

---

# CAPITULO 7

---

---

## MOTORES DE INDUCCION

Los motores de inducción trifásicos tienen un devanado trifásico en su *estator*, el cual constituye la armadura de la máquina; mientras que el devanado de campo, colocado en el *rotor*, puede ser de dos tipos: *rotor jaula de ardilla* o *rotor devanado*.

Un rotor jaula de ardilla está constituido por una serie de barras conductoras dentro de una ranura hechas en la superficie del rotor con sus extremos cortocircuitados por medio de anillos. Mientras que el rotor devanado tiene un devanado trifásico, usualmente conectado en estrella, cuyos extremos se conectan a unos *anillos rozantes* montados en el eje, sobre los cuales están unas escobillas para la conexión al exterior.

En ambos casos, la corriente de campo se obtiene por inducción magnética, de ahí el nombre de este tipo de motores.

### 7.1 CONCEPTOS BASICOS DEL MOTOR DE INDUCCION

Uno de los fundamentos de la operación de los motores de inducción radica en la siguiente afirmación: si por los devanados de la armadura (*estator*) circula un sistema trifásico de corrientes de igual magnitud y desfasadas  $120^\circ$ , se producirá un campo magnético giratorio de magnitud constante; como se muestra en la figura 7.1, cuya velocidad de rotación está dada por:

$$n_s = 120 f / p \quad (\text{rpm}) \quad (7.1)$$

donde:  $n_s$  = velocidad sincrónica (rpm)

$f$  = frecuencia de alimentación (Hz)

$p$  = número de polos del motor

El campo magnético giratorio del estator induce un voltaje en el rotor debido al *movimiento relativo* entre ambos. Ante la presencia de este voltaje, se genera una corriente en el rotor que produce un par en la máquina. Este par acelera el rotor hasta una velocidad menor que la velocidad

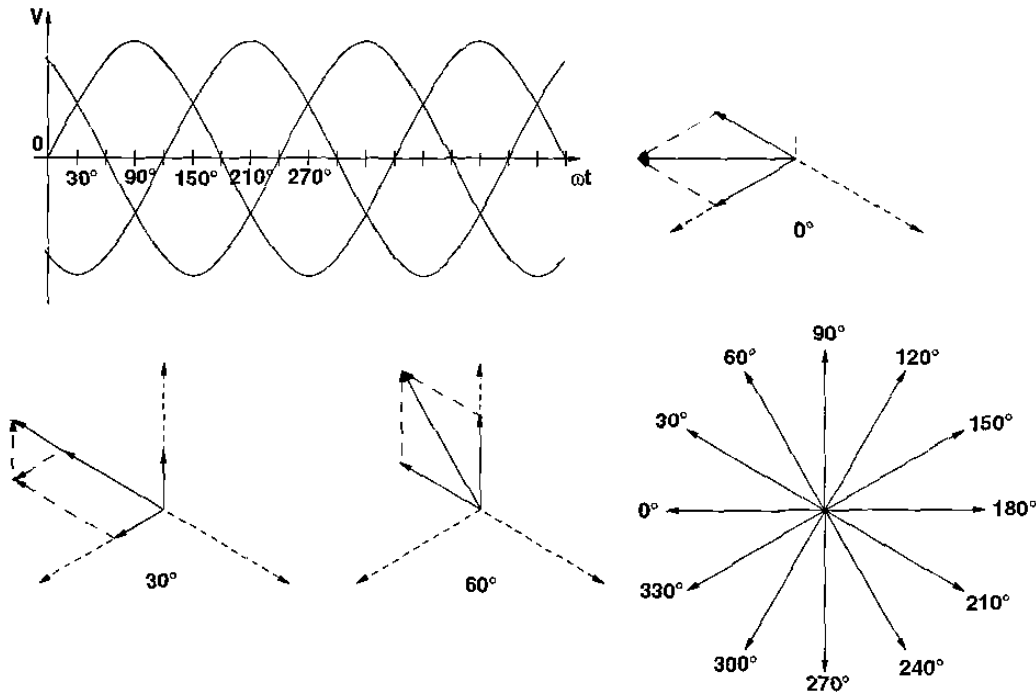


Figura 7.1 Campo Magnético Producido en el Estator.

sincrónica, ya que si el rotor del motor llegara a girar a la velocidad sincrónica, su devanado de rotor (o las barras para el caso del motor *jaula de ardilla*) estaría estacionario con respecto al campo magnético de estator. Entonces, no se induciría voltaje ni habría corriente en el rotor, tampoco se produciría un par y, debido a la fricción, el motor se frenaría. Por tanto, un motor de inducción puede girar a velocidades cercanas a la sincrónica, pero nunca alcanzará exactamente dicha velocidad.

Se conoce como *deslizamiento* a la velocidad relativa entre el rotor y el campo magnético de estator expresada en *por unidad* o *porcentaje*:

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} (100) = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} (100) \tag{7.2}$$

- donde:  $n_m$  = velocidad del motor (o rotor) (rpm)
- $\omega_s$  = velocidad angular sincrónica (rad/s)
- $\omega_m$  = velocidad angular del motor (rad/s)

Es este parámetro, el deslizamiento, lo que determina la frecuencia del voltaje inducido en el rotor:

$$f_r = s f \quad (7.3)$$

así como la relación de potencia desarrollada por fase en los circuitos de rotor y estator:

$$P_r = s P_{\text{entrehierro}} = s P_e \quad (7.4)$$

## 7.2 CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR DE INDUCCION

Dado que la operación de un motor de inducción se asemeja a la de un transformador, debido a la inducción de voltaje desde el estator (*primario*) al rotor (*secundario*); su circuito equivalente también se asemeja al del transformador, tomando en cuenta que la frecuencia del rotor

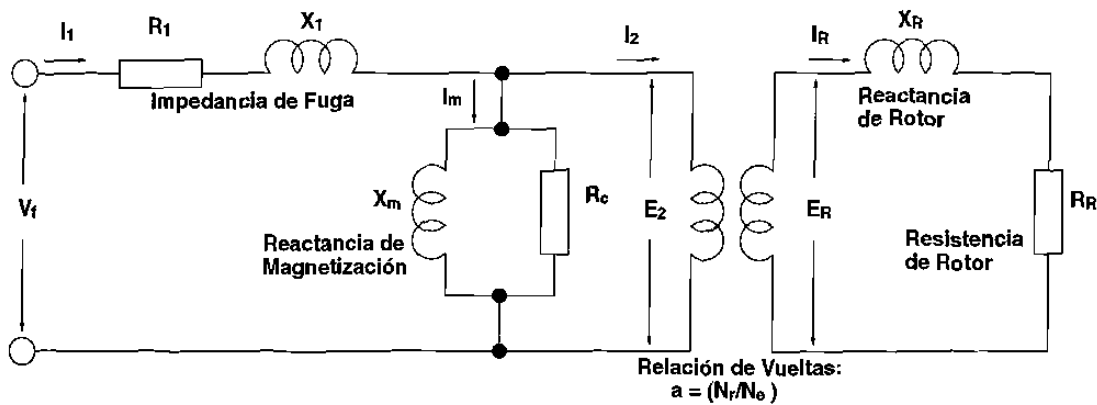


Figura 7.2 Modelo de Transformador para Representar una Fase de un Motor de Inducción.

$f_r$  varía con el deslizamiento  $s$ . La figura 7.2 muestra un modelo de circuito equivalente de un transformador para representar un motor de inducción.

### 7.2.1 Modelo del Circuito de Rotor

El voltaje inducido por el estator en el rotor de un motor de inducción varía con la velocidad relativa entre el rotor y el campo magnético del estator, esto es, varía en función del deslizamiento  $s$ :

$$E_R = s E_{RO} \quad (7.5)$$

donde:  $E_{RO}$  = Voltaje inducido en el rotor cuando éste está bloqueado.

La magnitud de la resistencia del rotor es constante e independiente del deslizamiento, mientras que la reactancia sí se ve afectada:

$$X_R = s X_{RO} \quad (7.6)$$

donde:  $X_{RO}$  = Reactancia del rotor bloqueado.

La figura 7.3 muestra el circuito equivalente del rotor resultante. La corriente en el mismo se puede expresar así:

$$I_R = \frac{E_R}{R_R + j X_R} = \frac{s E_{RO}}{R_R + j s X_{RO}} = \frac{E_{RO}}{R_R / s + j X_{RO}} \quad (7.7)$$

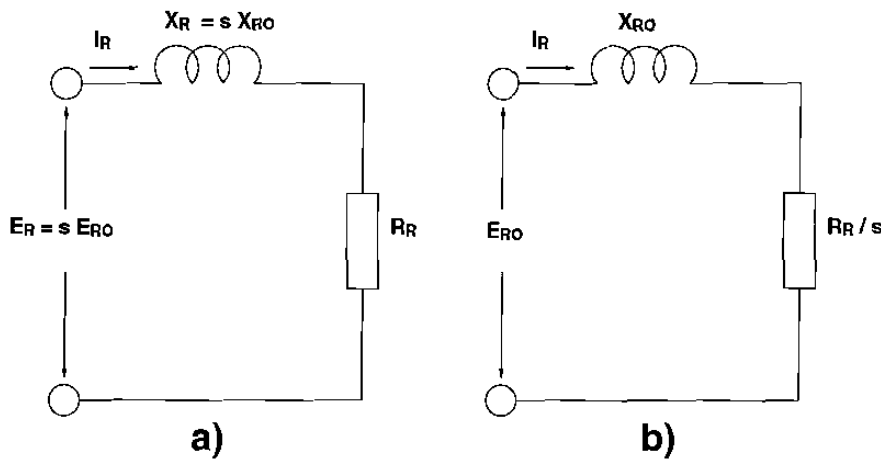


Figura 7.3 Modelo del Rotor de un Motor de Inducción. (a) Sin Considerar el Efecto de la Frecuencia; (b) Considerando el Efecto de la Frecuencia.

### 7.2.2 Circuito Equivalente Definitivo

Para establecer el circuito equivalente definitivo, por fase, de un motor de inducción, es necesario referir la parte del modelo del rotor al nivel de voltaje del circuito de estator:

$$E_2 = E'_{RO} = a E_{RO} \quad (7.8)$$

la corriente del rotor se convierte en:

$$I_2 = I'_R = I_R / a \quad (7.9)$$

y la resistencia y la reactancia:

$$R_2 = R'_R = a^2 R_R \quad (7.10)$$

$$X_2 = X'_{RO} = a^2 X_{RO} \quad (7.11)$$

Entonces, el circuito equivalente, por fase, de un motor de inducción es el que aparece en la figura 7.4.

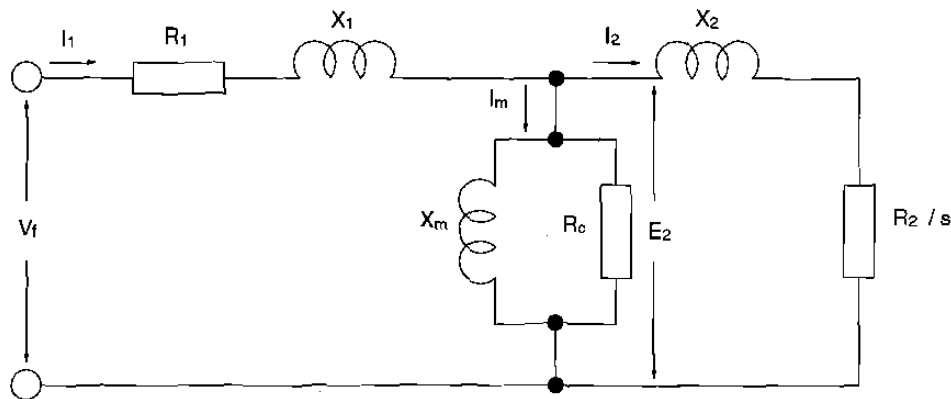


Figura 7.4 Circuito Equivalente por Fase para un Motor de Inducción.

### 7.3 PAR Y POTENCIA EN UN MOTOR DE INDUCCION

El circuito en la figura 7.4 es un circuito equivalente exacto, pero es inconveniente para realizar algunos cálculos. En este punto, entonces, deben hacerse algunas aproximaciones sin perder la validéz del modelo.

La impedancia de fuga por fase ( $R_1 + jX_1$  o bien  $R_1 + j\omega L_1$ ) es pequeña y, aún con grandes corrientes de estator, la diferencia entre  $V_1$  y  $E_2$  es pequeña. La reactancia de magnetización por fase ( $X_m = \omega L_m$ ) es grande y la resistencia de magnetización  $R_c$  mucho mayor. Entonces, la corriente de magnetización  $I_m$  es muy pequeña comparada con la corriente de entrada  $I_1$ . De la discusión anterior, se puede concluir que el circuito equivalente no se modifica grandemente en su comportamiento, si se cambian de lugar los elementos  $X_m$  y  $R_c$  a las terminales de estator como se muestra en la figura 7.5.

La resistencia  $R_c$ , aunque se puede usar para calcular los valores de otros parámetros del circuito, puede omitirse del modelo para propósitos de cálculo del sistema.

La relación entre el par interno del motor y la velocidad puede obtenerse del modelo de la figura 7.5; en la cual, la potencia activa en el entrehierro es:

$$P_e = P_{\text{entrehierro}} = [R_2 / s](I_2)^2 \quad (7.12)$$

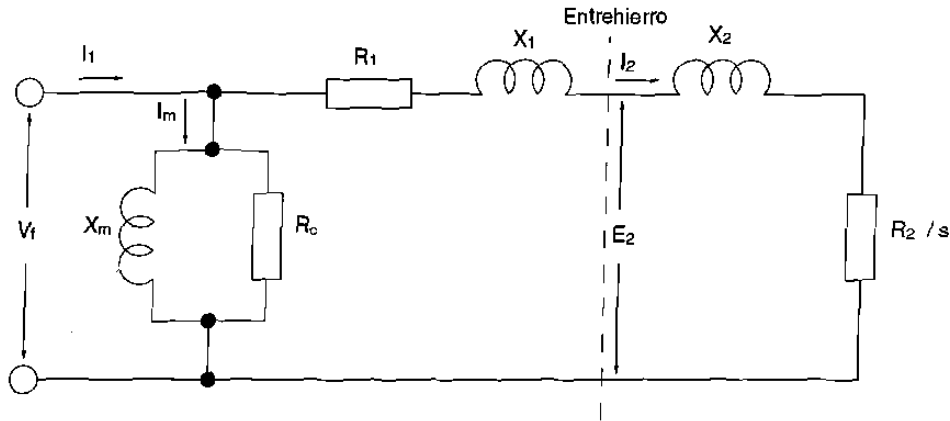


Figura 7.5 Circuito Equivalente Aproximado, por Fase, de un Motor de Inducción.

La potencia convertida a potencia mecánica en las tres fases es entonces:

$$P_m = 3(P_e - P_f) \quad (7.13)$$

y substituyendo la expresión para  $P_f$  obtenida en la ecuación 7.4, se tiene:

$$P_m = 3(P_e - s P_e) = 3(1 - s)P_e \quad (7.14)$$

ó bien, substituyendo la expresión para  $P_e$  obtenida en la ecuación 7.12, se tiene:

$$P_m = 3(1 - s)[R_2 / s](I_2)^2 \quad (7.15)$$

La corriente promedio en el rotor, referida al estator  $\bar{I}_2$ , queda establecida como:

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_f}{R_1 + [R_2/s] + j(X_1 + X_2)} = \frac{\bar{V}_f}{R_1 + [R_2/s] + j\omega(L_1 + L_2)} \quad (7.16)$$

cuya magnitud es:

$$|\bar{I}_2| = \frac{|\bar{V}_f|}{[(R_1 + R_2/s)^2 + (X_1 + X_2)^2]^{1/2}}$$

$$|\bar{I}_2| = \frac{|\bar{V}_f|}{[(R_1 + R_2/s)^2 + \omega^2(L_1 + L_2)^2]^{1/2}} \quad (7.17)$$

La ecuación 7.16 muestra que para  $\bar{V}_f$  constante,  $I_2$  es proporcional al deslizamiento  $s$  cuando  $R_2 / s \gg [R_1 + X_1 + X_2]$ , lo cual ocurre para deslizamiento pequeño.

De las ecuaciones 7.15 y 7.17 se puede obtener el par desarrollado:

$$T = \frac{P_m}{\omega_m} = 3 \frac{1-s}{s} \frac{R_2}{\omega_m} \frac{\bar{V}_f^2}{(R_1 + [R_2/s])^2 + (X_1 + X_2)^2} \quad (7.18)$$

El par también puede expresarse en términos de la velocidad sincrónica, lo cual puede obtenerse substituyendo  $\omega_m$  según la ecuación 7.2

$$T = \frac{3 R_2}{s \omega_s} \frac{\bar{V}_f^2}{(R_1 + [R_2/s])^2 + (X_1 + X_2)^2} \quad (7.19)$$

Nuevamente, puede verse que para pequeños deslizamientos, el par interno es proporcional al deslizamiento.

La única variable en el lado derecho de la ecuación 7.19 es el deslizamiento  $s$ . Las magnitudes máxima positiva y negativa del par y el deslizamiento en el cual ocurren, pueden determinarse derivando el par con respecto al deslizamiento e igualando a cero:  $dT / ds = 0$ .

El deslizamiento en el que ocurre el par máximo queda entonces como:

$$s = \pm \frac{R_2}{[R_1^2 + (X_1 + X_2)^2]^{1/2}} \cong \pm \frac{R_2}{X_1 + X_2} \quad (7.20)$$

Substituyendo este valor en la ecuación 7.19 se obtiene el par máximo, cuya magnitud absoluta es:

$$|T_{\max}| = \frac{3 \bar{V}_f^2}{2 \omega_s (X_1 + X_2)} \quad (7.21)$$

Finalmente, si se substituye  $s = 1$  en la ecuación 7.19 se puede obtener la ecuación que define al *par de arranque*:

$$T_a = \frac{3 R_2 \bar{V}_f^2}{\omega_s [(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2]} \quad (7.22)$$

## 7.4 CARACTERÍSTICA PAR - VELOCIDAD

La característica Par - Velocidad para un motor de inducción, puede obtenerse entonces de la ecuación 7.19 a la 7.22, quedando como se muestra en la figura 7.6. En ella, si se considera un par de carga  $T_L$  constante, se obtienen dos puntos posibles de funcionamiento; pero según lo expuesto en el inciso 1.3.1 de **Capítulo 1**, solo uno es estable: el punto **M**. El otro es inestable: el punto **M'**. En consecuencia, la parte útil de la característica se encuentra desde el punto **B** hasta el punto **D** en la figura 7.6 y es sensiblemente recta.

Si durante la operación, el par de carga sobrepasa el valor del par máximo  $T_{max}$  del motor, éste se detiene, puesto que se habrá rebasado el límite de estabilidad del motor, el cual está representado por su par máximo.

Con el fin de obtener un margen de seguridad suficiente, el par nominal de un motor de inducción debe ser dos o dos y media veces menor que el par máximo.

Si se arrastra el motor a una velocidad superior a la velocidad de sincronía  $\omega_s$ , el par producido por el motor cambia de signo. En estas condiciones el motor devuelve energía a la línea, funcionando como generador (desde **C** hasta **B** de la característica útil en la figura 7.6). A partir del

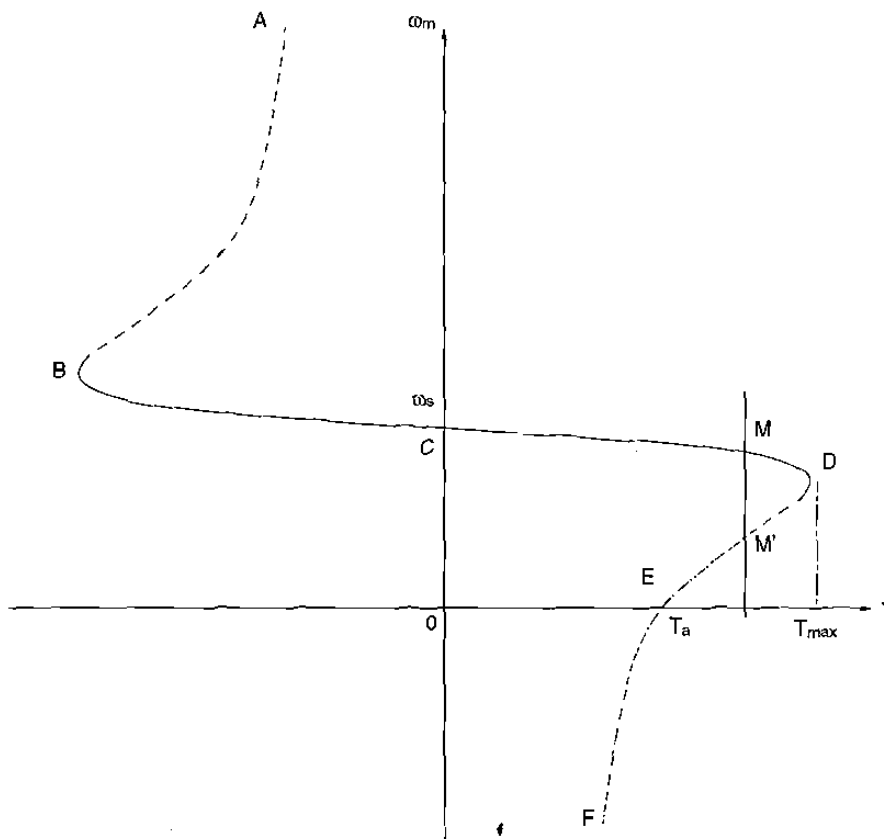


Figura 7.6 Característica Par - Velocidad de un Motor de Inducción



punto **B** se sobrepasa el límite de estabilidad como generador, es decir la máquina se embala acelerándose incontroladamente. Por último, la parte de la característica marcada desde **E** hasta **F**, que corresponde a una velocidad negativa, se puede utilizar para el frenado a contra-corriente o contra-marcha, insertando resistencias en el rotor (sólo para motores de rotor devanado).

## 7.5 CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCION

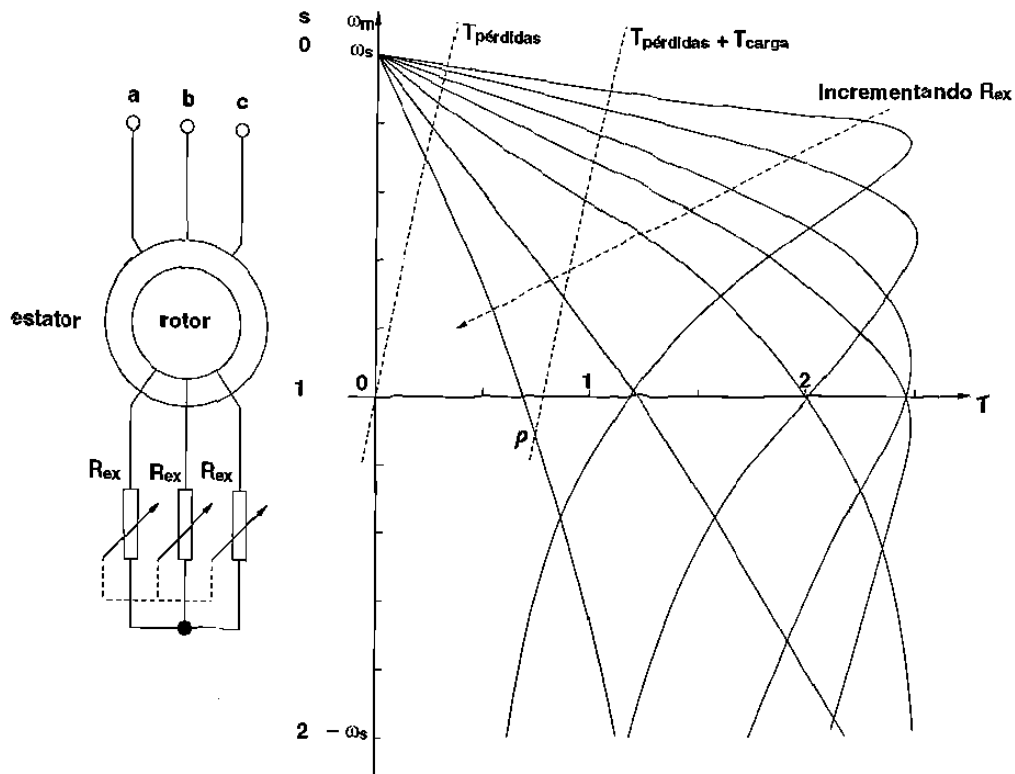
A causa de la simplicidad, bajo costo y confiabilidad del motor de inducción, el control de su velocidad a sido deseable por mucho tiempo; sin embargo, los métodos empleados tradicionalmente son bastante complicados y requieren de un mantenimiento mayor que el propio motor. La tecnología del estado sólido, desarrollada en los últimos años, ha permitido simplificar y eficientar los sistemas de control de la velocidad del motor de inducción, hasta competir con los sistemas de control de velocidad de los motores de C-D.

La velocidad de un motor de inducción está determinada por la velocidad sincrónica  $\omega_s$  y el deslizamiento  $s$  del rotor. La velocidad sincrónica está relacionada con la frecuencia de la fuente y el deslizamiento puede controlarse regulando el voltaje o la corriente alimentada al motor. Entonces, los métodos para controlar la velocidad de un motor de inducción son:

- 1) Variación de la resistencia del circuito de rotor.
- 2) Regulación de la potencia de deslizamiento.
- 3) Control del voltaje de estator o *método de voltaje - variable, frecuencia - constante*.
- 4) Control de la frecuencia de la fuente:
  - a) Voltaje - variable, frecuencia - variable
  - b) Corriente - variable, frecuencia - variable

### 7.5.1 Variación de la Resistencia en el Circuito de Rotor.

Lo que hace atractivo al motor de inducción de rotor devanado, en oposición a lo barato del motor jaula de ardilla, radica en la posibilidad de controlar la velocidad del motor cargado agregando resistencias adicionales externas en el circuito de rotor. Esta técnica también hace posible mantener baja la corriente durante el arranque; por tanto, cuando sea necesario arrancar repetidamente un motor o cuando se opere una carga con muy alta inercia, la cual requiere mucho tiempo para alcanzar su velocidad de operación; el motor de inducción de rotor devanado es capaz de ejecutar este servicio sin dañarse o sobrecalentarse. El esquema de un motor con resistencias externas conectadas al circuito de rotor se muestra en la figura 7.7(a); mientras que las curvas Par - Velocidad para varios valores de la resistencia del circuito de rotor se muestran en la figura 7.7(b). Obsérvese que aunque el par máximo no se modifica con la variación de la resistencia efectiva del circuito de rotor, dado que no depende de ella, según lo muestra la ecuación 7.21; el deslizamiento en el que ocurre el par máximo y, por lo mismo, la velocidad del motor sí se modifican, como puede apreciarse en las ecuaciones 7.2 y 7.20; permitiendo con ésto, variar la velocidad de un motor de inducción cargado.



**Figura 7.7 Control de Velocidad de un Motor de Inducción de Rotor Devanado, Mediante la Variación de Resistencias Externas Conectadas al Circuito de Rotor. a) Circuito, b) Curvas Par - Velocidad.**

Los puntos de operación estables se encuentran en las intersecciones de la línea de carga, incluidas las pérdidas, y las curvas de par interno. Si la resistencia del circuito de rotor se hace lo suficientemente grande, la carga puede accionar al motor hacia atrás como en el punto *p* de la figura 7.7(b), en donde el par del motor es opuesto a la rotación. Si se invierte entonces la secuencia de las fases de la fuente, el motor produce un frenado por **contramarcha**. Sin embargo, la corriente es muy alta y el par producido por ampere de la corriente del rotor es bajo. Este método, entonces, es permisible sólo para cortos períodos de frenado rápido o períodos largos de frenado lento.

Debe notarse también, que no se puede tener control efectivo de la velocidad, con este método, cuando el motor está sin carga; debido a que la velocidad del motor, en esta condición, se aproxima a la velocidad sincrónica, independientemente de la magnitud de la resistencia incluida en el circuito de rotor.

Dos métodos alternativos para variar la resistencia efectiva del circuito de rotor por fase, se muestran en la figura 7.8 (a) y (b). En el primer caso, la salida del rotor se rectifica y se aplica a una sola resistencia externa variable. Este arreglo elimina cualquier peligro de desbalance debido a las posibles desigualdades de las tres resistencias mostradas en la figura 7.7(a). En el segundo caso, se ha introducido un convertidor de C-D a C-D (troceador) entre el rectificador y la resistencia, la cual debe tener un valor fijo. La variación de la resistencia efectiva depende, entonces, de la relación entre el tiempo de encendido  $t_{on}$  y el período  $T_p$  del troceador:  $R_{ex} = R_{fija}(t_{on} / T_p)$ . En este caso, se puede agregar un lazo de retroalimentación para tener un control de velocidad de lazo cerrado, independientemente del par de carga.

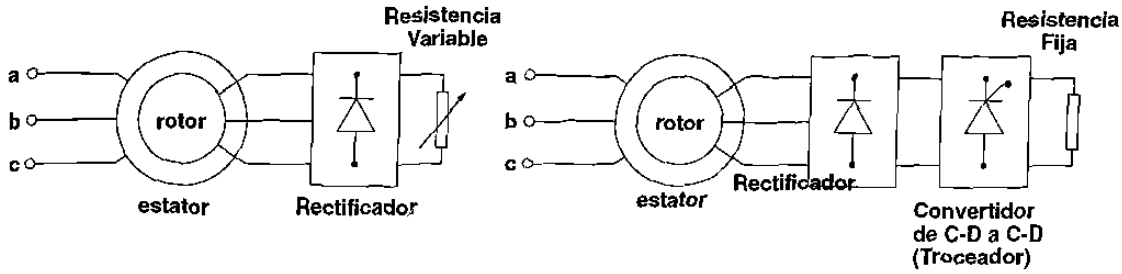


Figura 7.8 Métodos Aletrnativos para Variar la Resistencia del Circuito de Rotor: (a) Con una Sólfa Resistencia Variable, (b) Con Resistencia Fija y Troceador.

7.5.2 Regulación de la Potencia de Deslizamiento

Este tipo de accionamientos requiere de un motor de inducción de rotor devanado, como en el caso de los controles de velocidad por variación de la resistencia del circuito de rotor; pero a diferencia de aquellos, la potencia de deslizamiento no se disipa en una resistencia, sino que se devuelve a la línea de alimentación. Existen dos esquemas para llevar a cabo esta operación: el sistema *Kramer* y el sistema *Scherbius*.

En un accionamiento Kramer, como el que se muestra en la figura 7.9, la potencia de deslizamiento del rotor se rectifica y se regresa a la fuente de alimentación a través de un convertidor de fase controlada de control completo actuando como *inversor conmutado por línea*. La potencia de entrada del rotor se distribuye entre la potencia mecánica en el eje y la potencia que se regresa a la línea. Así, controlando esta última, se controla la primera y para un par de carga dado, se controla la velocidad de operación del motor. El transformador colocado a la salida, se requiere para elevar el nivel de ésta. El par desarrollado es proporcional a la corriente  $I_d$  del enlace. Para un par de carga dado  $T_L$ , la velocidad del motor puede disminuirse incrementando el ángulo de disparo  $\alpha$  del convertidor: así que el voltaje del inversor  $V_i$  iguale al voltaje rectificado  $V_d$  para la corriente

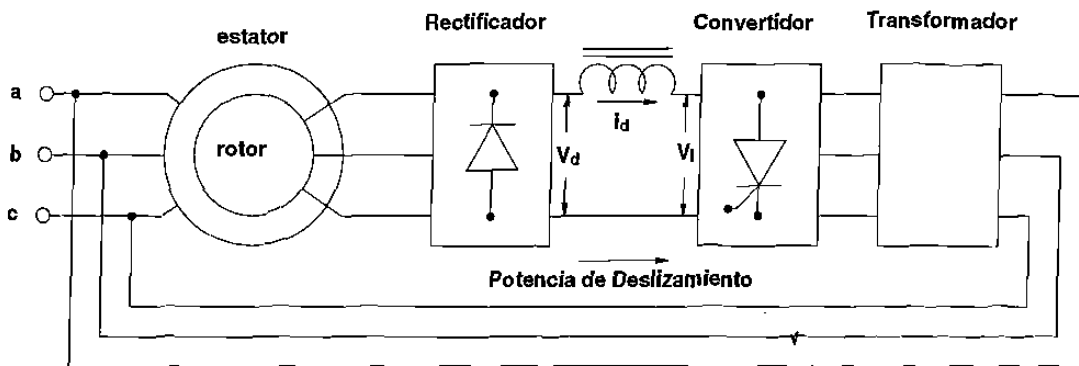
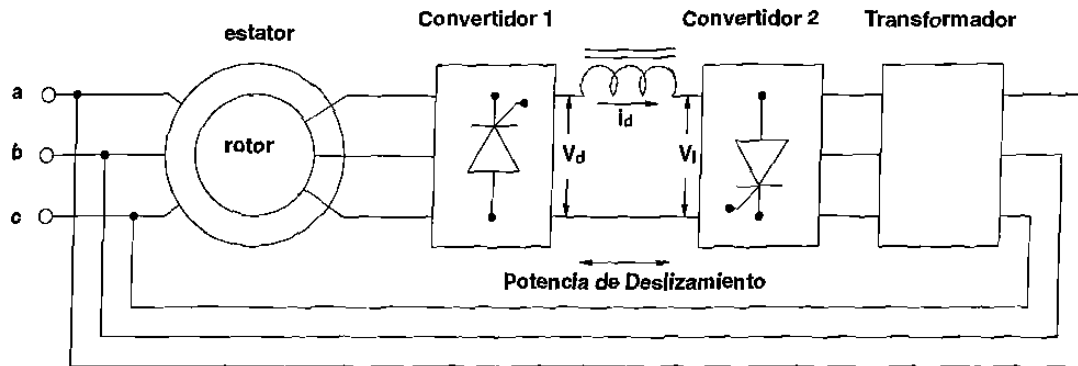


Figura 7.9 Sistema de Accionamiento Kramer.

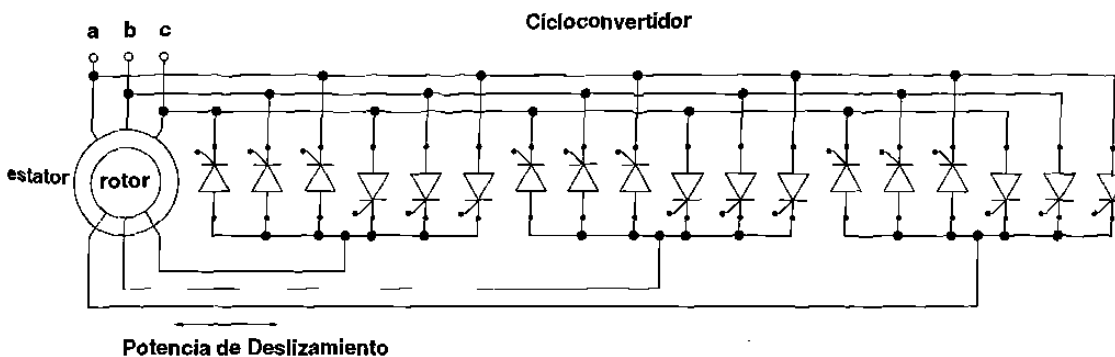


**Figura 7.10 Sistema Scherbius con Convertidor Dual.**

correspondiente a dicho par de carga. Dado que la corriente  $i_d$  sólo puede tener un sentido, la velocidad controlada sólo puede ser subsíncrona.

En un accionamiento Scherbius, se reemplaza el rectificador del sistema Kramer por un convertidor de fase controlada, permitiendo que la potencia de deslizamiento fluya en ambos sentidos. La velocidad de un motor *doble - alimentado*, como en este caso, puede controlarse en ambas regiones: *subsíncrona* y *supersíncrona*. Si se retroalimenta a la línea la potencia de deslizamiento, el motor operará en la región subsíncrona y el modo de operación corresponderá con el accionamiento Kramer. Si, por otro lado, la potencia de deslizamiento se suministra al rotor, el motor operará en la región supersíncrona.

En el sistema Scherbius que se muestra en la figura 7.10, el convertidor dual puede reemplazarse por un cicloconvertidor conmutado por línea como se muestra en la figura 7.11: de esta manera, se obtiene una forma de onda de corriente más parecida a la sinusoidal, eliminando problemas de conmutación a velocidades cercanas a la velocidad sincrónica, así como pulsaciones en el par. Sin embargo, un cicloconvertidor tiene un costo y una complejidad de operación mayores que un convertidor dual.



**Figura 7.11 Sistema Scherbius con Cicloconvertidor.**

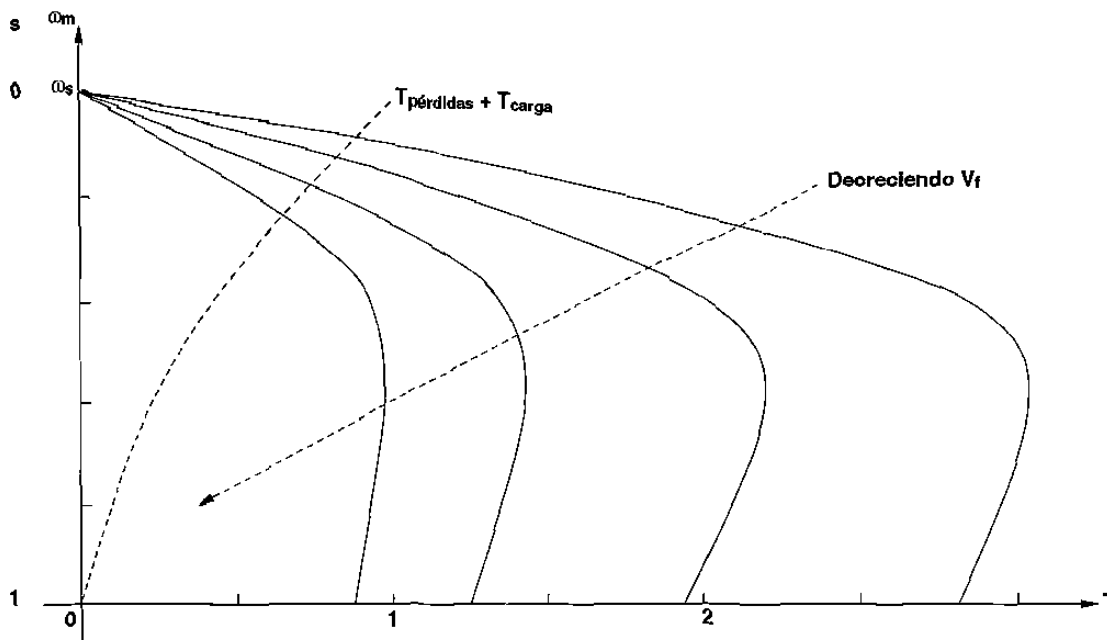


Figura 7.12 Control de Velocidad por Variación del Voltaje en Terminales de Estator.

### 7.5.3 Control del Voltaje de Estator

Debido a que el par desarrollado en un motor de inducción es proporcional al cuadrado del voltaje aplicado en terminales, según lo muestra la ecuación 7.19; un medio para controlar la velocidad de un motor cargado puede ser por la variación de este voltaje. Para este propósito es necesario usar un motor de jaula de ardilla con alta resistencia en el rotor, o bien, un motor de rotor devanado con una resistencia externa en el circuito de rotor. El requisito anterior surge de la siguiente situación: El par desarrollado en el rotor para vencer la carga se refleja en el estator; pero como existe una diferencia de potencias entre la potencia del estator:  $\omega_s T$  y la del rotor:  $\omega_m T$ ; esta diferencia se disipa como calor en el rotor, con la ventaja, para el motor de rotor devanado, de que el calor se disipa fuera de la máquina. Por lo tanto, un motor de rotor devanado, requerido para un servicio dado, es más pequeño que un motor jaula de ardilla requerido para el mismo servicio. En ambos casos, las curvas par - velocidad tienen la forma mostrada en la figura 7.12.

### 7.5.4 Control de la Frecuencia de la Fuente

La velocidad sincrónica de un motor de inducción está dada por la ecuación 7.1. En ella puede observarse que si se varía la frecuencia de la fuente  $f$  (Hz) ó  $\omega$  (Rad/s), la velocidad sincrónica del motor también variará, independientemente de la carga. Las características par - velocidad obtenidas para un sistema que tiene una frecuencia de fuente variable se muestran en la figura 7.13. La característica base es aquella en la que la frecuencia de la fuente es igual a la frecuencia para la cual el motor fué diseñado y la velocidad sincrónica desarrollada por el motor en estas condiciones es  $\omega_b$ . Las características muestran que la velocidad puede disminuirse hasta cero desde la

VII

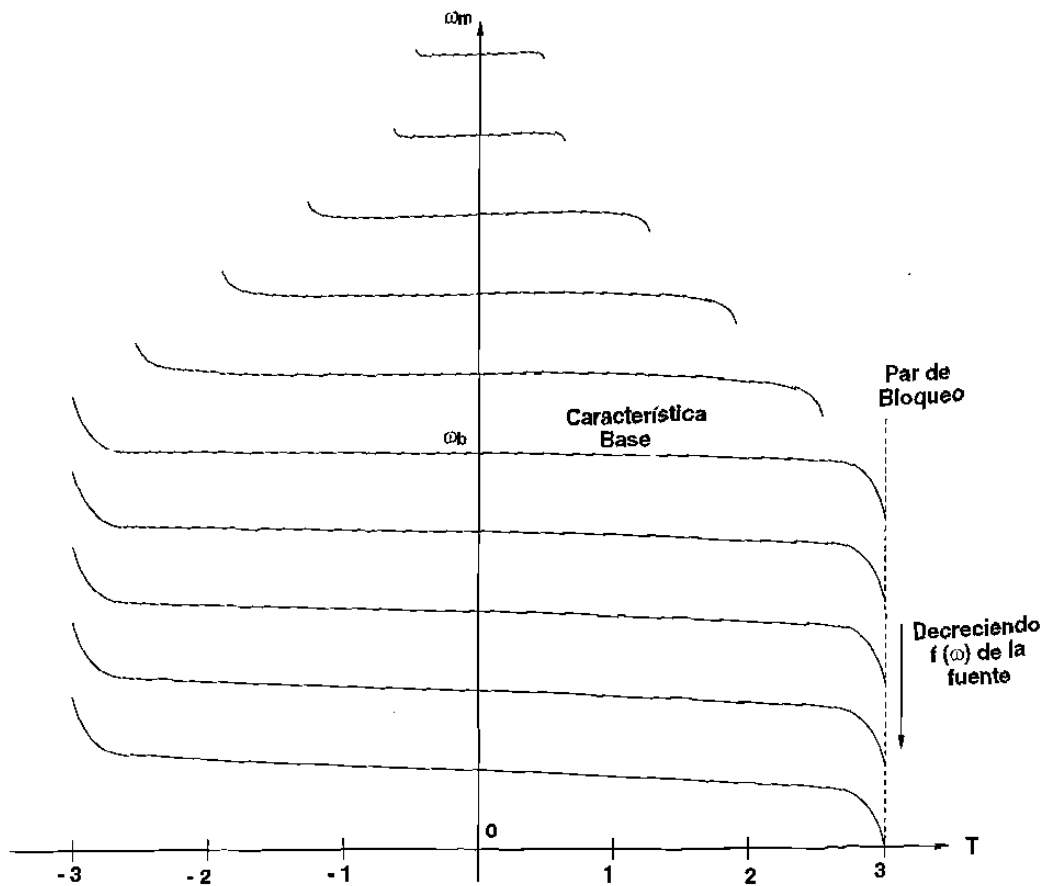


Figura 7.13 Operación de un Motor de Inducción a Frecuencia Variable.

velocidad base con la simple reducción de la frecuencia de la fuente. Además se tiene frenado regenerativo al operar en el segundo cuadrante.

Para que el sistema magnético del motor no se sobresature (los motores están diseñados para operar con cierto grado de saturación), el voltaje de fase  $V_f$  debe incrementarse o disminuirse con la frecuencia  $f$  o velocidad angular de la fuente  $\omega$ , según se muestra en los circuitos equivalentes de las figuras 7.2 y 7.4. Si se ignora el efecto de la impedancia de fuga  $R_1 + jX_1$ , la corriente de magnetización  $I_m$  se mantiene constante si la relación  $V_f/f$  o  $V_f/\omega$  se mantiene también constante; lo que resulta en un grado de saturación constante y una onda de densidad de flujo de amplitud constante en el entrehierro. Solamente a bajas frecuencias el efecto de  $R_1$  llega a ser grande en comparación con  $X_m$ ; en ese caso, se necesita incrementar la relación  $V_f/f$  o  $V_f/\omega$  para mantener la densidad de flujo en el entrehierro. La figura 7.14 muestra la relación voltaje - frecuencia para un motor de inducción.

La ecuación 7.21 muestra que si la relación  $V_f/\omega$  se mantiene constante, y  $\omega$  no es muy baja, el par máximo es constante. Aún más, la ecuación 7.19 muestra que, sujeto a la aproximación en la que  $R_1$  es despreciable, el producto  $s\omega$  para el cual ocurre el par máximo es también constante. De lo anterior resultan las características paralelas de la figura 7.13 y la zona de par constante en la figura 7.14.

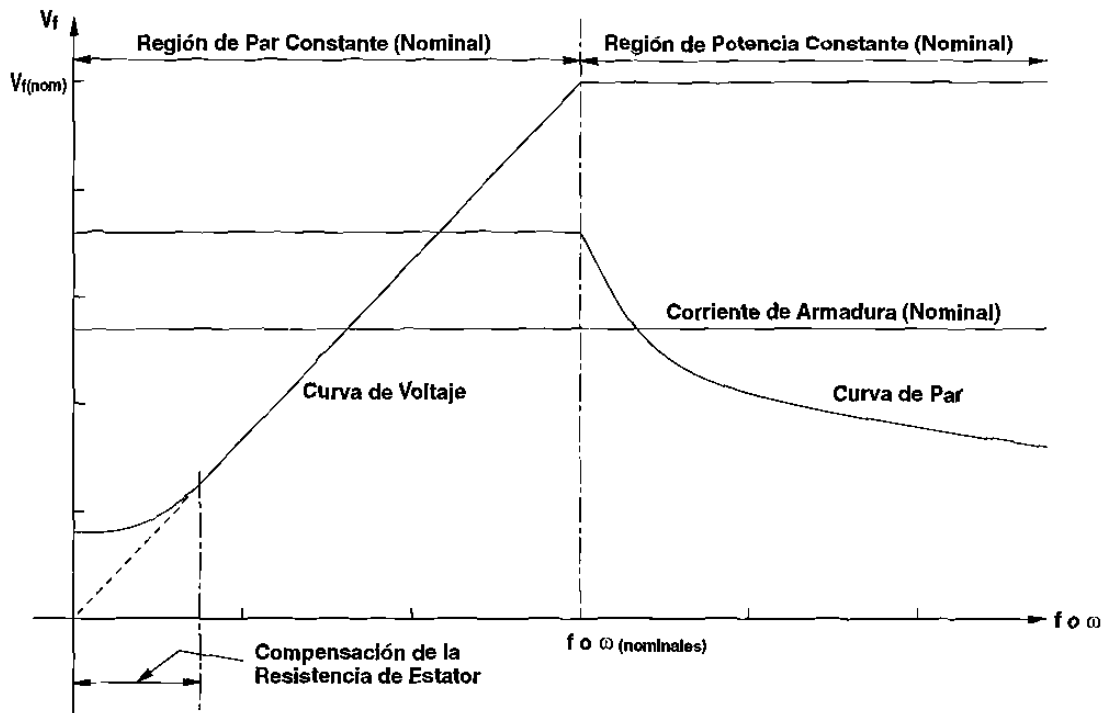
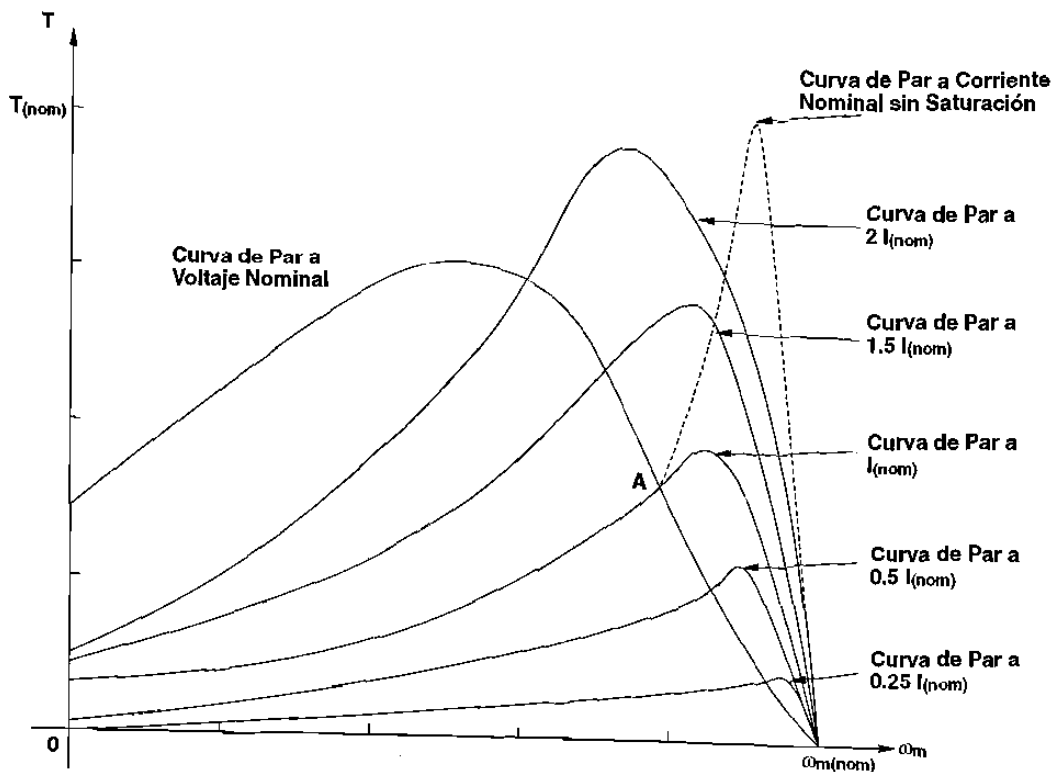


Figura 7.14 Relación Voltaje - Frecuencia para un Motor de Inducción.

Para velocidades que excedan la velocidad base  $\omega_b$ , la frecuencia de la fuente  $f$  o  $\omega$  debe incrementarse por encima del valor para el que fue diseñado el motor, pero el voltaje  $V_f$  no puede incrementarse por encima del valor base, debido a las limitaciones de aislamiento del estator. Bajo estas condiciones la relación  $V_f / f$  o  $V_f / \omega$  disminuye conforme  $f$  o  $\omega$  se incrementa; por tanto, el par máximo disminuye también en esta zona, pero no sucede lo mismo con el producto  $s\omega$  en el cual ocurre. Entonces, para frecuencias mayores a la frecuencia base (nominal) del motor, se obtienen características como las mostradas en la parte superior de la figura 7.13 o en la zona de potencia constante de la figura 7.14. En esta zona, la amplitud del campo magnético en el entrehierro se reduce dado que la magnitud de la relación  $V_f / f$  o  $V_f / \omega$  cae. De ahí la expresión "campo débil" para referirse a esta zona de operación, que corresponde a la misma región en los motores de C-D.

Un motor de inducción puede alimentarse desde una fuente de corriente, en lugar que desde una fuente de voltaje; en este caso, será necesario generar una onda de *corriente - ajustable, frecuencia - ajustable*.

El funcionamiento desde una fuente de corriente tiene algunas ventajas pero complica la operación de un motor de inducción. La figura 7.15 muestra las características par - velocidad de un motor de inducción a diferentes corrientes aunque a frecuencia fija. Si se opera la máquina a corriente nominal, el par de arranque desarrollado será muy bajo comparado al de un motor controlado por voltaje, debido a que el flujo en el entrehierro será bajo a causa de la impedancia del motor. Conforme se incrementa la velocidad, el voltaje en terminales se incrementa debido a la mayor impedancia del motor y, como resultado, el par se eleva hasta un alto valor como se muestra en la figura 7.15 con la línea punteada, después disminuye hasta cero con una marcada pendiente a la velocidad sincrónica. En un motor real, sin embargo, la saturación limitará el par desarrollado como se muestra con la línea continua en la figura 7.15.



**Figura 7.15 Curvas Par - Velocidad para un Motor de Inducción a Diferentes Corrientes.**

Una curva de par a voltaje nominal también se muestra en la figura 7.15, donde la porción con pendiente negativa puede considerarse que tiene operación estable para un flujo nominal en el entrehierro. Esta curva intersecta la curva de par a corriente nominal en el punto **A**. Sin embargo, el punto **A** es inestable para la curva de corriente (se encuentra en la porción de *pendiente positiva* para esta curva); así que se requiere un control de lazo cerrado para que el accionamiento opere en este punto.

El par a flujo nominal puede variarse modificando la corriente y el deslizamiento para que la operación caiga sobre la pendiente negativa de la curva de par a voltaje nominal, como se muestra en la figura 7.15. Obligándose en todos los casos a un control de lazo cerrado.

Los distintos puntos de operación en el plano par - velocidad que caen en la región de par constante o de potencia constante, para una funete de corriente - variable, frecuencia - variable; son similares a los mostrados en la figura 7.13.

## RESUMEN

- 1.- Los motores de inducción producen su corriente de campo (rotor) por medio de inducción magnética, de ahí su nombre.



- 2.- En el devanado trifásico del estator de los motores de inducción se produce un campo magnético giratorio de magnitud constante que gira a la velocidad sincrónica e induce un voltaje en el rotor debido al *movimiento relativo* entre ambos. Ante la presencia de este voltaje, se genera una corriente en el rotor que produce un par en la máquina que lo acelera hasta una velocidad menor que la velocidad sincrónica.
- 3.- La parte útil (estable) de la característica par - velocidad de un motor de inducción se encuentra en la parte con pendiente negativa y es sensiblemente recta. Si se arrastra el motor a una velocidad superior a la velocidad de sincronía  $\omega_s$ , el par producido por el motor cambia de signo. En estas condiciones el motor devuelve energía a la línea, funcionando como generador. La parte de la característica que corresponde a una velocidad negativa, se puede utilizar para el frenado a contra-corriente o contra-marcha, insertando resistencias en el rotor (sólo para motores de rotor devanado).
- 4.- Los métodos para controlar la velocidad de un motor de inducción son:
  - 1) Variación de la resistencia del circuito de rotor.
  - 2) Regulación de la potencia de deslizamiento.
  - 3) Control del voltaje de estator.
  - 4) Control de la frecuencia de la fuente:
    - a) Voltaje - variable, frecuencia - variable
    - b) Corriente - variable, frecuencia - variable
- 5.- La variación de la resistencia efectiva del circuito de rotor no modifica el par máximo, dado que no depende de ella; pero el deslizamiento en el que ocurre el par máximo y, por lo mismo, la velocidad del motor sí se modifican; permitiendo con esto, variar la velocidad de un motor de inducción cargado.
- 6.- Si la potencia de deslizamiento no se disipa en una resistencia, sino que se devuelve a la línea de alimentación, se puede controlar la velocidad de un motor de inducción de rotor devanado más eficientemente. Existen dos esquemas para llevar a cabo esta operación: el sistema **Kramer**, para operar a velocidades subsíncronas, y el sistema **Scherbius**, para operar a velocidades subsíncronas y supersíncronas.
- 7.- Un medio para controlar la velocidad de un motor de inducción cargado puede ser también por la variación del voltaje aplicado en terminales de estator, debido a que el par desarrollado es proporcional al cuadrado de este voltaje.
- 8.- Si se varía la frecuencia de la fuente, la velocidad sincrónica del motor también variará, independientemente de la carga. Para que el sistema magnético del motor no se sobresature, el voltaje de fase debe incrementarse o disminuirse con la frecuencia, manteniendo constante la relación  $V_f / f$ . Sólomente a bajas frecuencias cuando el efecto de  $R_1$  llega a ser grande en comparación con  $X_m$ , se necesita incrementar la relación  $V_f / f$  para mantener la densidad de flujo en el entrehierro.

- 9.- Un motor de inducción puede alimentarse desde una fuente de corriente, en lugar que desde una fuente de voltaje; en este caso, será necesario generar una onda de corriente - ajustable, frecuencia - ajustable.

## PROBLEMAS

- 7.1.- Un motor de inducción de rotor devanado de **460 V, 25 hp (18.7 kW), 1750 rpm** tiene los siguientes parámetros de circuito equivalente como el mostrado en la figura 7.2:

$$R_1 = 0.225 \Omega$$

$$L_1 = 1.89 \text{ mH}$$

$$N_e/N_r = 1.88$$

$$R_R = 0.126 \Omega$$

$$L_R = 0.536 \text{ mH}$$

$$R_c = 262 \Omega$$

$$L_m = 73.7 \text{ mH}$$

$$P_{FW} = 225 \text{ W}$$

Si se cortocircuitan las terminales de rotor, calcule la corriente de línea, la corriente de rotor y el par en el entrehierro al voltaje nominal y a la velocidad de la placa de datos.

- 7.2.- Para el motor del problema 1 calcule el par de ruptura (máximo) del motor y la velocidad y frecuencia del rotor a las cuales ocurre.

- 7.3.- Un motor de inducción de **460 V, 30 hp (22.4 kW), 4 polos, 885 rpm, 40 A** nominales, **17.1 A** sin carga y  $R_1 = 0.328 \Omega$  va a ser accionado desde una fuente de voltaje y frecuencia variables. Determine la velocidad del motor a una frecuencia de la fuente de **45 Hz** cuando el par de acoplamiento es el nominal y son válidas las siguientes suposiciones:

- a).- La relación  $V_f / \omega$  se mantiene constante.
- b).- Todas las pérdidas, excepto las pérdidas resistivas, son proporcionales al cuadrado del voltaje de estator.

---

## CAPITULO 8

---

---

---

# CONTROL DE VELOCIDAD DE LOS MOTORES DE INDUCCION POR EL VOLTAJE DE ESTATOR

Este método de control de velocidad es uno de los más simples y económicos que se puede aplicar a motores de inducción de jaula de ardilla o de rotor devanado cargados, como se indica en la sección 6.5.3. En este esquema, el voltaje alimentado al estator se controla, a la frecuencia de la línea, introduciendo impedancias para reducir el voltaje en terminales del motor; o bien, utilizando un controlador de C-A constituido por tiristores; con la ventaja, en este último caso, de tener muy poca potencia perdida en el dispositivo de control.

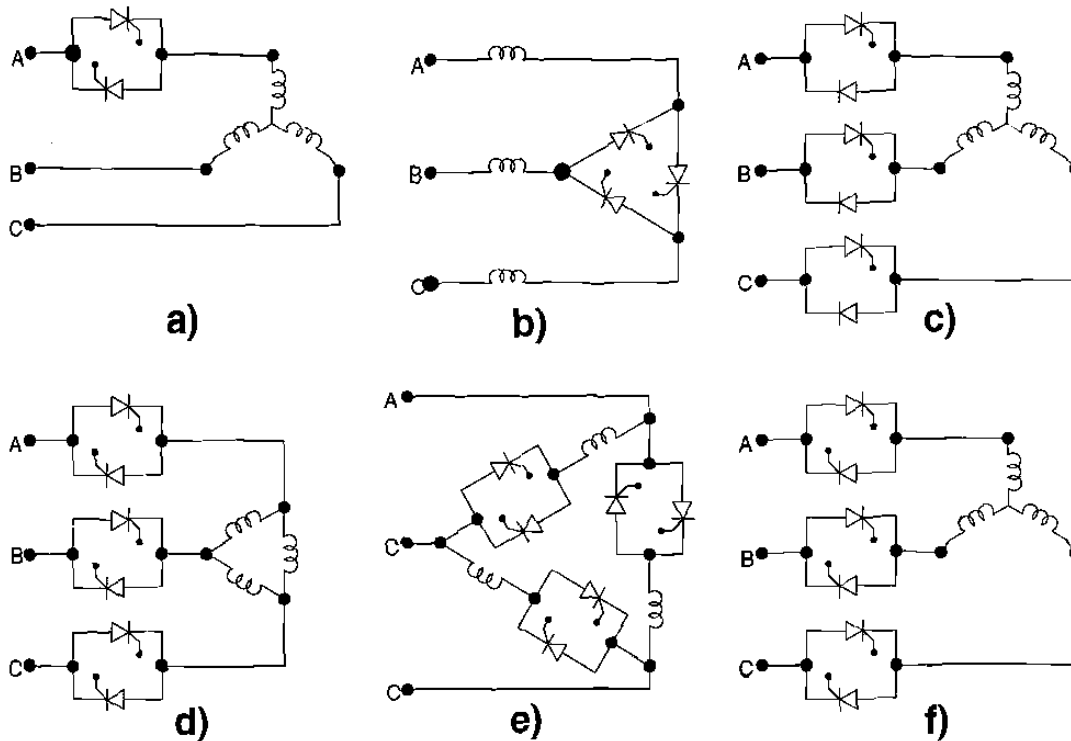
Además de proveer control de velocidad, los controladores de C-A pueden usarse para arrancar motores de inducción grandes, manteniendo la corriente drenada desde la línea en valores razonablemente bajos.

### 8.1 CONFIGURACIONES CON CONTROLADORES DE C-A

Hay muchos circuitos con tiristores que permiten variar el voltaje en terminales de un motor de inducción, en la figura 8.1 se muestran algunos de ellos. El circuito de la figura 8.1(a) tiene el mérito de la extrema simplicidad y dado que el motor se bloquea cuando se opera desde una sola fase, la velocidad puede controlarse desde cero. Sin embargo, la corriente requerida a través de las líneas no reguladas puede ser excesiva.

El circuito en la figura 8.1(b) presenta las mejores posibilidades entre los circuitos simples; no obstante, la potencia consumida por el motor puede llegar a ser el doble de la consumida cuando la alimentación es sinusoidal. La operación del circuito en la figura 8.1(c) es casi idéntica al de la figura 8.1(b).

CONTROL DE VELOCIDAD DE LOS MOTORES DE  
INDUCCIÓN POR EL VOLTAJE DE ESTATOR



**Figura 8.1 Circuitos para Controlar el Voltaje en Terminales de Estator de un Motor de Inducción.**

El circuito en la figura 8.1(d) representa un control convencional balanceado o simétrico de tres fases que tiene un buen funcionamiento, aunque se desarrollan armónicas por la carga conectada en delta.

Un arreglo simétrico como el anterior que tiene la ventaja de reducir el rango de corriente requerido por cada dispositivo se muestra en la figura 8.1(e), pero su operación no es tan buena como el circuito de la figura 8.1(d); además, requiere que ambas terminales de cada fase del estator estén disponibles, lo cual no es el caso en la mayoría de los motores.

El circuito de la figura 8.1(f) da el mejor funcionamiento de todos los mostrados. Con un deslizamiento del 33%, por ejemplo, la corriente de entrada es solamente un 8% mayor que para un control con alimentación sinusoidal.

De la comparación anterior, el circuito con seis tiristores y carga conectada en estrella mostrado en la figura 8.1(f), es el que da mejores resultados; sin embargo, cuando en alguna aplicación la elevación de temperatura del motor no es un factor limitante, el circuito con dos tiristores mostrado en la figura 8.1(a) puede usarse debido a su simplicidad.

Una gran economía que puede introducirse en los controladores simétricos, aplicable a motores de baja potencia, sin deterioro de las características de operación de los mismos, consiste en reemplazar cada par de tiristores en paralelo inverso con un TRIAC. Esta modificación no sólo reduce el alambrado, sino que además simplifica la lógica de control.

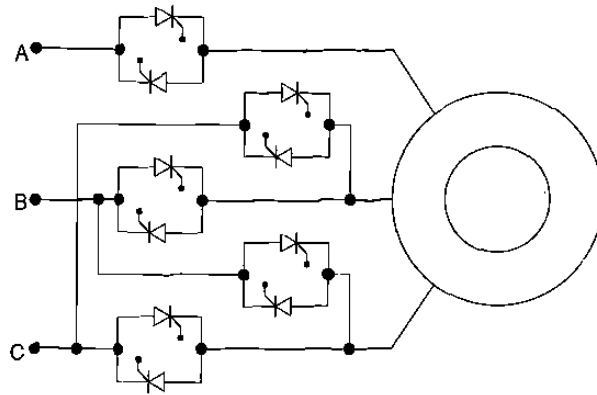


Figura 8.2 Inversión de Fase para Reversibilidad del Par y la Velocidad.

## 8.2 REVERSIBILIDAD DEL PAR Y LA VELOCIDAD

La figura 8.2 muestra un controlador simétrico con dos pares de dispositivos suplementarios, que al entrar en operación permiten invertir la secuencia de fase de la excitación del motor. De esta forma es posible el funcionamiento en los cuatro cuadrantes de la característica par-velocidad. Si la resistencia del circuito de rotor es alta, la corriente durante la contramarcha puede no causar serio calentamiento y el par de frenado puede ser substancial. Si el sistema mecánico arrastra al motor, puede ocurrir el frenado regenerativo. La figura 8.3 muestra un diagrama de cuatro cuadrantes para un sistema reversible de control de fase con tiristores.

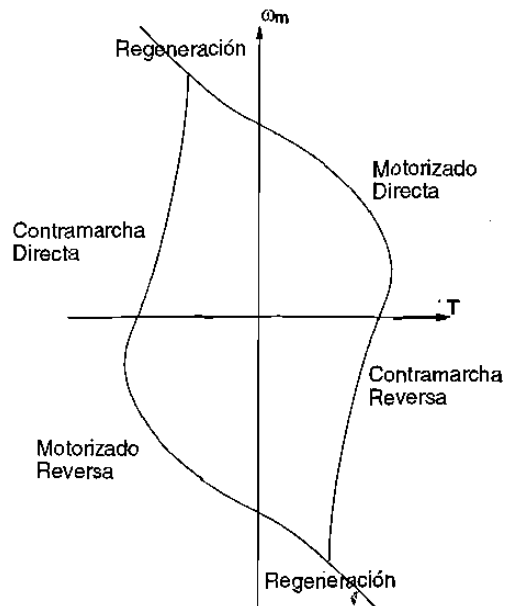
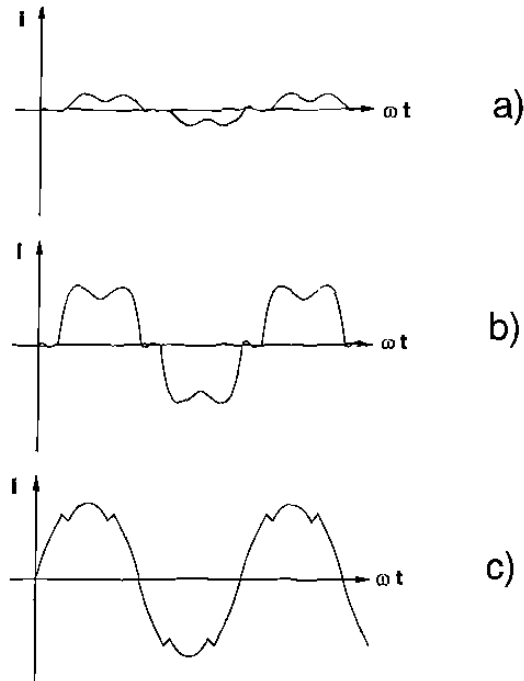


figura 8.3 Diagrama Par-Velocidad para un Sistema Reversible.



**Figura 8.4 Formas de Onda de la Corriente de Línea para un Motor Corriendo a una Velocidad tal que  $\psi = \pi/4$ : a)  $\alpha = 135^\circ$ , b)  $\alpha = 120^\circ$  y c)  $\alpha = 90^\circ$ .**

Las curvas par-velocidad ilustradas en la figura 8.3 sólo corresponderán con aquellas que pudieran obtenerse para un motor gobernado desde una fuente trifásica constante, si el ángulo de disparo  $\alpha$  es igual o menor que el ángulo  $\psi$ , definido como:

$$\psi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \quad (\text{rad}) \quad (8.1)$$

donde:  $\omega$  = frecuencia angular de la fuente

$L$  = inductancia por fase del motor a la velocidad de operación

$R$  = resistencia por fase del motor a la velocidad de operación

En este caso, cada vez que un tiristor cesa su conducción, su compañero conectado en paralelo inverso empieza a conducir corriente en la dirección inversa. Un incremento en  $\alpha$  o en la velocidad, lo cual incrementa  $R$  y reduce  $\psi$ , altera este patrón de comportamiento provocando un espacio entre el apagado de un tiristor y el encendido de su compañero. Consecuentemente, la corriente de línea fluye en pulsos alternantes como se muestra en la figura 8.4, para tres valores del ángulo de disparo  $\alpha$ . Bajo estas condiciones, la operación del motor se separa de las curvas par-velocidad obtenidas para una fuente de potencial constante mostradas en la figura 8.3.

Cuando las corrientes de entrada al motor no son sinusoidales, como en el caso planteado anteriormente, se presentan armónicas cuyas magnitudes, desafortunadamente, son difíciles de calcular.

### 8.3 CONTROL DE VOLTAJE DE C-A POR INTERRUPCION DE ALTA FRECUENCIA.

El *control de fase* empleado por los controladores de potencia de C-A tiene varias limitaciones inherentes a él:

- Presenta un factor de potencia atrasado aún cuando la carga tenga un factor de potencia unitario.
- Las formas de onda contienen armónicas que pueden ser excesivas cuando ocurre la conducción discontinua o pulsante.
- Las armónicas producen calentamiento indeseable y contribuyen a pulsaciones en el par desarrollado.
- La respuesta de los circuitos controlados por fase es lenta, debido al atraso introducido por el tiempo muerto inherente.

Para sobreponerse a los problemas mencionados anteriormente, se pueden emplear arreglos monofásicos o trifásicos con transistores que emplean interrupción de alta frecuencia.

El circuito de la figura 8.5 es un arreglo monofásico que consta de dos interruptores de C-A, uno conectado en serie y el otro en paralelo con la carga. Cada interruptor de C-A es un par, en paralelo inverso, de dos transistores NPN, cada uno con un diodo en serie para bloquear el voltaje inverso. El circuito opera como un *troceador bidireccional*. Los transistores del conjunto en serie con la carga  $T_1$  y  $T'_1$  interrumpen en los semiciclos positivo y negativo de la fuente, respectivamente, con el correspondiente transistor en paralelo proporcionando la trayectoria de rueda libre.

El voltaje eficaz ( $V_{rms}$ ) puede controlarse variando la relación de tiempo:

$$T = \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} \quad (8.2)$$

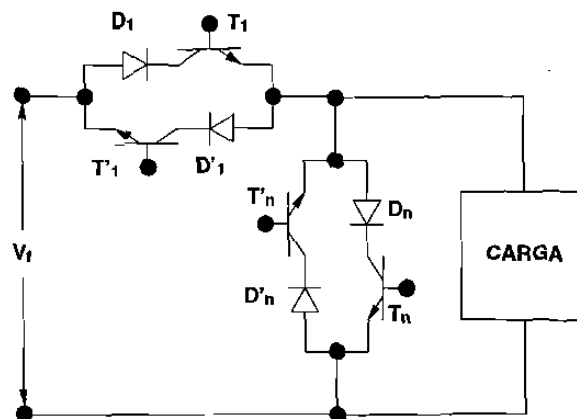


Figura 8.5 Circuito Monofásico para Control de Potencia por Interrupción de Alta Frecuencia.

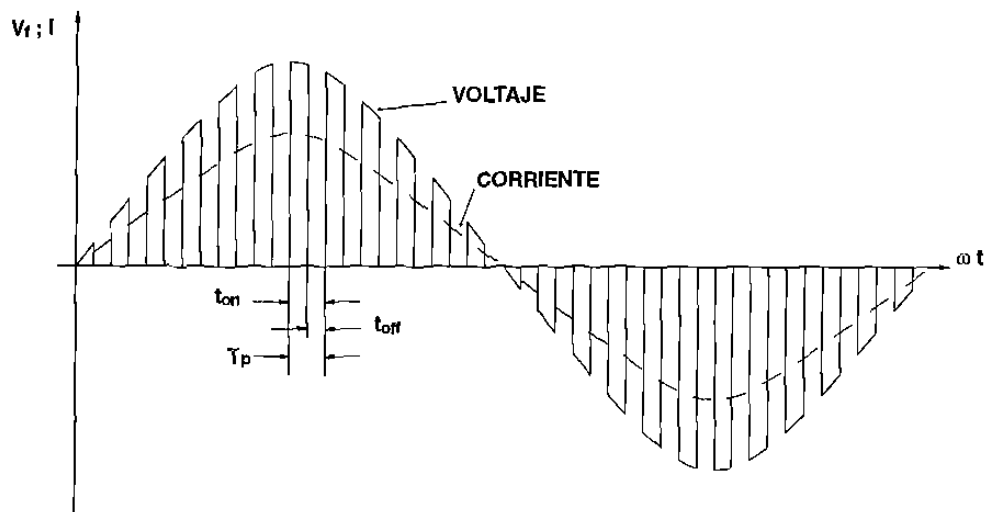


Figura 8.6 Formas de Onda para una Carga Resistiva.

La figura 8.6 muestra las formas de onda de voltaje y corriente con una carga resistiva. En este caso, la operación de los transistores en paralelo con la carga es redundante.

La figura 8.7 muestra las formas de onda de voltaje y corriente para una carga inductiva. Un ciclo completo de la fuente de voltaje se subdivide en dos modos. Durante el **modo I**, que corresponde al semiciclo positivo, el transistor  $T_1$  está encendiéndose y apagándose (*troceando*),  $T_n$  está abierto,  $T'_1$  y  $T'_n$  están cerrados. En el **modo II**, correspondiente al semiciclo negativo,  $T'_1$  está troceando,  $T'_n$  está abierto,  $T_1$  y  $T_n$  están cerrados.

En el **submodo I'** el voltaje de la fuente es positivo, pero la corriente es negativa. La carga regresa potencia a la fuente a través del transistor cerrado  $T'_1$ . Conforme la polaridad de la corriente se invierte, el circuito entra en el **submodo I''**. El circuito opera en este submodo como un convertidor

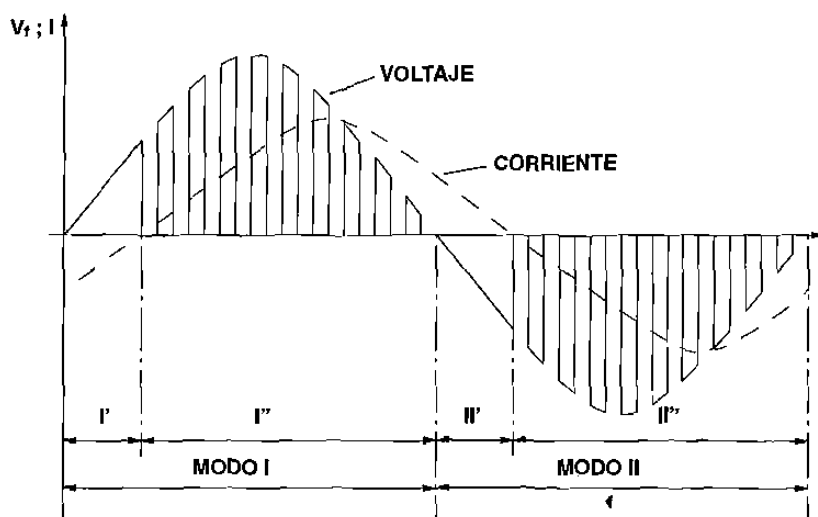


Figura 8.7 Formas de Onda para una Carga Inductiva.



de C-D a C-D o Troceador, en donde  $T_1$  está troceando y  $T'_n$  actúa como diodo de rueda libre. En el **modo II** la operación es similar.

El voltaje en la carga puede variarse suavemente, independientemente del factor de potencia en la carga, en este caso un motor de inducción, variando la relación entre el tiempo de encendido  $t_{on}$  y el tiempo de apagado  $t_{off}$  de los transistores que están haciendo la función de trocear.

## 8.4 APLICACIONES

La eficiencia ideal de un motor de inducción despreciando todas las pérdidas, excepto las pérdidas resistivas en el circuito de rotor, se expresa como:

$$\eta = 1 - s \quad (8.3)$$

Resulta evidente entonces que un control de velocidad para un motor de inducción por medio de la variación del voltaje en terminales, en donde el deslizamiento  $s$  alcanza valores muy altos, es de interés solo en aplicaciones cuyo régimen de funcionamiento con regulación de la velocidad es transitorio y cíclico, como por ejemplo en los elevadores, o incluso en donde se requiere un rango de velocidad estrecho con relativamente bajo deslizamiento, como en las bombas centrífugas y en los ventiladores, en los cuales el par de trabajo, según se mencionó en el **Capítulo 2**, puede expresarse como:

$$T_W = k \omega_m^2 \quad \text{N.m} \quad (8.4)$$

El volúmen de un fluido enviado por un ventilador o una bomba centrífuga desde una presión constante es proporcional a la potencia de salida del motor:

$$V_{\text{fluido}} = k' P = k' T_W \omega_m = k' k \omega_m^3 = k_1 \omega_m^3 \quad (8.5)$$

Esto significa que un rango de velocidad de **2:1** es suficiente para enviar un rango de volúmen de **8:1**, lo cual es lo que normalmente se requiere. Consecuentemente, aunque un motor de alto deslizamiento tiene baja eficiencia aún a plena velocidad, operando a media velocidad tendrá una eficiencia ideal de la mitad de la plena velocidad, pero esto ocurre cuando el consumo de energía es bajo. Estos accionamientos son entonces frecuentemente aceptables en este tipo de aplicaciones.

Como se mencionó anteriormente, el par desarrollado por un motor excitado por un controlador de C-A tendrá componentes causados por las armónicas de corriente y flujo que ocurren en el motor. Estas armónicas y sus efectos no pueden calcularse fácilmente, sólo pueden hacerse predicciones aproximadas de funcionamiento, utilizando un circuito equivalente simplificado en el que se omite la rama de magnetización, como el que se muestra en la figura 8.8, en el cual:

$$I_1 = I_2 \quad (8.6)$$

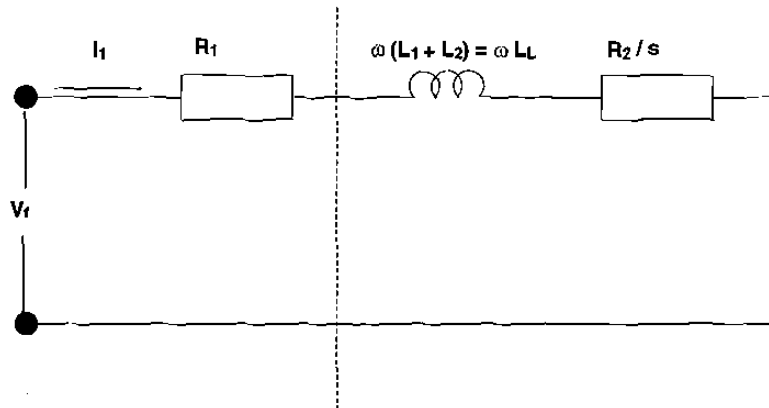


Figura 8.8 Circuito Equivalente de un Motor de inducción Gobernado por un Controlador de Potencia de C-A.

y si se desprecian las pérdidas por fricción y viento:

$$T = T_L \quad (8.7)$$

con lo cual la potencia mecánica es igual a la potencia de salida:

$$P_m = \frac{3(1-s)}{s} R_2 I_1^2 = P_o = \omega_s(1-s) T \quad (8.8)$$

de la cual:

$$T = \frac{3 R_2 I_1^2}{s \omega_s} = k_1 \omega_m^2 = k_1 [\omega_s (1-s)]^2 \quad (8.9)$$

de donde:

$$I_1 = (1-s) \sqrt{K s} \quad (8.10)$$

$$K = \frac{\omega_s^3 k_1}{3 R_2} \quad (8.11)$$

El deslizamiento para el cual ocurre el máximo valor de  $I_1$  se puede obtener determinando:  $dI_1 / ds = 0$ . El resultado de esto es:

$$I_1 = I_{\text{máxima}} \quad \text{cuando: } s = 1/3 = 33\% \quad (8.12)$$

El par nominal  $T_{\text{nominal}}$  del motor ocurre al deslizamiento nominal  $s_{\text{nominal}}$ , cuando la corriente drenada es la nominal  $I_{\text{nominal}}$ ; así que la ecuación 8.9 se convierte en:

$$T_{\text{nominal}} = \frac{3 R_2 I_1^2 \text{ nominal}}{\omega_s s \text{ nominal}} = k_1 \omega_m^2 = k_1 [\omega_s (1 - s_{\text{nominal}})]^2 \quad (8.13)$$

por lo tanto:

$$\frac{T}{T_{\text{nominal}}} = \frac{(1 - s)^2}{(1 - s_{\text{nominal}})^2} \quad (8.14)$$

y también:

$$\frac{I_1^2}{I_{\text{nominal}}^2} = \frac{s(1 - s)^2}{s_{\text{nominal}}(1 - s_{\text{nominal}})^2} = \frac{s T}{s_{\text{nominal}} T_{\text{nominal}}} \quad (8.15)$$

Substituyendo el valor del deslizamiento para corriente máxima establecido en la ecuación 8.12: ( $I_1 = I_{\text{máxima}}$  cuando  $s = 1/3$ ):

$$\frac{I_{\text{máxima}}}{I_{\text{nominal}}} = \frac{2}{3 \sqrt{3} (1 - s_{\text{nominal}})^2 \sqrt{s_{\text{nominal}}}} \quad (8.16)$$

En un motor de inducción de alta resistencia típico (*Tipo D*),  $s_{\text{nominal}} = 0.15$ , entonces:

$$I_{\text{máxima}} = 1.17 I_{\text{nominal}} \quad (8.17)$$

La ecuación 8.17 indica que debe aplicarse un factor de **0.85** al motor para anticipar que corra continuamente a un deslizamiento de  $s = 1/3$ . Sin embargo, cuando se considera que el cálculo precedente se hizo con algunas aproximaciones y que el enfriamiento del motor no siempre es lo suficientemente efectivo, un factor de **0.75** estará más cercano a la operación real del motor.

El voltaje por fase  $V_f$  puede calcularse con la corriente de línea  $I_1$  y el deslizamiento  $s$ :

$$V_f = I_1 [(R_1 + R_2 / s)^2 + (\omega L_L)^2]^{1/2} \quad (8.18)$$

y la potencia de entrada al motor es:

$$P_{\text{entrada}} = P_m + 3 (R_1 + R_2) I_1^2 \quad (8.19)$$

Si se considera necesario, en esta etapa, incluir las pérdidas no resistivas del motor, podría suponerse que éstas son proporcionales a  $V_f^2$ , sin que tal suposición se aleje demasiado de la realidad.

Si  $\bar{V}_f$  se define como  $V_f \angle 0^\circ$ , entonces:

$$\bar{I}_1 = I_1 \angle -\psi_r \quad (8.20)$$

$$\psi_r = \tan^{-1} [\omega L_L / (R_1 + R_2 / s)] \quad (8.21)$$

El factor de potencia del motor es:

$$PF = \cos \psi_r \quad (8.22)$$

y la eficiencia del motor es:

$$\eta = P_o / P_{\text{entrada}} \quad (8.23)$$

Si las pérdidas en el controlador de C-A son despreciables, la corriente de entrada al controlador y la potencia desarrollada en su entrada serán las mismas para el motor. Si el voltaje de línea a línea de la fuente es  $V_s$ , el factor de potencia del sistema es:

$$PF_s = \frac{P_{\text{entrada}}}{Z \sqrt{3}} \quad (8.24)$$

Dado que  $V_s / \sqrt{3} > V_f$ , el factor de potencia del sistema es necesariamente menor que el del motor. La eficiencia del sistema es igual a la del motor, debido a que el controlador de C-A fue supuesto sin pérdidas.

Para determinar un rango aproximado para el ángulo de disparo de los tiristores del controlador de C-A  $\alpha$  en este tipo de accionamientos, es necesario usar resultados experimentales, debido a que aún un análisis aproximado es difícil de llevarse a cabo.

La figura 8.9 muestra algunas curvas determinadas experimentalmente de la corriente rms de línea normalizada contra el ángulo de disparo  $\alpha$  para una carga de tipo RL y cuatro diferentes ángulos de impedancia  $\psi$ . La corriente de base usada es:

$$I_{\text{base}} = V / \sqrt{3} Z \quad (8.25)$$

Cuando, para el análisis precedente, se determinan la corriente y el factor de potencia para alguna condición de operación; el ángulo de disparo correspondiente  $\alpha$  puede obtenerse por interpolación en el diagrama de la figura 8.9. En el extremo superior del rango de corriente el motor

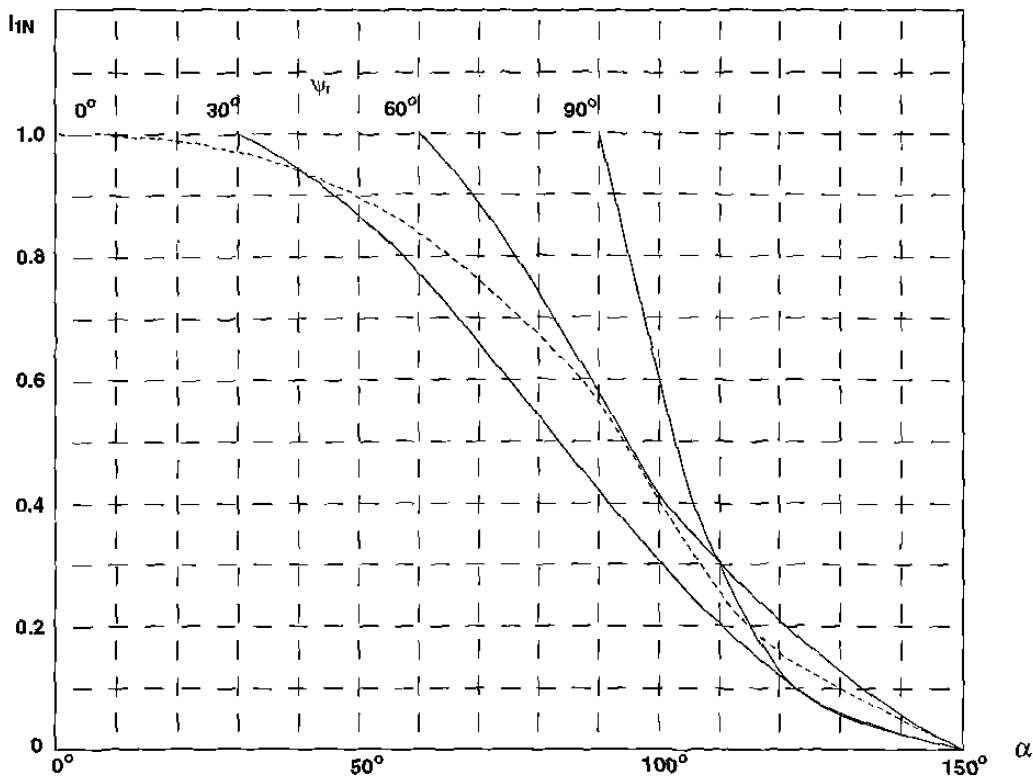


Figura 8.9 Curvas de corriente normalizada  $I_{IN}$  contra ángulo de disparo  $\alpha$  del convertidor

operará cerca del voltaje en terminales nominal y el valor mínimo de  $\alpha$  será igual al ángulo de fase de la corriente de línea del motor bajo condiciones nominales. En el extremo inferior del rango de corriente el valor de  $\alpha$  se toma de las curvas por interpolación de la magnitud de la corriente de línea y el ángulo será alto debido a que las armónicas elevarán la corriente rms sobre el valor alcanzado mediante el cálculo de la componente fundamental. El rango de  $\alpha$  obtenido por este método es entonces mayor que el requerido en la práctica, pero este error no es mayor que el introducido por otras aproximaciones en el modelo del sistema.

### Ejemplo 8.1

Un motor de inducción jaula de ardilla, tipo D, de 60 hp (44.8 kW), 60 Hz, 1530 rpm; tiene los siguientes parámetros del circuito equivalente:

$$R_1 = 0.119 \, \Omega,$$

$$R_2 = 0.508 \, \Omega,$$

$$\omega L_L \approx 0.860 \, \Omega$$

Se alimenta desde una fuente trifásica de 460 V, con un controlador de potencia de C-A simétrico como el mostrado en la figura 8.1(f). El rango de velocidad de operación requerido es de  $765 < n < 1530$  rpm cuando acciona una bomba centrífuga que absorbe 60 hp a 1530 rpm.

Determine el rango de  $\alpha$  necesario en el controlador, usando las curvas experimentales mostradas en la figura 8.9.

### Solución

El deslizamiento nominal es:

$$s = (1800 - 1530) / 1800 = 0.15$$

La impedancia del motor a plena carga es:

$$\bar{Z}_m = 0.119 + (0.508 / 0.15) + j0.860 = 3.610 \angle 13.78^\circ \Omega$$

Por tanto, el mínimo valor de  $\alpha$  es  $13.78^\circ$ .

El deslizamiento a 765 rpm es:

$$s = (1800 - 765) / 1800 = 0.575$$

y la impedancia en estas condiciones es:

$$\tilde{Z}_m = 0.119 + (0.508 / 0.575) + j0.860 = 1.323 \angle 40.64^\circ \Omega$$

La corriente del motor a plena carga es:

$$I_{\text{nominal}} = 460 / (3.61 \sqrt{3}) = 73.57 \text{ A}$$

Para determinar la corriente a 765 rpm se puede utilizar la ecuación 8.15:

$$\frac{I_1^2}{(73.57)^2} = \frac{0.575(1 - 0.575)^2}{0.150(1 - 0.150)^2}$$

de la cual:

$$I_1 = 72.02 \text{ A}$$

La corriente base a 765 rpm es:

$$I_{base} = 460 / (1.321 \sqrt{3}) = 201 \text{ A}$$

y la corriente normalizada:

$$I_{1N} = 72.02 / 201 = 0.358 \text{ A}$$

Interpolando con  $I_{1N} = 0.358$  y  $\psi_r = 40.64^\circ$  en la figura 8.9, se obtiene:

$$\alpha = 98^\circ$$

Por tanto, un rango utilizable para este caso podría ser de  $10^\circ < \alpha < 100^\circ$ .

## RESUMEN

- 1.- El método de control de velocidad de motores de inducción por medio del ajuste del voltaje de estator es uno de los más simples y económicos, aunque no es muy eficiente. Sólo conviene usarlo con motores cargados, ya que sus características son convergentes. Sin embargo, este método es muy útil para arrancar grandes motores de jaula de ardilla.
- 2.- Los sistemas actuales para controlar un voltaje de C-A utilizan tiristores operando con *control de fase* o por medio de *interrupción de alta frecuencia*. El primer método es el más utilizado ya que resulta ser el más simple y económico, pero inherentemente introduce un atraso de fase mayor que el que el propio motor tiene. El método de interrupción de alta frecuencia no introduce ningún atraso, sin embargo, es más complicado para operar y controlar.
- 3.- En los controladores simétricos, pueden reemplazarse cada par de tiristores en paralelo inverso con un TRIAC cuando el motor es de baja potencia.
- 4.- La mayor área de aplicación para el control de velocidad por medio del voltaje de estator se encuentra en sistemas cuyo control de velocidad es transitorio y cíclico como en los elevadores o en donde el rango de velocidad requerido es estrecho como en las bombas centrífugas o abanicos.
- 5.- Para determinar un rango aproximado para el ángulo de disparo de los tiristores de los controladores de C-A  $\alpha$  en este tipo de accionamientos, es necesario usar métodos experimentales, debido a que aún un análisis aproximado es difícil de llevarse a cabo.

<b>PROBLEMAS</b>
------------------

8.1.- Una bomba centrífuga requiere un par de accionamiento de 285 N - m a 1500 rpm. Se propone accionarlo con un sistema como el de la figura 8.1f) acoplado a un motor de inducción de jaula de ardilla tipo D de 460 V, 75 hp (56.0 kW) con los siguientes parámetros de circuito equivalente:

$$R_1 = 0.0862 \Omega$$

$$R_2 = 0.427 \Omega$$

$$\omega L_L = 0.736 \Omega$$

La velocidad nominal del motor es de 1530 rpm. Las pérdidas por fricción y viento son despreciables. Usando el circuito equivalente de la figura 8.8:

a).- Determine a que velocidad corre el sistema cuando  $\alpha$  se establece al valor que permitirá un voltaje y corriente de línea sinusoidales.

b).- Determine la corriente de línea para  $s = 1/3$  y el valor de  $\alpha$  requerido para este deslizamiento.

8.2.- Repita el problema 1, usando el circuito equivalente de la figura 6.5. Los parámetros adicionales del circuito son:

$$\omega L_m = 11.3 \Omega$$

$$R_c = 48.2 \Omega$$

8.3.- La combinación del motor y el convertidor en los problemas 1 y 2 se requieren para accionar una carga sobre el máximo rango posible de velocidad con un par constante de 100 N - m. Usando el circuito equivalente de la figura 6.5, determine el rango de velocidad permisible y el rango correspondiente de la variable de control  $\alpha$ .



---

## CAPITULO 9

---

---

# CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION POR LA ENERGIA DE DESLIZAMIENTO

Como se explicó en el capítulo 6, el control de la velocidad de un motor de inducción de rotor devanado puede hacerse muy fácilmente, rectificando el voltaje de rotor e insertando una resistencia externa  $R_{ex}$ , como se muestra en la figura 6.8(a). Desgraciadamente, este sistema tiene muy baja eficiencia y sólo es recomendable utilizarlo durante períodos cortos, por ejemplo en el arranque o el frenado del motor. Para mejorar el rendimiento del motor debe **utilizarse** la potencia de deslizamiento en lugar de **disiparla**. Para ello se reemplaza la resistencia externa del sistema descrito por el lado de C-D de un convertidor trifásico que opere como un *inversor de frecuencia fija, conmutado por la línea*. El lado de C-A de este inversor se conecta a la línea que alimenta al estator del motor a través de un transformador, como se muestra en la figura 9.1. El flujo de energía en el sistema se muestra en la figura 9.2.

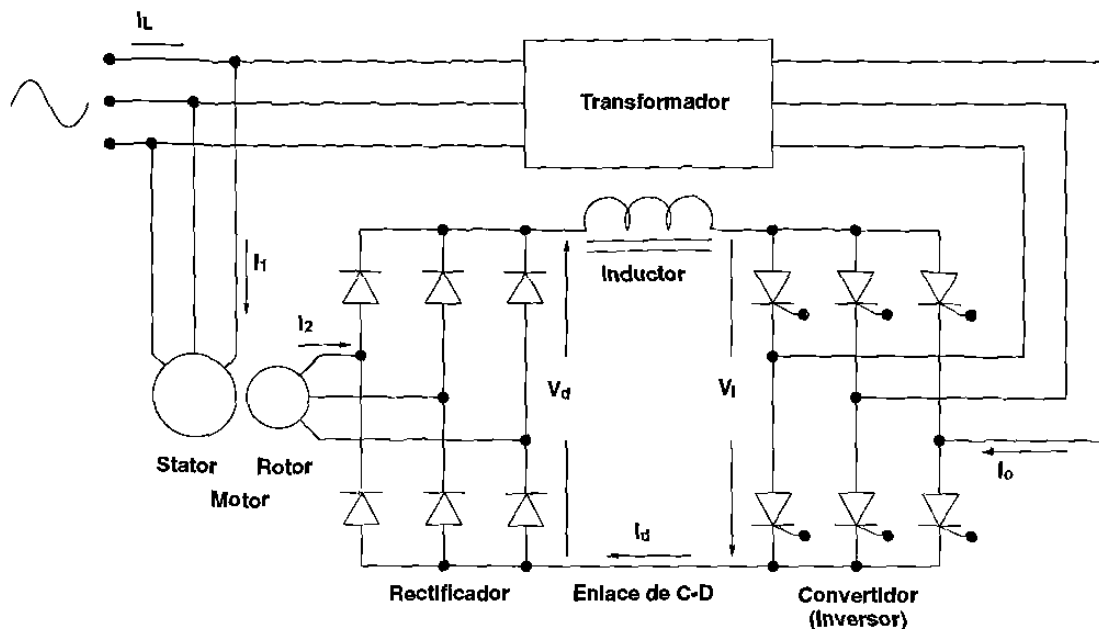
El voltaje en las terminales de C-D del convertidor que actúa como inversor  $V_i$  puede ajustarse variando el ángulo de disparo  $\alpha$  de los tiristores; así la velocidad del motor puede controlarse. La inductancia en el enlace de C-D entre el rectificador y el inversor suaviza las variaciones de la corriente entre ellos y el transformador permite adaptar el voltaje del lado de C-A del inversor a la línea con el mejor factor de potencia para una velocidad dada.

### 9.1 OPERACION DEL SISTEMA

El voltaje promedio presente en las terminales de C-D del inversor es:

$$\bar{V}_i = [(3 \sqrt{2} V) / \pi] \cos \alpha \quad (9.1)$$

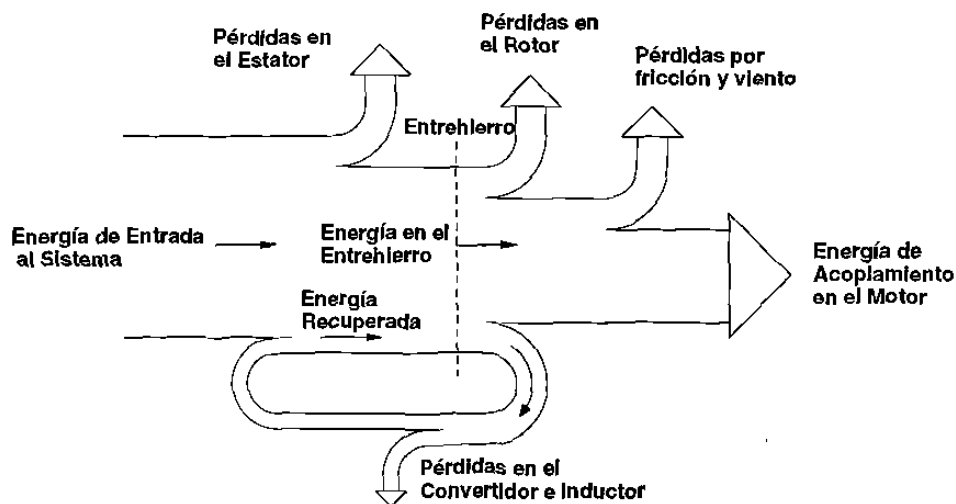
## CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION POR LA ENERGIA DE DESLIZAMIENTO



**Figura 9.1 Sistema para la Recuperación de la Energía de Deslizamiento.**

en donde:  $\sqrt{2} V = V_p =$  voltaje máximo de la fuente

Para que el convertidor actúe como inversor de frecuencia fija conmutado por línea, se requiere que el voltaje promedio después del enlace  $\bar{V}_1$  sea negativo mientras que la corriente promedio  $\bar{I}_d$  se mantenga positiva, para ello, es necesario que el ángulo de disparo de los tiristores que lo forman sea  $\alpha > \pi / 2$ .



**Figura 9.2 Flujo de Energía en el Sistema .**

El voltaje promedio entregado por el rectificador es:

$$\bar{V}_d = (3 \sqrt{2} / \pi) \sqrt{3} V_F \quad (9.2)$$

en donde:  $\sqrt{3} V_F =$  Voltaje máximo en el rotor

Para un deslizamiento  $s$  dado:

$$V_F = s(N_r / N_e) V_f = s(N_r / N_e) V / \sqrt{3} \quad (9.3)$$

en donde:  $V_f = V / \sqrt{3} =$  voltaje eficaz en el estator

Por tanto:

$$\bar{V}_d = (3 \sqrt{2} / \pi) s(N_r / N_e) V = - \bar{V}_i = - [(3 \sqrt{2} V) / \pi] \cos \alpha \quad (9.4)$$

De lo cual puede despejarse el deslizamiento  $s$  :

$$s = - (N_e / N_r) \cos \alpha = (\omega_s - \omega_m) / \omega_s \quad (9.5)$$

y la velocidad del motor:

$$\omega_m = \omega_s [1 + (N_r / N_e) \cos \alpha] \quad (9.6)$$

En la ecuación 9.6 la velocidad aparece como función del ángulo de disparo  $\alpha$  y es independiente del par. En la práctica, la velocidad se reduce cuando se aplica la carga, esto es, existe una regulación de la velocidad, debido a los parámetros despreciados en el circuito equivalente y a las pérdidas del convertidor. La regulación de velocidad entre vacío y plena carga es aproximadamente igual a la diferencia entre la velocidad sincrónica y la velocidad nominal para cualquier ángulo de disparo  $\alpha$ .

La potencia mecánica  $P_m$  del motor en términos de la potencia en el rotor  $P_r$ , se puede expresar como:

$$P_m = 3[P_e - P_r] = 3[(P_r / s) - P_r] = 3[(1 - s) / s] P_r \quad (9.7)$$

y en este sistema:

$$3 P_r = \bar{V}_d I_d \quad (9.8)$$

entonces:

$$P_m = [(1 - s) / s] \bar{V}_d I_d \quad (9.9)$$

Substituyendo el valor de  $\bar{V}_d$  obtenido en la ecuación 9.4

$$P_m = (3 \sqrt{2} / \pi) (1 - s)(N_r / N_e) V I_d \quad (9.10)$$

así mismo:

$$P_m = T \omega_m = T (1 - s) \omega_s \quad (9.11)$$

Igualando las ecuaciones previas y despejando la corriente del enlace  $I_d$ :

$$I_d = 0.740 \omega_s (N_e / N_r)(T / V) \quad (9.12)$$

Esta relación muestra que  $I_d$  depende solamente del par  $T$  y es independiente de la velocidad del motor  $\omega_m$ .

El inductor introducido en el enlace de C-D entre el rectificador y el convertidor que opera como inversor de frecuencia fija conmutado por línea, alisa la corriente, permite que ésta,  $I_d$ , se mantenga en conducción continua en casi cualquier condición de operación. En este caso, el ángulo de disparo  $\alpha$  no debe exceder a  $180^\circ$  menos el tiempo de apagado del tiristor, incluido el ángulo de translapo; lo cual equivale a aproximadamente  $8^\circ$ . Por tanto, un límite superior seguro para  $\alpha$  debe ser de  $170^\circ$ .

De la ecuación 9.4 se puede obtener:

$$s(N_r / N_e) = - \cos \alpha \quad (9.13)$$

substituyendo  $\alpha = 170^\circ$  (valor máximo para  $\alpha$ ) y  $s = s_{(max)}$ , se obtiene:

$$(N_r / N_e) = 0.985 / s_{(max)} \quad (9.14)$$

Esta ecuación establece un máximo permisible para la relación de vueltas entre rotor y estator del motor. Si la relación de vueltas de un motor excede este valor, es necesario emplear un transformador como se muestra en la figura 9.1. En esta circunstancia, la ecuación 9.4 debe escribirse así:

$$\bar{V}_d = (3 \sqrt{2} / \pi) s(N_r / N_e) V = - \bar{V}_i = - [(3 \sqrt{2} V) / \pi] (N_p / N_s) \cos \alpha \quad (9.15)$$

donde:  $N_s$  = Vueltas del secundario del transformador  
 $N_p$  = Vueltas del primario del transformador.

De la ecuación 9.15:

$$s(N_r / N_e) = - (N_p / N_s) \cos \alpha \quad (9.16)$$

y en el límite de operación a baja velocidad  $\alpha = 170^\circ$  y  $s = s_{(max)}$ :

$$(N_r / N_e)(N_s / N_p) = 0.985 / s_{(max)} \quad (9.17)$$

En el límite superior del rango de velocidad, cuando  $s$  se aproxima a cero,  $\alpha$  tenderá a  $90^\circ$ , según se muestra en la ecuación 9.16. Entonces, el rango de control requerido para el ángulo de disparo es:

$$90^\circ < \alpha < \cos^{-1} [ - (N_r / N_e)(N_s / N_p) s_{(max)} ] \quad (9.18)$$

## 9.2 PREDICCIONES DE FUNCIONAMIENTO

Para el circuito mostrado en la figura 9.3  $V_f$  es sinusoidal; de esta manera,  $E_2$  se supone sinusoidal también. La onda de flujo rotativo en el entrehierro es entonces sinusoidal e interactuará para producir par sólo con la componente fundamental de la corriente del rotor. Si esta corriente es constante, sin importar la forma que tenga, se desarrollará un par constante en el entrehierro.

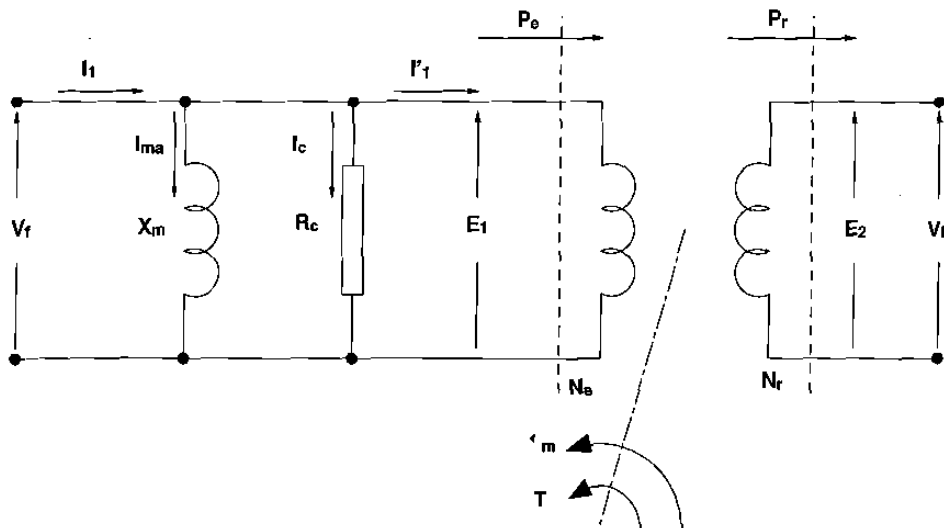


Figura 9.3 Modelo de un Motor de Inducción de Rotor Dévanado.

Para predecir el funcionamiento, debe especificarse la característica par - velocidad de la carga, aunque el siguiente análisis es aplicable a cualquier tipo de característica.

La potencia de salida del motor es:

$$P_o = T_L \omega_m \quad (9.19)$$

La potencia mecánica, considerando la potencia utilizada en vencer la fricción y el viento  $P_{FW}$ , desarrollada por el motor es entonces:

$$P_m = P_o + P_{FW} \quad (9.20)$$

La corriente eficaz en el rotor  $I_{2R}$  puede calcularse desde la corriente en el enlace de C-D:

$$I_{2R} = (\sqrt{2/3}) I_d = 0.8165 I_d \quad (9.21)$$

El valor eficaz de la componente fundamental es:

$$I_{2R1} = [(4I_d) / (\sqrt{2} \pi)] \cos 30^\circ = 0.7797 I_d \quad (9.22)$$

y el valor eficaz de la armónica en el rotor es:

$$I_{2h} = [I_{2R1}^2 + I_{2R}^2]^{1/2} = 0.2424 I_d \quad (9.23)$$

En las ramas de magnetización y de pérdidas en el núcleo del circuito equivalente:

$$I_{ma} = V / \sqrt{3} \omega L_m \quad (9.24)$$

$$I_c = V / \sqrt{3} R_c \quad (9.25)$$

Entonces, la componente fundamental de la corriente de entrada al motor es:

$$\tilde{I}_{1R1} = I_{1R1} \angle -\psi_{1R1} \quad (9.26)$$

en donde:

$$I_{1R1} = \{[(N_r / N_s) I_{2R1} + I_c]^2 + I_{ma}^2\}^{1/2} \quad (9.26.1)$$

$$\psi_{1R1} = \tan^{-1} \{I_{ma} / [(N_r / N_s)I_{2R1} + I_c]\} \text{ rad} \quad (9.26.2)$$

La corriente en el lado de C-A del inversor  $I_o$  tiene la misma forma de onda que la corriente en el rotor  $I_2$  y la misma amplitud que la corriente del enlace  $I_d$ , por lo tanto, la componente fundamental es la misma que en el rotor ( $I_{2R1} = I_{oR1} = 0.779 I_d$ ) así como el valor eficaz también es la misma que en el rotor ( $I_{2R} = I_{oR} = 0.8165 I_d$ ).

La componente fundamental  $I_{oR1}$  va retrasada con respecto a  $V_f$  una cantidad igual al ángulo de disparo  $\alpha$ , así que:

$$\bar{I}_{oR1} = I_{oR1} \angle -\alpha \quad (9.27)$$

La componente fundamental de la corriente de la fuente es:

$$\bar{I}_{LR1} = \bar{I}_{1R1} + \bar{I}_{oR1} = I_{LR1} \angle -\psi_{LR1} \quad (9.28)$$

y el factor de potencia de la fuente es:

$$PF_L = \cos \psi_{LR1} \quad (9.29)$$

La potencia en las terminales del motor, tomando en cuenta las resistencias del devanado puede expresarse como:

$$P = P_m + 3(R_c I_c^2 + R_1 I_{1R2} + R_2 I_{2R}^2) + \bar{v}_d I_d \quad (9.30)$$

La potencia desarrollada por la fuente es igual a la potencia en terminales del motor, menos aquella que se retroalimenta por el inversor. Entonces:

$$P_L = P - \bar{v}_d I_d \quad (9.31)$$

y la eficiencia:

$$\eta = P_o / P_L \quad (9.32)$$

### Ejemplo 9.1

Una bomba centrífuga presenta un par de carga de **485 N . m** a **1100 rpm** y es accionada por un sistema de recuperación de la energía de deslizamiento incorporando un motor de rotor

devanado de **460 V**, **100 hp (74.6 kW)**, **1180 rpm** de velocidad nominal y **1200 rpm** de velocidad sincrónica; para el cual el circuito equivalente tiene los siguientes parámetros:

$$R_1 = 0.0591 \, \Omega, \quad \omega L_m = 7.79 \, \Omega$$

$$R_2 = 0.0604 \, \Omega, \quad N_r / N_e = 0.810$$

$$R_c = 57.2 \, \Omega$$

suponiendo que las pérdidas por fricción y por viento en el motor son despreciables. El rango de operación requerido es de  $550 < n_m < 1100 \text{ rpm}$ .

Determine el rango de operación para el par de carga; así como: la velocidad del motor  $n_m$  ( $\omega_m$ ), la potencia de salida  $P_o$ , el ángulo de disparo  $\alpha$ , el voltaje promedio  $\bar{V}_d$ , la corriente  $\bar{I}_d$  del enlace de C-D, y las corrientes:  $I_{2R}$ ,  $I_{2R1}$ ,  $I_{ma}$ ,  $I_c$ ,  $I_{1R1}$ ,  $I_{LR1}$  para un par de carga de **300 N . m**.

### Solución

Para la carga especificada (bomba centrífuga)

$$T_W = k \omega^2$$

A 1100 rpm o  $1100(2\pi / 60) = 115.2 \text{ rad / s}$ , el par es de 485 N . m; entonces:

$$k = (485) / (115.2)^2 = 0.0365$$

El mínimo par de carga ocurre a la velocidad mínima, esto es a 550 rpm o bien:  $550(2\pi / 60) = 57.6 \text{ rad / s}$ , así que:

$$T_{W(\min)} = (57.6)^2(0.0365) = 121.3 \text{ N . m}$$

Por tanto, el rango de operación para el par de carga es:

$$485 \geq T_w \geq 121.3 \text{ N . m}$$

Para el par de trabajo especificado 300 N . m

$$\omega_m = [300 / 0.0365]^{1/2} = 90.60 \text{ rad / s}$$

$$n_m = 90.60(2\pi / 60) = 865.1 \text{ rpm}$$



la potencia de salida es:

$$P_o = 300 (90.60) = 27180 \text{ W}$$

el deslizamiento es:

$$s = \frac{1200 - 865.1}{1200} = 0.279$$

De la ecuación 9.13

$$\alpha = \cos^{-1}[(-0.279)0.81] = 103.1^\circ$$

y de la ecuación 9.4

$$\bar{V}_d = - [(3\sqrt{2})(460) / \pi] \cos(103.1^\circ) = 140.4 \text{ V}$$

Dado que las pérdidas por fricción y viento son despreciables, en este caso, la potencia mecánica es igual a la potencia de salida:  $P_m = P_o$ . Así que despejando la corriente del enlace en la ecuación 9.9 se tiene:

$$I_d = \frac{s}{1-s} \frac{P_o}{\bar{V}_d} = \frac{0.279}{1-0.279} \frac{27180}{140.4} = 74.91 \text{ A}$$

$$I_{2R} \approx 0.8165 I_d = 0.8165 (74.91) = 61.17$$

$$I_{2R1} = I_{oR1} = 0.7797 I_d = 0.7797 (74.91) = 58.41$$

$$I_{ma} \approx V / \sqrt{3} \omega L_m = 460 / \sqrt{3} (7.79) = 34.09$$

$$I_c = V / \sqrt{3} R_c = 460 / \sqrt{3} (57.2) = 4.643$$

$$I_{1R1} \approx \{[(N_r / N_s)I_{2R1} + I_c]^2 + I_{ma}^2\}^{1/2} = \{[(0.81)58.41 + 4.643]^2 + 34.09^2\}^{1/2} = 62.14$$

$$\Psi_{1R1} = \tan^{-1}\{34.09 / [(0.81)58.41 + 4.643]\} = 33.27^\circ$$

$$\bar{I}_{LR1} \approx \bar{I}_{1R1} + \bar{I}_{oR1} = 62.14 \angle -33.27^\circ + 58.41 \angle -103.1^\circ = 98.87 \angle -66.95^\circ$$

Ejemplo 9.2

En el sistema del problema 9.1 se introduce un transformador con una relación de vueltas de 0.5 ( $N_p / N_s$ ) entre la fuente de C-A y el convertidor (*inversor conmutado por línea*). El rango de velocidad de operación se mantiene sin cambio. El transformador se considera ideal.

Determine el ángulo de disparo  $\alpha$ , el voltaje promedio  $\bar{V}_d$  y las corrientes:  $I_{2R}$ ,  $I_{2R1}$ ,  $I_{ma}$ ,  $I_c$ ,  $I_{1R1}$ ,  $I_{LR1}$  para un par de carga de 300 N . m.

Solución

Dado que el rango de velocidad es el mismo que el del ejemplo anterior  $s = 0.279$ . Entonces, de la ecuación 9.16:

$$\alpha = \cos^{-1}[-s(N_r / N_s)(N_s / N_p)] = \cos^{-1}[-(0.279)(0.81)(2)] = 116.9^\circ$$

y de la ecuación 9.15

$$\bar{V}_d = -[(3\sqrt{2} V) / \pi](N_p / N_s) \cos \alpha = -[(3\sqrt{2})(460) / \pi](0.5)\cos(116.9^\circ) = 140.4 V$$

Este es el mismo valor obtenido para el ejemplo 9.1. Sin embargo:

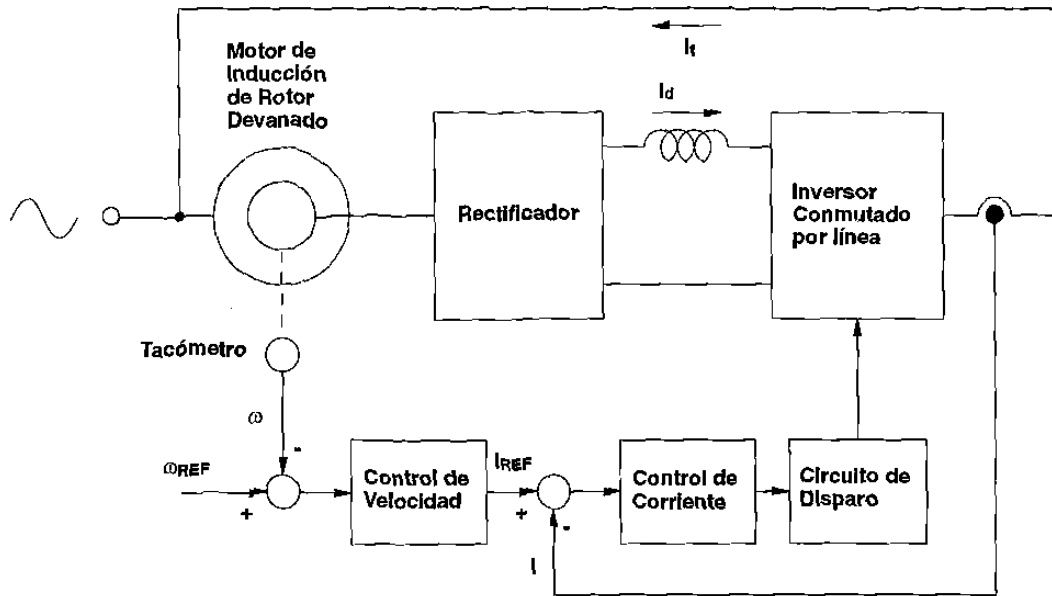
$$I_{2R1} = I_{oR1} = 58.41 (0.5) \angle -116.9^\circ = 29.2 \angle -116.9^\circ$$

$$\bar{I}_{LR1} = 62.14 \angle -33.27^\circ + 29.2 \angle -116.9^\circ = 71.53 \angle -57.21^\circ$$

La operación del sistema con el transformador incluido es mejor, dado que la corriente de línea es menor que cuando no se tenía transformador y aún cuando la corriente del enlace de C-D se mantiene sin cambio, el voltaje aplicado a las terminales de C-A se reduce por la relación del transformador.

**9.3 CONTROL DE LAZO CERRADO (REGULADOR)**

Un sistema de control de lazo cerrado puede aplicarse a los sistemas de control de velocidad de los motores de inducción de rotor devanado por medio de la recuperación de la energía de deslizamiento, la figura 9.4 muestra un regulador de este tipo.



**Figura 9.4 Regulador para un Accionamiento de Recuperación de la Energía de Deslizamiento.**

Las características de este regulador son similares a las de los empleados para controlar a los motores de C-D. El error del lazo de control de velocidad constituye la referencia (comando) de corriente para el convertidor que actúa como inversor conmutado por línea, la cual es proporcional al par desarrollado. La corriente es entonces controlada por el ángulo de disparo  $\alpha$  de los tiristores del mismo. El flujo en el entrehierro se mantiene aproximadamente constante, dado que el voltaje y la frecuencia de la fuente se mantienen constantes.

## RESUMEN

- 1.- Los sistemas de control de velocidad para motores de inducción por medio de la recuperación de la energía de deslizamiento utilizan esta potencia en lugar de disiparla, retornándola a la línea a través de un rectificador y de un inversor conmutado por línea.
- 2.- La velocidad en este tipo de accionamientos es función del ángulo de disparo  $\alpha$  de los tiristores del inversor e independiente del par. Aunque en la práctica, la velocidad se reduce ante un incremento del par, teniendo una regulación, entre vacío y plena carga, similar a la diferencia entre la velocidad sincrónica y la velocidad nominal.
- 3.- Si la relación de vueltas entre rotor y estator del motor excede un máximo permisible, es necesario emplear un transformador entre el inversor y la fuente, permitiendo con ello una reducción en la corriente de línea.

**PROBLEMAS**

9.1.- Un ventilador que absorbe **25 hp** a su máxima velocidad de **1750 rpm** es accionado por un sistema de recuperación de energía de deslizamiento con un motor de **460 V**, **30 hp (22.4 kW)**, **37.3 A**, **1765 rpm** como velocidad nominal y **1800 rpm** como velocidad sincrónica; con los siguientes parámetros del circuito equivalente:

$$\omega L_m = 20.6 \Omega \quad R_c = 224 \Omega \quad N_r / N_s = 0.53$$

Las pérdidas de fricción y viento son despreciables. Si se considera que la corriente de entrada al motor es solamente **0.85** del valor nominal, para que las pérdidas sean despreciables, determine si el motor es lo suficientemente grande para esta aplicación.

9.2.- El rango de velocidad requerido para el accionamiento del problema 9.1 es desde **1150** hasta **1750 rpm**. Determine lo siguiente:

- a).- La mínima relación  $N_p / N_s$  del transformador entre la fuente y el inversor conmutado por línea.
- b).- Redondee la relación obtenida en (a) y determine el rango Volts - Amperes del transformador.

---

## CAPITULO 10

---

---

# CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES

El control de la velocidad de los motores de inducción se realiza cada vez más por medio de la variación de la frecuencia de la fuente. Esto permite, en particular, obtener características Par - Velocidad parecidas a las del motor de C-D. Para poder llevar a cabo el ajuste de la frecuencia de la fuente, mencionado anteriormente, es necesario *generar* la señal de alimentación.

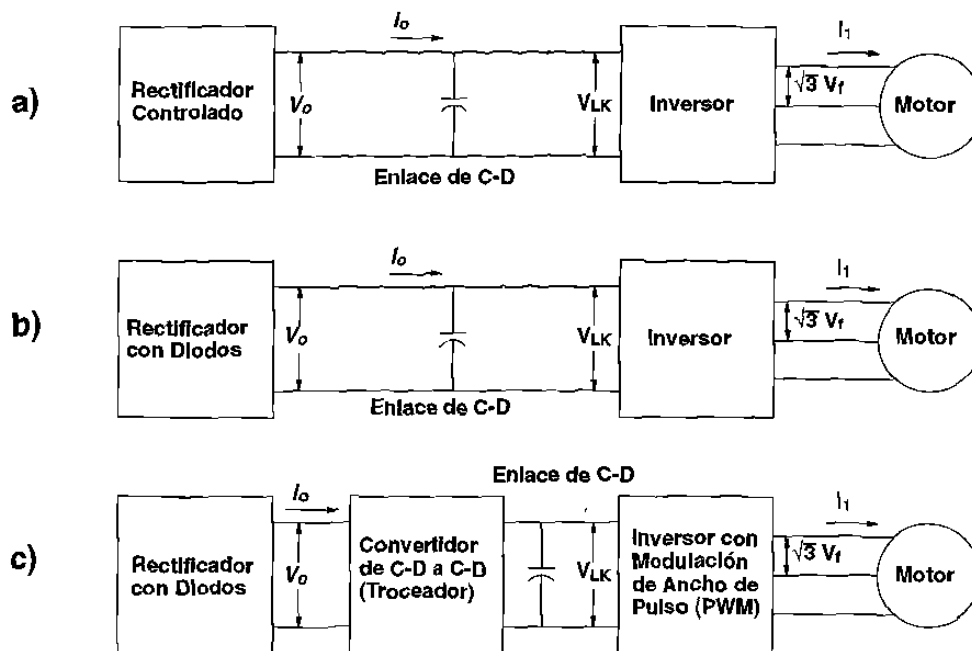
Usualmente, la fuente de potencia es un sistema trifásico de C-A, que se convierte a C-D a través de un rectificador o algún otro medio y que se convierte nuevamente a C-A utilizando un inversor. A esta combinación se le denomina "*convertidor de C-A / C-A con enlace de C-D*".

Un inversor tipo *fuentes de voltaje* es, idealmente considerado, una fuente de impedancia interna cero que puede enviar una cantidad ilimitada de corriente a un voltaje controlable constante, que puede usarse para alimentar un motor de inducción estándar, jaula de ardilla, trifásico con un voltaje y frecuencia controlables.

### 10.1 COMBINACIONES DE CONVERTIDORES

Si un motor de inducción va a ser controlado por variación de la frecuencia de la fuente, es necesario variar también el voltaje de alimentación, para mantener constante la relación  $V_f / f$  y así mantener constante el flujo en el entrehierro, según se explicó en el capítulo 6. Cualquier combinación de convertidores debe, entonces, cubrir este requisito básico. Los inversores *fuentes de voltaje* más simples, tienen una razón fija entre el voltaje de entrada en la terminales de C-D y el voltaje de salida en las terminales de C-A. Esto significa, que el voltaje de C-D a la entrada de estos inversores debe controlarse **necesariamente** en orden de obtener un voltaje de salida de C-A variable.

## CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES



**Figura 10.1 Sistemas de Accionamiento para Motores de Inducción con Inversores Tipo Fuente de Voltaje**

La figura 10.1(a) muestra una combinación de convertidores en la cual un rectificador controlado (*convertidor de fase controlada*) varía el potencial de C-D a la entrada del inversor y, al mismo tiempo, el inversor varía la frecuencia a la salida. El rectificador controlado tiene conmutación natural o por línea, mientras que el inversor tiene conmutación forzada. El enlace de C-D puede incluir a una inductancia en serie, pero el componente importante es el capacitor, el cual alisa el voltaje de C-D a la entrada del inversor con objeto de obtener un voltaje de enlace  $V_{LK}$  efectivamente constante. Este sistema no puede regenerar, debido a que la corriente en el enlace  $i_o$  no puede invertirse. Si se requiere la regeneración, debe reemplazarse el rectificador controlado por un convertidor dual.

Un sistema que en el enlace de C-D tiene un voltaje constante se muestra en la figura 10.1(b). El control del voltaje de C-A a la salida, se lleva a cabo por medio el inversor con modulación de ancho de pulso (PWM), el cual permite esta característica a diferencia de los inversores típicos. La regeneración en este tipo de esquema no es posible, a menos que el voltaje de C-D fijo provenga de un sistema de distribución que pueda aceptar energía regenerada para distribuirse en otros motores, por ejemplo.

Una tercera posibilidad se ilustra en la figura 10.1(c), en la cual la variación del voltaje se obtiene con un troceador (*Convertidor de C-D a C-D*). Este esquema se usa cuando se requiere una salida de alta frecuencia; la cual no es posible obtener con un inversor PWM. Adicionalmente, se obtiene un alto factor de potencia debido a la presencia del rectificador con diodos. Este arreglo puede usarse también con distribución de C-D para sistemas de transporte, debido a que el troceador excluirá del sistema de distribución el amplio rango de armónicas que de otra manera se producirían por el inversor. Esas armónicas pueden interferir con los sistemas de comunicación en los cuales las frecuencias de armónicas producidas por el troceador pueden suprimirse. Un troceador tipo C puede permitir el frenado regenerativo.

Los principios básicos de los rectificadores controlados (convertidores de fase controlada) y de los troceadores (convertidores de C-D a C-D) se explicaron en los capítulos 3 y 4, respectivamente. Sin embargo, antes de considerar los sistemas de la figura 10.1 se discutirá la operación de los inversores tipo fuente de voltaje.

### 10.2 INVERSORES FUENTE DE VOLTAJE TRIFASICOS

La figura 10.2(a) muestra el circuito de potencia de un inversor trifásico alimentado por un voltaje de enlace de C-D ( $V_{LK}$ ) como fuente de voltaje. Los tiristores encerrados en un círculo representan dispositivos semiconductores que puede apagarse por conmutación forzada (BJT's, MOSFETS's, IGBT's, GTO's o bien Tiristores con un circuito de conmutación forzada incluido). Las señales de compuerta se muestran en la figura 10.2(b). En el arreglo ilustrado, la duración de las señales de compuerta es tal, que tres tiristores están encendidos al mismo tiempo. Cada tiristor se apaga (por *conmutación forzada*) después de medio ciclo del voltaje de salida (de hecho, un poco menos, para permitir un tiempo de apagado y evitar que  $V_{LK}$  pueda ponerse en cortocircuito al encenderse dos tiristores en serie).

Cuando algún tiristor se enciende, ese tiristor y el diodo conectado en antiparalelo con él constituyen un corto circuito. Entonces cuando, por ejemplo el tiristor  $T_1$  se enciende, la terminal de salida *a* se conecta a la terminal de potencial positivo de la fuente de C-D. Si, al mismo tiempo, el tiristor  $T_5$  se enciende, la terminal de salida *b* se conecta a la terminal de potencial negativo de la fuente de C-D. Entonces:  $v_{ab} = V_{LK}$ . De esta manera, los patrones de señales de compuerta mostrados en la figura 10.2(b) proporcionan las formas de onda de voltaje de salida de línea a línea también mostrados.

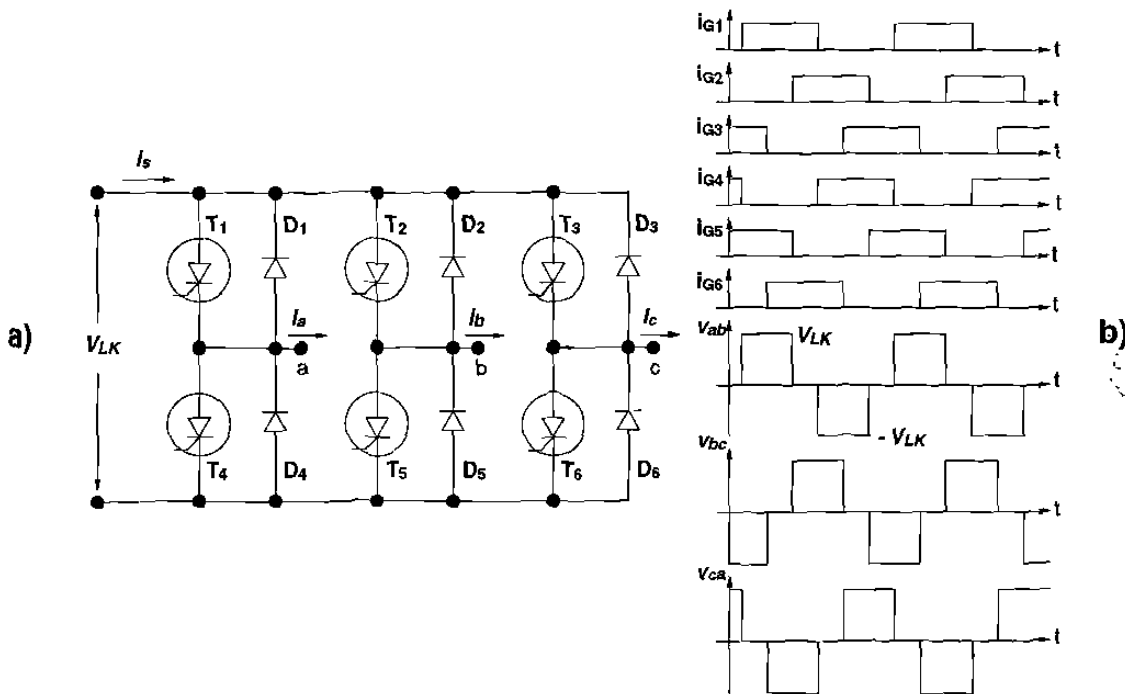


Figura 10.2 Puente Inversor Trifásico. a) Circuito, b) Formas de Onda.

De la discusión precedente, puede concluirse que la amplitud del voltaje de C-A de línea a línea en terminales del inversor es igual a  $V_{LK}$ ; por tanto, la amplitud de esos voltajes puede variarse ajustando  $V_{LK}$ . Este es el método de control empleado en los sistemas mostrados en la figura 10.1 (a) y (c). Sin embargo, en el sistema mostrado en la figura 10.1(b)  $V_{LK}$  es constante y para variar el voltaje de línea a línea aplicado al motor debe emplearse un inversor con modulación de ancho de pulso (PWM).

### 10.2.1 Inversor con Modulación de Ancho de Pulso

Cada fase en un inversor equivale a dos troceadores, uno para cada polaridad, como se muestra en la figura 10.3(a); pero en un inversor con modulación de ancho de pulso, el voltaje de salida no está formado por una sola onda rectangular por semiciclo, sino por una sucesión de ondas rectangulares cuya duración puede variarse. Si se controlan los dos troceadores siguiendo un modelo senoidal, el voltaje fundamental de salida y la corriente de carga se aproximan a una senoidal, como se indica en la figura 10.3(b).

Los métodos empleados para la modulación son numerosos, pero los más difundidos comparan voltajes de referencia, que son imagen del voltaje de salida buscado, con una señal triangular simétrica cuya frecuencia es múltiplo de la frecuencia de la onda fundamental. Esta señal triangular se denomina "portadora".

A lo largo de un período de la señal triangular  $v_p$ , se superpone una señal de referencia  $v_r$ , que la corta en dos puntos:  $\alpha$  y  $2\pi - \alpha$ . El valor promedio del voltaje de troceado se expresa entonces como:

$$\bar{v} = \frac{V_{LK}}{2} \left[ \frac{2\alpha}{\pi} - 1 \right] \tag{10.1}$$

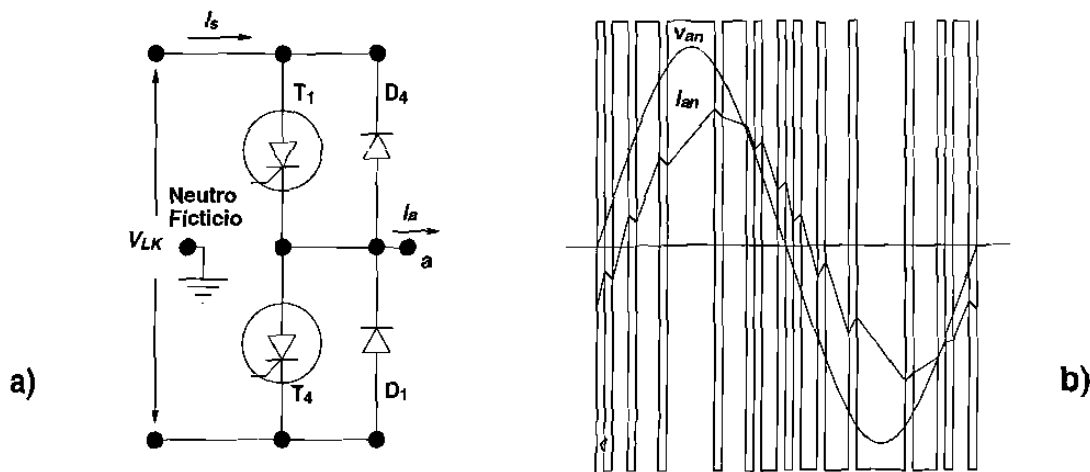


Figura 10.3 Fase de un Inversor Constituida por Dos Troceadores. a) Circuito, b) Formas de Onda Teóricas de Voltaje y Corriente para un Inversor PWM



CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES

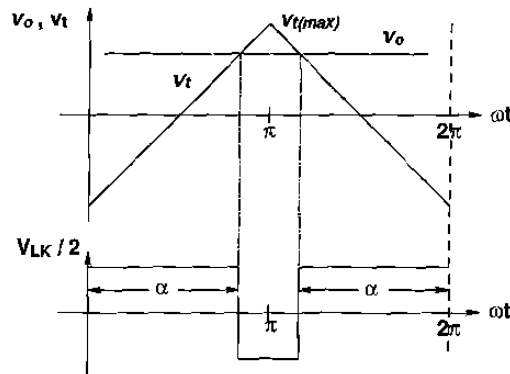


Figura 10.4 Definición del Control de Modulación

por otra parte:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \left[ 1 + \frac{v_o}{v_t(max)} \right] \tag{10.2}$$

De donde:

$$\bar{v} = \frac{V_{LK}}{2} \frac{v_o}{v_t(max)} \tag{10.3}$$

Como puede apreciarse,  $\bar{v}$  es proporcional a  $v_o$ . Si  $v_o$  es un voltaje senoidal de frecuencia mucho menor a la frecuencia de  $v_t$ , entonces,  $\bar{v}$  también será un voltaje senoidal y proporcional a  $v_o / v_t(max)$ . Puede entonces comprobarse, que a partir de un voltaje constante  $V_{LK}$ , la amplitud del voltaje de salida del inversor se controla actuando sobre la relación  $v_o / v_t(max)$ . A la señal de referencia senoidal  $v_o$  se le llama "moduladora".

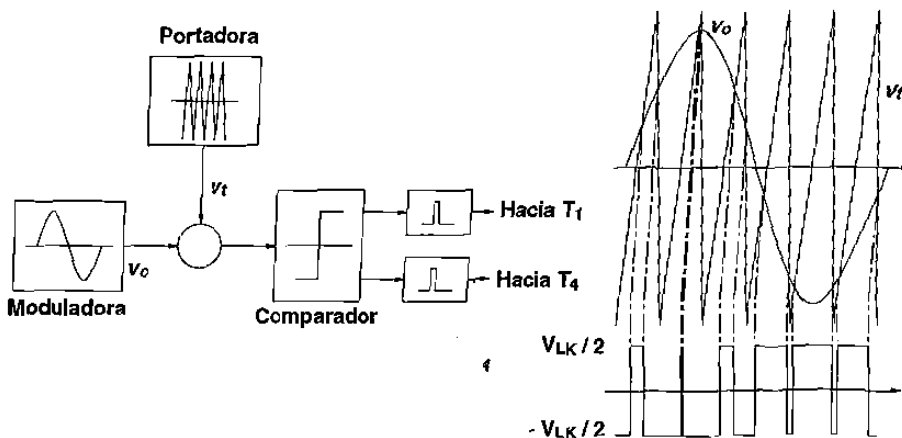


Figura 10.5 Principio de Modulación Triangulo - Senoidal

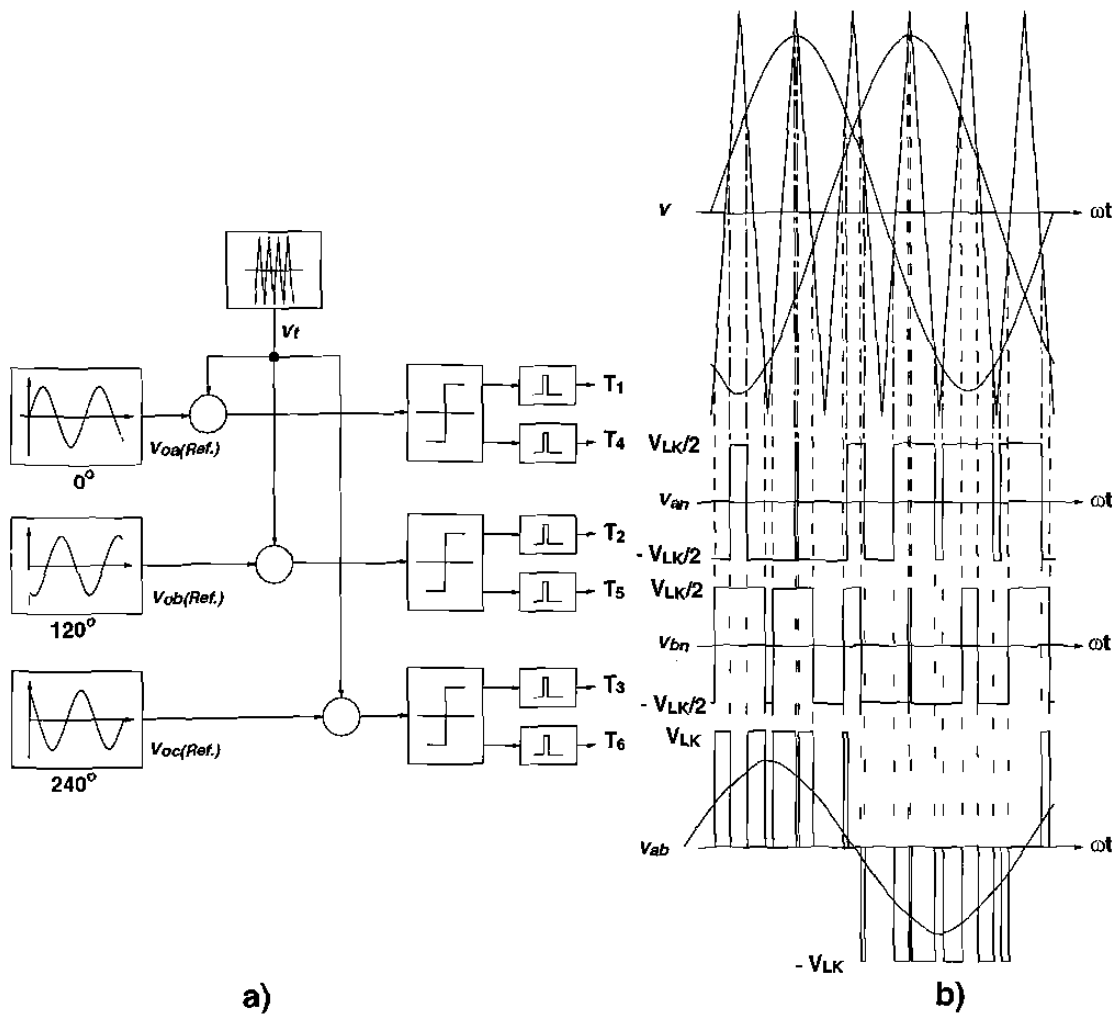


Figura 10.6 Principio de Modulación Trifásica. a) Esquema de Bloques, b) Formas de Onda.

Si se considera el caso de una portadora triangular a la que se superpone una moduladora senoidal; la onda de voltaje que resulta, tomada entre la salida de una fase del inversor (punto a) y un punto medio ficticio de la fuente, con la condición de que  $v_o$  sea menor o igual que  $v_t$ , se mostrará en la figura 10.5, suponiendo que cada intersección de las dos señales superpuestas controla el cambio de estado de un comparador que da las órdenes de conmutación a los tiristores que constituyen una fase del inversor. El voltaje de salida sólo puede tener, instantáneamente, dos valores:  $+V_{LK}/2$  y  $-V_{LK}/2$ .

El principio descrito para una fase se aplica a un arreglo trifásico como el de la figura 10.2(a). Un generador de onda triangular suministra a las tres fases la *portadora* común. La *moduladora* o *referencia* es propia de cada fase, estando desfasadas  $120^\circ$ . El esquema de bloques y las formas de onda de la figura 10.6 muestran el principio de modulación trifásica. Los voltajes tomados entre dos puntos de salida tienen tres estados posibles:  $+V_{LK}$ ,  $0$  y  $-V_{LK}$ . La figura 10.6(b) muestra la forma de onda para  $v_{ab}$ , que resulta de la diferencia entre  $v_a$  y  $v_b$ .

### 10.2.2 Comparación de los Sistemas de Accionamiento

La gran atracción de los tres sistemas ilustrados en la figura 10.1 radica en que pueden gobernar a los motores jaula de ardilla que son simples, baratos y confiables sobre un amplio rango de velocidades, ya que el límite superior de la frecuencia de salida utilizable está muy por encima del valor nominal.

Cada uno de los accionamientos mostrados en la figura 10.1 tiene sus ventajas y desventajas. A bajas velocidades el factor de potencia de entrada del rectificador controlado del sistema en (a) será bajo; mientras que en los otros dos sistemas será virtualmente unitario a cualquier velocidad. El tamaño del motor manejable por el sistema en (b), que utiliza un inversor PWM, está limitado por el largo tiempo de apagado (turn off) que requieren los grandes tiristores y las pérdidas del inversor se incrementan por la gran cantidad de conmutaciones por ciclo que deben hacerse. En los sistemas mostrados en (a) y (c), la variación de  $V_{LK}$  con la velocidad requiere de una fuente de C-D separada para los circuitos de conmutación del inversor; además, el sistema en (c) introduce un tercer convertidor con conmutación forzada, el cual incrementa las pérdidas del sistema.

### 10.2.3 Relaciones Básicas y Métodos de Control

La figura 10.7(a) muestra la conexión entre las terminales de C-A de un inversor tipo fuente de voltaje como el que se ilustra en la figura 10.2(a) y los devanados de estator de un motor de

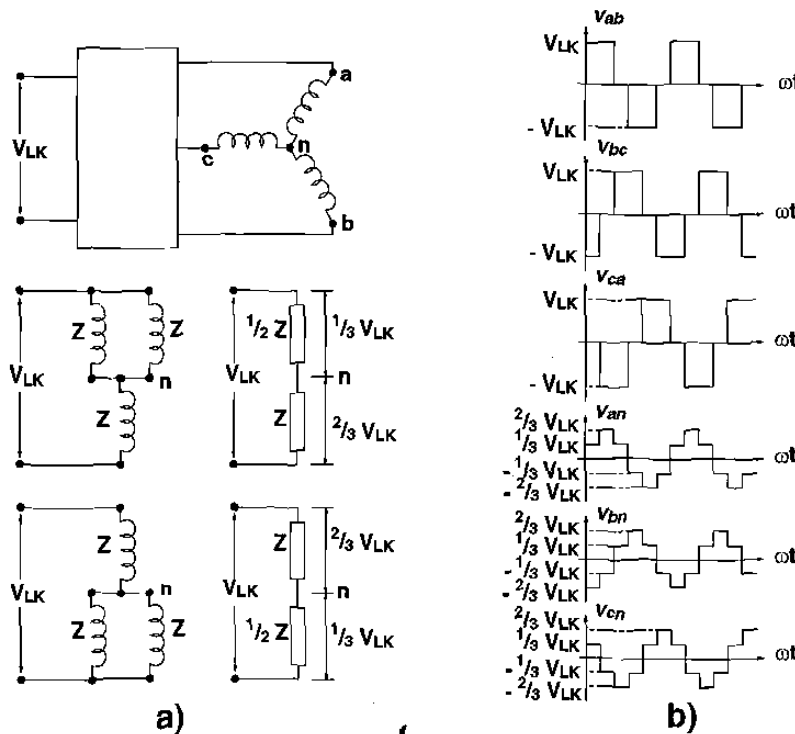


Figura 10.7 Motor con Estator en Estrella Conectado a un Inversor. (a) Circuito, (b) Formas de Onda de Voltaje Línea a Línea y Línea a Neutro.

inducción conectados en estrella. Las formas de onda de los voltajes de línea a línea y de línea a neutro se muestran en la figura 10.7(b).

El voltaje línea a neutro de las tres fases del motor puede ser descrito por la serie de Fourier:

$$v_f = (8/3\pi)V_{LK} [.7500\text{sen}\omega t + .1500\text{sen}5\omega t + .1071\text{sen}7\omega t + \dots] \quad (10.4)$$

Partiendo de las formas de onda para cada fase de la figura 10.7:  $v_{an}$ ,  $v_{bn}$  y  $v_{cn}$ ; el valor eficaz del voltaje por fase  $V_{f(rms)}$  es:

$$V_{f(rms)} = 0.471 V_{LK} \quad (10.5)$$

y de la ecuación 10.4, el valor eficaz de la componente fundamental de  $v_f$  es:

$$V_{f1(rms)} = (8/3\pi) V_{LK} [0.7500 / 1.41] = 0.4502 V_{LK} \quad (10.6)$$

### 10.3 FLUJO EN EL ENTREHIERRO DE AMPLITUD CONSTANTE

Como se estableció en la sección 6.5.4, para que el sistema magnético del motor no se sobresature, es necesario mantener constante la razón  $V_{f(rms)} / \omega$ ; pero, como se indicó también, esta relación debe modificarse a bajas velocidades (valores bajos de  $\omega$ ), en donde el efecto de algunos componentes del circuito equivalente no es despreciable. Para que el flujo en el entrehierro se mantenga realmente constante, se requiere que se mantenga constante la relación  $E_2 / \omega$  en lugar de  $V_{f(rms)} / \omega$  como se muestra en la figura 6.4 en donde el circuito equivalente por fase del motor de inducción no está simplificado.

El circuito de la figura 6.4, considerando a  $R_c$  de valor infinito, se muestra en la figura 10.8. Para este circuito se pueden escribir las siguientes ecuaciones:

$$E_2 / \omega = k \quad (10.7)$$

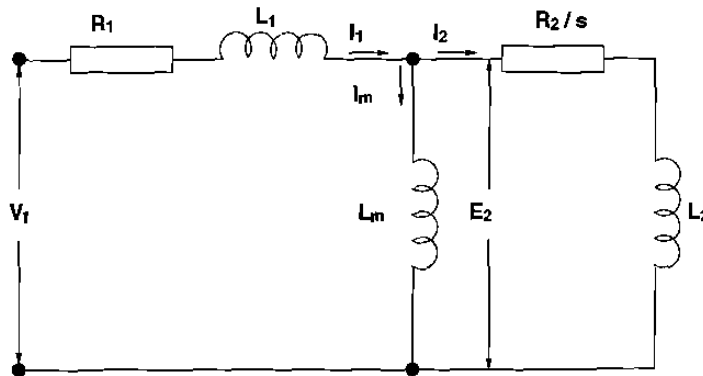
$$\bar{Z}_2 = [R_2 / s] + j\omega L_2 \quad (10.8)$$

$$I_2 = E_2 / Z_2 \quad (10.9)$$

y si las pérdidas por fricción y viento son despreciables, la potencia de salida es:

$$P_m = \omega_m T_L = [3(1 - s) / s] R_2 (I_2)^2 \quad (10.10)$$

CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE  
INDUCCIÓN A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES



**Figura 10.8 Circuito Equivalente por Fase para un Motor de Inducción, Considerando a  $R_c$  de Valor Infinito.**

De estas ecuaciones puede obtenerse una relación entre  $T_L$  y  $\omega_m$  para un valor dado de  $\omega$ . Por tanto:

$$I_2 = k \omega / Z_2 \quad (10.11)$$

$$\omega_m T_L = [3(1-s)/s] R_2 (k \omega / Z_2)^2 \quad (10.12)$$

de donde, al substituir  $s = [\omega - (p/2)\omega_m] / \omega$  y despejar  $T_L$  se obtiene:

$$T_L = \frac{3R_2 k^2 [\omega - (p/2)\omega_m]}{(R_2)^2 + \{[\omega - (p/2)\omega_m] L_2\}^2} \quad (10.13)$$

### Ejemplo 10.1

Para un motor de inducción trifásico, jaula de ardilla, de **25 hp (18.6 kW), 460 V, 60 Hz, 3515 rpm y 2 polos**; cuyo circuito equivalente es igual al de la figura 10.8 con los siguientes valores:

$$R_1 = 0.299 \Omega$$

$$R_2 = 0.201 \Omega$$

$$L_1 = 1.23 \text{ mH}$$

$$L_2 = 2.40 \text{ mH}$$

$$L_m = 82.8 \text{ mH}$$

Grafique  $V_{T1}$ ,  $\omega$  y  $s$  en función de la velocidad  $n$  para operación durante el motorizado. Considere que las pérdidas por fricción y viento son despreciables, así como su efecto sobre todas las armónicas de corriente. Los límites permisibles para el par de motorizado y frenado están sujetos a las siguientes condiciones:

- a).- El voltaje en terminales del motor no debe exceder a **460 V** de línea a línea
- b).- La corriente de línea del motor no debe exceder a **35 A**

X

CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE  
INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES

- c).- La razón  $E_{21} / \omega$  ( $E_{21}$  = armónica fundamental de  $E_2$ ) debe mantenerse igual a la razón  $E_2 / \omega$  para condiciones nominales de operación.  
d).- La velocidad límite para frenado regenerativo debe ser de **500 rpm**.

Solución

Debe determinarse la relación  $E_2 / \omega$  para condiciones nominales de operación:

$$\omega_s = 120 f / p = 120(60) / 2 = 3600 \text{ rpm}$$

$$s = [3600 - 3515] / 3600 = 0.02361$$

De la ecuación 10.10:

$$P_m = [3(1 - s) / s] R_2 (I_2)^2 = [3(1 - 0.02361) / 0.02361] 0.201 (I_2)^2 = 18,600 \text{ W}$$

de donde:

$$I_2 = 27.35 \text{ A}$$

$$\bar{Z}_2 = [R_2 / s] + j\omega L_2 = [0.201 / 0.02361] + j120\pi(2.4 \times 10^{-3}) = 8.561 \angle 6.07^\circ \Omega$$

$$E_2 = Z_2 I_2 = 8.561 (27.35) = 234.1 \text{ V}$$

$$E_2 / \omega = 234.1 / 120 \pi = 0.6210 \text{ V s / rad (Tesla)}$$

Bajo los límites establecidos en este problema, incisos a), b), c) y d):

$$I_{m1} = E_{21} / \omega L_a = (0.6210) / (0.0828) = 7.500 \text{ A}$$

Para un valor dado de velocidad  $n$ , suponga un valor de deslizamiento  $s$  y entonces determine:

$$\omega_m = n 2\pi / 60 \text{ rad / s}$$

$$\omega = (p / 2) [ \omega_m / (1 - s) ] \text{ rad / s}$$

$$E_{21} = 0.6210 \omega$$

$$\bar{Z}_2 = [0.201 / s] + j\omega(2.4 \times 10^{-3})$$

CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES

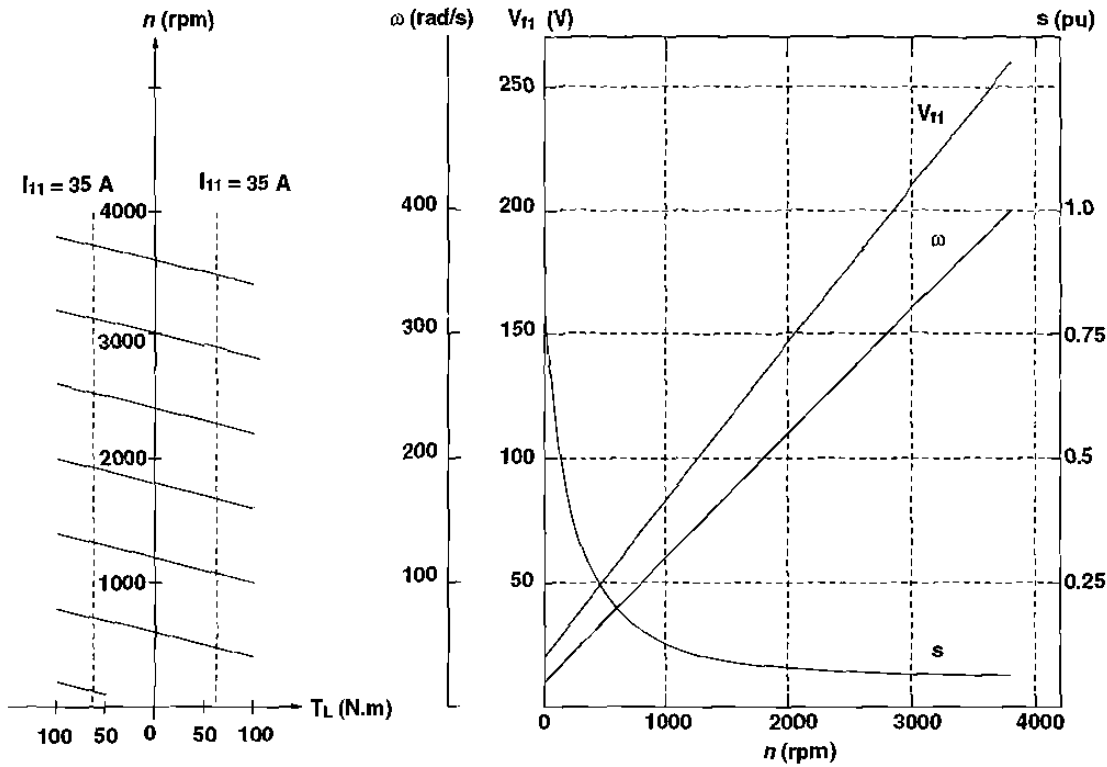


Figura 10.9 Curvas de Respuesta para el Ejemplo 10.1. a) Característica Par-Velocidad (Motor con  $E_m / \omega = \text{constante}$ ) y b) Curvas  $V_{t1}$ ,  $\omega$  y  $s$  en Función de la Velocidad  $n$

$$\bar{I}_{21} = \bar{E}_{21} / \bar{Z}_2 \quad \text{y haciendo: } \bar{E}_{21} = E_{21} \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\text{Entonces: } \bar{I}_{m1} = -j 7.500 \text{ A} \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_{m1}$$

si:  $I_1 \neq 35$  A. Modifique el valor de  $s$  hasta que lo sea, Entonces:

$$\bar{Z}_1 = 0.299 + j\omega(1.23 \times 10^{-3}) \quad \text{y } \bar{V}_{t1} = \bar{E}_{21} + \bar{Z}_1 \bar{I}_{11}$$

si:  $V_{t1} > 265.6$  V. Modifique el valor de  $n$  y empiece de nuevo. Cuando  $I_{11} = 35$  A y  $V_{t1} \leq 265.6$  V

$$P_o = P_m = [3(1 - s) / s] R_2 (I_{21})^2 = 0.603[(1 - s) / s] (I_{21})^2 \Omega \quad \text{y} \quad T_L = P_m / \omega_m \text{ N.m}$$

Las gráficas en la figuras 10.9 a) y b) se obtuvieron con el procedimiento precedente. Como era de esperarse, para una corriente de línea constante, el par de acoplamiento del motor es virtualmente constante a través de todo el rango de velocidades de motorización y de regeneración.

Si el accionamiento fuera requerido para operar desde bajas velocidades, es posible arrancar el motor con el inversor. Para este método debe imponerse un límite en la corriente de línea para proteger los tiristores.

### Ejemplo 10.2

La mínima frecuencia de salida del inversor en el sistema del ejemplo 10.1 es de **5 Hz**. Si el motor va a ser arrancado desde el reposo a esta frecuencia y el límite de la corriente de línea se mantiene en **35 A**, determine el valor permisible del voltaje de la armónica fundamental en terminales del motor  $V_{f1}$  y el par de arranque desarrollado  $T_{arranque}$ .

### Solución

En el reposo:

$$\bar{Z}_2 = 0.201 + j(2\pi)(5)(2.40 \times 10^{-3}) = 0.201 + j0.0754 = 0.2147 \angle 20.56^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_m = j(2\pi)(5)(82.8 \times 10^{-3}) = 2.601 \angle 90^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_1 = 0.299 + j(2\pi)(5)(1.23 \times 10^{-3}) = 0.299 + j0.03864 = 0.3015 \angle 7.36^\circ \Omega$$

La impedancia en el motor es entonces:

$$\bar{Z} = \bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_m}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_m} = 0.299 + j0.03864 + \frac{(0.2147 \angle 20.56^\circ)(2.601 \angle 90^\circ)}{2.684 \angle 85.71^\circ}$$

$$\bar{Z} = 0.5038 \angle 14.49^\circ \Omega$$

$$V_{f1} = (0.5038)(35) = 17.63 \text{ V}$$

$$I_{21} = \left| \frac{\bar{Z}_m}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_m} \right| I_{11} = \frac{2.601}{2.684} (35) = 33.92 \text{ A}$$

$$3P_m = 3 (0.201)(33.92)^2 = 693.7 \text{ W} \quad \text{y para un motor de dos polos:}$$

$$T_L = 693.7 / 2\pi(5) = 22.08 \text{ N} \cdot \text{m}$$



### 10.3.1 Características Aproximadas del Par y la Velocidad

Si se supone que las características, hasta la frecuencia base  $\omega_b$ , en la figura 10.9(a) son líneas rectas que intersectan el eje vertical en  $(2/p)(\omega/\omega_b)$ ; es posible determinar por un método simple el voltaje de fuente requerido a una velocidad dada así como el par de carga. Este método, sin embargo, no debe usarse para pares de carga alejados del rango  $-T_{\text{nominal}} < T_L < T_{\text{nominal}}$  o para bajas velocidades del motor.

Partiendo de que:

$$\omega_r = \omega - (p/2)\omega_m \quad \text{rad/s} \quad (10.14)$$

entonces:

$$\frac{2}{p} \frac{\omega_r}{\omega_b} = \frac{2}{p} \frac{\omega}{\omega_b} - \frac{\omega_m}{\omega_b} \quad (10.15)$$

Cuando la velocidad angular del motor es  $\omega_{m(\text{nominal})}$  rad/s. Entonces:

$$\frac{2}{p} \frac{\omega_r}{\omega_b} = \frac{2}{p} \frac{\omega}{\omega_b} - \frac{\omega_{m(\text{nominal})}}{\omega_b} \quad (10.16)$$

A la frecuencia base, cuando  $\omega = (p/2)\omega_b$ , la intersección con la línea vertical  $T_L = T_{\text{nominal}}$  puede calcularse y representarse por  $K$ . Entonces:

$$K = \frac{2}{p} \frac{\omega_r}{\omega_b} = 1 - \frac{\omega_{m(\text{nominal})}}{\omega_b} \quad (10.17)$$

Así cuando se desarrolla el par nominal:

$$K = \frac{2}{p} \frac{\omega}{\omega_b} - \frac{\omega_m}{\omega_b} \quad (10.18)$$

y para cualquier otro par  $T_L \neq T_{\text{nominal}}$ :

$$\frac{T_L}{T_{\text{nominal}}} K = \frac{2}{p} \frac{\omega}{\omega_b} - \frac{\omega_m}{\omega_b} \quad (10.19)$$

Ejemplo 10.3

Un motor de inducción jaula de ardilla, trifásico, de **6 polos, 460 V, 60 Hz, 50 hp (37.3 kW)** y **1180 rpm** acciona una carga que demanda un par constante de **275 N . m** sobre un rango de velocidad de **150 ≤ n ≤ 1150 rpm**. Los parámetros del circuito equivalente a **60 Hz** son:

$$R_1 = 0.191 \, \Omega$$

$$\omega L_1 = 0.753 \, \Omega$$

$$R_2 = 0.0707 \, \Omega$$

$$\omega L_2 = 0.377 \, \Omega$$

$$\omega L_m = 16.7 \, \Omega$$

$$R_c \rightarrow \infty$$

El motor es accionado por un inversor que está alimentado por una fuente de potencial controlable.

Determine los valores del deslizamiento en el motor **s**, la corriente fundamental de entrada **I<sub>11</sub>** y el voltaje de entrada al inversor **V<sub>LK</sub>**; para una velocidad **n** de **650 rpm**.

Solución

$$\omega_b = 120 f / p = (120)(60) / 6 = 1200 \text{ rpm} = 1200 (2\pi / 60) = 40\pi \text{ rad / s}$$

$$K = 1 - [1180 / 1200] = 0.01667$$

$$T_{\text{nominal}} = [(50)(746)] / [(1180)(2\pi / 60)] = 301.9 \text{ N . m}$$

$$\frac{T_L}{T_{\text{nominal}}} K = \frac{2}{p} \frac{\omega}{\omega_b} - \frac{\omega_m}{\omega_b} = \frac{275}{301.9} 0.01667 = \frac{2}{6} \frac{\omega}{40\pi} - \frac{\omega_m}{40\pi}$$

$$\omega = 5.724 + 3\omega_m$$

Para una velocidad de 650 rpm:  $\omega_m = (650)(2\pi / 60) = 68.07 \text{ rad / s}$  así que:

$$\omega = 5.724 + 3(68.07) = 209.9 \text{ rad / s} \quad \text{de donde:}$$

$$s = [\omega - (p / 2)\omega_m] / \omega = [209.9 - 3(68.07)] / 209.9 = 0.027 \quad \text{y:}$$

$$P_m = T_L \omega_m = [3(1 - s) / s] R_2 (I_{21})^2 = 275(68.7) = [3(1 - 0.027)] / 0.027 [0.0707(I_{21})^2]$$

De lo cual:

$$I_{21} = 49.74 \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{21} = \frac{-0.0707}{0.027} + j0.377 \frac{209.9}{2\pi(60)} = 2.593 + j0.2099 = 2.601 \angle 4.63^\circ \Omega$$

$$E_{21} = 2.601(49.74) = 129.4 \text{ V} \quad \text{De donde: } \bar{E}_{21} = 129.4 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{Z}_{m1} = j16.9 \frac{209.9}{2\pi(60)} = 9.41 \angle 90^\circ \Omega \quad \bar{I}_{m1} = -j \frac{129.4}{9.41} = 13.75 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{11} = 49.74 \angle -4.63^\circ + 13.75 \angle -90^\circ = 49.57 - j17.77 = 52.67 \angle -19.72^\circ \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{11} = 0.191 + j0.753 \frac{209.9}{2\pi(60)} = 0.191 + j0.4192 = 0.4607 \angle 65.50^\circ \Omega$$

$$\bar{V}_{f1} = 129.7 \angle 0^\circ + (0.4607 \angle 65.50^\circ)(52.67 \angle -19.72^\circ) = 146.6 - j17.38 = 147.6 \angle 6.76^\circ \text{ V}$$

$$\text{Entonces, de la ecuación 10.6} \quad V_{LK} = 147.6 / 0.4502 = 327.9 \text{ V}$$

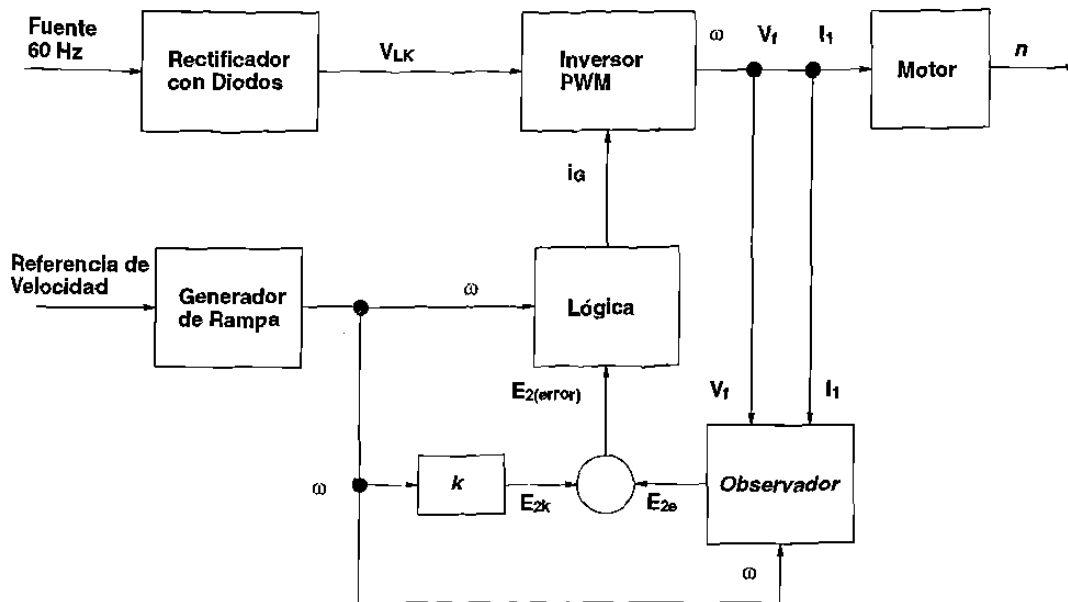
### 10.3.2 Sistemas de Control para Densidad de Flujo Constante en el Entrehierro

Si debe mantenerse constante la relación  $E_{21} / \omega$ , se requiere un lazo de retroalimentación. La figura 10.10 ilustra el principio básico de un sistema de control para este propósito.

El voltaje electromotriz  $E_2$  no se puede medir directamente. Afortunadamente, la densidad del flujo en el entrehierro sí puede medirse y puede usarse una señal de retroalimentación de este valor y, con ella, es fácilmente simulado y retroalimentado el valor de  $E_2$ . Lo anterior puede llevarse a cabo por medio de un circuito análogo al circuito equivalente para el cual se aplican  $V_f$ ,  $I_1$ ,  $\omega$  y  $s$ . El generador de función requerido u *observador* en la figura 10.10 produce una señal  $E_{2e}$ , que corresponde al voltaje electromotriz existente del motor. Así, mientras la referencia de velocidad determina la frecuencia de salida del inversor PWM, el error de voltaje electromotriz determina la diferencia de potencial a la salida del mismo.

En lo que a la velocidad respecta, el sistema en la figura 10.10 es de lazo abierto. Un control para regular la velocidad requerirá otra señal de retroalimentación correspondiente a  $n$ , la cual, después de compararse con la referencia de velocidad, proporcionará una señal de error a la entrada del circuito de lógica para  $\omega$ . Un lazo retroalimentado de límite de corriente también podría requerirse. Este actuaría para reducir el par disponible para aceleración del sistema, debido a que podría ser

## CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES



### 10.10 Sistema de Control para Densidad de Flujo Constante en el Entrehierro.

diseñado de tal manera que el límite de corriente no se alcance durante la operación en estado estable. Entonces, el límite reduciría la razón de incremento de  $\omega$ . Una corriente excesiva en estado estable llevaría el motor a bloqueo y podría usarse para protección.

El rectificador con diodos de la figura 10.10 producirá un alto factor de potencia en el sistema, pero el inversor PWM tendrá grandes pérdidas por la conmutación y la eficiencia general del sistema será substancialmente menor que la del motor. Si se utilizaran un rectificador controlado (*convertidor de fase controlada*) y un inversor sin PWM, las pérdidas por conmutación se reducirían, pero el factor de potencia del sistema sería muy bajo a bajas velocidades.

El sistema en la figura 10.10, como está actualmente, no provee frenado regenerativo. Si fuera necesario, el rectificador con diodos podría remplazarse por un convertidor dual que no ejerciera control sobre  $V_{LK}$ . Los tiristores en uno de los rectificadores controlados simplemente se apagarían tan pronto como los del otro se enciendan completamente. Entonces se tendría, efectivamente, un *rectificador* para la transferencia de energía en la dirección positiva y un *inversor conmutado por línea* para la transferencia de la energía regenerativa de regreso a la fuente de alimentación de 60 Hz. Si los rectificadores fueran remplazados por un potencial de C-D fijo el sistema de C-D con regeneración requeriría de un convertidor de C-D a C-D tipo C (troceador de tipo C) y no sería necesario la modulación de ancho de pulso (PWM).

## 10.4 OPERACION CON CAMPO DEBIL

En muchos accionamientos, la frecuencia del inversor puede seguir incrementándose después que el voltaje en terminales ha alcanzado el valor nominal y se mantiene en él. La operación

en estas condiciones produce una familia de características par - velocidad como las que se muestran sobre la velocidad base en la figura 6.13. Este rango de operación se usa, típicamente, para accionamientos de transporte, en donde el par desarrollado por el motor se usa principalmente en acelerar la masa del vehículo en vez de igualar alguna condición de estado estable o alguna característica par - velocidad de la carga. La respuesta de los sistemas de accionamiento para transporte a cambios en la referencia de velocidad es tan lenta que la operación a cualquier velocidad puede considerarse en *cuasi - estado estable*.

Una vez que se ha alcanzado el voltaje nominal entre terminales, se abandona la relación constante  $E_{21} / \omega$  y se sigue incrementando  $\omega$  mientras que  $V_{f1}$  se mantiene fijo. A consecuencia de ello, disminuye la corriente de magnetización  $I_m$  y la amplitud del flujo en el entrehierro se reduce, el cual, en analogía con una máquina de C-D, se llama *campo débil*. Se sigue aplicando el límite de corriente, pero a consecuencia de la debilidad del campo, el par desarrollado por ampere disminuye con el incremento de  $\omega$ . Debido a que la condición establecida en la ecuación 10.7 ya no se aplica, no es posible derivar una relación par - velocidad similar a la de la ecuación 10.13, entonces, deben usarse un métodos numéricos simples para predecir la operación del sistema.

### Ejemplo 10.4

El sistema del ejemplo 10.1 será operado a una velocidad de **5000 rpm** incrementando  $\omega$  mientras  $V_{f1}$  se mantiene constante al valor nominal línea a neutro del motor. La corriente de línea se mantiene constante a **35 A**

Usando las suposiciones hechas en el ejemplo 10.1 y el circuito equivalente en la figura 10.8, establezca un método para determinar los límites de par permisibles para motorizado y frenado bajo estas condiciones.

### Solución

Elija un valor de  $n$ :  $\omega_m = (2\pi / 60) n \text{ rad / s}$

Suponga el deslizamiento  $s$ :  $\omega = \omega_m / (1 - s) \text{ rad / s}$

La impedancia en el rotor es:  $\bar{Z}_2 = 0.201 / s + j2.4 \times 10^{-3} \omega \Omega$

La impedancia de magnetización es:  $\bar{Z}_m = j82.8 \times 10^{-3} \omega \Omega$

La impedancia en el estator es:  $\bar{Z}_1 = 0.299 + j1.23 \times 10^{-3} \omega \Omega$

La impedancia en el motor es: 
$$\bar{Z} = \bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_m}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_m} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_{2m} = \bar{Z} \angle \bar{Z}^\circ \Omega$$

X

CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES

La primera armónica calculada es:  $V_{f1C} = 35 \text{ (Z) V}$

Si:  $V_{f1C} \neq 265.6 \text{ V}$

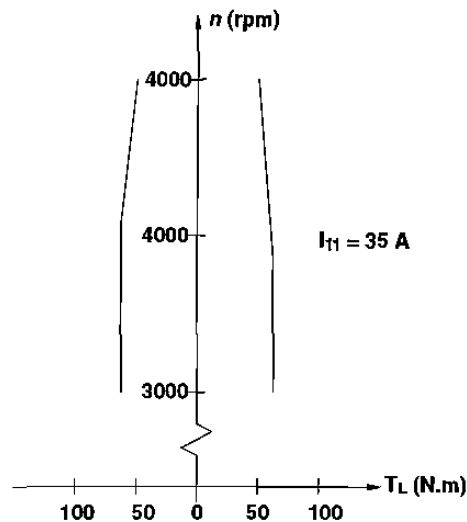
modifique el valor elegido para  $s$  y recalculé. Cuando  $V_{f1C} = 265.6 \text{ V}$

$$I_{21} = \left| \frac{\bar{Z}_m}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_m} \right| \times 35 \text{ A}$$

$$P_m = (3 \times 0.201)[(1 - s) / s](I_{21})^2$$

$$T_L = P_m / \omega_m$$

Las curvas obtenidas por el procedimiento precedente se muestran en la figura 10.11, que unidas a las líneas verticales mostradas en la figura 10.9 a) constituyen el área del plano  $n - T_L$  que puede usarse si la corriente de línea es **35 A** y la velocidad no excede a **5000 rpm**.



10.11 Límites de Par Permitidos para el Ejemplo 10.4.

Existe un límite más allá del cual la operación con campo débil a corriente de línea constante no puede efectuarse. Conforme el campo se debilita, el par de ruptura del motor decrece y el punto de operación del motor sobre la característica par - velocidad se acerca al punto de ruptura conforme la velocidad se incrementa. Cuando los dos puntos coinciden, la corriente de línea y el par desarrollado deben reducirse para que el motor no se atasque. Las secciones curvadas (sobre la

velocidad base) en la figura 10.11 deben terminarse en una curva limitadora, tan importante como la envolvente sobre la velocidad base en la figura 6.13.

Como una guía aproximada para determinar el límite de operación con campo débil puede asumirse que, con la corriente de línea en el valor nominal, la razón entre la máxima velocidad permisible y la velocidad nominal es igual a la razón entre el par de ruptura y el par nominal. A bajas corrientes, se permite una velocidad mayor. En aplicaciones de tracción, es común que se usen razones del orden de cuatro a una, dado que el par requerido a la velocidad tope es mucho menor que el requerido en la etapa inicial de aceleración.

## 10.5 SISTEMA DE CONTROL PARA CAMPO DEBIL

Cuando la diferencia de potencial de la componente fundamental del motor  $V_{f1}$  alcanza el valor nominal de  $V_f$ , el sistema mostrado en la figura 10.10 debe modificarse para operar con  $V_f$  fijo. La figura 10.12 muestra una modificación posible obtenida de una operación de switcheo inicializada por  $V_f$ . En esta operación existe el peligro de una oscilación repentina causada por la aplicación de dos nuevas señales al punto de suma que alimenta la señal de entrada al circuito de lógica del inversor PWM. Sin embargo, las oscilaciones pueden evitarse si se incluye un *generador de función rampa*.

Como en el caso anterior, no existe un lazo retroalimentado de velocidad, es decir la velocidad se controla en lazo abierto y, en este caso, tampoco existe un lazo de límite de corriente. Una corriente excesiva en el estado estable no necesariamente atascará el motor y si el exceso no es muy grande, éste podría simplemente mover hacia abajo el punto de operación en la parte curvada de la característica mostrada en la figura 10.11.

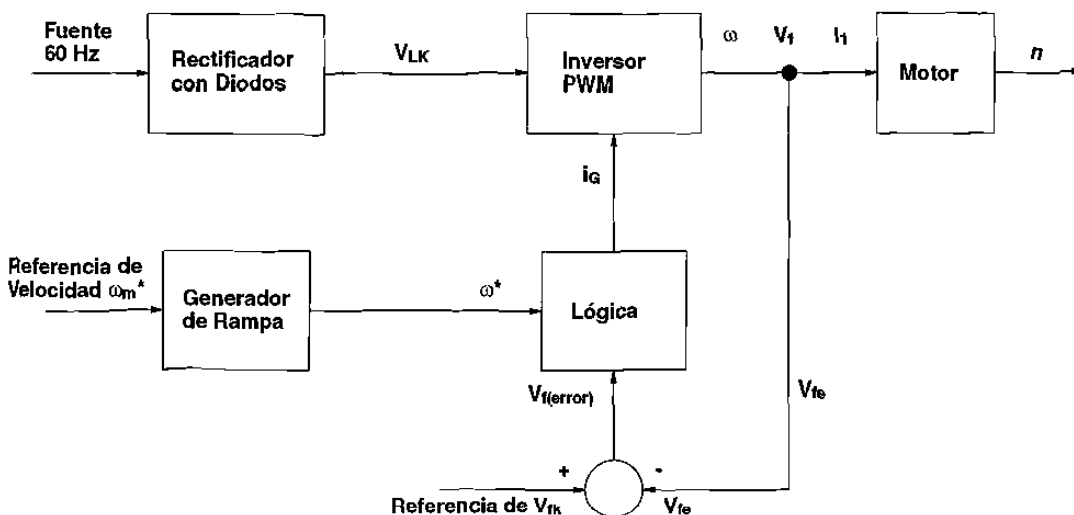


Figura 10.12 Sistema de Control para Operación con Campo Débil

## 10.6 RELACION VOLTAJE A FRECUENCIA CONSTANTE

El sistema de control de la figura 10.10 es relativamente complicado debido a la necesidad de simular la magnitud de  $E_2$  en el motor; más aún, se requiere de un transductor de velocidad muy preciso para proporcionar un valor suficientemente exacto del deslizamiento para la simulación. Si se acepta mantener constante la relación  $V_f / \omega$  en lugar de  $E_2 / \omega$ , el sistema de control se simplifica y puede reducirse al que se muestra en la figura 10.13 o algún arreglo equivalente. La referencia de velocidad, en el sistema de la figura 10.13, hace que el circuito de lógica del inversor genere una frecuencia de salida  $\omega$ , la cual, multiplicada por una constante  $k$ , produce una señal  $V_{fk}$ , que corresponde con el voltaje que debe aplicarse al motor. Esta señal se compara con  $V_{fe}$ , que corresponde con el voltaje que efectivamente aparece en el motor. La diferencia es el error  $V_{f(error)}$  que se aplica al rectificador controlado para modificar el voltaje de enlace  $V_{LK}$  como se requiera.

La principal desventaja de este sistema es que, a baja velocidad, hay un debilitamiento del campo debido a la caída de voltaje en la resistencia de estator  $R_1$ , también llamada resistencia de fuga, consecuentemente el par por ampere del motor se reduce. Típicamente este efecto llega a ser significativo cerca de un tercio de la velocidad nominal del motor y, en el arranque, el par desarrollado se reduce a cerca de la mitad del nominal cuando el motor toma la corriente nominal. Este sistema, no obstante, es útil para accionamientos con bajo par de arranque en los que se requiere controlar un rango de velocidad estrecho por debajo de la velocidad nominal. Los accionamientos para bombas y ventiladores se pueden controlar con este tipo de sistemas.

El sistema en la figura 10.13 es eficiente debido a que las pérdidas por conmutación en el inversor son bajas y en el rectificador controlado son casi inexistentes. El bajo factor de potencia que introduce el rectificador controlado en las terminales de C-A y la baja eficiencia del motor a

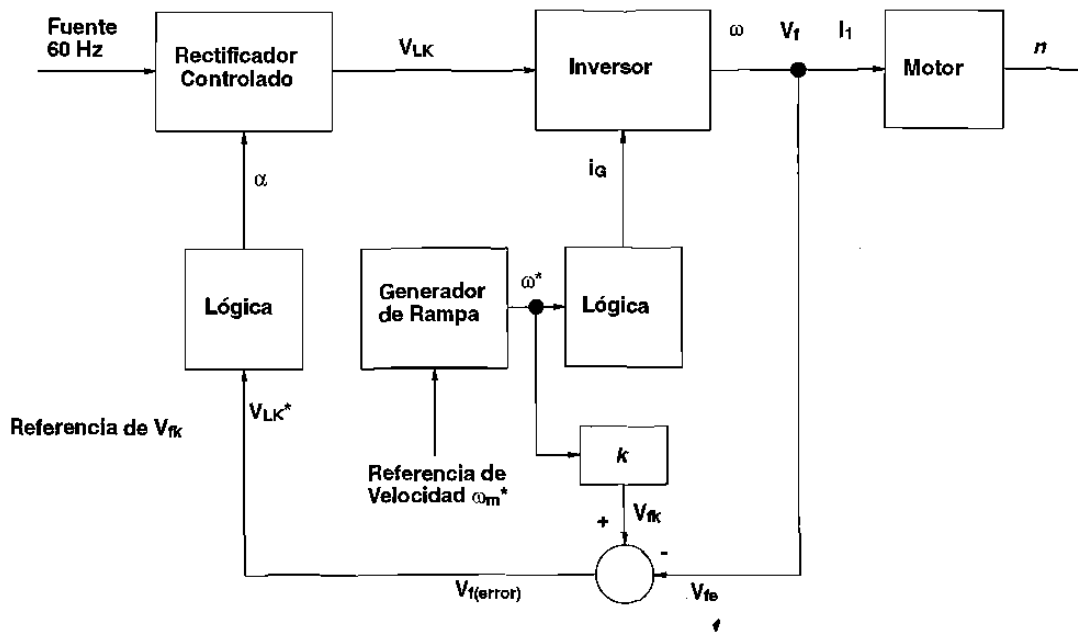


Figura 10.13 Sistema de Control que Mantiene la Relación  $V_f / \omega$  Constante.



bajas velocidades no son importantes si el accionamiento no opera continuamente a velocidades por abajo de la mitad de la velocidad nominal. El sistema no es satisfactorio en aplicaciones en donde se demanden rápidos cambios de velocidad debido a la lenta respuesta del rectificador controlado y, eventualmente, podría requerirse un convertidor dual para frenado regenerativo. Si se necesitaran rápidos cambios de velocidad, se deberán usar un rectificador con diodos y un inversor con modulación de ancho de pulso (PWM); en este caso, se incrementarían las pérdidas por conmutación, aunque el factor de potencia del sistema se elevará a altas velocidades. El sistema de la figura 10.13 es lazo abierto en lo que a velocidad concierne. Si el motor va a arrancarse desde el reposo por el inversor, se requerirá un generador de rampa para determinar y controlar el incremento de velocidad.

### 10.6.1 Control Retroalimentado con la Razón Volts / Hertz Constante

Un sistema en donde se controla la velocidad de un motor de inducción en lazo cerrado se muestra en la figura 10.14. La señal de control del regulador en cascada velocidad - corriente, controla la frecuencia del inversor  $\omega$ , así como la señal de voltaje a través de una ganancia proporcional  $k$ . Para contrarrestar el efecto de la resistencia del estator a bajas frecuencias, se agrega un voltaje constante de compensación (*offset*)  $V_o$  a la referencia de voltaje. Si se controla constante la relación Volts / Hertz, se mantiene aproximadamente constante el flujo en el entrehierro. Si se aplica una referencia de velocidad  $\omega_m^*$  en escalón, el motor acelera a par constante por medio del control de límite de corriente hasta que se alcanza el estado estable y la corriente  $I_1$  cae al valor determinado por la carga. Si  $\omega_m$  excede la velocidad base del motor, la frecuencia del inversor se incrementa, pero el voltaje entregado por el rectificador controlado  $V_{LK}$  permanece al máximo valor,

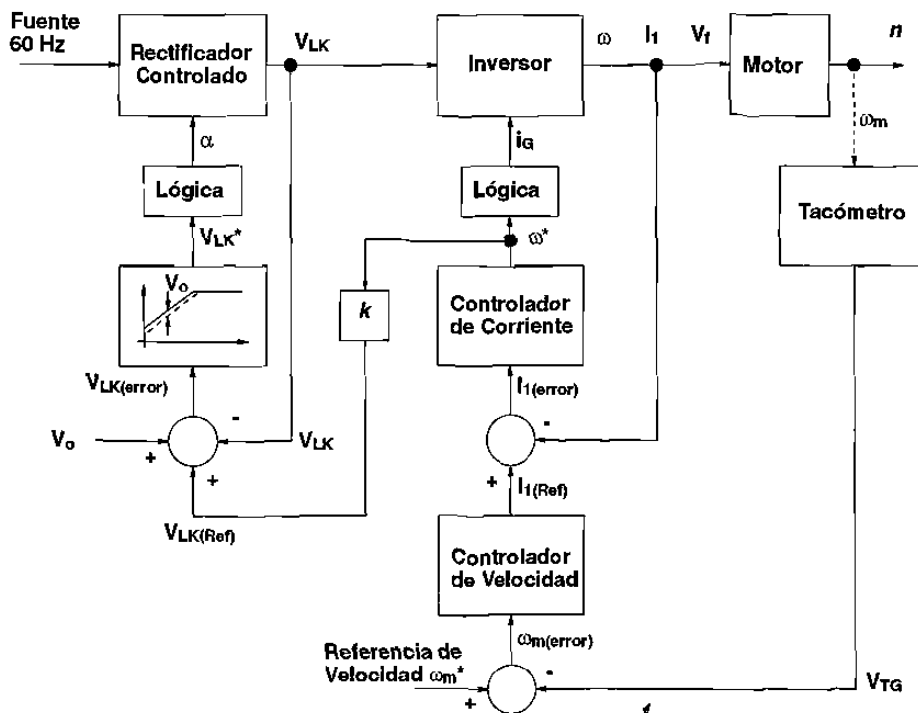
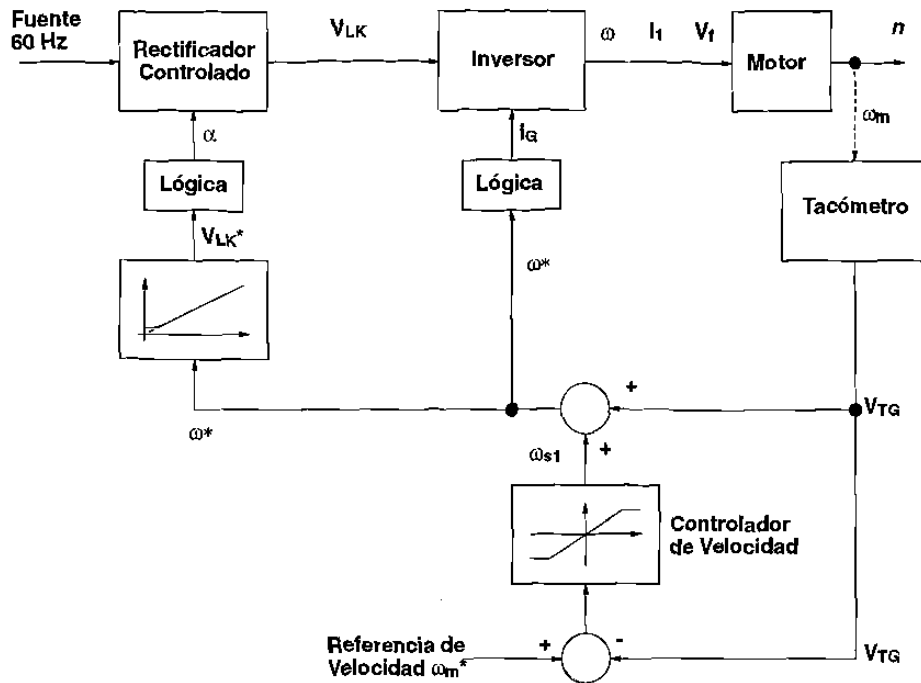


Figura 10.14 Control de Velocidad Retroalimentado con la Razón Volts / Hertz Constante y Límite de Corriente.

## CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES



**Figura 10.15 Control de Velocidad con Razón Volts / Hertz Constante y Regulación del Deslizamiento.**

debido a la característica de saturación presente en el bloque previo a la lógica de disparo. Cuando esto ocurre, se dice que el motor entra en la región de campo débil o potencia constante.

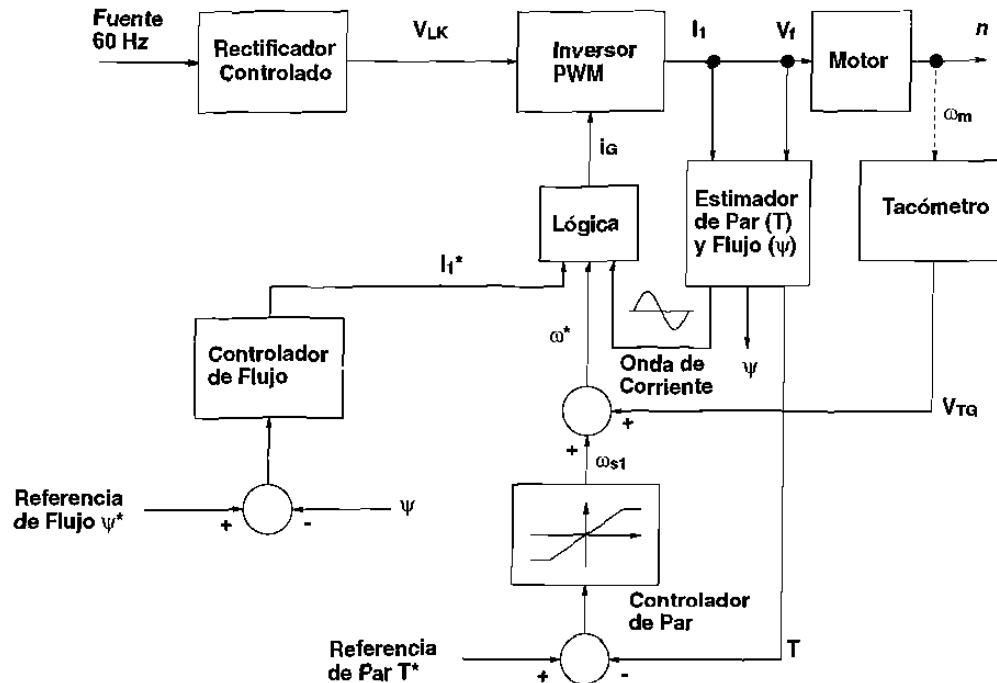
### 10.6.2 Razón Volts / Hertz Constante con Regulación del Deslizamiento

Un diagrama de bloques de un control Volts / Hertz constante con regulación del deslizamiento se muestra en la figura 10.15. La frecuencia de deslizamiento  $\omega_{s1}$ , la cual es proporcional al par, se regula por medio de la salida del controlador del lazo de velocidad. La señal  $\omega_{s1}$  se añade a la señal de velocidad  $\omega_m$  para generar la frecuencia del inversor  $\omega$ . La señal de voltaje  $V_f$  se controla a partir de la frecuencia del inversor  $\omega$  a través de un generador de función. El sistema de accionamiento acelera con un valor de deslizamiento sujetado o limitado por la saturación del controlador de velocidad, dicho valor puede corresponder con el máximo par; posteriormente, disminuye en estado estable a un valor dictado por el par de carga. Si la referencia de velocidad  $\omega_m^*$  se reduce en estado estable, el deslizamiento se hace negativo y el sistema de accionamiento entra en un modo de frenado dinámico o regenerativo; según se haya diseñado el sistema.

## 10.7 REGULACION INDEPENDIENTE DE PAR Y FLUJO

Un sistema de control en donde se controlen, en lazo cerrado, el flujo en el entrehierro y el par, como el que se muestra en la figura 10.16, tendrá características superiores a los sistemas de control discutidos con anterioridad. La salida del controlador del lazo de par genera la referencia de

CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE  
INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES



**Figura 10.16 Control Retroalimentado Independiente para el Par y el Flujo con un Motor Operando en el Modo de Control de Corriente.**

deslizamiento a la que se le añade la señal de velocidad para generar la referencia de frecuencia para el inversor  $\omega^*$ . El flujo en el entrehierro del motor  $\psi$  puede mantenerse constante como en un motor de C-D excitado por separado o programarse como función del par para optimizar la eficiencia en estado estable. La salida del controlador del lazo de flujo genera la referencia de corriente de estator  $I_1^*$ , así que el motor puede operarse continuamente en un modo de control de corriente. Se genera un grupo trifásico de ondas de corriente de referencia sinusoidales y los dispositivos de conmutación del inversor se controlan para que los perfiles de corriente reales se mantengan confinados dentro de una banda de histéresis (*control bang bang*). Así puede controlarse estrechamente el rizado de la corriente del motor con el inversor con modulación de ancho de pulso (PWM).

Las señales de retroalimentación del flujo en el entrehierro y del par pueden estimarse partiendo de las señales de voltaje  $V_f$  y corriente  $I_1$  del motor. La exactitud de la estimación determina la precisión con la que los parámetros pueden controlarse. El flujo en el entrehierro puede también medirse insertando bobinas de flujo en el entrehierro del motor.

## RESUMEN

- 1.- Controlar la velocidad de un motor de inducción a través de la frecuencia de la fuente, permite que éste tenga características Par - Velocidad parecidas a las de un motor de C-D. Para tener una fuente de frecuencia ajustable, es necesario convertir la C-A

## CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES

en C-D y nuevamente en C-A utilizando algún sistema del tipo "convertidor de C-A / C-A con enlace de C-D".

- 2.- Si un motor de inducción va a ser controlado por variación de la frecuencia de la fuente, es necesario variar también el voltaje de alimentación, para mantener constante la relación  $V_f/f$  y así mantener constante el flujo en el entrehierro. Cualquier combinación de convertidores debe cubrir este requisito básico.
- 3.- Los inversores *fuentes de voltaje* simples, tienen una razón fija entre el voltaje de entrada en la terminales de C-D y el voltaje de salida en las terminales de C-A. Así que el voltaje de C-D a la entrada de estos inversores debe ser variable, para que el voltaje de salida de C-A sea variable. Por otro lado, los inversores con modulación de ancho de pulso (PWM), entregan un voltaje de C-A variable desde un voltaje de C-D fijo. De esta diferencia surgen los distintos esquemas para obtener una señal cuya frecuencia y amplitud sean ajustables.
- 4.- Cada fase en un inversor equivale a dos troceadores, uno para cada polaridad, pero en un inversor con modulación de ancho de pulso (PWM), el voltaje de salida no está formado por una sola onda rectangular por semiciclo, sino por una sucesión de ondas rectangulares cuya duración puede variarse. Los métodos empleados para la modulación comparan un voltaje de referencia, imagen del voltaje de salida buscado, con una señal triangular simétrica cuya frecuencia es múltiplo de la frecuencia de la onda fundamental.
- 5.- Para que el flujo en el entrehierro se mantenga realmente constante, se requiere que se mantenga constante la relación  $E_2 / \omega$  en lugar de la relación  $V_{f(rms)} / \omega$ , dado que esta última debe modificarse a bajas velocidades (valores bajos de  $\omega$ ), en donde el efecto de algunos componentes del circuito equivalente no es despreciable.
- 6.- Si debe mantenerse constante la relación  $E_2 / \omega$ , se requiere un lazo de retroalimentación.  $E_2$  no se puede medir directamente, pero puede estimarse por medio de un circuito análogo al circuito equivalente llamado *observador* para el cual se aplican  $V_f$ ,  $I_f$ ,  $\omega$  y  $s$ . Así, mientras la referencia de velocidad determina la frecuencia de salida del inversor, el error de voltaje electromotriz determina la diferencia de potencial.
- 7.- En muchos accionamientos, la frecuencia del inversor puede seguir incrementándose después que el voltaje en terminales ha alcanzado el valor nominal, cuando eso ocurre, se abandona la relación constante  $E_{21} / \omega$  y se sigue incrementando  $\omega$  mientras que  $V_{ff}$  se mantiene fijo. A consecuencia de ello, disminuye la corriente de magnetización  $I_m$  y la amplitud del flujo en el entrehierro se reduce. La operación entonces se dice que se realiza en *campo débil*. Se sigue aplicando el límite de corriente, pero a consecuencia de la debilidad del campo, el par desarrollado por ampere disminuye con el incremento de  $\omega$ .
- 8.- Los sistemas de control que regulan la razón  $E_2 / \omega$ , son relativamente complicados debido a la necesidad de simular la magnitud de  $E_2$  en el motor. Si se acepta mantener constante la relación  $V_f / \omega$  en lugar de  $E_2 / \omega$ , el sistema de control se simplifica, aunque en este caso, haya una desviación a bajas velocidades. Esta desviación puede compensarse usando un voltaje de compensación o regulando el deslizamiento y generar una característica de corrección para bajas velocidades.

- 9.- Un sistema de control en donde se controlen, en lazo cerrado, el flujo en el entrehierro y el par, tendrá características superiores ya que puede regular por separado ambos parámetros. El control de par genera la referencia de frecuencia para el inversor  $\omega^*$  y el flujo en el entrehierro puede mantenerse constante como en un motor de C-D excitado por separado o programarse como función del par para optimizar la eficiencia en estado estable.

## PROBLEMAS

- 10.1.- Un motor de inducción trifásico, jaula de ardilla, de **25 hp (18.6 kW)**, **460 V, 60 Hz**, **3515 rpm** y **2 polos**; cuyo circuito equivalente es igual al de la figura 10.8 con los siguientes valores:

$$R_1 = 0.299 \, \Omega$$

$$R_2 = 0.201 \, \Omega$$

$$\omega L_1 = 1.23 \, \text{mH}$$

$$\omega L_2 = 2.40 \, \text{mH}$$

$$\omega L_m = 82.8 \, \text{mH}$$

Se alimenta por medio de un inversor fuente de voltaje y acciona un sistema mecánico cuya característica Par - Velocidad puede representarse por una recta que pasa por los puntos  $[0.85T_{\text{nominal}}, 3500]$  y  $[0.75T_{\text{nominal}}, 0]$ . La razón  $E_{m1} / \omega$  se mantiene constante sobre todo el rango de velocidad:  $0 < n < 3500 \text{ rpm}$  al valor  $E_m / \omega$  para condiciones de operación nominales. Grafique las curvas del voltaje rms de línea a neutro  $V_{f1}$ , la corriente rms fundamental de línea del motor  $I_{11R}$ , la potencia de salida del inversor  $3(V_{f1} I_{11R})$ , el deslizamiento del motor  $s$ , el factor de potencia del motor  $PF$  y la eficiencia del motor  $\eta$ . Considere que las pérdidas por fricción y viento son despreciables, así como su efecto sobre todas las armónicas de corriente excepto la fundamental.

- 10.2.- Una banda transportadora es accionada a velocidad variable por un sistema como el de la figura 10.10. La característica de la banda cargada referida al eje del motor puede describirse por:  $T_L = 425 - 0.225\omega_m \text{ N} \cdot \text{m}$ . La banda transportadora se acciona con un motor de inducción trifásico, jaula de ardilla, de **250 hp (186 kW)**, **460 V, 60 Hz**, **2 polos** y **3550 rpm**. Los parámetros del circuito equivalente, que es igual al de la figura 10.8, tiene los siguientes valores:

$$R_1 = 0.0203 \, \Omega$$

$$R_2 = 0.0127 \, \Omega$$

$$\omega L_1 = 0.0890 \, \text{mH}$$

$$\omega L_2 = 0.166 \, \text{mH}$$

$$\omega L_m = 5.70 \, \text{mH}$$

La razón  $E_{m1} / \omega$  se mantiene constante al valor  $E_m / \omega$  para condiciones de operación nominales. Las pérdidas por fricción y viento del motor son despreciables. Las armónicas de corriente excepto la fundamental pueden ignorarse. Determine la armónica fundamental del voltaje a la salida del inversor  $V_{f1}$ , la frecuencia  $\omega$  y la corriente  $I_{11}$  cuando el motor corre a

- a) 3500 rpm y
- b) 1500 rpm.

- 9.- Un sistema de control en donde se controlen, en lazo cerrado, el flujo en el entrehierro y el par, tendrá características superiores ya que puede regular por separado ambos parámetros. El control de par genera la referencia de frecuencia para el inversor  $\omega^*$  y el flujo en el entrehierro puede mantenerse constante como en un motor de C-D excitado por separado o programarse como función del par para optimizar la eficiencia en estado estable.

## PROBLEMAS

- 10.1.- Un motor de inducción trifásico, jaula de ardilla, de **25 hp (18.6 kW), 460 V, 60 Hz, 3515 rpm y 2 polos**; cuyo circuito equivalente es igual al de la figura 10.8 con los siguientes valores:

$$R_1 = 0.299 \, \Omega$$

$$R_2 = 0.201 \, \Omega$$

$$\omega L_1 = 1.23 \, \text{mH}$$

$$\omega L_2 = 2.40 \, \text{mH}$$

$$\omega L_m = 82.8 \, \text{mH}$$

Se alimenta por medio de un inversor fuente de voltaje y acciona un sistema mecánico cuya característica Par - Velocidad puede representarse por una recta que pasa por los puntos  $[0.85T_{\text{nominal}}, 3500]$  y  $[0.75T_{\text{nominal}}, 0]$ . La razón  $E_{m1} / \omega$  se mantiene constante sobre todo el rango de velocidad:  $0 < n < 3500 \text{ rpm}$  al valor  $E_m / \omega$  para condiciones de operación nominales. Grafique las curvas del voltaje rms de línea a neutro  $V_{H1}$ , la corriente rms fundamental de línea del motor  $I_{H1R}$ , la potencia de salida del inversor  $3(V_{H1} I_{H1R})$ , el deslizamiento del motor  $s$ , el factor de potencia del motor  $PF$  y la eficiencia del motor  $\eta$ . Considere que las pérdidas por fricción y viento son despreciables, así como su efecto sobre todas las armónicas de corriente excepto la fundamental.

- 10.2.- Una banda transportadora es accionada a velocidad variable por un sistema como el de la figura 10.10. La característica de la banda cargada referida al eje del motor puede describirse por:  $T_L = 425 - 0.225\omega_m \text{ N} \cdot \text{m}$ . La banda transportadora se acciona con un motor de inducción trifásico, jaula de ardilla, de **250 hp (186 kW), 460 V, 60 Hz, 2 polos y 3550 rpm**. Los parámetros del circuito equivalente, que es igual al de la figura 10.8, tiene los siguientes valores:

$$R_1 = 0.0203 \, \Omega$$

$$R_2 = 0.0127 \, \Omega$$

$$\omega L_1 = 0.0890 \, \text{mH}$$

$$\omega L_2 = 0.166 \, \text{mH}$$

$$\omega L_m = 5.70 \, \text{mH}$$

La razón  $E_{m1} / \omega$  se mantiene constante al valor  $E_m / \omega$  para condiciones de operación nominales. Las pérdidas por fricción y viento del motor son despreciables. Las armónicas de corriente excepto la fundamental pueden ignorarse. Determine la armónica fundamental del voltaje a la salida del inversor  $V_{H1}$ , la frecuencia  $\omega$  y la corriente  $I_{H1}$  cuando el motor corre a

- a) 3500 rpm y
- b) 1500 rpm.

CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE  
INDUCCION A FRECUENCIA Y VOLTAJE VARIABLES

10.3.- Un motor de inducción trifásico, jaula de ardilla, de **50 hp (37.3 kW)**, **460 V, 60 Hz**, **1770 rpm** y **4 polos**; cuyo circuito equivalente es igual al de la figura 10.8 con los siguientes valores:

$$R_1 = 0.130 \, \Omega$$

$$R_2 = 0.0764 \, \Omega$$

$$\omega L_1 = 1.03 \, \text{mH}$$

$$\omega L_2 = 1.91 \, \text{mH}$$

$$\omega L_m = 36.9 \, \text{mH}$$

Se acciona a velocidad variable por un sistema como el que se muestra en la figura 10.1(a). La razón  $E_{m1} / \omega$  se mantiene constante al valor  $E_m / \omega$  para condiciones de operación nominales. El convertidor se supone ideal. Sólo debe considerarse la componente fundamental de cualquier corriente y el voltaje de entrada al inversor  $V_{LK}$  debe asumirse perfectamente alisado.

- a).- Si la máxima velocidad requerida es **1725 rpm** y a esa velocidad el par de carga  $T_L$  alcanza su máximo de **85 %** del valor nominal, determine el mínimo voltaje de línea a línea requerido en el sistema de C-A que alimenta al rectificador controlado.
- b).- Si el voltaje determinado en a) se redondea al valor más cercano a **50 V** (**400, 450**, etc.) y el motor corre a **900 rpm** entregando un par de carga igual al **60 %** del par nominal del motor, determine el factor de potencia de la fundamental  $PF_1$ .

---

# CAPITULO 11

---

---

## CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y CORRIENTE VARIABLES

Durante los últimos años, ha sido de amplio interés el estudio de los accionamientos con inversores controlados por corriente; debido a que cuando un motor de inducción es controlado por un inversor tipo fuente de corriente, la forma de onda de su voltaje en terminales es casi sinusoidal con picos sobrepuestos debido a la conmutación. Un inversor tipo fuente de corriente tiene una impedancia Thevenin idealmente infinita en oposición a un inversor tipo fuente de voltaje que tiene una impedancia Thevenin idealmente cero.

### 11.1 COMBINACIONES DE CONVERTIDORES

Obtener una fuente de corriente directa constante desde un sistema de distribución de potencia de C-A de potencial constante no es algo simple; deben usarse sistemas de conversión con un lazo de retroalimentación para mantener el valor deseado de corriente. La figura 11.1 muestra dos combinaciones de convertidores. El rectificador controlado (convertidor) en la figura 11.1(a) tiene la desventaja de un muy bajo factor de potencia a baja carga y la ventaja de la simplicidad dado que no requiere *conmutación forzada* en ninguno de sus componentes. La corriente de entrada al inversor se mantiene constante por medio del lazo de retroalimentación que cambia el ángulo de disparo  $\alpha$  del convertidor conforme se requiera. La respuesta dinámica de este convertidor es relativamente lenta, pero lo es también en todo el sistema, en parte por la gran inductancia en el enlace de C-D requerida para suavizar la corriente de salida del convertidor y en parte debido a la respuesta dinámica limitada del propio inversor. Si se demanda un cambio demasiado rápido en la corriente de entrada, aparecerán problemas de conmutación en este sistema.



CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y CORRIENTE VARIABLES

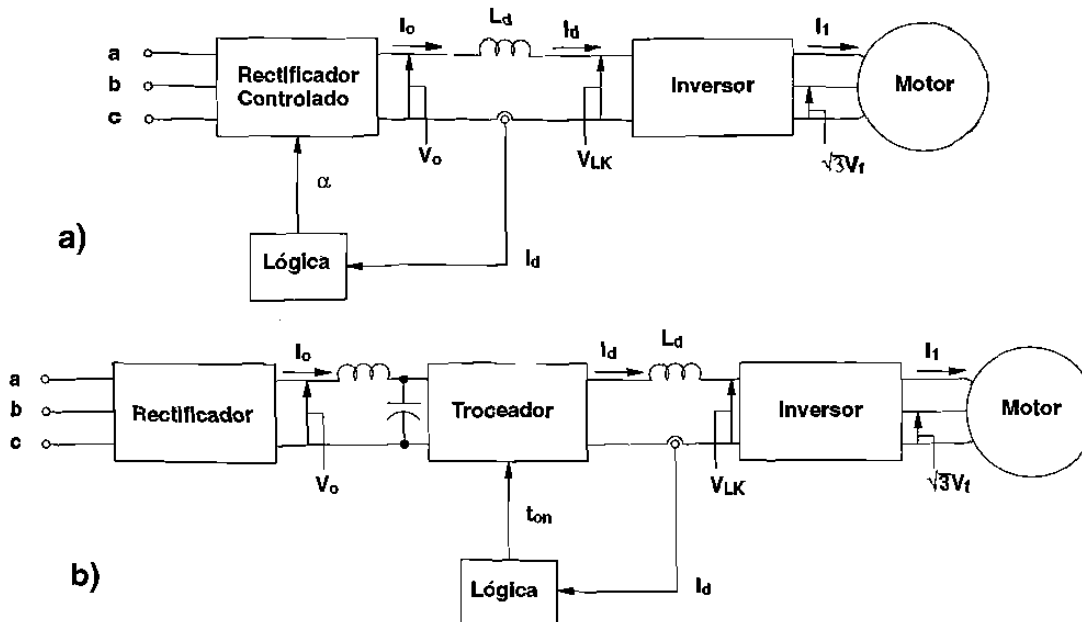


Figura 11.1 Sistemas Convertidores con Inversores Tipo Fuente de Corriente. a) Con Rectificador Controlado y b) Con Troceador.

El sistema en la figura 11.1(b) tiene la ventaja del alto factor de potencia para todas las cargas. Sin embargo, se requiere *conmutación forzada* en el convertidor de C-D a C-D (troceador). La corriente de entrada al inversor se mantiene constante por medio del lazo de retroalimentación que cambia el tiempo de encendido  $t_{on}$  en el troceador conforme sea requerido. El troceador también tiene la desventaja de requerir tiristores de rápida respuesta y por tanto más caros.

Los sistemas en la figura 11.1 involucran convertidores relativamente baratos y, si es necesario, pueden proveer un alto par de arranque. En general, las pérdidas por conversión de estos sistemas son bajas debido a que solamente el troceador, en el sistema de la figura 11.1(b), requiere *conmutación forzada*.

### 11.2 INVERSORES TIPO FUENTE DE CORRIENTE

La figura 11.2 muestra el circuito de potencia de un inversor trifásico tipo fuente de corriente alimentado vía un enlace de C-D desde una fuente de corriente directa. La configuración del inversor es la de un puente convertidor trifásico y como este, la secuencia en la que los tiristores se encienden para generar una secuencia positiva en la terminales de carga **A, B, C** es:  $T_1, T_6, T_2, T_4, T_3$  y  $T_5$ . Como el motor de inducción, que corresponde con la carga, necesita absorber energía reactiva para mantener el flujo, la conmutación de un brazo del puente al siguiente no puede hacerse de forma natural, sino que se requieren de voltajes auxiliares suministrados por condensadores. Los seis condensadores de conmutación idénticos se conectan en delta a través de las tres fases del circuito. Este inversor puede considerarse *conmutado por línea*, debido a que un tiristor se conmuta por la

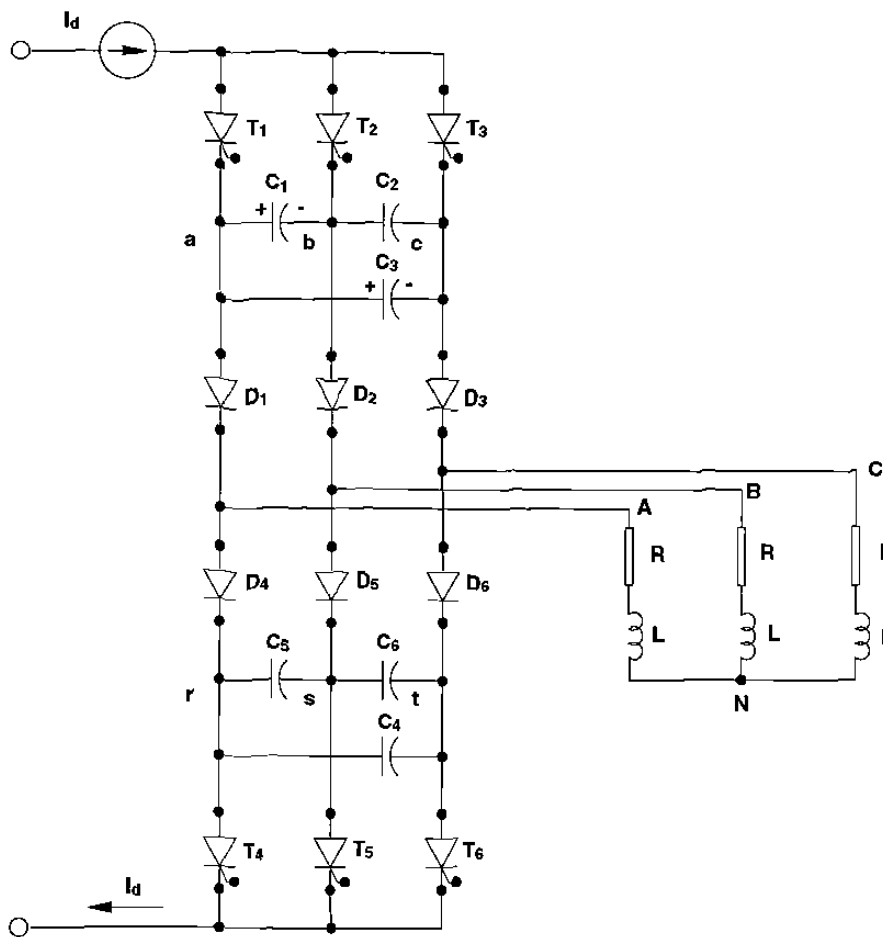


Figura 11.2 Inversor Fuente de Corriente Trifásico.

aplicación de la señal de compuerta a otro. Por otro lado, si los condensadores se consideran parte de la carga trifásica, el inversor puede considerarse *conmutado por carga*.

El circuito en la figura 11.2 no necesita tiristores auxiliares, es relativamente sencillo y muy fiable. Los tiristores  $T_1$  a  $T_6$  cortan la corriente en bloques rectangulares (de hecho son ligeramente trapezoidales debido a las conmutaciones) de  $120^\circ$  eléctricos de duración, a una frecuencia determinada por los circuitos de control del inversor. Los condensadores  $C_1$  a  $C_6$  suministran la energía necesaria para las conmutaciones, mientras que los diodos  $D_1$  a  $D_6$  los aíslan del motor.

Las señales de compuerta y las formas de onda ideales para la corriente resultante se muestran en la figura 11.3. Nótese que en cada instante sólo conducen dos tiristores. El proceso de conmutación puede entenderse considerando la conmutación de la corriente  $I_d$  desde la fase A del motor a la fase B: En estado estable, el tiristor  $T_1$  y el diodo  $D_1$  conducen, alimentando la fase A. La corriente regresa a través de la fase C, el diodo  $D_6$  y el tiristor  $T_6$ . Los condensadores  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  están cargados, como consecuencia de las conmutaciones precedentes, según se muestra en la figura 11.2:  $C_1 = +v_{ab}$ ,  $C_2 = 0$  y  $C_3 = -v_{ca}$ . Cuando el tiristor  $T_2$  recibe su señal de disparo,  $T_1$  se bloquea debido a la polaridad del voltaje de  $C_1$ . La corriente  $I_d$  al no poder variar debido a la

CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y CORRIENTE VARIABLES

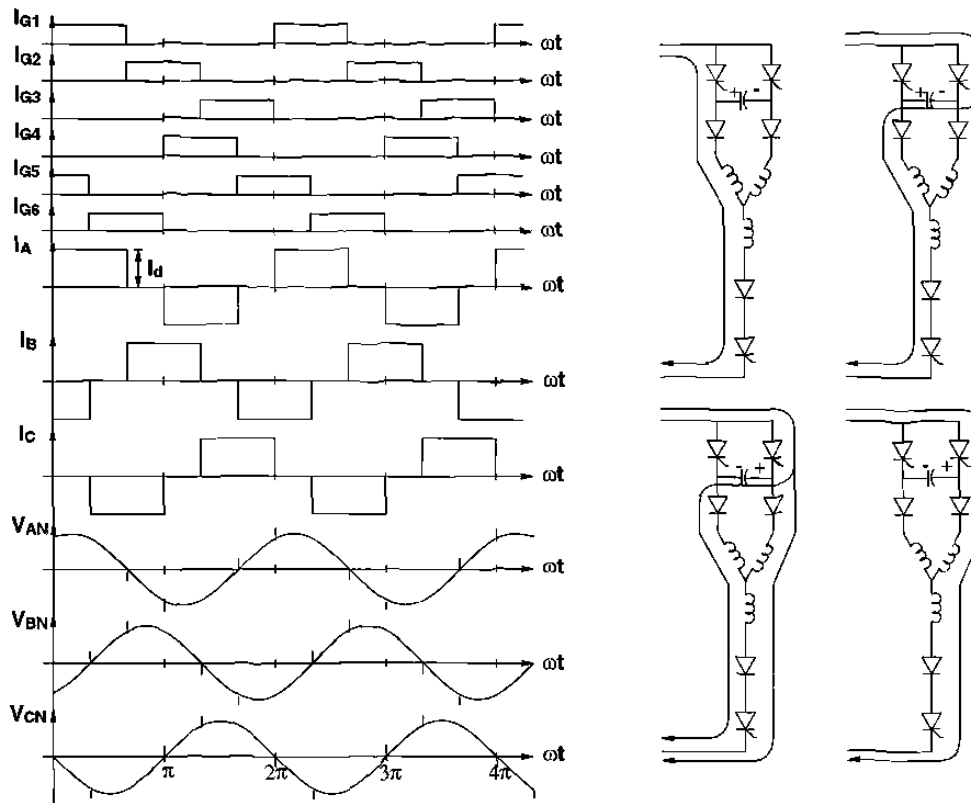


Figura 11.3 Formas de Onda para un Inversor Fuente de Corriente y Proceso de Conmutación.

inductancia de alisamiento  $L_d$ , circulará inmediatamente a través de  $T_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  en paralelo,  $D_1$  y la fase **A** del motor. En realidad, en serie con los condensadores se insertan unas inductancias adicionales para limitar la velocidad de crecimiento de la corriente  $di/dt$  de los tiristores a un valor tolerado por ellos. Estas condiciones dan lugar a la carga de los condensadores con variación lineal del voltaje entre terminales. Cuando  $C_1$  invierta su carga,  $D_3$  queda bien polarizado y conduce la corriente en la fase **B** del motor. Una serie de eventos similares causa el encendido del tiristor  $T_4$  para conmutar a  $T_6$ .

Aunque el proceso de conmutación, descrito en el párrafo anterior, parece ser bastante simple, en realidad no lo es; mucho depende de los parámetros de la carga y de la frecuencia a la cual el inversor arranca. Si la carga al arranque es baja, puede ser que se necesite una precarga en los condensadores, lo cual implica que la fuente de corriente esté siempre aplicada cuando un par particular de tiristores se enciende. Por otro lado, pueden ocurrir oscilaciones en el circuito paralelo formado por la carga  $RL$  y los condensadores de conmutación. También, la frecuencia de arranque puede ser tan alta que no se alcance el estado estable antes de que ocurra la conmutación. De hecho, esto es normal en un motor de inducción controlado por un inversor fuente de corriente. Sin embargo, el tiempo tomado para transferir la corriente de una rama de la carga a otra es tan corto que sólo se requiere una pequeña aproximación para considerar a los pulsos de corriente rectangulares.

Para invertir el giro del motor, se invierte la secuencia de fase del inversor invirtiendo la secuencia de las señales de compuerta aplicadas a los tiristores.

### 11.3 OPERACION DE UN MOTOR DE INDUCCION CON UNA FUENTE DE CORRIENTE DE FRECUENCIA VARIABLE

En la figura 6.15 se compara el comportamiento de un motor de inducción operado por una fuente de corriente con el mismo motor operado por una fuente de voltaje a la frecuencia nominal. La comparación muestra que el punto de operación nominal cae en la parte inestable de la curva par - velocidad para la operación desde una fuente de corriente, así que el motor no puede operarse en lazo abierto desde tal fuente. Aún más, se ha encontrado que el voltaje en terminales del motor puede elevarse excesivamente si se intenta operar el motor en la parte estable de la curva par - velocidad. Sin embargo, hay ventajas definitivas al operar un motor desde una fuente de corriente controlada, frecuencia variable y es importante determinar como se lleva a cabo sin saturar el motor.

En accionamientos de frecuencia variable, como se discutió en el Capítulo 9, la saturación del campo magnético puede evitarse manteniendo la relación  $E_2 / \omega$  constante, dado que esto hace que la corriente de magnetización  $I_m$  se mantenga a un valor predeterminado. La figura 11.4 muestra el circuito equivalente del motor con la resistencia  $R_c$  omitida, que se usará como modelo para analizar el comportamiento del motor bajo esta condiciones. De ese circuito:

$$I_m = \left| \frac{R_2 / s + j\omega L_2}{R_2 / s + j\omega(L_1 + L_2)} \right| I_1 \tag{11.1}$$

y dado que  $\omega_r = s\omega$ , la ecuación anterior puede presentarse como:

$$I_m = \left\{ \frac{(R_2)^2 + (\omega_r L_2)^2}{(R_2)^2 + (\omega_r)^2 (L_1 + L_2)^2} \right\}^{1/2} I_1 \tag{11.2}$$

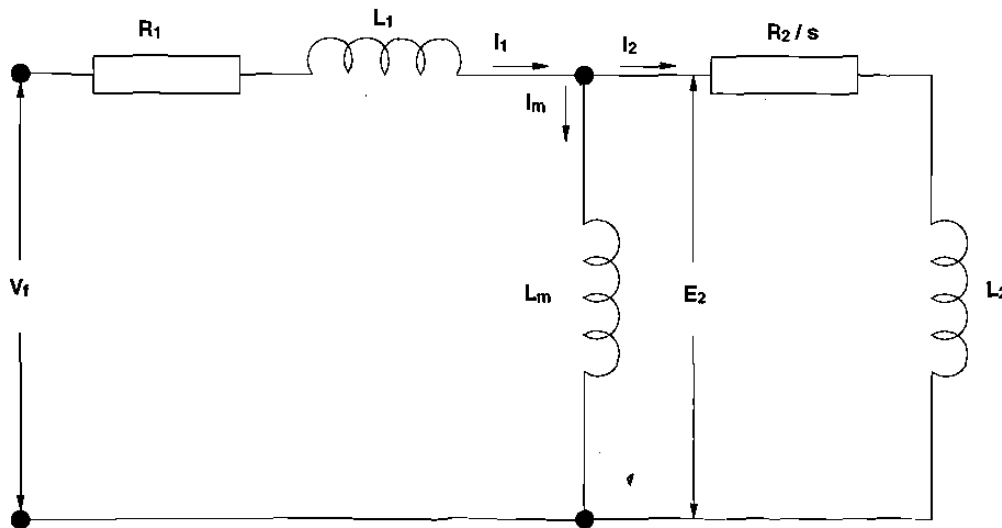


Figura 11.4 Circuito Equivalente para un Motor de Inducción.

La consecuencia de la relación en la ecuación 11.2 puede ilustrarse por medio de un ejemplo numérico.

### Ejemplo 11.1

Un motor de inducción jaula de ardilla de **460 V, 50 hp (37.3 kW), 1180 rpm y 6 polos**; tiene los siguientes parámetros en su circuito equivalente:

$$\begin{array}{lll} R_1 = 0.191 \, \Omega & L_1 = 1.20 \, \text{mH} & L_m = 44.8 \, \text{mH} \\ R_2 = 0.0707 \, \Omega & L_2 = 1.79 \, \text{mH} & \end{array}$$

Las pérdidas por fricción y viento son despreciables:

- Si  $I_m$  se mantiene constante al valor de operación nominal y la corriente de línea varía desde el valor sin carga hasta 1.5 veces el valor a plena carga, determine el rango de valores de  $\omega_r$  requerido.
- Si  $\omega_r$  se mantiene constante al valor de operación nominal y la corriente de línea varía en el mismo rango que en (a), determine el rango resultante para  $I_m$ .

### Solución

Para operación nominal:

$$\omega_s = (120 \times 60) / 6 = 1200 \, \text{rpm}$$

$$s = (1200 - 1180) / 1200 = 0.01667$$

$$\omega_r = 2\pi f s = 120\pi \times 0.01667 = 6.283 \, \text{rad / s}$$

La potencia de salida del motor es:

$$P_o = 50 \times 746 = \frac{3(1 - 0.01667)}{0.01667} (I_2)^2 \quad \text{por tanto: } I_2 = 54.60 \, \text{A}$$

$$\bar{Z}_2 = (0.0707 / 0.01667) + j120\pi \times 1.79 \times 10^{-3} = 4.294 \angle 9.04^\circ \, \Omega$$

$$E_2 = 4.294 \times 54.60 = 234.5 \, \text{V} \quad \text{e} \quad I_m = 234.5 / (120\pi \times 44.8 \times 10^{-3}) = 13.88 \, \text{A}$$

Si:  $\bar{E}_2 = 234.5 \angle -9.04^\circ \text{ V}$

Entonces:  $\bar{I}_m = 13.88 \angle -90^\circ \text{ A}$  e  $\bar{I}_2 = 54.60 \angle -9.04^\circ \text{ A}$

$$\bar{I}_1 = 13.88 \angle -90^\circ + 54.60 \angle -9.04^\circ = 58.41 \angle -22.61^\circ$$

Esta última es la corriente a plena carga, por tanto el rango para  $I_1$  es:

$$13.88 < I_1 < 1.5 \times 58.41 \text{ (87.62)}$$

(a) Para  $I_1 = 13.88$  :

$$\frac{13.88}{13.88} = \frac{(0.0707)^2 + (\omega_r \times 1.79 \times 10^{-3})^2}{(0.0707)^2 + \omega_r^2 (1.79 + 44.8)^2 \times 10^{-6}} \quad \text{El único valor posible es: } \omega_r \approx 0$$

Para  $I_1 = 87.62$  :

$$\frac{13.88}{87.62} = \frac{[(0.0707)^2 + (\omega_r \times 1.79 \times 10^{-3})^2]^{1/2}}{[(0.0707)^2 + \omega_r^2 (1.79 + 44.8)^2 \times 10^{-6}]^{1/2}} \quad \text{De donde: } \omega_r = 9.751 \text{ rad / s}$$

El rango para  $\omega_r$  es entonces:  $0 < \omega_r < 9.751 \text{ rad / s}$

(b) Para el valor nominal de  $\omega_r = 6.283 \text{ rad / s}$  e  $I_1 = 13.88$  :

$$I_m = \frac{[(0.0707)^2 + (6.283 \times 1.79 \times 10^{-3})^2]^{1/2} \times 13.88}{[(0.0707)^2 + (6.283)^2 (1.79 + 44.8)^2 \times 10^{-6}]^{1/2}} = \frac{[5.124]^{1/2}}{[90.69]^{1/2}} \times 13.88 = 3.299 \text{ A}$$

Para  $I_1 = 87.62$  :

$$I_m = \frac{[5.124]^{1/2}}{[90.69]^{1/2}} \times 87.62 = 20.83 \text{ A}$$

El rango para  $I_m$  es entonces:  $3.299 < I_m < 20.83 \text{ A}$

El resultado de la parte (a) del ejemplo 11.1 muestra que para mantener constante a  $I_m$  en todas las cargas y velocidades, no sólo debe controlarse  $\omega_r$ , sino que también debe ser función de  $I_1$ . Esta complicación es indeseable en el sistema de control. Es mucho más simple mantener  $\omega_r$  constante, en cuyo caso el resultado de la parte (b) es relevante.

El resultado de la parte (b) muestra que si  $\omega_r$  se mantiene constante al valor de operación nominal, el motor operará con campo débil para corrientes por debajo del valor a plena carga y se saturará si, por cortos períodos, el motor dreña corrientes por encima del valor a plena carga. Es entonces probable que en la práctica  $\omega_r$  debe escogerse para una corriente de línea ligeramente en exceso del valor nominal.

El hecho de obtener formas de onda sinusoidales para el voltaje por fase de un motor alimentado por una fuente de corriente con forma de onda rectangular puede explicarse desde el modelo de motor mostrado en la figura 11.4. La corriente de línea, con su forma rectangular, pasa a través de la impedancia de estator  $Z_1$  y se divide entre la rama de magnetización y la rama del rotor del circuito equivalente. La impedancia mucho mayor de la rama de magnetización bloquea las armónicas que componen la corriente de línea y consecuentemente  $I_m$  es virtualmente una senoide a la frecuencia de la fundamental. El campo rotacional resultante producido en el entrehierro tiene una distribución sinusoidal virtualmente sin armónicas; por tanto, el voltaje electromotriz inducido  $E_2$  es sinusoidal. Consecuentemente, aparte de la ligera distorsión producida por  $Z_1$ , el voltaje en terminales  $V_f$  es sinusoidal. Escencialmente todas las armónicas de corriente y parte de la corriente fundamental deben entonces considerarse que fluyen en la impedancia del circuito de rotor  $Z_2$ .

Las formas de onda aproximadamente sinusoidales se perturban debido al alto voltaje electromotriz inducido en el motor por los rápidos cambios de corriente al principio y fin de cada pulso rectangular de la corriente de línea. Este alto voltaje electromotriz inducido se manifiesta por grandes picos del voltaje en terminales de entrada en el inversor. Los diodos y tiristores deben protegerse contra estos picos por circuitos de amortiguamiento no mostrados en el circuito de la figura 11.2.

El ángulo al cual el voltaje por fase del motor adelanta a la componente fundamental de la corriente de línea, depende del ángulo de la impedancia del motor, la cual a su vez depende de la frecuencia del rotor, la cual queda determinada por la velocidad a la que corre el motor y la frecuencia con que se excita. Cuando ocurre la regeneración las formas de onda de voltaje en la figura 11.3 avanzan en fase para adelantar a la componente fundamental de las ondas de corriente por más de  $90^\circ$ . Dado que la dirección de la corriente de fuente  $I_d$  no cambia cuando esto ocurre, el voltaje a la entrada del inversor se hace negativo.

Una corriente unidireccional para voltaje positivo o negativo puede suministrarse por el convertidor (rectificador controlado) de control completo en el sistema de la figura 11.1a). Cuando el motor es arrastrado por la carga, éste transforma la energía cinética en eléctrica, el inversor se convierte en rectificador, el rectificador trabaja como inversor y controla el par de frenado ocurriendo la regeneración. En efecto, el sentido de la corriente se mantiene pero el voltaje se invierte. Este sistema puede entonces proporcionar regeneración y, en conjunto con la inversión de la secuencia de las señales de compuerta del inversor, proporcionará operación en los cuatro cuadrantes.

En el sistema de la figura 11.1b), la regeneración requiere de un convertidor de C-D a C-D (troceador) tipo D y el rectificador con diodos tendría que remplazarse por un rectificador controlado en el que las señales de compuerta cambiarían desde  $\alpha = 0$  hasta  $\alpha = \pi$  cuando se requiera que el voltaje de entrada del troceador sea negativo.

**11.3.1 Relaciones Básicas**

El par de un motor de inducción a corriente de línea constante  $I_1$  es:

$$T = \frac{3p}{2\omega} \frac{R_2}{s} \frac{(\omega L_m)^2 (I_1)^2}{(R_2/s)^2 + \omega^2(L_m + L_2)^2} \quad (11.3)$$

y dado que  $\omega_r = s \omega$ , la sustitución convierte a la ecuación 11.3 en:

$$T = \frac{3p}{2} \frac{R_2 \omega_r (L_m I_1)^2}{(R_2)^2 + (\omega_r)^2(L_m + L_2)^2} \quad (11.4)$$

Entonces si  $\omega_r$  se mantiene constante, el par desarrollado es proporcional al cuadrado de la corriente de línea e independiente de la velocidad del motor.

En un motor accionado desde un inversor fuente de corriente, la corriente de línea  $I_1$  en las ecuaciones 11.3 y 11.4 debe reemplazarse por  $I_{11}$ , la componente fundamental de la corriente de línea. Por la forma de onda de la corriente, el valor rms de la corriente de línea y de su componente fundamental es:

$$I_1 = \sqrt{2/3} I_d = 0.8165 I_d \quad \text{e} \quad I_{11} = 0.7797 I_d \quad (11.5)$$

El valor rms de todas las demás armónicas es entonces:

$$I_{1h} = (I_1^2 - I_{11}^2)^{1/2} = 0.2424 I_d \quad (11.6)$$

En el circuito equivalente en la figura 11.4, la componente fundamental de la corriente de línea se divide en  $I_{m1}$  e  $I_{21}$ , donde:

$$I_{m1} = \frac{|R_2/s + j\omega L_2| I_{11}}{|R_2/s + j\omega(L_m + L_2)|} \quad (11.7)$$

$$I_{21} = \frac{j\omega L_m I_{11}}{|R_2/s + j\omega(L_m + L_2)|} \quad (11.8)$$

La potencia mecánica desarrollada por el motor es:

$$P_m = T \omega_m = 3(I_{21})^2 R_2 [(1-s)/s] = 3(I_{21})^2 R_2 [(\omega - \omega_r)/\omega_r] \quad (11.9)$$



Las pérdidas resistivas en el motor son:

$$P_R = 3[ R_1 I_1^2 + R_2 (I_{21})^2 + R_2 (I_{1h})^2 ] \quad (11.10)$$

la potencia de entrada es:

$$P_{\text{entrada}} = P_m + P_R \quad (11.11)$$

y la eficiencia del motor es:

$$\eta = P_m / P_{\text{entrada}} \quad (11.12)$$

Si el inversor se supone ideal:

$$\bar{v}_{LK} I_d = P_{\text{entrada}} \quad (11.13)$$

de donde el voltaje promedio a la entrada del inversor  $\bar{v}_{LK}$ , puede determinarse. Si la inductancia del enlace de C-D se supone con resistencia despreciable, el voltaje promedio a la salida del convertidor que alimenta al inversor  $\bar{v}_o$  es igual a  $\bar{v}_{LK}$ .

Es importante ser capaz de calcular el voltaje en terminales del motor y el valor rms de su componente fundamental debido a que éste puede limitarse por la fuente que alimenta al inversor y tampoco debe ser tan grande que comprometa el aislamiento del motor. Si se define:

$$\bar{E}_{21} = E_{21} \angle 0^\circ \quad \text{entonces} \quad \bar{I}_{m1} = I_{m1} \angle -90^\circ \quad (11.14)$$

De la ecuación 11.7, substituyendo  $\omega_r = \omega$ :

$$I_{m1} \angle -90^\circ = \frac{(R_2 + j\omega_r L_2) \bar{I}_{11}}{R_2 + j\omega_r (L_m + L_2)} \quad (11.15)$$

y dado que las magnitudes de  $I_{m1}$ ,  $I_{11}$  y  $\omega_r$  son conocidas, el ángulo de fase  $\bar{I}_{11}$  puede calcularse. A cualquier frecuencia:

$$\bar{E}_{21} = \omega L_m I_{m1} \angle 0^\circ \quad (11.16)$$

La componente fundamental del voltaje en terminales será entonces:

$$\bar{V}_{f1} = \omega L_m I_{m1} \angle 0^\circ + (R_1 + j\omega_r L_1) \bar{I}_{11} \quad (11.17)$$

y el factor de potencia de la fundamental a la cual opera el motor es:

$$PF1 = \cos [ \angle V_{f1} - \angle I_{f1} ] \quad (11.18)$$

Las armónicas de corriente y flujo incrementan el calentamiento, por tanto, la potencia de motores de más de 1 hp debe incrementarse por un factor de al rededor de 10%. Además, cuando se requiere opera a par nominal para velocidades abajo del 30% de la velocidad nominal, el ventilador de enfriamiento llega a ser inefectivo; por tanto, la potencia del motor debe tener un incremento extra o usar un ventilador separado del motor.

En el análisis previo se supuso que  $\omega_r$  se mantenía constante, es deseable entonces determinar como ésto se puede llevar a cabo.

### 11.3.2 Control de la Frecuencia del Rotor

La figura 11.5 muestra un diagrama de bloques de un posible sistema de accionamiento en el que se controla la frecuencia del rotor. Las dos señales de referencia son  $\Omega_r$ , la frecuencia seleccionada para el rotor, y  $\Omega_m$ , la velocidad requerida en el motor. La función de transferencia del sensor de polaridad se puede definir como:

$$k_T(\Omega_m - \omega_m) \hat{=} 0: \text{ salida} = + 1 \quad k_T(\Omega_m - \omega_m) < 0: \text{ salida} = - 1 \quad (11.19)$$

en donde:  $k_T$  = función de transferencia del tacómetro.

El *generador de referencia de corriente* entrega una salida  $k_{TR}I_{REF}$ , en la que  $k_{TR}$  es la función de transferencia del transductor de corriente que mide la corriente a la entrada del inversor. Esta señal de salida tiene un valor mínimo para entrada cero y un valor positivo para entrada positiva o negativa; esto es, el *generador de referencia de corriente* es un circuito de valor absoluto con una polarización dada para entregar un valor finito ante entrada cero.

Si el sistema está en reposo cuando recibe energía y se aplica la señal  $\Omega_r$ , pero la señal  $\Omega_m$  se mantiene en cero. La salida del sensor de polaridad será + 1 y el multiplicador  $M_1$  transmite un valor positivo para la señal  $k_T\Omega_r$  al sumador de frecuencia. Este aplica  $k_T\Omega_r$  al circuito de lógica del inversor, el cual genera las señales de compuerta  $i_G$ 's para que el inversor opere a una frecuencia  $\omega = \Omega_r$ . La entrada al generador de referencia de corriente es cero, así que su señal de salida es el valor mínimo, el cual corresponde a la corriente drenada por el motor en condiciones de bloqueo y a una frecuencia  $\omega = \Omega_r$ . La salida del sumador de corriente es  $k_{TR}(I_{REF} - I_d)$  y el multiplicador  $M_2$  la aplica con signo positivo al circuito de lógica del rectificador controlado. Esto reduce el ángulo de disparo  $\alpha$  desde  $90^\circ$  y consecuentemente el rectificador controlado entrega un pequeño voltaje que produce una corriente  $I_d$  a la entrada del inversor, la cual corresponde con la corriente de línea del motor en condición de bloqueo.

Si la referencia de velocidad se establece en un valor finito  $\Omega_m$ . El generador de rampa aplica al sumador de velocidad una señal que se incrementa desde cero a una razón de cambio controlada. La salida del sensor de polaridad se mantiene en + 1. La salida del generador de

CONTROL DE VELOCIDAD PARA MOTORES DE INDUCCION A FRECUENCIA Y CORRIENTE VARIABLES

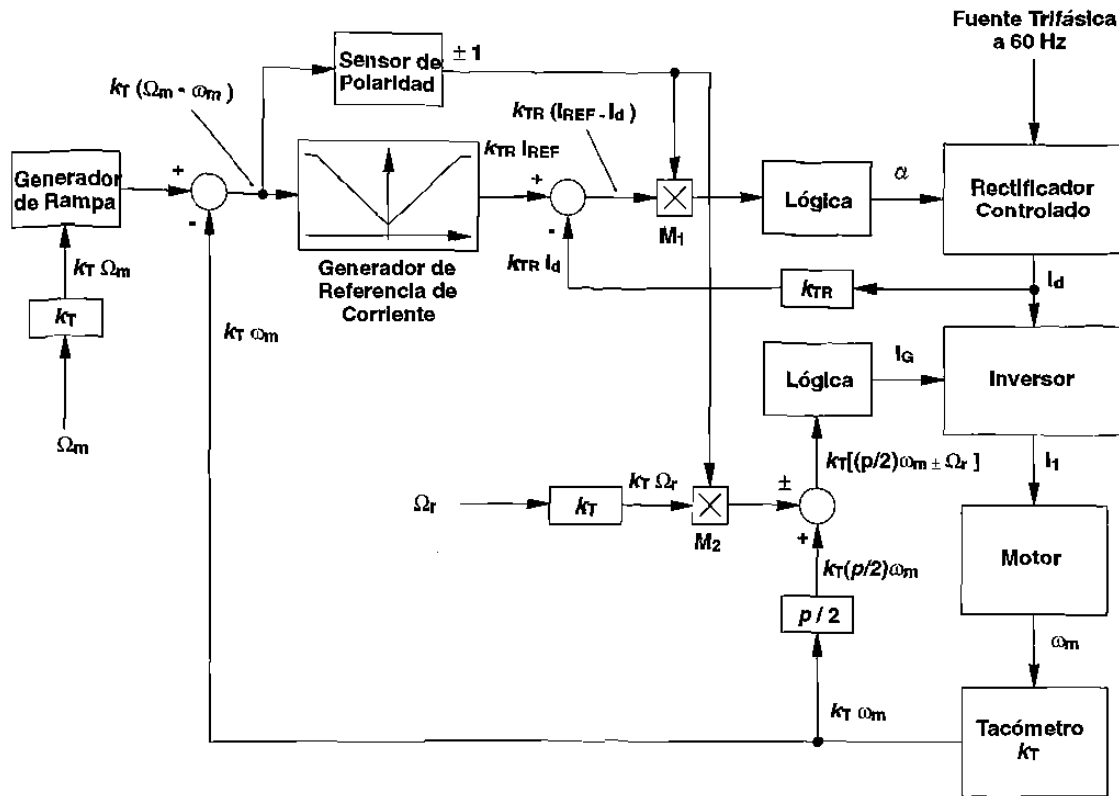


Figura 11.5 Motor de Inducción Accionado por un Sistema de Control de Frecuencia del Rotor.

referencia de corriente se incrementa y el ángulo de disparo  $\alpha$  decrece más desde  $90^\circ$  así que el voltaje de salida del rectificador controlado se incrementa. Consecuentemente, la corriente en el motor se incrementa y éste se acelera alcanzando eventualmente una velocidad  $\omega_m = \Omega_m$ . El sistema entonces alcanza el estado estable.

Si la referencia de velocidad  $\Omega_m$  se reduce, la salida del generador de rampa se reduce a una razón de cambio controlada, la entrada al generador de referencia de corriente se mueve hacia cero y llega a ser negativa; sin embargo, la señal  $k_{TR} I_{REF}$  disminuye hacia el valor mínimo pero se incrementa de nuevo, debido a la característica de *valor absoluto* del mismo. Cuando la señal de error de velocidad  $k_T (\Omega_m - \omega_m)$  pasa por cero, la salida del sensor de polaridad cambia a - 1, el ángulo de disparo  $\alpha$  se incrementa más allá de  $90^\circ$  y el voltaje a la salida del rectificador controlado se invierte. Al mismo tiempo, a causa de la salida negativa del sensor de polaridad, la entrada al circuito de lógica del inversor cambia a:  $k_T [(p/2)\omega_m - \Omega_r]$ ; por tanto, las señales de disparo  $i_G$ 's del inversor se modifican y la frecuencia generada  $\omega$  disminuye. El motor entonces se frena regenerativamente, provocando una disminución en  $\omega_m$ . Este proceso continúa hasta que  $\omega_m$  alcance el nuevo valor de referencia  $\Omega_m$  y se vuelva a establecer el estado estable.

La reversibilidad del par, se observa fácilmente en la operación descrita para el sistema en la figura 11.5. La reversibilidad de la velocidad se obtiene invirtiendo el campo giratorio, lo cual se

realiza modificando la secuencia de las señales de disparo de los tiristores del inversor en un procedimiento equivalente a cruzar las fases, como se había descrito previamente.

### Ejemplo 11.2

Un motor de inducción jaula de ardilla de **460 V, 60 Hz, 25 hp (18.6 kW), 1180 rpm y 6 polos**; tiene los siguientes parámetros en su circuito equivalente:

$$R_1 = 0.455 \Omega$$

$$L_1 = 1.59 \text{ mH}$$

$$L_m = 65.3 \text{ mH}$$

$$R_2 = 0.149 \Omega$$

$$L_2 = 2.39 \text{ mH}$$

El motor es accionado por un sistema de control como el que se muestra en la figura 11.5. La fuente de alimentación disponible es trifásica, 460 V, 60 Hz. Las pérdidas por fricción y viento así como las pérdidas en el núcleo son despreciables:

- a.- Determine la frecuencia en el rotor, la corriente de magnetización por fase y la corriente de línea para operación nominal del motor.
- b.- Si el motor desarrolla el 75 % del par nominal a 1000 rpm con la frecuencia del rotor controlada al valor obtenido en (a), determine:
  - i).- La componente fundamental de la corriente de línea del motor
  - ii).- El porcentaje de debilitamiento del campo comparado con la fuerza del campo para operación nominal.
  - iii).- La frecuencia del inversor.
- c.- Para las condiciones de operación en (b), determine la magnitud de la componente fundamental del voltaje en terminales del motor y el valor rms de su corriente de línea.
- d.- Para las mismas condiciones de operación, determine la corriente de entrada al inversor, el voltaje promedio a la salida del rectificador controlado y el factor de potencia de la componente fundamental del voltaje de C-A del rectificador controlado.

### Solución

a) Para operación nominal:

$$\omega_s = 120 (60) / 6 = 1200 \text{ rpm}$$

$$s = [ 1200 - 1180 ] / 1200 = 1/ 60$$

$$\omega_r = s \omega = (1/ 60)(60)(2\pi) = (1/ 60)(120\pi) = 2\pi \text{ rad / s}$$

$$P_m = 3(I_2)^2 R_2 [(1 - s) / s] = 25 \times 746 = 18,650 \text{ W}$$

De donde:  $I_2 = \{ (18650 \times 1 / 60) / [3 \times 0.149 (1 - 1 / 60)] \}^{1/2} = 26.59 \text{ A}$

$$\bar{Z}_2 = 0.149 \times 60 + j 120\pi \times 2.39 \times 10^{-3} = 8.985 \angle 5.76^\circ \Omega$$

$$E_2 = 8.985 \times 26.59 = 238.9 \text{ V} \quad e \quad I_m = 238.9 / 120\pi \times 65.3 \times 10^{-3} = 9.794 \text{ A}$$

Si:  $\bar{E}_2 = E_2 \angle 0^\circ \text{ V}$

entonces:  $\bar{I}_1 = 9.794 \angle -90^\circ + 26.59 \angle -5.76^\circ = 29.21 \angle -25.06^\circ$

b) El 75% del par nominal es:

$$0.75 T_{\text{nominal}} = [ 0.75 \times 18650 ] / [ 1180 (2\pi / 60) ] = 113.2 \text{ N m}$$

De la Ecuación 11.4:

$$113.2 = \frac{3 \times 6}{2} \frac{(0.149) 2\pi (2.39 \times 10^{-3})^2 (I_1)^2}{(0.149)^2 + (2\pi)^2 (65.3 + 2.39)^2 \times 10^{-6}}$$

Despejando:  $I_1 = 25.30 \text{ A}$

De la Ecuación 11.7:

$$I_{m1} = \frac{| 0.149 + j2\pi \times 2.39 \times 10^{-3} |}{| 0.149 + j2\pi (65.3 + 2.39) 10^{-3} |} \times 25.30 = 8.406 \text{ A}$$

Como porcentaje del valor nominal:  $I_{m1} = (8.406 / 9.704) \times 100 = 86.63 \%$

Así que: el porcentaje de debilidad del campo = 13.37 %

$$\omega = (p / 2) \omega_m + \omega_r = (6 / 2) 1000 (2\pi / 60) + 2\pi = 102\pi \text{ rad / s}$$

c) De la Ecuación 11.15:

$$I_{m1} = \frac{(0.149 + j2\pi \times 2.39 \times 10^{-3}) 25.30 \angle X^\circ}{0.149 + j2\pi (65.3 + 2.39) 10^{-3}} = 8.406 \angle -90^\circ$$

De la cual:  $X = -25.07^\circ$  Por tanto:  $\bar{I}_{11} = 25.30 \angle -25.07^\circ$

$$\bar{V}_{f1} = 102\pi(65.3 \times 10^{-3}) 8.406 + [0.455 + j102\pi(1.59)10^{-3}] 25.30 \angle -25.07^\circ = 191.9 \angle 2.03^\circ \text{V}$$

El voltaje entre líneas de la componente fundamental es:  $\sqrt{3} \times 191.9 = 332.4 \text{ V}$ . El valor rms de  $\bar{V}_f$  será entonces ligeramente mayor y la corriente rms de línea es:

$$\bar{I}_1 = \sqrt{2/3} (25.30 / 0.7797) = 26.49 \text{ A}$$

d)  $I_d = 25.30 / 0.7797 = 32.45 \text{ A}$

$$I_{1h} = 0.2424 \times 32.45 = 7.865 \text{ A}$$

$$P_R = 3[0.455(26.49)^2 + 0.149(23.03^2 + 7.865^2)] = 1223 \text{ W}$$

$$P_m = 113.2(1000)(2\pi / 60) = 11850 \text{ W} \quad \text{y} \quad P_{\text{entrada}} = 11850 + 1223 = 13070 \text{ W}$$

Por tanto:  $v_o = 13070 / 32.45 = 402.9 \text{ V}$

y  $PF_1 = \cos\alpha \approx 402.9\pi / (3\sqrt{2} \times 440) = 0.6780$

### 11.4 OPERACION CON CAMPO DEBIL A VELOCIDAD ALTA

En algún punto, conforme la velocidad del motor se incrementa, el voltaje promedio a la entrada del inversor  $\bar{v}_{LK}$  alcanza un límite que puede quedar determinado por el voltaje fijo de la fuente de C-A o de C-D o por el voltaje en terminales que el aislamiento del motor permite. En el último caso, debe imponerse un límite en el ángulo de disparo  $\alpha$  para el rectificador controlado del sistema en la figura 11.1a) o en el tiempo de encendido  $t_{on}$  para el troceador del sistema en la figura 11.1b). Si para un valor controlado de la corriente del motor  $I_1$ , la velocidad  $\omega_m$  se incrementa por encima de aquella en la que el límite de voltaje se alcanza, La frecuencia  $\omega$  debe continuar incrementándose, pero  $\bar{v}_{LK}$  e  $I_1$  permanecerán constantes. Esto significa la entrada a un rango de operación de potencia aproximadamente constante.

En el rango de potencia constante o campo débil, despreciando las pérdidas rotacionales y las pérdidas del inversor:

$$\bar{v}_{LK} I_1 \approx T \omega_m + P_R \tag{11.20}$$

Debido a que para una corriente de línea constante,  $P_R$  es casi constante, entonces  $T \omega_m$  también lo será y en la ecuación 11.4, suponiendo que  $(\omega_r)^2(L_m + L_2)^2 \gg (R_2)^2$  se tendrá:

$$T = \frac{3p}{2} \frac{R_2(L_m I_1)^2}{(\omega_r)(L_m + L_2)^2} \quad (11.21)$$

A corriente constante entonces  $T \omega_r = \text{constante}$ , así que aproximadamente  $\omega_r \propto \omega_m$ . Entonces, para incrementar la velocidad por encima de aquella para la cual  $\underline{v}_{LK}$  alcanza su límite, es necesario incrementar  $\omega_r$  y mantener una relación entre  $\omega_r$  y  $\omega_m$ .

Si se acepta la aproximación  $T \omega_m = \text{constante}$  y las pérdidas se consideran despreciables; entonces, de la ecuación 11.9:

$$P_o = T \omega_m = 3(I_{21})^2 R_2 [(\omega - \omega_r) / \omega_r] = \text{constante} \quad (11.22)$$

y substituyendo  $\omega = \omega_r + (p/2)\omega_m$ :

$$P_o = T \omega_m = 3(I_{21})^2 R_2 [(p/2)(\omega_m / \omega_r)] = \text{constante} \quad (11.23)$$

De la ecuación 11.8:

$$I_{21} = \frac{\omega_r L_m I_{11}}{|R_2 + j\omega_r(L_m + L_2)|} \quad (11.24)$$

y combinando las ecuaciones 11.23 y 11.24:

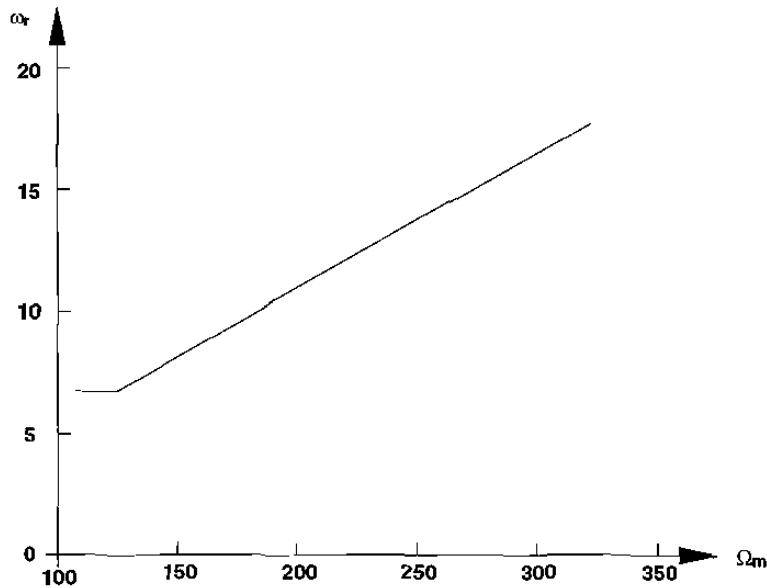
$$P_o = \frac{3(\omega_r L_m I_{11})^2 R_2}{(R_2)^2 + (\omega_r)^2(L_m + L_2)^2} \frac{p}{2} \frac{\omega_m}{\omega_r} = \text{constante} \quad (11.25)$$

Bajo condiciones de estado estable:  $\omega_m = \Omega_m$ , en donde  $\Omega_m$  es la referencia de velocidad del motor. Por tanto, de la ecuación 11.25 se tiene:

$$(\omega_r)^2 - \frac{3p R_2 (L_m I_{11})^2 \Omega_m}{2P_o(L_m + L_2)^2} \omega_r + \frac{(R_2)^2}{(L_m + L_2)^2} = 0 \quad (11.26)$$

Para cualquier referencia de velocidad la ecuación 11.26 entrega dos valores de  $\omega_r$ , de los cuales uno es trivial.

Entonces, para introducir el control de la frecuencia del rotor para operación en campo débil en el sistema de la figura 11.5 es necesario reemplazar el elemento cuya función de transferencia



**Figura 11.6** Curva de  $\omega_r$  Como Función de  $\Omega_m$  Obtenida Desde la Ecuación 11.26 para los Datos del Motor del Ejemplo 11.2.

es  $k_T$  al cual se le aplica  $\Omega_r$  por un elemento al cual se le aplique  $\Omega_m$  y que tenga una función de transferencia dependiente de  $\Omega_m$ .

La figura 11.6 muestra una curva de  $\omega_r$  como función de  $\Omega_m$  obtenida desde la ecuación 11.26 para los datos del motor del ejemplo 11.2 con un rango de campo débil que va desde la velocidad nominal hasta 3000 rpm. Puede observarse que el incremento de  $\omega_r$  es virtualmente una función lineal de  $\Omega_m$ . Con esto es suficiente para obtener el punto de intercepción  $a$  y la pendiente  $b$  de la línea recta que conecta los dos puntos extremos de la línea inclinada en la figura 11.6 y establecer que con campo débil en estado estable:

$$\omega_r = a + b \Omega_m \tag{11.27}$$

La función de transferencia del elemento que reemplace al elemento  $k_T$  cuya entrada es  $\Omega_r$  en la figura 11.5 es:

$$\begin{aligned} f(\Omega_m) &= k_T \Omega_r & 0 < \Omega_m < \omega_{\text{nominal}} \\ f(\Omega_m) &= k_T (a + b \Omega_m) & \omega_{\text{nominal}} < \Omega_m < \omega_{\text{máxima}} \end{aligned} \tag{11.28}$$

donde  $\Omega_r$  es la frecuencia de rotor fija usada para la operación sin campo débil y  $\omega_{\text{máxima}}$  es el límite superior de la velocidad para la operación con campo débil a corriente constante. La entrada de este nuevo elemento puede tomarse desde la salida del generador de rampa en el sistema de la figura 11.5, para de esta manera, contar con un sistema que permita la operación en ambas zonas.

Ejemplo 11.3



Para el sistema del ejemplo 11.2, grafique la velocidad  $n$  como función del par sobre el rango de velocidad de  $0 < n < 3000$  rpm. La componente fundamental de la corriente de línea será mantenida a la magnitud de la corriente a plena carga y la operación en campo débil empieza a la velocidad nominal.

Solución

Del ejemplo 11.2, la corriente de línea para operación a plena carga es:  $\bar{I}_l = 29.21$  A; la cual, en este caso, debe ser igual a  $I_{l1}$ . La velocidad nominal es:  $n = 1180$  rpm o  $\omega_m = 123.6$  rad/s.

En el rango de campo constante:  $0 < n < 1180$  rpm,  $\omega_r = 2\pi$ . De la ecuación 11.4

$$T = \frac{3 \times 6}{2} \frac{0.149 \times 2\pi(65.3 \times 10^{-3})^2(29.21)^2}{(0.149)^2 + (2\pi)^2(65.3 + 2.39)^2 \times 10^{-6}} = 150.9 \text{ N m}$$

Para el rango de campo débil:  $1180 < n < 3000$  rpm, o  $123.6 < \omega_m < 314.16$  rad / s. De la ecuación 11.26 para  $\Omega_m = 314.16$  rad / s y  $P_o = 18650$  W, se tiene:

$$(\omega_r)^2 - \frac{3 \times 6 \times 0.149 \times (65.3 \times 10^{-3})^2(29.21)^2(314.16)}{2 \times 18650 \times (65.3 + 2.39)^2 \times 10^{-6}} \omega_r + \frac{(0.149)^2}{65.3 + 2.39)^2 \times 10^{-6}} = 0$$

$$\omega_r = 17.66 \text{ rad / s}$$

$$\omega_r = 0.274 \text{ rad / s}$$

El segundo resultado obtenido para  $\omega_r$  es trivial, puesto que no es posible esperar una frecuencia de rotor en campo débil menor a aquella que se tiene a pleno campo.

Con estos datos, la pendiente  $b$  de la característica  $\omega_r - \Omega_m$  es:

$$b = \frac{17.66 - 2\pi}{314.16 - 123.6} = 0.05970$$

y a velocidad nominal:

$$2\pi = a + 0.05970 \times 123.6$$

$a = -1.096$  así que:

$$\omega_r = 0.05970 \Omega_m - 1.096$$

Nuevamente, de la ecuación 11.4:

$$T = \frac{4.879 \omega_r}{0.02220 + 0.004582(\omega_r)^2} \text{ N m}$$

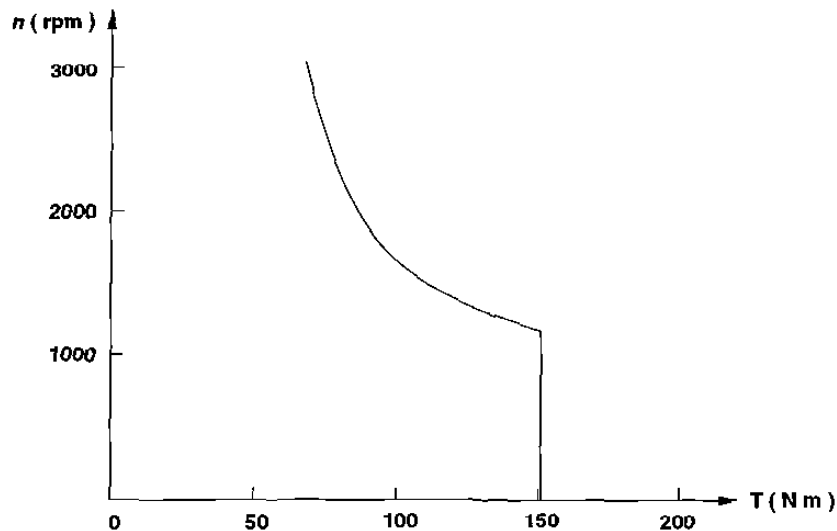


Figura 11.7 Diagrama  $n$ -  $T$  para el Ejemplo 11.3.

Los cálculos de las relaciones anteriores se encuentran en la curva que se muestra en la figura 11.7.

## RESUMEN

- 1.- Un motor de inducción controlado por un inversor tipo fuente de corriente, tiene una forma de onda de voltaje en terminales casi sinusoidal, sólo con picos sobrepuestos debido a la conmutación.
- 2.- Un inversor tipo fuente de corriente tiene una impedancia Thevenin idealmente infinita a diferencia de un inversor tipo fuente de voltaje que tiene una impedancia Thevenin idealmente cero.
- 3.- Para obtener una fuente de corriente directa constante desde un sistema de distribución de potencia de C-A de potencial constante, deben usarse sistemas de conversión con un lazo de retroalimentación para mantener el valor deseado de corriente. Estos sistemas están formados, típicamente, por un rectificador controlado y un inversor tipo fuente de corriente o por un rectificador con diodos, un troceador y un inversor tipo fuente de corriente.
- 4.- El esquema con el rectificador controlado (convertidor) tiene la desventaja de un muy bajo factor de potencia a baja carga y la ventaja de la simplicidad, dado que no requiere conmutación forzada en ninguno de sus componentes. Mientras que el esquema con el rectificador con diodos y el troceador tiene la ventaja del alto factor de potencia para todas las cargas; sin embargo, requiere conmutación forzada en el convertidor de C-D a C-D (troceador).

- 5.- La ventaja de un puente inversor tipo fuente de corriente es la de que puede considerarse *conmutado por línea*, debido a que un tiristor se conmuta por la aplicación de la señal de compuerta a otro. Por otro lado, si los condensadores se consideran parte de la carga trifásica, el inversor puede considerarse *conmutado por carga*.
- 6.- Para controlar un motor de inducción por medio de un inversor tipo fuente de corriente, pueden emplearse dos esquemas: mantener  $I_m$  constante o mantener  $\omega_r$  constante. Sin embargo, para mantener constante a  $I_m$ , en todas las cargas y velocidades, no sólo debe controlarse  $\omega_r$ , sino que también debe ser función de  $I_1$ . Esta complicación es indeseable en los sistemas de control. Es mucho más simple mantener  $\omega_r$  constante.
- 7.- En un sistema de accionamiento en el que se controla la frecuencia del rotor, deben existir dos señales de referencia:  $\Omega_r$ , la frecuencia seleccionada para el rotor, y  $\Omega_m$ , la velocidad requerida en el motor; cuando el motor está siendo operado a campo pleno. Pero cuando se desea operar a campo débil (por encima de la velocidad nominal), la referencia  $\Omega_r$  debe substituirse por la función que relaciona a ésta con  $\Omega_m$ .

## PROBLEMAS

- 11.1.- En el sistema del ejemplo 11.2 el motor está corriendo a 850 rpm y se le aplica un par de frenado de 100 N m.
- a).- Determine la corriente de magnetización por fase como porcentaje de aquella que se tiene para condiciones de operación nominal.
  - b).- Determine la frecuencia del inversor, la corriente de entrada y el voltaje promedio a la entrada.
  - c).- Determine el valor de  $\alpha$  en el rectificador controlado.

- 11.2.- Un motor de inducción jaula de ardilla de **460 V, 60 Hz, 100 hp (74.6 kW), 1775 rpm** y **4 polos**; tiene los siguientes parámetros en su circuito equivalente:

$$R_1 = 0.060 \, \Omega \quad L_1 = 0.638 \, \text{mH} \quad L_m = 23.3 \, \text{mH}$$

$$R_2 = 0.0302 \, \Omega \quad L_2 = 0.959 \, \text{mH}$$

El motor es accionado desde un inversor tipo fuente de corriente con la frecuencia del rotor controlada al valor nominal. La máxima potencia de salida está limitada al 80 % del valor nominal. Las pérdidas por fricción y viento así como las pérdidas en el núcleo son despreciables: La carga es una bomba con una característica de carga descrita por la ecuación:  $T = (\omega_m)^2 / 110 \, \text{N m}$ .

Determine los máximos valores de la velocidad del motor, la frecuencia del inversor, la corriente rms del motor y el voltaje fundamental de línea a línea del motor para máxima potencia de salida.

---

## CAPITULO 12

---

---

---

### CONCLUSIONES

En todos los sectores de la industria y el transporte, actualmente, la velocidad variable es una necesidad que se generaliza. En este sentido, el control electrónico de los motores eléctricos con velocidad variable ha aportado a los procesos industriales enormes ventajas, aumentando sus posibilidades, facilitando su automatización y reduciendo su mantenimiento.

El control electrónico de motores es, entonces, la solución que permite el control de un proceso ó de un sistema con el gasto mínimo de energía y de materia prima. Por ello, el plan de estudios de las carreras de Ingeniería en Control y Computación y de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica incluyen un curso sobre este tema, cuyo programa de estudios fué elaborado por la Academia de Electrónica de Potencia del Departamento de Control con la participación del autor.

Una vez elaborado el programa de estudios para la asignatura de Control Electrónico de Motores, surgió la necesidad de contar con un texto que cubriera todos los temas propuestos en dicho programa, ya que de los distintos textos existentes consultados no se encontró alguno con esta característica.

La elaboración de los apuntes para el curso de Control Electrónico de Motores fue la parte más laboriosa de este proyecto, no solo por la dificultad inherente de los temas tratados sino por la poca disponibilidad de la información relacionada con los mismos.

Considero que alcancé con éxito el objetivo originalmente planteado de desarrollar un curso de Control Electrónico de Motores, puesto que se logran cubrir todos los temas propuestos en el programa de estudios de la asignatura y el estudiante cuenta con unos apuntes que corresponden con el material didáctico, que también se elaboró, con el que cuenta el maestro.

La disponibilidad de un material didáctico por parte del maestro, consistente en acetatos con el contenido de los apuntes, y la disponibilidad por parte de los alumnos de los apuntes del

curso, permite una cobertura más amplia de los temas en el tiempo disponible y una mayor dinámica en el desarrollo de la clase.

Considero que el análisis y el diseño de los sistemas de accionamiento para motores de corriente directa ó para motores de corriente alterna, así como los sistemas reguladores para estas aplicaciones, son indispensables en la curricula del Ingeniero en Control y Computación, como en la del Ingeniero Electricista; puesto que representan la parte terminal de un area sumamente importante en la aplicación industrial de la ingeniería: La Electrónica de Potencia. Area que reúne a las tres partes que constituyen la Ingeniería Eléctrica: El Control, La Electrónica y La Potencia.