A de 270 V, 60 Hz. La corriente de campo se establece en el valor para el cual el motor opera en condiciones nomiales.

a).- Determine los puntos, en una curva par - velocidad, para valores de  $\alpha$  de  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ$  y  $150^\circ$ ; a los cuales la condición de operación del motor pasa de conducción pulsante o discontinua a conducción continua.

Sugerencia: Para el valor de  $\alpha$  definido, determine  $\beta = \alpha + \pi$ . Con estos valores calcule  $m$  con la ecuación 4.11y obtenga  $\omega_m$ . Para determinar  $\bar{T}$  use en secuencia las ecuaciones 4.24, 4.15 y 4.18.

b).- Determine el valor de  $\omega_m$ , en una curva par - velocidad, en conducción pulsante o discontinua, para valores de  $\alpha$  de  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ$  y  $150^\circ$ ; para los cuales  $\bar{T} = 0$ .

Sugerencia: Cuando  $\bar{T} = 0$ ,  $\bar{i}_a = 0$  y  $V_a$  alcanza el valor de pico de  $v_m$ :  $v_{mp}$  así que:  $\omega_m = v_{mp} / k\phi$  ;

En donde:  $v_{mp} \approx V_p$  para  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

$v_{mp} \approx V_p \text{ sen } \alpha$  para  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

4.5 Un motor de C-D de 230 V, 850 rpm, 5 hp (3.73 kW), 20 A nomiales,  $1.19 \Omega$  y 12.0 mH; se usa para accionar una grúa con el campo excitado por separado. La armadura está alimentada a través de un convertidor dual formado por dos convertidores monofásicos de onda completa, control completo alimentados por una fuente de C-A de 300 V, 60 Hz. Suponga que el par de pérdidas es directamente proporcional a la velocidad. El flujo de campo durante el motorizado es tal que corresponde a las condiciones nomiales, pero durante el frenado regenerativo se incrementa un 25 %. El máximo voltaje en terminales de armadura no debe exceder de 250 V y la máxima corriente promedio no debe exceder de 30 A. Suponga que los tiristores son ideales,

es decir, con un tiempo de apagado igual a cero, con una caída en conducción igual a cero y una corriente de fuga igual a cero. Determine el máximo par de acoplamiento, la velocidad y el ángulo de disparo  $\alpha$  correspondiente permisibles para:

a).- Durante el motorizado

b).- Durante el frenado regenerativo.

4.6 Un motor de C-D de 230 V, 1750 rpm, 20 hp (14.9 kW), 74 A nominales, 0.045  $\Omega$  y 0.73 mH; está excitado por separado con su armadura alimentada a través de un convertidor trifásico de onda completa, control completo desde una fuente de C-A de 208 V de línea a línea, 60 Hz. Las pérdidas rotacionales del motor pueden considerarse despreciables y la inductancia de armadura se supone lo bastante alta para considerar conducción continua en todas las condiciones de operación requeridas.

Si el motor entrega un par correspondiente al de plena carga y la excitación del campo es la requerida para operación nominal a 230 V, determine la velocidad para:

a).- Un ángulo de disparo  $\alpha = 45^\circ$ .

b).- Un ángulo de disparo  $\alpha = 135^\circ$ .

---

---

## CAPITULO 5

---

---

---

### CONVERTIDORES DE C-D A C-D

Los convertidores de C-D a C-D, también conocidos como *troceadores o choppers*, permiten alimentar una carga con un voltaje promedio ajustable, desde cero hasta un voltaje máximo (que puede ser el voltaje de alimentación del convertidor de C-D a C-D), a partir de una fuente de corriente directa.

#### 5.1 PRINCIPIO DE OPERACION

Un convertidor de C-D a C-D actúa como un interruptor colocado entre la fuente y la carga, en este caso: un motor de C-D. El voltaje promedio a la salida del convertidor de C-D a C-D se controla por la relación del tiempo en que el interruptor está cerrado ( $t_{on}$ ) al tiempo en que el interruptor está abierto ( $t_{off}$ ), expresándose como:

$$\bar{v}_m = V \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} \quad (5.1)$$

en donde:  $V$  = voltaje de la fuente

$T_p = t_{on} + t_{off}$  = período

Hay tres maneras de obtener un voltaje promedio ajustable:

- 1.- Manteniendo la frecuencia de interrupción ( $1/T_p$ ) constante, pero variando el ancho de los pulsos ( $t_{on}$ ).



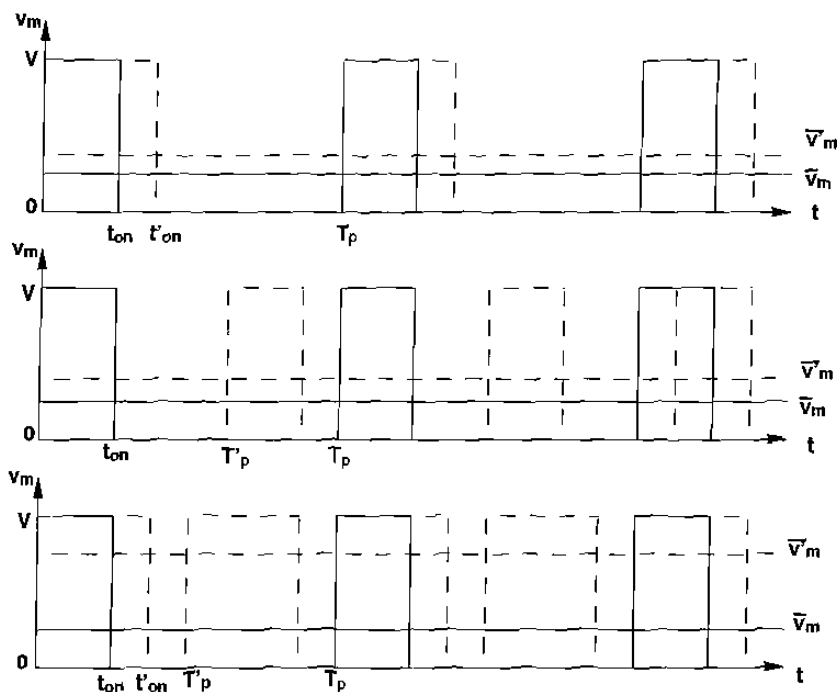


Figura 5.1 Diferentes Procedimientos de Troceado

- 2.- Manteniendo el ancho de los pulsos constante ( $t_{on}$ ), pero variando la frecuencia de interrupción ( $1/T_p$ ).
- 3.- Variando ambos, el ancho de los pulsos ( $t_{on}$ ) y la frecuencia de interrupción ( $1/T_p$ ).

En los tres casos, el voltaje promedio puede variarse desde 0 hasta  $V$ , aunque en la práctica los valores extremos nunca se alcanzan. La figura 5.1 muestra los diferentes procedimientos de variación del voltaje promedio en un convertidor de C-D a C-D.

Los elementos esenciales de un convertidor de C-D a C-D con un motor de C-D como carga se muestran en la figura 5.2. En ella se encuentra un interruptor **S** que puede estar constituido por un interruptor de estado sólido con control de encendido y apagado (Transistor Bipolar, Transistor MOSFET, Transistor de Compuerta Aislada, GTO, etc.) o un Tiristor con su circuito de conmutación forzada, capaz de operar a una alta velocidad y sin grandes pérdidas de potencia. También se encuentra la carga, en este caso un motor de C-D con una inductancia agregada para alisar la corriente del motor y el diodo **D** que conduce la corriente almacenada en la inductancia de la carga cuando el interruptor **S** está abierto. Por la función que realiza, a **D** se le conoce como diodo de rueda libre o diodo volante.

El rendimiento para los convertidor de C-D a C-D de alta potencia es superior al 90%; sin embargo, para voltajes de entrada ( $V$ ) superiores a 100 volts, las caídas en los distintos componentes son despreciables, llegándose a aproximar la potencia de salida a la potencia de entrada.

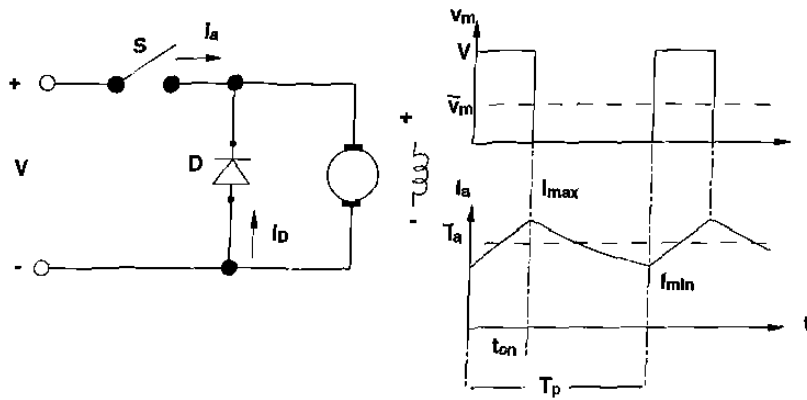


Figura 5.2 Elementos de un Convertidor de C-D a C-D. a) Circuito b) Curvas de Voltaje y Corriente.

Los convertidores de C-D a C-D pueden clasificarse de acuerdo al número de cuadrantes del diagrama:  $v_m - i_a$  (o diagrama par - velocidad en un motor) en los que pueden operar según se muestra en la figura 5.3.

### 5.2 CONVERTIDOR DE C-D A C-D TIPO A (PRIMER CUADRANTE)

La figura 5.4a ilustra el circuito de potencia básico de un convertidor de C-D a C-D reductor de voltaje, cuadrante sencillo, con la armadura de un motor de C-D como carga. El dispositivo de control  $T_1$ , representado por un tiristor dentro de un círculo, corresponde con el interruptor S del circuito en la figura 5.2. Dado que  $T_1$  debe apagarse mientras está polarizado positivamente.  $T_1$

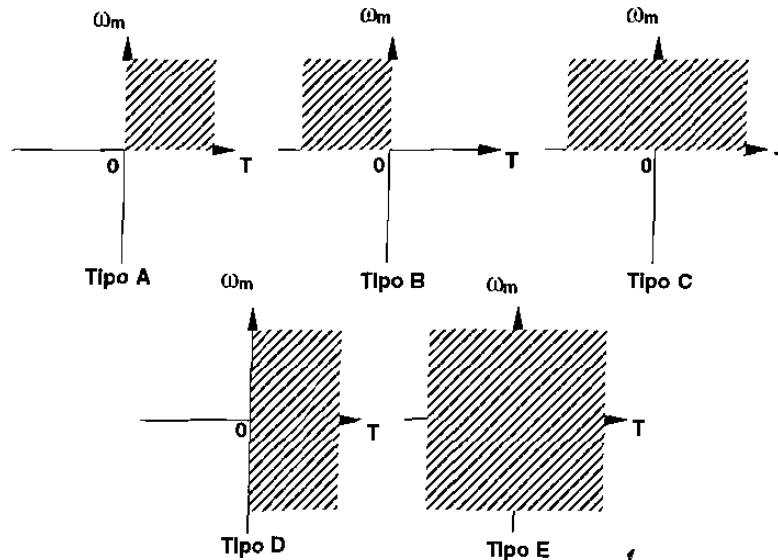


Figura 5.3 Clasificación de los Convertidor de C-D a C-D por los Cuadrantes de Operación

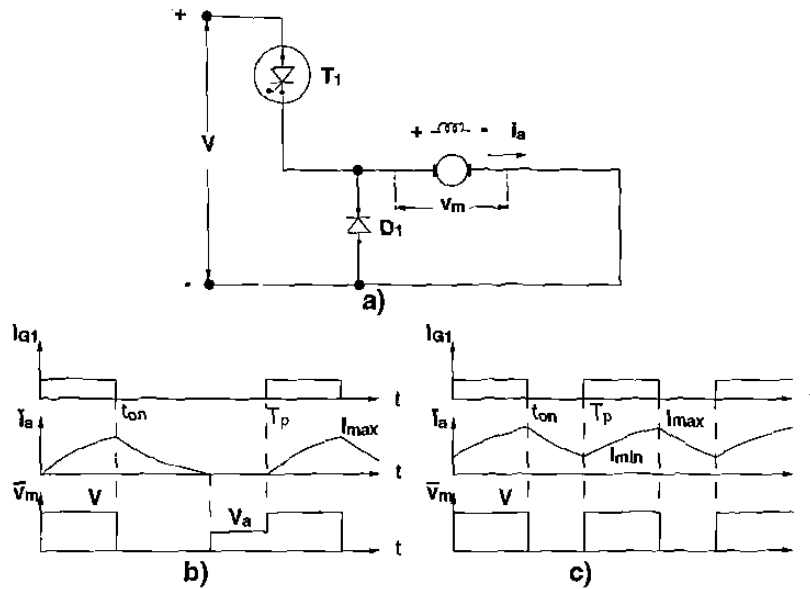


Figura 5.4 Convertidor de C-D a C-D Tipo A. a) Circuito Básico b) Operación con Corriente Pulsante c) Operación con Corriente Continua.

debe contar con un circuito de conmutación que no se muestra o, en el caso de controlar un motor de baja potencia,  $T_1$  debe ser un Transistor Bipolar, MOSFET, etc. El término *reductor de voltaje* significa que el voltaje promedio en terminales de armadura del motor (Carga) es menor que el voltaje de fuente. El término *cuadrante sencillo* significa que la operación del convertidor de C-D a C-D sólo puede darse en un cuadrante de la característica  $v_m - i_a$ ; en este caso: el primero.

La operación de este circuito puede darse con corriente pulsante, como se muestra en la figura 5.4b o con corriente continua, como se muestra en la figura 5.4c. Dado que la operación en conducción continua es la que normalmente ocurre, se considerará esta condición para el análisis subsecuente. El voltaje en terminales de armadura está dado por:

$$v_m = v_L + v_R + V_a \tag{5.2}$$

siendo  $v_L$  = voltaje en la inductancia de armadura y  $v_R$  = voltaje en la resistencia de armadura.

de donde:

$$\frac{di_a}{dt} + \frac{R_a i_a}{L_a} = \frac{v_m - V_a}{L_a} \tag{5.3}$$

Cuando  $T_1$  se enciende en  $t = 0$ ,  $v_m = V$  e  $i_a = I_{min}$ . Resolviendo la ecuación 5.3 para estas condiciones iniciales:

$$i_a = \frac{V - V_a}{R_a} (1 - e^{-t/\tau_a}) + I_{\min} e^{-t/\tau_a} \quad 0 \leq t \leq t_{\text{on}} \quad (5.4)$$

en donde:

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a} \quad (5.5)$$

$T_1$  se apaga en  $t = t_{\text{on}}$ , así que la corriente en la armadura queda expresada como:

$$i_a = I_{\max} = \frac{V - V_a}{R_a} (1 - e^{-t_{\text{on}}/\tau_a}) + I_{\min} e^{-t_{\text{on}}/\tau_a} \quad (5.6)$$

Cuando  $T_1$  está apagado,  $i_a$  circula a través del diodo de rueda libre  $D_1$ , así que  $v_m$  es igual a cero; entonces, de la ecuación 5.3, se tiene:

$$\frac{di_a}{dt'} + \frac{R_a i_a}{L_a} = - \frac{V_a}{L_a} \quad (5.7)$$

donde:

$$t' = t - t_{\text{on}} \quad (5.8)$$

Para  $t' = 0$ ,  $i_a = I_{\max}$ ; substituyendo estas condiciones iniciales y resolviendo la ecuación 5.7 para  $i_a$ :

$$i_a = - \frac{V_a}{R_a} (1 - e^{-t'/\tau_a}) + I_{\max} e^{-t'/\tau_a} \quad t_{\text{on}} \leq t \leq T_p \quad (5.9)$$

Cuando  $t' = T_p - t_{\text{on}}$ , o bien  $t = T_p$ ;  $T_1$  se enciende de nuevo, justo cuando:

$$i_a = I_{\min} = - \frac{V_a}{R_a} (1 - e^{-(T_p - t_{\text{on}})/\tau_a}) + I_{\max} e^{-(T_p - t_{\text{on}})/\tau_a} \quad (5.10)$$

Resolviendo simultaneamente las ecuaciones 5.6 y 5.10:

$$I_{\max} = \frac{V}{R_a} \frac{(1 - e^{-t_{on}/\tau_a})}{(1 - e^{-T_p/\tau_a})} \frac{V_a}{R_a} \quad (5.11)$$

$$I_{\min} = \frac{V}{R_a} \frac{(e^{t_{on}/\tau_a} - 1)}{(e^{T_p/\tau_a} - 1)} \frac{V_a}{R_a} \quad (5.12)$$

En conclusión, por la armadura del motor de C-D pasa una corriente oscilante entre  $I_{\max}$  e  $I_{\min}$ , cuyo valor promedio está dado por:

$$\bar{I}_a = \frac{v_m - V_a}{R_a} = \frac{1}{R_a} \left[ \frac{t_{on}}{T_p} (V - V_a) \right] \quad (5.13)$$

Las armónicas producidas por la oscilación de la corriente en la armadura tienen una amplitud máxima cuando  $t_{on} = T/2$ . La menor frecuencia de las armónicas es la de la fundamental cuya amplitud es  $2V/\pi$ .

El cuadrado de la corriente rms en la armadura, puede aproximarse por la suma de los cuadrados de la corriente promedio y la corriente rms de la armónica fundamental:

$$I_R = [(\bar{I}_a)^2 + (I_{R1})^2]^{1/2} \quad (5.14)$$

$$I_{R1} = \frac{\sqrt{2} V}{\pi \omega_0 L_a} \text{sen} \frac{\omega_0 t_{on}}{2} \quad (5.15)$$

en donde:  $\omega_0 = 2\pi/T_p$  y se conoce como velocidad angular de interrupción o de troceado.

Dado que la corriente en la fuente de alimentación ( $i_s$ ) es igual a la corriente de armadura ( $i_a$ ) cuando:  $0 \leq t \leq t_{on}$  y es igual a cero cuando:  $t_{on} \leq t \leq T_p$ , su valor promedio puede aproximarse expresándolo como:

$$\bar{I}_s = (t_{on}/T_p) \bar{I}_a \quad (5.16)$$

mientras que valor rms de la armónica fundamental de la fuente es:

$$I_{Rs1} = \frac{\sqrt{2} \bar{I}_a}{\pi} \text{sen} \frac{\omega_0 t_{on}}{2} \quad (5.17)$$

Ejemplo 5.1

Un motor de C-D de **230 V**, **500 rpm (52.36 rad / s)**, **2 hp (1.49 kW)**, **10 A** nominales de armadura, **6.71  $\Omega$**  y **53.3 mH** tiene su armadura conectada a una fuente de **240 V** de C-D, a través de un convertidor de C-D a C-D tipo A. La corriente de campo se mantiene constante a un valor tal que se alcanza la operación nominal a **230 V**. La frecuencia de interrupción (troceado) se mantiene constante a **500 Hz**. El mínimo par de carga es de **15 N . m**.

- Determine el valor de  $t_{on}$  para el mínimo par de carga a **500 rpm**.
- Determine si  $\bar{i}_a$  es continua para el caso planteado en a).
- Determine el mínimo valor de  $t_{on}$  para el cual la corriente es continua a **500 rpm** y el correspondiente par de acoplamiento.

Solución

$$P_{\text{entrada}} = 230 \times 10 = 2300 \text{ W}$$

$$P_{\text{salida}} = 1490 \text{ W}$$

$$R_a I_a^2 \text{ nominal} = 6.71 (10)^2 = 671 \text{ W}$$

$$P_{\text{pérdidas rotacionales}} = 2300 - 1490 - 671 = 139 \text{ W}$$

$$\text{para } \omega_m = 500 \text{ rpm: } T_{\text{pérdidas}} = 139 / 52.36 = 2.65 \text{ N . m}$$

$$V_a = 230 - 10 \times 6.71 = 162.9 \text{ V}$$

$$k \Phi = V_a / \omega_m = 162.9 / 52.36 = 3.11 \text{ N . m / A}$$

- El par promedio para un mínimo par de carga a  $\omega_m = 500 \text{ rpm}$  es:

$$\bar{T} = 15 + 2.65 = 17.65 \text{ N . m}$$

$$\bar{i}_a = 17.65 / 3.11 = 5.67 \text{ A}$$

$$\bar{V}_m = 162.9 + 5.67 \times 6.71 = 201 \text{ V}$$

Suponiendo que la corriente es continua, de la ecuación 5.1 :

$$t_{on} = [\bar{v}_m / V] T_p = [201 / 240][1 / 500] = 1.67 \times 10^{-3} \text{ s}$$

b) En el límite entre conducción continua y conducción pulsante  $I_{min} = 0$  :

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a} = \frac{53.2 \times 10^{-3}}{6.71} = 7.93 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$0 = \frac{240}{6.71} \frac{e^{t_{on}/(7.93 \times 10^{-3})} - 1}{e^{2 \times 10^{-3}/7.93 \times 10^{-3}} - 1} - \frac{162.9}{6.71}$$

$$\text{de donde : } t_{on} = 1.41 \times 10^{-3}$$

Debido a que el valor calculado para  $t_{on}$  con este procedimiento, es menor al obtenido en el inciso a), es válida la suposición de que la corriente es continua.

c) El valor de  $t_{on}$  obtenido en b) es el mínimo para corriente continua. Así que:

$$\bar{v}_m = \frac{t_{on}}{T_p} V = \frac{1.41 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} 240 = 169.2 \text{ V}$$

$$\bar{i}_a = [169.2 - 162.9] / 6.71 = 0.94 \text{ A}$$

$$T = 0.94 \times 3.11 = 2.92 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T_{\text{mínimo de acoplamiento}} = 2.92 - 2.65 = 0.27 \text{ N} \cdot \text{m}$$

### Ejemplo 5.2

Un motor de C-D de **230 V**, **850 rpm ( 89.01 rad / s )**, **20 hp ( 14.9 kW )**, **73 A** nominales, **0.176  $\Omega$**  y **4.60 mH** ; tiene su armadura conectada a una fuente de C-D de **240 V** a través de un convertidor de C-D a C-D tipo A. La corriente de campo se mantiene constante a un valor tal que se alcanza la operación nominal cuando la armadura está alimentada con **230 V**. La frecuencia de interrupción se mantiene constante a **500 Hz**. Si la corriente promedio en la armadura es igual a la nominal y  $t_{on}$  se establece para producir el mayor contenido de armónicas, determine:

a) La velocidad del motor.

b) La corriente rms en la armadura.

c) Los factores de rizado para la corriente de armadura y la corriente de fuente; definido como:

Factor de rizado = ( valor rms de la fundamental ) / ( valor promedio ) .

### Solución

$$a) \text{ Para: } t_{on} = T_p / 2 = (1 / 500) / 2 = 10^{-3}$$

$$\bar{V}_m = 0.5 \times 240 = 120 \text{ V}$$

$$V_a = 120 - 73 \times 0.176 = 107.15 \text{ V}$$

$$k \Phi = [230 - 73 \times 0.176] / 89.01 = 2.44 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{A}$$

$$\omega_m = 107.15 / 2.44 = 43.92 \text{ rad} / \text{s} = 419.41 \text{ rpm}$$

b) La velocidad angular de interrupción,  $I_{R1}$  e  $I_R$  son:

$$\omega_0 = 2 \pi \times 500 = 1000 \pi \text{ rad} / \text{s}$$

$$I_{R1} = \frac{\sqrt{2} (240)}{\pi^2 (1000) 4.6 \times 10^{-3}} \text{ sen} \frac{(1000 \pi) (10^{-3})}{2} = 7.48 \text{ A}$$

$$I_R = [(73)^2 + (7.48)^2]^{1/2} = 73.38 \text{ A}$$

c) El factor de rizado en la corriente de armadura es :

$$r_{armadura} = 7.48 / 73 = 0.102$$

La corriente promedio y rms de la fuente son:

$$\bar{I}_s = (t_{on} / T_p) \bar{I}_a = (1 / 2) 73 = 36.5 \text{ A}$$

$$I_{Rs1} = \frac{\sqrt{2} (73)}{\pi} \text{ sen} \frac{(1000 \pi) (10^{-3})}{2} = 32.86 \text{ A}$$



asi que el factor de forma en la corriente de fuente es:

$$fr_{fuente} = 32.86 / 36.5 = 0.9003$$

Este resultado indica lo deseable que resulta contar con algún tipo de filtro a la entrada del convertidor de C-D a C-D.

### 5.3 CONVERTIDOR DE C-D A C-D TIPO B (SEGUNDO CUADRANTE)

La figura 5.5a muestra el circuito de potencia básico de un convertidor de C-D a C-D tipo B, elevador de voltaje, cuadrante sencillo; con la armadura de un motor de C-D como carga. Como puede apreciarse, está formado por los mismos componentes de un convertidor de C-D a C-D tipo A, pero rearrreglados de tal forma que el motor de C-D, frenando regenerativamente, regrese energía a la fuente de alimentación. La operación se realiza entonces en el segundo cuadrante del diagrama  $v_m - i_a$ . Aun cuando puede ocurrir que la operación se lleve a cabo con corriente pulsante, sólo se hará el análisis con corriente continua.

Mientras el tiristor  $T_2$  se encienda y apague por periodos regulares (T), el voltaje contraelectromotriz ( $V_a$ ) del motor almacena energía en la inductancia  $L_a$  mientras  $T_2$  está encendido y parte de esa energía se devuelve a la fuente a través de  $D_2$  cuando  $T_2$  se apaga. Sin este procedimiento,  $V$  siempre será mayor que  $V_a$  e  $i_a$  será cero. Obsérvese que cuando  $D_2$  conduce el motor está efectivamente conectado a la fuente, por tal motivo este periodo es el  $t_{on}$ , mientras que cuando  $T_2$  está encendido es el  $t_{off}$ .

En  $t = 0$ , la corriente en la armadura es  $i_a = I_{min}$  (Negativa) y para el intervalo en el que  $D_2$  está encendido ( $0 \leq t \leq t_{on}$ ):

$$\frac{di_a}{dt} + \frac{R_a i_a}{L_a} = \frac{V - V_a}{L_a} \quad (5.18)$$

cuya solución es:

$$i_a = \frac{V - V_a}{R_a} (1 - e^{-t/\tau_a}) + I_{min} e^{-t/\tau_a} \quad (5.19)$$

Cuando  $t = t_{on}$ ,  $i_a$  alcanza la magnitud máxima ( $I_{max}$ ), siendo  $I_{min} < I_{max} < 0$ . Entonces, de la ecuación 5.19:

$$I_{max} = \frac{V - V_a}{R_a} (1 - e^{-t_{on}/\tau_a}) + I_{min} e^{-t_{on}/\tau_a} \quad (5.20)$$

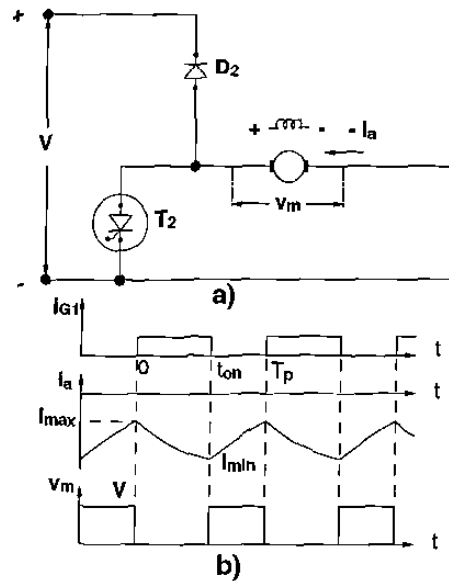


Figura 5.5 Convertidor de C-D a C-D Tipo B. a) Circuito de potencia b) Formas de onda.

En este instante ( $t = t_{on}$ ),  $T_2$  se enciende, desconectando al motor de la fuente y haciendo que durante el intervalo:  $t_{on} < t < T_p$  se tenga:

$$\frac{di_a}{dt'} + \frac{R_a i_a}{L_a} = - \frac{V_a}{L_a} \quad (5.21)$$

donde:

$$t' = t - t_{on} \quad (5.22)$$

La solución para la ecuación 5.21, para la condición inicial:  $i_a = I_{max}$  cuando  $t' = 0$ :

$$i_a = - \frac{V_a}{R_a} (1 - e^{-t'/\tau_a}) + I_{max} e^{-t'/\tau_a} \quad (5.23)$$

Entonces, al final del ciclo cuando  $t = T_p$  o  $t' = T_p - t_{on}$ ,  $i_a$  volverá a su valor inicial ( $I_{min}$ ):

$$I_{min} = - \frac{V_a}{R_a} (1 - e^{-(T_p - t_{on})/\tau_a}) + I_{max} e^{-(T_p - t_{on})/\tau_a} \quad (5.24)$$

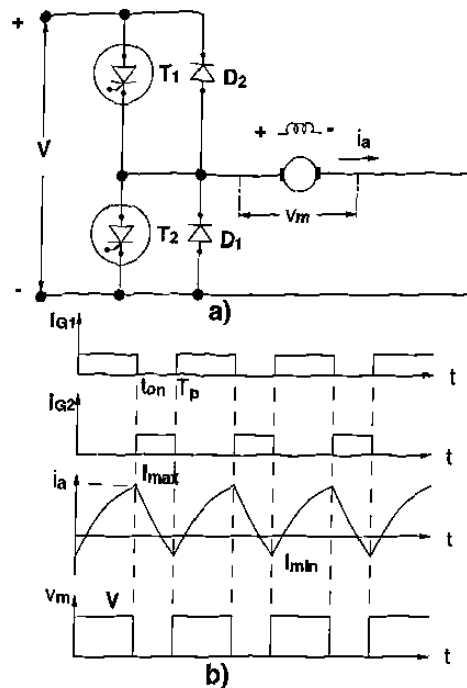


Figura 5.6 Convertidor de C-D a C-D tipo C; a) Circuito básico, b) Formas de de Onda.

Las ecuaciones 5.20 y 5.24 son idénticas a las ecuaciones 5.6 y 5.10; así que su solución simultánea dará las ecuaciones 5.11 y 5.12. Sin embargo, debe recordarse que la corriente de armadura ( $i_a$ ), en este convertidor de C-D a C-D elevador de voltaje, es negativa siempre; así que la operación toma lugar en el segundo cuadrante del diagrama  $v_m - i_a$ .

## 5.4 CONVERTIDOR DE C-D A C-D TIPO C (DOS CUADRANTES: 1- 2)

Combinando los convertidores de C-D a C-D tipo A y tipo B se tiene una configuración para un convertidor de C-D a C-D de dos cuarantes tipo C como el mostrado en la figura 5.6a. Sin embargo, la operación no se realiza "switcheando" del tipo A al tipo B y viceversa, sino operando los convertidores de C-D a C-D simultaneamente.

Está claro que ambos tiristores no pueden estar operando simultaneamente puesto que cortocircuitarian a la fuente, pero si pueden operarse alternativamente, siguiendo las señales de compuerta mostradas en las formas de onda de la figura 5.6b.

Para operar en el primer cuadrante,  $T_1$  y  $D_1$  ejecutan las funciones descritas anteriormente para el convertidor de C-D a C-D tipo A, si la corriente promedio  $\bar{i}_a$  es lo suficientemente alta,  $T_2$  y  $D_2$  no conducen, aún cuando  $T_2$  reciba señal de disparo. Las formas de onda, en este caso, son iguales a las mostradas en la figura 5.4c.

Para operar en el segundo cuadrante,  $T_2$  y  $D_2$  ejecutan las funciones descritas anteriormente para el convertidor de C-D a C-D tipo B, si la corriente promedio  $\bar{i}_a$  es de un valor negativo

suficientemente grande,  $T_1$  y  $D_1$  no conducen, aún cuando  $T_1$  reciba señal de disparo. Las formas de onda, en este caso, son iguales a las mostradas en la figura 5.5b.

Sin embargo, los parámetros del circuito y el valor de  $t_{on}$  pueden ser tales que podría obtenerse una corriente pulsante en un convertidor de C-D a C-D tipo A (reductor de voltaje, cuadrante sencillo). No obstante, en un convertidor de C-D a C-D tipo C no puede haber corriente pulsante debido a que bajo esas condiciones  $T_2$  y  $D_2$  conducen durante una parte del ciclo. Cuando la corriente en  $D_1$  cae hasta cero, el voltaje contraelectromotriz del motor ( $V_a$ ) envía una corriente negativa a través de  $T_2$  para almacenar energía en la inductancia  $L_a$ . Cuando a  $T_2$  se le ordena apagarse, la caída en esta energía almacenada induce un voltaje negativo  $e_L$ , el cual, junto con  $V_a$ , entrega energía a la fuente  $V$  hasta que la corriente negativa se haga cero. La corriente se hace positiva, nuevamente, y circula a través de  $T_1$ .

El análisis realizado para el convertidor de C-D a C-D tipo A puede aplicarse directamente a este convertidor de C-D a C-D tipo C de dos cuadrantes, la única diferencia radica en que tanto  $I_{max}$  como  $I_{min}$  pueden ser positivas o negativas. El cuadrante en el que el convertidor de C-D a C-D esté operando está determinado por la ecuación de voltaje promedio (5.1):

$$\bar{v}_m = V \frac{t_{on}}{T_p} \quad (5.25)$$

Si  $\bar{v}_m$  es mayor que  $V_a$ , entonces  $\bar{i}_a$  es positiva y la energía fluye hacia la armadura del motor (primer cuadrante). Por otra parte, si  $\bar{v}_m$  es menor que  $V_a$ , entonces  $\bar{i}_a$  es negativa y la energía fluye hacia la fuente (segundo cuadrante). Los extremos se presentan cuando  $t_{on} = T_p$  y  $T_1$  conduce de manera continua:

$$\bar{i}_a = I_{max} = I_{min} = \frac{V - V_a}{R_a} \quad (5.26)$$

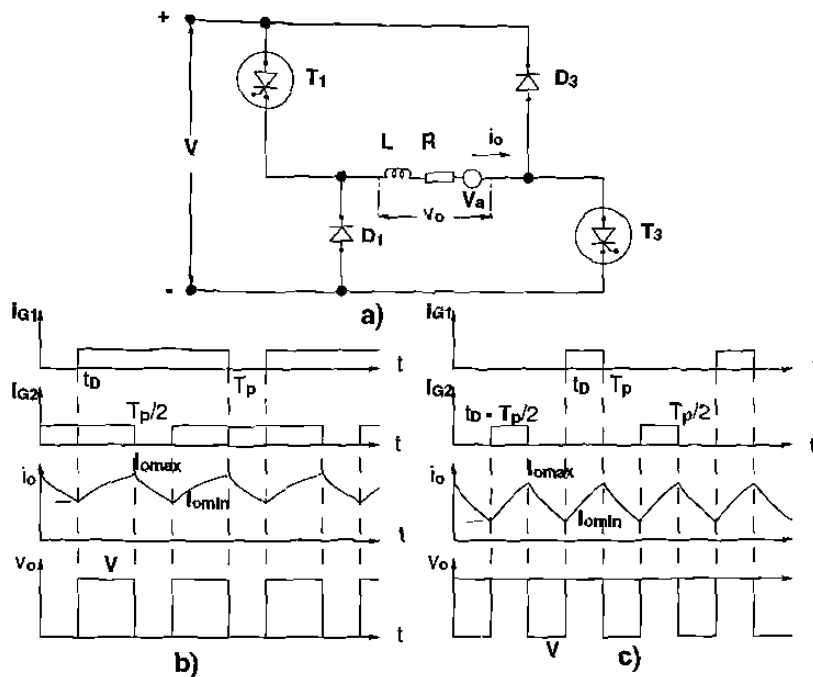
y cuando  $t_{on} = 0$  y  $T_2$  conduce continuamente:

$$i_a = I_{max} = I_{min} = - \frac{V_a}{R_a} \quad (5.27)$$

pero en este último caso, toda la energía regenerada se disipa en la resistencia de armadura.

## 5.5 CONVERTIDOR DE C-D A C-D TIPO D (DOS CUADRANTES: 1- 4)

Aunque los convertidores de C-D a C-D tipo D, cuyo circuito de potencia se muestra en la figura 5.7a, operan en dos cuadrantes como los convertidores de C-D a C-D tipo C, difieren de estos últimos por el hecho de que los cuadrantes de operación de un tipo D son el primero y el cuarto del diagrama  $v_m - i_a$  (Puede cambiar la polaridad del voltaje promedio pero no puede cambiar el



**Figura 5.7 Convertidor De C-D a C-D Tipo D; a) Circuito de Potencia, b) Formas de Onda para un Retardo Menor a la Mitad del Período y c) Formas de Onda para un Retardo Mayor a la Mitad del Período.**

sentido de la corriente), mientras que en un tipo C los cuadrantes de operación son el primero y el segundo (Puede cambiar el sentido de la corriente pero no la polaridad del voltaje promedio).

No existe ninguna ventaja al usar este convertidor de C-D a C-D tipo D para alimentar la armadura de un motor de C-D, dado que los cuadrantes de operación de este troceador corresponden con los de motorizado en directa y frenado en reversa del motor con la armadura conectada. Sin embargo, si se conecta el campo de un motor de C-D como carga de este troceador, su uso sí resulta ventajoso puesto que, según se mencionó en el apartado 3.11, para un motor controlado por campo, la recuperación de la energía electromagnética almacenada en la inductancia se hace invirtiendo el voltaje promedio sin invertir el sentido de la corriente. Es usual que este convertidor de C-D a C-D se emplee también como fuente para otro convertidor; por ejemplo, para un inversor tipo fuente de corriente. Así, aún cuando se incluye una fuente de voltaje contraelectromotriz en el circuito de la figura 5.7a, ésta podría no estar presente.

Las formas de onda que describen la operación del circuito se muestran en las figura 5.7b y c. Debe notarse que los dos tiristores se disparan alternativamente en puntos controlables del eje de tiempo, mientras que el apagado ocurre en puntos fijos. El período para las señales de disparo es  $T$  y el retardo para el disparo del tiristor  $T_1$  es  $t_D$ . Existen entonces, dos modos de operación:

$$\text{Modo 1: } t_D < T_p / 2.$$

En este modo de operación, es necesario que  $V > V_a$ . Los períodos de encendido de los dos tiristores se traslapan, permitiendo que el voltaje de la fuente esté presente en la carga

directamente cuando ambos están encendidos, así que la corriente  $i_o$  se incrementa en este período, pasando desde un valor mínimo  $I_{o(\min)}$  hasta un valor máximo  $I_{o(\max)}$ :

$$I_{o(\max)} = \frac{V}{R} \frac{1 - e^{-(T_p/2 - t_D)/\tau}}{1 - e^{-(T_p/2\tau)}} - \frac{V_a}{R} \quad (5.28)$$

$$I_{o(\min)} = \frac{V}{R} \frac{e^{(T_p/2 - t_D)/\tau} - 1}{e^{(T_p/2\tau)} - 1} - \frac{V_a}{R} \quad (5.29)$$

$$\text{en donde:} \quad \tau = L/R \quad (5.30)$$

Cuando sólo un tiristor está encendido, ese tiristor y uno de los diodos cortocircuitan la carga y proporcionan una trayectoria de descarga de la energía almacenada en la inductancia  $L$ , permitiendo que la corriente  $i_o$  pase desde  $I_{o(\max)}$  hasta  $I_{o(\min)}$

*Modo 2:  $T_p/2 < t_D < T_p$ .*

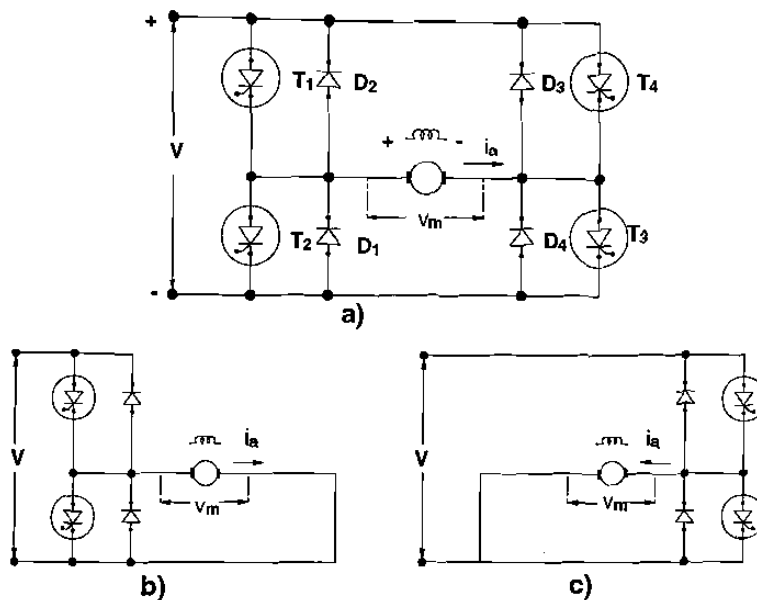
En este modo de operación, es necesario que  $V_a < 0$  y que  $-V_a > V$ . Sólo un tiristor debe estar encendido a la vez, existiendo períodos en los que ambos están apagados. Cuando alguno de los tiristores está encendido, la carga está corto circuitada y la corriente en la carga circulará por el tiristor encendido y el diodo de la rama opuesta. Cuando ningún tiristor está encendido, los dos diodos conducen la corriente desde la carga a la fuente. La corriente  $i_o$ , nuevamente varía entre  $I_{o(\max)}$  e  $I_{o(\min)}$ ; descritas por las siguientes ecuaciones:

$$I_{o(\max)} = - \frac{V}{R} \frac{e^{(t_D - T_p/2)/\tau} - 1}{e^{(T_p/2\tau)} - 1} - \frac{V_a}{R} \quad (5.31)$$

$$I_{o(\min)} = - \frac{V}{R} \frac{1 - e^{-(t_D - T_p/2)/\tau}}{1 - e^{-(T_p/2\tau)}} - \frac{V_a}{R} \quad (5.32)$$

## 5.6 CONVERTIDOR DE C-D A C-D TIPO E (CUATRO CUADRANTES)

El circuito de potencia para un convertidor de C-D a C-D tipo E, el cual puede operar en los cuatro cuadrantes del diagrama  $v_m - i_a$  se muestra en la figura 5.8a. Para que la operación se lleve a cabo en el primero y segundo cuadrante, será necesario que el tiristor  $T_4$  esté encendido continuamente, mientras que  $T_3$  debe estar siempre apagado para evitar un corto circuito a la fuente. En estas condiciones el circuito queda como el que se muestra en la figura 5.8b. Por otro lado, para operar en el tercero y cuarto cuadrante, será necesario que el tiristor  $T_2$  esté continuamente encendido, mientras que  $T_1$  debe estar siempre apagado para evitar un corto circuito a la fuente. En estas condiciones el circuito queda como el mostrado en la figura 5.8c. Nótese que en este caso  $v_m$  es negativo.



**Figura 5.8** Convertidor de C-D a C-D tipo E. (a) Circuito de Potencia (b) Circuito Equivalente para la Operación en el Primero y Segundo Cuadrantes (c) Circuito Equivalente para la Operación en el Tercero y Cuarto Cuadrantes.

El análisis para un convertidor de C-D a C-D tipo C puede aplicarse a este troceador, el cual puede considerarse como la combinación de dos convertidores de C-D a C-D tipo C conectados en antiparalelo, así que uno proporciona una corriente positiva mientras que el otro entrega una negativa.

### EJEMPLO 5.3

Un motor de C-D de **230 V**, **1750 rpm (183.26 rad/s)**, **40 hp (29.8 kW)**, **143 A** nominales, **0.067  $\Omega$**  y **1.0 mH**; está excitado por separado y acciona una carga inercial pura a **1500 rpm**. El circuito de armadura está conectado a una fuente de C-D de **240 V** a través de un convertidor de C-D a C-D tipo E. La frecuencia de interrupción es de **400 Hz**. La corriente de campo se mantiene constante a un valor para el cual  **$k\Phi = 1.28 \text{ N} \cdot \text{m/A}$** . Se requiere invertir el sentido de rotación del motor y la carga tan rápidamente como sea posible de su condición de estado estable hasta alcanzar **500 rpm** en reversa. Las pérdidas rotacionales del motor y la carga son despreciables. La máxima corriente permisible en la armadura es de **290 A**.

- Suponiendo que las variables del circuito cambian al instante que se hace un cambio en las señales de compuerta del tiristor, grafique y dimensione los puntos de operación en un diagrama par - velocidad para la tansición requerida.
- Grafique y dimensione las señales de compuerta para los cuatro tiristores del convertidor de C-D a C-D tipo E mostrado en la figura 5.8. En cada una de las siguientes condiciones:

- i) A velocidad constante hacia adelante.
- ii) Inmediatamente después de iniciada la desaceleración.
- iii) A velocidad cero.
- iv) Justo antes de terminar la aceleración en reversa.
- v) A velocidad constante en reversa.

### Solución

a) Velocidad inicial =  $1500 (2 \pi / 60) = 157 \text{ rad / s}$

Par inicial = 0

Par de desaceleración =  $-k \Phi i_a = -1.28 \times 290 = -371 \text{ N . m}$

Velocidad final =  $-500 (2 \pi / 60) = -52.4 \text{ rad / s}$

Par final = 0

La gráfica de los puntos de operación se muestra en la figura 5.9a.

- b) (i) A velocidad constante la corriente es despreciable:

$$V_a = \bar{v}_m = k \Phi \omega_m = 1.28 \times 157 = 201.1 \text{ V}$$

Dado que:  $\bar{v}_m = (t_{on} / T_p) V$  y sabiendo que  $T_p = 1 / 400 \text{ s}$ , entonces:

$$t_{on} = 201.1 / [400 \times 240] = 2.095 \text{ ms}$$

Como la operación se realiza en el primer cuadrante,  $T_4$  debe estar siempre encendido, mientras que  $T_3$  siempre debe estar apagado. Las señales de compuerta se muestran en la figura 3.9b(i).

- b) (ii) Para el período de desaceleración:  $\bar{i}_a = -290 \text{ A}$ . Para producir esta corriente,  $\bar{v}_m$  debe reducirse inicialmente hasta:

$$\bar{v}_m = V_a + R_a \bar{i}_a = 201.1 - 0.067 \times 290 = 181.7 \text{ V}$$

Como  $\bar{v}_m > 0$  y  $\bar{i}_a < 0$ , el convertidor de C-D a C-D está operando en el segundo cuadrante; entonces, cuando la desaceleración empieza:

$$t_{on} = 181.7 / [400 \times 240] = 1.893 \text{ ms}$$

Las señales de compuerta se muestran en la figura 3.9b(ii).



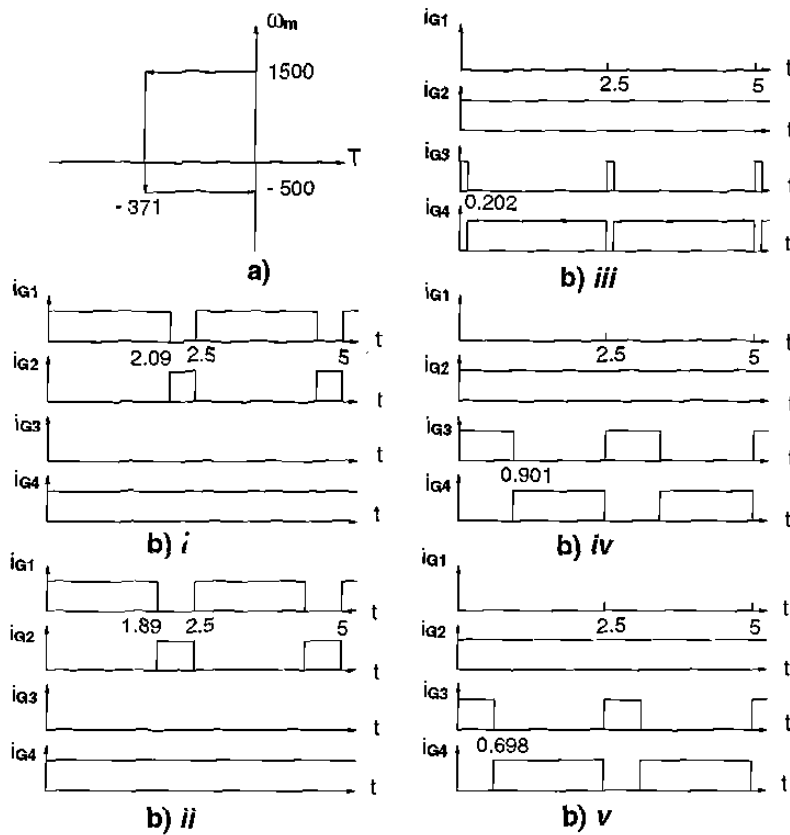


Figura 5.9 Gráficas de Solución al Ejemplo 5.3

b) (iii) A velocidad cero:  $V_a = 0$ , así que:

$$\bar{v}_m = R_a \bar{i}_a = -0.067 \times 290 = -19.43 \text{ V}$$

La operación ahora se realiza en el tercer cuadrante; por lo tanto,  $T_2$  debe estar continuamente encendido, mientras que  $T_1$  debe estar bloqueado. El tiempo  $t_{on}$ , ahora se refiere a la señal de compuerta aplicada a  $T_3$ :

$$t_{on} = |-19.43 / [240 \times 400]| = 0.2024 \text{ ms}$$

Las señales de compuerta se muestran en la figura 3.9b(iii).

b) (iv) Al final del período de aceleración en reversa, la operación aún se realiza en el tercer cuadrante ( $T_2 =$  continuamente encendido,  $T_1 =$  bloqueado):

$$V_a = k \Phi \omega_m = 1.28 (-52.4) = -67.02 \text{ V}$$

$$\bar{v}_m = V_a + R_a \bar{i}_a = -67.02 - 19.43 = -86.45 \text{ V}$$

$$t_{on} = |-86.45 / [240 \times 400]| = 0.9005 \text{ ms}$$

Las señales de compuerta se muestran en la figura 3.9b(iv).

- b) (v) Cuando el motor opera a velocidad constante en reversa, la corriente nuevamente, es despreciable; así que:  $v_m \approx V_a$ . Por tanto:

$$t_{on} = |-67.02 / [240 \times 400]| = 0.6981 \text{ ms}$$

Las señales de compuerta se muestran en la figura 3.9b(v). La operación aún se realiza en el tercer cuadrante; por ello:  $T_2 =$  continuamente encendido,  $T_1 =$  bloqueado.

## 5.7 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE LOS TROCEADORES

Para los convertidores de C-D a C-D discutidos, excepto el tipo D, el voltaje promedio en las terminales de salida  $\bar{v}_m$  es proporcional a  $t_{on}$ . Esta relación lineal se expresa en la ecuación 5.1, de la cual se puede obtener la ganancia del troceador como:

$$k = \frac{\Delta \bar{v}_m}{\Delta t_{on}} = \frac{V}{T_p} \quad (5.33)$$

Para el convertidor de C-D a C-D tipo D, el voltaje promedio  $\bar{v}_o$  está gobernado por el valor de  $t_D$  en una relación lineal inversa:

$$\bar{v}_o = [1 - 2 t_D / T_p] V \quad (5.34)$$

De esta ecuación puede expresarse la ganancia del convertidor de C-D a C-D tipo D como:

$$k = \frac{\Delta \bar{v}_o}{-\Delta t_D} = \frac{2V}{T_p} \quad (5.35)$$

El efecto de un cambio en  $t_{on}$  o en  $t_D$  está sujeto a un tiempo muerto  $t_m$ . Este tiempo muerto, tiene un rango entre:  $0 < t_m < T_p$  para todos los convertidores de C-D a C-D; excepto para el tipo D, en el cual:  $0 < t_D < T_p / 2$ .

Si la frecuencia de interrupción (*troceado*) del convertidor de C-D a C-D es lo suficientemente alta, como se espera para una buena operación del motor, el tiempo muerto  $t_m$  será menor que el de los convertidores trifásicos; entonces, el tiempo muerto puede aproximarse por medio de una constante de tiempo igual al tiempo muerto promedio  $\bar{t}_m$ , así que la función de transferencia para el convertidor de C-D a C-D queda expresada como:

$$G(s) = \frac{k}{\bar{t}_m s + 1} \quad (5.36)$$

## 5.8 CONVERTIDORES DE C-D A C-D CON TRANSISTORES

Como se había mencionado anteriormente, los convertidores de C-D a C-D pueden tener, como dispositivos de control, interruptores de estado sólido con control de encendido y apagado, como lo son los transistores bipolares (BJT's), los transistores de efecto de campo (MOSFET's), los transistores de compuesta aislada (IGBT's) y los tiristores con compuerta para apagado (GTO's). Los troceadores construidos alrededor de estos dispositivos son los más sencillos, puesto que a diferencia de los tiristores no requieren de ningún circuito de conmutación forzada. Pueden trabajar a frecuencias relativamente altas, del orden de varios kilohertz y actualmente, pueden manejar potencias de decenas de kilowatts. Para los circuitos de potencia de todos los tipos de convertidores de C-D a C-D discutidos en este capítulo se tendrá el circuito equivalente a transistores substituyendo los tiristores mostrados por un BJT, MOSFET, IGBT o GTO.

## 5.9 CONVERTIDORES DE C-D A C-D CON TIRISTORES

Dado que un tiristor alimentado por una fuente de C-D necesita de un circuito auxiliar para interrumpir su conducción (*circuito de conmutación*), la configuración de este circuito, no considerado en los convertidores de C-D a C-D discutidos en este capítulo, es lo que establece la diferencia entre los numerosos arreglos de convertidores de C-D a C-D o troceadores existentes. El propósito de esta sección es mostrar algún tipo de arreglo a manera de ejemplo.

La figura 5.10 muestra un convertidor de C-D a C-D tipo E (*Cuatro cuadrantes*) en donde se han incluido los circuitos de conmutación constituidos por  $T_5$ ,  $C_1$ ,  $L_1$ ,  $R_1$  y  $D_5$  por un lado y  $T_6$ ,  $C_2$ ,  $L_2$ ,  $R_2$  y  $D_6$  por el otro. Si se disparan  $T_5$  y  $T_4$  simultáneamente, el condensador  $C_1$  se cargará con la placa marcada con un punto positiva al nivel de la fuente, la corriente cesa. Si se disparan  $T_1$  y  $T_4$ , circulará corriente hacia la carga y al mismo tiempo, se cerrará una trayectoria de descarga para la energía almacenada en  $C_1$  formada por  $C_1$ ,  $L_1$ ,  $D_5$  y  $T_1$ . El circuito de descarga es resonante así que no solo permitirá que  $C_1$  se descargue, sino que, por efecto de la resonancia creada por  $C_1$  y  $L_1$ , la carga en  $C_1$  se invierte (*La placa del punto es negativa con respecto a la otra placa*) y se mantiene así puesto que  $D_5$  impide que la corriente se invierta.

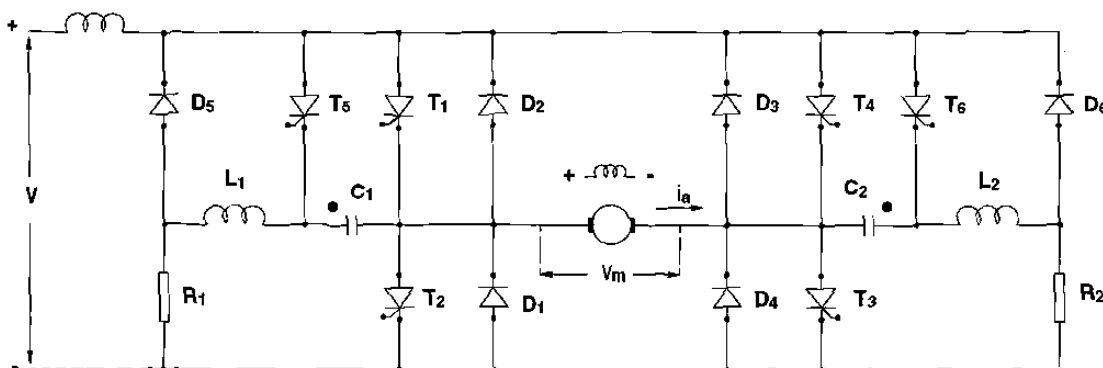


Figura 5.10 Circuito de Potencia para un Convertidor de C-D a C-D tipo E con los Circuitos de Conmutación Incluidos.

Un nuevo disparo en  $T_5$  hace que  $T_1$  quede polarizado inversamente, permitiendo que éste vuelva al estado de bloqueo directo (*apagado*). El condensador  $C_1$  se cargará nuevamente al voltaje de la fuente menos el voltaje contraelectromotiz con la placa del punto positiva, anulando la corriente de fuente.  $T_5$  se apaga si  $R_1$  es lo suficientemente grande para limitar la corriente a través de éste a un valor menor que su corriente de sostenimiento ( $i_H$ ).  $T_4$  se mantiene encendido mientras haya corriente en el motor, completándose un ciclo de operación cuando nuevamente se encienda  $T_1$ .

El objetivo principal de  $R_1$  es el proporcionar una trayectoria para las corrientes de fuga de  $D_5$  y  $T_5$  con el fin de evitar que el potencial negativo en la placa del punto del condensador  $C_1$  se pierda mientras  $T_1$  y  $T_4$  conducen; permitiendo además que este potencial se mantenga a un valor mínimo.

## RESUMEN

- 1.- Los convertidores de C-D a C-D entregan un voltaje de C-D de promedio ajustable a partir de una fuente de C-D fija.
- 2.- Un convertidor de C-D a C-D actúa como un interruptor entre la fuente y la carga, así que el voltaje promedio entregado depende de la relación  $t_{on} / t_{off}$ . Hay tres maneras de obtener un voltaje promedio ajustable:
  - a).- Variando  $T_p$  ( $t_{on} + t_{off}$ ) con  $t_{on}$  constante.
  - b).- Variando  $t_{on}$  con  $T_p$  constante.
  - c).- Variando ambos  $T_p$  y  $t_{on}$ .
- 3.- Los convertidores de C-D a C-D se pueden clasificar de acuerdo a el o los cuadrantes de la curva  $v_m - i_a$  en los que pueden operar:
 

Un cuadrante, reductor de voltaje (1º)	Tipo A
Un cuadrante, elevador de voltaje (2º)	Tipo B
Dos cuadrantes, cambio de corriente (1º y 2º)	Tipo C
Dos cuadrantes, cambio de voltaje (1º y 4º)	Tipo D
Cuatro cuadrantes	Tipo E
- 4.- Los convertidores de C-D a C-D tipo A son reductores de voltaje, cuadrante sencillo. El voltaje promedio en las terminales es positivo y menor que el de la fuente y la corriente es positiva.
- 5.- Los convertidores de C-D a C-D tipo B son elevadores de voltaje, cuadrante sencillo. Frenado regenerativamente el motor, regresan energía a la fuente. Así que el voltaje

- contraelectromotriz ( $V_a$ ) produce la corriente (negativa) y dado que  $V_a$  es menor que el voltaje de la fuente, la acción aparece como una elevación de voltaje.
- 6.- Los convertidores de C-D a C-D tipo C son la combinación de un convertidor de C-D a C-D tipo A y uno tipo B. Funcionan operando alternativamente los tiristores de ambos convertidores; así que el voltaje promedio siempre será positivo (mayor o menor que  $V_a$ ), pero la corriente puede tener ambos sentidos.
- 7.- Los convertidores de C-D a C-D tipo D operan en dos cuadrantes como los de tipo C, pero los de tipo D permiten la inversión del voltaje promedio, aunque no así la corriente. Estos convertidores de C-D a C-D resultan ideales cuando se controla un motor de C-D a través del campo en lugar de hacerlo a través de la armadura.
- 8.- Los convertidores de C-D a C-D tipo E están formados por dos convertidores de C-D a C-D tipo C en antiparalelo, permitiendo la operación en los cuatro cuadrantes.

## PROBLEMAS

- 5.1 Un motor de corriente directa de **230 V, 1150 rpm, 25 hp (18.6 kW), 89 A** nominales, **0.086  $\Omega$**  y **2.20 mH**; tiene su armadura conectada a un convertidor de C-D a C-D **tipo A** alimentado por una fuente de C-D de **300 V**. La frecuencia de troceado es constante a **250 Hz** y la corriente de campo se establece al valor correspondiente a la operación nominal a **230 V** de la fuente de C-D. las pérdidas rotacionales pueden suponerse constantes e incrementadas un **10 %** cuando el motor es accionado desde el convertidor de C-D a C-D. el rango de disipación de calor es independiente de la velocidad.
- a).- Determine el máximo par de carga que puede entregarse continuamente con una razón  $t_{on} / T_p = 0.5$  sin sobrecalentamiento.
- b).- Determine la velocidad a la cual se entrega este par.
- 5.2 Un motor de corriente directa de **230 V, 1150 rpm, 5 hp (18.6 kW), 20 A** nominales, **1.36  $\Omega$**  y **10.0 mH**; tiene su armadura conectada a un convertidor de C-D a C-D **tipo A** alimentado por una fuente de C-D de **300 V**. La frecuencia de troceado es constante a **250 Hz** y la corriente de campo se establece al valor correspondiente a la operación nominal a **230 V** de la fuente de C-D. Cuando el motor es accionado desde el convertidor de C-D a C-D el par de pérdidas rotacionales  **$T_{pérdidas}$**  varía de acuerdo a la siguiente relación:

$$T_{pérdidas} = [ 0.3 + (0.8 \omega_m / \omega_{mnominal}) ] T_{PERDIDAS}$$

en donde:  **$T_{PERDIDAS}$**  es el par de pérdidas bajo condiciones nominales de operación. El motor debe entregar el par nominal a todas las velocidades. Determine sobre que rango de velocidad este accionamiento puede operarse sin que las pérdidas excedan aquellas que se tienen para operación nominal.

---

## CAPITULO 6

---

---

# REGULADORES PARA MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA

Los reguladores son sistemas de control empleados para mantener una variable o un parámetro controlado en un valor preestablecido a pesar de perturbaciones externas. Para ello, será necesario que el sistema cuente con una retroalimentación de su salida (*variable controlada*) que permita compararla con la entrada (*referencia*).

Hay tres razones para usar un control retroalimentado:

- 1.- Es el medio más cómodo para llevar a cabo y mantener las relaciones deseadas entre la entrada y la salida.
- 2.- Permite compensar, en forma interna, las imprecisiones y las desviaciones de las características de los componentes del sistema.
- 3.- Minimiza el efecto de las perturbaciones externas sobre la salida.

### 6.1 FUNCIONES DE UN REGULADOR PARA UN MOTOR DE C- D

Los sistemas reguladores para motores de C-D, pueden controlar parámetros propios del motor como la corriente, el voltaje, la velocidad, el par y la posición; o bien, parámetros del sistema manejados por el motor como por ejemplo, la tensión de una cinta de plástico en un enrollador, el flujo en una tubería o el nivel en un tanque. Sin embargo, a un regulador no sólo se le pide hacer coincidir el valor de la variable controlada primaria, como por ejemplo *la velocidad*, con la referencia; sino también, realizar un cierto número de funciones necesarias para el buen funcionamiento del motor, entre las cuales se encuentran:

- 1.- Limitar las variables secundarias críticas como la corriente o el voltaje de armadura.

- 2.- Controlar las razones de cambio (*derivadas*) de las variables primaria y secundaria.
- 3.- Pasar suavemente de un modo de control a otro. Así por ejemplo, la conmutación de la regulación de la velocidad con limitación de corriente a la regulación de corriente, debe hacerse suavemente y sin brusquedades; es decir, sin saltos en los valores de los parámetros.
- 4.- Ajustar y optimizar cada lazo de control independiente de los otros.

La *variable principal* más común para los reguladores de motores de C-D es la **velocidad**. Este parámetro, normalmente, se retroalimenta al detector de error correspondiente como una señal de voltaje. Se utilizan dos métodos para generar esa señal de voltaje proporcional a la velocidad:

- 1.- Con un tacómetro
- 2.- Con el voltaje de armadura compensado con la caída en la resistencia de armadura

El método de mayor exactitud se lleva a cabo usando un tacómetro conectado mecánicamente al eje del motor, como se muestra en la figura 6.1(a). El tacómetro es un generador de C-D o de C-A con una alta linealidad entre la velocidad con que gira y su voltaje de salida.

El método más económico usa una señal proporcional al voltaje de armadura, obtenida desde un divisor de voltaje en paralelo con la armadura, a la que se resta, en el detector de error, la caída en la resistencia de armadura ( $I_a R_a$ ), la cual se obtiene partiendo de la corriente de armadura que se detecta por algún medio que se discutirá enseguida y se multiplica por el valor de la resistencia de armadura usando un potenciómetro, como se muestra en la figura 6.1(b). Así que lo que se obtiene es una señal proporcional al voltaje contraelectromotriz generado en la armadura ( $V_a = V_m - I_a R_a$ ) que a su vez es proporcional a la velocidad ( $V_a = K\Phi \omega_m$ ).

Este segundo método no es útil cuando el campo varía; es decir, cuando se opera un sistema a potencia constante, ya que el voltaje contraelectromotriz generado en la armadura también es proporcional al flujo:  $V_a = K\Phi \omega_m$ .

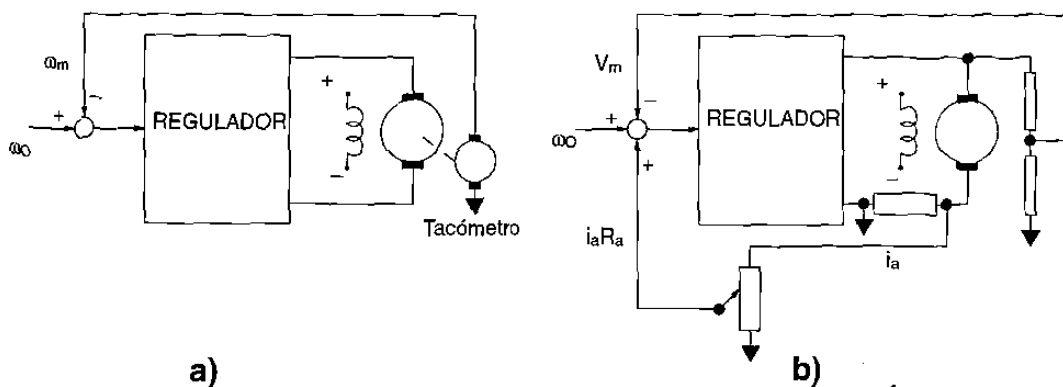


Figura 6.1 Retroalimentación de la Velocidad. (a) Con Tacómetro; (b) Con Voltaje de Armadura y Compensación IR.

La *variable secundaria* más común para los reguladores de motores de C-D es la **corriente de armadura**, la cual puede sensarse por tres técnicas diferentes:

- 1.- Resistencia de derivación en el circuito de armadura.
- 2.- Transductor de C-D en el circuito de armadura.
- 3.- Transformadores de corriente en las líneas de C-A cuando se usan convertidores de fase controlada.

La resistencia de derivación es el método más barato, puesto que consta de una resistencia de valor óhmico bajo conectada en serie con la armadura del motor (figura 6.1(b)). El voltaje a través de ella es proporcional a la corriente de armadura. Sin embargo, este voltaje es pequeño y no está eléctricamente aislado. Por otro lado, este voltaje no puede incrementarse, puesto que un aumento en valor de la resistencia de derivación incrementará la potencia disipada.

Un transductor de C-D es un tipo de reactor saturable operando en el modo de alta impedancia en el circuito de control. El conductor del circuito de armadura actúa como devanado de control y la señal de salida se desarrolla en el devanado de excitación o en un devanado adicional de salida. La corriente de excitación es una señal cuadrada, debido a la saturación, que tiene muy poco rizado al rectificarse. El circuito y su operación se muestran en la figura 6.2.

La corriente en las líneas de C-A de los puentes convertidores lleva información sobre la corriente de armadura de C-D cuando el puente no tiene diodo de rueda libre. La salida rectificadora de los transformadores de corriente en las líneas de C-A, será entonces proporcional a la corriente

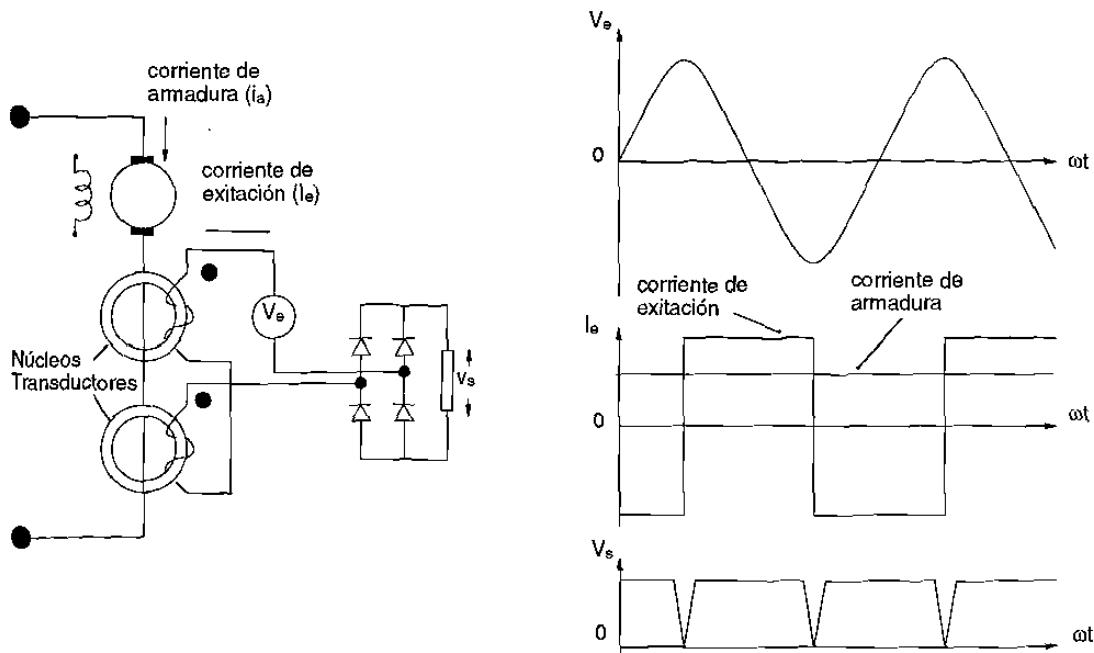


Figura 6.2 Transductor para Medición de Corriente de C-D. (a) Circuito; (b) Formas de Onda.



de armadura. Para los sistemas monofásicos será necesario un solo transformador, mientras que en los sistemas trifásicos, serán necesarios tres de ellos. La figura 6.3 muestra el circuito y las formas de onda para una instalación trifásica típica.

## 6.2 COMPONENTES DE UN REGULADOR PARA MOTORES DE C-D

Para llevar a cabo las funciones necesarias para el buen funcionamiento de un motor, un sistema regulador para motores de C-D debe contar con las siguientes partes fundamentales:

- 1.- **El módulo de potencia** para alimentar la armadura y/o el campo del motor. (*Convertidor de fase controlada* cuando la fuente es de C-A o *Convertidor de C-D a C-D* cuando la fuente es de C-D).
- 2.- **La fuente de poder** para alimentar los componentes del circuito de control.
- 3.- **Los sensores y transductores** para medir la variable principal y la(s) variable(s) secundaria(s) y proporcionar la información de los valores de las mismas al circuito de control.
- 4.- **Los detectores de error** que comparen la señal de referencia y las retroalimentaciones de la variable principal y la(s) variable(s) secundaria(s).

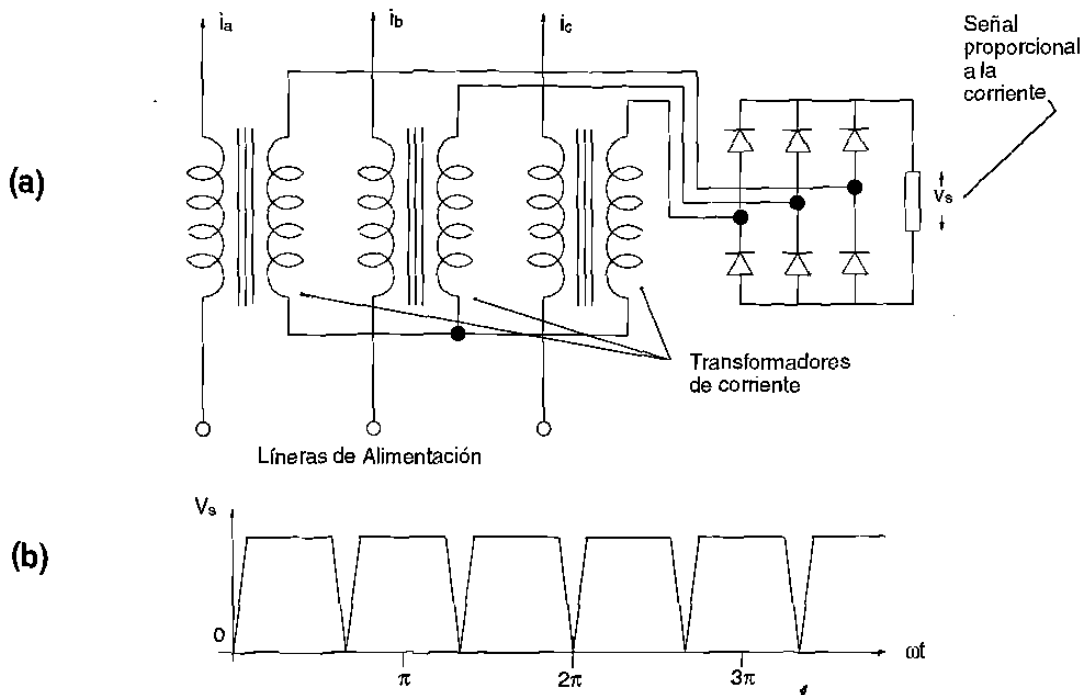


Figura 6.3 Transformadores de Corriente Trifásicos. (a) Circuito; (b) Formas de Onda.

- 5.- **Los controladores** que manipulen las señales de error (*salidas de los detectores de error*) para producir la *señal de control*.
- 6.- **Los circuitos para disparar los tiristores del módulo de potencia** que generan los pulsos de disparo en función de los valores que toma la señal de control.

### 6.3 TIPOS DE REGULADORES PARA MOTORES DE C-D

Aún cuando hay una gran variedad de reguladores para motores de C- D, éstos se agrupan en tres conceptos de sistemas retroalimentados:

- 1.- **Regulación con lazos convergentes.**
- 2.- **Regulación lineal con lazos múltiples o en cascada.**
- 3.- **Regulación con controladores en paralelo.**

Sólo para los motores de baja potencia (*menos de 1 hp*), pueden usarse esquemas diferentes a los planteados; en donde, en algunas aplicaciones, podría ser suficiente un solo lazo de velocidad sin límites de corriente o viceversa. Por lo contrario, los tres métodos mencionados permiten controlar la variable principal y limitar las variables secundarias.

#### 6.3.1 Regulación con Lazos Convergentes

Un sistema de regulación de lazos convergentes, como el mostrado en la figura 6.4, está formado por un sólo controlador y un detector de error, al cual convergen tanto la retroalimentación de la variable principal, en este caso, la velocidad, como la variable secundaria, en este caso la corriente de armadura.

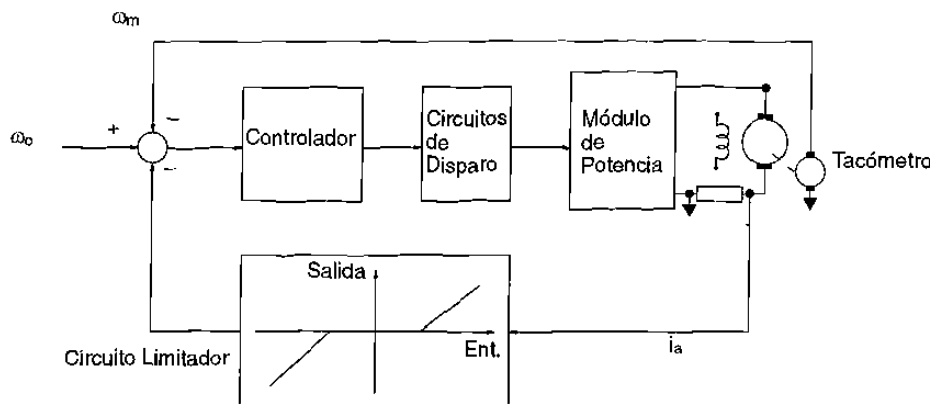


Figura 6.4 Sistema Regulador con Lazos Convergentes.

La variable principal (*velocidad*) en un sistema de lazos convergentes, está presente constantemente en el detector de error, mientras que la variable secundaria (*corriente de armadura*), se compara con un umbral y de alguna manera se bloquea mientras no se alcance el valor de limitación. Cuando la señal de corriente se encuentre por encima del umbral, el exceso contrarresta a la señal de retroalimentación de la velocidad, tendiendo así a limitar la corriente en la armadura del motor.

Un posible circuito para realizar la función de limitación requerida para la variable secundaria en este tipo de reguladores se muestra en la figura 6.5(a). En él, el amplificador  $A_1$  operará bajo las siguientes condiciones: Si  $e_i$  es negativo, el diodo  $D_2$  conducirá, mientras que  $D_1$  se mantendrá bloqueado, por tanto la salida  $e_1$  será cero. Si  $e_i$  es positivo y mayor que  $+V_1$ ,  $D_2$  se bloquea y  $D_1$  conduce, así que  $A_1$  opera en una zona lineal, de tal manera que su salida será:

$$e_1 = -(e_i - V_1) \quad \text{para: } e_i > +V_1 \quad (6.1)$$

Por otra parte, el amplificador  $A_2$ , tendrá una respuesta lineal ( $D_3$  conduciendo y  $D_4$  bloqueado) cuando  $e_i$  sea más negativo que  $-V_2$ , la salida será entonces:

$$e_2 = -(e_i + V_2) \quad \text{para: } e_i < -V_2 \quad (6.2)$$

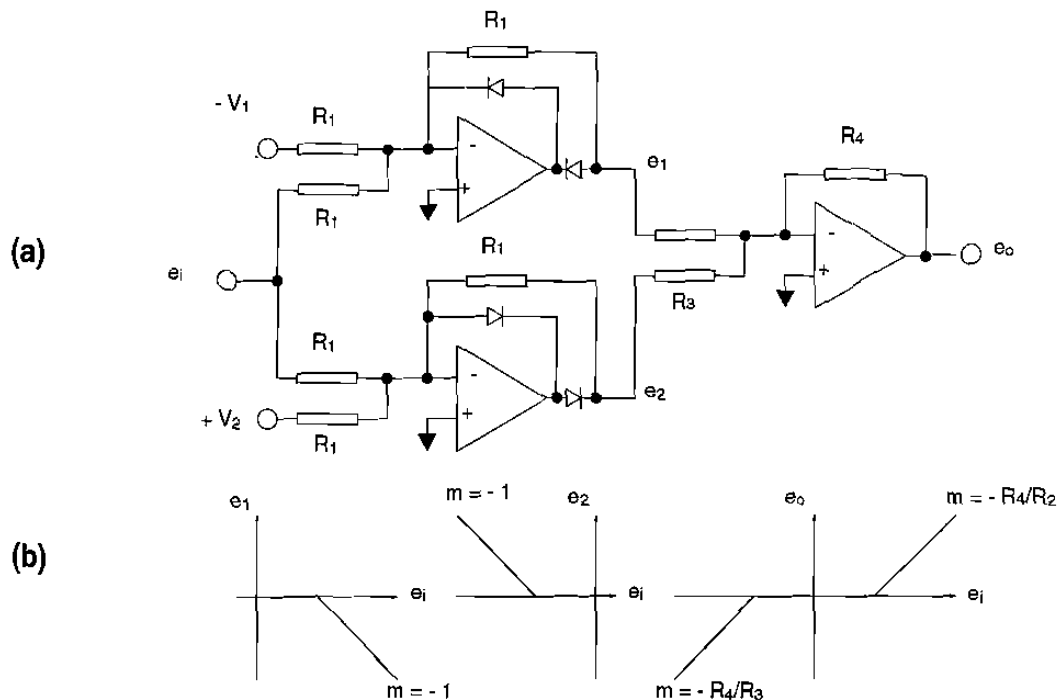


Figura 6.5 Función de Limitación para los Reguladores de Lazos Convergentes. (a) Circuito; (b) Gráficas de Transferencia.

Si por el contrario,  $e_1$  es positivo o menos negativo que  $-V_2$  la salida  $e_2$  será cero ( $D_4$  conduciendo y  $D_3$  bloqueado).

El amplificador de salida  $A_3$  es un *sumador - inversor* cuya salida es:

$$e_o = - (e_1 + e_2) \quad (6.3)$$

$$e_o = -0 - \frac{R_4 R_4}{R_3} (e_1 + V_2) = - \frac{R_4 R_4}{R_3} (e_1 + V_2) \quad \text{para: } e_1 < -V_2 \quad (6.3.1)$$

$$e_o = -0 - 0 = 0 \quad \text{para: } -V_2 < e_1 < +V_1 \quad (6.3.2)$$

$$e_o = - \frac{R_4 R_4}{R_2} (e_1 - V_1 - 0) = - \frac{R_4 R_4}{R_2} (e_1 - V_1) \quad \text{para: } e_1 > +V_1 \quad (6.3.3)$$

cuyas gráficas se muestran en la figura 6.5(b).

Una ventaja evidente de los reguladores de lazos convergentes es su bajo costo, debido a la poca cantidad de componentes; sin embargo, presenta algunos inconvenientes:

- 1.- Como sólo tiene un controlador para dos variables, se debe establecer un compromiso entre los ajustes de ambas; lo que provoca mayor trabajo para ajustar las ganancias de los lazos en el momento de puesta en marcha.
- 2.- Los dos lazos no pueden tener la respuesta óptima, dado que existe una influencia recíproca entre los ajustes hechos para la respuesta dinámica (*transitorio*) y los hechos para la precisión estática (*estado estable*).
- 3.- La limitación de la corriente de armadura (*la variable secundaria*) no sólo depende del umbral impuesto a la señal de retroalimentación de corriente y de la ganancia de este lazo, sino también de la referencia de velocidad (*la variable primaria*). Esto es, cuando la referencia de velocidad se eleva, la limitación de corriente también se eleva, lo cual puede remediarse, parcialmente, limitando la razón de cambio de la velocidad.

La figura 6.6(a) muestra un sistema regulador de lazos convergentes modificado, en el que se trata de solucionar el último inconveniente mencionado. En este sistema, la retroalimentación de la corriente de armadura contrarresta a la referencia, de tal manera que cuando la corriente de armadura sobrepase el valor límite o umbral, atenuará a la referencia en lugar de contrarrestar a la retroalimentación de la velocidad. En este caso, la atenuación de la referencia representa una reducción, indirecta, de la razón de cambio de la variable principal para mantener a la variable secundaria dentro de sus límites, tomando en cuenta que el controlador de corriente que se muestra en la figura 6.6(b), tiene una función de transferencia equivalente a un atraso de primer orden:

$$E_o(s) = - \frac{R_2 / R_1}{(1 / R_2 C)s + 1} E_1 \quad (6.4)$$

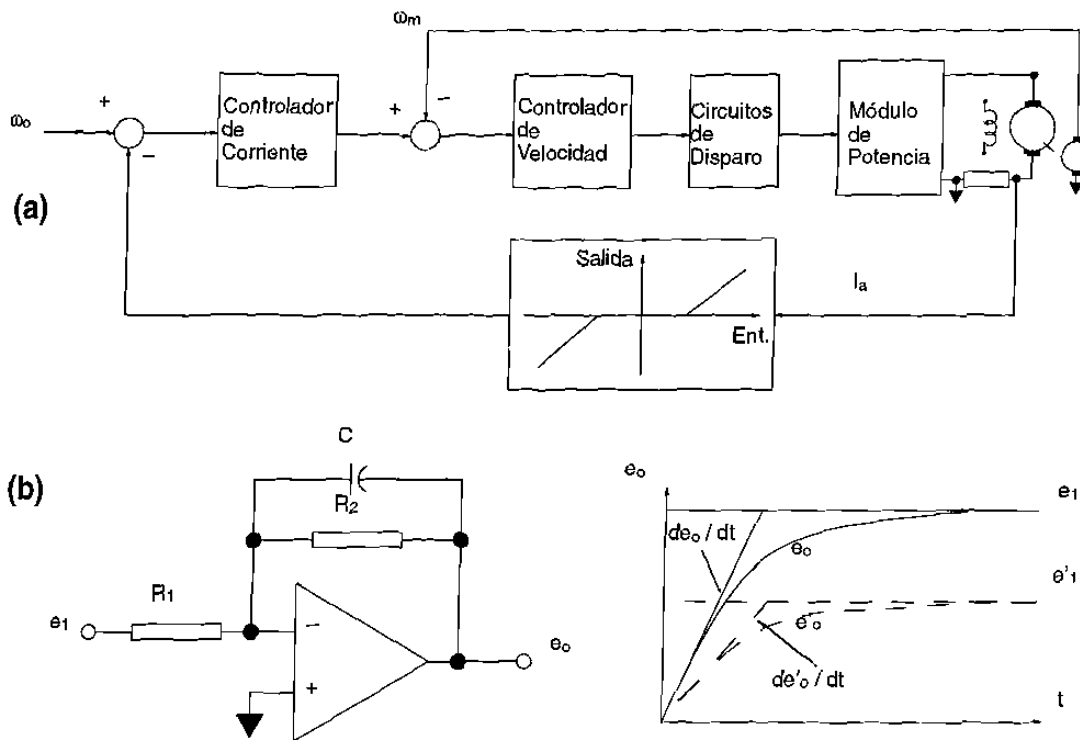
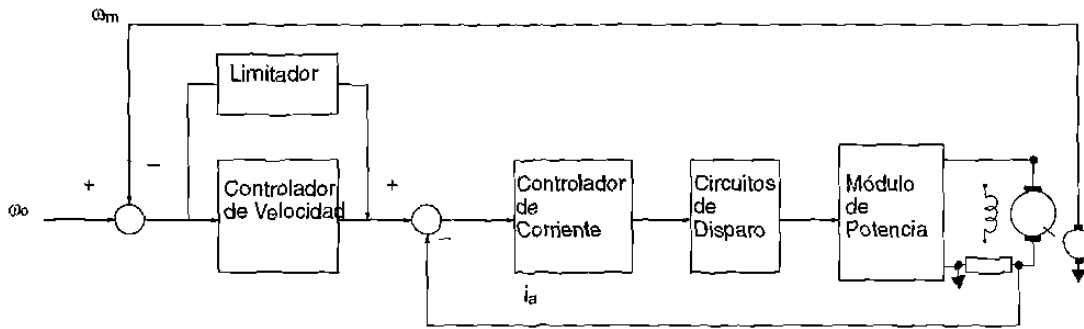


Figura 6.6 Regulador de Lazos Convergentes Modificado. (a) Circuito; (b) Circuito Controlador de Corriente y Formas de Onda.

Este último arreglo no es estrictamente un regulador de lazos convergentes, puesto que cuenta con dos controladores, pero no llega a ser un regulador en cascada, puesto que la retroalimentación de la variable secundaria no siempre está presente en el detector de error correspondiente. Por tanto, constituye una etapa intermedia entre estos dos tipos de reguladores.

### 6.3.2 Regulación Lineal con Lazos Múltiples (Sistema en Cascada)

Un sistema de regulación con controladores en cascada está formado por un controlador individual para cada una de las variables controladas, como se muestra en la figura 6.7. La variable retroalimentada en el lazo externo es la *variable principal*; en este caso, la velocidad. La salida del controlador de la variable principal (*controlador de velocidad*) sirve como entrada, es decir como *señal de referencia*, al controlador del lazo interno, en este caso, es un lazo de *corriente de armadura*. Limitando, entonces, la salida del controlador externo (*controlador de velocidad*), se limita la referencia del controlador interno (*controlador de corriente de armadura*) y se obtiene de forma muy simple la característica de limitación deseada. Para obtener la limitación de la salida del controlador de velocidad basta con ajustar su nivel de saturación; así, mientras en los reguladores de lazos convergentes se limita por *umbrales*, en los reguladores con controladores en cascada se limita por *saturación*.

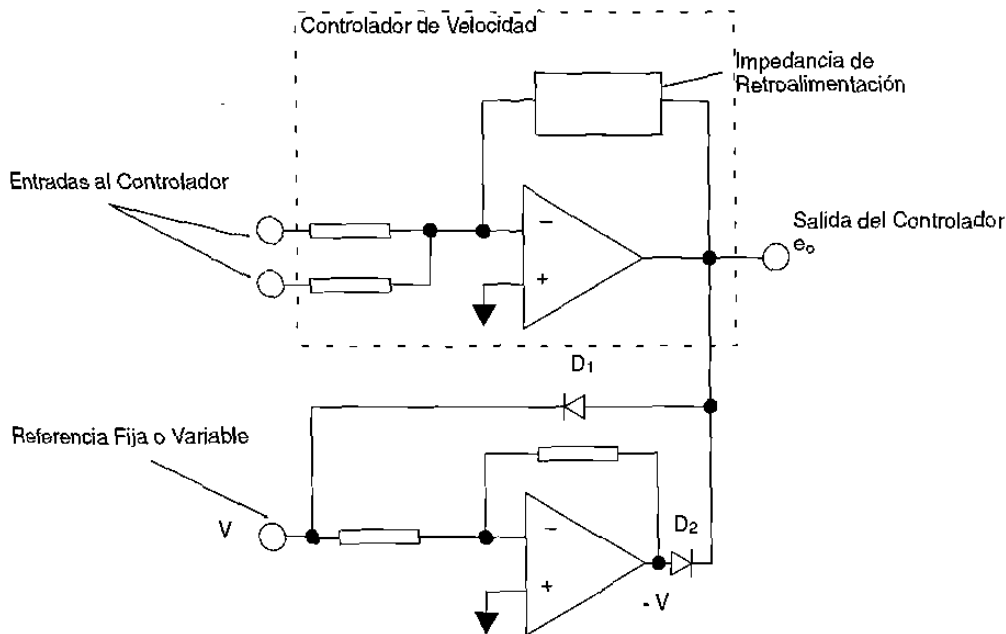


**Figura 6.7 Sistema Regulador con Controladores en Cascada**

Un nivel de saturación constante de la salida del controlador de velocidad da lugar a una limitación de corriente de valor constante, independientemente de cualquier otro parámetro. Sin embargo, se puede hacer que el valor de saturación del voltaje de salida del controlador de velocidad dependa de la velocidad o del voltaje de armadura, obteniéndose así una limitación variable, que permite utilizar al máximo las características del motor.

La figura 6.8 muestra un circuito para limitar la salida de un controlador. En él, la salida  $e_o$  está limitada por el voltaje de referencia  $V$ , el cual puede ser fijo o variable. La operación puede describirse como sigue:

Si:  $e_o = +(V + 0.6)$ ,  $D_1$  conduce e impide que  $e_o$  crezca.



**Figura 6.8 Circuito Limitador.**

Si:  $e_o = - (V + 0.6)$ ,  $D_2$  conduce e impide que  $e_o$  disminuya.

Si:  $-(V + 0.6) < e_o < +(V + 0.6)$ ,  $D_1$  y  $D_2$  no conducen y  $e_o$  permanece.

Para que la operación de un controlador no interfiera con el otro, es necesario que exista entre ellos una *separación dinámica*. Para que ésto se lleve a cabo, el lazo exterior debe ser dos veces más lento que el lazo inmediato interior. Si se añaden lazos suplementarios en el exterior; por ejemplo, lazos de *posición* o de *tensión*; se aplica la regla precedente a cada lazo. Lo anterior establece una limitante para este tipo de reguladores: *si hay demasiados lazos internos, se obtendrá una respuesta demasiado lenta en el lazo más externo*.

En General, los sistemas de regulación lineal con lazos múltiples o reguladores con controladores en cascada, se diseñan de forma que sólo tengan una o dos constantes de tiempo principales en un lazo, que se pueden compensar directamente en el interior de los controladores correspondientes. Como consecuencia de ello, el cálculo y la optimización de los controladores en estos sistemas son relativamente sencillos. Así mismo, la puesta en servicio de estos sistemas es fácil y sistemática, puesto que las características estáticas y dinámicas de los diferentes lazos son independientes.

Los sistemas de regulación lineal con lazos múltiples son muy eficaces en el control de los motores de accionamientos de máquinas y actualmente son los que se utilizan más frecuentemente.

### 6.2.3 Regulación con Controladores en Paralelo

Un sistema con controladores en paralelo, como el mostrado en la figura 6.9, usa un controlador separado por cada variable a controlar, al igual que los reguladores con controladores en cascada; pero a diferencia de éstos, las salidas de los controladores en un sistema paralelo se conectan, por medio de un *selector*, a una salida común; que es la entrada a los circuitos de disparo del módulo de potencia que alimenta al motor. En este sistema, entonces, sólo un controlador está operando en todo momento. Esta es la diferencia fundamental con los reguladores en cascada, en los que todos los controladores actúan permanentemente.

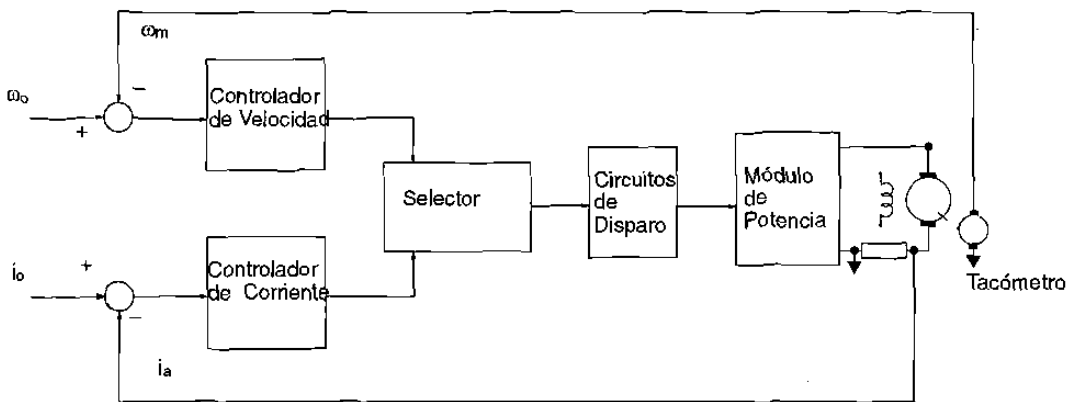


Figura 6.9 Regulador con Controladores en Paralelo.

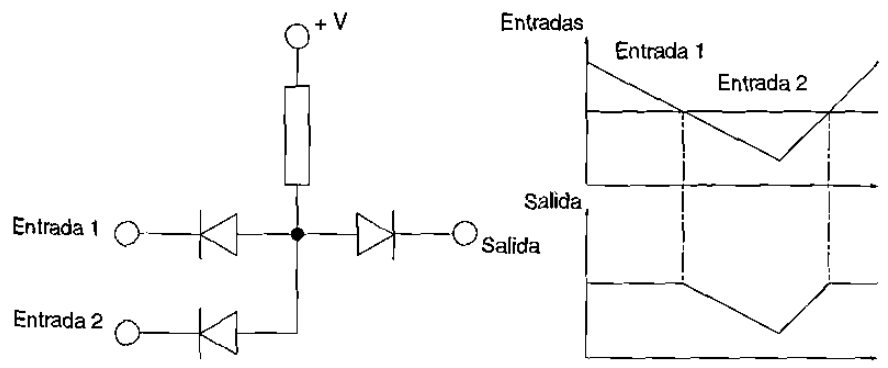


Figura 6.10 Dispositivo Selector; (a) Circuito (b) Formas de Onda.

La función que realiza el circuito selector es la de permitir el paso de la menor de sus señales de entrada. Por tanto, el controlador de velocidad (*variable principal*) opera sobre el motor sólo cuando la corriente de armadura (*variable secundaria*) no alcanza su valor límite. Cuando eso sucede, es el controlador de corriente el que actúa y el controlador de velocidad se conmuta fuera del circuito. Esto significa que, en este sistema, el controlador de la variable secundaria (*corriente de armadura*) actúa como *limitador*, mientras que el controlador de la variable principal (*velocidad*) tiene el funcionamiento habitual mientras la corriente de armadura se encuentre dentro de los límites establecidos.

El circuito selector puede estar formado como se muestra en la figura 6.10(a); en él, la menor de las entradas, las cuales deben tener un máximo valor menor que la fuente, polariza adecuadamente su diodo correspondiente e inversamente el diodo contrario, con lo cual la salida será igual a la entrada menor. Esto permite una conmutación en el momento oportuno, rápidamente y sin golpe; tanto en un sentido como en el otro, como puede apreciarse en las formas de onda mostradas en la figura 6.10(b).

Dado que cada controlador en un regulador en paralelo tiene un funcionamiento autónomo y que no hay mezcla alguna de señales de salida, las características estáticas y dinámicas se ajustan independientemente unas de otras. Así mismo, los diferentes lazos se optimizan y se ponen en servicio como si cada lazo estuviera solo en la regulación del sistema. En consecuencia, como sus velocidades de respuesta son independientes entre sí, los reguladores con controladores en paralelo son más rápidos, generalmente, que los reguladores con controladores en cascada.

## 6.4 COMPONENTES DE LOS CIRCUITOS DE CONTROL

En los sistemas reguladores para motores de C-D analizados, se encuentran casi los mismos componentes; aunque conectados de manera diferente en cada tipo específico de regulador, esto implica la presencia de una serie de componentes comunes en los reguladores. Entre estos componentes comunes, se encuentran los controladores, los circuitos de disparo y los módulos de potencia.



### 6.4.1 Controladores

Como se mencionó anteriormente, los controladores en los reguladores son los dispositivos que manipulan la señal diferencia entre la referencia y la retroalimentación (*error*) para producir la señal de control que, conectada a los circuitos de disparo, determina el lugar en el que se encienden los tiristores del módulo de potencia, con lo cual se controla el voltaje y la corriente entregados a la carga.

La función de manipulación (*modo de control*) que realizan los controladores puede ser de tres tipos:

1.- **Proporcional**

2.- **Integral**

3.- **Derivativa**

aunque existen combinaciones de estos modos que se usan muy frecuentemente como lo son:

a).- **Proporcional + Integral**

b).- **Proporcional + Integral + Derivativa**

Sin embargo, dado que los reguladores están diseñados para tener una constante de tiempo principal por cada lazo, no es necesario, en la mayoría de los casos que los controladores tengan los tres modos de control (*Proporcional + Integral + Derivativo*).

La figura 6.11 muestra un controlador integral cuya señal de salida es igual a la integral de la suma de sus señales de entrada:

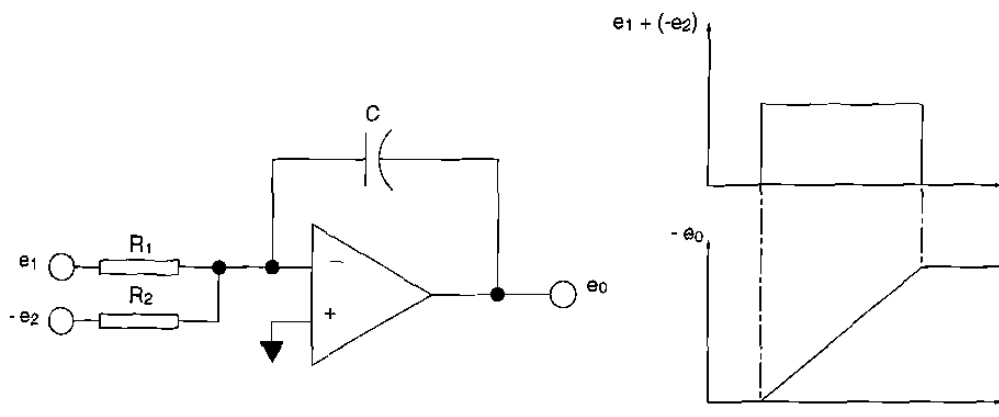


Figura 6.11 Controlador Integral; (a) Circuito (b) Ejemplo de Formas de Onda.

$$e_o = -\frac{1}{C} \int_0^t \left[ \frac{1}{R_1} e_1 + \frac{1}{R_2} (-e_2) \right] dt \quad (6.5)$$

Las entradas  $e_1$  y  $e_2$ , en este caso, se han colocado con el signo adecuado para que el controlador también realice la función del detector de error.

La característica principal de los controladores integrales es la de sostener su salida cuando la suma de sus entradas es cero. Esta característica es bastante útil en los reguladores para motores de C-D, ya que cuando la diferencia entre la referencia y la retroalimentación sea cero ( $e_1 = e_2$ ), la salida del controlador ( $e_o$ ) se mantendrá en el nivel alcanzado justo antes de que ésto ocurriera, así que los circuitos de disparo, conectados en seguida del controlador, mantendrán los disparos para encender a los tiristores, en el mismo lugar y el voltaje alimentado al motor se mantendrá constante. Por tanto, la velocidad se sostiene en el mismo valor; lo cual debe suceder cuando el error es cero. Es esta característica, entonces, la que hace que todos los controladores en los reguladores tengan incluido el modo integral.

La figura 6.12 muestra un controlador *Proporcional + Integral*, también de uso común en los reguladores para motores de C-D, cuyo voltaje de salida está dado por:

$$e_o = - \left[ \frac{R_2}{R_1} e_1 + \frac{1}{R_2 C} \int_0^t e_1 dt \right] \quad (6.6)$$

Si el controlador de la figura 6.12 tuviera varias entradas, la salida estaría formada por una parte proporcional a la suma de las entradas más una parte proporcional a la integral de la suma de las entradas.

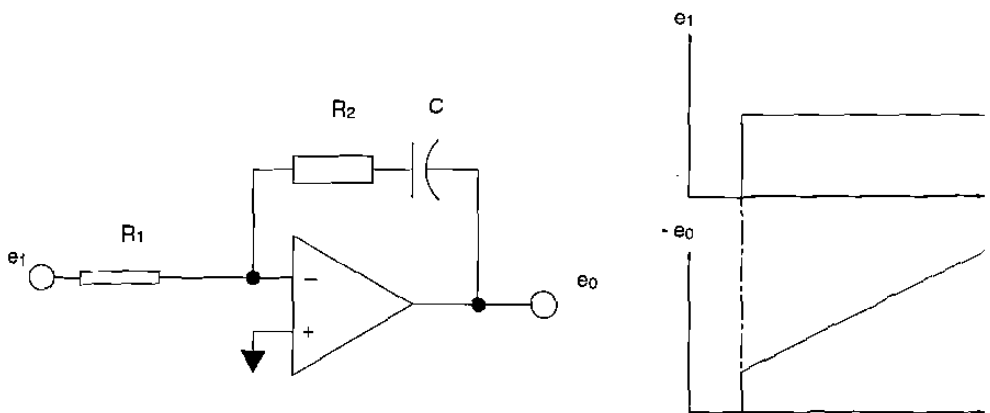


Figura 6.12 Controlador Proporcional + Integral

### 6.4.2 Circuitos de Disparo

Para estudiar los circuitos de disparo, deben de considerarse tres parámetros: *las características de compuerta de los tiristores, el modo de funcionamiento del convertidor y el tipo de retroalimentación del sistema.*

En los convertidores con tiristores, cada dispositivo debe recibir un pulso de disparo definido en posición, amplitud, frecuencia, tiempo de subida, duración y nivel de aislamiento. En los convertidores con transistores (BJT's, MOSFET's, IGBT's) la señal de disparo debe sostenerse durante todo el tiempo que el dispositivo debe estar encendido. Además de las dos funciones fundamentales (*desfasamiento y encendido*), los circuitos de disparo de los convertidores casi siempre deben cumplir otras funciones como lo son: limitación del desfasamiento, supresión de pulsos y distribución secuencial particular.

#### 6.4.2.1 Regulación del Desfasamiento

En casi todos los circuitos convertidores con tiristores, es necesario variar la posición de los pulsos de disparo para controlar el voltaje o la corriente en la carga. La referencia de posición puede quedar determinada por la fuente de alimentación, como sucede en los convertidores de fase controlada, o bien por otro pulso en el caso de los convertidores de C-D a C-D.

##### (a) Control Lineal

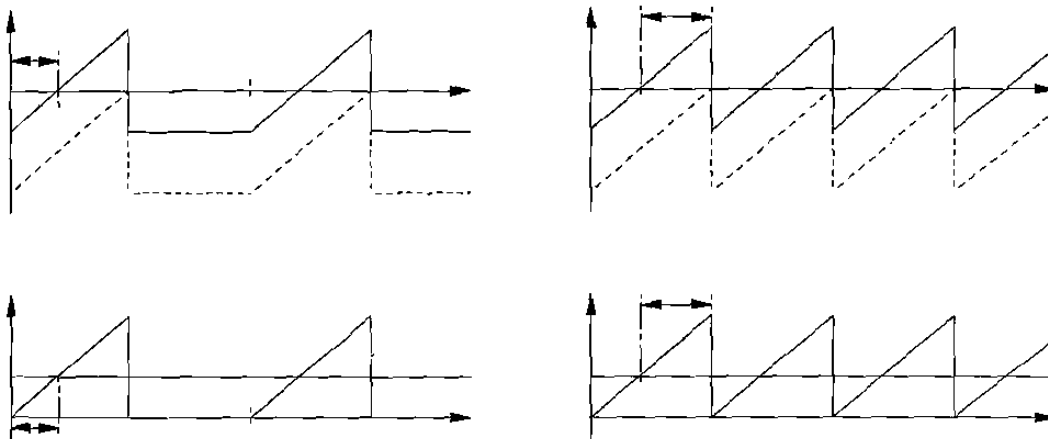
El desfase lineal se obtiene superponiendo dos voltajes: el primero que sirve de referencia,  $v_r$ , tiene la forma de un diente de sierra; el segundo es el voltaje de control,  $v_c$ , que determina el lugar de disparo. Estos dos voltajes ( $v_r$  y  $v_c$ ) pueden sumarse y detectar el punto en el que la suma cruza por cero, como se muestra en la figura 6.13 (a) y (b); o bien, pueden compararse y detectar el punto en el que son iguales, como lo muestra la figura 6.13 (c) y (d).

El ángulo de disparo generado por un circuito de disparo de control lineal con detección de cruce por cero usado para convertidores de fase controlada está definido por la expresión siguiente:

$$\alpha = 180^\circ \left[ 1 - \frac{v_c}{v_{c(max)}} \right] \quad (6.7)$$

mientras que el tiempo de encendido,  $t_{on}$  en un convertidor de C-D a C-D bajo las mismas condiciones es:

$$t_{on} = T_p \left[ \frac{v_c}{v_{c(max)}} \right] \quad (6.8)$$



**Figura 6-13 Formas de Onda para el Control Lineal Vertical. (a) Detección del Cruce por Cero para un Convertidor de Fase Controlada, (b) Detección del Cruce por Cero para un Convertidor de C-D a C-D, (c) Comparación de Voltajes para un Convertidor de Fase Controlada, (d) Comparación de Voltajes para un Convertidor de C-D a C-D.**

El ángulo de disparo generado por un circuito de disparo de control lineal con detección de voltajes iguales usado para convertidores de fase controlada está definido por la expresión siguiente:

$$\alpha = 180^\circ \left[ \frac{v_c}{v_{c(max)}} \right] \quad (6.9)$$

mientras que el tiempo de encendido,  $t_{on}$  en un convertidor de C-D a C-D bajo las mismas condiciones es:

$$t_{on} = T_p \left[ 1 - \frac{v_c}{v_{c(max)}} \right] \quad (6.10)$$

En un convertidor de fase controlada el voltaje de referencia de los circuitos de disparo,  $v_r$ , debe ser un diente de sierra parcial, que tenga picos sólo en los semiciclos de la fuente en los que el tiristor a dispararse esté polarizado directamente. Para ello, se transforma la senoide de la fuente en un diente de sierra parcial: en fase con la fuente cuando el convertidor es monofásico, desfasado  $30^\circ$ , con respecto al voltaje de fase, cuando el convertidor es trifásico de media onda y desfasado  $60^\circ$ , con respecto al voltaje de línea, cuando el convertidor es trifásico de onda completa. La figura 6.14(a) muestra las formas de onda del voltaje de referencia  $v_r$  para un convertidor monofásico de onda completa, mientras que la figura 6.14(b) muestra estas mismas señales para un convertidor trifásico de onda completa.

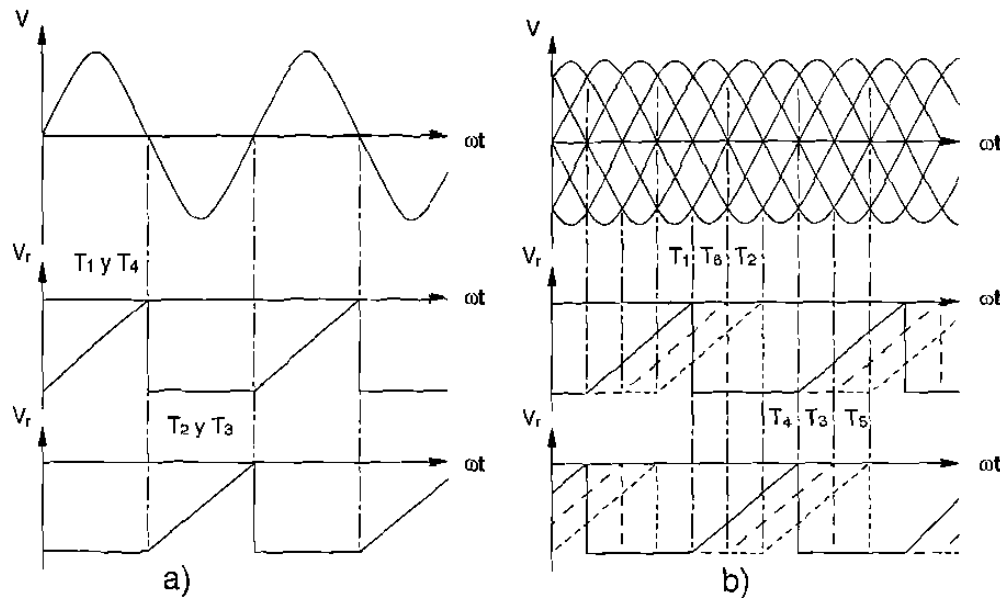


Figura 6.14 Voltajes de Referencia ( $V_r$ ) para Convertidores: a) Monofásicos y b) Trifásicos de Onda Completa.

Cuando se opera un circuito de disparo para un convertidor de C-D a C-D, el voltaje de referencia  $v_r$  es un diente de sierra completo con un período igual al de operación del convertidor de C-D a C-D ( $T_p$ ).

### (b) Control "Arco Coseno"

El control *arco coseno* es ideal para los sistemas con convertidores de fase controlada; es decir aquellos cuya alimentación es de C-A. Al igual que el control lineal, se obtiene superponiendo dos voltajes. El primero,  $V_r$ , está desfasado  $90^\circ$  con respecto a la onda seno de la fuente de alimentación, esto es, es una onda coseno; mientras que el segundo es el voltaje de control,  $V_c$ , proveniente del último controlador del circuito regulador. Estos dos voltajes ( $v_r$  y  $v_c$ ) se comparan entre sí y se detecta el punto en el que son iguales, como lo muestra la figura 6.15.

El ángulo de disparo generado por un circuito de disparo de control arco coseno con detección de voltajes iguales está definido por la expresión siguiente:

$$\alpha = \arccos \left[ \frac{v_c}{v_{c(\max)}} \right] \quad (6.11)$$

Como puede apreciarse, la relación entre el ángulo de disparo  $\alpha$  y el voltaje de control  $v_c$  en estos circuitos, está dada por una función coseno, lo que permite adaptarlos, idealmente, a los convertidores de fase controlada, como se había mencionado anteriormente, puesto que ellos también guardan una relación coseno entre el ángulo de disparo  $\alpha$  y el voltaje promedio  $v_m$ .

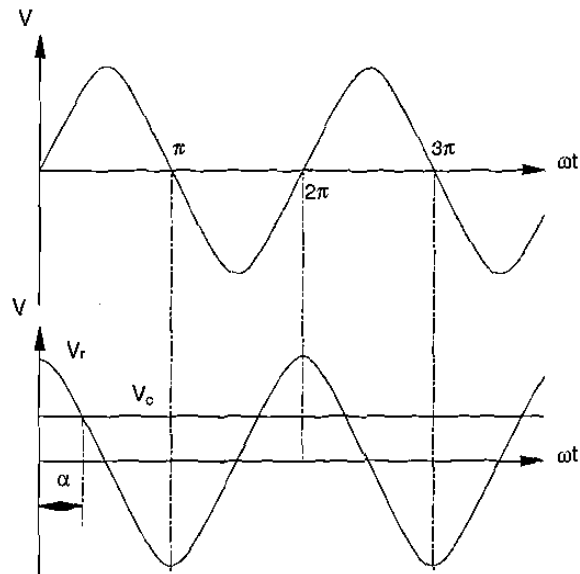


Figura 6.15 Formas de Onda para el Control Arco Coseno con Comparación de Voltajes.

### 6.4.2.2 Funciones Secundarias de los Circuitos de Disparo.

Entre las funciones secundarias que deben incluir los circuitos de disparo de los convertidores en los reguladores se pueden citar las siguientes:

- a) *Doble Pulso.*- En los convertidores trifásicos de onda completa, control completo; cada tiristor debe recibir dos pulsos durante un ciclo de operación procedentes de dos circuitos de disparo diferentes. Esto obliga a que cada circuito de disparo cuente con una entrada para recibir pulsos externos que enciendan a su tiristor correspondiente. así mismo, debe tener una salida para el mismo propósito.
- b) *Supresión de los Pulsos de Disparo.*- Esta función interviene en la coordinación de las protecciones. En caso de una sobrecorriente, una señal debe ordenar la supresión de los pulsos de disparo del control de los tiristores. En el caso de los circuitos que detectan el cruce por cero para determinar la posición de los pulsos de disparo, la señal de supresión de los pulsos es una señal lo suficientemente negativa que anula al voltaje de control  $v_c$  e impide el cruce por cero.

### 6.4.3 Módulos de Potencia

Los módulos de potencia en los sistemas reguladores para motores de C-D están constituidos por convertidores de fase controlada (rectificadores controlados), como los estudiados en el capítulo 3, cuando la fuente es de C-A; o por convertidores de C-D a C-D (troceadores), como los

estudiados en el capítulo 4, cuando la fuente es de C-D. En ambos casos (convertidores de fase controlada y convertidores de C-D a C-D), las funciones de transferencia linealizadas, según lo muestran las ecuaciones 3.39 y 4.36, se pueden expresar como:

$$G(s) = \frac{\bar{v}_m}{\alpha} = \frac{k}{\bar{t}s + 1} \quad (6.12)$$

La cual puede representarse simplemente por  $k$ , tomando en cuenta que la constante de tiempo de esta función de transferencia  $\bar{t}$ , que corresponde al tiempo promedio en el que responde el voltaje promedio del motor ante un cambio en la señal de disparo, en cualquier caso es muy pequeña comparada con las constantes de tiempo del propio motor y de los controladores; así que el atraso es despreciable.

Ahora bién, si se utiliza un circuito de disparo de *control lineal*, en el que la relación entre el voltaje de control  $v_c$  y el ángulo de disparo  $\alpha$ , está dada por una constante, según se muestra en las ecuaciones 6.7 y 6.10, el conjunto *circuito de disparo - módulo de potencia* puede representarse por la función de transferencia siguiente:

$$G(s) = \frac{\bar{v}_m}{v_c} = \frac{180 k}{v_{c(max)}} = K \quad (6.13)$$

Por otra parte, en el caso exclusivo de los convertidores de fase controlada o rectificadores controlados, la expresión para el voltaje promedio en conducción continua, sin linealizar, en general puede expresarse como:

$$\bar{v}_m = \frac{p}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{p} V_p \cos \alpha \quad (6.14)$$

en donde:  $p$  = número de pulsos del convertidor

Utilizando un circuito de disparo *arco coseno* asociado con este tipo de convertidores se obtiene la misma función de transferencia que en el caso anterior:

$$G(s) = \frac{\bar{v}_m}{v_c} = \frac{p}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi}{p} \frac{V_p}{v_{c(max)}} = K \quad (6.15)$$

Entonces, el conjunto formado por el circuito de disparo y por el módulo de potencia, cualquiera que estos sean, constituye, para propósitos de análisis de un sistema de control, un amplificador con una ganancia igual a  $K$ . Esta ganancia interviene como factor de definición de la ganancia del lazo de regulación y, en consecuencia, su conocimiento es primordial en el análisis de las características dinámicas del sistema.

## 6.5 DISEÑO DE UN REGULADOR LINEAL CON LAZOS MÚLTIPLES

El diseño de un regulador lineal de lazos múltiples o regulador con controladores en cascada como el que se muestra en la figura 6.7, puede realizarse diseñando primero el lazo interno de corriente, para posteriormente diseñar el lazo externo de velocidad.

### 6.5.1 Lazo de Corriente

El lazo interno de corriente de un regulador con controladores en cascada como el de la figura 6.7 puede representarse como se muestra en la figura 6.16. En este sistema se utiliza un *controlador proporcional + integral* desarrollado sobre un amplificador operacional. La retroalimentación incluye un lazo de corriente a través de  $R_2$  y un lazo de cambio de corriente ( $di/dt$ ) a través de  $R_1$  y  $C_1$ . La señal de corriente en la armadura del motor se obtiene desde una resistencia de derivación y se hace pasar por un amplificador de aislamiento. La función de transferencia parcial del motor se obtiene como se definió en el Capítulo 2; específicamente, en la figura 2.7. Mientras que el conjunto *circuito de disparo - módulo de potencia* se representa por un amplificador como se estableció anteriormente.

La necesidad de limitar la razón de cambio de la corriente surge del hecho de que los motores de C-D no admiten  $di/dt$  infinitos en su colector, de ahí que se incluya en esta parte del regulador un lazo de control para el  $di/dt$ . Por otro lado, la limitación de la corriente se obtiene desde la referencia de corriente, la cual corresponde, en este caso, a la salida del controlador de velocidad que constituye el lazo externo de este sistema.

El análisis y diseño de este sistema puede realizarse por partes: primero el lazo de cambio de corriente, para posteriormente determinar el lazo de corriente. El diagrama a bloques del lazo de cambio de corriente se muestra en la figura 6.17. En él, se han establecido las funciones de transferencia de los componentes del sistema que intervienen cuando la corriente cambia.

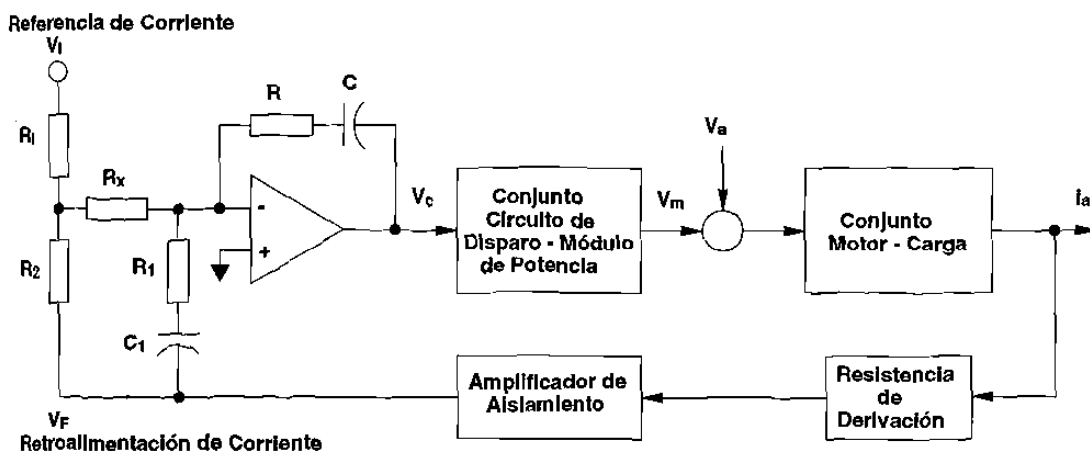


Figura 6.16 Lazo de Corriente para un Regulador con Controladores en Cascada.



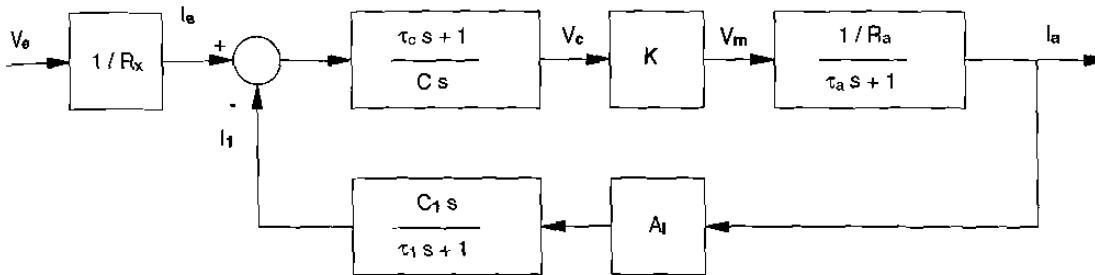


Figura 6.17 Representación del Lazo de Cambio de Corriente.

La función de transferencia en lazo abierto para este lazo es:

$$GH(s)_{cc} = \frac{\tau_c s + 1}{C s} K \frac{1/R_a}{\tau_a s + 1} A_i \frac{C_1 s}{\tau_1 s + 1} \quad (6.16)$$

donde:  $\tau_c$  = constante de tiempo de retroalimentación del controlador = RC

$\tau_a$  = constante de tiempo eléctrica del motor =  $L_a/R_a$

$\tau_c$  = constante de tiempo de entrada del controlador =  $R_1 C_1$

$K$  = ganancia del conjunto circuito de disparo - módulo de potencia

$A_i$  = ganancia del amplificador de aislamiento y la resistencia de derivación

Con el propósito de simplificar y anular los atrasos, puede hacerse que  $\tau_c$  sea igual a  $\tau_1$ , esto es:  $RC = R_1 C_1$ , de tal modo que la función de transferencia simplificada sea:

$$GH(s)_{cc} = \frac{C_1}{C} \frac{KA_i/R_a}{\tau_a s + 1} \quad (6.17)$$

Ahora bien, para determinar la relación numérica que guardan  $C_1$  y  $C$ , basta con definir los parámetros del sistema, así como la frecuencia en la que la magnitud de  $GH(s)_{cc}$  es igual a la unidad ( $|GH(s)| = 1$ ). Es decir, la frecuencia a la cual la curva de magnitud en un diagrama de Bode cruza por cero dB ( $\omega_{co}$ ). Dicha frecuencia debe ser de alrededor de  $300 \text{ rad/s}$  para un convertidor monofásico y de  $1000 \text{ rad/s}$  para un convertidor trifásico. Entonces:

$$|GH(s)_{cc}| = 1 = \frac{C_1}{C} \frac{KA_i / R_a}{[(\tau_a \omega_{co})^2 + 1]^{1/2}} \quad (6.18)$$

de donde:

$$\frac{C}{C_1} = \frac{KA_i / R_a}{[(\tau_a \omega_{co})^2 + 1]^{1/2}} = X \quad (6.19)$$

Una vez definida la relación entre condensadores, se pueden conocer sus valores fijando el de uno de ellos y determinando el otro. Así mismo, las resistencias  $R$  y  $R_1$  se determinan conociendo los valores de los condensadores y la igualdad definida previamente:  $RC = R_1 C_1$ . Nuevamente, al fijar el valor de una resistencia se determina la otra. Sin embargo, es necesario conocer el rango de valores de  $RC$  o  $R_1 C_1$ . Para ello, es necesario determinar la función de transferencia de lazo cerrado:

$$\frac{I_a}{I_e} = \frac{G(s)}{1 + GH(s)} = \frac{1}{H(s)} \frac{1}{1 / GH(s) + 1}$$

$$\frac{I_a}{I_e} = \frac{\tau_1 s + 1}{A_i C_1 s} \frac{1}{(C / C_1)(\tau_a s + 1) / (KA_i / R_a) + 1} \quad (6.20)$$

simplificando:

$$\frac{I_a}{I_e} = \frac{\tau_1 s + 1}{A_i C_1 s} \frac{1}{(X R_a \tau_a / KA_i) s + X R_a / KA_i + 1} \quad (6.20.1)$$

$$\frac{I_a}{I_e} = \frac{\tau_1 s + 1}{C_1 s} \frac{K / (X R_a + KA_i)}{[X R_a \tau_a / (X R_a + KA_i)] s + 1} \quad (6.20.2)$$

Haciendo  $\tau_1 = [X R_a \tau_a / (X R_a + KA_i)]$  se logran dos propósitos: por un lado, la simplificación de la función de transferencia de esta parte del sistema y por otro lado, se obtiene un valor de referencia para calcular  $\tau_1 = R_1 C_1$  y  $\tau = R C$ . Entonces, la función de transferencia de lazo cerrado de esta parte del sistema finalmente queda:

$$\frac{I_a}{I_e} = \frac{G(s)}{1 + GH(s)} = \frac{K / (X R_a + KA_i)^\tau}{C_1 s} \quad (6.21)$$

Una vez determinado el lazo de cambio de velocidad, se usa éste para calcular el lazo de corriente completo, quedando el diagrama de bloques de este último como lo muestran las figuras 6.18(a) y 6.18(b). El voltaje de error puede determinarse por:

$$V_e = V_i \frac{R_2}{R_2 + R_i} - V_F \frac{R_i}{R_2 + R_i} \quad (6.22)$$

Partiendo del diagrama de bloques que se muestra en la figura 6.18(b), la función de transferencia en lazo abierto es:

$$GH(s)_c = \frac{K / (X R_a + K A_i)}{C_1 s} \frac{1}{R_x} \frac{R_i}{R_2 + R_i} A_i \quad (6.23)$$

Para determinar la relación numérica que guardan  $R_i$ ,  $R_2$  y  $R_x$ , basta con definir la frecuencia en la que la magnitud de  $GH(s)_c$  es igual a la unidad ( $|GH(s)_c| = 1$ ). Es decir, la frecuencia a la cual la curva de magnitud en un diagrama de Bode cruza por cero dB ( $\omega_{co1}$ ).

$$|GH(s)_c| = 1 = \frac{K / (X R_a + K A_i)}{C_1 \omega_{co1}} \frac{1}{R_x} \frac{R_i}{R_2 + R_i} A_i \quad (6.24)$$

De donde:

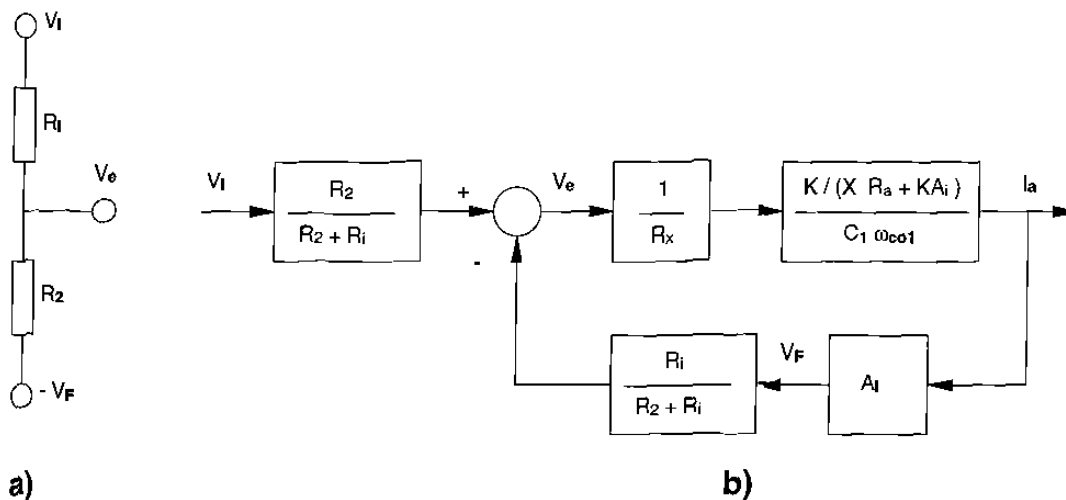


Figura 6.18 Lazo de Corriente Completo. (a) Circuito de error (b) Diagrama de Bloques

$$[C_1 R_x (R_2 + R_i)] / R_i = K A_i / (X R_a + K A_i) \omega_{co1} = Y \quad (6.25)$$

Por lo tanto, la respuesta en lazo cerrado es:

$$\begin{aligned} \frac{I_a}{V_i} &= \frac{R_2}{R_2 + R_i} \frac{G(s)}{1 + GH(s)} = \frac{R_2}{R_2 + R_i} \frac{1}{H(s)} \frac{1}{1 / GH(s) + 1} \\ \frac{I_a}{V_i} &= \frac{R_2}{R_2 + R_i} \frac{R_2 + R_i}{R_i A_i} \frac{1}{\{1 / K A_i / (X R_a + K A_i) \omega_{co1} / s [C_1 R_x (R_2 + R_i) / R_i]\} + 1} \\ \frac{I_a}{V_i} &= \frac{R_2}{R_i} \frac{1}{A_i} \frac{1}{(1 / \omega_{co1}) s + 1} \end{aligned} \quad (6.26)$$

La ecuación 6.26 representa la respuesta total del lazo de corriente.

### Ejemplo 6.1

Determinar los valores de los componentes del controlador de corriente para un regulador con controladores en cascada como el mostrado en la figura 6.16. Los datos del motor son los siguientes: **1250 hp**, **700 V**, **1430 A** de armadura,  $R_a = 11.3 \text{ m}\Omega$  y  $L_a = 0.82 \text{ mH}$ . Los voltajes de control máximo  $V_{c(\max)}$ , de retroalimentación máximo  $V_{F(\max)}$  y de entrada máximo  $V_{i(\max)}$  deben tener un valor de **15 V**. La resistencia de derivación debe entregar **1000 V** por cada **2000 A**.

### Solución

$$\tau_a = L_a / R_a = 0.82 \times 10^{-3} / 11.3 \times 10^{-3} = 72.56 \text{ ms}$$

$$K = \bar{V}_{m(\max)} / V_{c(\max)} = 700 / 15 = 46.67$$

$$A_i = (G_{\text{Resistencia de derivación}}) V_{F(\max)} / i_{a(\max)} = (1000 / 2000) 15 / 1430 = 5.24 \times 10^{-4}$$

$$GH(s)_{\text{cambio de corriente}} = \frac{\tau_c s + 1}{C s} K \frac{1 / R_a}{\tau_a s + 1} A_i \frac{C_1 s}{\tau_1 s + 1}$$

$$GH(s)_{\text{cambio de corriente}} = \frac{\tau_c s + 1}{C s} \cdot 46.67 \frac{1 / 11.3 \times 10^{-3}}{(72.56 \times 10^{-3}) s + 1} \cdot 5.24 \times 10^{-3} \frac{C_1 s}{\tau_1 s + 1}$$

Haciendo  $\tau_c = \tau_1$

$$GH(s)_{\text{cambio de corriente}} = \frac{C_1}{C} \frac{21.64}{(72.56 \times 10^{-3}) s + 1}$$

Sea  $|GH(s)| = 1$  cuando  $\omega_{co} = 300 \text{ Rad / s}$

$$1 = \frac{C_1}{C} \frac{21.64}{\{[(72.56 \times 10^{-3})(300)]^2 + 1\}^{1/2}} = \frac{C_1}{C} \frac{21.64}{21.79} \approx 0.99 \frac{C_1}{C}$$

Por tanto, puede considerarse que  $C_1$  y  $C$  son prácticamente iguales ( $C_1 = C$ ) y dado que  $\tau_c = \tau_1$ , entonces:  $R = R_1$ .

La respuesta en lazo cerrado del lazo de cambio de corriente queda expresada así:

$$\frac{I_a}{I_e} = \frac{1}{5.24 \times 10^{-3}} \frac{\tau_1 s + 1}{C_1 s} \frac{1}{\{(C / C_1)[(72.56 \times 10^{-3}) s + 1] / 21.64\} + 1}$$

$$\frac{I_a}{I_e} = 190.8 \frac{\tau_1 s + 1}{C_1 s} \frac{1}{(72.56 \times 10^{-3} / 21.64) s + (1 / 21.64) + 1}$$

$$\frac{I_a}{I_e} = 190.8 \frac{\tau_1 s + 1}{C_1 s} \frac{0.956}{(32.2 \times 10^{-3}) s + 1}$$

Si se hace:  $\tau_1 = R_1 C_1 = 32.2 \times 10^{-3}$  sólo queda la integración en el lazo de cambio de corriente:

$$\frac{I_a}{I_e} = \frac{182.4}{C_1 s} = \frac{G(s)}{GH(s) + 1} \text{ cambio de corriente}$$

Si se define  $C = C_1 = .33 \mu\text{F}$ , se puede determinar  $R$  y  $R_1$ :

$$R_1 = \tau_1 / C_1 = 3.2 \times 10^{-3} / .33 \times 10^{-6} = 9697 \Omega \approx 10 \text{ K}\Omega = R$$

El GH(s) para el lazo de corriente queda expresado según la ecuación 5.23 como:

$$GH(s)_{\text{corriente}} = \frac{182.4}{C_1 s} \frac{1}{R_x} \frac{1}{R_2 + R_i} R_i \quad (5.24 \times 10^{-3})$$

Si se hace  $|GH(s)| = 1$  para  $\omega_{co1} = 100 \text{ Rad/s}$  ( $\omega_{co1}$  debe ser cuando menos la mitad de  $\omega_{co}$ ):

$$|GH(s)_{\text{corriente}}| = 1 = \frac{182.4}{100 C_1} \frac{1}{R_x} \frac{1}{R_2 + R_i} R_i \quad (5.24 \times 10^{-3})$$

$$C_1 R_x (R_2 + R_i) / R_i = 9.55 \times 10^{-3}$$

$$R_x (R_2 + R_i) / R_i = 9.55 \times 10^{-3} / .33 \times 10^{-6} = 28,939.4 \Omega$$

Cuando la entrada y la retroalimentación sean máximas, el error debe ser nulo:

$$V_e = V_{i(\text{max})} \frac{R_2}{R_2 + R_i} - V_{F(\text{max})} \frac{R_i}{R_2 + R_i} = 0 = 15 \frac{R_2}{R_2 + R_i} - 15 \frac{R_i}{R_2 + R_i}$$

Por tanto:  $R_2 = R_i$ ; así que puede asignárseles cualquier valor arbitrario como por ejemplo:  $10 \text{ K}\Omega$ , entonces:

$$R_2 = R_i = 10 \text{ K}\Omega$$

De lo anterior:

$$R_x = [R_i / (R_2 + R_i)] [28,939.4 / 2 = 14,469.7 \Omega$$

Finalmente, la respuesta total en lazo cerrado para el lazo de corriente de un regulador con controladores en cascada, según la ecuación 6.26 es:

$$\frac{R_2}{R_2 + R_i} \frac{1}{H(s)} \frac{1}{1/GH(s) + 1} = \frac{R_2}{R_i} \frac{1}{A_i} \frac{1}{(1/\omega_{co1})s + 1} = 190.8 \frac{1}{0.01s + 1}$$

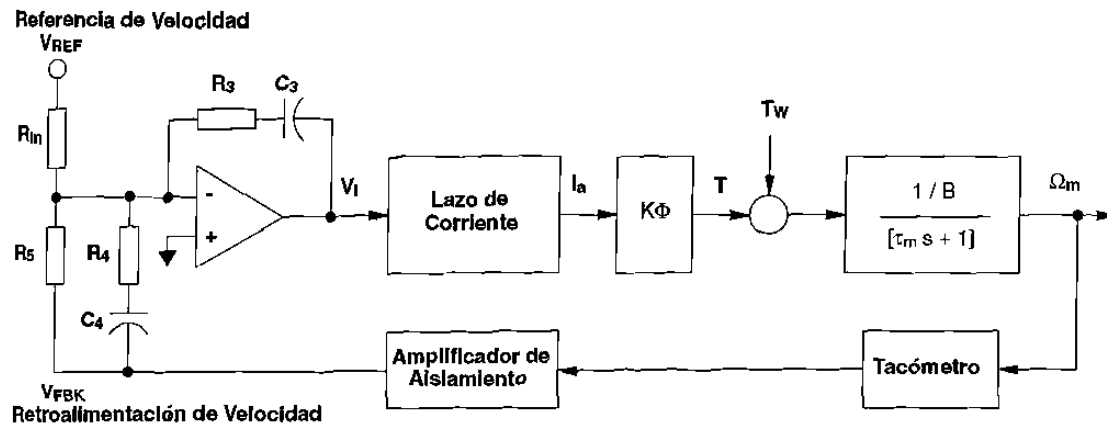


Figura 6.19 Lazo de Velocidad para un Regulador con Controladores en Cascada.

### 6.5.2 Lazo de Velocidad

Una vez determinado el lazo de corriente, es posible calcular los componentes del controlador de velocidad. Para ello, basta considerar el lazo de corriente previamente determinado como un bloque del sistema para controlar la velocidad, según lo muestra la figura 6.19.

La parte del diagrama que relaciona la corriente de armadura  $I_a$  y la velocidad  $\Omega_m$  puede simplificarse incluyendo el efecto del par de trabajo (carga)  $T_w$  como un aumento en la inercia  $J$  y despreciando el amortiguamiento  $B$ :

$$\frac{\Omega_m}{I_a} = \frac{K\Phi}{B[\tau_m s + 1]} = \frac{K\Phi}{B[(J/B) s + 1]} = \frac{K\Phi}{J s} \quad (6.27)$$

donde:  $\tau_m = J / B$

El procedimiento de diseño en este caso es igual que para el caso anterior; esto es, primero se determina el lazo de cambio de velocidad y posteriormente el lazo de velocidad. Para el análisis del lazo de cambio de velocidad el sistema queda representado como se muestra en la figura 6.20.

La función de transferencia de lazo abierto para el lazo de cambio de velocidad es entonces:

$$GH(s)_{cv} = \frac{\tau_3 s + 1}{C_3 s} \frac{R_2}{R_i} \frac{1}{A_i} \frac{1}{(1/\omega_{cof})s + 1} \frac{K\Phi}{J s} K_{TG} A_{IV} \frac{C_4 s}{\tau_4 s + 1} \quad (6.28)$$

donde:  $\tau_3 = R_3 C_3$

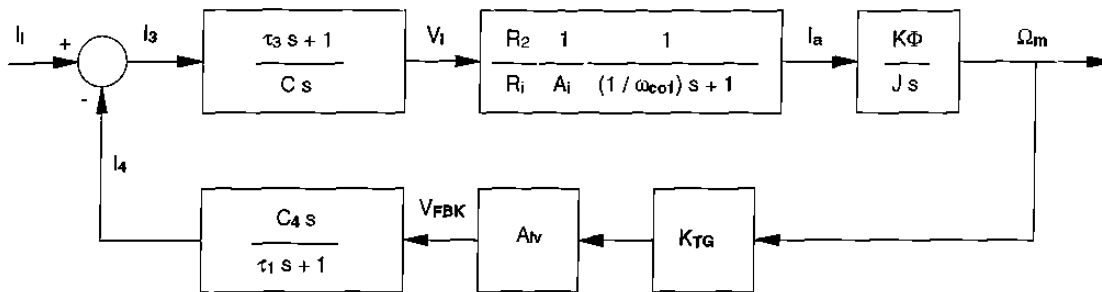


Figura 6.20 Lazo de Cambio de Velocidad.

$$\tau_4 = R_4 C_4$$

$A_{IV}$  = Ganancia del amplificador de retroalimentación de velocidad

$K_{TG}$  = Ganancia del tacómetro

Si se hace  $(1/\omega_{co1}) = \tau_3$  y  $\tau_4 \ll (1/\omega_{co1})$  la función de transferencia anterior se simplifica notablemente:

$$GH(s)_{cv} = \frac{R_2 K\Phi C_4 K_{TG} A_{iv}}{(C_3 R_i A_i J) s} \quad (6.29)$$

Las igualaciones anteriores además de permitir la simplificación, dan lugar a la determinación de algunos parámetros como:  $R_3$ ,  $C_3$ ,  $R_4$  y  $C_4$ . Por otra parte, la función de transferencia en lazo cerrado para el lazo de cambio de velocidad es:

$$\frac{G(s)}{1 + GH(s)} = \frac{\frac{R_2 K\Phi}{(C_3 R_i A_i J) s^2}}{1 + \frac{R_2 K\Phi C_4 K_{TG} A_{iv}}{(C_3 R_i A_i J) s}} \quad (6.30)$$

$$\frac{G(s)}{1 + GH(s)} = \frac{R_2 K\Phi}{(C_3 R_i A_i J) s^2 + (R_2 K\Phi C_4 K_{TG} A_{iv}) s} \quad (6.30.1)$$



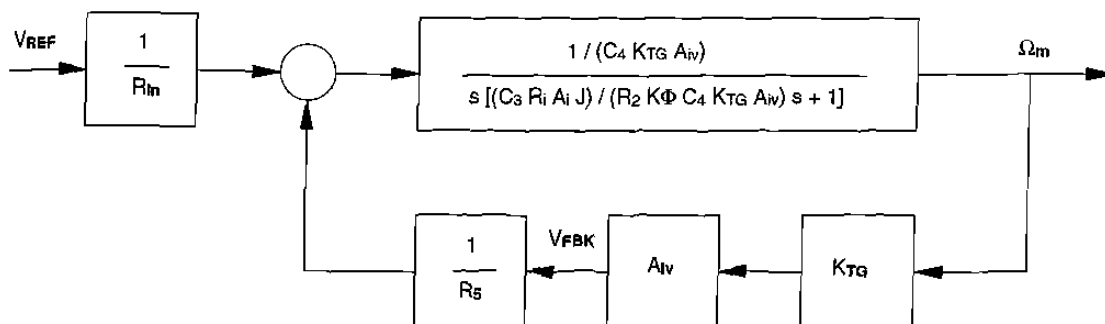


Figura 6.21 Lazo de Velocidad

$$\frac{G(s)}{1 + GH(s)} = \frac{R_2 K_F / (R_2 K_F C_4 K_{TG} A_{IV})}{s [(C_3 R_i A_i J) / (R_2 K_F C_4 K_{TG} A_{IV}) s + 1]} \quad (6.30.2)$$

$$\frac{G(s)}{1 + GH(s)} = \frac{1 / (C_4 K_{TG} A_{IV})}{s [(C_3 R_i A_i J) / (R_2 K_F C_4 K_{TG} A_{IV}) s + 1]} \quad (6.30.3)$$

Una vez determinado el lazo de cambio de velocidad, puede determinarse el lazo de velocidad, el cual queda representado como se muestra en la figura 6.21. En ella, la función de transferencia de lazo abierto es:

$$GH(s)_v = \frac{1 / C_4}{s [(C_3 R_i A_i J) / (R_2 K_F C_4 K_{TG} A_{IV}) s + 1]} \frac{1}{R_5} \quad (6.31)$$

Para determinar el valor de  $R_5$  se define la frecuencia de cruce del lazo; esto es, la frecuencia en la cual la magnitud vale la unidad ( $|GH(s)| = 1$ ).

Cuando ya se ha determinado  $R_5$ , se puede calcular  $R_{in}$  estableciendo la velocidad a la que debe operar el motor para una referencia dada. Por ejemplo, la referencia máxima debe corresponder con la velocidad nominal y cuando esto sucede el error debe ser cero, por tanto:

$$\frac{V_{REF(max)}}{R_{in}} = \frac{\omega_{m(nom)} K_{TG} A_{IV}}{R_5} \quad (6.32)$$

### Ejemplo 6.2

Determinar los valores de los componentes del controlador de velocidad para un regulador con controladores en cascada cuyo lazo de corriente se determinó en el ejemplo 6.1. La velocidad nominal del motor es  $\omega_m = 500 \text{ rpm}$  y el  $K\Phi = 13.06 \text{ V/Rad/s}$ , el voltaje de referencia máximo es  $V_{REF(max)} = 10 \text{ V}$ , el tacómetro debe entregar  $100 \text{ V}$  por cada  $1000 \text{ rpm}$  y la ganancia del amplificador de retroalimentación de la velocidad  $A_{IV} = 0.2$ . La inercia rotacional equivalente del motor y la carga es  $J = 56.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

### Solución

$$K_{TG} = 100 \text{ V} / 1000 \text{ rpm} (2\pi / 60) \text{ Rad} / \text{s} / \text{rpm} = .955$$

Del ejemplo anterior se tienen los los siguientes datos:

$$\frac{R_2}{R_i} \frac{1}{A_i} \frac{1}{(1 / \omega_{co1}) s + 1} = \frac{190.8}{0.01 s + 1}$$

$$\text{De donde: } R_2 = R_i = 10 \text{ K}\Omega, \quad A_i = 5.24 \times 10^{-3} \quad \text{y} \quad \omega_{co1} = 100 \text{ Rad} / \text{s}$$

Si se hacen las consideraciones previas a la ecuación 6.29, se tiene:

$$\tau_3 = R_3 C_3 = 1 / \omega_{co1} = 0.01; \quad \text{y} \quad \tau_4 = R_4 C_{43} = 0.001 \ll 1 / \omega_{co1}$$

Ahora bién, la frecuencia del lazo de cambio debe ser al menos 2 veces menor que la frecuencia del lazo anterior, por tanto:

$$(C_3 R_i A_i J) / (R_2 K\Phi C_4 K_{TG} A_{IV}) = 2 / \omega_{co1} = 1 / 50 \text{ Rad} / \text{s}$$

$$(10 \times 10^3)(5.24 \times 10^{-3})(56.6)C_3 / (10 \times 10^3)(13.06)(0.955)(0.2)C_4 = 0.1189 C_3 / C_4 = 1 / 50$$

$$C_3 / C_4 = 0.1682$$

$$\text{Si } C_4 = 0.47 \mu\text{f}, \text{ entonces: } C_3 = 0.1682 \times 0.47 \mu\text{f} = 0.079 \mu\text{f}$$

$$\text{Entonces: } R_3 = \tau_3 / C_3 = 0.01 / 0.079 \times 10^{-6} = 126582 \Omega$$

$$y: R_4 = \tau_4 / C_4 = 0.001 / 0.47 \times 10^{-6} = 2127.7 \Omega$$

La función de transferencia en lazo cerrado del lazo de cambio de velocidad es entonces:

$$\frac{G(s)}{1 + GH(s)}^{cv} = \frac{1 / (0.47 \times 10^{-6})(0.955)(0.2)}{s [(1 / 50) s + 1]} = \frac{11.14 \times 10^6}{s [0.02 s + 1]}$$

Así que la función de transferencia en lazo abierto del lazo de velocidad queda:

$$GH(s)_v = \frac{11.14 \times 10^6}{s [0.02 s + 1]} \frac{K_{TG} A_{iv}}{R_5}$$

Sea:  $|GH(s)_v| = 1$  cuando  $\omega = 5 \text{ Rad / s}$  (Una década antes que el lazo anterior)

$$|GH(s)_v| = 1 = \frac{11.14 \times 10^6}{5 [(0.02) 5 + 1]} \frac{(0.955)(0.2)}{R_5} = \frac{423436.1}{R_5}$$

Así que:  $R_5 = 423436.1 \Omega$

Finalmente, cuando  $V_{REF} = V_{REF(max)} = 10 \text{ V}$ ;  $\Omega_m = \omega_{m(nom)} = 500 \text{ rpm}$ , por tanto:

$$\frac{V_{REF(max)}}{R_{in}} = \frac{\omega_{m(nom)} K_{TG} A_{iv}}{R_5} = \frac{10}{R_{in}} = \frac{(500)(2\pi / 60)(0.955)(0.2)}{423436.1}$$

Entonces:  $R_{in} = 423436.1$

Los valores obtenidos para las resistencias y los condensadores en el controlador, deben ajustarse a los valores comercialmente disponibles para estos elementos.

## RESUMEN

- 1.- Los reguladores para motores de C-D son sistemas de control retroalimentados empleados para mantener un parámetro del motor controlado en un valor preestablecido a pesar de perturbaciones externas.

- 2.- Además de regular la *variable principal*, los reguladores deben limitar las *variables secundarias*, controlar las razones de cambio (*derivadas*), pasar suavemente de un modo de control a otro y optimizar cada lazo de control independientemente.
- 3.- Los componentes de un regulador son:
  - a).- El módulo de potencia.
  - b).- La fuente de poder.
  - c).- Los sensores y transductores.
  - d).- Los detectores de error.
  - e).- Los controladores.
  - f).- Los circuitos de disparo de los tiristores.
- 4.- Los reguladores para motores de C-D pueden clasificarse en tres tipos:
  - a).- Reguladores con lazos convergentes.
  - b).- Reguladores con lazos múltiples ( Reguladores en cascada).
  - c).- Reguladores con controladores en paralelo.
- 5.- Los controladores empleados en los reguladores para motores de C-D deben tener incluido el modo integral para que su salida se sostenga en el mismo nivel cuando el error sea cero, manteniendo así el ángulo de disparo, el voltaje y la velocidad del motor.
- 6.- La regulación del desfaseamiento en los circuitos de disparo puede realizarse mediante *control lineal* o mediante *control arco coseno*. En cualquier caso, el circuito de disparo y el módulo de potencia deben formar un conjunto cuya función de transferencia sea lineal.
- 7.- El diseño de un regulador para motores de C-D consiste en la selección de los componentes del sistema, así como el cálculo de los parámetros de los controladores.

## PROBLEMAS

- 6.1 Determinar los valores de los componentes del controlador de velocidad y del controlador de corriente para un regulador con controladores en paralelo. La señal de referencia de velocidad tiene un valor máximo de **10 V**, mientras que la de corriente tiene un valor máximo de **15 V**. El tacómetro debe entregar **100 V** por cada **1000 rpm**. La ganancia del amplificador de retroalimentación de velocidad es  $A_{IV} = 0.2$ . La resistencia de derivación debe entregar **1000 V** por cada **2000 A**. Los parámetros característicos del motor son los siguientes: **1250 hp**, **500 rpm**, **700 V**, **1430 A** de

armadura,  $R_a = 11.3 \text{ m}\Omega$ ,  $L_a = 0.82 \text{ mH}$  y  $K\Phi = 13.06 \text{ V / Rad / s}$ . La inercia rotacional equivalente del motor y la carga es  $J = 56.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .