

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS
DIVISION ESTUDIOS DE POST-GRADO



ANALISIS DE LA DISPERSION DE RAYOS-X EN EL
AIRE EN RADIOGRAFIA DENTAL

T E S I S

QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER
EL GRADO DE MAESTRIA EN CIENCIAS CON
ESPECIALIDAD EN METROLOGIA DE LA RADIACION

P R E S E N T A

GUILLERMO ESCOBEDO VALLE

ASESOR: DR. BERNABE LUIS RODRIGUEZ B

CD. UNIVERSITARIA

SEPTIEMBRE DE 1998

TM

Z665

FCFM

1998

E2

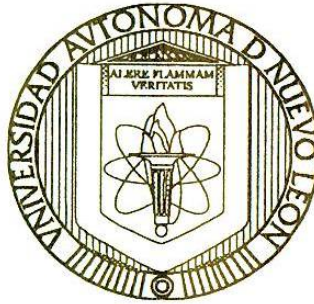


1020123938

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



**ANÁLISIS DE LA DISPERSIÓN DE RAYOS-X EN EL AIRE
EN RADIOGRAFÍA DENTAL**

TESIS

**QUE COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER
EL GRADO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS CON
ESPECIALIDAD EN METROLOGÍA DE LA
RADIACIÓN**

PRESENTA

GUILLERMO ESCOBEDO VALLE

ASESOR: DR. BERNABÉ LUIS RODRÍGUEZ BUENROSTRO

CD. UNIVERSITARIA

SEPTIEMBRE DE 1998

TM
Z6651
FCFM
1998
E2

0120-14060

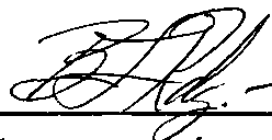


**ANÁLISIS DE LA DISPERSIÓN DE RAYOS-X EN EL AIRE
EN RADIOGRAFÍA DENTAL.**

**TESIS PRESENTADA POR GUILLERMO ESCOBEDO VALLE, COMO
REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRÍA EN
CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN METROLOGÍA DE LA RADIACIÓN.**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
SEPTIEMBRE DE 1998**

TESIS APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:



**DR. BERNABÉ LUIS RODRÍGUEZ BUENROSTRO
PRESIDENTE**

**DRA. NORA ELIZONDO VILLARREAL
SECRETARIO**

**DR. JOSÉ RUBEN MORONES IBARRA
VOCAL**

DEDICATORIA

Al Buen Dios que siempre nos mira favoreciéndonos con sus bendiciones y cuidados a pesar de nuestros errores e indiferencia.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Bernabé L. Rodríguez B. por su comprensión y paciencia al asesorarme eficazmente para la realización de este trabajo.

A las autoridades de la Facultad de Odontología de la U.A.N.L. por su amabilidad al permitirnos usar sus equipos de rayos X.

A mis padres Arturo y Enriqueta por su ejemplo de constancia, reciedumbre, y del cumplimiento del deber.

A mis hermanos, hermanas, y amigos que siempre me han empujado con su confianza, su energía de vivir y de querer lograr siempre metas más altas.

ÍNDICE

Introducción.	7
Capítulo 1 Antecedentes y propuesta de Tesis.	9
Capítulo 2 Diseño experimental.	
2.1 La estructura de montaje.	11
2.2 Instrumentación y material utilizado.	13
2.3 Metodología estadística.	13
Capítulo 3 Procedimiento.	
3.1 Manejo de equipo y de los cristales.	19
3.2 Características generales de los experimentos realizados.	20
3.3 Procedimiento de medición.	20
Capítulo 4 Resultados experimentales.	
4.1 Resultados del primer experimento.	22
4.2 Resultados del segundo experimento .	25
4.3 Resultados del tercer experimento.	29
Capítulo 5 Análisis de resultados.	
5.1 Análisis de resultados del primer experimento.	34
5.2 Análisis de resultados del segundo experimento.	36
5.3 Análisis de resultados del tercer experimento.	38
5.3.1 Análisis de resultados del tercer experimento usando mediciones individuales.	38

5.3.2	Análisis de resultados del tercer experimento en nueve grupos.	43
5.3.3	Análisis de resultados del tercer experimento en nueve grupos, descartando mediciones que se desvían más de una sigma.	47
5.4	Comparación de las estadísticas de los distintos modelos matemáticos de regresión	51
5.5	Análisis de simetría de la dispersión con respecto al ángulo polar.	42
Capítulo 6	Conclusiones y comentarios.	
6.1	Modelo teórico de dispersión.	55
6.2	Modelo experimental de dispersión.	55
6.3	<i>Asimetría polar de la dispersión.</i>	56
6.4	Comentarios finales.	57
	Referencias.	59

INTRODUCCIÓN

Recientemente se han realizado dos tesis de Maestría en el Departamento de Metrología de la "UANL" que versan sobre distintos aspectos relacionados con la dispersión de rayos-X en radiografía dental. En estos dos trabajos se ha podido comprobar que los rayos-X se dispersan aproximadamente en la forma de un cono muy cerrado, y además que hay una dependencia clara tanto de la distancia como del ángulo azimutal (se hicieron estos experimentos con una confiabilidad del 95%). Aún más, en el análisis detallado de los datos arrojados en estas investigaciones se entrevé la posible dependencia con respecto al ángulo polar y por tanto la correspondiente asimetría polar. Se ha aplicado en estos trabajos el fenómeno de la termoluminiscencia que se presenta en cristales de Fluoruro de Litio al ser expuestos a una radiación (Ref. 3). Tomando en cuenta la sensibilidad de los detectores, la confiabilidad del instrumental con que se cuenta, y además que el fin de todos estos estudios está orientado a la protección radiológica, se decidió medir dosis absorbidas para evaluar el posible daño por exposición a este tipo de radiación (Ref. 7), considerando la variante de asimetría polar.

El orden que se escogió para presentar el presente trabajo de investigación es el siguiente: en el capítulo 1 se dan los antecedentes y la propuesta de la tesis ; se presenta en el capítulo 2

los elementos que se consideraron para el diseño experimental; lo concerniente al procedimiento que se siguió para las mediciones se encuentra en el capítulo 3; luego, en el capítulo 4 se presentan en forma de tablas los resultados de las mediciones de dosis de los distintos experimentos; en el capítulo 5 se dan los análisis estadísticos en tablas y gráficos, con algunos comentarios explicativos de los estadísticos obtenidos; y por último, en el capítulo 6 se dan las conclusiones de esta investigación con sus comentarios respectivos.

CAPÍTULO 1

Antecedentes y propuesta de la Tesis

El presente trabajo surge como una continuación natural de las investigaciones anteriormente realizadas por González (Ref. 1) y Moreno (Ref. 2), utilizando dosimetría termoluminiscente (Ref. 3).

En dichas investigaciones se utilizaron estructuras metálicas de forma cilíndrica para montar los cristales, como se aprecia en la Figura 1:

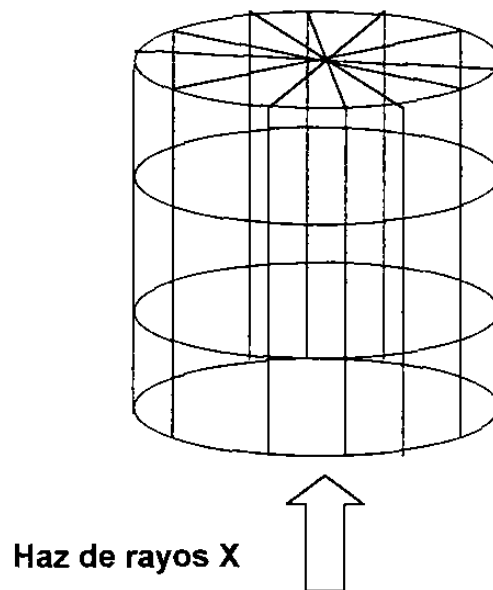


Figura 1. Estructura cilíndrica

En la investigación de Moreno (Ref. 2) se consideró la influencia del ángulo que hace el detector y el haz de rayos-X en la dosis detectada; sin embargo, no se hace en esta investigación un mayor análisis de los resultados obtenidos, considerando la posible asimetría polar, aún en la propuesta del modelo de dosis absorbida, dependiente sólo del ángulo azimutal $y = C + A \cdot \text{EXP}(-B \cdot (\varphi - 90)^2)$.

Las investigaciones de González y Moreno, son los únicos antecedentes recientes que se han encontrado con respecto a análisis de dispersión de rayos-X en radiografía dental.

En virtud de la importancia de la dispersión, se propuso diseñar y llevar a cabo experimentalmente mediciones confiables de las dosis absorbidas de rayos-X, considerando no sólo la atenuación con respecto a la distancia, sino también las variaciones con respecto a los ángulos azimutal y polar, proponiendo así un modelo experimental más completo de este fenómeno, mostrando el análisis estadístico de éste.

CAPÍTULO 2

Diseño experimental

2.1 La estructura de montaje.

La estructura de montaje de los dosímetros que se utilizó es una estructura esférica (ver Figura 2), hecha de plástico y madera (tubos conduit y varillas de madera).

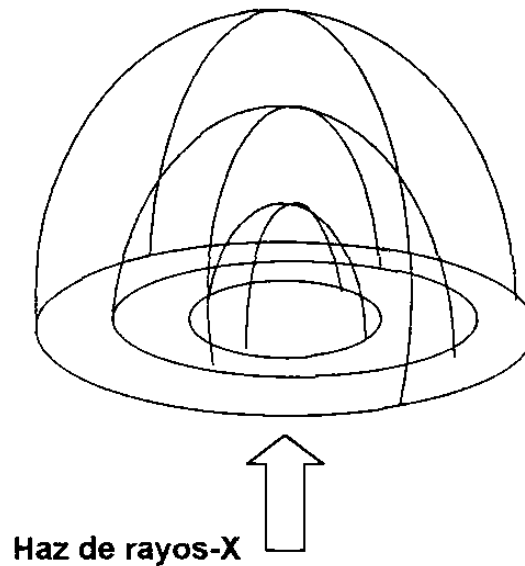


Figura 2. Estructura esférica

Al colocar los portacristales en los dos trabajos anteriores, y al tener la forma cilíndrica, el área de los cristales queda en general con un ángulo no perpendicular al haz de rayos-X, según el ángulo azimutal en donde se haya puesto. En nuestro caso se pretende evitar la dependencia del ángulo que hace el vector área de la

sección transversal de cada cristal y el vector radio que va de la fuente de rayos-X al cristal. Al montar los portacristales en una estructura esférica se disminuye lo más posible esta dependencia ya que todos los cristales quedan aproximadamente perpendiculares al radio vector.

Considerando que en una estructura metálica hay más reflexión de rayos y por tanto posibilidad de que ya no se esté midiendo solamente la dosis debida a los rayos directos, con la estructura de plástico y madera es posible disminuir también este efecto.

Como se observa en la Figura 2, la colocación de los cristales en distintos radios (0.3m, 0.4m, y 0.5m), se realiza con ángulos polares (θ) de tal manera que se evita lo más posible la "sombra" que se pudiera presentar entre los distintos cristales. En el único ángulo azimutal donde no es posible evitar esto es obviamente en $\varphi = 0^\circ$.

Con esta estructura se pretende obtener un modelo de dispersión de rayos-X que incluya simultáneamente dos o tres variables explicatorias, radio (r), ángulo azimutal (φ), y posiblemente ángulo polar (θ), y comprobar también la simetría o asimetría de la dispersión con respecto a este ángulo.

2.2 Instrumentación y material utilizado.

El equipo que se utilizó fue: un lector de dosímetros de termoluminiscencia (Victoreen 2800M); un horno (Thermolyne 47900); 43 cristales termoluminiscentes de Fluoruro de Litio, con sus portacristales; material de manejo y horneado de los cristales; una estructura o armazón, de plástico y madera (Figura 2), para colocar los cristales.

El lector de dosímetros está trazado al NIST.

2.3 Metodología estadística.

Para el diseño del experimento se siguieron las recomendaciones de Montgomery (Ref. 5), tratando de escoger las variables buscando el modelo más sencillo posible.

Para el análisis estadístico se siguen los supuestos clásicos (Pree, Ref. 6), y se utiliza el Software con que Excel 97 (de Microsoft) cuenta. Sin embargo se hacen algunas observaciones que pueden servir para un ulterior análisis donde no se cumplan algunos de los supuestos clásicos.

Los modelos matemáticos para la dosis absorbida que en principio se consideraron son:

- a) $Dosis = k_1 [\text{Cos}(\varphi)]^{k_3} / r^{k_2}$ Ec. 2.1
- b) $Dosis = k_1 e^{k_3\varphi} / r^{k_2}$ Ec. 2.2
- c) $Dosis = k_1 e^{(k_2r+k_3\varphi)}$ Ec. 2.3
- d) $Dosis = k_1 [e^{(k_2r+k_3\varphi)} [1 + |\text{Cos}(\theta)|]]^{k_4}$ Ec. 2.4

La dosis absorbida está en mGy, r en metros, φ (ángulo azimutal) y θ (ángulo polar) en grados.

Todos estos modelos son muy sencillos de linearizar para su tratamiento estadístico. Para el modelo representado por la Ec. 2.3, se tiene:

$$Dosis = k_1 e^{(k_2r+k_3\varphi)}$$

para linearizarlo se aplica el logaritmo natural a la izquierda y a la derecha de la ecuación, resultando:

$$\text{Ln}(Dosis) = \text{Ln}(k_1) + k_2r + k_3\varphi$$
 Ec. 2.5

Por tanto se puede utilizar una ecuación lineal, con dos variables explicatorias r y φ , y con $y = \text{Ln}(Dosis)$ como variable dependiente (Hines , Ref. 4), resultando así:

$$y = \beta_0 + \beta_1 r + \beta_2 \varphi + \varepsilon$$
 Ec. 2.6

donde β_0 , β_1 , y β_2 , son los coeficientes de la regresión múltiple; y ε es el error en la medición.

Para linearizar los otros modelos matemáticos se sigue exactamente el mismo procedimiento, proporcionando así las variables y coeficientes de regresión para cada modelo según lo mostrado en la Tabla 2.1.

		Modelos matemáticos			
		Ec. 2.1	Ec. 2.2	Ec. 2.3	Ec. 2.4
Var. dep.	Y	Ln(Dosis)	Ln(Dosis)	Ln(Dosis)	Ln(Dosis)
Var. indep.	x_1	Ln(r)	Ln(r)	r	r
	x_2	Cos(φ)	φ	φ	φ
	x_3	-----	-----	-----	$1 + \text{Cos}(\theta) $
Coef. de regresión	β_0	Ln (k_1)	Ln (k_1)	Ln (k_1)	Ln (k_1)
	β_1	- k_2	- k_2	k_2	k_2
	β_2	k_3	k_3	k_3	k_3
	β_3	-----	-----	-----	k_4

Tabla 2.1 Linearización de modelos matemáticos.

En la Ref. 4 (Hines y Montgomery) se explica como la prueba para la significación de una regresión sirve para determinar si existe una relación lineal entre la variable dependiente y un conjunto de

las variables independientes x_1, x_2, \dots, x_k . Las hipótesis adecuadas son:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0 \text{ para al menos una } j$$

El rechazar H_0 implica que al menos una de las variables independientes contribuye significativamente al modelo. El procedimiento de prueba es una generalización del procedimiento utilizado en la regresión lineal simple. La suma total de cuadrados S_{yy} se divide en una suma de cuadrados debidos a la regresión y una suma de cuadrados debidos al error, esto es:

$$S_{yy} = SS_R + SS_E \quad \text{Ec. 2.7}$$

y si H_0 es verdadera, entonces $SS_R/\sigma^2 \sim \chi_k^2$, en donde el número de grados de libertad para χ^2 es igual al número de variables independientes en el modelo. También, puede mostrarse que $SS_E/\sigma^2 \sim \chi_{n-k-1}^2$, y H_0 : SS_E y SS_R son independientes. El procedimiento de prueba para $\beta_j = 0$ consiste en calcular

$$F_0 = [SS_R/k]/[SS_E/(n-k-1)] = MS_R/MS_E \quad \text{Ec. 2.8}$$

y en rechazar a H_0 si $F_0 \geq F_{\alpha, k, n-k-1}$. Generalmente el procedimiento se condensa en una tabla de análisis de varianza como la Tabla 2.2.

Las fórmulas de cálculo para S_{yy} , SS_R , y SS_E pueden escribirse

como:

$$S_{yy} = y'y - (\sum y_i)^2/n \dots \quad \text{con } i = 1 \text{ hasta } n \quad \text{Ec. 2.9}$$

$$SS_R = \hat{\beta}'X'y - (\sum y_i)^2/n \dots \quad \text{con } i = 1 \text{ hasta } n \quad \text{Ec. 2.10}$$

$$SS_E = y'y - \hat{\beta}'X'y \quad \text{Ec. 2.11}$$

donde X es la matriz de las variables independientes correspondiente a las n observaciones, y es el vector de la variable dependiente, también de las n observaciones, y $\hat{\beta}$ es el vector de coeficientes de regresión.

<i>Fuente de variación</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	k	SS_R	MS_R	MS_R/MS_E	$F_{\alpha, k, n-k-1}$
Residuos	n-k-1	SS_E	MS_E		
Total	n-1	S_{yy}			

Tabla 2.2 Análisis de varianza para la significación de la regresión en regresión múltiple.

Para elaborar estimaciones por intervalo de confianza de los coeficientes de regresión (β_j) se requiere considerar que los errores (ε_i) se distribuyen normal e independientemente con media cero y varianza σ^2 . Por tanto las observaciones (y_i) se distribuyen normal e independientemente con media $\beta_0 + \sum \beta_j x_{ij}$ (donde $i = 1$ a n , y $j = 1$ a k)

y varianza σ^2 . Puesto que el estimador de mínimos cuadrados $\hat{\beta}$ es una combinación lineal de las observaciones, se tiene que $\hat{\beta}$ se distribuye normalmente con vector medio $\hat{\beta}$ y matriz de covarianza $\sigma^2(X'X)^{-1}$. Entonces, cada uno de los estadísticos

$$(\hat{\beta}_j - \beta_j) / \sqrt{\sigma^2 C_{jj}} \quad j = 0, 1, \dots, k \quad \text{Ec. 2.12}$$

se distribuye de acuerdo a t con n-k-1 grados de libertad, en donde C_{jj} es el $jj^{\text{ésimo}}$ elemento de la matriz $(X'X)^{-1}$, y σ^2 es la estimación de la varianza del error. Por tanto, un intervalo de confianza del 100(1- α) porcentual para el coeficiente de regresión β_j , $j = 0, 1, \dots, k$, es

$$\hat{\beta}_j - t_{\alpha/2, n-p} \sqrt{\sigma^2 C_{jj}} \leq \beta_j \leq \hat{\beta}_j + t_{\alpha/2, n-p} \sqrt{\sigma^2 C_{jj}} \quad \text{Ec. 2.13}$$

CAPÍTULO 3

Procedimiento

3.1 Manejo de equipo y de los cristales.

Se siguieron las recomendaciones de manejo del equipo y de los cristales, indicadas en los manuales de estos equipos (limpieza, horneado, transportación, manejo, montaje, lectura, y almacenamiento de los cristales; calibración del equipo, selección de procedimientos de horneado y lectura, y manejo del equipo de lectura).

Se les dio el tratamiento de horneado a todos los cristales (tanto a los cristales que serían expuestos a los rayos-X, como a los cristales que servirían de testigos) el día anterior a los experimentos durante tres horas, inmediatamente después se hizo lectura de diez cristales para asegurar el estado base.

Los cristales testigos se colocaron alrededor de la zona del experimento, y fueron trasladados de la misma manera que los demás cristales usando una caja de madera revestida con plomo para evitar posibles exposiciones en el trayecto.

3.2 Características generales de los experimentos realizados.

Se realizaron tres experimentos, utilizando 39 cristales en el montaje y 4 como testigos. En cada uno de los experimentos se hicieron 10 disparos de 1 s cada uno, con el aparato de rayos-X, dirigiendo el haz hacia $\varphi = 0^\circ$.

El primer experimento fue de sondeo, simplemente para cotejar con lo ya sabido de que con ángulos grandes ($> 30^\circ$) del ángulo azimutal (φ) la dosis absorbida es casi nula. Esto se comprueba a simple vista viendo los datos arrojados, que coinciden con los otros estudios hechos por Moreno (Ref. 2).

Posteriormente, se realizaron dos experimentos iguales, colocando los dosímetros a ángulos azimutales de 0° , 10° , 20° y 30° ; radios de 0.3, 0.4, y 0.5 m; y ángulos polares de 0° , 30° , 60° , 90° , 120° , 150° , 180° , 210° , 240° , 270° , 300° , y 330° .

3.3 Procedimiento de medición.

En cada uno de los experimentos se siguió el siguiente orden:

- a) Homeado de tres horas de todos los cristales.
- b) Medición de dosis en vacío.
- c) Medición de dosis en diez cristales tomados al azar.
- d) Medición de dosis en cristales testigos.

- e) **Montaje de 39 de los cristales en la estructura esférica, en las coordenadas predeterminadas para el experimento (los portacristales estaban numerados para que no hubiera ninguna confusión).**
- f) **Colocación de los cristales testigos a unos cuantos metros de la exposición, a 2m, 3m, 5m, y 6m (también éstos estaban numerados).**
- g) **Exposición de los cristales, montados en la estructura esférica, a diez disparos de un segundo cada uno.**
- h) **Lectura de los 39 cristales que estaban montados en la estructura esférica y posteriormente lectura de los cristales testigos.**

Además se registró el número de disparos, la fecha y hora de las lecturas.

CAPÍTULO 4

Resultados experimentales

4.1 Resultados del primer experimento.

Observación	Dosis(mGy)
1	8.72
2	8.62

Tabla 4.1 Lecturas de dosis en vacío antes de la exposición del primer experimento.

Observación	Dosis(mGy)
1	8.7
2	9.34
3	9.05
4	8.77
5	8.97
6	9.08
7	9.41
8	8.94
9	9.28
10	9.07
Promedio de dosis	9.061
Fecha de lectura	2-May-98
Hora de lectura	9:15 AM

Tabla 4.2 Lect. antes de la exposición en diez cristales del exp. 1

No. de Cristal	Radio	Ángulo azimutal	Ángulo polar	Dosis (mGy)
1	0.3	0	0	215
2	0.3	30	0	10.76
3	0.3	45	0	9.83
4	0.3	60	0	10.14
5	0.3	30	90	11.46
6	0.3	45	90	9.6
7	0.3	60	90	9.96
8	0.3	30	180	10.51
9	0.3	45	180	9.67
10	0.3	60	180	10.11
11	0.3	30	270	9.33
12	0.3	45	270	9.95
13	0.3	60	270	9.55
14	0.4	0	0	60.6
15	0.4	30	30	11.2
16	0.4	45	30	8.03
17	0.4	60	30	8.31
18	0.4	30	120	8.35
19	0.4	45	120	8.23
20	0.4	60	120	8.27

Tabla 4.3 Lectura de dosis en los 39 cristales montados en la estructura esférica después de la exposición del primer experimento.

- continua -

-continuación-

No. del Cristal	Radio	Ángulo azimutal	Ángulo polar	Dosis (mGy)
21	0.4	30	210	8.43
22	0.4	45	210	8.33
23	0.4	60	210	8.14
24	0.4	30	300	8.23
25	0.4	45	300	8.3
26	0.4	60	300	8.48
27	0.5	0	0	8.79
28	0.5	30	60	8.29
29	0.5	45	60	8.59
30	0.5	60	60	8.28
31	0.5	30	150	8.25
32	0.5	45	150	8.33
33	0.5	60	150	8.03
34	0.5	30	240	8.51
35	0.5	45	240	8.33
36	0.5	60	240	8.37
37	0.5	30	300	8.32
38	0.5	45	300	8.3
39	0.5	60	300	8.33

Tabla 4.3 Lectura de dosis en los 39 cristales montados en la estructura esférica después de la exposición del primer experimento.

No. de cristal	Dosis (mGy)
40	8.16
41	8.24
42	8.29
Promedio de dosis	8.23
Número de disparos	10
Fecha de exposición	2-May-98
Hora de exposición	10:30 AM
Fecha de lectura	2-May-98
Hora de lectura	11:20 AM

Tabla 4.4 Lectura de dosis en cristales testigos, número de disparos, fecha y hora de lectura de dosis del primer experimento.

4.2 Resultados del segundo experimento.

Observación	Dosis (mGy)
1	8.44
2	8.66
Fecha de lectura	4-May-98
Hora de lectura	2:00 PM

Tabla 4.5 Lecturas de dosis en vacío del segundo experimento.

No. del Cristal	Dosis (mGy)
40	8.71
41	8.65
42	8.68
43	8.71
Promedio de dosis	8.6875
Fecha de lectura	4-May-98
Hora de lectura	2:00 PM

Tabla 4.6 Lecturas de dosis de los cristales testigos antes de la exposición del segundo experimento.

No. del Cristal	Dosis (mGy)
1	8.71
2	8.65
3	8.68
4	8.71
5	8.94
6	8.59
7	8.76
8	9.01
9	8.91
10	9.11
Promedio de dosis	8.807
Fecha de lectura	4-May-98
Hora de lectura	2:00 PM

Tabla 4.7 Lecturas de dosis de diez cristales tomados al azar antes de la exposición del segundo experimento.

No. del Cristal	Radio	Ángulo azimutal	Ángulo polar	Dosis (mGy)
1	0.3	0	0	237
2	0.3	10	0	209
3	0.3	20	0	12.91
4	0.3	30	0	11.18
5	0.3	10	90	187.4
6	0.3	20	90	11.64
7	0.3	30	90	10.66
8	0.3	10	180	247
9	0.3	20	180	24.6
10	0.3	30	180	11.06
11	0.3	10	270	131.3
12	0.3	20	270	13.42
13	0.3	30	270	9.66
14	0.4	0	0	39
15	0.4	10	30	80.3
16	0.4	20	30	14.87
17	0.4	30	30	10.99
18	0.4	10	120	42.5
19	0.4	20	120	10.88
20	0.4	30	120	9.85

Tabla 4.8 Lectura de las dosis de los 39 cristales montados en la estructura esférica después de la exposición del segundo experimento.

-continua-

-continuación-

No. del Cristal	Radio	Ángulo azimutal	Ángulo polar	Dosis (mGy)
21	0.4	10	210	91.9
22	0.4	20	210	10.66
23	0.4	30	210	10.28
24	0.4	10	300	68.4
25	0.4	20	300	11.3
26	0.4	30	300	9.04
27	0.5	0	0	63
28	0.5	10	60	59.5
29	0.5	20	60	10.16
30	0.5	30	60	10.38
31	0.5	10	150	11.05
32	0.5	20	150	8.82
33	0.5	30	150	9.16
34	0.5	10	240	26
35	0.5	20	240	10.05
36	0.5	30	240	9.37
37	0.5	10	330	69.1
38	0.5	20	330	10.63
39	0.5	30	330	9.88

Tabla 4.8 Lectura de las dosis de los 39 cristales montados en la estructura esférica después de la exposición del segundo experimento.

No. del Cristal	Dosis (mGy)
40	9.36
41	9.23
42	9.71
43	9.66
Promedio de dosis	9.49
Número de disparos	10
Fecha de exposición	4-May-98
Hora de exposición	3:15 PM
Fecha de lectura	4-May-98
Hora de lectura	3:50 PM

Tabla 4.9 Lecturas de dosis en los cristales testigos después de la exposición del segundo experimento.

4.3 Resultados del tercer experimento.

Observación	Dosis (mGy)
1	8.52
2	8.53
Fecha de lectura	26-May-98
Hora de lectura	7:45 PM

Tabla 4.10 Lecturas de dosis en vacío del tercer experimento.

Observación	Dosis (mGy)
1	8.63
2	8.9
3	8.88
4	8.67
5	8.72
6	9.15
7	8.99
8	8.65
9	8.63
10	9.12
Promedio de dosis	8.834
Fecha de lectura	26-May-98
Hora de lectura	8:05 PM

Tabla 4.11 Lecturas de dosis de diez cristales tomados al azar antes de la exposición del tercer experimento.

En la tabla 4.12 se muestran las dosis obtenidas en el tercer experimento para mediciones individuales.

No. del Cristal	Radio	Ángulo azimutal	Ángulo polar	Dosis (mGy)
1	0.3	0	0	88.3
2	0.3	10	0	236
3	0.3	20	0	18.46
4	0.3	30	0	10.27
5	0.3	10	90	191.3
6	0.3	20	90	11.36
7	0.3	30	90	9.6
8	0.3	10	180	178.5
9	0.3	20	180	15.27
10	0.3	30	180	10.3
11	0.3	10	270	29
12	0.3	20	270	30.1
13	0.3	30	270	9.35
14	0.4	0	0	72
15	0.4	10	30	88.4
16	0.4	20	30	10.93
17	0.4	30	30	9.56
18	0.4	10	120	72.5
19	0.4	20	120	11.93
20	0.4	30	120	9.45

Tabla 4.12 Lecturas de dosis de los 39 cristales después de la exposición del tercer experimento.

-continua-

-continuación-

No. del Cristal	Radio	Ángulo Azimutal	Ángulo polar	Dosis (mGy)
21	0.4	10	210	84.3
22	0.4	20	210	10.49
23	0.4	30	210	10.2
24	0.4	10	300	94.3
25	0.4	20	300	12.07
26	0.4	30	300	9.56
27	0.5	0	0	40.3
28	0.5	10	60	67
29	0.5	20	60	9.7
30	0.5	30	60	9.89
31	0.5	10	150	14.4
32	0.5	20	150	9.41
33	0.5	30	150	9.1
34	0.5	10	240	64
35	0.5	20	240	10.27
36	0.5	30	240	9.31
37	0.5	10	330	14.14
38	0.5	20	330	10.71
39	0.5	30	330	9.9

Tabla 4.12 Lecturas de dosis de los 39 cristales después de la exposición del tercer experimento.

No. del Cristal	Dosis (mGy)
40	9.4
41	9.09
42	9.07
43	9.28
Promedio de dosis	9.21
Número de disparos	10
Fecha de exposición	26-May-98
Hora de exposición	9:00 PM
Fecha de lectura	26-May-98
Hora de lectura	9:25 PM

Tabla 4.13 Lecturas de dosis de los cristales testigos después de la exposición del tercer experimento.

CAPÍTULO 5

Análisis de resultados

5.1 Análisis de resultados del primer experimento.

Considerando el modelo de la Ec. 2.3 y descartando las lecturas de dosis absorbidas de los cristales # 16, 23 y 33 (Tabla 4.3) -debido a que sus lecturas son inferiores al promedio de los testigos, 8.23 mGy (Tabla 4.4)- resultan las estadísticas, mostradas en la tabla 5.1, con una confiabilidad del 95%:

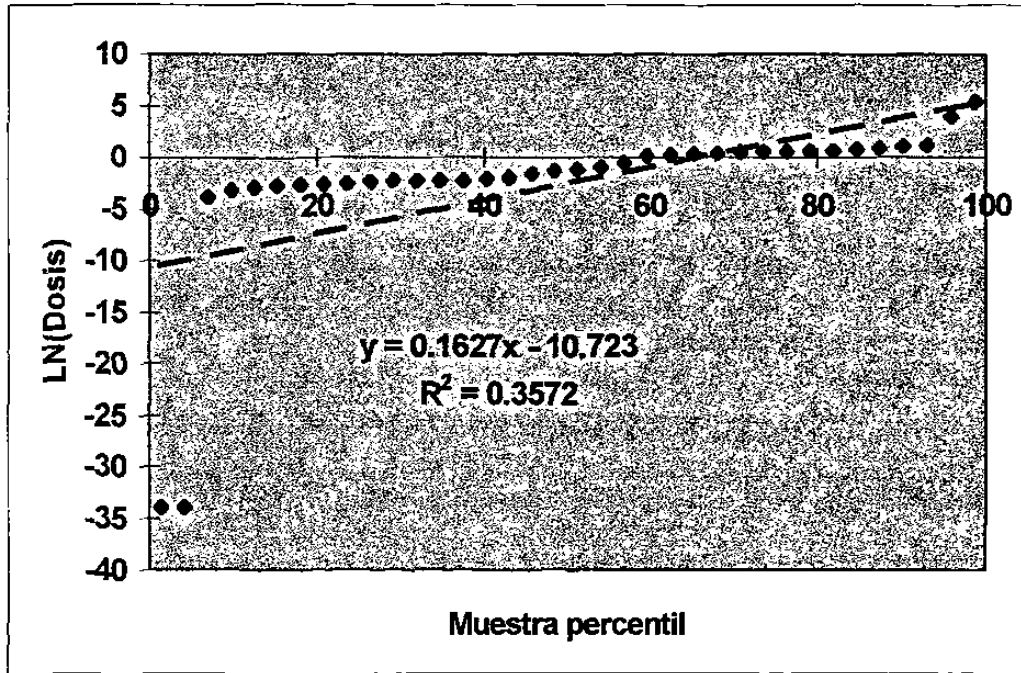
<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente de correlación múltiple	0.192030085
Coeficiente de determinación R ²	0.036875553
R ² ajustado	-0.021495625
Error típico	8.05389321
Observaciones	36

Tabla 5.1 Resumen de estadísticas de la regresión del primer experimento.

La radiación de fondo se consideró igual al promedio de las dosis absorbidas de los cristales testigos, se restó esta cantidad a las lecturas registradas en la Tabla 4.3 para obtener la dosis

correspondiente a sólo la emisión del haz de rayos-X del equipo de radiografía dental.

De hecho si se prueba cualesquiera de los modelos, propuestos en el capítulo de diseño experimental, resultan estadísticos muy pobres, véase la gráfica 5.1 de probabilidad normal.



Gráfica 5.1 De probabilidad normal del primer experimento.

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	2	81.95620013	40.9781	0.6317	0.53797
Residuos	33	2140.551463	64.8652		
Total	35	2222.507663			

Tabla 5.2 Análisis de varianza del primer experimento.

Nótese en la Tabla 5.2 el valor tan pequeño del estadístico F, casi es igual al valor crítico. De estos análisis se deduce la necesidad de otro u otros experimentos , donde se monitore la dosis absorbida en ángulos azimutales entre 0° y 30°.

5.2 Análisis de resultados del segundo experimento.

Restando nuevamente a las lecturas de los dosímetros registradas en la Tabla 4.8, el valor de la dosis promedio de los cristales testigos (9.49 mGy, Tabla 4.9) y descartando las lecturas de los cristales #26, 32, 33 y 36; y usando el mismo modelo de la Ec. 2.3, se obtienen las siguientes estadísticas, con una confiabilidad del 95%:

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.881373293
Coefficiente de determinación R ²	0.776818882
R ² ajustado	0.762870062
Error típico	1.075577581
Observaciones	35

Tabla 5.3 Estadísticas de la regresión del segundo experimento.

Todavía se ve, en la Tabla 5.3, un error típico considerable pero ya mucho menor que en el primer experimento, y por otro lado

los coeficientes de correlación y determinación múltiple han aumentado considerablemente.

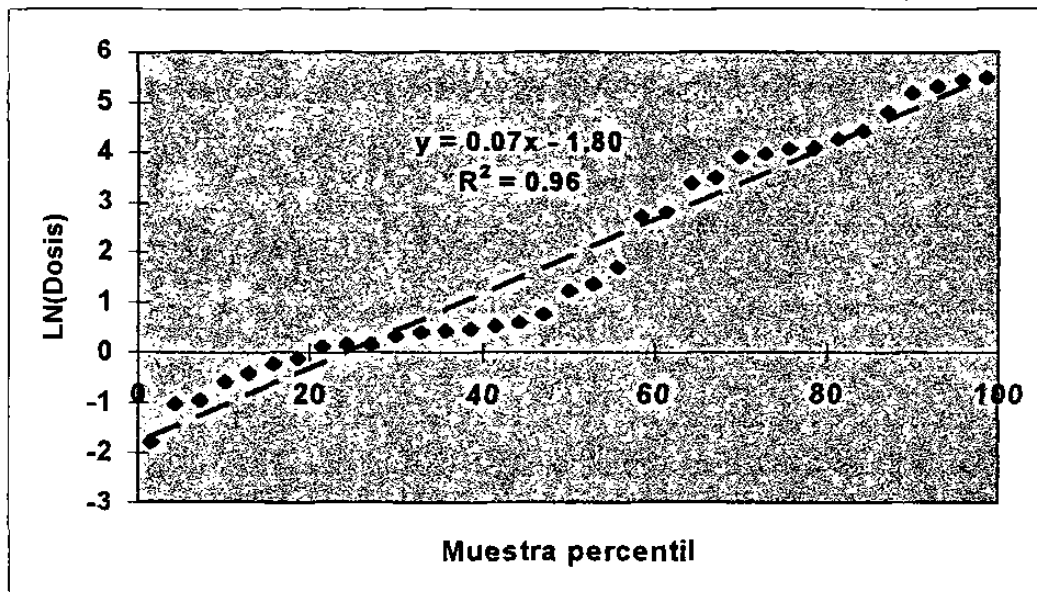
	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	2	128.8534	64.4267	55.6907	3.789E-11
Residuos	32	37.0197	1.1569		
Total	34	165.8731			

Tabla 5.4 Análisis de varianza del segundo experimento.

En el análisis de varianza, se obtiene un promedio de cuadrados de residuos mucho menor también; y el estadístico F, útil para las pruebas de hipótesis de significancia del modelo probado, es mucho mayor que el valor crítico.

Véase además la Gráfica 5.2 de probabilidad normal, que muestra de otra manera la adecuación del modelo teórico a los datos experimentales, al presentar un R cuadrado, del gráfico, muy cercano a uno (0.96).

Se realizó un tercer experimento para verificar la repetibilidad de los resultados del segundo experimento, para después realizar un análisis más detallado de los resultados.



Gráfica 5.2 De probabilidad normal del segundo experimento.

5.3 Análisis de resultados del tercer experimento.

5.3.1 Análisis de resultados del tercer experimento usando mediciones individuales.

Inicialmente se descartó sólo la lectura del cristal # 33, ya que éste registró una dosis de 9.1 mGy (Tabla 4.12), menor al promedio de los testigos (9.21 mGy, Tabla 4.13).

En la Tabla 5.5 se dan las estadísticas considerando el modelo, ya probado en los otros dos experimentos, de la Ec. 2.3 de nuevo con una confiabilidad del 95%:

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente de correlación múltiple	0.8928
Coeficiente de determinación R ²	0.7970
R ² ajustado	0.7854
Error típico	1.0765
Observaciones	38

Tabla 5.5 Estadísticas de la regresión del tercer experimento, usando mediciones individuales.

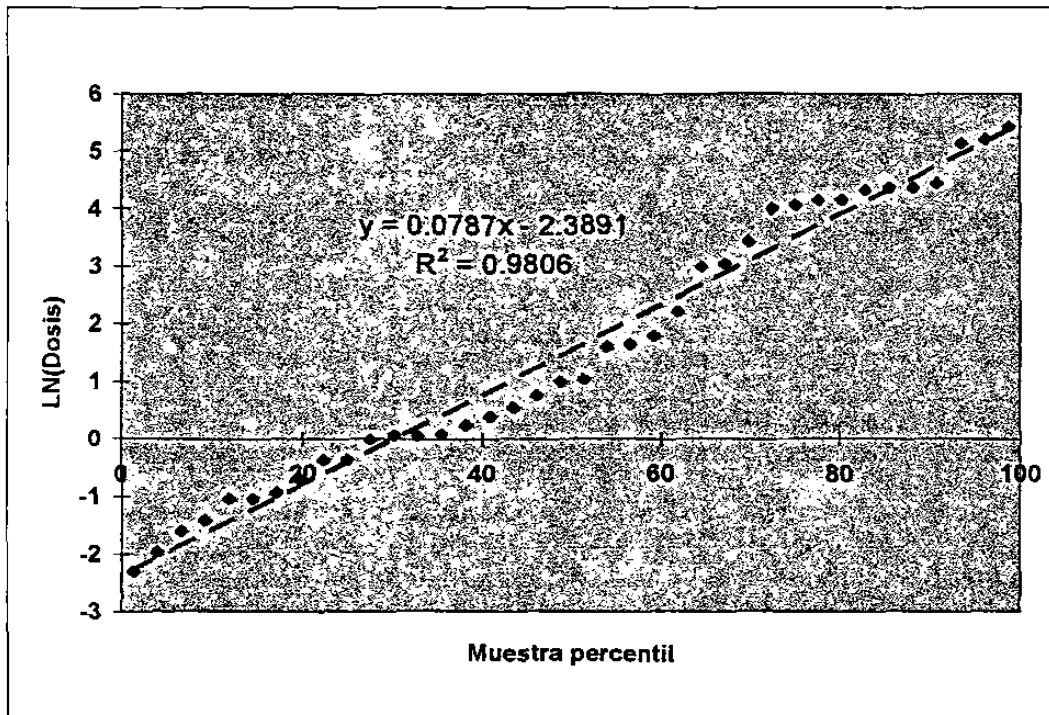
ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	2	159.27	79.636	68.722	7.583E-13
Residuos	35	40.55	1.159		
Total	37	199.82			

Tabla 5.6 Análisis de varianza del tercer experimento usando mediciones individuales.

Se presentan estadísticos muy similares a los obtenidos en el segundo experimento, de nuevo con un alto grado de significancia. Con esto se cumple ya la condición de repetibilidad del experimento.

La Gráfica 5.3 de probabilidad normal, muestra un R cuadrado igual a 0.9806, esto muestra también lo ajustado que está el modelo propuesto con los datos experimentales.



Gráfica 5.3 De probabilidad normal del tercer experimento usando mediciones individuales.

	<i>Coef.</i>	<i>Err. Típ.</i>	<i>Estad. t</i>	<i>Prob.</i>	<i>Inf. 95%</i>	<i>Sup. 95%</i>
Inters.	8.4236	0.9495	8.8719	1.7630E-10	6.4961	10.3511
Radio	-7.7282	2.1559	-3.5847	1.0182E-03	-12.1049	-3.3515
Áng. az.	-0.2097	0.0186	-11.2992	3.1586E-13	-0.2473	-0.1720

Tabla 5.7 Análisis estadístico de las variables independientes del tercer experimento.

<i>Obser.</i>	<i>Pronóstico para Y</i>	<i>Residuos</i>	<i>Residuos estándares</i>	<i>Percentil</i>	<i>Y</i>
1	6.1051	-1.7346	-1.6567	1.3158	-2.3026
2	4.0085	1.4156	1.3520	3.9474	-1.9661
3	1.9118	0.3128	0.2988	6.5789	-1.6094
4	-0.1849	0.2432	0.2322	9.2105	-1.4271
5	4.0085	1.1960	1.1424	11.8421	-1.0498
6	1.9118	-1.1463	-1.0949	14.4737	-1.0498
7	-0.1849	-0.7567	-0.7228	17.1053	-0.9416
8	4.0085	1.1232	1.0728	19.7368	-0.7133
9	1.9118	-0.1101	-0.1051	22.3684	-0.3857
10	-0.1849	0.2711	0.2589	25.0000	-0.3711
11	4.0085	-1.0233	-0.9774	27.6316	-0.0101
12	1.9118	1.1275	1.0769	30.2632	0.0583
13	-0.1849	-1.7812	-1.7013	32.8947	0.0583
14	5.3323	-1.1925	-1.1390	35.5263	0.0862
15	3.2356	1.1362	1.0852	38.1579	0.2469
16	1.1390	-0.5966	-0.5699	40.7895	0.4055
17	-0.9577	-0.0921	-0.0880	43.4211	0.5423
18	3.2356	0.9121	0.8712	46.0526	0.7655
19	1.1390	-0.1383	-0.1321	48.6842	1.0006
20	-0.9577	-0.4694	-0.4483	51.3158	1.0508

Tabla 5.8 Análisis de residuales del tercer experimento usando mediciones individuales.

-continua-

-continuación-

<i>Obser.</i>	<i>Pronóstico para Y</i>	<i>Residuos</i>	<i>Residuos estándares</i>	<i>Percentil</i>	<i>Y</i>
21	3.2356	1.0830	1.0344	53.9474	1.5953
22	1.1390	-0.8921	-0.8521	56.5789	1.6467
23	-0.9577	0.9477	0.9051	59.2105	1.8017
24	3.2356	1.2081	1.1539	61.8421	2.2246
25	1.1390	-0.0881	-0.0842	64.4737	2.9852
26	-0.9577	-0.0921	-0.0880	67.1053	3.0393
27	4.5595	-1.1226	-1.0722	69.7368	3.4369
28	2.4628	1.5940	1.5225	72.3684	4.0035
29	0.3661	-1.0795	-1.0311	75.0000	4.0568
30	-1.7305	1.3449	1.2845	77.6316	4.1398
31	2.4628	-0.8161	-0.7795	80.2632	4.1477
32	0.3661	-1.9756	-1.8869	82.8947	4.3187
33	2.4628	1.5407	1.4716	85.5263	4.3706
34	0.3661	-0.3079	-0.2941	88.1579	4.3719
35	-1.7305	-0.5721	-0.5464	90.7895	4.4437
36	2.4628	-0.8675	-0.8286	93.4211	5.1316
37	0.3661	0.0393	0.0376	96.0526	5.2045
38	-1.7305	1.3595	1.2985	98.6842	5.4240

Tabla 5.8 **Análisis de residuales del tercer experimento usando mediciones individuales.**

A pesar de la mejora en los estadísticos presentados, todavía el error típico es muy alto; esto nos indica que seguramente hay que hacer un mejor y más detenido análisis; una posibilidad es agrupar los datos y/o eliminar algunos datos si presentan grandes desviaciones.

Por otro lado en el análisis de varianza, usando un 95% de confiabilidad, resulta un estadístico F muy superior al crítico; por tanto probamos ya la hipótesis de la dependencia de la dosis con respecto a las variables radio (r) y ángulo azimutal (ϕ). Queda por probar la posibilidad de la dependencia con respecto al ángulo polar (θ).

5.3.2 Análisis de resultados del tercer experimento en nueve grupos.

En la tabla 5.9 se muestran los datos del tercer experimento, pero en nueve grupos, con el criterio de que en cada grupo formado tengan radio igual e igual ángulo azimutal; para esto las mediciones que quedan solas (donde el ángulo azimutal es de cero grados) se agruparon en el grupo respectivo de 8 grados, se tomó el criterio de vecinos cercanos (Montgomery, Ref. 5).

Grupo	No. de Obs.	Radio	Áng. az.	LN(Dosis)	Prom. Dosis	Desviación estándar
1	5	0.3	8	4.9083072	135.41	0.998079221
2	4	0.3	20	2.2604602	9.5875	0.946360314
3	4	0.3	30	-0.4004776	0.67	0.975384774
4	5	0.4	8	4.2916916	73.09	0.13582381
5	4	0.4	20	0.7631396	2.145	0.384378242
6	4	0.4	30	-0.7287744	0.4825	0.609304845
7	5	0.5	8	3.4261501	30.758	1.235472005
8	4	0.5	20	-0.2076394	0.8125	0.894974009
9	3	0.5	30	-0.7133499	0.49	1.110974076

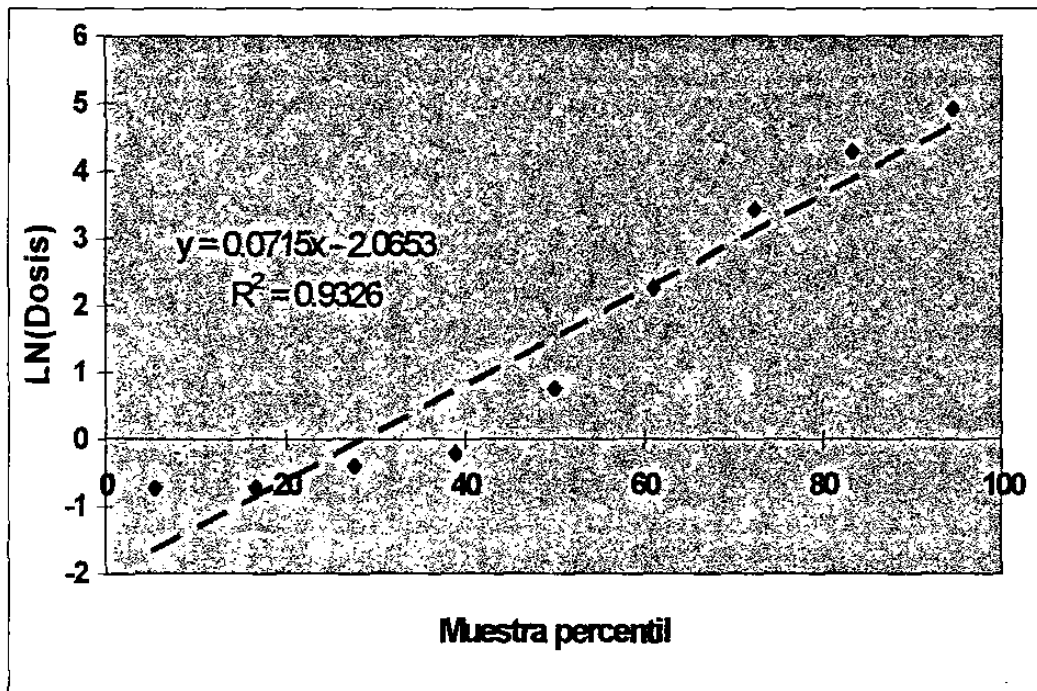
Tabla 5.9 Resultados del tercer experimento en nueve grupos.

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente de correlación múltiple	0.97438
Coeficiente de determinación R ²	0.94941
R ² ajustado	0.93255
Error típico	0.58533
Observaciones	9

Tabla 5.10 Estadísticas de la regresión del tercer experimento en nueve grupos.

En la Tabla 5.10 se observa claramente como crecen los coeficientes de correlación y de determinación, y además se decreta notablemente el error típico.

También se hace un gráfico de probabilidad normal (Gráfica 5.4), sigue teniendo un R cuadrado alto. En la columna de desviación de la Tabla 5.9 se nota presencia de heteroscedasticidad, en el caso que se deseara corregir, se pueden aplicar algunos factores de corrección propuestos por Pree (Ref. 6).



Gráfica 5.4 De probabilidad normal del tercer experimento en nueve grupos.

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	2	38.57887	19.28943	56.30177	0.00013
Residuos	6	2.05565	0.34261		
Total	8	40.63452			

	<i>Coef.</i>	<i>Err. Típ.</i>	<i>Est. t</i>	<i>Prob.</i>	<i>Inf. 95%</i>	<i>Sup. 95%</i>
Inters.	8.62542	1.0619	8.12277	0.00019	6.0271	11.2238
Radio	-7.10521	2.3896	-2.97341	0.02485	-12.9523	-1.2581
Áng. az.	-0.22098	0.0217	-10.18638	0.00005	-0.2741	-0.1679

Tabla 5.11 Análisis de varianza de la regresión del tercer experimento en nueve grupos.

<i>Grupo</i>	<i>Pronóstico para Y</i>	<i>Residuos</i>	<i>Residuos estándares</i>	<i>Percentil</i>	<i>Y</i>
1	4.7260	0.1823	0.3596	5.5556	-0.7288
2	2.0743	0.1862	0.3673	16.6667	-0.7133
3	-0.1355	-0.2649	-0.5226	27.7778	-0.4005
4	4.0155	0.2762	0.5449	38.8889	-0.2076
5	1.3637	-0.6006	-1.1848	50.0000	0.7631
6	-0.8461	0.1173	0.2314	61.1111	2.2605
7	3.3050	0.1212	0.2390	72.2222	3.4262
8	0.6532	-0.8609	-1.6982	83.3333	4.2917
9	-1.5566	0.8432	1.6635	94.4444	4.9083

Tabla 5.12 Análisis de residuales del tercer experimento en nueve grupos.

5.3.3 Análisis de resultados en nueve grupos, descartando mediciones que se desvían más de una sigma.

En la Tabla 5.13 se muestran los nueve grupos, pero habiendo descartado todas aquellas mediciones que se desviaban más allá de una sigma (se considero la desviación de cada grupo, por cierto aquí se nota claramente el fenómeno de heteroscedasticidad). Se muestran en las tablas 5.14 y 5.15 sus estadísticas, y en la Gráfica 5.5, el Gráfico de Probabilidad normal de estos nueve grupos

donde resultó que se descartan 13 de las mediciones, aparte de la del cristal # 33.

<i>Grupo</i>	<i>No. de datos</i>	<i>Radio</i>	<i>Ángulo azimutal</i>	<i>LN(Dosis)</i>	<i>Prom(Dosis)</i>
1	4	0.3	8	5.10178532	164.315
2	3	0.3	20	2.49044683	12.06666667
3	3	0.3	30	-0.16644821	0.846666667
4	2	0.4	8	4.34562195	77.14
5	3	0.4	20	0.88926206	2.433333333
6	2	0.4	30	-1.04982212	0.35
7	3	0.5	8	3.86890671	47.89
8	3	0.5	20	-0.12329822	0.884
9	2	0.5	30	-0.37833644	0.685

Tabla 5.13 Datos del tercer experimento en nueve grupos, habiendo descartado mediciones que se desvían más de una sigma.

Es notable en la tabla 5.14 cómo el error típico es 0.68, mayor que en el caso de los datos agrupados de la tabla 5.10, y no disminuye tanto el R^2 ajustado. El análisis de varianza tanto en el estadístico F como en el estadístico t, sigue cubriendo los criterios con el 95 % de confiabilidad.

Como en las anteriores tablas que muestran análisis de varianza, en la tabla 5.14 se muestra además de los valores promedio

de los coeficientes del modelo de regresión, los intervalos de cada uno de estos con un 95 % de confiabilidad.

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente de correlación múltiple	0.9677
Coeficiente de determinación R ²	0.9364
R ² ajustado	0.9152
Error típico	0.6769
Observaciones	9

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grad. de lib.</i>	<i>Suma de cuad.</i>	<i>Prom. de cuad.</i>	<i>F</i>	<i>Valor crít. de F</i>
Regresión	2	40.4859	20.2430	44.1768	0.0003
Residuos	6	2.7494	0.4582		
Total	8	43.2353			

	<i>Coef.</i>	<i>Err. Típ.</i>	<i>Estad. t</i>	<i>Prob.</i>	<i>Inf. 95%</i>	<i>Sup. 95%</i>
Inters.	8.7719	1.2281	7.1429	0.0004	5.7669	11.7768
Radio	-6.7642	2.7635	-2.4477	0.0499	13.5263	-0.0021
Áng. az.	-0.2277	0.0251	-9.0754	0.0001	-0.2891	-0.1663

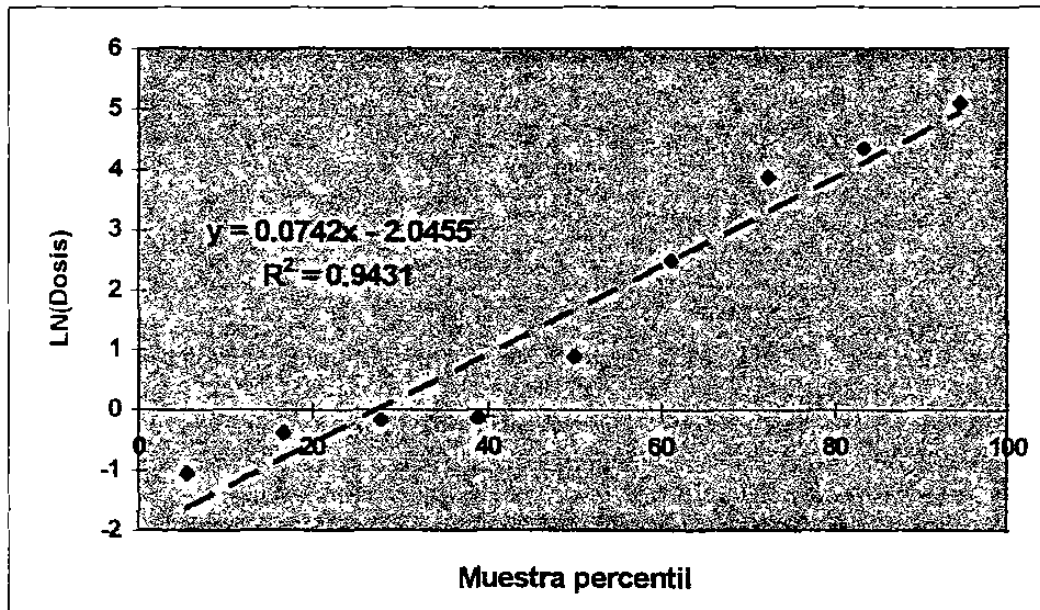
Tabla 5.14 Estadística de regresión del tercer experimento en nueve grupos descartando mediciones que se desvían más de una sigma.

Análisis de los residuales**Resultados de datos****de probabilidad**

<i>Observ.</i>	<i>Pronóstico para Y</i>	<i>Residuos</i>	<i>Residuos estándares</i>	<i>Percentil</i>	<i>Y</i>
1	4.9211	0.1807	0.3082	5.5556	-1.0498
2	2.1889	0.3016	0.5144	16.6667	-0.3783
3	-0.0880	-0.0784	-0.1338	27.7778	-0.1664
4	4.2447	0.1009	0.1722	38.8889	-0.1233
5	1.5124	-0.6232	-1.0630	50.0000	0.8893
6	-0.7644	-0.2854	-0.4868	61.1111	2.4904
7	3.5683	0.3006	0.5128	72.2222	3.8689
8	0.8360	-0.9593	-1.6364	83.3333	4.3456
9	-1.4408	1.0625	1.8124	94.4444	5.1018

Tabla 5.15 Análisis de residuales del tercer experimento en nueve grupos descartando mediciones que se desvían más de una sigma.

Con esto se puede pensar que no era necesario descartar las mediciones que se desvían más de una sigma.



Gráfica 5.5 De probabilidad normal del tercer experimento en nueve grupos de mediciones descartando mediciones que se desvían más de una sigma.

5.4 Comparación de las estadísticas de los distintos modelos matemáticos de regresión.

En la Tabla 5.16 se muestran los principales estadísticos de los cuatro modelos matemáticos propuestos ya linearizados. Para esta comparación se utilizaron los resultados del tercer experimento.

Se observa cómo para los modelos Ec. 2.3 y Ec. 2.4 los estadísticos mejoran.

Modelos matemáticos				
	Ec. 2.1	Ec. 2.2	Ec. 2.3	Ec. 2.4
Coef. de corr. múlt.	0.8888243	0.8916091	0.8927685	0.8929732
Coef. de det. R ²	0.7900086	0.7949669	0.7970355	0.7974012
R ² ajustado	0.7780091	0.7832507	0.7854376	0.7795249
Error típico	1.0949554	1.0819513	1.0764793	1.0912108

Tabla 5.16 Comparativo de estadísticos en los distintos modelos matemáticos propuestos.

5.5 Análisis de simetría de la dispersión con respecto al ángulo polar.

Al modelo de la Ec. 2.4 se le agrega un parámetro de desfaseamiento en el argumento del coseno del ángulo polar η , resultando así la ecuación:

$$Dosis = k_1 [e^{(k_2 r + k_3 \phi)}] [1 + |\cos(\theta + \eta)|]^{k_4} \quad \text{Ec. 5.1}$$

para que al ir variando el parámetro η , en cada uno de estos valores se realice la estadística de la regresión. Obviamente en esta parte se

vuelven a tomar las mediciones individuales, y no las agrupadas, ya que precisamente se está analizando la variación polar.

La tabla 5.16 muestra los resultados estadísticos (se obtuvieron los principales indicadores). De los resultados se desprende que en η aproximadamente igual a 40° , mejoran sus estadísticos (crece el coeficiente de determinación múltiple, y disminuye el error típico); esto vuelve a ocurrir para η aproximadamente igual a 120 grados. Los estadísticos resultantes para estos desfasamientos están resaltados en la Tabla 5.16.

Estos resultados no permiten estimar con significación el patrón que sigue la dispersión (en cuanto a la variación del ángulo polar), sin embargo presentan la posibilidad de realizar nuevos experimentos para determinar con mayor precisión esta dispersión.

Desfase η	Coef. de corr. múlt.	Coef. de det. R ²	R ² ajustado	Error típico	No. de Observ.
0°	0.8938	0.7988	0.7811	1.0874	38
10°	0.8928	0.7971	0.7792	1.0919	38
20°	0.8935	0.7983	0.7805	1.0888	38
30°	0.8960	0.8028	0.7854	1.0767	38
40°	0.8976	0.8056	0.7885	1.0688	38
50°	0.8972	0.8049	0.7877	1.0708	38
60°	0.8958	0.8024	0.7849	1.0777	38
70°	0.8946	0.8002	0.7826	1.0835	38
80°	0.8932	0.7979	0.7800	1.0900	38
90°	0.8928	0.7971	0.7792	1.0921	38
100°	0.8930	0.7975	0.7796	1.0910	38
110°	0.8952	0.8015	0.7840	1.0802	38
120°	0.8998	0.8998	0.7929	1.0577	38
130°	0.8973	0.8052	0.7880	1.0701	38
140°	0.8942	0.7995	0.7819	1.0854	38

Tabla 5.16 Análisis de la simetría de la dispersión con respecto al ángulo polar para mediciones individuales.

CAPÍTULO 6

Conclusiones y comentarios.

6.1 Modelo teórico de dispersión.

Después de analizar los resultados arrojados en las tablas anteriores y en los gráficos de probabilidad normal de y , y de residuales, llegamos a la siguiente conclusión:

Del análisis comparativo de los estadísticos mostrados en la Tabla 5.16 se deduce fácilmente que los mejores modelos teóricos, de los expuestos, son el de la Ec. 2.3 y el de la Ec. 2.4:

$$\text{Dosis} = k_1 e^{(k_2 r + k_3 \varphi)}$$

$$\text{Dosis} = k_1 [e^{(k_2 r + k_3 \varphi)}] [1 + |\text{Cos}(\theta)|]^{k_4}$$

Con la significancia comprobada de la variable ángulo polar (θ) del modelo de la Ec. 2.4, queda fundamentada la existencia de la dependencia de la dispersión con respecto al ángulo polar.

6.2 Modelo experimental de dispersión.

En cuanto al modelo experimental resultó que el de mejores indicadores estadísticos, es el de datos agrupados (en nueve

grupos) pero sin descartar ninguna otra medición más que la del cristal # 33 (Tabla 5.4). Por tanto el modelo experimental resultó ser:

$$\text{Dosis} = 557 e^{-7.1 r - 0.22 \varphi} \text{ (mGy)} \quad \text{Ec. 6.1}$$

donde r está en metros, y φ en grados. La dosis sería la respectiva para un solo disparo de rayos-X.

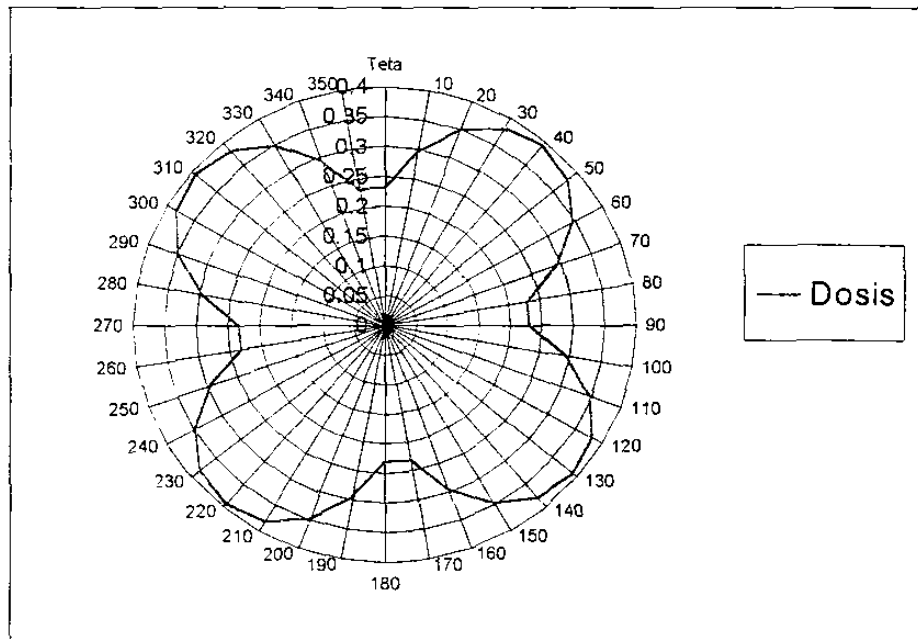
6.3 Asimetría polar de la dispersión.

Encontramos indicios de asimetría polar. En principio parecería la forma del patrón con respecto al ángulo polar como una estrella de cuatro picos, en la Gráfica 6.1 se muestra una forma posible de la dispersión, con los coeficientes del modelo experimental encontrado, y tomando $r = 0.5 \text{ m}$, $\varphi = 20^\circ$, variaciones de θ de 0° a 360° , y con el modelo:

$$\text{Dosis} = k_1 [e^{-(k_2 r + k_3 \varphi)}] [1 + |\text{Cos}(2(\theta + \eta))|]^{k_4} \quad \text{Ec. 6.2}$$

donde k_4 se toma igual a 1 (por simplicidad); $\eta = 40^\circ$ (desfase observado en el tercer experimento); k_1 , k_2 , y k_3 con los valores del modelo experimental mostrado en la Ec. 6.1; y además, obsérvese que se le agregó un coeficiente 2 al argumento del Coseno para que también cumpla con lo observado de que en $\eta \cong 120^\circ$ aumenta la

dosis, con todo esto considerado la Gráfica 6.1 muestra una posible forma de dispersión con respecto al ángulo polar.



Gráfica 6.1 Posible forma de dispersión con respecto al ángulo polar.

Con esto no decimos que así sea la dispersión de radiación en cada instante, sino una forma aproximada de la dosis promedio después de varios disparos.

6.4 Comentarios finales.

Esta tesis servirá para estudios posteriores, como lo son: medición de dosis en distintos órganos de la cabeza (cerebelo,

cerebro, lengua, ojos, etc.) al ser expuesta a exposiciones de rayos-X de radiografía dental; nuevas propuestas de modelos de dispersión, corrigiendo por ejemplo la heteroscedasticidad, la autocorrelación, o la multicolinealidad (si se incluyen otras variables explicatorias, quizá dicótomas, como: número de disparos, tiempo de exposición, energía de los rayos-X, marca o tipo de aparato de rayos-X, etc.).

REFERENCIAS

1. **González Medina, Mario A.** **Diseño de un monitoreo de la dispersión de rayos-X (tesis de maestría).** **FCFM, U.A.N.L. 1995**
2. **Moreno J., María Dolores** **Modelo de la dispersión de rayos-X en radiografía dental.** **FCFM, U.A.N.L. 1997**
3. **Knoll, G. F.** **Radiation, detection and measurment.** **John Wiley & Sons, 1991**
4. **William W. Hines and Douglas C. Montgomery** **Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Administración.** **C.E.C.S.A.**
5. **Douglas C. Montgomery** **Diseño y Análisis de Experimentos.** **Grupo Editorial Iberoamericana**
6. **S. James Pree** **Applied Multivariate Analysis.** **Holt, Rinehart and Winston, Inc.**
7. **Cember, Herman** **Introduction to Health Physics.** **Pergamon Press, 1993**

