

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES
SUBDIRECCIÓN DE POSTGRADO



CARACTERIZACIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD Y ESTRUCTURA DE *Pinus hartwegii* Lindl. EN TRES GRADIENTES ALTITUDINALES EN EL CERRO POTOSÍ, GALEANA, NUEVO LEÓN

TESIS DE MAESTRÍA

Como requisito parcial para obtener el Grado de
MAESTRO EN CIENCIAS FORESTALES

Presenta

BENEDICTO VARGAS LARRETA

Linares, Nuevo León

Enero 1999

TM

Z599

FCF

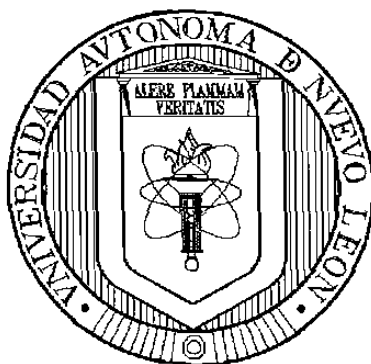
1999

V3



1020125428

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES
SUBDIRECCIÓN DE POSTGRADO



CARACTERIZACIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD Y ESTRUCTURA DE *Pinus hartwegii* Lindl. EN TRES GRADIENTES ALTITUDINALES EN EL CERRO POTOSÍ, GALEANA, NUEVO LEÓN

TESIS DE MAestrÍA

Como requisito parcial para obtener el Grado de
MAESTRO EN CIENCIAS FORESTALES

Presenta

BENEDICTO VARGAS LARRETA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES
SUBDIRECCIÓN DE POSTGRADO

CARACTERIZACIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD Y ESTRUCTURA DE *Pinus hartwegii* Lindl. EN TRES GRADIENTES ALTITUDINALES EN EL CERRO POTOSÍ, GALEANA, NUEVO LEÓN

TESIS DE MAESTRÍA

**Para obtener el grado de
Maestro en Ciencias Forestales**


Presenta

Ing. BENEDICTO VARGAS LARRETA

Comité de tesis



Dr. OSCAR A. AGUIRRE CALDERÓN
Presidente



Dr. JAVIER JIMÉNEZ PÉREZ
Secretario



Dr. JOSÉ DE JESÚS NÁVAR CHÁIDEZ
Vocal



FONDO
TESIS

“ A mi hija Anna Gabriela, ser maravilloso que con su inocencia, sonrisa y tierna mirada motiva todos mis sueños y deseos de superación, transmitiéndome fuerza para alcanzar mis objetivos.

Eres un brillante ejemplo de lo que puede ser una hija, llena de amor y alegría, sensible e inteligente ”

DEDICATORIA

A mi padre, Sr. Pedro Vargas F. (†) por enseñarme que la humildad, la honradez, el trabajo y el respeto a los demás son los principios que permiten valorar a un hombre.

A mi madre, por su amor y fuerza de carácter con que me ha guiado en la vida.

A mi hermano, por su apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS

Durante el transcurso de mis estudios de Maestría y elaboración del trabajo de tesis, tuve la suerte de contar con el apoyo de un gran número de personas a través de algunas instituciones, *sin* el cual no hubiese sido posible el logro de esta meta.

El Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el aporte económico brindado para la realización de mis estudios de Maestría, así como por el apoyo parcial del proyecto de investigación "Patrones de Desarrollo Sucesional en un Ecosistema Forestal Multicohortal de *Pinus hartwegii* Lindl. y *Pinus culminicola* Andresen & Beaman en el Estado de Nuevo León" (1531P-N).

A la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León, por aceptarme como estudiante de su Programa de Postgrado.

Mi más sincero y profundo reconocimiento a todas y cada una de las personas que de una u otra manera me apoyaron durante estos dos años. Deseo manifestar mi agradecimiento:

Al Dr. Oscar Aguirre C., por aceptar dirigir este trabajo de tesis, por su apoyo profesional, académico y moral, pero sobre todo por brindarme su confianza e invaluable amistad. Mil gracias.

Al Dr. Javier Jiménez P., por permitir mi integración a su equipo de trabajo, gracias a lo cual pude lograr una superación profesional muy importante. Gracias también por su apoyo como Subdirector de Postgrado.

Al Dr. José de Jesús Návar Ch., por su disposición y apoyo en la realización de este trabajo.

A toda la plantilla de profesores de la FCF, gracias por los conocimientos transmitidos y por su trato amable.

A mis compañeros de generación: Pedro (†), Chico, J. J., Edwards, Jonás, Marco, Mary, Alfonso, Charles, Pancho y Martín, por todos esos momentos de convivencia de grupo.

A todos mis compañeros estudiantes de la FCF, especialmente a Erika, Maritza, Gaby, Meche, Juany, Laura, Marco, Memo, Mazo, en fin, todos aquellos con los que tuve el privilegio de compartir momentos sumamente agradables durante mis dos años de estancia en Linares. Gracias por permitirme ser su amigo.

A todo el personal administrativo de la FCF, en especial a la Srita. Mireya Flores, por su apoyo incondicional en todo momento.

Al T. F. Félix Cervantes, Miguel, Chiapas, Rolando, Fede, Marco y Mazo, por su apoyo en la realización del trabajo de campo.

Al Ing. Oscar Ramirez y la Sra. Paulina B. de Méndez, por las facilidades brindadas para el uso de las instalaciones y material bibliográfico de la biblioteca.

ÍNDICE

Contenido	Página
LISTA DE TABLAS	i
LISTA DE FIGURAS	iii
RESUMEN	
ABSTRACT	
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Objetivos	3
1.1.1 General	3
1.1.2 Particulares	4
2. ANTECEDENTES	4
2.1 Evaluación de la calidad de sitio	4
2.1.1 Métodos de evaluación de la calidad de sitio	5
2.1.1.1 Método del Índice de Sitio	7
2.2 Evaluación de la densidad	11
2.2.1 Concepto de densidad e importancia	11
2.2.2 Métodos de determinación de la densidad	14
2.2.2.1 Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR)	16
2.2.2.2 Relación Área-Árbol (RAA)	17
2.2.2.3 Factor de Competencia de Copas (FCC)	19
2.2.3 Elaboración de guías de densidad	20
2.3 Crecimiento forestal	22
2.3.1 Modelos de crecimiento forestal	22
2.4 Estructura de ecosistemas forestales	25
2.4.1 Análisis de la estructura de ecosistemas forestales	25

3. MATERIAL Y METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN	28
3.1 Descripción del área de estudio	28
3.1.1 Localización	28
3.1.2 Fisiografía	29
3.1.3 Geología y suelos	29
3.1.4 Clima	29
3.1.5 Vegetación	30
3.2 Descripción de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	30
3.2.1 Sistemática	30
3.2.2 Taxonomía	31
3.2.3 Morfología	31
3.2.4 Distribución y hábitat	31
3.3 Obtención de los datos	33
3.3.1 Sitios de muestreo de 500 m ²	33
3.3.2 Sitios temporales	34
3.3.3 Grupos estructurales de cuatro árboles	35
3.4 Estimación del índice de sitio	36
3.5 Estimación de la densidad	38
3.5.1 Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR)	38
3.5.2 Factor de Competencia de Copas (FCC)	39
3.5.3 Construcción de la guía de densidad	40
3.6 Representación de los patrones de crecimiento de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	40
3.6.1 Datos de los sitios temporales	41
3.7 Análisis estructural del estrato arboreo	43
3.7.1 Índice de Diferenciación Diamétrica (<i>TDi</i>)	43
3.7.2 Índice de Diferenciación en Altura (<i>THi</i>)	44
3.7.3 Índice de Distancia entre Árboles (<i>Di</i>)	45

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	46
4.1 Estimación del índice de sitio	46
4.2 Estimación de la densidad	50
4.2.1 Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR)	50
4.2.2 Factor de Competencia de Copas (FCC)	56
4.2.3 Elaboración de la guía de densidad	58
4.3 Representación de los patrones de crecimiento de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	60
4.3.1 Clasificación de los gradientes altitudinales por calidad de sitio	60
4.3.2 Patrón de crecimiento en altura	61
4.3.3 Patrón de crecimiento en diámetro	65
4.3.4 Patrón de crecimiento en área basal	68
4.3.5 Patrón de crecimiento del volumen en pie	71
4.4 Análisis estructural del estrato arboreo	75
4.4.1 Índice de Diferenciación Diamétrica (<i>TDI</i>)	75
4.4.2 Índice de Diferenciación en Altura (<i>THI</i>)	79
4.4.3 Índice de Distancia entre Árboles (<i>DI</i>)	82
5. CONCLUSIONES	84
6. BIBLIOGRAFÍA	86
7. ANEXOS	

LISTA DE TABLAS

Tabla	Página
1. Ecuaciones para representar el crecimiento forestal	23
2. Modelos utilizados para estimar el índice de sitio de <i>Pinus Hartwegii</i> Lindl. en el Cerro Potosí	37
3. Resultados del análisis de regresión de los modelos probados para estimar el índice de sitio de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	46
4. Altura dominante por clase de edad e índice de sitio, estimada con el modelo $h = \exp^{(b_0 + b_1 * 1/n)}$ para <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	50
5. Análisis de varianza para el modelo de Reineke (1933) que predice el número de árboles en función del diámetro cuadrático promedio	51
6. Valores de β_0 que determinan las líneas proporcionales en el diagrama del IDRR, para intervalos de 100 árboles	53
7. Densidades máximas promedio, para <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	55
8. Análisis de varianza para el modelo que predice el diámetro de copa en función del diámetro normal	56
9. Densidades mínimas promedio, para <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	58
10. Distribución de los sitios temporales por calidad de sitio	61

11. Análisis de varianza para el modelo de Gompertz y ecuaciones que representan el crecimiento promedio en altura de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	62
12. Valores edad-altura para <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en los gradientes investigados	64
13. Análisis de varianza para el modelo de Chapman-Richards y ecuaciones que representan el crecimiento promedio en diámetro de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	66
14. Valores edad-diámetro normal para <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en los gradientes investigados	68
15. Análisis de varianza para el modelo de Chapman-Richards y ecuaciones que representan el crecimiento promedio en área basal de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	69
16. Valores edad-área basal para <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en los gradientes investigados	71
17. Análisis de varianza para el modelo de Korsun y ecuaciones que representan el crecimiento promedio en volumen de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	72
18. Valores edad-volumen en pie para <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en los gradientes investigados	74

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1. Localización del área de estudio	28
2. Distribución natural de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.	32
3. Sitio de muestreo de los seis árboles	34
4. Grupos estructurales de cuatro árboles	35
5. Curvas de índice de sitio para <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en el Cerro Potosí, Galeana, N. L	49
6. Diagrama del Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR)	52
7. Guía de densidad para <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en el Cerro Potosí, Galeana, N. L., para diámetros cuadráticos promedio de 10 a 40 cm	59
8. Guía de densidad para <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en el Cerro Potosí, Galeana, N. L., para diámetros cuadráticos promedio de 45 a 90 cm	60
9. Curvas que representan el patrón de crecimiento promedio en altura de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en el Cerro Potosí	63
10. Curvas que representan el patrón de crecimiento promedio en diámetro de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en el Cerro Potosí	67
11. Curvas que representan el patrón de crecimiento promedio en área basal de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en el Cerro Potosí	70
12. Curvas que representan el patrón de crecimiento promedio del volumen en pie de <i>Pinus hartwegii</i> Lindl. en el Cerro Potosí	73
13. Distribución de los árboles por clases de diferenciación diamétrica en los gradientes 1 (a), 2 (b) y 3 (c)	77
14. Distribución de los árboles por grupos de diferenciación diamétrica en los gradientes 1 (a), 2 (b) y 3 (c)	78
15. Distribución de los árboles por clases de diferenciación en altura en los gradientes 1 (a), 2 (b) y 3 (c)	80
16. Distribución de los árboles por grupos de diferenciación en altura en los gradientes 1 (a), 2 (b) y 3 (c)	82
17. Distribución de los árboles en clases de distancia en los gradientes 1 (a), 2 (b) y 3 (c)	83

RESUMEN

Se presenta una caracterización de la productividad y estructura de *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí, municipio de Galeana, Nuevo León. Se evaluó la calidad de sitio y se construyó un sistema de curvas de índice de sitio a partir de la función de Schumacher. Se determinó una norma de manejo de densidad, representada en una guía de densidad elaborada a partir del Índice de Densidad de Rodales de Reineke (Reineke, 1933) y el Factor de Competencia de Copas (Krajicek, *et al.*, 1961); ésta permitió definir las condiciones de deficiencia, optimalidad y exceso en área basal y número de árboles por hectárea para diferentes índices de densidad de Reineke. Se emplearon 17 funciones de crecimiento para probar su bondad de ajuste en las relaciones funcionales edad-altura, edad-diámetro normal, edad-área basal y edad-volumen en pie. Las funciones utilizadas fueron: 1) Hossfeld IV, 2) Gompertz, 3) Logístico, 4) Monomolecular, 5) Chapman-Richards, 6) Levakovik I, 7) Levakovik III, 8) Korf, 9) Weibull, 10) Yoshida I, 11) Sloboda, 12) Schumacher, 13) Prodan, 14) Logarítmico, 15) Payandeb y Richards, 16) Korsun y, 17) Freese. Las funciones seleccionadas para representar el crecimiento promedio de *Pinus hartwegii* fueron: Gompertz (altura media), Chapman-Richards (diámetro normal y área basal) y Korsun (volumen en pie). Por último, se presentan los índices de diferenciación diamétrica, diferenciación en altura y de distancia promedio; adicionalmente se presentan de manera gráfica en clases y grupos de diferenciación estructural.

1. INTRODUCCIÓN

Si el manejo forestal sostenible significase un intento de mantener el bosque tal como está, resultaría evidentemente imposible. No hay ninguna perspectiva de un pronto final de las presiones que ocasionan los aprovechamientos forestales. El desafío para el responsable del manejo de los recursos naturales no consiste en evitar estas actividades sino en ordenarlas. La finalidad debe ser garantizar que el aprovechamiento de la madera y otros productos forestales, se haga de manera sostenible, que el manejo de un bosque tenga lugar de forma planificada basándose en un conocimiento pleno de sus condiciones de productividad, para que su uso posterior continúe siendo sostenible.

El concepto de sustentabilidad ha evolucionado a fin de encaminar las decisiones del manejo forestal al uso múltiple del bosque, de tal modo que no disminuya su capacidad total de provisión de bienes y servicios. La planeación de un manejo que garantice su uso ininterrumpido debe apoyarse en instrumentos cuantitativos que permitan realizar la evaluación de los recursos a manejar, así como estimar el desarrollo de los mismos en diferentes condiciones de productividad. En este contexto, la evaluación de la calidad de sitio, así como los diagramas de manejo de densidad constituyen importantes apoyos para la toma de decisiones.

La predicción del crecimiento en bosques utilizando modelos matemáticos a nivel rodal para conocer su comportamiento a través del tiempo, ha sido ampliamente aplicable tanto en masas regulares como en bosques irregulares. En bosques regulares han sido aplicados con mayor éxito, ya que en estos casos se consideran estadísticas promedio del rodal; en cambio en rodales irregulares y con mezcla de especies, la predicción del crecimiento resulta más compleja, ya que existe gran heterogeneidad en edades, estructuras y distribuciones espaciales.

La representación de los patrones de crecimiento de diversos parámetros dasométricos en rodales con distintas condiciones de productividad, constituye un

apoyo importante en el manejo forestal, ya que su empleo permite establecer normas comparativas y adecuar los objetivos y prácticas de manejo.

Un aspecto importante que debe considerarse para el conocimiento de la productividad de una especie, es el contar con información adicional acerca de la estructura dimensional y espacial de los ecosistemas donde ocurre, lo que permitirá contar con una visión más global dentro del contexto del manejo forestal; además, la información cuantitativa referida en el tiempo y el espacio es condición básica para el análisis de los ecosistemas forestales desde el punto de vista dinámico.

Sobre este marco de referencia, el presente trabajo se enfoca en la estimación del índice de sitio, la evaluación de la densidad y la representación de los patrones de crecimiento de *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí, municipio de Galeana, Nuevo León, así como la estimación de algunos índices que permitan caracterizar las condiciones estructurales de esta especie en el área de estudio.

1.1 Objetivos

1.1.1 General

Generar una metodología para caracterizar la productividad y estructura de *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí, Galeana, Nuevo León.

1.1.2 Particulares

1. Estimar la calidad de sitio de *Pinus hartwegii* Lindl.
2. Evaluar y establecer una norma de densidad para la especie objeto de estudio.
3. Determinar las ecuaciones de crecimiento que permitan representar los patrones de crecimiento promedio de esta especie.
4. Realizar un análisis cuantitativo de las condiciones de estructura de los rodales de *Pinus hartwegii* Lindl.

2. ANTECEDENTES

2.1 Evaluación de la calidad de sitio

La Sociedad de Forestales Americanos (Society of American Foresters), define sitio como “un área considerada en términos de su ambiente y particularmente en la forma en que éste determina el tipo y la calidad de la vegetación que se puede desarrollar en dicha área” (Ford y Robertson, 1971).

En el marco del manejo forestal, el concepto de calidad de sitio se puede definir como “la producción potencial de un sitio, para una especie en particular o para un tipo de bosque”. Normalmente, se emplean las categorías bueno, regular y malo para calificar la calidad de sitio, describiendo una alta, mediana o baja productividad potencial, respectivamente. Aunque el sitio es en el corto plazo constante e indistinto de la especie, la calidad de sitio tiene significado sólo con respecto a una o más especies que puedan ser consideradas para manejo de una localidad particular (Clutter *et al.*, 1983).

Aguirre (1991), señala que la calidad de sitio es un estimador de la productividad forestal, entendida ésta como la aptitud de un sitio para sostener o soportar el contenido de una cierta cantidad o tipo de biomasa. Asimismo, menciona que la calidad de sitio es una medida generalmente relativa de la productividad forestal, por lo que tales términos se interpretan frecuentemente como sinónimos. Para propósitos prácticos de evaluación de calidad de sitio, Spurr y Barnes (1982) señalan que el contenido de madera de los troncos o tallos principales de los árboles sigue siendo el mejor parámetro y el más útil para determinar la productividad forestal.

2.1.1 Métodos de evaluación de la calidad de sitio.

Dada la gran importancia práctica que implica una evaluación efectiva de la calidad de sitio, se han hecho muchos esfuerzos dedicados a desarrollar técnicas para cuantificar esta condición de las áreas forestales.

De acuerdo a Kramer y Akça (1987) la evaluación de la calidad de sitio indica “la estimación y caracterización de la productividad de un rodal existente o por establecer”. La calificación de la calidad de sitio se puede efectuar directamente tomando características del sitio, o en forma indirecta considerando diversos parámetros del rodal. Los diversos métodos para evaluar la calidad del sitio han sido descritos en forma detallada, entre otros, por Assmann (1961), Kramer (1964), Prodan (1965), Erteld y Hengst (1966), Clutter *et al.* (1983), así como Kramer y Akca (1987).

Clutter *et al.* (1983) clasifican los métodos para cuantificar la calidad de sitio de la siguiente manera:

A. Directos

1. Estimación a partir de registros históricos de producción
2. Estimación basada en datos de volumen del rodal
3. Estimación basada en datos de altura del rodal

B. Indirectos.

1. Estimación a partir de relaciones interespecíficas
2. Estimación a partir de características de la vegetación menor, y
3. Estimación a partir de factores topográficos, climáticos y edáficos

Daniel *et al.* (1982) consideran los métodos para evaluar la calidad de sitio de manera muy similar a Clutter *et al.* (1983) :

Directos.- Cuando se utilizan en rodales de edad uniforme y totalmente poblados, donde se miden todos los árboles que se encuentran por encima de diámetro mínimo predeterminado, así como la altura total. Con estos datos se construyen tablas normales de crecimiento.

Indirectos.- Que se clasifican en 3 categorías (Jones 1969): índice de sitio, vegetal y ambiental.

Respecto a esta clasificación, se puede señalar que el método directo es el más preciso para estimar calidad de sitio y consiste en "generar" un bosque de una especie determinada, sobre un sitio señalado, durante un período dado en el que se realizan mediciones periódicas del volumen que se va produciendo durante toda la vida del arbolado. Su empleo se ha restringido a países de tradición forestal muy antigua ya que demora varios años en proporcionar resultados (Daniel *et al.*, 1982; Spurr y Barnes, 1982; Aguirre, 1984).

La productividad se puede expresar mediante funciones matemáticas, las cuales presentan tres diferentes tipos de expresión (Arteaga, 1989):

Índice de sitio (IS). Altura de un rodal a una edad predeterminada. Frecuentemente, se utiliza la altura de los árboles dominantes y codominantes de un rodal. Esta expresión es el indicador más comúnmente empleada para determinar la productividad del sitio forestal.

Incremento Medio Anual (IMA). Es el promedio anual de crecimiento de un árbol o de una masa forestal durante toda su vida, obtenido por el resultado de dividir las dimensiones de un árbol o una masa entre su edad (Klepac, 1976), el

IMA en volumen es una medida ampliamente utilizada para expresar la productividad del sitio, bajo el supuesto de que el árbol no es afectado por supresión temprana (Hägglund, 1981).

Otras variables del rodal. Las dos formas principales utilizan características del rodal y del sitio. Estas dos maneras se pueden combinar, de una u otra forma en una expresión compuesta, con enlaces de diferentes tipos y, al mismo tiempo, como un sistema único de evaluación de sitio.

Debido a la dificultad de efectuar una evaluación periódica del volumen de madera producida en una localidad durante la vida de un bosque, se han ideado y perfeccionando varios métodos indirectos que permiten estimar aquellos factores de la localidad más íntimamente relacionados con el crecimiento de los árboles, o bien, algunas características de los propios árboles o la vegetación arbustiva y herbácea, que se consideren indicadores sensibles de la calidad de sitio (Husch *et al.*, 1971). De éstos, sin duda el más usado en el ámbito internacional para la estimación de la productividad de sitios forestales es el denominado "índice de sitio".

2.1.1.1 Método del índice de sitio.

Este método califica la productividad de los terrenos forestales sobre la base de la comparación del crecimiento de variables dasométricas a una edad o una dimensión base. Dentro de éste, el más usado es la comparación del crecimiento en altura de los árboles dominantes y codominantes de un sitio a una edad base seleccionada, aunque existen otras relaciones que se han usado, entre las cuales podrían mencionarse la relación volumen-edad, altura-diametro y otras, las cuales se han tratado de mejorar restringiendo su uso a ciertas condiciones de edad,

etc., o bien, apoyándolas con características climáticas o topográficas (Torres, 1984).

Aún cuando cualquier indicador de la calidad de sitio podría denominarse como un "índice de sitio" (Aguirre 1984), generalmente este término se emplea para designar la altura dominante alcanzada por un rodal a una edad determinada (Curtis, 1964; Clutter, 1982; Davis y Johnson, 1987; Daniel *et al.*, 1982; Oliver y Larson, 1990); esta altura será distinta en localidades de calidad diferente y es la base de aplicación de las relaciones altura dominante - edad para estimar calidad de sitio.

El uso de la altura dominante como estimador de la calidad de sitio, se debe a que ésta tiene una relación mayor con la productividad que la que tiene cualquier otro parámetro, además, la influencia que ejerce la densidad sobre esta variable dasométrica es mínima en muchas especies, lo que no ocurre con el diámetro normal, cuya relación con la densidad es inversamente proporcional (Basurco, 1973; cit. Aguirre, 1984).

Para la determinación de índices de sitio, se emplean las alturas de los árboles dominantes y codominantes de una localidad; sin embargo, dado que este criterio es subjetivo en algunos casos, se han sugerido opciones alternativas para la elección del arbolado, como utilizar la altura promedio de los 60, 100 ó 250 árboles más por hectárea (Alder, 1990).

Los datos para el desarrollo de ecuaciones de índice de sitio se obtienen de tres formas (Clutter *et al.*, 1982):

- 1) Mediciones de la edad y la altura del rodal en parcelas temporales,
- 2) mediciones de edad y altura sobre un periodo en árboles muestra en sitios permanentes

3) reconstrucción de los patrones de desarrollo de la relación edad-altura para árboles individuales, usando técnicas de análisis troncal (Aguirre, 1991).

Se puede clasificar a las ecuaciones de índice de sitio de acuerdo a la naturaleza de las curvas de altura-edad que generan (Avery y Burkhart, 1983; Clutter *et al.*, 1983), pudiendo ser éstas anamórficas y polimórficas (articuladas y/o desarticuladas).

El empleo de curvas anamórficas es el más común. Los datos obtenidos mediante mediciones o análisis troncales, pueden ser usados para desarrollar ecuaciones para los tres tipos de curvas. Con datos de parcelas temporales, por lo general, sólo es posible generar ecuaciones para curvas anamórficas (Clutter *et al.*, 1983).

El hecho de que el patrón de crecimiento en altura de los árboles pueda representarse mediante ecuaciones, es la base de la aplicación de métodos analíticos para la construcción de curvas de índice de sitio. La aplicación de estos métodos tiene las ventajas de eliminar cualquier sesgo personal en el trazo de las curvas y la posibilidad de probar la bondad de ajuste de modelos matemáticos diversos para un mismo grupo de datos (Meyer, 1940).

Las técnicas para ajustar las curvas de índice de sitio que se han utilizado son numerosas, pero la mayoría están comprendidas dentro de 3 metodologías generales de desarrollo de ecuaciones (Arteaga, 1989; Clutter *et al.*, 1983):

El método de la curva guía. Es usado para generar ecuaciones que deriven en la construcción de curvas anamórficas de índice de sitio. Los datos de altura - edad son colectados a partir de rodales de diferentes calidades de sitio y edades. Estos pares de datos son graficados y se traza la curva guía para describir la tendencia general de los datos. Todas las curvas de índice de sitio son proporcionales a la curva guía (Avery y Burkhart, 1983).

Las curvas anamórficas de índice de sitio ahora se construyen por técnicas de regresión. Graficando datos edad-altura se obtiene una curva de forma sigmoide, la cual requiere de una transformación de variables a través de un método de regresión (Hägglund, 1981; Avery y Burkhart, 1983; Clutter *et al.*, 1983).

Método de ecuaciones diferenciales. Este método requiere información de remediciones o análisis troncales. Puede ser aplicado con cualquier ecuación de altura-edad, para producir familias de curvas anamórficas o polimórficas. La base inicial de este método, es desarrollar una forma diferencial de la ecuación altura-edad que va a ser ajustada. Esta forma diferencial expresa la altura a una remediación (h_2) como una función de la edad a la remediación (t_2), referidas a las mediciones iniciales edad (t_1) y la altura (h_1) (Clutter *et al.*, 1983; Aguirre, 1997).

Método de la predicción de parámetros. Se emplea para construir curvas polimórficas articuladas. El procedimiento de construcción requiere datos de mediciones sucesivas o análisis troncales y comprende las etapas: a) graficar una función altura-edad para los datos árbol por árbol o sitio por sitio; b) emplear cada curva graficada para asignar un valor de índice de sitio a cada árbol o sitio y, c) relacionar los parámetros de las curvas graficadas con el índice de sitio mediante procedimientos de regresión.

El uso del método de índice de sitio para conocer la productividad de los sitios forestales presenta algunas limitaciones (Clutter *et al.*, 1983): 1) no se determina la edad exacta del rodal; 2) no se ajusta bien en rodales incoetaneos con mezcla de especies; 3) los efectos precisos de la densidad del rodal no se consideran; 4) no se toman en cuenta directamente otras variables asociadas con el volumen del rodal; 5) el índice de sitio no es una constante, puede cambiar periódicamente debido a las variables climáticas y ambientales; 6) el índice de sitio pocas veces se puede usar para otras especies, aún cuando estén en el mismo sitio. Sin embargo, el índice de sitio es una herramienta muy útil, dado que nos proporciona

un valor numérico simple que es fácilmente medible y entendible, con respecto a la calidad de sitio.

La primer familia de curvas de índice de sitio fue construida en Alemania en 1824. Posteriormente se encontraron los trabajos de Johnson en Escandinavia y de Sterre en los Estados Unidos en 1914 (Jones, 1969).

En México se han estimado índices de sitio para las especies de *Pinus* más importantes desde el punto de vista comercial. Para ello se han utilizado las alturas de árboles dominantes y codominantes a una edad base de 100 años para las especies de lento crecimiento (Musalem, 1977; Ramírez, 1978; Rodríguez, 1980) y 50 años para las de rápido crecimiento (Orantes, 1980; Aguilar, 1982; Rodríguez, 1982; Maldonado, 1984; Aguirre, 1984; Torres, 1984; De la Fuente, 1985; Garnica, 1987; Benavides, 1987; González, 1988; Garzón, 1976; Quiñones *et al.*, 1995; Valles *et al.* 1995). Para el centro y sur del país comúnmente se emplea la edad base de 50 años y ocasionalmente para las especies de mayor crecimiento se han utilizado de 25 a 40 años como edad base (Aguirre, 1985). Daniel *et al.* (1982) reportan que para Estados Unidos el índice de sitio lo determina la altura alcanzada por un árbol bajo las condiciones del propio bosque a una edad de 100 años, para la mayoría de las especies longevas del occidente y de 25 a 50 años para las especies del este y el sur.

2.2 Evaluación de la densidad

2.2.1 Concepto de densidad e importancia

Después de la calidad de sitio, la densidad del rodal es el segundo factor en importancia para la determinación de la productividad de un sitio forestal. Si se tiene la capacidad de realizar un manejo adecuado de la densidad de un rodal

durante su desarrollo, se puede influir en su establecimiento (Daniel *et al.*, 1982; Wenk *et al.*, 1990).

Para Zepeda (1983) densidad es el grado de ocupación real, en un momento dado, del área de un sitio o lugar por árboles. De acuerdo con Husch *et al.* (1972), la densidad de los rodales es una medida cuantitativa que refleja el grado de aglomeración de fustes dentro de un área determinada; mientras que Gringrich (1970), señala que la densidad involucra el espaciamiento y la evaluación de la competencia; Curtis (1970) define densidad como el número de individuos, área basal o volumen por unidad de superficie.

El crecimiento de los árboles en un área está determinado por la cantidad, tipo y distribución de los mismos, variables éstas sobre las que las decisiones del forestal tienen un carácter determinante. La cantidad, tipo y distribución de los árboles determinan la densidad de los rodales, definida por el grado de utilización de un sitio por árboles o también por la intensidad de la competencia entre éstos (Aguirre, 1997; Davis y Johnson, 1987).

La significación de la densidad se manifiesta sobre el crecimiento del rodal y, se basa en el postulado de que entre más amplio sea el espacio de crecimiento del árbol, más rápido será su crecimiento. El espacio de crecimiento es el factor que controla la producción de los árboles y la competencia inicia cuando este espacio disponible en el rodal, es igual al espacio que requieren todos los árboles para crecer sin dificultad, comparado éste, con aquellos árboles que crecieron aislados (Gingrich, 1967).

El control de la densidad en el establecimiento de rodales es un aspecto importante del manejo de los bosques. La información acerca de los efectos de la densidad sobre el crecimiento y la producción, se ha generado en un gran número de estudios sobre espaciamientos (Clutter *et al.*, 1982). El crecimiento en altura

no es afectado significativamente por la manipulación de la densidad. La altura promedio del rodal puede variar muy poco por efecto de los aclareos por ejemplo, pero dentro de un amplio rango de límites, el crecimiento en altura parece no verse afectado. El diámetro se incrementa en rodales con poca densidad y disminuye en altas densidades. A una edad determinada existe un límite de densidad mínima del rodal, a partir del cual no ocurre mayor crecimiento en diámetro. A niveles de baja densidad este límite está representado por árboles que crecen libres de competencia.

Las diferencias en la forma del fuste resultantes de las variaciones de la densidad del rodal, es un tópico de especial interés en manejo forestal. Los experimentos de espaciamiento han mostrado que en rodales más densos, frecuentemente, se tienen árboles promedio dominantes y codominantes de la misma altura, pero de un diámetro más pequeño que en rodales menos densos, mientras que los estudios de aclareos nos indican que el diámetro del fuste en su parte baja, incrementa relativamente más rápido en rodales aclareados que en árboles comparables en rodales no aclareados (Clutter *et al.*, 1982); tales fustes, por lo tanto, van a tener diferentes curvas de *ahusamiento*, pero no diferentes volúmenes en sus fustes. En general, puede decirse que los árboles que crecen en rodales cerrados tienden a ser más cilíndricos que los que crecen en rodales abiertos, siendo éstos más cónicos (Fierros, 1993).

Por lo general, la producción total de volumen de un rodal a una edad y composición dadas, creciendo en un sitio determinado, es constante y óptima en un rango amplio de densidad. Puede disminuir, pero no aumentar alterando las existencias en crecimiento a niveles fuera de este rango (Smith, 1962). Kramer (1985), señala sin embargo, que el incremento volumétrico se ve afectado por la densidad de los rodales de manera significativa. Masas no aclareadas presentan menor incremento volumétrico que aquellas sometidas a aclareos moderados. A

su vez, rodales fuertemente aclareados presentan incrementos volumétricos inferiores a los de masas no aclareadas o con aclareos ligeros a moderados.

Los resultados de la mayoría de los estudios sobre la importancia de la densidad permiten apoyar la conclusión de que para contribuir a mejorar los bosques y aumentar su producción y rendimiento, el silvicultor tiene la alternativa de manipular y regular la densidad de acuerdo a los objetivos de manejo.

2.2.2 Métodos de determinación de la densidad

Cuando existe una serie de escenarios optativos que dependen de la manipulación de la densidad, es esencial, desde el punto de vista de la toma de decisiones bien fundamentadas, ser capaz de expresar con precisión la densidad de un rodal. Dada la importancia de la evaluación precisa de la densidad, se han propuesto varios métodos para este efecto; así pues, los métodos de cuantificación son muy diversos; sin embargo, todavía no se ha llegado a un acuerdo en lo relativo a cuál es la forma más confiable para describirla (Daniel *et al.*, 1982).

La densidad debe expresarse en términos cuantitativos, representar una medida del rodal independiente de los objetivos del manejo y ser consistente en los distintos estados de desarrollo del mismo (Monroy, 1997).

Algunas medidas de la densidad del rodal, tales como el número de árboles por hectárea, son funciones directas de las estadísticas medibles del rodal, mientras que otras involucran comparaciones con algunas relaciones limitantes previamente establecidas (p. ej. el máximo número de árboles que el rodal puede soportar a una edad determinada). Es importante señalar que casi todas las medidas de la densidad de un rodal son dinámicas. Las medidas directas de la

densidad del rodal, obviamente, cambiarán con el transcurso del tiempo (Clutter *et al.*, 1983).

A través del desarrollo de la ciencia forestal se han diseñado y propuesto muchas formas de medir en forma cuantitativa la densidad actual de un rodal y así comparar ésta con la densidad que implique la norma de manejo para el cumplimiento de un determinado objetivo (Fierros, 1993). Una de estas formas es el empleo de diversos índices, definidos por Zepeda (1984) como un indicador cualquiera del grado de ocupación del área de un sitio por árboles.

Daniel *et al.* (1982) presentan una clasificación de los diversos métodos para evaluar la densidad de un rodal: método ocular, tabla de rendimiento normal, índice de densidad de Reineke, tabla de rendimiento de Bruce, competencia de copas, porcentaje de altura, método de D más, de las D veces, espacio de crecimiento, relación árbol/área e incremento en volumen de Stage.

Becerra (1986) menciona los siguientes métodos: índice ocular, tablas de rendimiento normal, método de D más, método de D veces, densidad puntual de Spurr, ley de autoaclareo, índice de densidad de rodales de Reineke, relación árbol/área, factor de competencia de copas y guía de densidad.

Una clasificación similar aunque más breve se presenta en el trabajo de Fierros (1993). Los índices citados por este autor sirven de base para la construcción de guías y diagramas de manejo de densidad. Dichos índices son: basado en el número de árboles (Índice de rodales de Reineke, ley de autoaclareo), basado en el diámetro normal (relación área-árbol, factor competencia de copas) y, basado en el volumen (tablas de rendimiento normal).

Puesto que los diferentes métodos producen distintas estimaciones de la densidad, se debe buscar que cualquier método, además de ser preciso y

coherente, debe ser fácilmente comprensible, visualizado y servir como auxiliar en la interpretación de las estimaciones de la densidad por técnicos o investigadores; por último, un buen método debe ser sencillo para su aplicación en el campo.

Cada uno de los métodos tiene un enfoque especial sobre la medición de la densidad del rodal y todos presentan ventajas y desventajas; sin embargo, los métodos que han logrado una mayor aplicación son (Zepeda, 1984; Becerra, 1985; Aguirre, 1997): Índice de densidad de rodales de Reineke (IDRR) (Reineke, 1933); la relación área-árbol (RAA) (Chisman y Schumacher, 1940) y el factor de competencia de copas (FCC) (Krajicek *et al.*, 1961).

2.2.2.1 Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR).

Este indicador de la densidad fue sugerido por L.H. Reineke en 1933 y puede ser una herramienta, cuando el manejo intensivo del rodal requiere de un método refinado para regular la densidad y ajustarla a metas previamente establecidas. El postulado principal es el de que cualquier rodal puro, coetáneo y bien poblado (de densidad completa) tiene aproximadamente el mismo número de árboles por unidad de superficie que otro rodal puro, coetáneo y bien poblado, de la misma especie y diámetro cuadrático medio, independientemente de la edad y la calidad de sitio (Daniel *et al.*, 1982).

Así, para una especie dada, el número máximo de árboles que un rodal coetáneo completamente poblado puede tener, está correlacionado negativamente con su diámetro cuadrático medio; la curva que representa ésta relación asume la forma de una línea recta cuando se traza sobre papel logarítmico (Reineke, 1933; Spurr, 1952; Husch *et al.*, 1972; Daniel *et al.*, 1982; Clutter *et al.*, 1983).

El IDRR no está relacionado con el índice de sitio y la edad por el hecho de que los parámetros que describen la forma de la curva de distribución diamétrica (coeficiente de asimetría, curtosis y coeficientes de variación), están más relacionados con el diámetro cuadrático que con la edad e índice de sitio (Daniel *et al.*, 1982). Esta cualidad hace del índice de densidad de rodales de Reineke un parámetro valioso en la descripción de los rodales, especialmente en la construcción de tablas de rendimiento.

La relación funcional entre el número de árboles por unidad de superficie y el diámetro cuadrático medio de cada rodal es (Clutter *et al.*, 1983):

$$N = \beta_0 (Dq)^{\beta_1}$$
$$\log N = \log(\beta_0) + \beta_1 \log(Dq)$$

donde:

N = número de árboles por unidad de superficie

dq = diámetro cuadrático medio

\log = logaritmo común

β_0 = intercepto al origen

β_1 = pendiente de la curva de referencia

2.2.2.2 Relación Área-Árbol (RAA)

Se basa en el supuesto de que el área de terreno A ocupada por un árbol determinado de diámetro normal d se puede expresar por la relación siguiente (Chisman y Schumacher, 1940):

$$A = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2$$

donde:

d = diámetro normal, cm

β_i = coeficientes de regresión

entonces, el área total del espacio de crecimiento distribuido entre todos los árboles existentes en una parcela, puede obtenerse con la suma de las áreas asignadas a los árboles en forma individual (Chisman y Schumacher, 1940); es decir sumando todos los árboles existentes en el área considerada (Husch *et al.*, 1972).

De esta forma para la determinación de la densidad se resuelve la ecuación:

$$\sum_{j=1}^n A_j = \beta_0 n + \beta_1 \sum_{j=1}^n d_j + \beta_2 \sum_{j=1}^n d_j^2$$

que representa el área total ocupada por n árboles en una unidad de terreno. Con base en los parámetros obtenidos, es posible estimar el área promedio ocupada por un árbol, así como la relación árbol-área:

$$\sum_{j=1}^n A / AR$$

donde:

AR = área que ocupa el rodal.

La técnica de Chisman y Schumacher (1940), está basada en la suposición de que el área de terreno ocupada por un árbol está relacionada al diámetro normal a través de una parábola de segundo grado (Spurr, 1952).

Este índice ha sido bastante utilizado para calcular el límite extremo del rango de densidad natural dentro del cual los rodales presentan un grado de ocupación máximo, antes de que se presente la mortalidad debida a competencia. Para esto

es necesario que la muestra se tome en rodales de densidad completa, como en el caso del índice de densidad del rodal de Reineke (Fierros, 1993).

2.2.2.3 Factor de Competencia de Copas (FCC)

Utiliza la relación existente entre la copa de un árbol y su diámetro; el índice se basa en la proyección horizontal del área de copa de árboles de un diámetro determinado y su relación con el área máxima de copa de árboles del mismo diámetro pero que han crecido en espacios abiertos, es decir, sin ninguna interferencia.

La relación funcional entre el diámetro de copa, dc , y el diámetro normal, dn , de árboles que han crecido sin interferencia, se asume de la forma:

$$dc = \beta_0 + \beta_1 d$$

si “ dc ” se expresa en metros, el área de la copa (ac) en metros cuadrados estará dada por:

$$ac = (\pi / 4)(dc)^2$$

o bien,

$$ac = (\pi / 4)[(\beta_0 + \beta_1 d)]^2$$

por lo tanto, el área máxima de copa (amc), es decir, el área de la copa de un árbol aislado de diámetro d , expresada como porcentaje de la unidad de área utilizada comúnmente es:

$$amc = (\pi / 4)[(\beta_0 + \beta_1 d)]^2 / 10$$

finalmente,

$$FCC = \frac{\sum_{i=1}^n amc}{A}$$

donde:

ac = área de copa, m^2

amc = área máxima de copa, m^2

A = área ocupada por el rodal, m^2

FCC = factor competencia de copas

2.2.3 Elaboración de guías de densidad

Una guía de densidad es un gráfico que indica las relaciones entre el diámetro cuadrático medio del rodal (del árbol con el área basal media), área basal por hectárea y número de árboles por hectárea (Fierros, 1993; Aguirre, 1997). Gingrich (1967) citado por Monroy (1977) define las guías de densidad como diagramas que comparan el número de árboles, área basal y diámetro cuadrático de rodales específicos con los mismos atributos de rodales de densidad máxima.

Una guía de densidad sirve para evaluar la densidad y el grado de densidad de un cierto rodal, preponderantemente homogéneo y puro, con base en las variables dasométricas que lo caracterizan: diámetro cuadrático promedio y número de árboles por unidad de área. Con tales datos es posible "leer" en la guía de densidad el área basal del rodal por unidad de área usada y, en el eje correspondiente, su grado de densidad, esto es, la proporción que de la densidad considerada como norma o patrón, tiene actualmente el rodal de interés (Zepeda y Villarreal, 1987).

En este sentido, un rodal con densidad de un cierto número de metros cuadrados por hectárea de área basal, puede clasificarse como de densidad excesiva, óptima o deficiente, según la norma considerada como deseable (Gingrich, 1967).

Las guías de densidad constituyen una importante herramienta para la caracterización de este parámetro dasométrico, tanto para la planeación de regímenes de tratamiento silvícola en rodales bajo manejo, como para el monitoreo de la condición de áreas boscosas a través del tiempo. En el marco de la toma de decisiones, las guías permiten seleccionar la alternativa óptima de manejo de acuerdo a la densidad y los objetivos propuestos, lo que representa una contribución a la sustentabilidad y mejoramiento de los recursos forestales maderables (Aguirre, 1997).

Numerosos autores señalan las diversas aplicaciones de las guías de densidad (Gingrich, 1967; Marquis *et al.*, 1969; Solomon y Leak, 1969; Frank y Bjornbom, 1973; Philbrook *et al.*, 1973; Lancaster y Leak, 1978; Leak, 1981; Zepeda 1983; Ernst y Knapp 1985; Becerra 1986; Zepeda y Villarreal 1987; Aguirre, 1995; Aguirre, 1997), entre los que destacan:

- estimación de diámetros cuadráticos promedio,
- estimación de densidad y el grado de densidad,
- clasificación de rodales por su densidad,
- evaluación y estudio del comportamiento dinámico de rodales,
- diseño de regímenes silvícolas,
- análisis para la sustitución de rodales,
- valoración monetaria de masas,
- uso en auditorías técnicas forestales.

Las guías de densidad pueden servir tanto para corroborar la aplicación de una cierta prescripción o tratamiento silvícola intermedio, como para verificar la

densidad y grado de densidad residual reportados o indicados en el programa de manejo forestal correspondiente.

La secuencia definida para elaborar una guía de densidad puede resumirse en la obtención de los siguientes componentes: desarrollo de un nivel de referencia, adopción de un formato de la guía de densidad, desarrollo de los niveles de densidad relativa y presentación esquematizada de la guía de densidad (Monroy, 1997).

2.3 Crecimiento forestal

2.3.1 Modelos de crecimiento forestal

Los cambios en las dimensiones de los árboles que ocurren en tiempo son denominados crecimiento o incremento (Husch *et al.*, 1982) y son parte fundamental de la planeación estratégica del manejo forestal. El crecimiento acumulado de un árbol individual o de una masa forestal se ajusta a una curva de forma sigmoide (Husch *et al.*, 1982; Clutter *et al.*, 1983). Existen numerosos modelos disponibles para predecir este comportamiento (Learly *et al.*, 1997; Nysttrön y Kexi, 1997, Golser y Hasenaver, 1997) tales como (tabla 1): Chapman-Richards, Levakovik II, Levakovik IV, Weibull, Logístico, Gompertz, Sloboda (Zeide, 1993), los cuales tienen como objetivo básico el desarrollo de funciones de productividad.

Las ecuaciones de crecimiento describen el cambio en dimensiones de un organismo o una población con la edad (Zeide, 1993). El crecimiento biológico, resultado de numerosos y muy complejos procesos, parece ser simple, particularmente para árboles, donde el incremento en sus dimensiones siguen alguna vez la forma de una curva sigmoide. Al inicio la curva es cóncava,

mientras que conforme avanza la edad se vuelve convexa. Aunque la respuesta del crecimiento a las fluctuaciones de las condiciones ambientales, es presentar un patrón sorprendentemente estable a largo plazo.

Muchas ecuaciones han sido propuestas para describir el crecimiento de árboles, Kiviste (1988) describe 75 de ellas, aunque sólo algunas han resultado tener cierta utilidad, ya que es difícil que una sola ecuación pueda incluir todos los procesos biológicos.

Tabla 1. Ecuaciones para representar el crecimiento forestal.

Nombre	Ecuación de crecimiento
Hossfeld IV	$y = t^c / (b + t^c / a)$
Gompertz	$y = ae^{-be^{-ct}}$
Logístico	$y = a / (1 + ce^{-bt})$
Monomolecular	$y = a(1 - ce^{-bt})$
Bertalanffy	$y = a(1 - e^{-bt})^3$
Chapman-Richards	$y = a(1 - e^{-bt})^c$
Levakovic I	$y = a(t^d / (b + t^d))^c$
Levakovic III	$y = a(t^2 / (b + t^2))^c$
Korf	$y = ae^{-bt^{-c}}$
Weibull	$y = a(1 - e^{-bt^c})$
Yoshida I	$y = at^d / (b + t^d) + c$
Sloboda	$y = ae^{-be^{-ct^d}}$

donde:

y = altura, diámetro o volúmen del árbol o rodal forestal

t = edad

a, b, c y d = parámetros de las ecuaciones

Algunas de estas ecuaciones fueron desarrolladas inicialmente para su aplicación en otros campos de la investigación diferentes al estudio del crecimiento forestal; así, por ejemplo, la ecuación de Gompertz (1825) fue diseñada para describir la distribución de las poblaciones humanas por edades, sin embargo, Franco (1970) empleó este modelo para realizar un estudio de simulación geográfica y productividad de plantaciones uniespecíficas de árboles, empleando para el ajuste una serie de relaciones alométricas de crecimiento e incremento; el modelo logístico (Verhulst, 1838) es probablemente la ecuación más famosa en ecología y ha sido aplicada para representar el crecimiento de árboles (Franco, 1970) y para determinar la edad en árboles tropicales (Del Amo y De Pascual, 1986). Sin embargo, estas y otras ecuaciones han tenido una buena aceptación por distintos investigadores que las han utilizado para representar el patrón de crecimiento en altura, diámetro, área basal y/o volumen de árboles individuales o rodales completos (Zeide, 1993).

Ek y Monserud (1974) mencionan que la función de Weibull se ha empleado para el ajuste de curvas de crecimiento biológico, así como para determinar el crecimiento y rendimiento de árboles y masas forestales. Del mismo modo, el modelo de Schumacher ha sido utilizado para estimar el crecimiento forestal, así como la calidad de sitio, permitiendo además predecir el rendimiento de rodales naturales al mostrar un parámetro no lineal y relativa flexibilidad para mostrarse en una forma múltiple.

2.4 Estructura de ecosistemas forestales

2.4.1 Análisis de la estructura de ecosistemas forestales

La estructura de un ecosistema se define básicamente por el tipo, número, ordenamiento espacial y ordenamiento temporal de los elementos que lo constituyen (Aguirre *et al.*, 1997). En este contexto destacan principalmente la estructura específica, la estructura dimensional y la estructura espacial de los ecosistemas (Thomasius y Schmidt, 1996).

Los trabajos de investigación sobre este tópico se han dirigido a los ecosistemas mixtos multicohortales, los cuales han cobrado particular importancia a nivel internacional para fines de conservación, investigación y como modelos objetivo de manejo de recursos forestales. Tales ecosistemas presentan una estructura específica, dimensional y espacial diversa, lo que permite la coexistencia de fauna y flora silvestres ocupando diferentes nichos (Hunter 1990; Thomasius y Schmidt, 1996).

El contar con información cuantitativa referida en el tiempo y el espacio, respecto a la estructura de los ecosistemas mixtos multicohortales, es condición básica para el análisis de este atributo desde el punto de vista dinámico. La descripción tradicional de tales ecosistemas comprende normalmente, junto a variables medibles como área basal, diámetro y alturas, una serie de variables categóricas que describen de manera cualitativa la estructura de los mismos. La distribución de las especies se describe por ejemplo "en grupos", "agregada", etc. ; conceptos subjetivos dependientes de la persona que analiza esta condición y, por lo tanto, no reproducibles. Los cambios en la estructura de los ecosistemas por sucesión natural o influencias antropogénicas pueden suponerse, pero no demostrarse estadísticamente.

En ese sentido, Aguirre *et al.* (1997) mencionan la necesidad de generar metodologías cuantitativas para el análisis estructural de ecosistemas mixtos multicohortales con énfasis en el estrato arbóreo, a través de la integración de índices estructurales recientemente desarrollados, parámetros dasométricos convencionalmente empleados para la evaluación de tales ecosistemas y, finalmente, factores físicos de las localidades objeto de estudio. Dichos índices estructurales han sido desarrollados recientemente (Gadow y Földner, 1992) y no han sido aplicados antes en México.

Los índices estructurales pueden determinarse para la totalidad de los individuos de un ecosistema, así como para los pertenecientes a una especie determinada o a una clase dimensional dada, lo que los hace sumamente útiles y versátiles (Albert *et al.*, 1995). En ese sentido, existen índices que permiten evaluar la estructura de especies, como el índice H' de Shannon (Shannon, 1948), Índice de Equitatividad E (Nagel, 1994), Perfil de Especies A (Pretzch, 1996), Índice de Segregación S de Pielou (Pielou, 1961) y el Índice de Mezcla de Especies M_i (Fülner, 1995). Por otro lado, los índices que describen la estructura horizontal del ecosistema son el Índice de Agregación R de Clark & Evans (Clark & Evans, 1998), Índice de Distancia entre Árboles D_i (Pommerening, 1997) y el Índice de Ángulos W_i (Gadow *et al.*, 1998), mientras que para la descripción de la estructura dimensional se emplean el Coeficiente de Homogeneidad H (De Camino, 1976) y los Índices de Diferenciación Dimensional.

El Índice de Distancia entre Árboles D_i caracteriza la distribución individual de los árboles en un bosque en base a la distancia del árbol de referencia cero i a su vecino más cercano (Pommerening *et al.*, 1996; Pommerening, 1997). Las distancias entre árboles D_i se ubican dentro de 10 clases que comprenden rangos de 1 m: Clase 1: $0 \text{ m} \leq D_i < 1 \text{ m}$; clase 2: $1 \text{ m} \leq D_i < 2 \text{ m}$;...; clase 9: $8 \text{ m} \leq D_i < 9 \text{ m}$ y clase 10: $9 \text{ m} < D_i$.

Los índices de diferenciación dimensional describen la relación entre un árbol *i* y su vecino próximo *j* y se definen por el cociente entre una variable dimensional del árbol más pequeño y la correspondiente del árbol mayor, sustraído de 1 (Gadow, 1993; Földner y Gadow, 1994; Albert *et al.*, 1995). La diferenciación dimensional se representa por los índices de diferenciación diamétrica y de altura. Tanto el índice de diferenciación diamétrica como el de altura resultan de gran importancia para el análisis de la estructura vertical de los ecosistemas multicohortales, además de que permiten derivar conclusiones sobre el grado de homogeneidad o heterogeneidad dimensional.

3. MATERIAL Y METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

3.1 Descripción del área de estudio

3.1.1 Localización

El Cerro Potosí se localiza dentro del municipio de Galeana, en el sur del estado de Nuevo León, México; entre los $24^{\circ} 50' 35''$ y $24^{\circ} 53' 12''$ de latitud Norte y los $100^{\circ} 13' 12''$ y $100^{\circ} 15' 12''$ de longitud Oeste. Las coordenadas geodésicas UTM (Universal Transversal de Mercator) son de 2745000 a 2770000 Norte y de los 370000 a 382000 Este. El área de estudio se presenta en un rango altitudinal a partir de 2700 hasta 3300 msnm (Figura 1).

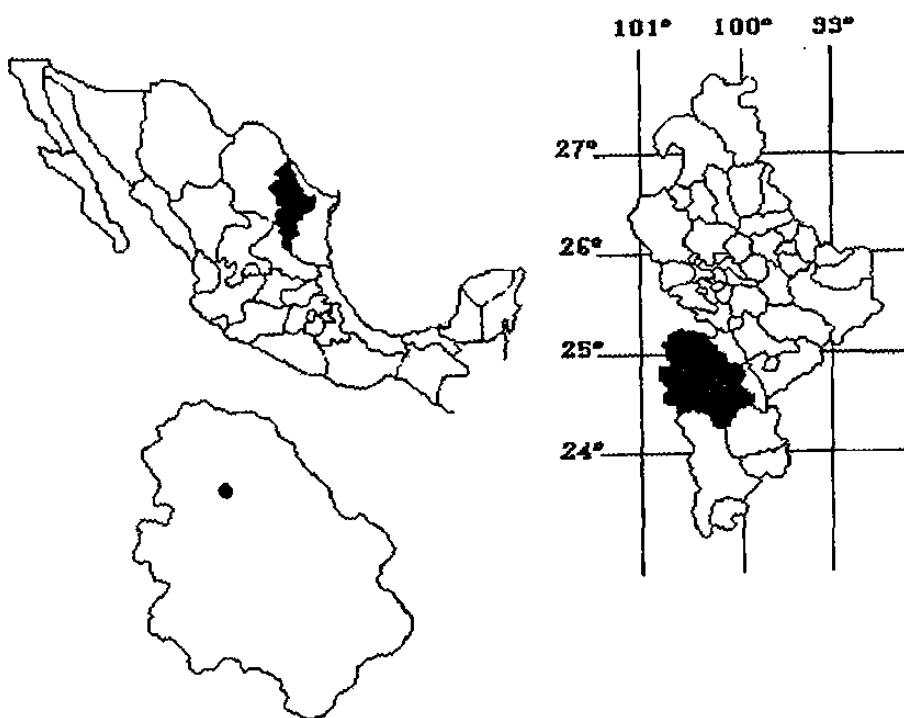


Figura 1. Localización del área de estudio

3.1.2 Fisiografía

El Cerro Potosí pertenece a la región fisiográfica de la Sierra Madre Oriental, Subprovincia de la gran Sierra Plegada, sistema de topofomas de la sierra Pliegue Flexionada, tiene una orientación semicircular oeste-este-sureste y una altitud máxima de 3700 msnm con pendientes abruptas. En general la zona de estudio presenta muy diversas exposiciones que ejercen una influencia directa en la distribución y crecimiento de las especies forestales, sin embargo, el área de interés se localiza predominantemente en exposición noreste.

3.1.3 Geología y suelos

El principal componente del cerro es la roca caliza de origen sedimentario, con yeso y lutita pertenecientes a la era del Mesozoico. El suelo predominante es el litosol combinado con rendzina, con menores proporciones de litosol y rendzina, además de castañozem, regosol y feozem en las laderas del oeste, suelos delgados, oscuros con un alto contenido de materia orgánica (DETENAL, 1977 y 1978).

3.1.4 Clima

El clima que se presenta en la regiones del tipo Bsohw (e) w", semiseco templado, registrando lluvias escasas todo el año y más del 18 % de precipitación invernal. La precipitación total anual oscila entre 400 y 600 mm, el rango de temperatura media anual fluctúa entre 12 y 18° C. La máxima incidencia mensual de lluvia ocurre en mayo y agosto, con 35 a 40 mm y la mínima en marzo con menos de 10 mm. La temperatura mínima se registra en el mes de enero con 7° C (SPP, 1981). Los meses más cálidos son junio y agosto con una temperatura media entre 18 y 20° C (INEGI, 1986).

3.1.5 Vegetación

Los tipos de vegetación presentes en el área de estudio (García, 1996) son: bosque de coníferas, bosque de encino, bosque de pino encino, chaparral con bosque de pino, matorral de coníferas y pradera alpina, principalmente.

Los bosques de coníferas presentan en su estrato arbóreo las especies *Pinus ayacahuite*, *Pseudotsuga menziessi*, *Pinus hartwegii* y *Abies vejari*, en el estrato arbustivo *Salix* aff. *paradoxa*; mientras que en el estrato inferior *Lupinus* sp y *Senecio coahuilensis*.

En el matorral de coníferas se presenta una asociación vegetal que involucra a *Pinus culminicola*, *Grindelia inuloides*, *Lupinus* aff. *elegans* y *Senecio coahuilensis*.

3.2 Descripción de *Pinus hartwegii* Lindl.

3.2.1 Sistemática

La sistemática de *Pinus hartwegii* es la siguiente :

Familia	--- Pinaceae
Subfamilia	--- Abietinae
Género	--- Pinus
Subgénero	--- Diploxilon
Sección	--- Montezumae
Subsección	--- Rudis
Especie	--- <i>Pinus hartwegii</i> Lindl.

3.2.2 Taxonomía

Árbol de 15 a 30 m de altura, de corteza agrietada, de color pardo rojizo. Las hojas varían en número y tamaño, por lo general se observan 3 hojas pero pueden presentarse 4 o 5; en promedio miden 8 cm de largo, de color verde claro, medianamente gruesas. Los conos son de color rojizo muy oscuro casi negro, con un largo promedio de 9 a 10 cm (Martínez, 1948).

3.2.3 Morfología

En la edad madura, la base del árbol tiende a ser muy ancha para continuar con una forma cilíndrica; la sección apical del árbol presenta una disminución gradual en diámetro, siendo este proceso acelerado en los metros. Por lo general, la copa en esta edad es reducida y se presenta en una quinta parte del árbol.

Eguiluz (1978) indica que probablemente *Pinus hartwegii* Lindl. es la especie de pino que menores incrementos presenta, debido al clima que ofrece su distribución geográfica. No obstante, es una especie muy utilizada en nuestro país ya que presenta madera de relativa buena calidad. Aunque desde el punto de vista económico no tiene la importancia industrial de otras especies de pino, si es usada para celulosa y papel, pulpa y pasta mecánica y de forma secundaria en las industrias del aserrío, chapa, triplay y tableros de partículas.

3.2.4 Distribución y hábitat

En México se ha reportado la presencia de *Pinus hartwegii* Lindl. (Perry, 1991) en Nuevo León, Tamaulipas, Hidalgo, Distrito Federal, Puebla, Veracruz, Tlaxcala, México, Morelos, Colima, Michoacán, Jalisco, Oaxaca y Chiapas. En Guatemala se localiza en los departamentos de Huehuetenango, Totonicapán, Quetzaltenango, Quiché, Sololá, San Marcos, Chimaltenango, Sacatepequez y

Guatemala. También se ha reportado en Honduras en el cerro Santa Bárbara (Figura 2).

Pinus hartwegii forma bosques puros entre los 2700-3700 msnm. En México se presenta en las zonas montañosas más altas y es la única especie de pino que logra desarrollarse en estas altitudes lo cual permite reconocerla como la comunidad que marca el límite altitudinal superior de la vegetación arbórea.



Figura 2. Distribución natural de *Pinus hartwegii* Lindl. (Perry, 1991)

Esta especie crece en las montañas de México, como el Nevado de Colima, Cerro Potosí, Peña Nevada, Popocatepetl, Ixtaccihuatl, Nevado de Toluca, La Malinche y el Pico de Orizaba, entre otras (Perry, 1991).

En el Cerro Potosí, *Pinus hartwegii* tiene una amplia distribución (2010.75 ha); en la exposición noreste de la cima del cerro los árboles crecen con copas deformes a causa de los fuertes vientos (efecto bandera) con las ramas solo hacia el lado protegido del viento; es muy resistente a temperaturas bajas y soporta nevadas frecuentes; en sitios bajos de exposición este con pendiente poco pronunciada y con humedad suficiente llegan a formarse rodales con una altura promedio de 12.25 m (García, 1996).

En áreas de exposición suroeste, los árboles tienen una altura menor por efecto de la exposición que produce una menor humedad en la zona, en las laderas oeste los vientos son más secos, los bosques son más abiertos en algunas áreas de exposición sur. En las exposiciones norte y noreste del cerro existe los mejores rodales de *Pinus hartwegii*, donde se presentan individuos con diámetros mayores a los 25 cm y una altura promedio de 20 m.

3.3 Obtención de los datos

3.3.1 Sitios de muestreo de 500 m²

En el área de estudio y a lo largo de cada gradiente altitudinal se instalaron 3 sitios de 500 m² de superficie. Los tres sitios de cada gradiente se distribuyeron en forma paralela a la altitud, teniendo una distancia entre sitios de 300 m. Cada unidad de muestreo permitió obtener información del arbolado en distintas etapas de crecimiento, mediante la delimitación de tres superficies de muestreo por unidad experimental, donde los sitios de 500 m² fueron para arbolado adulto o maduro, los sitios de 250 m² para arbolado joven y los sitios de 100 m² para regeneración.

Los gradientes altitudinales quedaron establecidos de la siguiente manera:

Gradiente 1	2700 - 2900 msnm
Gradiente 2	2900 - 3100 msnm
Gradiente 3	3100 - 3300 msnm

3.3.2 Sitios de muestreo de seis árboles

Se levantaron 90 sitios temporales en los tres gradientes, en porciones de rodales con características de densidad completa y coetaneidad, de diferente edad y mismo índice de sitio en cada gradiente altitudinal. Para ello se empleó el método de inventario desarrollado por Prodan (1968) denominado "prueba de los seis árboles".

Este procedimiento posibilita la realización de levantamientos representativos aún en áreas pequeñas del rodal, de tal modo que permite la determinación de los diferentes parámetros del rodal con la exactitud requerida en el manejo forestal. El área de un sitio de este tipo está constituida por un círculo cuyo radio está determinado por la distancia del punto medio al sexto árbol más próximo, así como por el diámetro de este árbol (Figura 3).

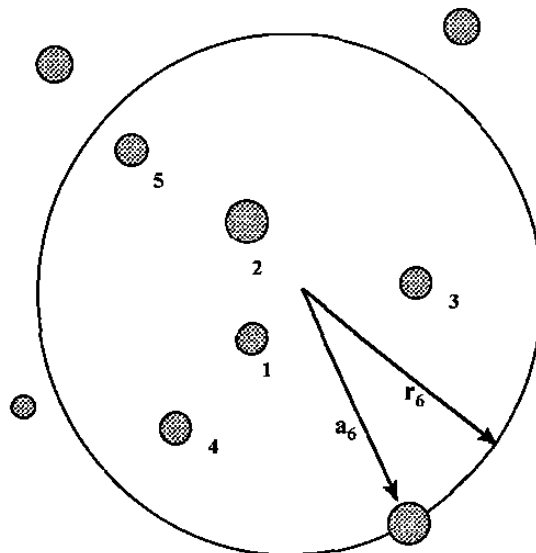


Figura 3. Sitio de muestreo de seis árboles (Kramer y Akça, 1987)

En cada sitio se obtuvieron los siguientes parámetros:

- 1) Distancia (a_6) del punto medio al sexto árbol más próximo, m
- 2) Altura del árbol dominante, m
- 3) Altura del árbol medio, m
- 4) Diámetro a 1.3 m de la totalidad de árboles, cm
- 5) Edad del árbol dominante y del árbol medio, años

3.3.3 Grupos estructurales de cuatro árboles

La base para la determinación de los índices de diferenciación diamétrica, de altura y de distancia promedio la constituyen los muestreos denominados grupos estructurales de cuatro árboles (Füldner 1994), en los que se ubica un árbol cero y sus tres vecinos más próximos, aunque puede considerarse el árbol cero i y un número n de vecinos (Figura 4).

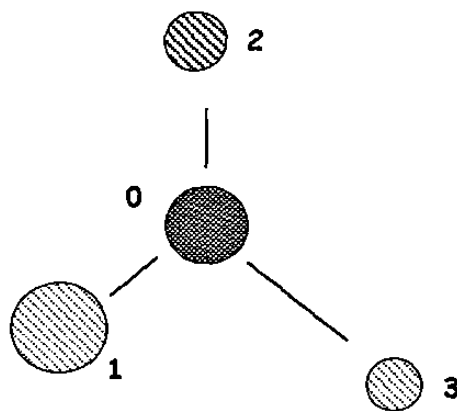


Figura 4. Grupos estructurales de cuatro árboles

3.4 Estimación del índice de sitio

Con el fin de considerar todas las condiciones de crecimiento del área de estudio, se realizó un muestreo selectivo de árboles dominantes a partir de los 2750 msnm, recorriendo el área de distribución de la especie a lo largo de los tres gradientes altitudinales.

La base de datos para la construcción del sistema de curvas de índice de sitio quedó conformada por 90 pares de datos de edad-altura, provenientes del mismo número de árboles dominantes, representativos de las diferentes condiciones de crecimiento de la especie. Se seleccionaron árboles sanos, sin daños físicos o malformaciones y sin evidencia de supresión o daños sufridos en épocas anteriores.

Para la determinación de la edad total de los árboles seleccionados se extrajo un cilindro de incrementos a una altura de 0.30 m y se realizó el conteo de anillos de crecimiento. La edad total se determinó sumando al número de anillos el período que el árbol necesitó para alcanzar esa altura, el cual se estableció en dos años.

Los datos obtenidos de los árboles seleccionados fueron utilizados para probar el ajuste de 8 modelos matemáticos susceptibles de ser empleados para la construcción de curvas de índice de sitio, esto con la finalidad de elegir aquel que representara con mayor fidelidad el comportamiento del crecimiento en altura. Los modelos utilizados se presentan en la tabla 2. Para la realización de esta tarea se utilizó el procedimiento no lineal del paquete estadístico STATISTICA.

Para la construcción del sistema de curvas de índice de sitio se empleó el método de la curva guía, el cual es un procedimiento desarrollado para elaborar sistemas de curvas anamórficas de índice de sitio. La edad base se fijó en 50 años.

Tabla 2. Modelos utilizados para estimar el índice de sitio de *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí.

Chapman-Richards	$h = b_1 * (1 - \exp^{-b_2 * t})^{b_3}$
Freese	$h = \exp^{(b_0 + b_1 * \log(t) + b_2 * t)}$
Korsun	$h = \exp^{(b_0 + b_1 * \log(t) + b_2 * \log(t)^2)}$
Logarítmico	$h = b_0 + b_1 * \log(t)$
Parábola	$h = b_0 + b_1 * t + b_2 * t^2$
Payandeb-Richards	$h = b_0 * t^{b_1} + (1 - \exp^{-b_2 * t^{(1/(1-b_3))}})$
Prodan	$h = 1.3 + (t^2 / (b_0 + b_1 * t + b_2 * t^2))$
Schumacher	$h = \exp^{(b + b_{10} * 1/t)}$
Gompertz	$h = b_0 * \exp^{-b_1 * \exp^{-b_2 * t}}$
Logístico	$h = b_0 / (1 + (b_1 * \exp^{-b_2 * t}))$
Sloboda	$h = b_0 * \exp^{-b_1 * \exp^{-b_2 * t}^{b_3}}$
Hossfeld IV	$h = t^{b_2} / (b_1 + t^{b_2} / b_0)$
Monomolecular	$h = b_0 * (1 - b_2 * \exp^{-b_1 * t})$
Levakovic I	$h = b_0 * (t^{b_3} / (b_1 + t^{b_3}))^{b_2}$
Levakovic III	$h = b_0 * (t^2 / (b_1 + t^2))^{b_2}$
Yoshida I	$h = b_0 * t^{b_3} / (b_1 + t^{b_3}) + b_2$

donde:

h = altura, m

t = edad, años

\exp = exponencial

\log = logaritmo común

b_i = parámetros de regresión

3.5 Estimación de la densidad

Los modelos matemáticos seleccionados para caracterizar la densidad fueron el Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR) y el Factor de Competencia de Copas (FCC). En base a estos índices se determinaron los límites de suficiencia y exceso de densidad para la elaboración de la guía de densidad.

3.5.1 Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR)

Para generar el índice de densidad de rodales de Reineke, de los 90 sitios de seis árboles se seleccionaron aquellos con una densidad máxima o completa, sin evidencia visible de espacio de crecimiento entre los árboles presentes. Las variables dasométricas registradas en los sitios fueron el número de árboles por hectárea y el diámetro normal.

Para elaborar el diagrama de densidad de Reineke, se utilizó el diámetro cuadrático de referencia de 25 cm. La relación funcional entre el número de árboles por unidad de área y el diámetro cuadrático medio de cada rodal es de la forma:

$$N = \beta_0(Dq)^{\beta_1}$$
$$\log N = \log(\beta_0) + \beta_1 \log(Dq)$$

donde:

N = número de árboles por hectárea

Dq = diámetro cuadrático medio

\log = logaritmo natural o común

β_0 = intercepto al origen

β_1 = pendiente de la curva de referencia

Definida la línea de densidad máxima promedio, es decir, el índice de Reineke, se determinaron proporcionalmente los valores de las líneas para los diversos índices considerados para construir el diagrama de densidad correspondiente. Las líneas presentan valores de número de árboles según un diámetro cuadrático medio de referencia.

3.5.2 Factor de Competencia de Copas (FCC)

Se realizó un muestreo selectivo de árboles aislados que se encontraran creciendo libres de competencia, daños, plagas y enfermedades, rectos y vigorosos. Se tomaron datos de 30 árboles muestra que incluyeron individuos dentro de los rangos de las categorías diamétricas posibles de encontrar en los tres gradientes. La información registrada para la estimación de este parámetro fue: diámetro normal, altura total y diámetro de copa (norte-sur y este-oeste).

La relación funcional entre el diámetro de copa y el diámetro normal de árboles que han crecido sin interferencia, se asume es de la forma:

$$dc = \beta_0 + \beta_1 d$$

$$ac = (\pi / 4)(dc)^2$$

$$ac = (\pi / 4)(\beta_0 + \beta_1 d)^2$$

$$amc = (\pi / 4)(\beta_0 + \beta_1 d)^2 / 100$$

donde:

dc = diámetro de copa, m

d = diámetro normal, cm

ac = área de copa, m²

amc = área máxima de copa, m²

3.5.3 Construcción de la guía de densidad

Con los valores de número de árboles y área basal como resultado del índice de densidad de rodales de Reineke, se definió la línea A o línea del 100%. A partir de este valor se calcularon los diferentes grados de densidad a intervalos de 10%. Tomando en consideración la metodología propuesta por Gringich (1967), se integraron en la guía los valores de área basal y diámetro cuadrático promedio. La línea que determina el límite de suficiencia o línea B se definió por los valores del número de árboles para diferentes categorías diamétricas a partir de los resultados del Factor de Competencia de Copas.

3.6 Representación de los patrones de crecimiento de *Pinus hartwegii* Lindl.

Para los diferentes gradientes altitudinales se definió un índice de sitio y en función de éste se representó el desarrollo promedio de los diferentes parámetros dasométricos de los rodales.

Mediante procedimientos de regresión no lineal se probaron 17 modelos y en base a las ecuaciones generadas a partir del modelo seleccionado se derivó la curva de desarrollo en diámetro, altura media, área basal y volumen en función de la edad, para el índice de sitio correspondiente a cada gradiente.

La finalidad de probar diversos modelos matemáticos fue la de contar con diferentes ecuaciones que permitan estimar la capacidad productiva del índice de sitio presente en el área de estudio.

3.6.1 Datos de los sitios de seis árboles

El radio del sitio se calculó de acuerdo a la fórmula propuesta por Prodan (1968):

$$r_6 = a_6 + \frac{1}{2}d_6$$

donde:

a_6 = distancia de la periferia interior del sexto árbol al punto medio del sitio, m

d_6 = diámetro a la altura del pecho del sexto árbol, cm

El diámetro medio del área basal resulta de la media aritmética del área basal total del sitio:

$$dg = 200 * \sqrt{g/\pi}$$

$$g = \sum g_i / N = \sum n_i * g_i / N$$

donde:

dg = diámetro medio del área basal, cm

g_i = área basal del i -ésimo árbol, m^2

N = número de árboles del sitio

El área basal por hectárea de cada sitio se obtuvo, según la relación (Prodan 1968):

$$G_{ha} = 2500 / r_6^2 * \left(d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_5^2 + \frac{1}{2}d_6^2 \right)$$

donde:

$d_1 \dots d_6$ = diámetro a la altura del pecho de los 6 árboles, cm

El número de árboles por hectárea se determinó de acuerdo a la fórmula de Sloboda (1976) para todos los procedimientos de inventario basados en la distancia punto-árbol:

$$EN_{ha} = 104/(ERn)^2 * [(2n - 1) !! / (n - 1) ! 2n]$$

donde:

EN_{ha} = valor esperado del número de árboles por hectárea

n = número de árboles por sitio

$(2n - 1)!! = 1, 3, 5... (2n - 3)(2n - 1)$

ERn = valor esperado de los radios medios al enésimo árbol

Aguirre (1989) señala que para la prueba de los seis árboles la fórmula adopta la expresión (Kramer y Akca 1987):

$$N_{ha} = 18320/r_6^2$$

finalmente, el volumen por hectárea se determinó con ayuda de la tabla de volumen para esta especie elaborada por Herrera (1995). Para esto se obtuvo el volumen del árbol con el área basal media y se multiplicó por el número de árboles por hectárea.

La ecuación empleada para estimar el volumen del árbol con el área basal media fue:

$$V = 0.0444027 + 0.0000415799 * d^2h$$

donde:

v = volumen individual, m³

d = diámetro normal, cm

h = altura total, m

En base a lo anterior se derivaron las relaciones $dg, g, v, hg, = f(\text{edad})$ para cada *gradiente altitudinal*.

3.7 Análisis estructural del estrato arbóreo

3.7.1 Índice de Diferenciación Diamétrica (TD_i)

para el i -ésimo individuo ($i = 1, \dots, N$) y sus n próximos vecinos j ($j = 1, \dots, n$) el índice de diferenciación diamétrica se define bajo la siguiente relación (Pommerening 1996):

$$TD_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{ij}$$

donde:

$$r_{ij} = 1 - \frac{d_i}{d_j} \text{ para } d_i < d_j \text{ y}$$

$$1 - \frac{d_j}{d_i} \text{ para } d_i > d_j$$

El índice de diferenciación diamétrica promedio en un ecosistema forestal se expresa entonces por:

$$\overline{TD} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N TD_i$$

donde:

N = número de árboles en la unidad de muestreo

3.7.2 Índice de Diferenciación en Altura (TH_i)

Este índice se define por el siguiente modelo:

$$TH_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{ij}$$

donde:

$$r_{ij} = 1 - \frac{h_i}{h_j} \text{ para } h_i < h_j \text{ y}$$

$$1 - \frac{h_j}{h_i} \text{ para } h_i > h_j$$

la función:

$$\overline{TH} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N TH_i$$

donde:

N = número de árboles en la unidad de muestreo

permite calcular el índice de diferenciación promedio en altura para el estrato arbóreo de un ecosistema forestal.

Los valores TD y TH se distribuyeron en 10 clases numéricas ($0 \leq \text{clase 1} < 0.1$, $0.1 \leq \text{clase 2} < 0.2$, etc.) o bien en los siguientes cinco grupos:

diferenciación baja:	$0 \leq TD_i < 0.2$; $0 \leq TH_i < 0.2$
diferenciación moderada:	$0.2 \leq TD_i < 0.4$; $0.2 \leq TH_i < 0.4$
diferenciación media:	$0.4 \leq TD_i < 0.6$; $0.4 \leq TH_i < 0.6$
diferenciación alta:	$0.6 \leq TD_i < 0.8$; $0.6 \leq TH_i < 0.8$
diferenciación muy alta:	$0.8 \leq TD_i \leq 1$; $0.8 \leq TH_i \leq 1$

3.7.3 Índice de Distancia entre Árboles ($D\bar{i}$)

Este índice se basa en la distancia promedio del i -ésimo individuo a su vecino próximo n :

$$D_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{ij}$$

donde:

s_{ij} = distancia del i -ésimo árbol a su vecino más próximo

La distancia promedio es un parámetro de la distribución espacial que caracteriza la distribución de los individuos en un área dada. A este nivel la distancia media de los árboles a sus vecinos próximos se define por:

$$\bar{D} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i$$

donde:

N = número de árboles en el ecosistema

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Estimación del índice de sitio

En la tabla 3 se presentan los parámetros estadísticos más importantes de los 8 modelos utilizados para probar el ajuste de éstos a los datos de altura-edad. Todas las funciones de crecimiento probadas generaron ecuaciones de índice de sitio con valores estadísticos muy similares. El modelo seleccionado se eligió considerando los mejores resultados estadísticos.

Tabla 3. Resultados de los análisis de regresión de los modelos probados para estimar el índice de sitio de *Pinus hartwegii* Lindl.

Modelo	β	r^2	r	Sx	Sx %
1 $h = b_1 * (1 - \exp^{-b_2 * t})^{b_3}$	3	.8763	.9361	2.189	13.31
2 $h = 1 / ((1 / b_0) + (b_1 / b_0) * \exp^{-b_2 * t})$	3	.8666	.9309	2.274	13.82
3 $h = \exp^{(b_0 + b_1 + \log(t) + b_2 * \log(t)^2)}$	3	.8752	.9355	2.199	13.37
4 $h = 1.3 + (t^2 / (b_0 + b_1 * t + b_2 * t^2))$	3	.8748	.9353	2.203	13.4
5 $h = \exp^{(b + b_{10} * 1 / t)}$	2	.8762	.9361	2.178	13.25
6 $h = b_0 + b_1 * \log(t)$	2	.8600	.9273	2.317	14.08
7 $h = b_0 + b_1 * t + b_2 * t^2$	3	.8665	.9308	2.275	13.83
8 $h = b_0 * t^{b_1} + (1 - \exp^{-b_2 * t^{(1/(1-b_3))}})$	4	.8188	.9048	2.666	16.21

El ajuste de los modelos es aceptable, ya que los coeficientes de determinación (r^2) resultaron en valores mayores a 0.81, el coeficiente de correlación múltiple (r) superiores a 0.9 y tanto el error estándar como el error estándar porcentual fueron sensiblemente bajos, lo cual puede considerarse como un buen indicador del nivel de precisión en el ajuste de los modelos.

El modelo 2 presenta un valor de r^2 de 0.86 y un $Sx\%$ de 13.82 % lo cual se puede considerar aceptable, sin embargo, se observó en la curva generada que mantiene una tendencia adecuada hasta aproximadamente los 60 años de edad, a partir de la cual la curva resulta ser completamente asintótica. Los valores estadísticos del modelo 4 (Prodan), 0.87, 0.935, 2.2 y 13.4 % para r^2 , r , Sx y $Sx\%$, respectivamente, permiten considerarlo como uno de los modelos que mejor ajuste presentaron a los datos. Aunque estadísticamente este modelo es aceptable no se seleccionó para la elaboración de las curvas de índice de sitio ya que produce los errores más elevados al predecir la altura a edades tempranas, esto es, sobrestima el crecimiento en edades menores a 20 años.

El modelo 6 (logarítmico) presentó el segundo valor más bajo de r^2 (0.86) y el $Sx\%$ más elevado (14.08), además, la curva generada carece de concavidad en las primeras etapas de desarrollo, lo que significa que no es muy adecuado para expresar la relación edad-altura. El modelo 7 (parábola) presenta una tendencia adecuada hasta la edad de 80 años, a partir de la cual se manifiesta un decremento en altura. El modelo 8, que involucra componentes del modelo de Richards (1959) y Payandeb (1974) presenta la menor proporción de varianza explicada por el modelo, así como el mayor error estándar de la regresión.

Los modelos 1 (Chapman-Richards), 3 (Korsun) y 5 (Schumacher), fueron los modelos que mejores resultados estadísticos presentaron, con valores de r^2 de 0.8763, 0.8752 y 0.8762, así como los Sx más bajos, siendo éstos 2.189, 2.199 y 2.178, respectivamente. Las curvas generadas por las ecuaciones respectivas fueron significativamente adecuadas en todas las etapas de crecimiento. El modelo 5 produce errores considerablemente menores que los modelos 1 y 3 en la predicción de la altura a la edad base de 50 años. El número de parámetros estimados por el modelo 5 se manifiesta en una ventaja sobre los demás modelos en cuanto a facilidad y rapidez en el análisis de los resultados estadísticos.

El modelo seleccionado fue el No. 5 (Schumacher), en donde la ecuación resultante del ajuste de los datos adoptó la expresión:

$$h = \exp((3.399467) + (-32.65648) * 1/e)$$

donde:

h = altura dominante, m

e = edad, años

\exp = exponencial

Con la ecuación resultante se construyó un diagrama de cinco curvas anamórficas de índice de sitio. Estos índices de sitio se establecieron a alturas de 9, 12, 15, 18 y 21 m a una edad base de 50 años.

Las curvas construídas se presentan en la figura 5, mientras que los valores de edad-altura estimadas por clase de edad para los diferentes índices de sitio se muestran en la tabla 4. Esta tabla permite realizar una rápida y precisa calificación del índice de sitio de un sitio determinado en el área de estudio, siempre que se conozca la altura total y la edad a 30 cm de altura de los árboles seleccionados.

El rango de los índices de sitio extremos (12 m) denota las diferencias de productividad de los sitios donde ocurre *Pinus hartwegii* en el Cerro Potosí. El valor de índice de sitio de 21 m obtenido en el marco de este trabajo es sensiblemente menor a los reportados en estudios análogos sobre la productividad de esta especie. Así, Garzón (1976) reporta un índice de sitio promedio de 26 m, mientras que Torres (1984) menciona un valor de 24 m, ambos estudios realizados en la región de Zoquiapan, México.

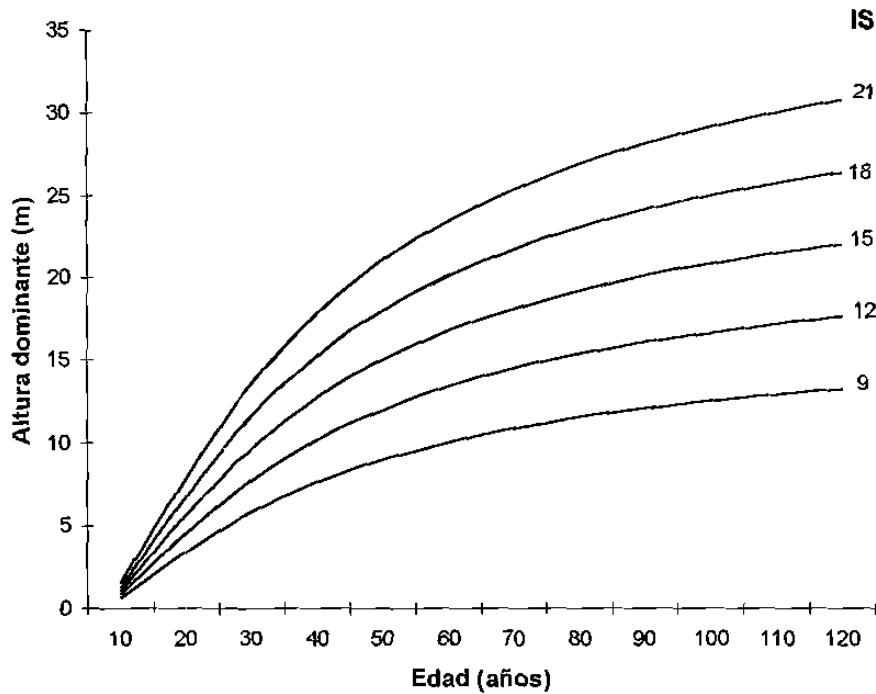


Figura 5. Curvas de índice de sitio para *Pinus hartwegii* Lindl., en el Cerro Potosí, Galeana, N. L.

Los valores de índice de sitio obtenidos hacen notar el bajo potencial productivo de *Pinus hartwegii* en comparación con otras especies de pino. En ese sentido, el mejor índice de sitio para esta especie corresponde a la clase IV (22 m) para *Pinus patula* (Monroy 1997), donde el mejor índice de sitio es de 34 m, muy similar al reportado por Arteaga (1985) de 33.1 m.

Sin embargo, estas diferencias de productividad no son tan marcadas frente a otras especies, aunque continúan siendo considerables. Musálem (1977) señala que el mejor índice de sitio para *Pinus arizonica* Engelm. a una edad base de 50 años es de 28 m, mientras que para *Pinus durangensis* y *Pinus cooperi* es de 27 m (Quiñones, 1997); Aguirre (1984) reporta para *Pinus pseudostrobus* Lindl. un índice de sitio de 22 m, muy similar al obtenido en este estudio.

Tabla 4. Altura dominante por clase de edad e índice de sitio, estimada con el modelo

$$h = \exp^{(b_0 + b_1 * 1/n)}$$

para *Pinus hartwegii* Lindl.

Edad (años)	Índice de sitio (m)				
	9	12	15	18	21
10	0.65	0.90	1.10	1.30	1.55
15	1.95	2.60	3.27	3.9	4.60
20	3.40	4.50	5.63	6.75	7.90
25	4.70	6.25	7.80	9.40	10.95
30	5.80	7.75	9.70	11.65	13.60
35	6.80	9.10	11.35	13.60	15.90
40	7.64	10.20	12.75	15.30	17.85
45	8.37	11.15	13.95	16.75	19.55
50	9.00	12.00	15.00	18.00	21.00
55	9.55	12.75	15.90	19.10	22.30
60	10.05	13.40	16.75	20.10	23.40
65	10.45	13.95	17.45	20.95	24.40
70	10.85	14.45	18.10	21.70	25.30
75	11.20	14.90	18.65	22.40	26.10
80	11.50	15.35	19.15	23.00	26.85
85	11.80	15.70	19.65	23.55	27.50
90	12.05	16.10	20.05	24.05	28.10
95	12.25	16.35	20.45	24.55	28.60
100	12.50	16.63	20.80	24.95	29.10

4.2 Estimación de la densidad

4.2.1 Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR)

La tabla 5 muestra los resultados del análisis de regresión del modelo utilizado para estimar el número de árboles por hectárea en función del diámetro cuadrático promedio.

Tabla 5. Análisis de varianza para el modelo de Reineke (1933) que predice el número de árboles en función del diámetro cuadrático medio.

Modelo	r^2	r	Sx%	Nivel de Prob.*
$N = \beta_0 * (dq)^{\beta_1}$.9801	.9900	16.7	0.0001

La ecuación descrita por Reineke (1933) presentó un buen ajuste a los datos. Los valores de los estadísticos así lo demuestran, ya que el valor de r^2 indica que el 98% de la variación en el número de árboles es atribuible al diámetro cuadrático promedio. El error estándar porcentual resultó ser bastante bajo.

El modelo de Reineke permitió obtener la línea de referencia promedio, producida por la ecuación:

$$N = 140941.1 * dq^{-1.600435}$$

o,

$$\log N = 5.14903 - 1.600435 * \log (dq)$$

para el diámetro cuadrático promedio de referencia el índice de densidad de rodales de Reineke fue

$$IDRR = 140941.1 * dq^{-1.600435}$$

$$IDRR = 140941.1 * (25)^{-1.600435}$$

$$IDRR = 816.1 = 816$$

o,

$$N = 10^{(5.14903 - 1.600435 * \log (25))} = 816$$

La figura 6 muestra la línea de referencia que representa la máxima densidad esperada para un diámetro cuadrático promedio en particular. La figura permite conocer el Índice de Densidad de Rodales de Reineke, donde éste será el número de árboles indicado para cada línea paralela cuando el diámetro promedio del rodal es de 25 cm.

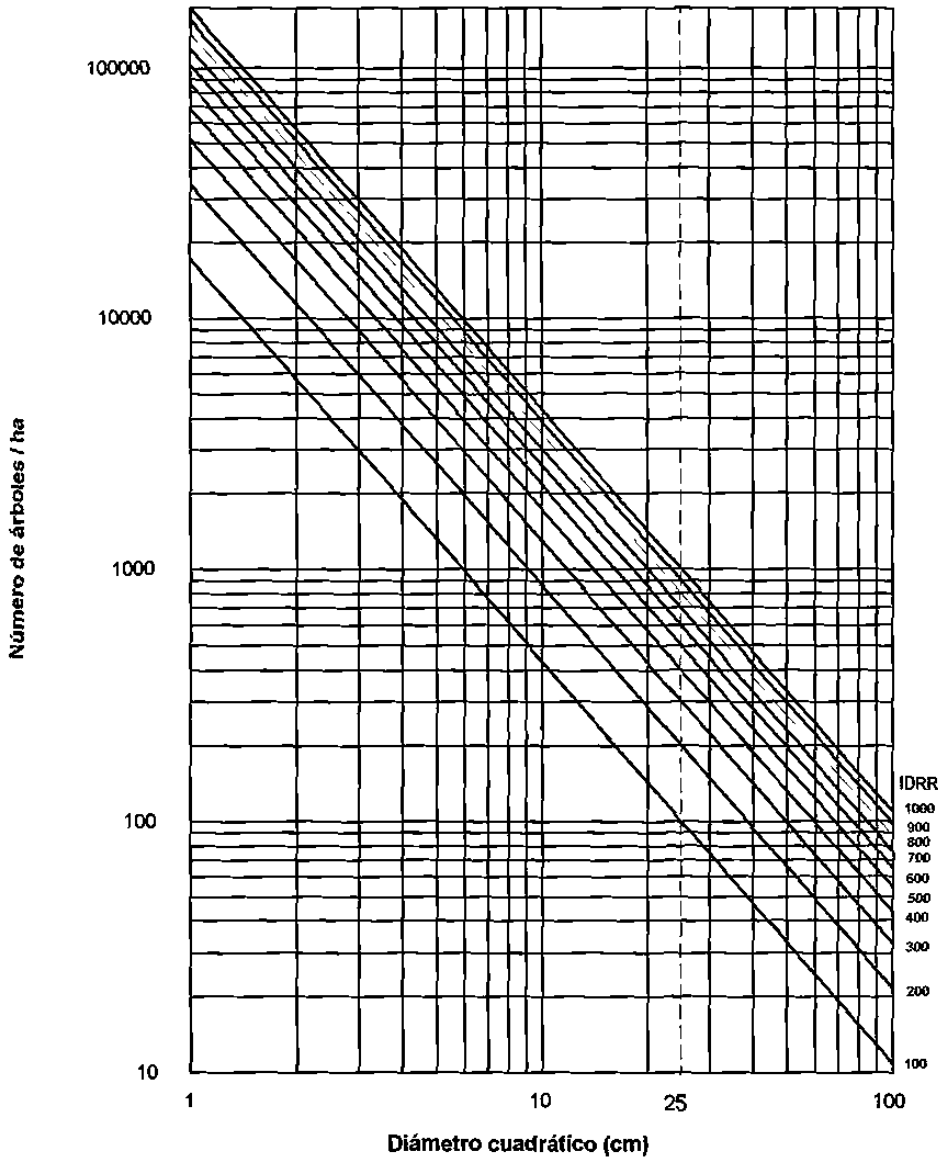


Figura 6. Diagrama del Índice de Densidad de Rodales de Reineke (IDRR)

Como menciona Zepeda (1984) el valor del IDRR lo determina el valor de β_0 , por lo tanto y debido a que la gráfica de índices de densidad de rodales de Reineke corresponde a un sistema de líneas proporcionales éstas pueden construirse a partir de la línea de referencia modificando el valor del coeficiente de β_0 .

Así, para mover la línea de referencia de 816 a 900 el valor de β_0 será:

$$\log(900) = -1.600435 * \log(25) + \beta_0$$

$$\beta_0 = 5.19155882$$

esto es:

$$\text{IDRR} = 10^{(5.19155882 - 1.600435 * \log(25))}$$

$$\text{IDRR} = 900$$

para los números de árboles indicados a continuación, β_0 resultó ser :

Número de árboles	β_0
1000	5.237316311
900	5.19155882
816	5.14903
800	5.140406298
700	5.0824174351
500	4.936286315
400	4.839376302
300	4.714437566
200	4.538346307
100	4.237316311

Tabla 6. Valores de β_0 que determinan las líneas proporcionales en el diagrama del IDRR, para intervalos de 100 árboles.

Con cada ecuación resultante es posible estimar el comportamiento de la línea del IDRR que dicha ecuación representa.

Para un rodal con N y dq conocidos, se puede determinar el IDRR correspondiente con la ecuación:

$$IDRR = N * (dq / dc)^{-1.600435}$$

donde:

dc = diámetro cuadrático del rodal, cm

dq = diámetro cuadrático de referencia, cm

del mismo modo, cuando se requiere obtener el número de árboles que tendrá un rodal de *Pinus hartwegii* a partir de un IDRR y dc conocidos, la función está dada por:

$$N = IDRR * (dc / dq)^{-1.600435}$$

Para la determinación del área basal de un diámetro cuadrático promedio, la fórmula resultante fue:

$$Gha = (140941.1 * dc^{-1.600435}) * (0.00007854 * dc^2)$$

$$Gha = (11.069514 * dc^{0.399565})$$

En la tabla 7 se presentan los valores de número de árboles y área basal por hectárea en función del diámetro cuadrático promedio. Del mismo modo los anexos 1 y 2 muestran el número de árboles por diámetro cuadrático para cada Índice de Densidad del Rodal de Reineke considerados y los valores de número de árboles por hectárea y diámetro cuadrático medio, respectivamente.

El anexo 3 permite comparar los valores de densidad máxima promedio obtenidos en el marco de este estudio con los presentados por Torres (1984) y Zepeda y Villarreal (1987) para *Pinus hartwegii* en Zoquiapan, México.

Torres (1984) presenta valores de número de árboles por hectárea superiores a este estudio hasta un diámetro de 90 cm; mientras que en el trabajo de Zepeda y Villarreal(1987) solo es mayor en los diámetros de 5 y 10 cm, a partir de este diámetro los resultados obtenidos en este trabajo son mayores aunque sin llegar a

ser considerables, encontrándose la mayor diferencia en el diámetro de 40 cm con un valor de 125 árboles. La menor diferencia fue 11 árboles correspondiente a un diámetro de 100 cm. Los diferenciales más altos respecto a Torres (1984) aparte de la presentada para un diámetro de 5 cm fueron 1283, 310 y 130 para diámetros de 10, 20 y 30 cm, respectivamente. La menor diferencia se presentó en un diámetro de 80 cm con 7 árboles.

Tabla 7. Densidades máximas promedio, para *Pinus hartwegii* Lindl.

Diámetro cuadrático medio (cm)	No. árboles por hectárea $N=(140941.1)*dc^{-1.600435}$	Área basal (m ² /ha)
5	10724.6	21.06
10	3536.7	27.78
15	1848.3	32.66
20	1166.3	36.64
25	816.1	40.06
30	609.5	43.09
35	476.3	45.82
40	384.6	48.33
45	318.6	50.66
50	269.1	52.84
55	231.0	54.89
60	201.0	56.83
65	176.8	58.68
70	157.1	60.45
75	140.6	62.14
80	126.8	63.76
85	115.1	65.32
90	105.1	66.83
95	96.3	68.29
100	88.7	69.70

Respecto a el área basal las mayores diferencias se presentaron frente a los resultados obtenidos por Torres (1984), donde el valor de área basal fue mayor

para todos los diámetros. La mayor diferencia fue de 10.07 m² correspondiente a un diámetro de 10 cm. La diferencia más pequeña fue 4.68 m² para un diámetro de 100 cm.

Los valores respecto a Zepeda y Villarreal resultaron ser ligeramente menores para diámetros de 5 y 10 cm, a partir del diámetro de 20 cm las áreas basales de este trabajo son mayores que los reportados por estos autores.

4.2.2 Factor de Competencia de Copas (FCC)

La relación entre el diámetro de copa y el diámetro normal quedó definida por la ecuación:

$$dc = 1.277433 + 0.1949651 * dn$$

donde:

dc = diámetro de copa, m

dn = diámetro normal, cm

Tabla 8. Análisis de varianza para el modelo que predice el diámetro de copa en función del diámetro normal.

Modelo	r^2	r	Sx	Sx%
$dc = \beta_0 + \beta_1 * dn$.9613	.924	.64	1.31

Los resultados del análisis de regresión muestran un coeficiente de determinación de 0.96, lo que explica un 96% de la variación del diámetro de copa en función del diámetro normal, por lo que una evidencia altamente significativa ($PR \geq 0.0001$) permite asumir que la variable independiente (dn) predice satisfactoriamente el diámetro de copa de los árboles aislados de *Pinus hartwegii* en el Cerro Potosí.

El área máxima de copa (*amc*) se definió mediante:

$$amc = (0.7854) * dc^2$$

sustituyendo *dc*:

$$amc = 0.7854 * (1.277433 + 0.1949651 * dn)^2$$

$$amc = 0.7854 * (1.631835069 + 0.498109705 dn + 0.03801139 dn^2)$$

$$amc = 1.281643263 + 0.391215362 dn + 0.029854145 dn^2$$

Una vez determinados los valores de *amc* se estimó el número mínimo de árboles que crecerían libres de competencia en una hectárea y que teóricamente producirían una cobertura de copas completa, mediante las funciones:

$$N = 10\ 000/amc$$

$$G = N * (dn/100)^2 * (0.7854)$$

donde:

amc = área máxima de copa, m²

N = número de árboles por hectárea

G = área basal total, m²/ha

Los resultados del número de árboles y área basal por hectárea se presentan en la tabla 9.

En anexo 4 se presentan los valores de estos parámetros para la misma especie reportados por Torres (1984) y Zepeda y Villarreal (1987). Destaca en esta tabla una diferencia importante tanto en número de árboles como en área basal.

Tabla 9. Densidades mínimas promedio, para *Pinus hartwegii* Lindl.

Diámetro Medio (cm)	Área máxima de Copa (m ²)	No. árboles por ha (m ²)	Área basal (m ² /ha)
5	3.98	2510	4.93
10	8.18	1223	9.60
15	13.87	721	12.74
20	21.05	475	14.93
25	29.72	336	16.52
30	39.89	251	17.72
35	51.55	194	18.67
40	64.70	155	19.42
45	79.34	126	20.05
50	95.48	105	20.56
55	113.11	88	21.01
60	132.23	76	21.38
65	152.84	65	21.71
70	174.95	57	22.00
75	198.55	50	22.25
80	223.65	45	22.48
85	250.23	40	22.68
90	278.31	36	22.86
95	307.88	32	23.02
100	338.94	30	23.17

4.2.3 Elaboración de la guía de densidad

A partir de la información sobre densidades máximas y mínimas para número de árboles y área basal total, se construyó la guía de densidad correspondiente. Ésta se presenta en las figuras 7 y 8 para diámetros cuadráticos promedio de 10 a 40 cm y de 45 a 90 cm, respectivamente.

De acuerdo con la guía, las condiciones de densidad de los gradientes investigados, se ubica para los datos de los sitios de 500 m² en niveles de

ocupación de 60 a 95% para los gradientes 1 y 2, con áreas basales del orden de los 30 a 45 m²/ha, mientras que en el gradiente 3 se presentan condiciones de densidad por debajo del límite de suficiencia, con una ocupación del espacio de crecimiento entre 12 y 30%, correspondientes a sitios con áreas basales de 11 a 17 m²/ha. Cabe destacar que el área de ocupación plena va de 35 al 100% del Índice de Densidad de Rodales de Reineke.

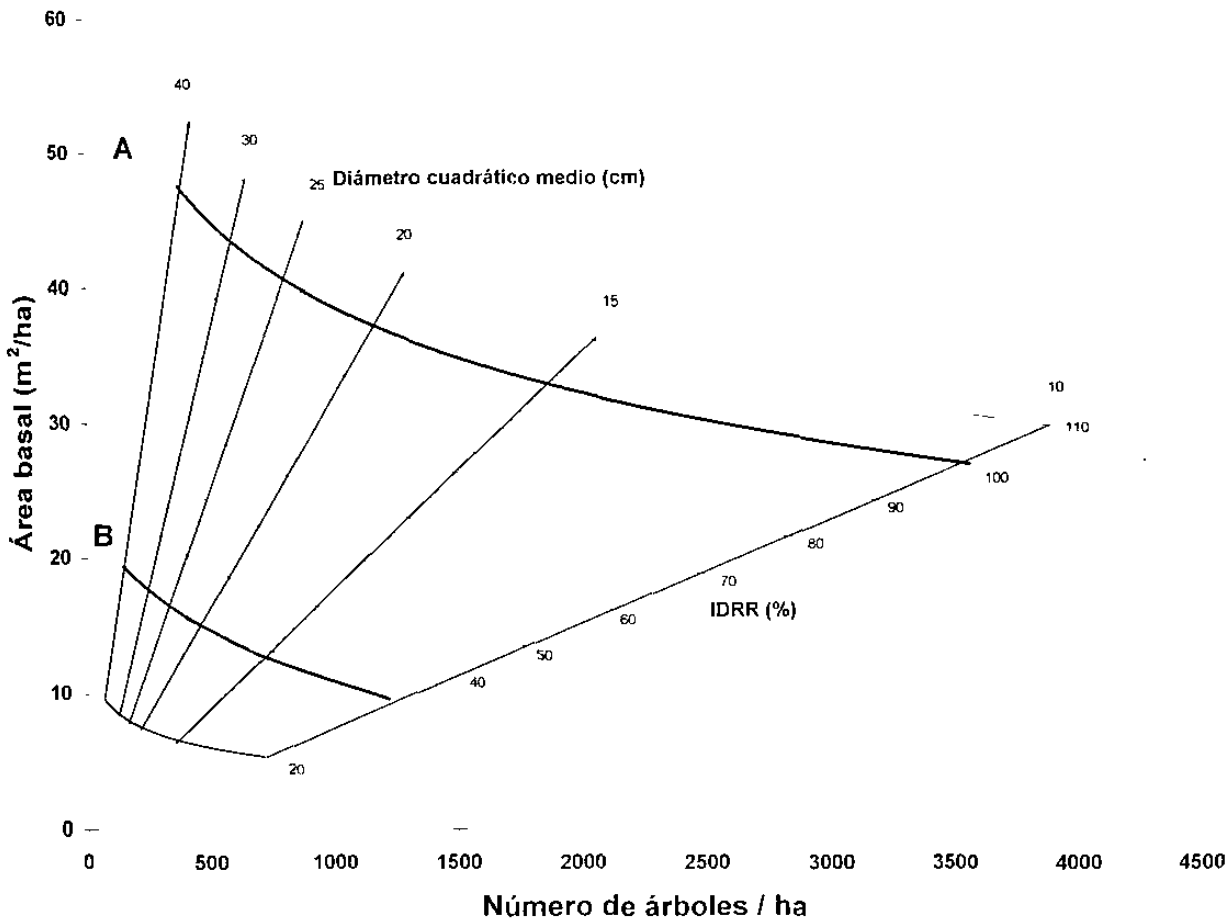


Figura 7. Guía de densidad para *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí, Galeana, N. L., para diámetros cuadráticos promedio de 10 a 40 cm.

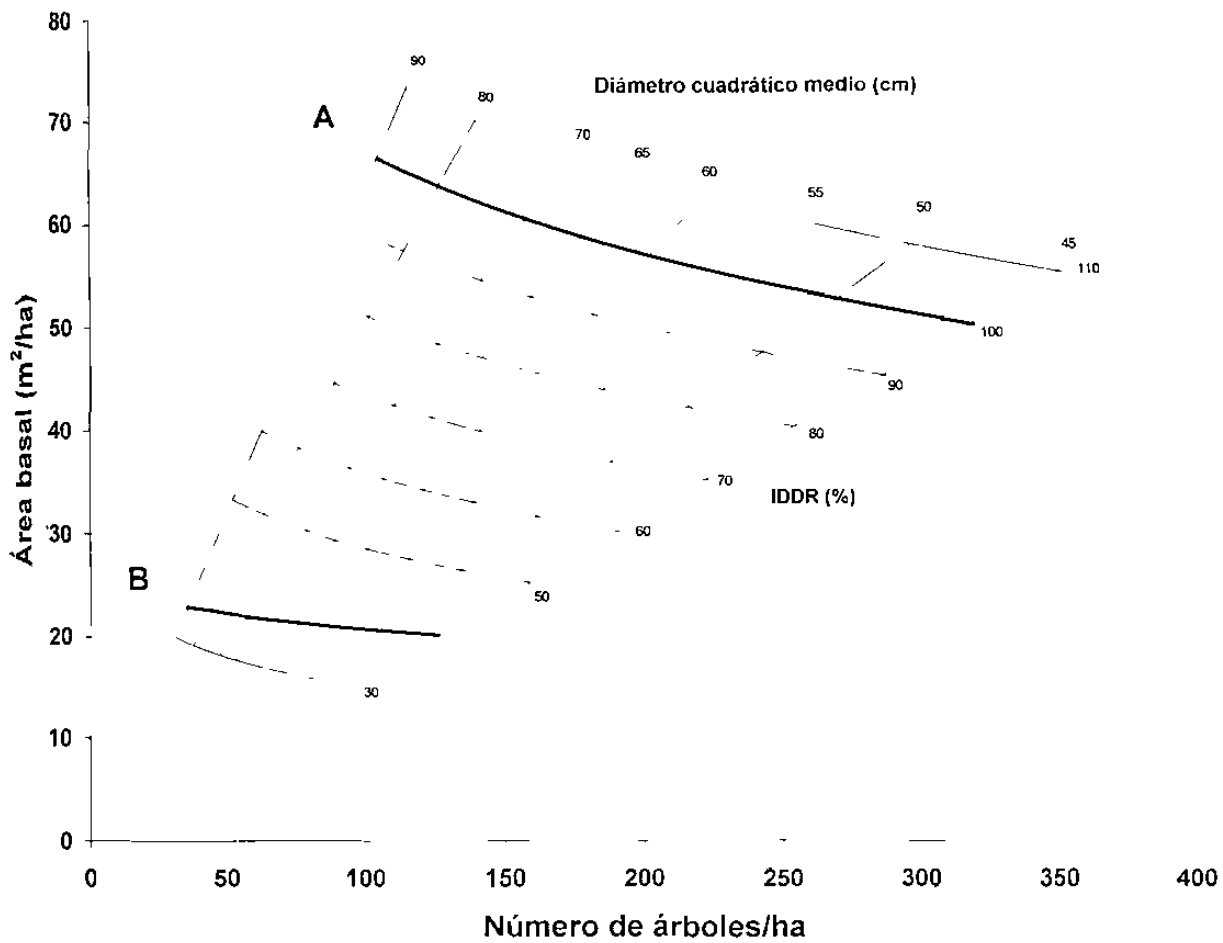


Figura 8. Guía de densidad para *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí, Galeana, N. L., para diámetros cuadráticos promedio de 45 a 90 cm.

4.3 Representación de los patrones de crecimiento de *Pinus hartwegii* Lindl.

4.3.1 Clasificación de los gradientes altitudinales por calidad de sitio

Los sitios temporales levantados en cada gradiente se clasificaron por clase de índice de sitio. En la tabla 10 se muestra la distribución de la totalidad de los sitios de seis árboles de acuerdo a la calificación asignada mediante el uso de la tabla 4.

Tabla 10. Distribución de los sitios temporales por calidad de sitio.

Gradiente(msnm)	Número de sitios por IS					Total	IS promedio
	21	18	15	12	9		
1. 2700-2900	28	4				32	21
2. 2900-3100	3	22	4			29	18
3. 3100-3300			4	21	4	29	12
Total	31	26	8	21	4	90	

El 87.5 % de los sitios ubicados en el gradiente 1 correspondieron al mejor índice de sitio; mientras que en el gradiente 2 el 75.8 % se clasificó como índice de sitio II, el 10.3 % como I y el 13.7 % como clase III; del mismo modo, la distribución de los sitios en el gradiente 3 fue de 13.7, 72.5 y 13.7 % para los índices de sitio III, IV y V, respectivamente.

4.3.2 Patrón de crecimiento en altura

Los mejores ajustes se obtuvieron con el modelo de Gompertz:

$$hg = \beta_0 * \exp(-\beta_1 * \exp(-\beta_2 * t))$$

donde:

hg = altura media (que corresponde a la altura del árbol con el área basal media), m

t = edad, años

El análisis de varianza del ajuste del modelo, así como la ecuación resultante para cada gradiente se presentan en la tabla 11. El comportamiento gráfico de cada ecuación se muestra en la figura 9.

Tabla 11. Análisis de varianza para el modelo de Gompertz y ecuaciones que representan el crecimiento promedio en altura de *Pinus hartwegii* Lindl.

Gradiente	Ecuación	r ²	r	Sx	Sx %
1	$hg=(25.2556)*\exp(-4.504391)*\exp(-0.06504499*t)$.9848	.9924	.956	6.17
2	$hg=(18.62752)*\exp(-6.036441)*\exp(-0.08347535*t)$.9854	.9926	.654	6.47
3	$hg=(14.64551)*\exp(-4.553376)*\exp(-0.06642144*t)$.9355	.9672	.994	9.67

r² = coeficiente de determinación

r = coeficiente de correlación múltiple

Sx = error estándar

Sx % = error estándar porcentual

El análisis de varianza del modelo permite asumir que el modelo seleccionado explica la variable altura y supone que la forma en que se asocia la respuesta de esta variable con la edad es adecuada.

Existe evidencia altamente significativa ($Pr \geq 0.0001$) de que la altura media del rodal está directamente correlacionada con la edad promedio del mismo.

Las ecuaciones generadas para cada gradiente altitudinal presentaron coeficientes de determinación muy similares, mayores a 0.90, así como errores estándar de 0.95, 0.65 y 0.99 para el gradiente 1, 2 y 3 (que en lo sucesivo se denominarán G1, G2 y G3), respectivamente, lo cual confirma el buen ajuste del modelo en la predicción de la altura.

En las curvas se observa una rapidez de crecimiento en altura similar en G1 y G2 hasta una edad aproximada de 30 años, a partir de ahí el incremento de este parámetro en G1 es mayor que en G2 en donde tiende a estabilizarse, minimizándose el incremento en altura a partir de los 70 años. El desarrollo en altura en G1 continúa después de los 30 años con un crecimiento considerable hasta los 80 años.

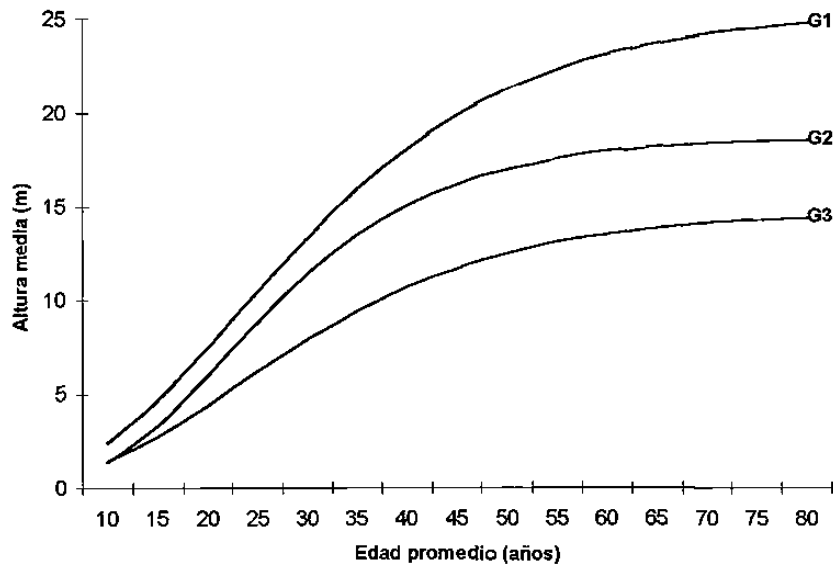


Figura 9. Curvas que representan el patrón de crecimiento promedio en altura de *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí.

El crecimiento en G3 es significativamente menor a G1. Se aprecia en la figura una rápida separación de las curvas en las primeras etapas de crecimiento, además de presentar una pendiente menor, lo que indica que el crecimiento se da de una manera más lenta en este gradiente. Así mismo, se observan diferencias a edades tempranas, en donde G1 presenta alturas de hasta 7.5 m, mientras que en G3 las alturas en esta etapa son de 4.3 m, esto es, una diferencia de 3.2 m.

Durante los primeros 30-35 años el crecimiento en G1 y G2 es constante y pronunciado. La diferencia en los valores de altura es el mismo durante todo este período (1.2 a 1.4 m), en ambos el crecimiento es bastante acelerado comparado con G3. A partir de los 40 años se aprecia una diferenciación bastante marcada en la forma de las curvas, lo que confirma que en las áreas con índice de sitio 21 los árboles cuentan con un potencial productivo mayor que en las áreas con índice de sitio 18. Este efecto se manifiesta en una estabilización del crecimiento en altura más temprano en G2 que en G1. La separación de G1 y G2 se da a partir de los 40 años.

Tabla 12. Valores edad- altura media para *Pinus hartwegii* Lindl. en los gradientes investigados.

Edad (años)	Altura (m)		
	Gradiente 1	Gradiente 2	Gradiente 3
10	2.40	1.35	1.40
15	4.62	3.31	2.72
20	7.41	5.97	4.38
25	10.41	8.81	6.16
30	13.31	11.37	7.87
35	15.90	13.45	9.38
40	18.08	15.03	10.64
45	19.84	16.17	11.64
50	21.21	16.97	12.42
55	22.26	17.52	13.01
60	23.06	17.89	13.45
65	23.64	18.14	13.78
70	24.08	18.30	14.02
75	24.40	18.41	14.19
80	24.63	18.48	14.32
85	24.81	18.53	14.41
90	24.93	18.56	14.47

Al comparar G2 con G3 se observa que la separación de las curvas se manifiesta prácticamente desde el inicio del crecimiento. Sin embargo, la estabilización del crecimiento promedio se presenta casi al mismo tiempo (70-75 años). La diferencia en los valores de altura media es considerable, 4.3 m aproximadamente. Aparentemente, el crecimiento en los primeros 5-10 años es semejante en ambos gradientes. Después de los 65 años se observa una tendencia casi paralela en la forma de las curvas. En G3 no existe una etapa de crecimiento acelerado como en G1 y G2, por el contrario se caracteriza por un desarrollo lento a través de toda la vida del arbolado.

Las diferencias en altura media son mayores a medida que la calidad de sitio decrece. A una edad de 50 años la diferencia entre G1 y G2 es de 4.3 m, mientras que entre G1 y G3 es de 8.8 m; del mismo modo, a la edad de 80 años la separación de las curvas G1 y G2 es de 6.25 m, en cambio entre G1 y G3 es de 10.3 m.

Se compararon los resultados de este trabajo con el desarrollado por Torres (1984) para la misma especie. La forma de las curvas en ambos trabajos es muy similar en las primeras etapas de desarrollo, donde el crecimiento inicia de manera lenta y aumenta luego en forma constante.

Este comportamiento es notorio en G1 y G2, que corresponden a la calidad de sitio I y II en Torres (1984), donde mantienen esta tendencia al aumento en la altura hasta una edad aproximada de 50 años. Aunque el patrón de crecimiento es similar, a la edad de 80 años la altura media en el índice de sitio I de Torres (1984) es de 28 m, mientras que el obtenido en el marco de este estudio es de 24.5 m.

4.3.3 Patrón de crecimiento en diámetro

El modelo que mostró el mejor ajuste a los datos fue el de Chapman-Richards:

$$dg = \beta_1 * (1 - \exp^{-\beta_2 * t})^{\beta_3}$$

donde:

dg = diámetro normal medio (que corresponde al diámetro del árbol con el área basal media), m

t = edad, años

El análisis de varianza del ajuste del modelo para los tres gradientes se presenta en la tabla 13.

Tabla 13. Análisis de varianza para el modelo de Capman-Richards y ecuaciones que representan el crecimiento promedio en diámetro de *Pinus hartwegii* Lindl.

Gradiente	Ecuación	r ²	r	Sx	Sx%
1	$d=(0.5140918)*(1-\exp(-(0.05742178)*t))^{(3.930839)}$.9656	.9826	.024	12.45
2	$d=(0.4192996)*(1-\exp(-(0.04337558)*t))^{(2.64204)}$.9696	.9847	.020	10.74
3	$d=(0.3788163)*(1-\exp(-(0.04421335)*t))^{(2.689674)}$.9296	.9642	.028	11.87

En base a los estadísticos obtenidos se observa que el modelo expresa con precisión el diámetro medio al confrontarlo con la edad.

El crecimiento promedio del diámetro normal del árbol con el área basal media en función de la edad se muestra en la figura 10, mientras que la tabla 14 presenta numéricamente el desarrollo del diámetro normal para *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí.

El rango para este parámetro entre G1 y G3 se amplía conforme incrementa la edad, alcanzando diferencias notables. A la edad base de 50 años el diámetro normal para G1 es 41 cm, mientras que en G3 alcanza un valor cercano a los 28 cm, es decir, una diferencia de 13 cm. Esto es notable al comparar que la curva G1 que corresponde a la calidad de sitio 21 está muy por encima de G2 y G3.

En la figura 10 se observa claramente que la tendencia de las curvas G2 y G3 es muy semejante, presentando un desarrollo casi paralelo, destacando el estrecho rango de diámetro normal que comprenden estas curvas.

El hecho de que la diferencia entre G2 y G3 sea mínima hace suponer una menor influencia de la calidad de sitio sobre el desarrollo del diámetro normal comparado con el efecto sobre la altura, de tal manera que para los gradientes 2 y 3 se puede justificar la determinación de una sola curva de crecimiento. Incluso, como la tendencia de la nube de puntos de los 90 sitios no manifiesta ningún comportamiento diferente al patrón común bien se pudo definir una curva que

representase la tendencia promedio del desarrollo del diámetro para los tres gradientes; sin embargo, para los fines del presente trabajo se optó por considerar una ecuación para cada gradiente a fin de detectar las diferencias en el potencial productivo de cada uno de éstos.

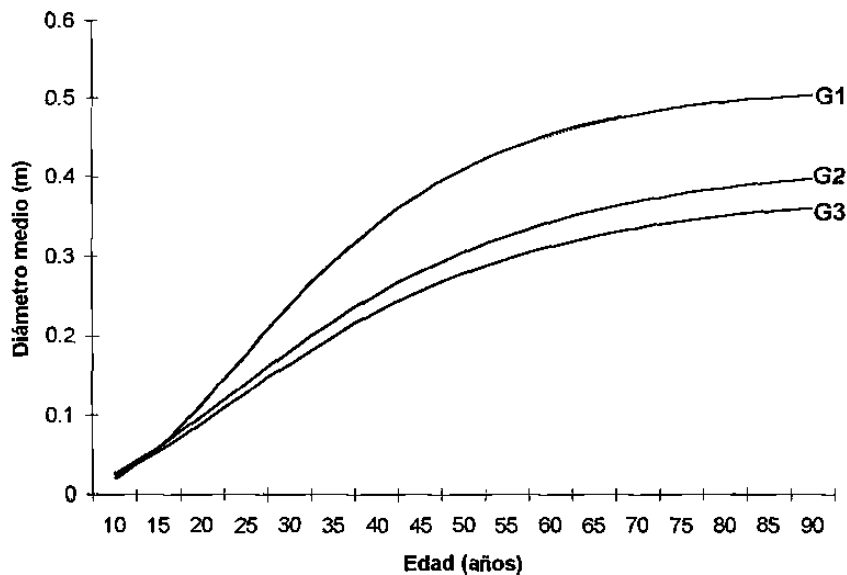


Figura 10. Curvas que representan el patrón de crecimiento promedio en diámetro de *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí.

La diferencia entre G2 y G3 en los primeros 15 años de crecimiento es apenas apreciable, a partir de esta etapa la diferencia aumenta ligeramente conforme pasa el tiempo; después de la edad base permanece aparentemente constante, con valores entre los 2.8 y 3.7 cm.

Las curvas de crecimiento en diámetro elaboradas por Torres (1984) para esta especie presentan valores de 30 cm a la edad de 50 años, mientras que en este trabajo es de 40.8 cm; a los 90 años el diámetro encontrado en ambos trabajos es de 50 cm, es decir, las curvas que presenta Torres (1984) demuestran un crecimiento constante mientras que las elaboradas en este estudio tienden a una mas pronta estabilización.

Tabla 14. Valores de edad – diámetro normal para *Pinus hartwegii* Lindl. en los gradientes investigados.

Edad (años)	Diámetro (cm)		
	Gradiente 1	Gradiente 2	Gradiente 3
10	1.98	2.65	2.37
15	5.93	5.97	5.40
20	11.47	9.94	9.03
25	17.66	14.09	12.84
30	23.72	18.11	16.52
35	29.20	21.81	19.90
40	33.89	25.11	22.90
45	37.76	27.97	25.50
50	40.87	30.42	27.72
55	43.34	32.49	29.57
60	45.26	34.21	31.12
65	46.74	35.64	32.39
70	47.87	36.81	33.44
75	48.74	37.78	34.29
80	49.39	38.57	34.98
85	49.89	39.21	35.55
90	50.26	39.73	36.00

Garzón (1976) reporta valores similares a Torres (1984) de 30 cm a la edad de 50 años, pero a la edad de 90 años coincide con los obtenidos en el marco de este estudio, cuyo valor es de 50 cm, debiendo señalar que este autor obtuvo una sola curva promedio del crecimiento en diámetro.

4.3.4 Patrón de crecimiento en área basal

En la figura 11 se muestra la tendencia promedio de los valores de área basal en función de la edad media para cada gradiente. En las tres curvas se observa una tendencia ascendente del área basal conforme aumenta la edad.

Para cada gradiente se utilizaron datos provenientes de bosquetes regulares con alta densidad y para cada conjunto de valores provenientes del gradiente correspondiente se definió la curva de desarrollo, de tal manera que cada una de éstas representa el área basal máxima promedio a una edad dada.

La ecuación que originó la curva de cada gradiente se determinó mediante el modelo de Chapman-Richards:

$$G_{ha} = \beta_1 * (1 - \exp^{-\beta_2 * t})^{\beta_3}$$

donde:

G_{ha} = área basal por hectárea, m²

t = edad, años

β_i = parámetros de la regresión

Las ecuaciones resultantes así como los valores de los estadísticos que definieron la elección de este modelo se presentan en la tabla 15.

Tabla 15. Análisis de varianza para el modelo de Chapman-Richards y ecuaciones que representan el crecimiento promedio en área basal de *Pinus hartwegii* Lindl.

Gradiente	Ecuación	r ²	r	Sx	Sx%
1	Gha=(118.639)*(1-exp(-(0.001740971)*t))^(0.4605834)	.8684	.9319	2.81	9.54
2	Gha=(44.78326)*(1-exp(-(0.02733244)*t))^(0.9617938)	.8571	.9258	3.31	13.07
3	Gha=(39.35661)*(1-exp(-(0.03509281)*t))^(1.840119)	.7525	.8674	4.83	20.07

Los valores estadísticos aunque ciertamente bajos, son aceptables y resultaron ser los mejores de los 17 modelos probados para representar el desarrollo de este parámetro.

Estos valores son resultado de una alta variación en los valores medios por sitio de área basal como producto de las diferencias en el número de árboles por hectárea para sitios de la misma edad. A pesar de esta variabilidad en los tres gradientes se reconoce una tendencia claramente escendente conforme incrementa la edad.

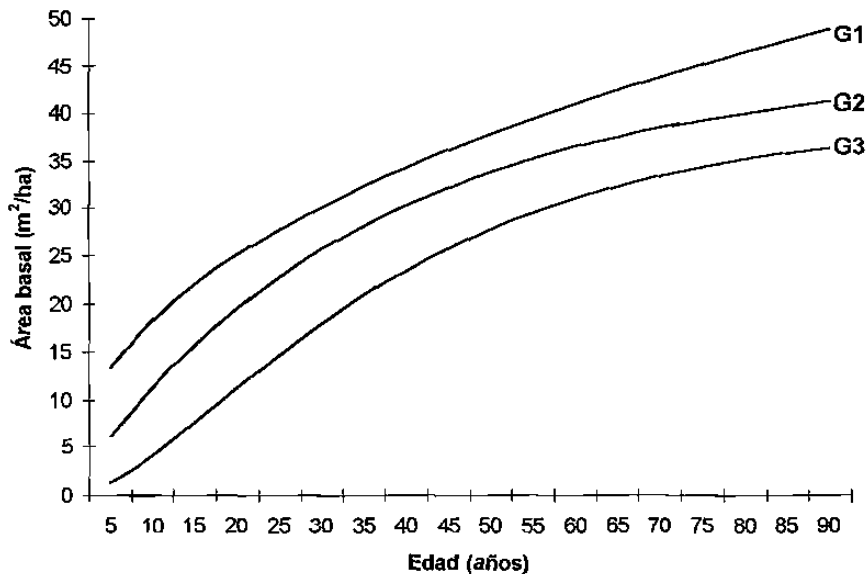


Figura 11. Curvas que representan el patrón de crecimiento promedio en área basal de *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí.

En la figura se observa un diferencial en área basal considerable entre los tres gradientes hasta la edad base de 50 años, lo cual sugiere que a medida que la calidad de sitio disminuye la diferencia en área basal es mayor. Por ejemplo, la diferencia entre G1 y G2 es 4.03 m², mientras que entre G1 y G3 es 10.03 m² para la edad referida anteriormente, lo que refleja la variación del potencial productivo de cada gradiente. No se manifiesta ningún diferencial constante, es decir, las diferencias entre curvas es variable en cualquier edad.

Aguirre (1984) reporta valores de área basal del orden de los 44.8 y 52.4 m²/ha para las edades de 40 y 65 años, respectivamente, para *Pinus pseudostrobus*; por

otro lado, para estas edades *Pinus hartwegii* presenta 34.2 y 42.38 m²/ha, lo que destaca el mayor potencial productivo de *Pinus pseudostrobus*.

Tabla 16. Valores de edad – área basal para *Pinus hartwegii* Lindl. en los gradientes investigados.

Edad (años)	Área basal (m ² /ha)		
	gradiente 1	Gradiente 2	Gradiente 3
10	13.318	11.311	4.188
15	18.290	15.702	7.604
20	22.002	19.492	11.168
25	27.727	22.774	14.633
30	30.096	25.621	17.866
35	32.247	28.094	20.804
40	34.224	30.243	23.426
45	36.061	32.114	25.735
50	37.779	33.742	27.749
55	39.397	35.159	29.491
60	40.927	36.394	30.991
65	42.380	37.469	32.276
70	43.766	38.407	33.372
75	45.090	39.223	34.304
80	46.360	39.935	35.096
85	47.579	40.555	36.334
90	48.753	41.096	37.217

4.3.5 Patrón de crecimiento del volumen en pie

Aunque existieron diferencias considerables entre los valores de volumen en cada gradiente, no se manifestaron diferencias en la tendencia general de este parámetro en función de la edad promedio, sin embargo, se observó una dependencia del desarrollo del volumen de parte del índice de sitio, lo que derivó en la elaboración de una curva para cada gradiente.

De los modelos probados, el de Korsun presentó el mejor ajuste a los datos:

$$V = \exp(\beta_0 \beta_1 * \log(t) + \beta_2 * \log(t)^2)$$

donde:

V = volumen por hectárea, m^3

t = edad, años

exp = exponencial

log = logaritmo común

β_i = parámetros de regresión

Las ecuaciones generadas y los resultados estadísticos del ajuste del modelo en cada gradiente se presentan en la tabla 17.

Tabla 17. Análisis de varianza para el modelo de Korsun y ecuaciones que representan el crecimiento promedio del volumen de *Pinus hartwegii* Lindl.

Gradiente	Ecuación	r^2	r	Sx	Sx%
1	$v = \exp((0.3970991) + (2.149293) * \log(t) + (-0.1897094) * \log(t)^2)$.9076	.9524	32.85	11.2
2	$v = \exp((-2.039637) + (3.452231) * \log(t) + (-0.3657038) * \log(t)^2)$.7672	.8759	39.21	13.68
3	$v = \exp((-10.86878) + (7.0629) * \log(t) + (-0.7504122) * \log(t)^2)$.7504	.8663	41.04	17.86

El mejor ajuste se presentó en el gradiente 1. Con un coeficiente de determinación de 0.90 y un error estándar porcentual de 11.2 % se manifestó como un modelo que predice con exactitud satisfactoria el volumen en función de la edad y, por lo tanto, reproduce adecuadamente el desarrollo promedio de este parámetro.

Los valores estadísticos de ajuste del modelo en el gradiente 2 es considerablemente menor respecto al gradiente 1. Sin embargo, el error estándar porcentual, esto es, el error con respecto a la media presenta un valor de 13.68 %

el cual es un buen indicador de que la ecuación resultante predice con bastante confiabilidad la tendencia del volumen en este gradiente .

En el gradiente 3 la variabilidad se presentó en los valores de volumen debido a las diferentes alturas y diámetros que se observaron para una misma edad; así, para una edad de 50 años el valor mínimo fue de 151 m³/ha y el máximo de 273 m³/ha. Estas diferencias se presentaron en toda la muestra, lo cual obviamente derivó en una disminución del valor de r^2 (.7504) y un aumento del error estándar porcentual (17.86 %).

En la figura 12 se presentan las curvas generadas para cada gradiente en donde se observa que la variación en volumen entre G1 y G2 es mínima hasta una edad aproximada a los 50 años, aumentando después conforme incrementa la edad. La diferencia de G1 respecto a G3 es considerable y este diferencial se manifiesta en mayor medida conforme aumenta la edad.

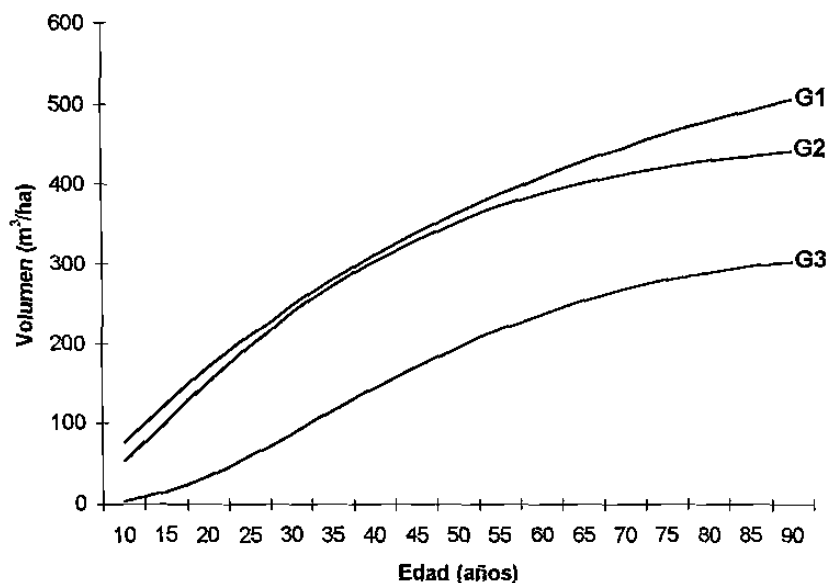


Figura 12. Curvas que representan el patrón de crecimiento promedio del volumen en pie de *Pinus hartwegii* Lindl. en el Cerro Potosí.

El volumen aumenta claramente en los tres gradientes hasta la edad de 80 años. Las diferencias entre G2 y G3 es constante prácticamente durante toda la vida del arbolado. Destaca el estrecho rango de valores entre G1 y G2.

La diferencia de G1 con respecto a G2 y G3 a la edad base es de 11.89 y 169.9 m³/ha, respectivamente, lo que permite asumir que las condiciones de productividad en el gradiente 1 son muy superiores a las del gradiente 3, lo que confirma el supuesto de que el potencial productivo está en función directa de la calidad de sitio.

Tabla 18. Valores edad – volumen en pie para *Pinus hartwegii* Lindl. en los gradientes investigados.

Edad (años)	Volumen (m ³ /ha)		
	Gradiente 1	Gradiente 2	Gradiente 3
10	76.723	53.012	4.118
15	124.742	102.239	15.716
20	169.571	151.469	34.997
25	210.565	197.076	59.780
30	247.815	237.842	87.589
35	281.621	273.584	116.361
40	312.326	304.550	144.593
45	340.261	331.156	171.282
50	365.726	353.863	195.820
55	388.985	373.125	217.882
60	410.272	389.358	237.344
65	429.790	402.938	254.216
70	447.716	414.200	268.591
75	464.206	423.435	280.618
80	479.396	430.900	290.470
85	493.407	436.819	298.336
90	506.344	441.385	304.406

La tabla 18 permite comparar los resultados obtenidos con los reportados por Monroy (1997) para *Pinus patula*, donde sobresale la alta productividad de esta especie con respecto a *Pinus hartwegii*, ya que para el mejor índice de sitio (34 m) obtuvo un valor de 879 m³/ha a la edad de 40 años mientras que para la misma edad en este estudio el volumen alcanzó un valor de 312 m³/ha, un diferencial de 567 m³.

Para *Pinus pseudostrobus*, Aguirre (1984) reporta valores de volumen del orden de los 412 m³/ha para la misma edad. Por otro lado, Torres (1984) encontró que el valor de este parámetro a los 40 años para *Pinus hartwegii* en Zoquiapan, México fue de 272.2 m³/ha para el mejor índice de sitio. Este valor permite detectar la baja productividad de *Pinus hartwegii* en relación a las especies mencionadas.

4.4 Análisis estructural del estrato arbóreo

4.4.1 Índice de Diferenciación Diamétrica (*TDi*)

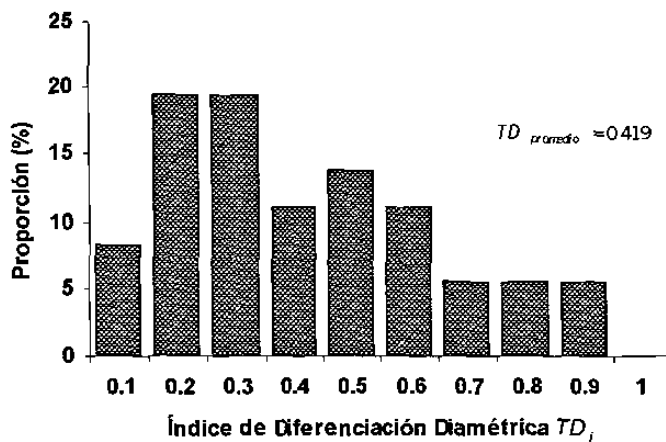
Una adecuada interpretación de los índices de diferenciación dimensional garantizan la obtención de información de calidad sobre la estructura del ecosistema. En ese sentido, un valor de $TD=0$ significa que el diámetro normal de ambos árboles vecinos es igual; para un $TD=0.1$ el diámetro del árbol más delgado es 10% menor que el del más grueso. Consecuentemente, valores de TD de 0.2 a 0.9 indican que los diámetros normales de los árboles menores son de 20% a 90% más pequeños que los de aquellos con mayor diámetro (Fülde 1995a).

El valor medio de TD proporciona información sobre la estructura total del ecosistema. Mediante la clasificación del rango de valores de TD de 0-1 en diez clases de diferenciación dimensional (0.0 a 0.1; 0.1 a 0.2, etc.) y la representación de la distribución porcentual de los valores de TD de los sitios de muestreo en estas clases, se obtiene información detallada sobre la estructura del ecosistema.

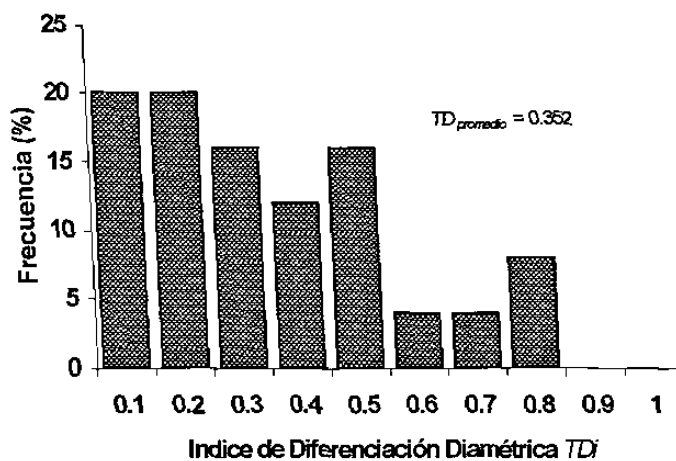
Las diez clases se concentran en este trabajo, modificando la clasificación de Fülder (1995a), en cinco grupos de diferenciación dimensional (baja: 0.0-0.2; moderada: 0.2-0.4; media: 0.4-0.6; alta: 0.6-0.8; muy alta: 0.8-1.0).

En la figura 13a, 13b y 13c se presenta la distribución de los valores de diferenciación diamétrica en diez clases (0.0-0.1; 0.1-0.2; etc.) para los gradientes altitudinales 1, 2 y 3, respectivamente. Aún cuando los valores de diferenciación diamétrica promedio \overline{TD} no muestran diferencias notables (gradiente 1=0.419, gradiente 2=0.352 y gradiente 3=0.3846), la distribución de los sitios en las distintas clases es diferente en cada caso. En el gradiente 1 están representadas las clases 1 a 9, observándose que las clases 2 y 3 presentan la mayor frecuencia (19.44%, respectivamente). Las clases de mayor diferenciación (7, 8 y 9) presentan una frecuencia de 5.56%, respectivamente.

a)



b)



c)

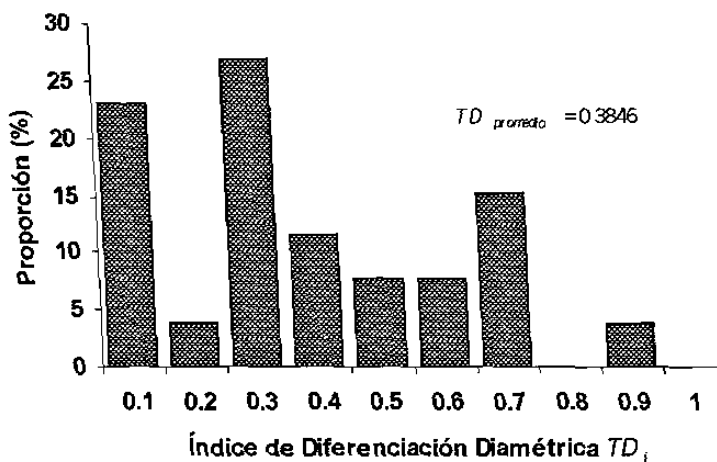
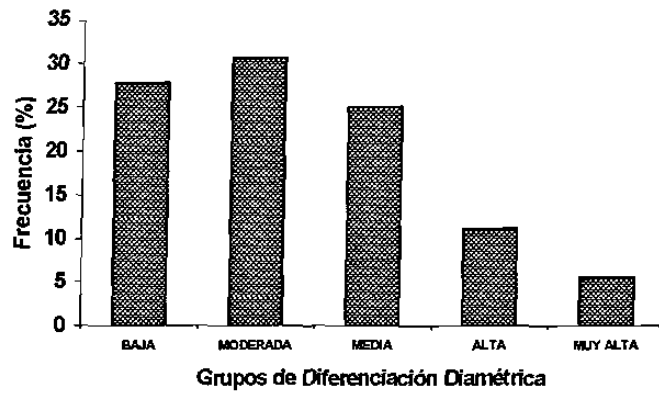


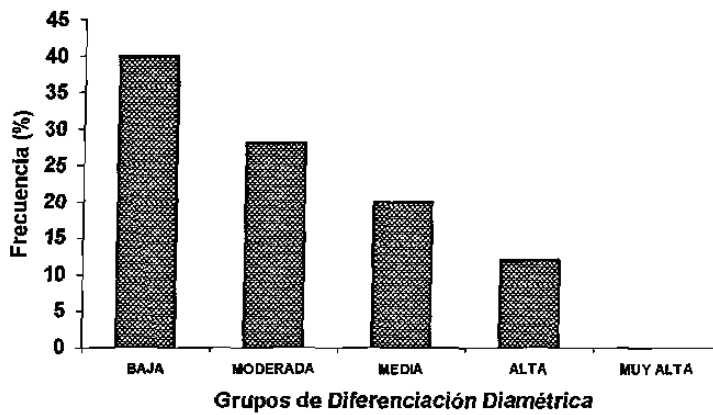
Figura 13. Distribución de los árboles por clases de diferenciación diamétrica en los gradientes 1 (a), 2 (b) y 3 (c).

Los valores de diferenciación diamétrica se presentan en cinco grupos en las Figura 14a, 14b y 14c. Tales grupos corresponden a los definidos por Aguirre *et al.*, 1998, en los que la diferenciación baja comprende las clases de 0 a 0.2, moderada de >2 a 4, media de >4 a 6, alta de >6 a 8 y muy alta de >8 a 10.

a)



b)



c)

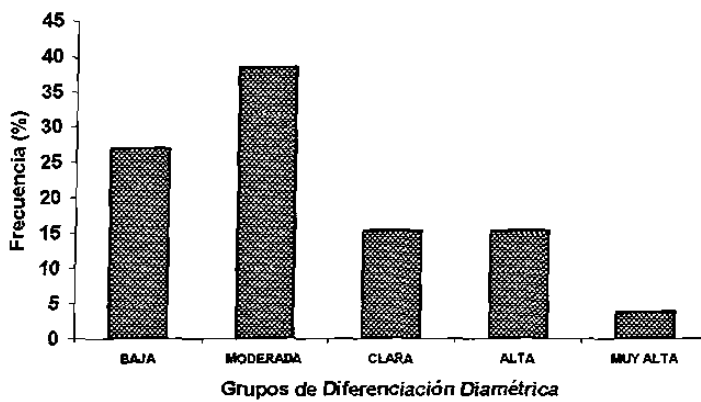


Figura 14. Distribución de los árboles por grupos de diferenciación diamétrica en los gradientes 1 (a), 2 (b) y 3 (c).

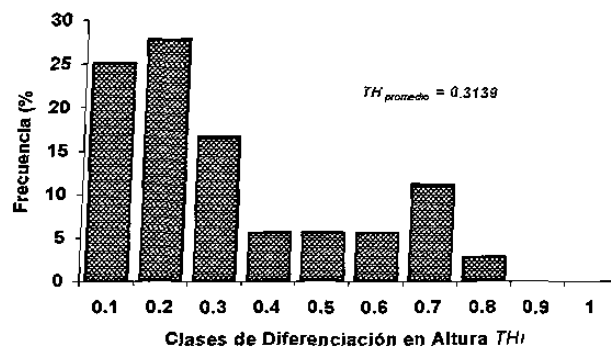
En el gradiente 1 (Figura 14a) los sitios de muestreo se ubican predominantemente en los grupos de diferenciación baja (27.8%), moderada (30.5%) y media (25%). En el gradiente 2 (Figura 14b) la mayor proporción (40%) se observa para el grupo de diferenciación baja, ocurriendo una frecuencia decreciente de los sitios conforme incrementa la diferencia diamétrica entre los árboles cero y sus vecinos próximos. El grupo de muy alta diferenciación no se presenta en este gradiente. Finalmente, el gradiente 3 (Figura 14c) muestra asimismo una diferenciación diamétrica predominantemente baja a moderada (65.3% de los sitios se ubican en estos grupos).

4.4.2 Índice de Diferenciación en Altura (TH_i)

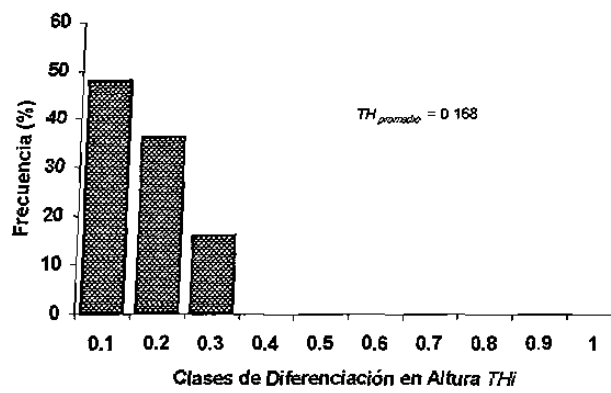
El análisis de las relaciones de las alturas entre árboles vecinos permite derivar una medida cuantitativa de la estructura de los ecosistemas forestales más objetiva que la sola mención de criterios como "estructura escasa" o "estructura moderada". En este trabajo se determinaron por tanto, además de los valores de TD , los correspondientes a diferenciación en altura (TH) considerando los datos del árbol cero y su vecino más próximo. Los valores promedio de diferenciación en altura (\overline{TH}) y la distribución porcentual de los mismos en las diez clases de diferenciación y los cinco grupos respectivos permite obtener información sobre la estructura vertical del ecosistema.

La diferenciación en altura de los gradientes altitudinales considerados tiende concentrarse en las clases 1 a 3 (Figuras 15a, 15b y 15c). Particularmente destaca el gradiente 2 (Figura 15b) en el que las clases presentes en el que las clases presentes son solamente 1 2 y 3, lo que significa que la diferencia en altura entre árboles vecinos en este rodal es de máximo 30%; esto es, es el área más homogénea respecto a esta variable. El valor correspondiente a \overline{TH} es, consecuentemente el menor de los tres obtenidos (0.168).

a)



b)



c)

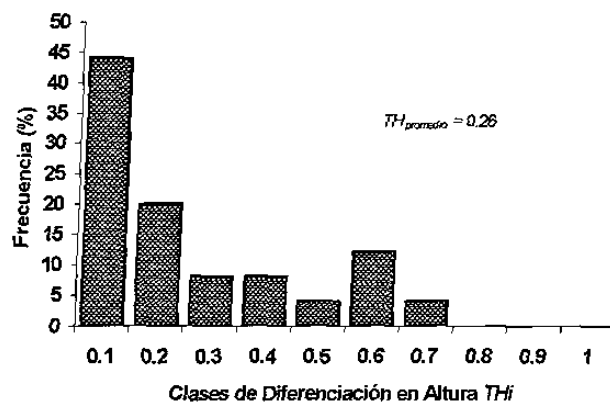
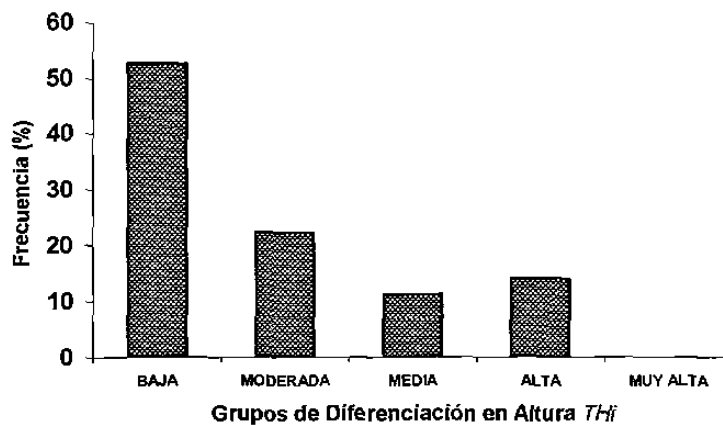


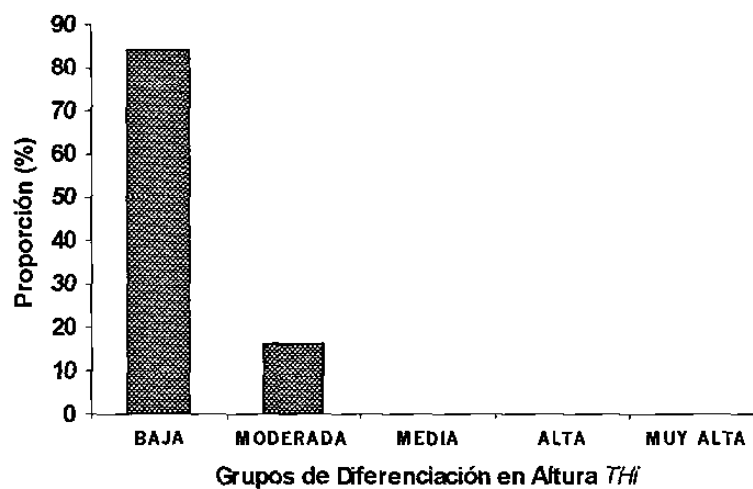
Figura 15. Distribución de los árboles por clases de diferenciación en altura en los gradientes 1 (a), 2 (b) y 3 (c).

La representación gráfica de los grupos de diferenciación en altura se muestra en las Figuras 16a, 16b y 16c. En los 3 gradientes estudiados la mayor proporción corresponde al grupo de escasa diferenciación (53% en el gradiente 1, 84% en el 2 y 64% en el 3). Los grupos de media y alta diferenciación se encontraron sólo en los gradientes 1 y 3, este último presenta sin embargo mayor homogeneidad ($\overline{TH} = 0.26$).

a)



b)



c)

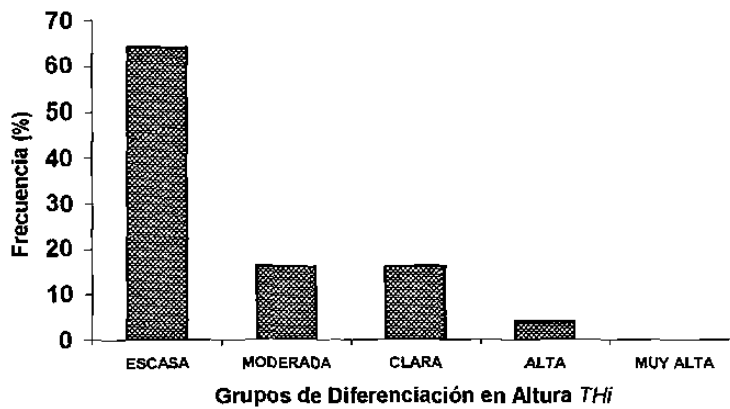


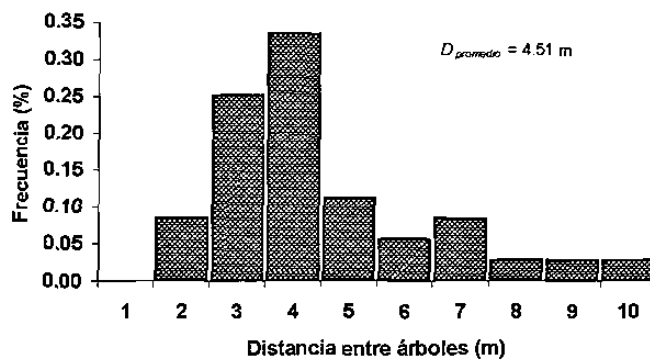
Figura 16. Distribución de los árboles por grupos de diferenciación en altura en los gradientes 1 (a), 2 (b) y 3 (c).

4.4.3 Índice de Distancia entre Árboles (D_i)

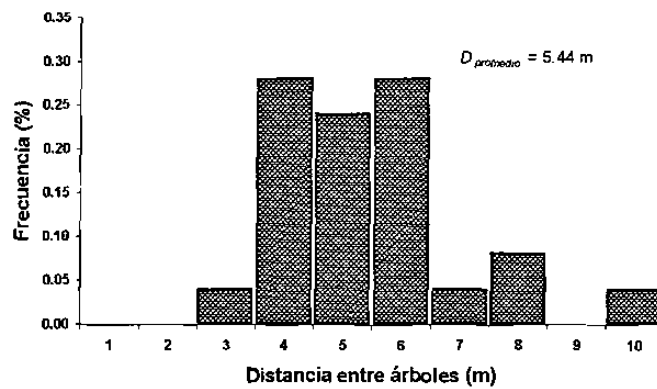
Los resultados obtenidos de la aplicación del parámetro distancia (\bar{D}) se presentan por clases en la Figuras 17a, 17b y 17c. De acuerdo a los promedios de \bar{D} , el menor (4.51) corresponde al gradiente 1, los resultados para los gradientes 2 y 3 son 5.44 y 5.61, respectivamente. Los valores anteriores permiten realizar una valoración comparativa de la densidad de los diferentes gradientes, encontrándose una relación inversa entre el parámetro estimado y la densidad.

En cuanto a la proporción de las diferentes clases, se observa que en el gradiente 1 predominan las que corresponden a 3 y 4 m (58% de los sitios), mientras que las clases 8, 9 y 10 se encuentran en 3% de los casos, respectivamente. En el gradiente 2, la mayor frecuencia se observa para las clases 4,5 y 6 (80%), por otra parte, las clases 1 y 2 no se presentan en esta área, lo anterior resulta en una media mayor a la del gradiente 1. La clase con mayor proporción en el gradiente 3 es la 5 (28%), aún cuando en éste se observa la clase 2 en 12% de los sitios, los casos con distancias de 9 y 10 m representan una frecuencia importante (16%).

a)



b)



c)

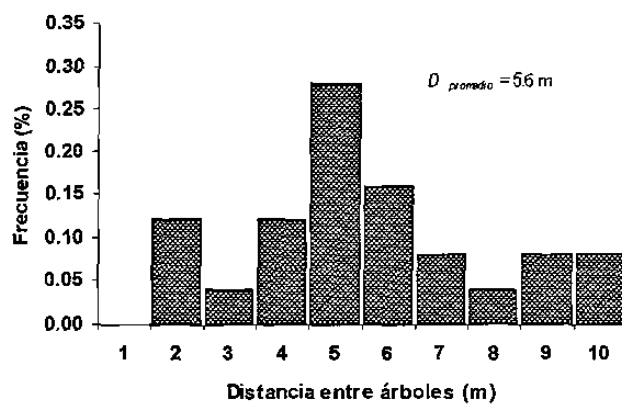


Figura 17. Distribución de los árboles en clases de distancia en cada gradiente altitudinal.

5. CONCLUSIONES

La ecuación de índice de sitio generada a partir de la función de Schumacher, es la más adecuada para predecir la altura dominante en función de la edad para la especie de *Pinus hartwegii* Lindl.

El sistema de curvas de índice de sitio construido constituye una herramienta importante y necesaria para la prescripción de cualquier régimen de tratamiento silvícola.

La guía de densidad elaborada, permite identificar de manera precisa las condiciones de grado de densidad de las áreas donde ocurre *Pinus hartwegii*, con lo cual se facilita la planeación del manejo de esta especie pues permitirá dirigir los rodales hacia una condición de densidad deseada, de acuerdo a los objetivos de manejo planteados.

Las funciones de Gompertz, Chapman-Richards y Korsun definen satisfactoriamente el patrón de crecimiento promedio de los parámetros dasométricos altura, diámetro normal, área basal y volumen a través del tiempo.

La aplicación de estas funciones se recomienda para rodales de *Pinus hartwegii* con edades promedio menores a 90 años.

En el área de estudio el desarrollo de estos parámetros es influenciado significativamente por el índice de sitio.

La bondad de ajuste de los modelos de crecimiento depende de la especie, del tipo de bosque y de la relación funcional que se desea modelar.

Las diferencias encontradas aquí para pino empleando diversas medidas de diferenciación dimensional deben presentarse en ecosistemas mixtos de coníferas y latifoliadas en mayor medida.

Los valores de diferenciación dimensional (T) permiten obtener valiosa información sobre la homogeneidad de los ecosistemas a nivel de pequeñas áreas, así como sobre la distribución de los sitios de muestreo en clases y grupos de diferenciación, sin embargo no son suficientes para derivar conclusiones sobre la distribución espacial de los grupos de diferenciación en el área del ecosistema; para ello se requiere una representación gráfica adicional.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar, R. M. 1982. Estudio del crecimiento de *Pinus douglasiana* y *Pinus lawsonii* en la región centro de Michoacán. Tesis Profesional. Facultad de Agrobiología "Presidente Juárez", Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Uruapan, Michoacán, México. 88p.
- Aguirre C., O. A.; Kramer, H.; Jiménez P., J. 1998a. Strukturuntersuchungen in einem Kiefern- Durchforstungsversuch Nordmexikos. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung. En prensa.
- Aguirre C., O. A.; Kramer, H.; Jiménez P., J. 1998b. Análisis de la estructura de ecosistemas forestales. Un caso de estudio en Durango, México. Manuscrito. 11 p.
- Aguirre, C. O. A.; Jimenez, P. J. y Vargas, L. B. 1997. Análisis estructural del estrato arbóreo de ecosistemas forestales multicohortales. In III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resúmenes de Ponencias. p.36.
- Aguirre, C. O. A. 1984. Estimación de índices de sitio para *Pinus Pseudostrobus* Lindl., en la región de Iturbide, Nuevo León. Tesis profesional. U. A. Ch., Chapingo, México. 64 p.
- Aguirre, C. O. A. 1991. Elaboración de tablas de producción en base a sitios temporales de muestreo. Un ejemplo con *Pinus Pseudostrubus* Lindl. en el Noreste de México. Reporte Científico No.24. Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma de Nuevo León. Linares, N. L., México. 44p.
- Aguirre, C. O. A. y Jiménez, J. 1995. Guía de densidad para *Pinus teocote* Schl. et Cham., en Nuevo León. II Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resúmenes. Colegio de Postgraduados. Universidad Autónoma Chapingo. Montecillo, México. p. 22.
- Aguirre, C. O. A. 1997. Manejo Forestal. (MCF-700). Programa de Maestría en Ciencias Forestales. Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma de Nuevo León. Linares, N. L., México.
- Albert, M. Gadow, K. v.; Kramer, H. 1995. Zur Strukturbeschreibung in Douglasien-Jungbeständen am Beispiel der Versuchsflächen Manderscheid und Uslar. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 166 (11): 205-210.

- Alder, D. 1990. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento, con referencia especial a los trópicos. Vol.2. Roma. Estudios FAO Montes, 22/2. 198 p.
- Arteaga, M. B. 1989. Evaluación de la productividad de sitios forestales. Universidad Autónoma Chapingo, División de Ciencias Forestales. 75 p.
- Assmann, E. 1961. Waldertragskunde. BLV Verlagsgesellschaft, München. 490 p.
- Avery, T. E.; Burkhardt, H. E. 1983. Forest measurements. Third ed. McGraw-Hill. New York. 331p.
- Baker, S. F. 1950. Principles of silvicultura. McGraw-Hill. New York. USA. 414 p.
- Balderas, A. M. y R. Rodríguez F. 1989. Elaboración de tres guías de densidad para *Pinus montezumae* Lamb., en el C.E.F. San Juan Tetla, Puebla. Tesis profesional. Di. Ci. Fo. UACH. Chapingo, México. 71 p.
- Basurco, F. A. 1973. Apuntes de dasometría. Medellín. Universidad Nacional. 121p.
- Becerra, L. F. 1985. Los índices de densidad. Simposio sobre Silvicultura y Manejo de Bosques en México. 25p.
- Becerra, L. F. 1986. Determinación de una guía de densidad para *Pinus patula* Schl. et Cham. En la región de Chignahuapan - Zacatlán, Pue. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Chapingo, México. 82 p.
- Benavides, S. J. D. 1987. Estimación de la calidad de sitio mediante índices de sitio del *Pinus michoacana* cornuta Martínez y *Pinus oocarpa* Schiede, para el A. D. F. Tapalpa, Jalisco. Tesis profesional. Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, México. 80p.
- Bertalanffy, L. von. 1957. Quantitative laws in metabolism and growth. Quart. Rev. Biol. 32 : 217-231
- Bigig, G. S. and Dobbertin. 1992. A comparison of distance-dependent competition measures for height and basal area growth of individual conifer trees. For. Sci. 38(3): 695-720.
- Clark, P. J.; Evans, F. C. 1954. Distance to nearest neighbor as a measure of spatial relationships in populations. Ecology 35 (4): 445-453.

- Clutter, J. L.; Forston, J.C.; Pineaar, L.V.; Brister, G.H. and Bailey, R.L. 1983. Timber management; a quantitative approach John Wiley, New York, 333 p.
- Curtis, R. D. 1964. A stem-analysis approach to site index curves. Forest Science, 10(2) :241-256.
- Curtis, R. O. 1970. Stand density measures, An interpretation. For. Sci. 16(4) :403-414.
- Chacón, S. J. M.; Cano, G. V. M y Cano, R. M. 1995. Tabla de densidad para los bosques de *Pinus durangensis*, en el área experimental Madera, Chihuahua, In: II Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resúmenes de Ponencias. Montecillo, México. p.21
- Chapman, D. C. 1961. Statical problems in Populations Dynamics. In: Proceedings Forth Berkeley Symposium Mathematical Statistics. Berkeley, California. pp 153-168.
- Chisman, H. H and Schumacher, F.X. 1940. On the tree-area ratio and certain of its applications. J. For. 38(4) pp. 311-317.
- Daniel, P. W.; Helmes, U. E.; Baker, F.S. 1982. Principios de Silvicultura. 1ª edición en español. McGraw Hill, México. 492 p.
- Davis, K. P. and K. N. Johnson. 1987. Forest management. 3rd. Ed. McGraw-Hill. New York. 519 p.
- De Camino, R. 1976. Zur Bestimmung der Bestandeshomogenität. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 147 (2/3): 54-58.
- De la Fuente, E. A. 1985. Determinación de calidad de estación para *Pinus rudis* Endl., en la región de "la Cumbre" Oaxaca. Tesis profesional. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro, Saltillo, Coahuila.
- Ek, A.R. and R. A. Monserud 1974. FOREST: A computer model for simulating the growth and reproduction of mixed species forest-stands. Univ. Wisc. Sch. Nat. Resources Res. Rpt. R2635.
- Ernst, L. R. and Knapp, W. H. 1985. Forest stand density and stocking : Concepts, terms, and the use of stocking guides. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. WO-44. 8p.
- Erteld, E.; Hengst, E. 1966. Waldertragslehre. Neumann Verlag, Redebeuf, 322 p.

- Fierros, G. A. M. 1993. Manejo de la densidad en rodales coetáneos. Academia Nacional de Ciencias Forestales. México. 15p.
- Füldner, K.; Gadow, K. v. 1994. How to Define a Thinning in a Mixed Deciduous Beech Forest. Mixed Stands. Research Plots. Measurements and Results. Models. Proceedings from the Symposium of the IUFRO Working Groups S4.01-03 S4-01-04 in Lousã/Coimbra. Portugal. pp: 31-42.
- Füldner, K. 1995: Strukturbeschreibung von Buchen–Edellaubholz– Mischwäldern. Tesis doctoral. Universidad de Göttingen. Cuvillier Verlag Göttingen. 145 p.
- Ford-Robertson, F.C. (Ed.) 1971. Terminology of forest science, technology, practice, and products. Soc. Amer. Foresters, Washington.
- Frank, R.M. and Bjorkbom, J. C. 1973. A silvicultural guide for spruce-fir in the Northeast. USDA. For. Serv. Tech. Rep. EN-6, 29p.
- Gadow, K.; Füldner, K. 1992. Zur Methodik der Bestandesbeschreibung. Arbeitsgemeinschaft Forsteinrichtung. Bericht über die Jahrestagung, pp.122-138.
- Gadow, K. v. 1993. Zur Bestandesbeschreibung in der Forsteinrichtung. Forst und Holz 48 (21): 602-606.
- Gadow, K. v. 1997. Strukturentwicklung eines Buchen-Fichten-Mischbestandes. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 168 (6-7): 103-106.
- Gadow, K. v.; Huy, G. Y.; Albert, M. 1998. Das Winkelmaß – ein Strukturparameter zur Beschreibung der Individualverteilung in Waldbeständen. Centralblatt für das Gesamte Forstwesen. En prensa.
- Garnica, S.2. 1987. Índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* Lindl., en la región del Tlacuache, San Pedro el Alto, Zimatlán. Oax. Anteproyecto de tesis profesional. Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, México. 101p.
- Garzón, R. G. J. C. 1976. Tabla normal de producción para *Pinus hartwegii* Lindl. de la estación experimental forestal de Zoquiapan. Tesis Profesional. Escuela Nacional de Agricultura, Chapingo, México. 63p.
- Gingrich, S. F. 1967. Measuring and evaluating stocking and stand density in upland hardwood forest in the Central States. For. Sci. B(1): 38-53.
- Gleichmar, W.; Gerold, D. 1998: Indizes zur Charakterisierung der horizontalen Baumverteilung. Forstwissenschaftliches Centralblatt 117 (1): 69-80.

- Gonzalez, G. H. J. 1988. Determinación de calidades de estación para *Pinus arizonica* Engelm., y *P. durangensis* Martínez, en el A. E. F. Madera, Chih. Tesis licenciatura. Universidad Autónoma Agraria "Antonio Narro". Buenavista, Saltillo, Coahuila, México. 70p.
- Hägglund, B. 1981. Evaluation of Forest Site Productivity. *Forestry Abs.*42(11): 515-527.
- Hunter, M. L. 1990. Wildlife, Forests, and Forestry. Principles of managing Forests for biological diversity Regents/Prentice Hall. New Jersey. 370p.
- Husch, B.; C. I. Miller and T. W. Beers. 1972. Forest mensuration. 2a. Ed. New York Wilwy. 410p.
- Husch, B.; Miller, Ch. and Beers, T. W. 1982. Forest mensuration John Wiley. New York. 402p.
- Jones, J. R. 1969. Review and Comparison of Site Evaluation Methods. USDA. Forest Service. Rocky Mountain Forest and Range Exp. Stn. Research Paper RM-51. 27p.
- Klepac, D. 1976. Crecimiento e incremento de árboles y masas forestales. Universidad Autónoma Chapingo, Departamento de Enseñanza, Investigación y Servicio en Bosques. Chapingo, México. 365 p.
- Krajicek, J. S.; K. A. and S. F. Gingrich. 1961. Crown competition-A measure of density. *For. Sci.* 7(1):35-42.
- Kramer, H. 1964. Ertragskundliche Voraussetzung der dynamischen Bonitierung für unsere Hauptholzarten. *Forst-und Holzwirt* 21, p.428-430.
- Kramer, H. 1988. Waldwachstumslehre. Paul Parey. Hamburg. 374p.
- Kramer, H. y Akca, A. 1987. Leitfaden for Dendrometrie und Bestandesinventur. J.D. Saverlander's Verlag, Frankfort, Alemania,287p.
- Lancaster, K. F. and Leak, W. B. A silvicultural guide for white pine in the northeast. USDA. Forest Service. Northeastern For. Exp. Sta. Gen. Tech. Rep. NE-41. 13p.
- Luna, A. R. 1991. Elaboración de una guía de densidad para *Pinus Engelmannii*, *P. herrerae*, *P. leiophylla* y *P. teocote* en la región de El Salto, Dgo. Tesis de Maestría en Ciencias. Di. Ci. Fo. Chapingo, México. 71 p.

- Maldonado, R. F. 1984. Índice de sitio y modelos de crecimiento para *Pinus oaxacana* Mirov. en la región de los "Coatlán", Oax. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Centro de Genética. Programa Forestal. Chapingo, México. 65p.
- Marquis, D. A., Solomon, D. S. and Bjorkbom, J. C. 1969. H. Silvicultural guide for paper birch in the Northeast. USDA. For. Ser. Res. Pap. NE-130. 47p.
- Meyer, H. A. 1940. A mathematical expression for height curves. Journal of Forestry 38(5): 415-420.
- Monroy, R. C. R. 1997. Evaluación del crecimiento y productividad de *Pinus patula* Schl. et Cham., en la región de Huayacocotla, Veracruz, México. Tesis Maestría en Ciencias Forestales. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma de Nuevo León, Linares, N. L., México. 92p.
- Musálem, L. F. J. 1977. Tablas de producción preliminares de Atenquique. In: Memoria del Curso de Silvicultura en Montes de Coníferas. SARH-SFF. México. pp. 409-432.
- Nagel, J. 1994. Structural analysis of the forest reserve Saubrink on the basis of a permanent sample plot data. Mixed Stands. Research Plots. Measurements and Results. Models. Proceedings from the Symposium of the IUFRO Working Groups S4.01-03 S4-01-04 in Lousã/Coimbra. Portugal. pp: 81-96.
- Oliver, C. D. and B. C. Larson, 1990. Forest Stand Dynamics. McGraw-Hill, Inc. New York. 467p.
- Orantes, G. F. R. 1980 Determinación de calidad de estación para *Pinus hartwegii* Lind. en Zoquiapan, México. Tesis profesional. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 77p.
- Payandeh, B. 1974. Nonlinear site index equations for several major Canadian timber species, For. Chron. 57(5):229-232.
- Perry, J. P. 1991. The pines of Mexico and Central America. Timber Press. Portland, Oregon. Pp: 123-125
- Philbrook, J. S.; Barret J. P. and Leak, W. B. 1973. A stocking guide for eastern white pine. USDA. For. Serv. Res. Note. NE-168. 3p.
- Pielou, E. C. 1961: Segregation and Symmetry in two-species Populations as studied by nearest Neighbour Relations. Journal of Ecology 49: 255-269.

- Pielou, E. C. 1977. *Mathematical Ecology*. John Wiley & Sons. New York. 385 p.
- Pommerening, A.; Wiegard, C.; Gadow, K. v. 1996. Bestandesinventuren in strukturreichen Wäldern. Information für die Zielstärken- und Wertnachhaltigkeit. Projektbericht. Göttingen. 68 p.
- Pommerening, A. 1997. Eine Analyse neuer Ansätze zur Bestandesinventur in Strukturreichen Wäldern. Tesis doctoral. Universidad de Göttingen. Cuvillier Verlag, Göttingen. 150 p.
- Pretzsch, H. 1996. Strukturvielfalt als Ergebnis waldbaulichen Handelns. *Allgemeine Forst- und Jagdzeitung* 67 (11): 213-221.
- Prodan, M. 1965. *Holzmeplehre*. J.D. Saverländer's Verlag, Frankfurt a.M., 643 p.
- Quiñones, Ch. A. Ramirez, M. H. y Zamudio, S. F. J. 1995. Evaluación de la calidad de sitio para *Pinus cooperi* en la SPEF "cielito azul"; San Miguel de Cruces, Durango. In : II Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resúmenes de ponencias. Montecillo, México. pp. 18
- Reineke, L. H. 1933. Perfecting a stand-density index for even-aged forest. *Journal of Agriculture Res.* 46(7): 627-638.
- Richards, I. J. 1959. A Flexible Growth Function for Empirical Use. *Journal of Experimental Botany* 10(29): 290-300.
- Rodriguez, F.C. 1982. Determinación de la calidad de estación de *Pinus montezumae* Lamb. A través de análisis troncal en el C. E. F. San Juan Tetla, Puebla. Tesis Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Centro de Genética. Programa Forestal. Chapingo, México. 134p.
- Shannon, C. E. 1948: The mathematical theory of communication. En C. E. Shannon; W. Weaver (Ed.): *The mathematical theory of communication*. Urbana, Univ. of Illinois Press. pp: 3-91.
- Smith, D. M. 1962. *The practice of silviculture*. 7a. ed. New York, Wiley. Pp.33-129.
- Solomon, D. S. and Leak, W. B. 1969. Stocking, growth and yield of birch stands. In *proc. of Birch Sim.* USDA. For. Serv. Northeast For. Exp. Stn. Upper Darby, Pa. Pp. 106-118.
- Spurr, S. H. 1952. *Forest Inventory*. New York, Wiley. Pp.275-292.

- Spurr, S. H. y Barnes, B. V. 1982. Ecología Forestal Trad. C. L. Raigorodsky. AGT Ed. México. 690p.
- Thomasius, H.; Schmidt, p. 1996. Wald Forstwirtschaft und Umwelt. Economica Verlag. Bonn. 435 p.
- Torres, R. J. M. 1984. Tablas de rendimiento de densidad variable para *Pinus hartwegii* Lind. En la estación forestal experimental Zoquiapan, México. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 278p.
- Valles, G. A. G.; Torres, R. J. M.; Velázquez, M. A. y Rodríguez, F.C. 1995. Validación del modelo de Chapman-Richards para la predicción del índice de sitio en *Pinus cooperi* en el SPET "cielito azul". In: II Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resúmenes de ponencias. Montecillo, México. p.19
- Vega, G. M. G. 1995. Elaboración de una guía de densidad para *Pinus psuedostrobus* Lindl. en el estado de Nuevo León. Tesis profesional. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma de Nuevo León. 45 p.
- Wenk, G.; Antanaitis, V; Smelko, S. 1990. Waldertragslehre. Deutscher. Landwirtschaftsverlang. Berlin. 448p.
- Zepeda, B. E. M. 1983: Análisis de diez procedimientos para estimar incrementos volumétricos de coníferas. Tesis profesional. Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, México. 600p. aprox.
- Zepeda, B. E. M. 1984. Ejemplificación de tres procedimientos para caracterizar rodales por su densidad. Serie de Apoyo Académico No.34. División de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma Chapingo, México. 57p.
- Zepeda, B. E. M. 1995. El uso de las guías de densidad en la auditoración técnica de predios forestales. In II Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resúmenes de ponencias. Montecillo, México. p. 20-20a.
- Zepeda, B. E. M. y Villarreal, D. M. E. 1987. Guía de densidad para *Pinus hartwegii*. Lindl., Zoquiapan, México. Universidad Autónoma Chapingo, División de Ciencias forestales. Chapingo, México. 52p.

7. A N E X O S

Anexo I. Número de árboles por dc para cada IDRR considerado.

IDRR	Diámetro cuadrático promedio (cm)												
	5	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100
	Número de árboles por hectárea												
50	657	217	113	71	50	37	24	16	12	10	8	6	5
100	1314	433	226	143	100	75	47	33	25	19	16	13	11
200	2628	867	453	286	200	149	94	66	49	38	31	26	22
300	3943	1300	679	429	300	224	141	99	74	58	47	39	33
400	5257	1734	906	572	400	299	189	132	99	77	62	51	44
500	6571	2167	1132	715	500	373	236	165	123	96	78	64	54
600	7885	2600	1359	858	600	448	283	198	148	115	93	77	65
700	9199	3034	1585	1000	700	523	330	231	172	135	109	90	76
800	10513	3467	1812	1143	800	598	377	264	197	154	124	103	87
816	10724	3536	1848	1166	816	609	385	269	201	157	127	105	89
900	11828	3900	2038	1286	900	672	424	297	222	173	140	116	98
1000	13142	4334	2265	1429	1000	747	471	330	246	192	155	129	109

$$N = \text{IDRR} * (\text{dc} / 25)^{-1.600436}$$

Anexo II. IDRR para diferentes valores de número de árboles por hectárea y diámetro cuadrático medio

Número de árboles por ha	Diámetro cuadrático medio (cm)												
	5	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100
5					5	7	11	15	20	26	32	39	46
10				7	10	13	21	30	41	52	64	78	92
20			9	14	20	27	42	61	81	104	129	155	184
40		9	18	28	40	54	85	121	162	208	257	311	368
80	6	18	35	56	80	107	170	243	325	416	515	621	736
100	8	23	44	70	100	134	212	303	406	520	643	777	
150	11	35	66	105	150	201	318	455	609	779			
200	15	46	88	140	200	268	424	606	812				
300	23	69	132	210	300	402	637	910					
400	30	92	177	280	400	536	849						
500	38	115	221	350	500	669							
600	46	138	265	420	600	803							
700	53	162	309	490	700	937							
800	61	185	353	560	800								
816	62	188	360	571	816								
900	68	208	397	630	900								
1000	76	231	442	700	1000								
2000	152	461	883										
3000	228	692											
4000	304	923											
5000	380												
10000	761												
15000	1141												

IDRR = N * (25 / dc)^{-1.600435}

Anexo III. Densidades máximas promedio para *Pinus hartwegii* Lindl. en Zoquiapan, México y el Cerro Potosí, Galeana, Nuevo León.

Diámetro (cm)	Torres (1984)		Zepeda y Villareal (1987)		Este estudio	
	No. árboles (No./ha)	área basal (m ² /ha)	No. árboles (No./ha)	área basal (m ² /ha)	No. árboles (No./ha)	área basal (m ² /ha)
5	15732	30.89	11542	22.66	10724	21.06
10	4820	37.85	3629	28.50	3537	27.78
20	1476	46.39	1141	35.85	1166	36.64
30	739	52.25	580	41.00	609	43.09
40	452	56.85	259	45.10	384	48.33
50	289	60.70	247	48.55	269	52.84
60	214	64.03	182	51.57	201	56.83
70	166	66.99	141	54.27	157	60.45
80	133	69.67	112	56.72	126	63.76
90	113	72.12	92	58.98	105	66.83
100	58	74.38	77	61.00	88	69.70

Anexo IV. Densidades mínimas promedio para *Pinus hartwegii* Lindl. en Zoquiapan, México y el Cerro Potosí, Galeana, Nuevo León.

Diámetro (cm)	Torres (1984)		Zepeda y Villareal (1987)		Este estudio	
	No. árboles (No./ha)	área basal (m ² /ha)	No. árboles (No./ha)	área basal (m ² /ha)	No. árboles (No./ha)	área basal (m ² /ha)
5	2510	4.92	2981	5.85	2510	4.93
10	1366	10.73	1623	12.75	1223	9.60
20	587	18.47	698	21.93	475	14.93
30	325	23.00	386	27.32	251	17.72
40	206	25.92	245	30.79	155	19.42
50	140	27.95	169	33.20	105	20.56
60	104	29.44	123	34.96	76	21.38
70	79	30.57	94	36.31	57	22.00
80	61	31.47	74	37.37	45	22.48
90	50	32.19	60	38.23	36	22.86
100	41	32.79	49	38.94	30	23.17

