# CAPITULO 3

## La FEM inducida en un Devanado de C.A

$$Eef_c = 4.44 \quad f \, N_c \quad \emptyset \quad 10^{-8}$$

- $f \rightarrow$ cps, Hz
- $N_c \rightarrow$ # vueltas (por bobina)
- $\emptyset \rightarrow$ Maxwells (flujo por polo)
- $E \rightarrow$ volts (por bobina)

$$Eef = 4.44 \; f \; N_c \; \emptyset$$

$\emptyset \rightarrow$ Webers $\quad f \rightarrow$ Hz

$E \rightarrow$ volts

Esta ecuación fué derivada bajo las siguientes consideraciones:

1) Todas las $N_c$ vueltas de la bobina están enlazadas con el mismo flujo en cualquier instante.
2) El paso de la bobina es igual a el paso polar (180°E) (devanado de paso completo). En este caso el máximo flujo enlazado por la bobina es igual a el flujo total por polo.
3) La distribución del flujo es senoidal

### FACTOR DE DISTRIBUCION $K_d$

La fem inducida en una vuelta de una bobina está en fase con todas las otras vueltas de la bobina puesto que están enlazadas por el mismo flujo en cualquier instante.

Los fem's inducidos en las bobinas que forman cada grupo individual están fuera de fase. Ellas están desfasadas una de otra (desplazadas).

por el ángulo $\alpha s$ (ángulo de ranura)

$$\boxed{\alpha_s = \frac{(180)\ P}{Q} = \frac{(180)}{mq}}$$

$$Q = qmP$$

$$q = \frac{Q}{mP}$$

$$\alpha_s = \frac{180\ P}{qmP}$$

ejemplo:

$m = 3\phi$

$q = 4$ $\qquad \alpha_s = \dfrac{180}{(3)\ (4)} = 15°$ E/RAN

$$\boxed{\alpha_s = \frac{180°}{T}}$$

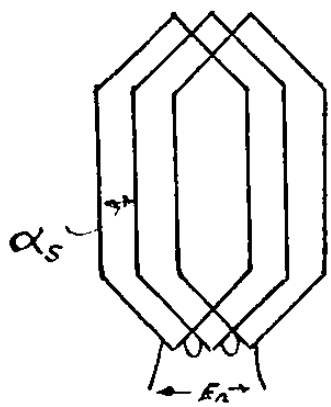


FIG 3.1

$$\text{Factor de distribución} = \frac{\text{fem resultante}}{\sum \text{ de las fem's de las bobinas individuales}}$$

$$\text{Factor de distribución} = \frac{E_R}{q\ E_c} = Kd$$

$$\boxed{Kd = \frac{\text{Sen}\ q\ \left(\frac{\alpha_s}{2}\right)}{q\ \text{Sen}\left(\frac{\alpha_s}{2}\right)}}$$

$$q = \frac{\text{bob}}{\text{Grupo}}$$

$$Kd = \frac{Eg}{qE_c}$$

Por lo tanto el valor efectivo de la fem para un grupo formado por q bobinas será:

$$Eg = qKdE_c = 4.44\ fN_c qKd\ \emptyset\ 10^{-8}$$

$\emptyset \rightarrow$ max wells (Líneas)

E $\rightarrow$ volts

$Ng = q\ N_c$ (las espiras o vueltas de un grupo son q veces la de una-bobina).

$$Eg = 4.44\ fNg\ Kd\ \emptyset\ X\ 10^{-8}$$

$\emptyset \rightarrow$ Max wells (Líneas)

Eg volts (voltaje por grupo)

Si N = número de espiras conectados en serie por fase, entonces N será igual a Ng veces el número de grupos conectados en serie en una fase.

Y la fem por fase será:

$$\boxed{E = 4.44\ fNKd\ \emptyset\ X\ 10^{-8} \quad \text{volts}}$$

E $\rightarrow$ volts (por fase)

f $\rightarrow$ cps, Hz

N $\rightarrow$ Número de vueltas en serie por fase

$\emptyset \rightarrow$ Maxwells (por polo)

UNA TRAYECTORIA

N= P Ng

N= Pq Nc

"a" TRAYECTORIAS EN PARALELO

$$N = \frac{Pq\,N_c}{a}$$

<u>Un gran valor de q decrece las armónicas de la fem's.</u> El ángulo $\alpha s$ en las armónicas superiores a la fundamental aumenta en grados eléctricos en proporción al orden de la armónica. Si $\alpha_s$ es mayor el diagrama vectorial de las armónicas tendría los valores $E_{cn}$ muy desfasados y la resultante sería menor (disminuyendo de esta manera el efecto de la armónica).

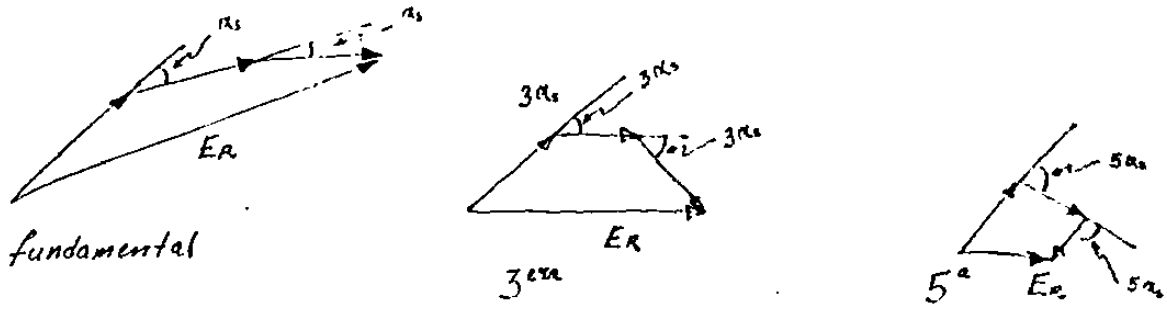



Fig. 3.3 Efecto de $q = \frac{\text{Bob}}{\text{Grupo}}$ en las armónicas de las fem's

## El factor de paso Kp

En la mayoría de las Máq. de C.A. (sincrónicas y asincrónicas) el claro de la bobina es menor que el paso polar (el devanado es de peso fraccionario)

Algunas de las razones de los devanados de paso fraccionario son:

a) Decrece la longitud de los extremos de conexión, decreciendo la cantidad de cobre utilizado.

b) Reduce las reactancias de las ranuras (dispersión) y mejora la forma de - la fem de los generadores (más cercana una onda senoidal).

c) Pueden ser eliminadas cualquier armónica de la onda de voltaje como bien- reducir las otras armónicas.

d) En el caso de un motor se pueden eliminar los pares parásitos producidos- por las armónicas.

aso Completo

'aso Fraccionario

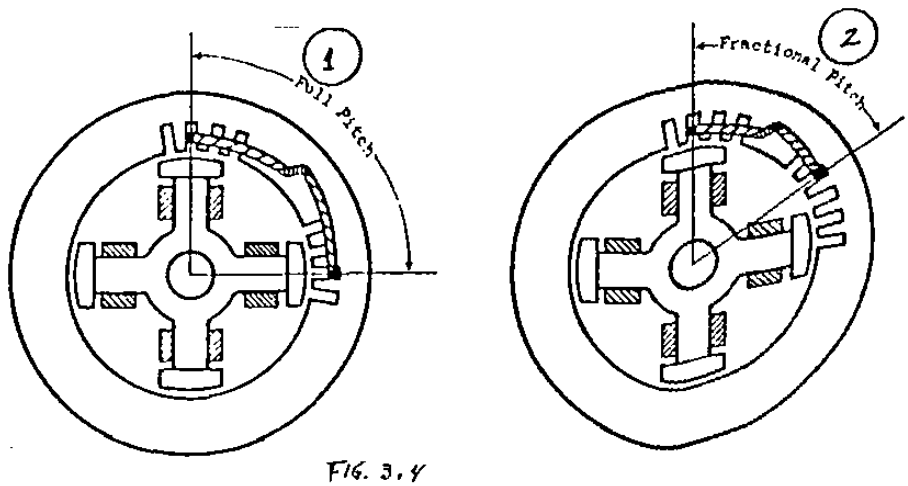
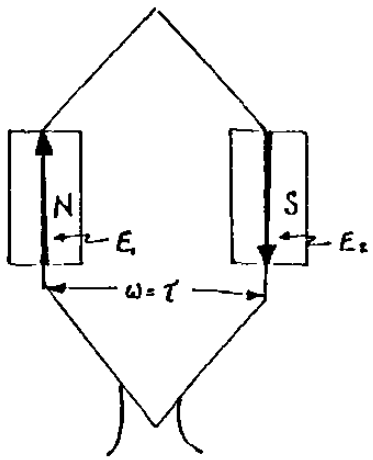



FIG. 3.4



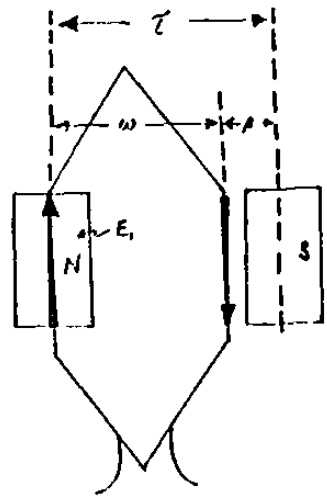




FIG 3.5

Paso completo (w) $(\pi/\tau)$ = 180°E
(W = T)

Paso fraccionario W $(\pi/\tau)$ < 180°E
(W<T)

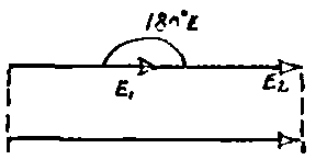
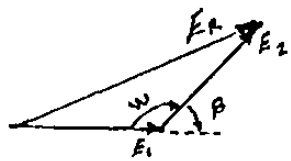



FIG 3.6




$E_R = 2E1 = 2E_2$

$|E1 = /E1/ = /E_2/$ (no en ángulo)

$E1 = E_2 = E$

$$E_R = 2E$$

$\tau$ = # ranuras cuando hay paso completo

$\tau$ = °E = 180° E

$$°E/Ran = \frac{\pi}{\tau} = \alpha_s$$

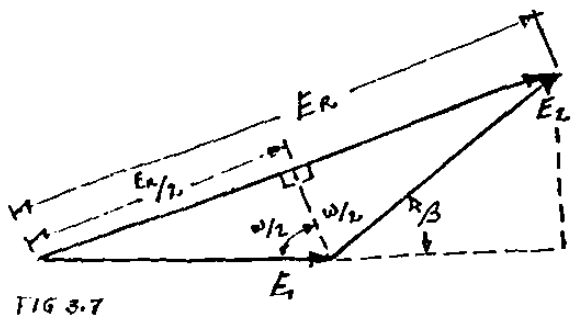



FIG 3.7

E(paso fracc) = Kp (E paso completo)

/E1/ = /E2/ (Triángulo isósceles)

(W/2) $(\pi/T)$ Ran oE/Ran = °E

$$Kp = \frac{E_R \text{ (cuando hay paso fracc)}}{E_R \text{ (cuando hay paso completo)}}$$

$$\text{Sen}\left(\frac{W}{2}\right)\left(\frac{\pi}{T}\right) = \frac{E_R/2}{E1}$$

$$Kp = \frac{E_{Rf}}{2E} = \frac{2E_1 \,\text{Sen}\,\frac{\omega\pi}{2\tau}}{2E_1} = \text{Sen}\,\frac{\omega}{\tau}\,\pi/2$$

$$E_R = 2E_1 \,\text{Sen}\,\frac{\omega\pi}{2\tau}$$

$$\boxed{K_p = \text{Sen}\,\frac{\omega}{\tau}\,\pi/2}$$

$$K_p = \frac{2E1 \text{ Sen } \frac{w\pi}{2\tau}}{2\ E1} = \text{Sen } \frac{w\pi}{2\tau} \qquad Kp = \text{Sen } \frac{w}{\tau}\ \frac{\pi}{2}$$

Tomando en cuenta el factor de paso (Kp) y el factor de distribución (Kd) el - fem inducida en un devanado de C.A. con N vueltas en serie por fase para flujo sinusoidal es.

$$E = 4.44\ fNKdKp\emptyset \times 10^{-8} \text{ volts} \qquad \emptyset \rightarrow \text{maxwells}$$

$$Kw = Kdp = KdKp \quad \text{factor del devanado}$$

$$E = 4.44\ fNKdp\ \emptyset \times 10^{-8} \text{ volts}$$

NKdp Número de vueltas efectivas por fase
E voltaje por fase
Ø flujo por polo en maxwells (máxima)
N vueltas por fase
f frecuencia en Hz.

Distribución No senoidal del flujo (B) a lo largo de la superficie de la armadura.

Los motores de inducción poco saturados y los motores cilíndricos de las máquinas sincrónicas tienen una distribución del flujo cercana a la senoide, la máquina -- sincrónica de polos salientes tiene una distribución del flujo plana:

Las fems armónicas son indeseables. Acortando las bobinas se reducen las armónicas también un valor grande de q reduce las armónicas.

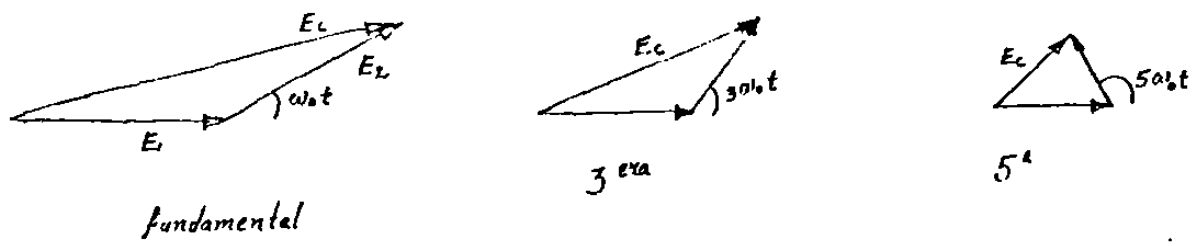



FIG. 3.8

Problema

GENERADOR SINCRONICO

$$E = 4.44\ fNKdp\ \emptyset \times 10^{-8}$$

P = 24

f = 60 Hz

m = 3Ø

Q = 216 Ranuras

18 cond/ran.

doble capa

3 Y en paralelo

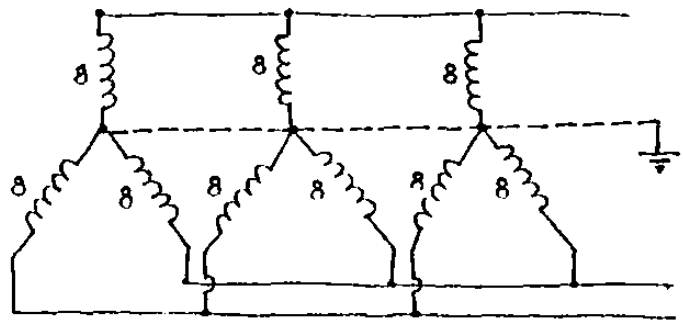


FIG. 3.9

$\frac{W}{\tau} = 0.778$

$E_{vacío} = 2300$ volts (línea)

$\emptyset p$ (en vacío) = ?

$E_{línea}$ si $z\Delta$ en paralelo

Q = 216 ran = 216 bobinas

grupos = mxp = (3) (24) = 72 grupos

$$\frac{\text{grupos}}{\text{fase } 3Y} = \frac{72}{3} = 24\ \frac{\text{grupo}}{\text{fase } 3\ Y}$$

$$q = \frac{216}{72} = 3\ \frac{\text{bobinas}}{\text{grupo}}$$

$$18\ \frac{\text{cond}}{\text{ran.}} = 18\ \frac{\text{cond}}{\text{bobina}} = 9\ \frac{\text{vueltas}}{\text{bobina}}$$

$$Kp = \text{Sen}\ \frac{W}{\tau}\ \pi/2$$

$$N_g = \frac{\text{vueltas}}{\text{grupo}} = \left(q\ \frac{\text{vueltas}}{\text{bobinas}}\right)\left(3\ \frac{\text{bob}}{\text{grupo}}\right) = 27\ \frac{\text{vueltas}}{\text{grupo}}$$

Kp = Sen (.778) (90°E)

Kp = Sen 70°

$\boxed{Kp = 0.94}$

$$N_g = \frac{\text{vueltas}}{\text{grupo}} = 27$$

$$N = 8\ \frac{\text{grupo}}{\text{fase}}\ 27\ \frac{\text{vueltas}}{\text{grupo}} = 216\ \frac{\text{vueltas}}{\text{fase}}$$

$$Kd = \frac{\text{sen } q\left(\frac{\alpha s}{2}\right)}{q \text{ sen } \frac{\alpha s}{2}}$$

$$N = 216\ \frac{\text{vueltas}}{\text{fase}}$$

$$\alpha s = \frac{180\ p}{Q} = \frac{(180)\ (24)}{216}$$

$$Kd = \frac{\text{sen } 3\ (10)}{3 \text{ sen } 10} = \frac{\text{sen } 30°}{3 \text{ Sen } 10°} = \frac{0.5}{3(0.174)}$$

$\alpha s = 20°E$

$\boxed{Kd = 0.96}$

$$Kdp = (.94)(.96) = 0.9024$$

$$\phi = \frac{E_{fase}}{4.44\, f N K_{dp} \times 10^{-8}}$$

$$\phi = \frac{2300/\sqrt{3}}{4.44(60)(216)(0.9024)\times 10^{-8}}$$

$$\phi = 2.56 \times 10^{6} \text{ Lineas.}$$

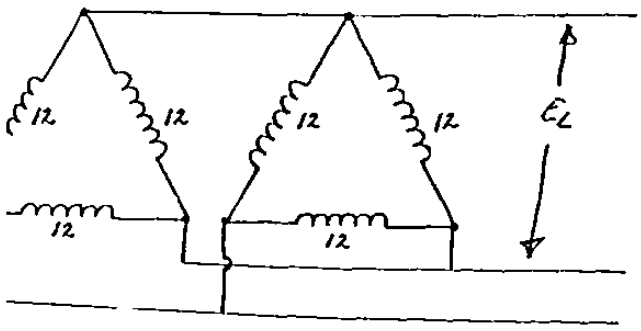



FIG 3.10

Grupos = 72

$$\frac{\text{Grupos}}{\Delta} = \frac{72}{2} = 36$$

$$\frac{\text{Grupos}}{\text{fase}} = \frac{36}{3} = 12$$

$$N = \frac{P q N_g}{a} = \frac{(24)(3)(9)}{2} = 324 \text{ espiras}$$

$$E = 4.44(60)(0.94)(0.96)(2.56\times 10^{6})(10^{-8})(324)$$

$$E = 1992 \text{ Volts (Linea)}$$

## DEVANADOS DE DOS VELOCIDADES.

En muchas aplicaciones de los motores de inducción se requieren dos ó más velocidades, ó un rango contínuo ajustable de velocidades. La velocidad del rotor de un motor de inducción puede ser ajustada de tres maneras.

1. Variando la frecuencia del voltaje de alimentación.
2. Variando el deslizamiento
3. Cambiando el número de polos.

En ésta sección se tratará la variación de la velocidad cambiando el número de polos por medio de los devanados del polo consecuente (o conmutables).

En éste tipo de conexión con sólo 6 terminales exteriores se tiene la posibilidad de trabajar con dos velocidades cuya relación es 2:1 con un cambio de polos 1:2 en un solo devanado. Existen 2 técnicas de conexión con las siguientes características:

a) Par constante

b) HP constante

c) Par variable.

Analizaremos el principio básico de operación con una de las técnicas de conexión de los grupos de polo fase.

La idea tener un cierto número de polos en conexión serie y en una conexión en paralelo tener la mitad de los polos invirtiendo la corriente en la mitad del devanado. En la figura 3.11 se representa la conexión de los grupos fase para la fase A, siendo similar para las fases B y C.

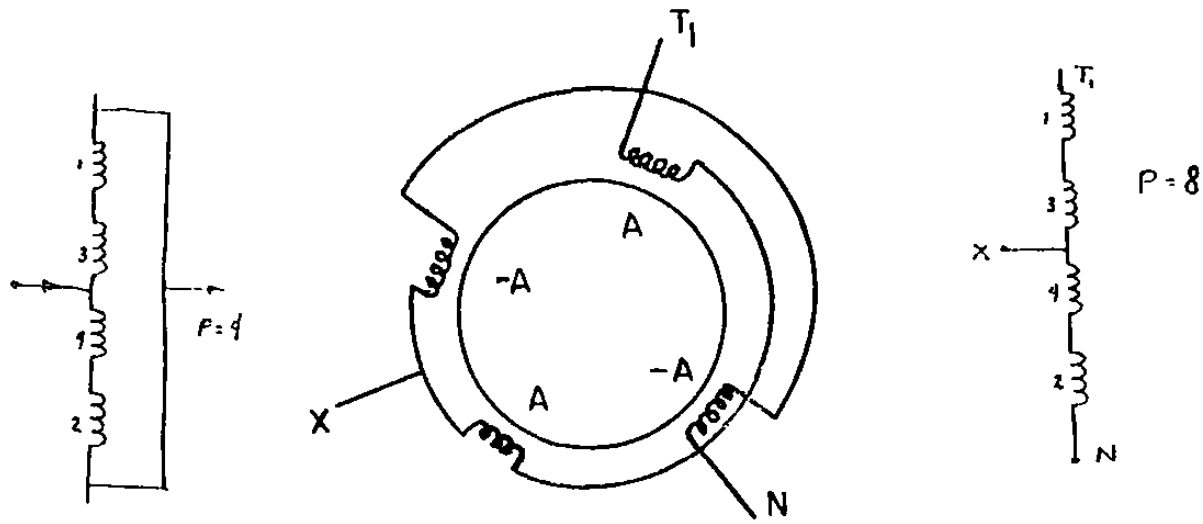



Figura 3.11 .

Para éste tipo de conexión se tienen las siguientes características: Primero.- Se conectan todos los A y -- luego todos los -A, entrando por la primera terminal de cada grupo polo fase, como se muestra en la fig. 3.12 en donde se puede apreciar que si se alimenta por T1 se forman 8 po-- los, siendo esta conexión para la baja velocidad.

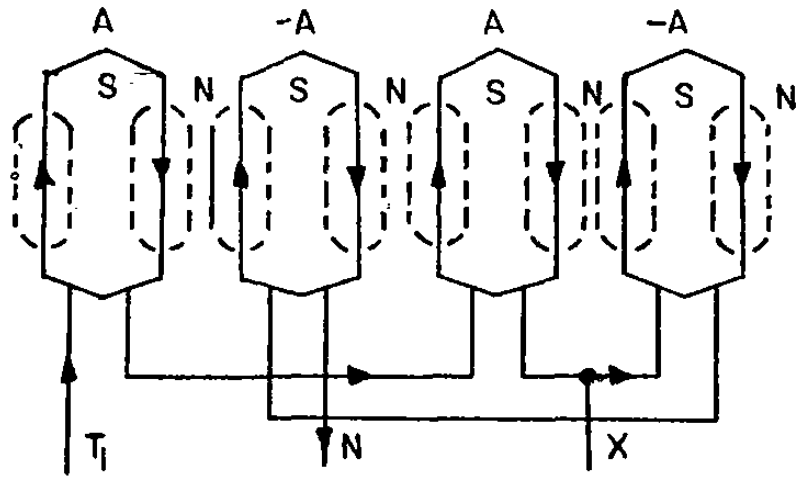



Figura 3.12

En la fig. 3.13 que se muestra la conexión en paralelo, conectanto T1 y el neutro, y alimentando por X, se forman 4 polos, correspondiendo esta conexión a alta velocidad. Es importante observar que la corriente se invirtió en los grupos -A.

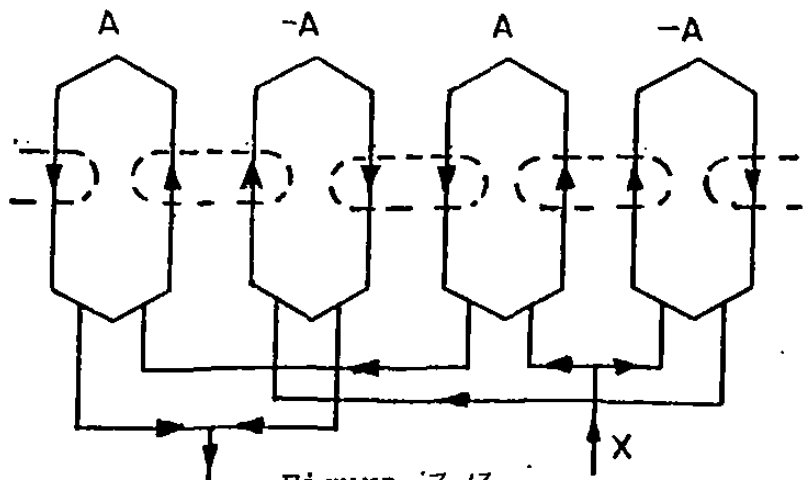



Figura 3.13

Como ya se mencionó anteriormente, con un switch, es posible tener las dos conexiones, y por lo tanto se pueden operar el motor a dos diferentes velocidades, con la velocidad más alta cuando se tiene la conexión standar y a la mitad de esa velocidad con la conexión de polos consecuentes. (O VISE VERSA SEGUN TIPO DE TECNICA UTILIZADA)

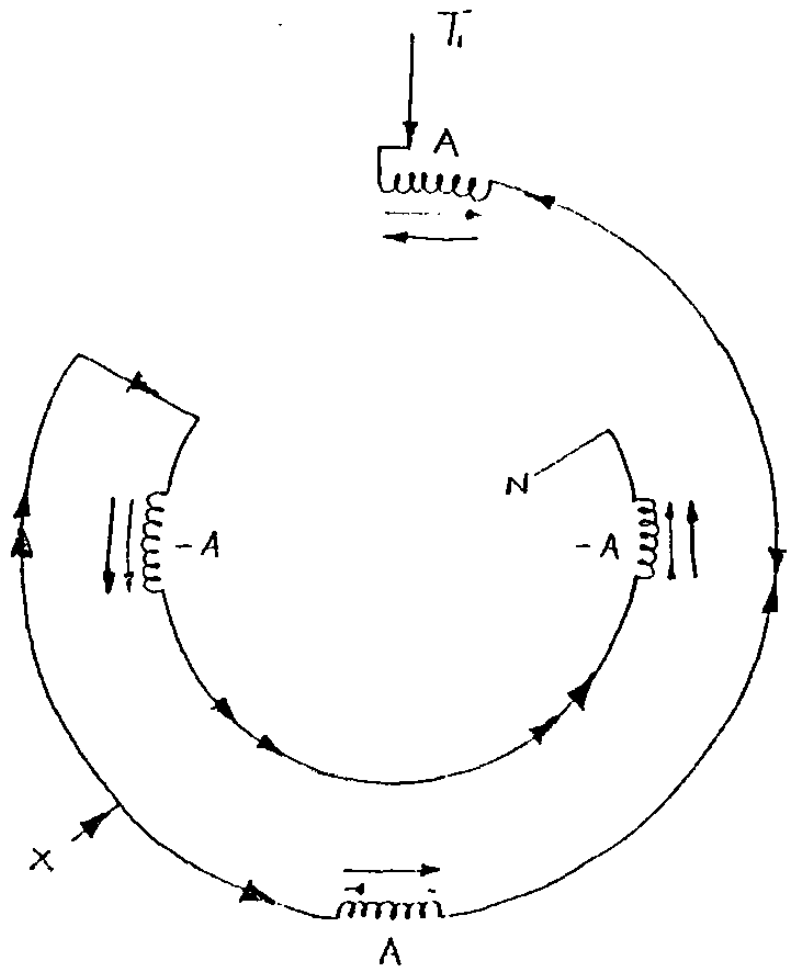



Fig. 3.14 Conexión 2 Velocidades H P'S = CTE'S ( Técnica # 2 )
Serie 4 Polos (A) , Paralelo 8 Polos ( 24 )

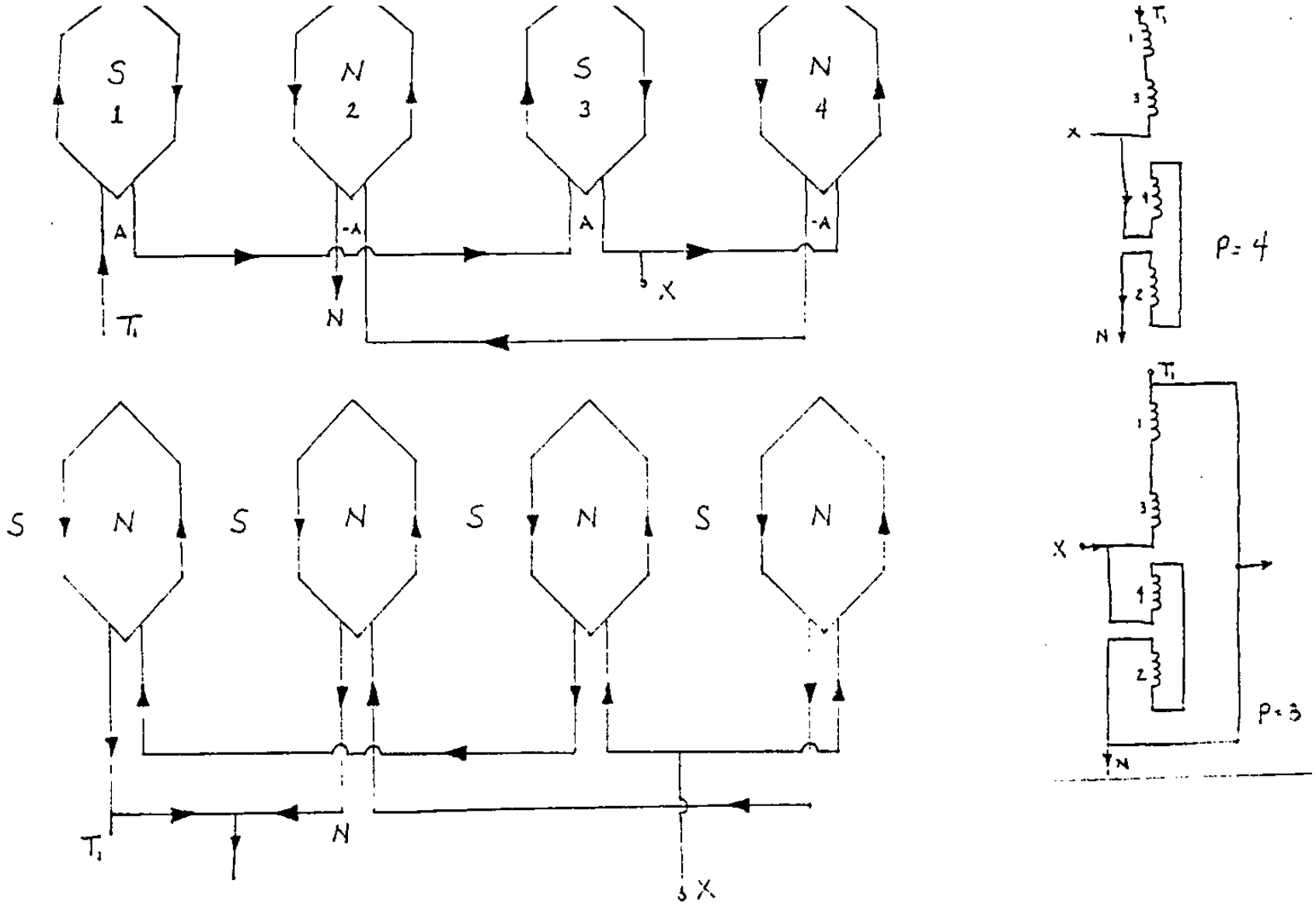



Fig. 3. 15 CONEXION 2 - VELOCIDADES HP'S = CTE'S.

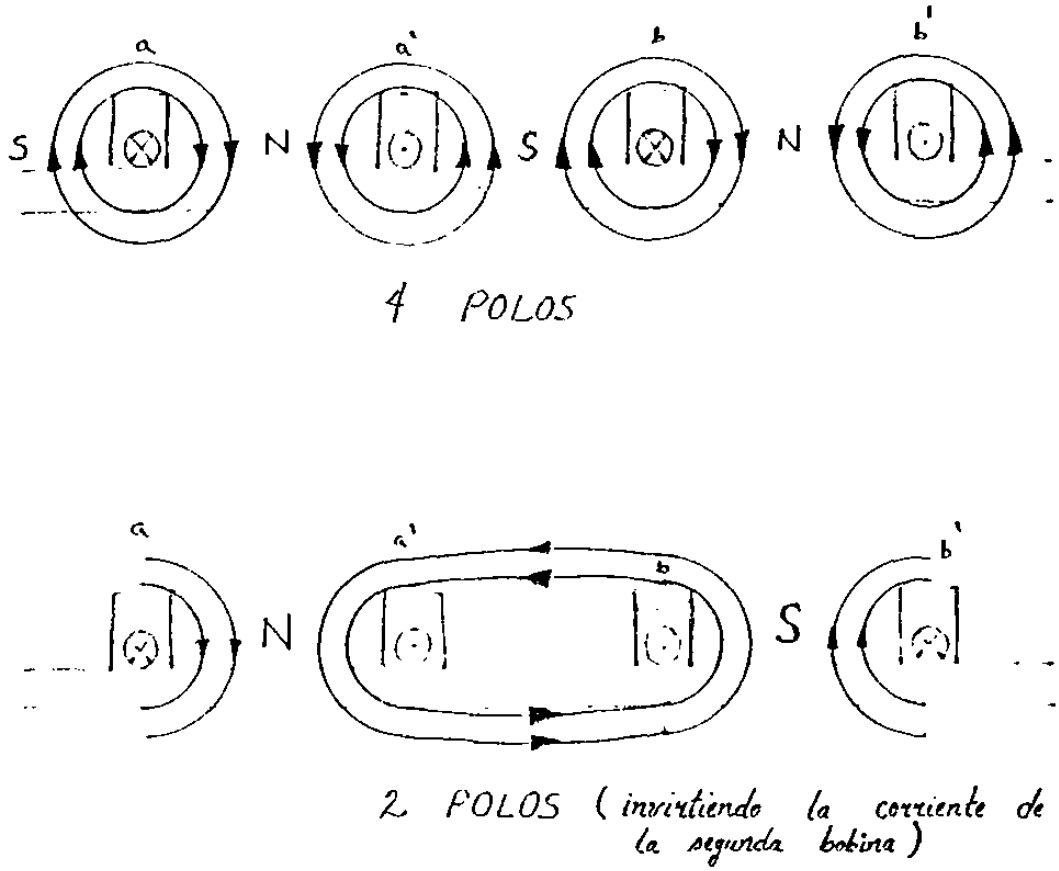



Fig. 3.16 Teoría Básica, Devanados de 2 Velocidades.

METODO PRACTICO PARA REALIZAR DIAGRAMAS DE ARROLLAMIENTOS DE POLO CONSECUENTE.-

Antes de entrar en el tema, haremos las siguientes importantes advertencias.

1. Cuanto menor es el número de polos de un motor, tanto más ancho debe ser el camino previsto por el flujo magnético. Por lo tanto un motor cuyo yugo del estator está calculado, por ejemplo para 8 polos, no admitirá en general el cambio de 4 polos sin graves consecuencias en su funcionamiento.

2. Todo cambio de polaridad del arrollamiento del estator exige analogo cambio en el rotor. Si este está devanado, será necesario modificarlo con la nueva polaridad.

3. Si se trata de rotor en jaula de ardilla no requiere modificación, sin embargo hay que tener presente que para cada número de polos, entre el número de ranuras del estator y rotor debe existir una relación conveniente.

4. Debe tenerse en cuenta el claro de bobina del estator, de tal manera que sea el más óptimo en ambas velocidades.
   Caben pues, desagradables sorpresas si no se toma en consideración lo anterior.

PROCEDIMIENTO:

a).Se hacen los cálculos en el menor número de polos.

Q= 48 ranuras = 48 bobinas.
Doble capa imbricado.

m= 3Ø  w= 7 ranuras.

P= 4/8 Polos.

GRUPOS= mxp = 12

$$q = \frac{Q}{mp} = \frac{48}{12} = 4 \ \frac{\text{bobinas}}{\text{grupo}}$$

Si no se consideran las armonicas se toma como el claro de la bobina igual al paso polar (diametral) correspondiente al mayor número de polos. Si ello no fuese posible, se tomará el paso más próximo al paso diametral mencionado.

$$\tau = \frac{Q}{P} = \frac{48}{8} = 6 \text{ ranuras} \quad w = 7 \text{ ranuras} \quad \therefore \text{ es adecuado.}$$

En la fig. 3.17 se encuentra el diagrama completo con la numeración de terminales adecuado, tomando: Los principios de cada bobina con los números del 1 al 48 y los finales del 101 al 148.

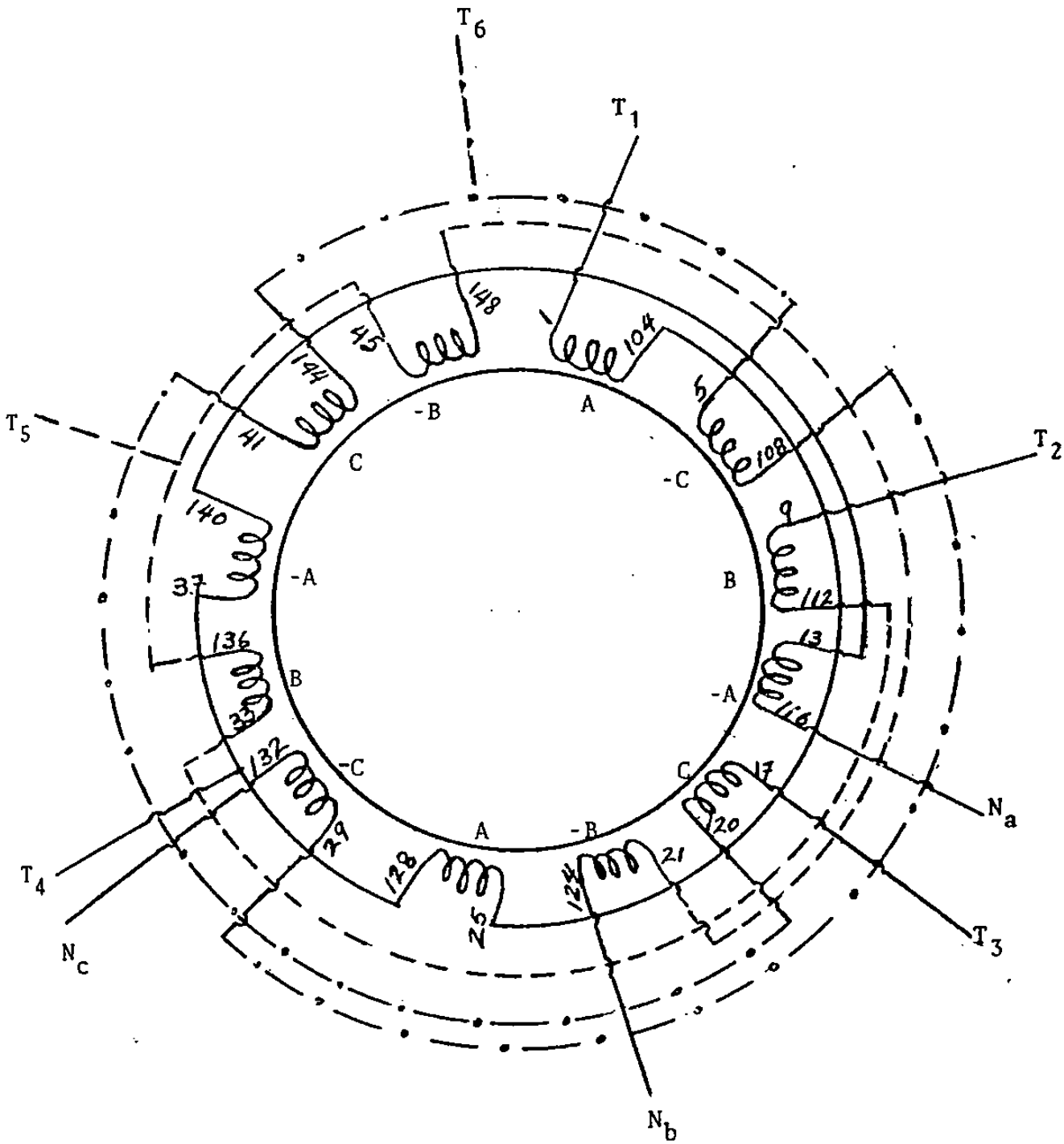



FIGURA # 3.17 DIAGRAMA ESQUEMATICO DE 2 VELOCIDADES
1800, 900 R.P.M. (4 y 8 Polos).

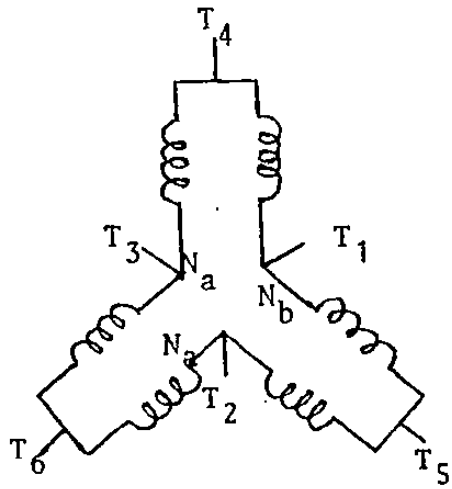
| FASE "A" | FASE "B" | FASE "C" |
|---|---|---|
| $T_1$ — 1 | $T_2$ — 9 | $T_3$ — 17 |
| 101 — 2 | 109 — 10 | 117 — 18 |
| 102 — 3 | 110 — 11 | 118 — 19 |
| 103 — 4 | 111 — 12 | 119 — 20 |
| 104 — 25 | 112 — 33 | 120 — 41 |
| 125 — 26 | 133 — 34 | 141 — 42 |
| 126 — 27 | 134 — 35 | 142 — 43 |
| 127 — 28 | 135 — 36 | 143 — 44 |
| 128 — 37 — $T_4$ | 136 — 45 — $T_5$ | 144 — 5 $T_6$ |
| 137 — 38 | 145 — 46 | 105 — 6 |
| 138 — 39 | 146 — 47 | 106 — 7 |
| 139 — 40 | 147 — 48 | 107 — 8 |
| 140 — 13 | 148 — 21 | 108 — 29 |
| 113 — 14 | 121 — 22 | 129 — 30 |
| 114 — 15 | 122 — 23 | 130 — 31 |
| 115 — 16 | 123 — 24 | 131 — 32 |
| 116 — $N_a$ | 124 — $N_b$ | 132 — $N_c$ |

Una vez terminada la conexión de las bobinas individuales del motor se harán las conexiones en $\Delta$ y 2Y para par --- constante y Y-2Y para par variable.

El voltaje se aplicará con el Variac incrementandolo lentamente desde 0 a 110 V. midiendo la corriente.

CONEXION PARA
PAR CONSTANTE

$T_1 \rightarrow 1$
$T_2 \rightarrow 9$
$T_3 \rightarrow 17$

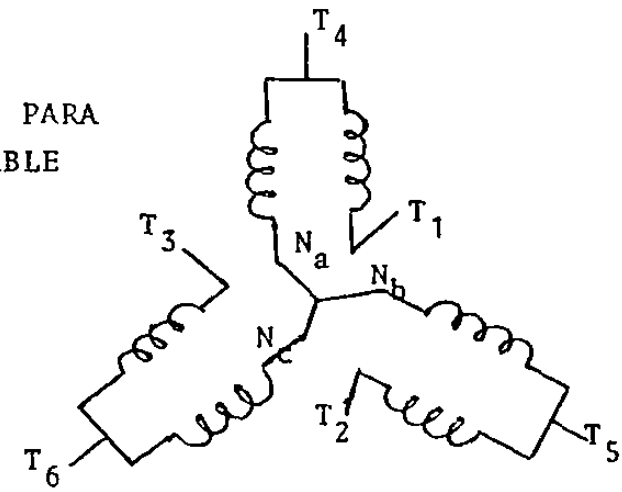



$T_4 \rightarrow 128$ y 37
$T_5 \rightarrow 136$ y 45
$T_6 \rightarrow 144$ y 5

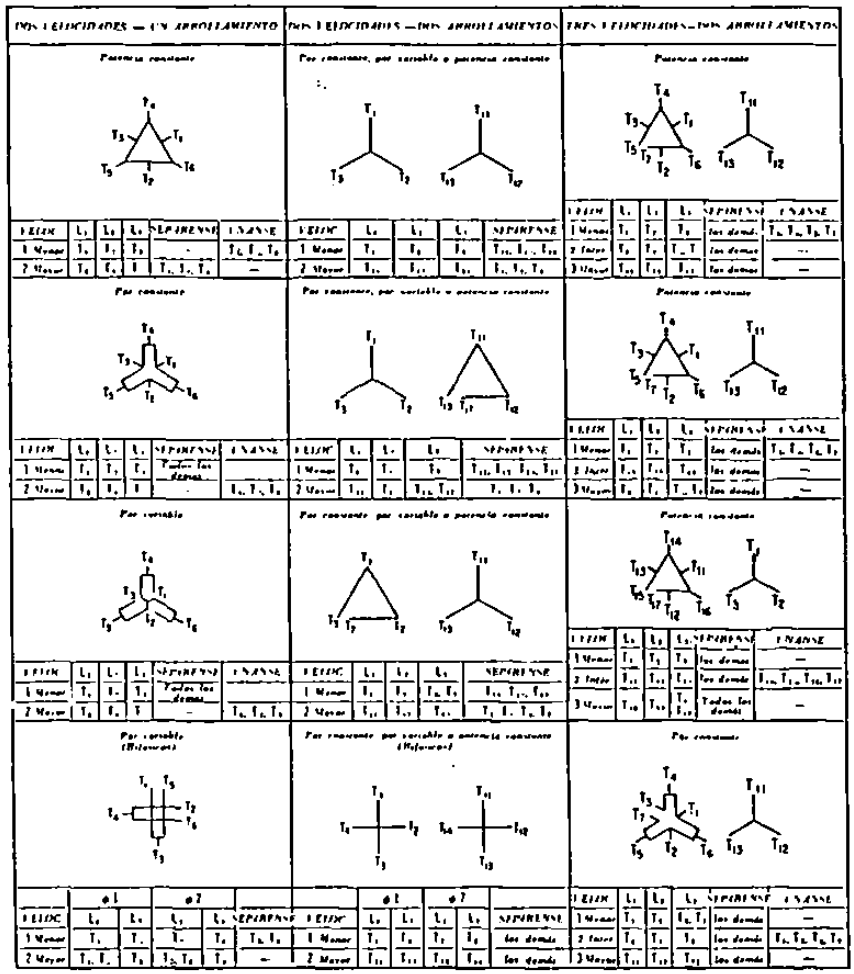
$N_a \rightarrow 116$
$N_b \rightarrow 124$
$N_c \rightarrow 132$

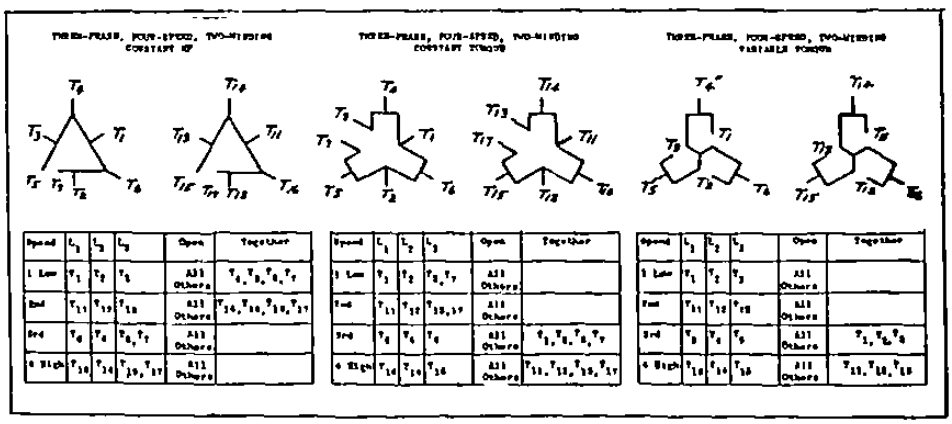
| VELOCIDAD | LINEAS | UNIR | CONEXION | VOLTS |
|---|---|---|---|---|
| BAJA (900 rpm) | $T_1$ $T_2$ $T_3$ | ---- | Delta (Δ) Simple | 110 (línea) |
| ALTA (1800 rpm) | $T_4$ $T_5$ $T_6$ | $T_1$ $T_2$ $T_3$ | Doble (2Y) Estrella | 110 (Línea) |

CONEXION PARA
PAR VARIABLE




| VELOCIDAD | LINEAS | UNIR | CONEXION | VOLTS (Línea) |
|---|---|---|---|---|
| BAJA (900 rpm) | $T_1$ $T_2$ $T_3$ | ----- | Y | 110 |
| ALTA (1800 rpm) | $T_4$ $T_5$ $T_6$ | $T_1$ $T_2$ $T_3$ | 2Y | 110 |




Courtesy of G.V. Reaman of the General Electric Company, Schenectady, N.Y.

**Ejemplo: Devanado de 2 Velocidades.**

$Q = 12$ ranuras

$P = 2, 4$ polos

$m = 3\varphi$

$w = 4$ ranuras

Calcular:

$q, \tau, \alpha_s, K_p, K_d$

Para 2 polos

$$q = \frac{Q}{m \times p} = \frac{12}{3 \times 2} = \frac{12}{6} = 2 \ \frac{\text{ranuras}}{\text{grupo}}$$

$$\tau = \frac{Q}{P} = \frac{12}{2} = 6 \text{ ranuras}$$

$$\alpha_s = \frac{180^\circ E\ (P)}{Q} = \frac{180\ (2)}{12} = 30^\circ E/\text{ranura}$$

$$K_d = \frac{\text{Sen}\ q\left(\frac{\alpha_s}{2}\right)}{q\ \text{Sen}\left(\frac{\alpha_s}{2}\right)} = \frac{\text{Sen}\ (2)(15)}{2\ \text{Sen}\,15} = \frac{\text{Sen}\,30^\circ}{2\,\text{Sen}\,15^\circ} = \frac{0.5}{2(0.26)} = 0.96$$

$$\boxed{K_d = 0.96}$$

$$K_p = \text{Sen}\ \frac{w}{\tau}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \text{Sen}\left(\frac{4}{6}\right)(90^\circ) = \text{Sen}\ (0.675)(90^\circ) = \text{Sen}\,60^\circ = .8$$

$$\boxed{K_p = 0.866}$$

4 polos

$$= \frac{12}{P} = \frac{12}{3 \times 4} = \frac{12}{12} = 1 \ \frac{\text{ranura}}{\text{grupo}}$$

$$= \frac{12}{4} = 3 \text{ ranuras}$$

$$\frac{180^\circ E\,(P)}{Q} = \frac{180(4)}{12} = 60^\circ E/\text{ranura}$$

$$\frac{\text{Sen}\ q\frac{\alpha_s}{2}}{q\ \text{Sen}\ \frac{\alpha_s}{2}} = \frac{\text{Sen}\ 30^\circ}{\text{Sen}\,30^\circ} = \frac{0.5}{0.5} = 1$$

$$\boxed{K_d = 1}$$

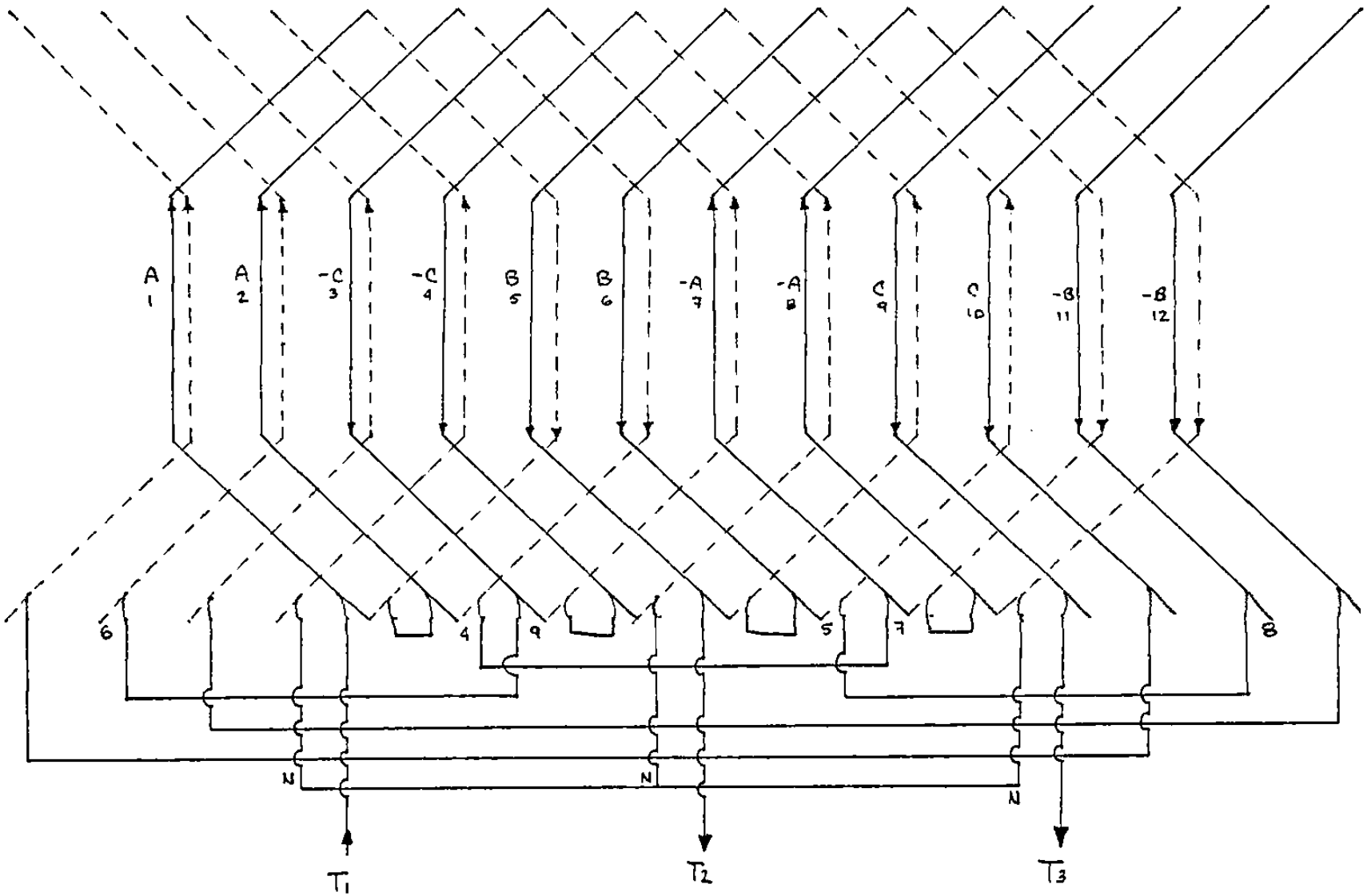
$$\text{Sen}\ \frac{w}{\tau}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \text{Sen}\ \frac{4}{3}(90) = \text{Sen}\,120^\circ$$

$$\boxed{K_p = 0.866}$$

Conexión "Y" Simple

Alimentación por T1,T2,T3

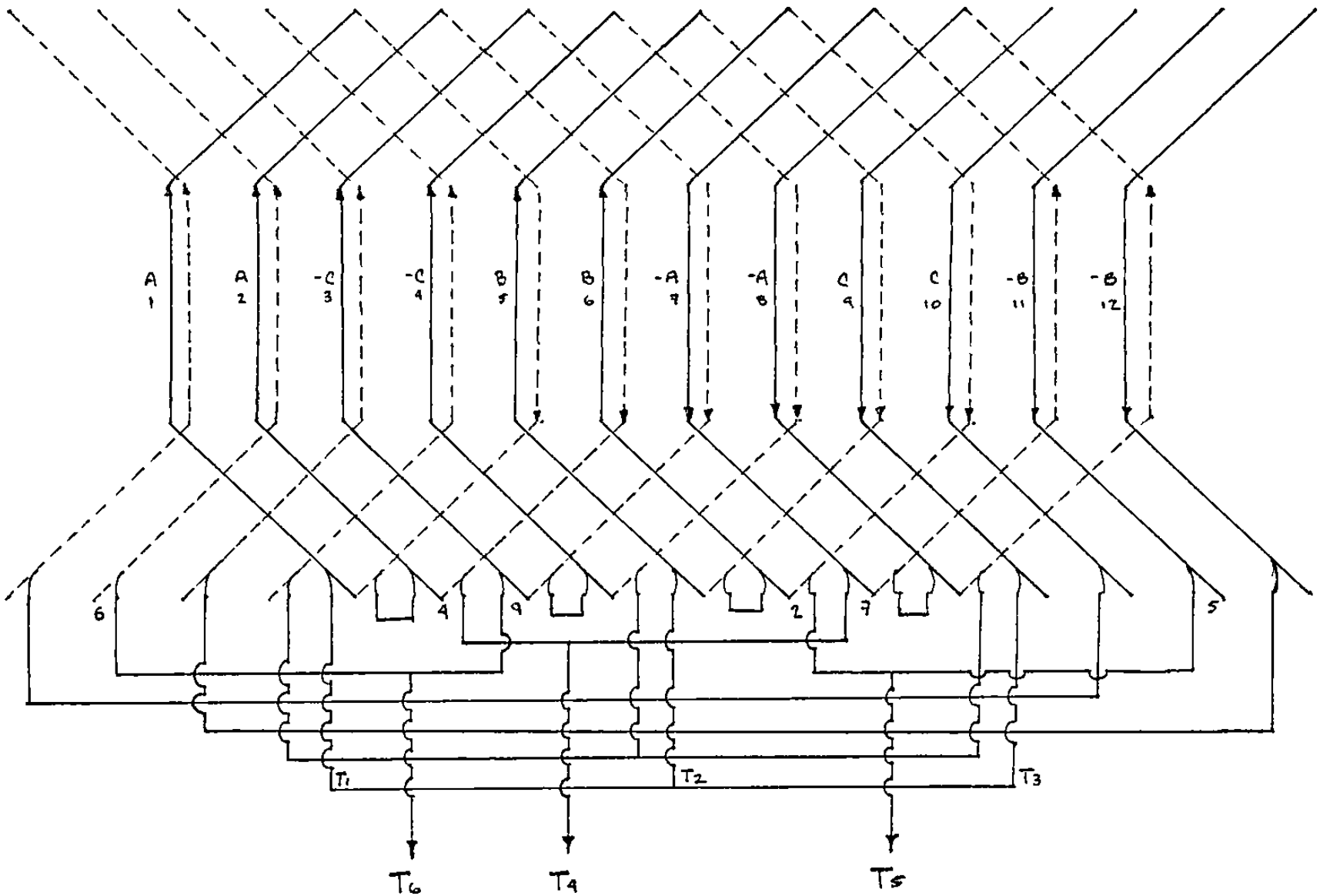
Se forman 4 Polos



Conexión " 2 Y "

Alimentación por T4,T5,T6

Se Forman 2 Polos-



# CAPITULO 4

## La FMM de un Devanado de C.A

Fmm alterna

Fmm giratoria

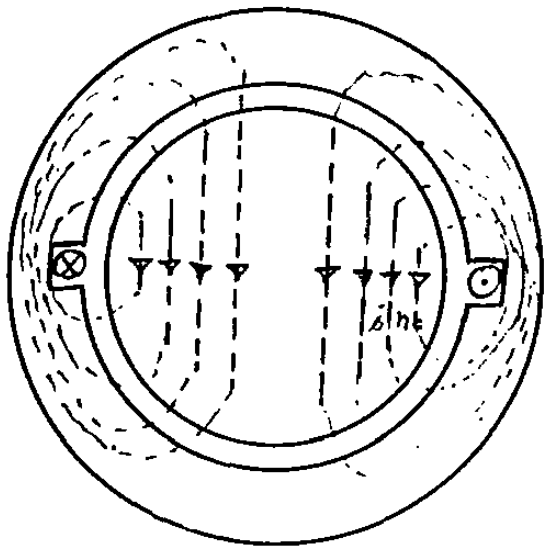



Fig. 4.1
Máquina elemental con una sola bobina una fase 2 polos
Una sola bobina de $N_c$ vueltas puede ser conciderado como una fase de un sistema polifásico (o de un devanado polifásico) con q = 1.

La máquina tine 2 polos puesto que el flujo entra a la armadura (inducida o parte interior) una vez y sale una vez.

Se ve de la figura que cada linea de fuerza esta entrelazada con todos los $n_c i$ ampers vueltas.
Aplicando la ley de amper del circuito magnetico

$$\oint He \cdot d\ell = NI \quad \ldots . (4.1)$$

la integral de linea $\oint H_e \, d\ell$ es la misma para todas las lineas de fuerza puesto que la fmm $n_c i$ es la misma para todas las lineas de fuerza.

(la interpretación de que la $\oint H_e \, d\ell$ es $n_c i$ en cada una de las trayectorias puede ser como sigue: en la primer trayectoria de corta longitud - la intencidad de He es grande mientras que en las mas alejadas la lon

tud de la trayectoria magnetica es larga y la intencidad de H es baja de tal manera que para cualquier trayectoria $\oint H_e \, dl = n_c i$

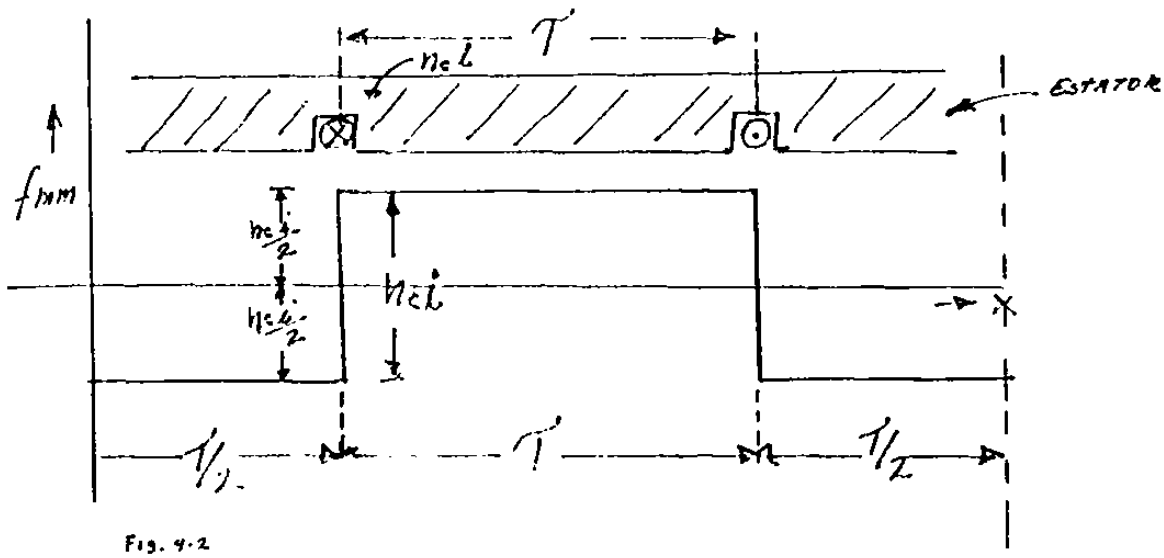



Fig. 4.2

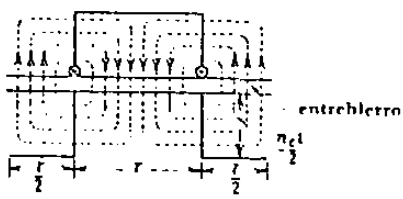



Fig. 4.3 Curva de la fmm de la máquina elemental

La mitad de la fuerza magnetomotriz (fmm) $n_c i$ que induce el flujo "hacia" el rotor es conciderada positiva y la mi-- tad de $n_c i$ que induce el flujo "desde" el rotor es conciderada negativa.

la principal caida de fmm ocurre en el entrehierro g debido a la alta permeabilidad el del hierro (la caida en el hierro es despreciable)

$$B = \mu_o \mu_r H$$

$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Tesla}}{\text{Lenz}}$$

$$\mu_o = 0.4\pi \frac{\text{Gauss-Cm}}{\text{Amp.}}$$

$$\boxed{B = 0.4\pi \mu_r H.} \quad (4.2)$$

$$\oint H_e \, dl = n_c i$$

$$\oint H_e \, dl = H_g 2g$$

$$n_c i = H_g 2g$$

$$\boxed{H_g = \frac{n_c i}{2g}} \quad (4.3)$$

$$Bg = 0.4\pi\, Hg$$

$$Bg = 0.4\pi \frac{h_c i}{2g}$$

$$Bg = 0.4\pi \left(\frac{h_c i}{2}\right)\left(\frac{1}{g}\right) \quad (4.4)$$

$\mu_r = 1$ (en el aire)

g. es constante en las maquinas de inducción

Segun esta ecuación las figuras anteriores no solamente representan la forma de la fmm sino que también en otra escala la distribución del flujo en el entrehierro (curva de B )

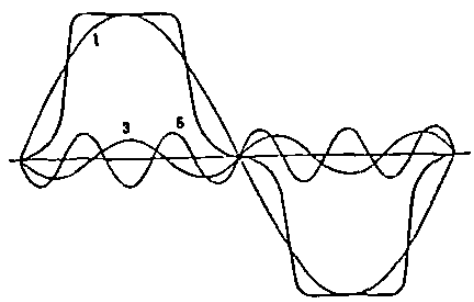



Fig. 4.4 Curva de la distribución de flujo en vacío con una fundamental y dos armónicas únicamente

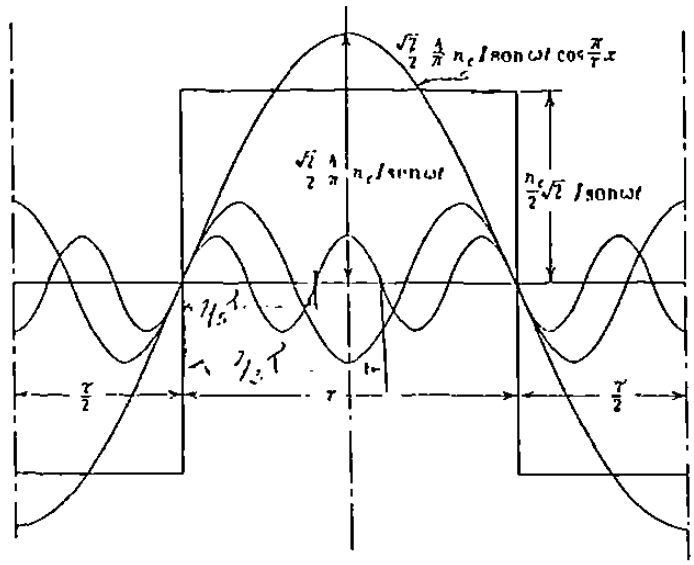



FIG. 4.5 Curva de la fmm del arrollamiento monofásico de la Fig. de 2 polos, mostrada con la fundamental y dos armónicas únicamente

Periodo $T = 2\tau$ $\quad f = \frac{1}{T}$ $\quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{\tau}$ $\quad \boxed{\omega_0 = \frac{\pi}{\tau}}$ $\quad \tau = \frac{\pi D}{P}$

metrias Par $f(t) = f(-t)$; $1/2$ Onda $f(t) = -f(t \pm T/2)$ $\therefore$ $1/4$ onda

Por Series de fourier:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} \cos[(2n-1)\,\omega_0 x]$$

$$a_{2n-1} = \frac{8}{T}\int_0^{T/4} f(x) \cos[(2n-1)\,\omega_0 x]\,dx \qquad f(x) = \frac{n_c i}{2} \quad \frac{T}{2} > T > 0$$

$$a_{2n-1} = \frac{8}{(2n-1)\,\omega_0 \times T}\int_0^{T/4}\left\{f(x)\cos[(2n-1)\,\omega_0 x]\right\}(2n-1)\,\omega_0\,dx$$

$$= \frac{8}{(2n-1)\,\omega_0 . T}\operatorname{Sen}[(2n-1)\,\omega_0 x]\Big|_0^{T/4} \qquad \text{para onda cuadrada unitaria } f(x) = 1$$

$$= \frac{8}{(2n-1)\frac{\pi}{T}(2T)}\left\{\operatorname{Sen}\left[(2n-1)\frac{\pi}{T}\frac{2T}{4}\right] - \operatorname{Sen}\left[(2n-1)\frac{\pi}{4}(0)\right]\right\}$$

$$\boxed{a_{2n-1} = \frac{4}{(2n-1)\pi}\operatorname{Sen}[(2n-1)\,\pi/2]} \longrightarrow \text{onda cuadrada unitaria.}$$

$$a_{2n-1} = \frac{4}{(2n-1)\pi} \operatorname{Sen}\left[(2n-1)\,\pi/2\right] \rightarrow \text{Onda Cuadrada unitaria}$$

Para $(2n - 1) = 1$ $\quad a_1 = \frac{4}{\pi}$ $\quad \boxed{a_1 = 4/\pi}$

Para $(2n - 1) = 2$ $\quad a_2 = \frac{4}{2\pi} \operatorname{Sen}\left(\frac{2\pi}{2}\right) = 0$ $\quad \boxed{a_2 = 0}$

Para $(2n - 1) = 3$ $\quad a_3 = \frac{4}{3} \operatorname{Sen} \frac{3\pi}{2} = \frac{4}{3}$ $\quad \underline{a_3 = -4/3\pi}$

Para $(2n - 1) = 4$ $\quad \boxed{a_4 = 0}$

Para $(2n - 1) = 5$ $\quad \boxed{a_5 = \frac{4}{5\pi}}$

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} \cos\left[(2n-1)\,\pi/T\, x\right] \qquad w_0 = \pi/T$$

$$F(x) = 4/\pi \cos \pi/T\, x - 4/3 \cos \frac{3\pi}{T} x + 4/5\pi \cos \frac{5\pi}{T} x$$

$$\boxed{f(x) = 4/\pi \left[\cos \pi/T\, x - 1/3 \cos \frac{3\pi}{T} x + 1/5 \cos \frac{5\pi}{T} x \; - - - - - \right.} \quad (4.5)$$

$$f(t) = 4/\pi \left[\cos w_0 t - 1/3 \cos 3w_0 t + 1/5 \cos 5w_0 t \; - - - - \right.$$

$$t \rightarrow x \qquad w_0 = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \pi/T \qquad w_0 = \frac{\pi}{T} \qquad T = 2\tau$$

PARA ONDA CUADRADA UNITARIA

$$f(x) = 4/\pi \left[\cos \pi/T\, x - 1/3 \cos \frac{3\pi}{T} x + 1/5 \cos \frac{5\pi}{T} x - \frac{1}{7} \cos \frac{7\pi}{T} x + \cdots\right.$$

EN NUESTRO CASO LA ONDA CUADRADA TIENE UNA MAGNITUD DE $\frac{n_c i}{2}$

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \frac{n_c i}{2} \left[\cos \frac{\pi}{T} x - 1/3 \cos \frac{3\pi}{T} x + 1/5 \cos \frac{5\pi}{T} x - \frac{1}{7} \cos \frac{7\pi}{T} x + \cdots\right.$$

Para la fundamental

$$F(x) = 4/\pi \frac{n_c i}{2} \cos \pi/\tau \, X \quad \ldots (4.7)$$

Si $i$ = Imax Sen wt

e Imax = $\sqrt{2}I$, donde I → valor eficaz (rms)

Sustituyendo en

$$F(x) = \frac{4}{\pi} \frac{n_c i}{2} \sqrt{2} I \operatorname{sen} \omega t \cos \frac{\pi}{\tau} X$$

$$(4.8) \qquad f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{4}{\pi} n_c I \operatorname{sen} \omega t \cos \frac{\pi}{\tau} X \qquad f_{max} = 0.9 \, n_c I$$

$$F(x) = 0.9 \, n_c I \text{ sen wt cos } \pi/\tau \, X \quad (4.9)$$

Para un instante de tiempo fijo "t", esta fmm y también la distribución de la densidad de flujo B producida por esta son consenoidales con función de X (distancia o espacio).

Para un punto fijo "X" ambos la fmm y B son máximas cuando la corriente es máxima y son cero cuando la corriente es cero. Si la dirección de la; corriente es invertida la dirección de la fmm y B también se invierten.

Tal fmm y flujo son referido como una fmm alterna y un flujo alterno

El flujo alterno puede ser caracterizado como un flujo el cual es fijo en el espacio (onda estacionaria) mientaras su magnitud varia de un máximo - positivo a un máximo negativo.

Fmm Giratoria.

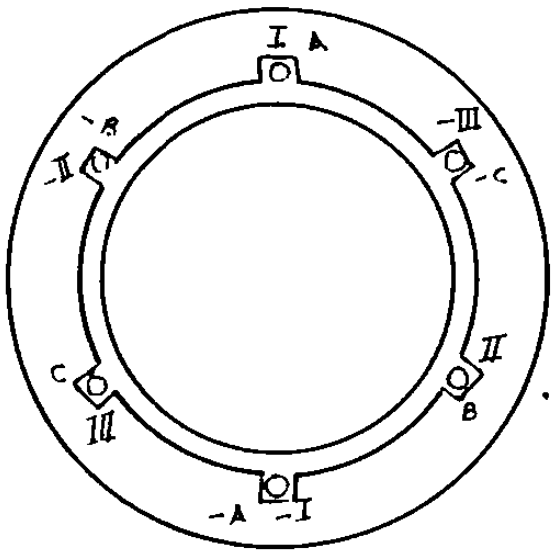



Fig. 4.6

La fig. 4.6 muestra una máquina elemental trifásica de 2 polos. Hay tres bobinas que estan desplazadas una de otra en el espacio - por 120°E y debera asumirse que - ellas estan alimentadas por corrientes desfasados una de otra. 120° en - el tiempo.

Cada una de las bobinas debera producir una fmm rectangular como la mostrada en la fig. 4.2 de las cuales solamente la fundamental debera ser conciderada aqui usando la fase I como referencia y colocando el punto de x=0, como antes en la fig. en el eje de esta bobina, las tres fmm producidas por las 3 bobinas son:

$$f_I(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{4}{\pi}\,n_c I \operatorname{sen} wt \cos \pi/\tau\, X$$

$$f_{II}(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{4}{\pi}\,n_c I \operatorname{sen}(wt - 120°) \cos(\pi/\tau\, X - 120°)$$

$$f_{III}(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{4}{\pi}\,n_c I \operatorname{sen}(wt - 240°) \cos(\pi/\tau\, X - 240°)$$

$$F_{amp.} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{4}{\pi} = 0.9\, n_c I$$

$$f_T(x) = f_I(x) + f_{II}(x) + f_{III}(x)$$

$$f_T(x) = 0.9\, n_c I \Big[\text{Sen } wt \cos \pi/\tau\, X + \text{sen } (wt - 120^\circ) \cos (\tfrac{\pi}{\tau} X - 120^\circ) + \text{sen } (wt - 240^\circ) \cos(\tfrac{\pi}{\tau} X - 240^\circ)\Big]$$

$$\text{Sen}\,\alpha \cos\beta = 1/2 \text{ Sen } (\alpha + \beta) + 1/2 \text{ Sen } (\alpha - \beta)$$

$$f_T(x) = 0.9\, n_c I \Big[1/2 \text{ Sen } (wt + \tfrac{\pi}{\tau} x) + 1/2 \text{ Sen } (wt - \pi/\tau\, x) + 1/2 \text{Sen } (wt - 120^\circ + \pi/\tau\, x - 120^\circ) + 1/2 \text{ sen } (wt - 120^\circ - \pi/\tau\, x + 120^\circ) + 1/2 \text{Sen } (wt - 240^\circ + \pi/\tau\, x - 240^\circ) + 1/2 \text{ sen } (wt - 240^\circ - \pi/\tau\, X + 240^\circ)\Big]$$

$$f_T(x) = 0.9\, n_c \Big[1/2 \text{ Sen } (wt + \pi/\tau\, x) + 1/2 \text{ sen } (wt - \pi/\tau\, x) + 1/2 \text{ sen } (wt + \pi/\tau\, X - 240^\circ) + 1/2 \text{ sen } (wt - \pi/\tau\, x) + 1/2 \text{ sen } (wt + \tfrac{\pi}{\tau} x - 480^\circ) + 1/2 \text{ sen } (wt - \pi/\tau\, x)\Big]$$

$$1/2 \text{ Sen } (wt + \pi/\tau\, x) + 1/2 \text{ Sen } (wt + \pi/\tau\, x - 240^\circ) + 1/2 \text{Sen}(wt + \pi/\tau\, x - 480^\circ) = 0$$

$$1/2 \text{ Sen } (wt + \tfrac{\pi}{\tau} x) + 1/2 \text{ Sen } (wt + \pi/\tau\, x - 240^\circ) + 1/2 \text{Sen}(wt + \pi/\tau - 120^\circ) = 0$$

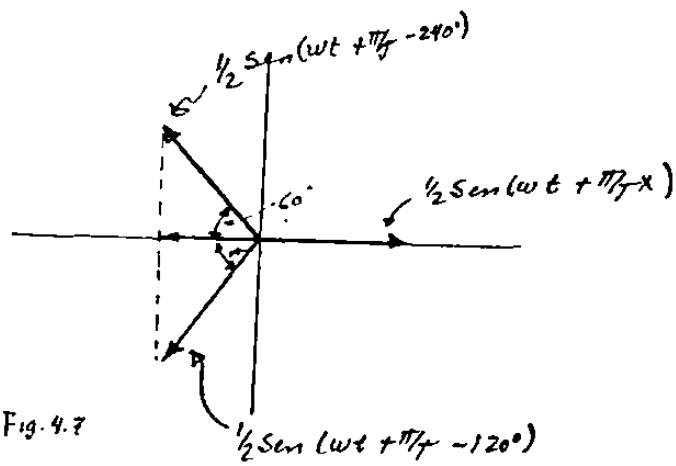



Fig. 4.7

$$\therefore f_T(x) = 0.9\, n_c I \Big[3/2 \text{ Sen } (wt - \pi/\tau\, x)\Big]$$

$$\boxed{f_T(x) = 1.35\, n_c I \text{ Sen } (wt - \pi/\tau\, x)} \qquad (4.10)$$

$$f(x) = 3/2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{4}{\pi}\right) \quad NcI \text{ Sen } (wt - \pi/\tau\, X) = 1.35\ NcI \text{ Sen}(wt - \frac{\pi}{\tau} x) \qquad (4.10)$$

La resultante fmm contiene una función Seno de tiempo y espacio.

Observando la posición de un punto fijo de la onda por ejemplo el punto A en diferentes instantes de tiempo, a medida que el tiempo pasa este punto se mueve a la derecha en la dirección positiva de el eje x.
Esto significa que la función - - - - Sen (wt - $\frac{\pi}{\tau}$ x) representa una onda viajera.

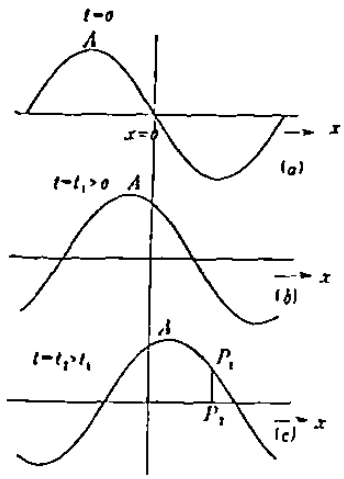



Fig. 4.8
La función sen $\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right)$ en diferentes instantes de tiempo

La resultante fmm de un devanado [la función Sen (wt - $\frac{\pi}{\tau}$ X )] polifásico (2 ó - más fases) es una fmm la cual viaja alrededor del estator (en el entrehierro) con amplitud etc. Tal fmm y el flujo producido por esta se refieren a una fmm giratoria y a un flujo giratorio.

Una comparación de la fmm giratoria (o flujo) con la fmm alterna (o flujo) muestra que la primera tiene amplitud cte y se mueve alrededor del entrehierro de la máquina mientras que la última tiene amplitud variable y está fija en el espacio.
La velocidad de propagación de la fmm (onda) representada por ec. 4.10. y el flujo producida por esta puede ser determinada de la ec. 4.10, imaginemos un observador viajando con la fmm y situado en $P_1$ de la onda (fig. 4.8 )

Para este observador la magnitud de la fmm deberá tener siempre el mismo valor. $P_1$ $P_2$ por lo anto para él el lado derecho de la ec. 4.10 es una cte. puesto que el factor $(3/2)(\sqrt{2}/2)(4/\pi)$ NcI tiene un valor cte., la -- condición que existe para el observador es:

$$\text{Sen}\left(wt - \frac{\pi}{\tau}X\right) = \text{cte.}$$

$$\therefore \quad wt - \frac{\pi}{\tau}X = \text{cte}$$

diferenciando con respecto a el tiempo "t" la velocidad de propagación -- dx/dt es obtenida.

$$\frac{d(wt)}{dt} = w\frac{dt}{dt} = W \qquad \frac{d(wt)}{dt} - (\pi/\tau)\frac{dx}{dt} = 0$$

$$w - (\pi/\tau)\left(\frac{dx}{dt}\right) = 0 \qquad w = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\frac{dx}{dt} = w\frac{\tau}{\pi} = (2\pi f)\frac{\tau}{\pi} = 2f\tau = \frac{2\tau}{T}$$

$$\boxed{V = \frac{dx}{dt} = 2f\tau}$$

la distancia recorrida por la onda en un minuto es $2f\tau \times 60$ (dist/min) y la distancia en una revolución es $P\tau$ (dist./ren)

$$\tau = \frac{\pi P}{P} \qquad \therefore N = \frac{2fT \times (60)}{P\tau} = \frac{120\,f}{P} \qquad \frac{\cancel{\text{dist}}/\text{min}}{\cancel{\text{dist}}/\text{rev.}} = \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

$$P\tau = \pi D$$

aplicando la relación $\text{Sen}\,\alpha \cos\beta = 1/2\,\text{Sen}(\alpha+\beta) + 1/2\,\text{Sen}(\alpha-\beta)$ a la ec. 4.8

$$F(x) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{4}{\pi}\right) \text{NcI Sen wt Cos}\,\frac{\pi}{\tau}x$$

$$\alpha = wt \qquad \beta = (\pi/\tau)x$$

$$f(x) = 1/2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4/\pi \cdot NcI\right) Sen\ (wt+\pi/TX) + 1/2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4/\pi \cdot NcI\right) Sen(wt-\pi/TX)$$

esto demuestra que la fmm de un devanado monofásico (m = 1) se puede descomponer en 2 campos giratorios de dirección opuesta.

Las ecs. 4.9 y 4.10 fueron deducidas para el caso de una bobina por par de polos y por fase ∴ una ranura por polo y por fase.
(q=1)

Si hay q bobinas (q>1) en serie hay que introducir el factor de distribución Kd.

Si las bobinas están acortadas hay que introducir el factor de paso Kp.

Para 3 fases la fmm resultante es 3/2 de c/u para m fases será m/2 según se ve en las ecs. 4.9 y 4.10 ..

$$fmm_{3\phi}(x) = 3/2\ (0.9\ NcI)\ Sen\ (wt - \pi/T\ X) \qquad 3\emptyset$$

$$fmm_{1\phi}(x) = 1/2\ (0.9\ NcI)\ Sen\ (wt + \pi/TX) + 1/2\ (0.9\ NcI)\ Sen(wt- /TX)$$

como se puede ver para 1 fase la magnitud del fmm giratoria es:

1Ø Fmm = 1/2 (0.9 NcI)

para 3Ø

3Ø Fmm = 3/2 (0.9 NcI)

Para m fases

m Ø Fmm = m/2 (0.9 NcI) = 0.45 M NcI

para q bob por polo con Kd y Kp

m fases 2 capas

Fmm = M/2 (0.9 qNcKdKpI) (2 capas)

$$Nf = qN_c \; P$$

$$qN_c = \frac{Nf}{P}$$

$$Fmm = m/2 \; (0.9 \; \frac{Nf}{P} \quad Kdp \; I) \qquad (2 \text{ capas})$$

para 2 capas

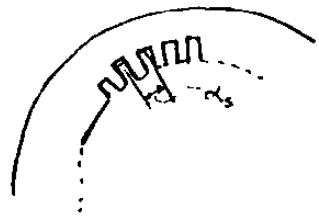
$$\boxed{Fmm = 0.9 \, m \, \frac{Nf}{P} \quad KdpI}$$

Factores de distribución y de paso para las armónicas

h = el número de armónica

$$\alpha_s = \frac{180P}{Q}$$

$$\alpha_{hs} = h\,\frac{180P}{Q} = h\alpha_s$$



$$\boxed{Kd_h = \frac{Sen\left(qh\,\frac{\alpha_s}{2}\right)}{q\ Sen\left(h\,\frac{\alpha_s}{2}\right)}}$$

$$qh\,\frac{s}{2} = (h-1), \text{ para } Kdh = 0$$

$h = \#\,impar$

Para $K_{ph} = 0$ $\quad h\,\frac{w}{T} = h - 1 = par$

$$\boxed{Kph = Sen\left(h\,\frac{w}{T}\ \pi/2\right)}$$

$h \rightarrow$ siempre es impar

$(h-1) \rightarrow$ es par

Si $\boxed{w = \frac{(h-1)}{h}\ T}$ ó $\boxed{\frac{w}{T} = \frac{h-1}{h}}$

$$Kph = Sen\left[\frac{\cancel{h}\ (h-1)\ \cancel{T}}{\cancel{T}\ \cancel{h}}\ \pi/2\right]$$

$Kp_n = Sen\ (h-1)\,\pi/2 = 0 \qquad h\,\frac{w}{T} = h - 1$

por ejemplo:

Si Q = 12 ran

p = 2 polos $\qquad T = \frac{Q}{P} = \frac{12}{2} = 6$

m = 3Ø

Grupos = 6

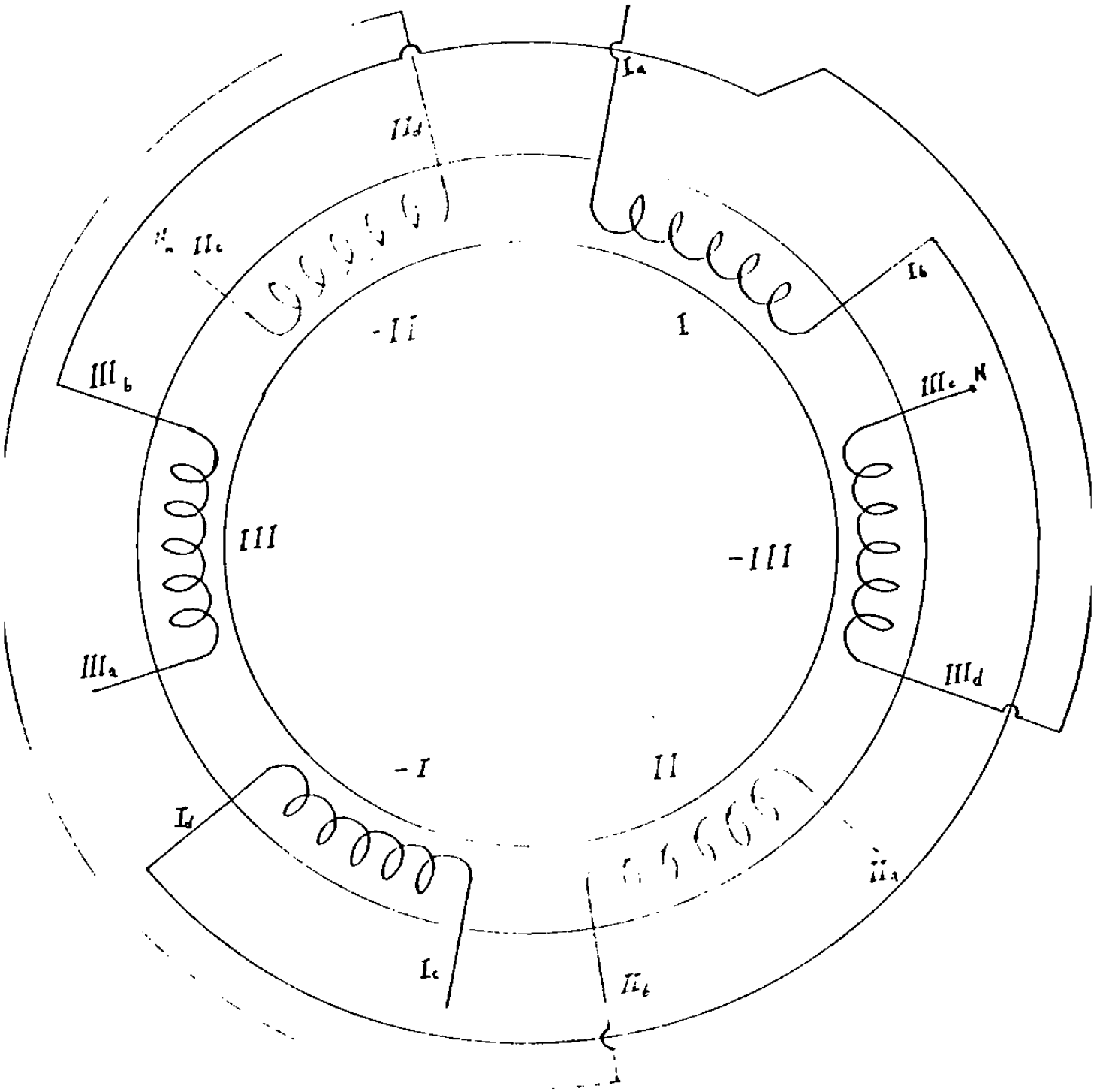
$q = \frac{12}{6} = 2$ $\qquad$ $Kp = \text{Sen}\ 3\ \frac{4}{6}\ \pi/2 = \text{Sen}\ \pi = 0$

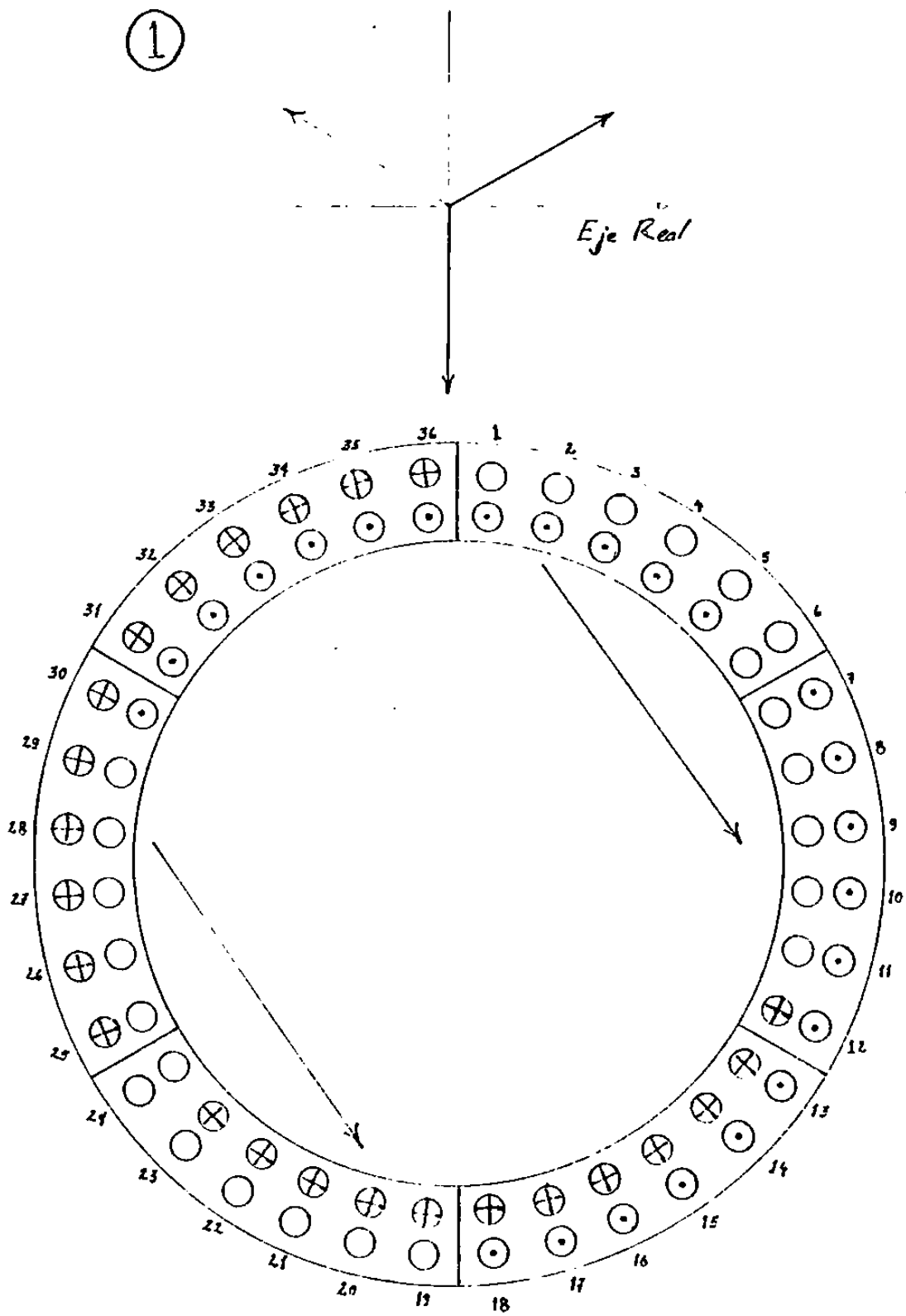
para h = 3 $\quad \frac{w}{T} = 2/3$ $\qquad$ $Kp5 = \text{Sen}\left[5\ \frac{4}{5}\ (\pi/2)\right]$

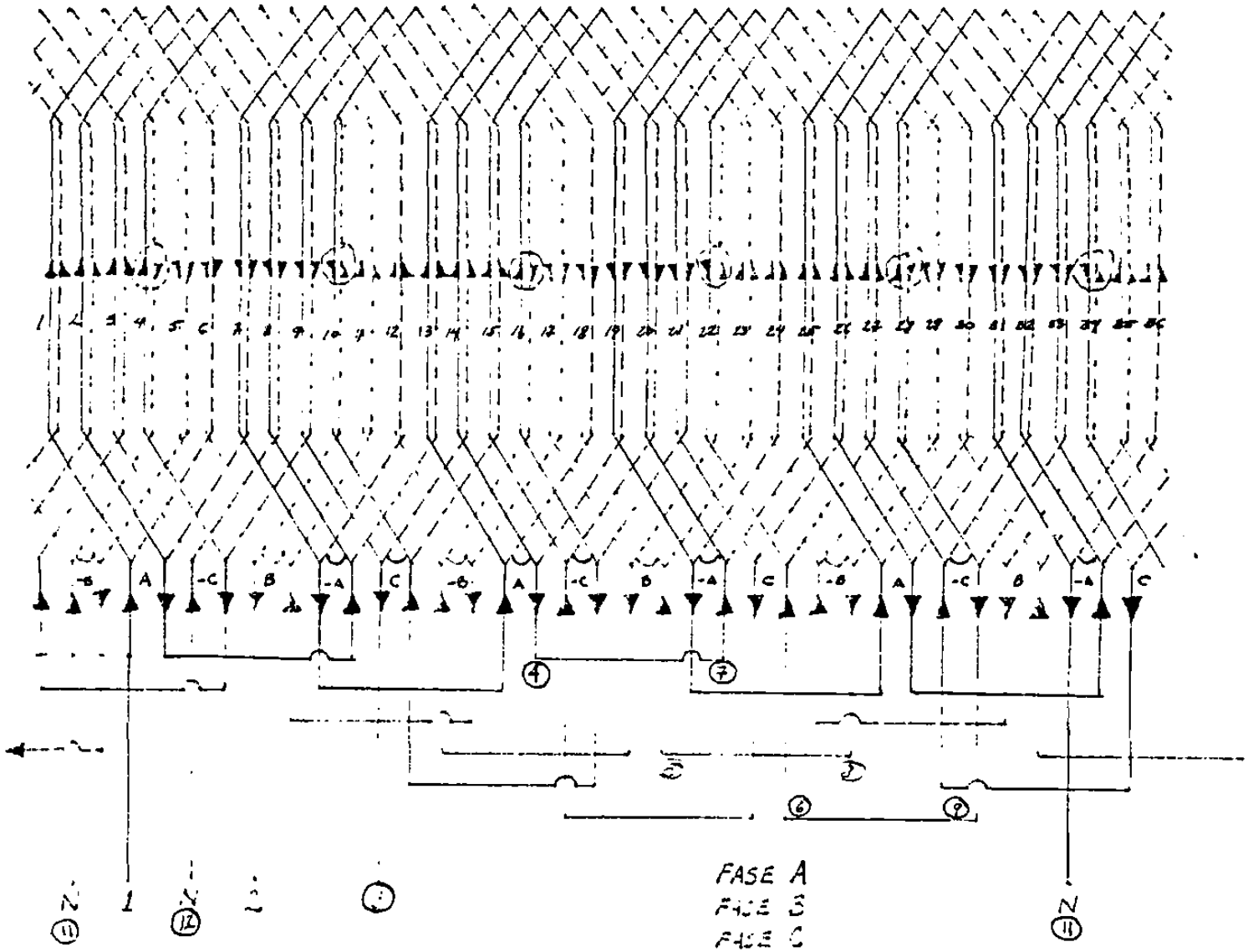
$$\left.\begin{array}{ll} h = 5 & \frac{w}{T} = 4/5 \\ h = 7 & \frac{w}{T} = 6/7 \end{array}\right\} 5/6$$

$Kp5 = \text{Sen}\ 2\pi = 0$

$E5 = 0$


Ia
IIa
Ib
IIb
IIIb
IIIc
N
III
-III
IIIa
IIId
-I
II
Id
IIc
Ic
IIb


1
Eje Real




$Q = 36$ Ran. $3\phi$. Doble capa, $P = 6$ Polos Grupos $= 18$ $q = 2 \frac{Ran}{Grup.} = 2 \frac{Bob}{Grup.}$

$W = 5$ Ran. $\frac{W}{T} = 5/6$ $Kp = 0.968$ $Kdp = 0.94$

$T = 6$ Ran $Kd = 0.968$

# CAPITULO 5

## EL MOTOR POLIFASICO DE INDUCCION COMO UN TRANSFORMADOR

El motor de inducción contrario a otras máquinas eléctricas solamente una parte de la máquina el estator es conectado a una fuente de potencia.

El rotor del motor de inducción no es conectado a ninguna - fuente de potencia pero recibe su energía por inducción (esto mismo se aplica a el transf.).

Por lo tanto el motor de inducción opera bajo el principio del transformador como será demostrado a continuación.

1. El motor de inducción en reposo. (a) Arrollamiento del rotor abierto. Considérese un motor trifásico con un rotor devanado trifásico, fig. , cuyos anillos rozantes están en principio abiertos. En - este caso el motor de inducción se comporta exactamente como un transformador con su secundario abierto (en vacío). La tensión de línea a-- plicada obliga al paso de la corriente en los arrollamientos del estator que producen un flujo giratorio. La magnitud de las corrientes y- del flujo son tales que se satisface la ley de mallas de Kirchhoff.

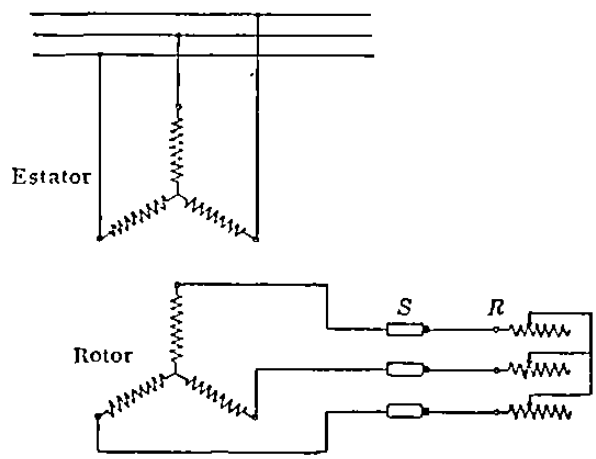



Diagrama esquemático de un motor de inducción trifásico, de rotor devanado

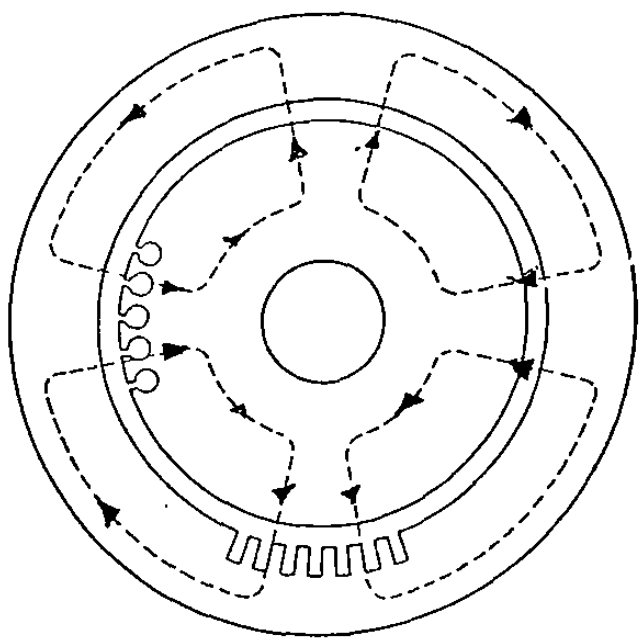
a) El devanado del rotor abierto ($N_R = 0$)

Al igual que en el transf. además del voltaje aplicado hay dos fem's producidos por

1) el flujo principal
2) el flujo de dispersión (o. de fuga)

1) Flujo principal ' El que enlaza ambos devanados, o sea el primario (estator) y secundario (rotor)

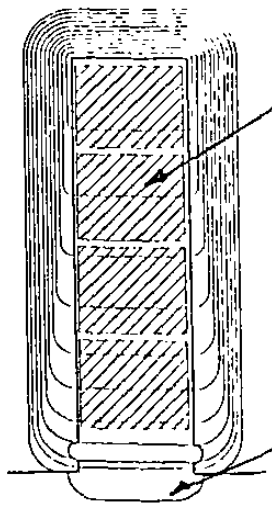
2) Flujos de dispersión. Los flujos que están enlazados unicamente con el devanado del estator (y no del rotor)



Trayectorias del flujo principal en un motor de inducción de 4 polos

Flujos de fuga dispersión de el estator del motor de inducción.

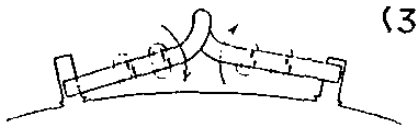
1) flujo de dispersión de la ranura (el que cruza la ranura)
2) el flujo de dispersión en la parte superior del diente.
3) el flujo de dispersión en los cabezales (finales de bobina)
4) el flujo de dispersión diferencial



(1) el que cruza la ranura en su parte inferior sin enlazar el rotor (o devanado sec.)

(2) el que cruza el entrehierro sin pasar o enlazar el hierro del rotor.

ıjos de dispersión en la ranura y en la parte superior del diente



(3)

Flujo de dispersión en los cabezales

(4) solamente el flujo producido por la fundamental de la onda de fmm produce el par motor util de la máquina, los flujos armónicos son flujos parásitos (producen pares parásitos) y se consideran como flujos de dispersión.

Para el estator del motor de inducción (primario)
(Nr= o, Secundario Abierto)

$$V_1 = I_1 r_1 + jI_1 X_1 + jI_1 X_m + I_1 r_m$$

$$X = \omega L = 2\pi f L \qquad L = N\frac{d\phi}{di} \qquad L_m = N\frac{d\phi_L}{di}$$

$$V_1 = I_1 r_1 + jI_1 X_1 + I_1 z_m \qquad L_1 = N\frac{d\phi_m}{di}$$

$$z_m = r_m + jX_m$$

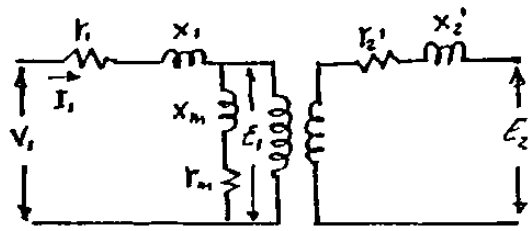
La velocidad del flujo giratorio producido por las corrientes -- del estator con respecto a el estator

$$Ns = \frac{120\ f}{P}.$$

Si Nr =0 $\quad f1 = f2 = \frac{PN_s}{120}$ (se comportaría como transf.)

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{4.44\ f_2\ N_2\ Kdp_2}{4.44\ f_1\ N_1 Kdp_1}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2\ Kdp_2}{N_1\ Kdp_1}$$




MOTOR DE INDUCCION CON EL DEVANADO DEL ROTOR ABIERTO (NR=0)

b) cuando el devanado del rotor es cerrado. (Pero el rotor es bloqueado tal que Nr = 0)

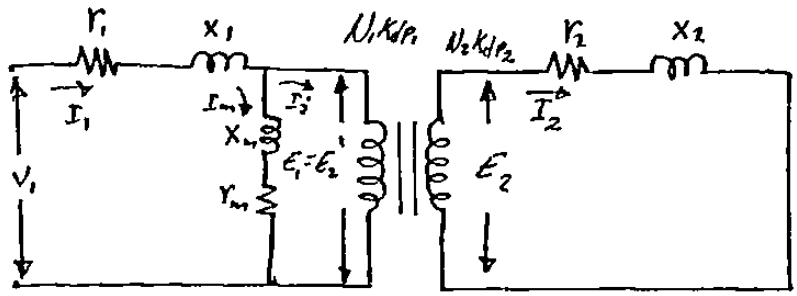
La velocidad sincrónica de la fmm del rotor con respecto a el rotor

$$Ns' = \frac{120f2}{p} = \frac{120f1}{p} = Ns$$

$$f1 = f2$$

$$E_2 = I_2 r_2 + jI_2 X_2 \qquad \text{( Rotor Cerrado Nr= o)}$$

El estado estacionario de las ondas de las fmms del estator y del rotor es una condición necesaria para la existencia de un par motor uniforme en la máquina asincrónica.




$N_R = 0$

Las cantidades del rotor referidas a el estator se indicaron con una prima .˙. E2' r2' X2' serán cantidades referidas del rotor a el estator.

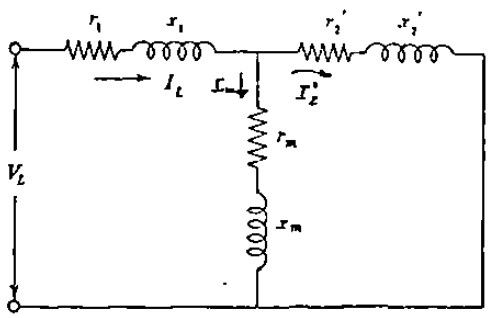
$$\boxed{E_1 = E_2' = \frac{N_1 K_{dp_1}}{N_2 K_{dp_2}} E_2}$$

$N_R = 0$

$$\boxed{I_2' = \frac{N_2 K_{dp_2}}{N_1 K_{dp_1}} I_2}$$

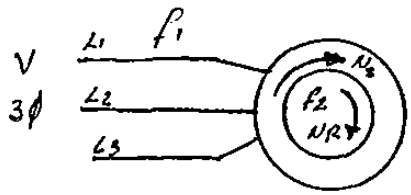
$$\boxed{r_2' = \left(\frac{N_1 K_{dp_1}}{N_2 K_{dp_2}}\right)^2 r_2}$$

$$\boxed{X_2' = \left(\frac{N_1 K_{dp_1}}{N_2 K_{dp_2}}\right)^2 X_2}$$




Circuito equivalente del motor de inducción en reposo (rotor frenado)

## El motor de inducción cuando gira




$$f_1 = \frac{P N_s}{120}$$

$$f_2 = \frac{P(N_s - N_R)}{120}$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{N_s - N_R}{N_s} = S$$

$$\boxed{f_2 = S f_1}$$

El deslizamiento es la velocidad relativa entre el flujo giratorio y la velocidad del rotor como una fracción de la velocidad sincronica.

$$E_{2S} = 4.44 f_2 N_2 K_{dp2} \phi$$

$$\frac{E_{2S}}{E_1} = \frac{4.44 f_2 N_2 K_{dp2} \phi}{4.44 f_1 N_1 K_{dp1} \phi} = \frac{f_2}{f_1} \frac{N_2 K_{dp2}}{N_1 K_{dp1}}$$

$$\boxed{\frac{E_{2S}}{E_1} = S \frac{N_2 K_{dp2}}{N_1 K_{dp1}}}$$

REFIRIENDO $E_{2S}$ DEL ROTOR AL ESTATOR EN UN DESLIZAMIENTO "S"

$$E'_{2S} = \frac{N_1 K_{dp1}}{N_2 K_{dp2}} E_{2S} = \frac{N_1 K_{dp1}}{N_2 K_{dp2}} \left( S \frac{N_2 K_{dp2}}{N_1 K_{dp1}} E_1 \right)$$

$$\boxed{\begin{aligned} E'_{2S} &= S E_1 \\ E_{2S} &= S E'_2 \end{aligned}}$$

$E'_{2S}$ = voltaje del rotor referido o el estator en el deslizamiento(s)

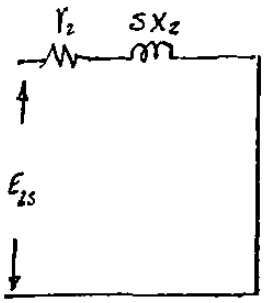
CUANDO $N_R = 0$ $S = 1$ $f_1 = f_2$

$X_2 = \omega L = 2\pi f_2 L$

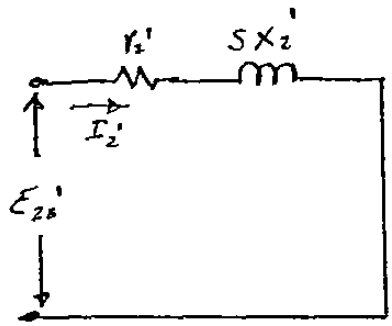
CUANDO $N_R \neq 0$, $S \neq 1$ $f_2 = S f_1$

$X_{2s} = 2\pi S f_2 L = S X_2$

$$\boxed{X_{2s} = S X_2}$$




Rotor REAL

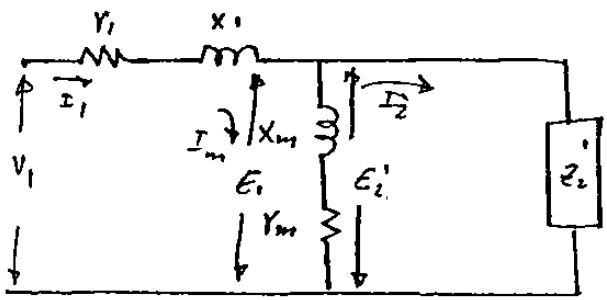



$E_{2s}' = I_2' (r_2' + S X_2')$

$\frac{S E_2'}{I_2'} = r_2' + S X_2'$

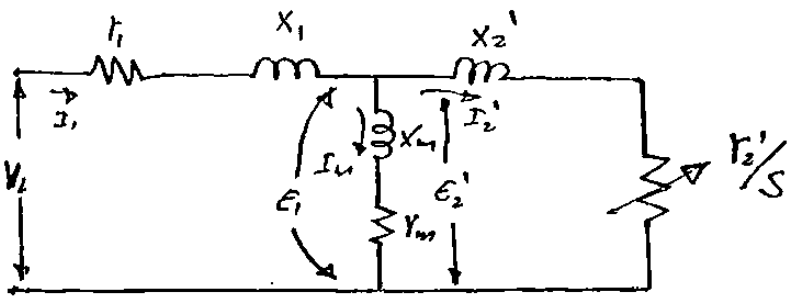
$$\boxed{\frac{E_2'}{I_2'} = \frac{r_2'}{S} + X_2'}$$

ROTOR EQUIVALENTE CON CANTIDADES REFERIDAS A EL ESTATOR.

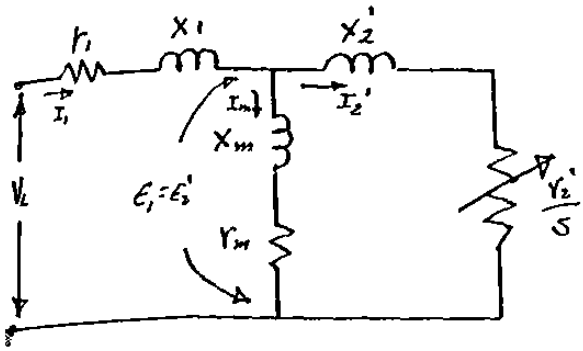


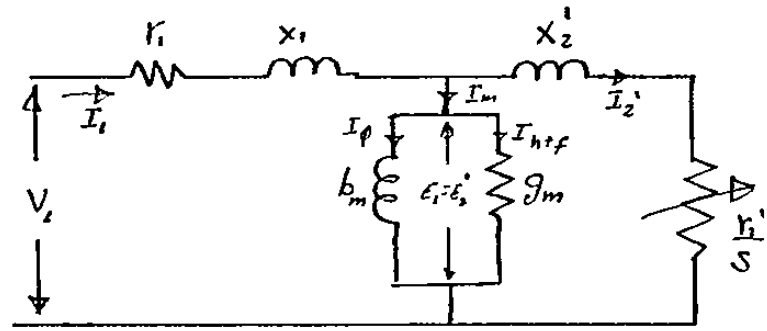

$Z_2' = \frac{E_2'}{I_2'}$ $E_{2s}' = S E_1 = S E_2'$

$Z_2' = X_2' + \frac{r_2'}{S}$




CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR DE INDUCCION.




$Z_m = r_m + j x_m$

$Y_m = g_m + j b_m$

$$Z_m = \frac{1}{Y_m} = \frac{1}{g_m + j b_m} \cdot \frac{g_m - j b_m}{g_m - j b_m}$$

$$Z_m = \frac{g_m - j b_m}{g_m^2 - j^2 b_m^2} = \frac{g_m - j b_m}{g_m^2 + b_m^2}$$

$$Z_m = r_m + j x_m = \frac{g_m}{g_m^2 + b_m^2} - j \frac{b_m}{g_m^2 + b_m^2}$$

$$\boxed{r_m = \frac{g_m}{g_m^2 + b_m^2}}$$

$$\boxed{|x_m| = \left| \frac{b_m}{g_m^2 + b_m^2} \right|}$$

**El diagrama vectorial del motor polifásico de inducción.**

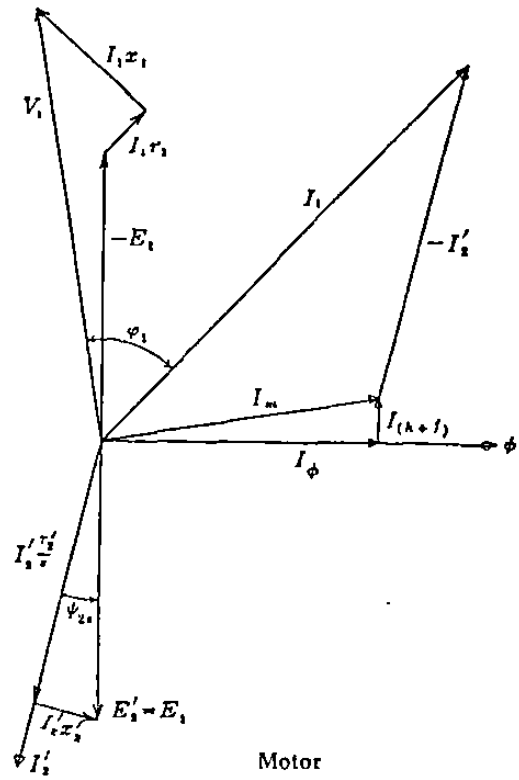



Diagrama vectorial de tensiones y fmms (corrientes) del motor polifásico de inducción en carga

La fem secundaria $E_2' = E_1$ es igual a la suma geométrica de $I_2'(r_2'/s) = I_2'[r_2' + r_2'\{(1 - s)/s\}]$, en fase con $I_2'$, y la caída secundaria de la reactancia de dispersión $I_2'x_2'$ que se adelanta de $I_2'$ en 90°.

$$\psi_{2s} = \tan^{-1}\frac{x_2'}{r_2'/s} = \tan^{-1}\frac{s.x_2'}{r_2'}$$

La magnitud de $\psi_{2s}$ depende del deslizamiento. El deslizamiento del motor de inducción funcionando a su *par motor nominal* es pequeño usualmente, de 0.01 a 0.05; los valores mayores se aplican a motores pequeños y los valores menores a los motores grandes. Para este deslizamiento el ángulo $\psi_{2s}$ es muy pequeño y la corriente del rotor está casi en fase con su fem $E_2'$.

La corriente primaria $I_1$ se encuentra como la suma geométrica de $I_m$ e $-I_2'$. La tensión final $V_1$ del estator es la suma geométrica de $-E_1$ (la fuerza contraelectromotriz) y las caídas de tensión $I_1r_1$ y $I_1x_1$, la primera en fase con $I_1$ y la última 90° adelante de $I_1$.

El diagrama vectorial de (fmms) corrientes y tensiones del motor de inducción al girar es idéntico al del transformador cargado con una resistencia pura.