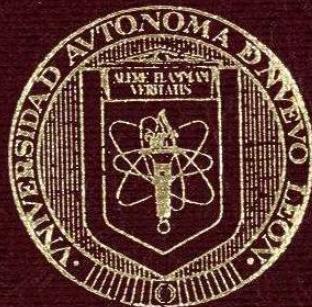


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICO - MATEMATICAS



Propuesta Didáctica :

Uso de computadoras y calculadoras gráficas en la
Enseñanza de las Matemáticas : Una área de oportunidad

Que para obtener el Grado de
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias
con Especialidad en Matemáticas

Presenta :

MARJA ELENA DADJCLA SOJO

Cd. Universitaria San Nicolás de los Garza, N.L.
Marzo de 1999

M
A
E

MATHEMATICAS

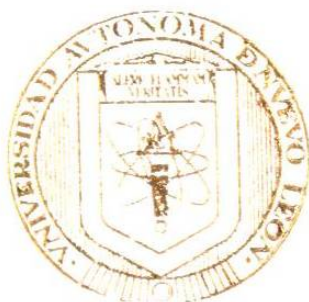
1
0

TM
Z7125
FPL
1999
P32



1020125491

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICO - MATEMATICAS



Propuesta Didáctica :

Uso de computadoras y calculadoras gráficas en la
Enseñanza de las Matemáticas : Una área de oportunidad

Que para obtener el Grado de
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias
con Especialidad en Matemáticas

Presenta :

MARJA ELENA PADILLA SOJO

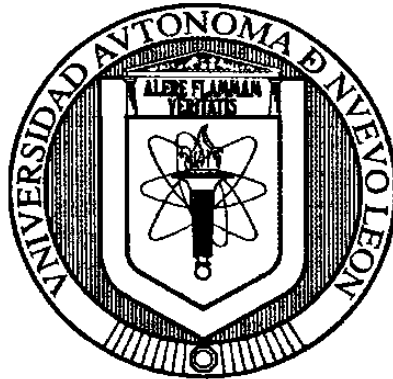
Cd. Universitaria San Nicolás de los Garza, N.L.

Marzo de 1999

TM
Z7125
FFL
1999
P32

0131-77160

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS



PROPUESTA DIDÁCTICA:

**Uso de computadoras y calculadoras gráficas en la enseñanza
de las Matemáticas: Una área de oportunidad**

Que para obtener el Grado de
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias
con Especialidad en Matemáticas

**Presenta:
MARÍA ELENA PADILLA SOTO**

Ciudad Universitaria

San Nicolás de los Garza, N.L.

Marzo 1999



FONDO
TESIS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

***USO DE COMPUTADORAS Y CALCULADORAS GRÁFICAS EN LA
ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA: UNA ÁREA DE OPORTUNIDAD***

Propuesta didáctica que presenta María Elena Padilla Soto, como requisito final para la obtención del grado de Maestra en la Enseñanza de las Ciencias con especialidad en Matemáticas.

Esta propuesta es el resultado de los conocimientos, inquietudes y necesidades que han ido desarrollándose en la práctica docente estimulados por el trabajo realizado en los diferentes cursos y actividades de la Maestría.

Se contó con la revisión y asesoría de la Dra. Rosa Alicia Vázquez Cedeño, siendo asimismo el M. C. Roberto Núñez Malherbe y el Dr. Jesús Alfonso Fernández Delgado miembros del Jurado.

Cd. Universitaria.

San Nicolás de los Garza

Marzo de 1999.

AGRADECIMIENTOS

A todas aquellas personas que hicieron posible la realización de esta Maestría:

A los catedráticos del área de Matemáticas

A los catedráticos de la Fac. de Filosofía y Letras

A los coordinadores

A los compañeros maestros por el trabajo y las experiencias compartidas

Y un reconocimiento especial a los maestros cubanos de quienes aprendimos una particular visión de la enseñanza

**“USO DE COMPUTADORA Y CALCULADORAS
GRÁFICAS EN LA ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA:
UNA ÁREA DE OPORTUNIDAD”**

ÍNDICE

| | Pág. |
|--|------|
| Resumen | 2 |
| Introducción | 3 |
| Capítulo I.-Marco Teórico | |
| I.1.- Conocimiento y educación. Tendencias Generales Actuales | 14 |
| I.2.- Tendencias al uso de la Tecnología en la educación. | 21 |
| Capítulo II.- Propuesta Didáctica. | |
| II.1.- Fundamentación Teórica. | 24 |
| II.2.- Implementación | 25 |
| Conclusiones | 35 |
| Recomendaciones | 38 |
| Bibliografía | 40 |
| Anexos | 42 |

Resumen

La tecnología ha irrumpido y se ha instalado en nuestro mundo de manera ineludible. No es posible, ni aconsejable, postergar su incorporación a las tareas educativas, especialmente al trabajo en el aula. Si bien es cierto que la implementación de medios tecnológicos por sí mismo no garantiza soluciones definitivas a los problemas de enseñanza aprendizaje, sí abre un nuevo camino, rico en posibilidades y experiencias, para un aprendizaje activo que favorezca el desarrollo del joven en la dirección en que la sociedad actual lo requiere.

En el presente trabajo describimos algunas de estas posibilidades de aplicación de tecnología -en particular las calculadoras gráficas y la computadora- al entorno de enseñanza de las matemáticas; y como carece de relevancia aplicar estos medios innovadores bajo esquemas de enseñanza tradicional; apoyamos su uso dentro de un enfoque constructivista del conocimiento, esto es con la implementación simultánea de métodos y técnicas de participación activa. Presentamos finalmente una experiencia personal en este sentido.

INTRODUCCIÓN

Toda sociedad subsiste y progresa en la medida que es capaz de reproducir y mejorar el conjunto de conocimientos y sistemas de valores que la sustentan. El medio para lograr esto es la educación, referida, claro está, no sólo a la instrucción escolar sino a todas las formas de transmisión y difusión social de la cultura.

En palabras de José Martí: “Educar es depositar en cada hombre toda la obra humana que le ha antecedido; es hacer a cada hombre resumen del mundo viviente, hasta el día en que vive; es ponerlo al nivel de su tiempo, para que flote sobre él, y no dejarlo debajo de su tiempo, con lo que no podrá salir a flote; es preparar al hombre para la vida”¹.

Dicho de otro modo, la educación es un fenómeno social históricamente determinado cuya finalidad es preparar al individuo para que pueda vivir en su época, asimilar su cultura y **contribuir al desarrollo social**. ¿En qué medida se logran estos objetivos con nuestros actuales contenidos y métodos de enseñanza?

Una de las características de los sistemas actuales de enseñanza es contribuir -voluntaria o inconscientemente- a la formación en el individuo de un pensamiento escindido: por un lado el conocimiento académico (que se aprende de la explicación del maestro o de los libros) y por otro, el conocimiento empírico-práctico (el de su confrontación con la realidad). Lo anterior acontece tanto en lo

¹ Martí, José. Escuela de Electricidad. Las Américas, Nueva York, 1886. Citado por Alvarez en La escuela en la vida. Colombia. Ed. Educación y desarrollo. 1994.

que se refiere a contenidos de los cursos como a la práctica misma de enseñanza aprendizaje. El estudiante, sin percatarse quizás de dicha dicotomía, acepta el contenido y la metodología de lo que se le enseña como parte de la disciplina escolar, pero esta obediencia intelectual tiene su precio: inhibe manifestaciones creativas en su actividad, frena su capacidad de soluciones alternas, y, en definitiva, limita el desarrollo personal volviendo dependiente al individuo. Esto cobra especial importancia en la época actual donde, por los niveles de competitividad en todas las áreas, se espera que el individuo posea características tales como iniciativa, visión, dotes de liderazgo, etc.

Si hacemos una visión retrospectiva a nuestra experiencia como docentes, lo que constatamos es que, en forma predominante, los métodos y recursos utilizados en la enseñanza de las Matemáticas en nuestra máxima casa de estudios no han sufrido una variación sensible. A lo largo de nuestra estancia como docentes hemos sido testigos y participantes de modificaciones al currículum y a los programas de asignatura, y de propuestas para nuevas metodologías de enseñanza -recordemos los sistemas de educación individualizada (instrucción personalizada), programación por objetivos, hasta llegar al sistema "modular" actual. A pesar de los aparentes cambios ha imperado en el docente un persistente retorno -por convicción u obligado por la necesidad de cubrir los contenidos en el tiempo estipulado- al recurso del método expositivo como forma central de la actividad académica.

Aún cuando se hable en algunos casos de "construcción del conocimiento" los esquemas subyacentes en los diferentes intentos de reforma a los programas y métodos de enseñanza han sido de corte conductista, del tipo estímulo-respuesta, ya que, de una u otra forma, el maestro sigue siendo el que ejerce el poder del conocimiento, el cual transmite, mejor o peor, a sus alumnos. Las condiciones institucionales han favorecido este enfoque, a saber: grandes cantidades de contenido, tiempos insuficientes, carencia o limitación de medios

apropiados, dificultades en la preparación de algunos maestros y en general falta de motivación de muchos otros, etc.

Vinculado al paradigma **estímulo-respuesta** (que concibe el aprendizaje como resultado de la enseñanza, esto es, si el maestro enseña, como una consecuencia directa, el alumno aprende, o peor aún: si el alumno no aprende es porque el maestro no enseña), existe la presión para los maestros, apoyada por una serie de políticas de reconocimiento y asignación de recursos por parte de las autoridades universitarias, por “enseñar” y no tanto de guiar o propiciar el aprendizaje de los alumnos. De ahí que el objetivo oficial del plan de estudios actual acerca de que “el alumno adquirirá y dominará el lenguaje universal que representa el estudio de las Matemáticas, con el propósito de interpretar las actividades científicas y tecnológicas que influirán de manera determinante en el desarrollo propio y de la sociedad”² es sustituido en la práctica por una actividad orientada a preparar para el examen. El resultado de esto es que el estudiante se ve sometido a prácticas de enseñanza aprendizaje, no sólo arcaicas sino deficientes, relativas a repetir procedimientos vistos en clase.

Es de justicia hacer notar que existen maestros conscientes de que el paradigma conductista –que supone que el papel del maestro es transmitir sus conocimientos a un alumno receptor- debe ser reemplazado por otro que promueva una participación más activa del estudiante, y trabajan en esta dirección; sin embargo, dichos maestros –por desgracia- no constituyen todavía una corriente mayoritaria en nuestra institución (lo cual no quiere decir que no haya los bien intencionados que intentan y logran “dar bien” sus clases).

En el presente contexto encontramos entonces no sólo una predominancia de practicas tradicionales sino la utilización de medios y recursos que no corres-

² Reforma Académica a Nivel Medio Superior. Secretaría Académica de la U.A.N.L. 1993.

ponden a la realidad en la que estamos inmersos y que tampoco responden a los requerimientos y expectativas del momento actual. Díganlo si no el excesivo peso que se le asigna a la exposición de clase por parte del maestro y toma de notas por parte del alumno, y al uso de pizarrón y gis para el primero, cuaderno y lápiz para el segundo.

¿Cómo es posible que enseñemos a jóvenes, que se enfrentan a una realidad en constante movimiento, con los mismos métodos de hace 10, 20 o 30 años? Ese divorcio entre la enseñanza escolar y la vida debe desaparecer. Nuestros estudiantes han estado influidos por una cultura audiovisual proveniente de medios tecnológicos desde su más temprana infancia, seguirán expuestos a su influjo en lo que les resta de vida; entonces ¿Por qué ignorar esta realidad en el ámbito escolar? ¿Cómo podemos ponernos a tono con el entorno científico tecnológico de nuestro país y del mundo?

Una de las expresiones tecnológicas más representativas de nuestro tiempo es la incorporación de la computadora a los más variados ámbitos de nuestra vida, desde la presencia cada vez más frecuente en buen número de hogares, hasta su uso en negocios, oficinas públicas y privadas, hospitales, etc. ¿Es posible incorporarla también a la educación en general y a la enseñanza de las Matemáticas en particular? ¿Es recomendable hacerlo?. O bien, planteemos la pregunta contraria: ¿Qué consecuencias tendrá que la enseñanza en nuestras instituciones escolares se mantenga al margen de esta vorágine de desarrollo tecnológico?

La idea es que no podemos soslayar la importancia del uso de la tecnología, aún en países como el nuestro donde, por convencimiento o por presiones externas- la política educativa nacional no privilegia los renglones de educación y cultura. Recordemos que el presupuesto nacional para este rubro es

de alrededor de 0.4% del P. I. B. , cuando la UNESCO recomienda para países como el nuestro un mínimo del 1.5% del P. I. B. ³

En las actuales condiciones de globalización, la tecnología, propia o importada, es un elemento ineludible; debemos tratar de incorporamos en esta corriente con las mejores armas posibles. Una opción es precisamente preparar a los jóvenes en el uso de recursos actuales y en actitudes personales de seguridad en sí mismos, iniciativa e interés en el desarrollo intelectual individual y colectivo.

Nuestra asignatura es considerada por un amplio porcentaje de estudiantes como una materia difícil y/o aburrida; y aunque muy pocos dudan de su utilidad e importancia en general, la mayoría la ve como algo lejano que no aplicará en su vida. ¿Cuántas veces no hemos escuchado la pregunta – que es a la vez queja- acerca de la utilidad del estudio de tal o cual concepto o procedimiento?, ¿Qué tiene la Matemática que es abordada con tan poco entusiasmo por buena parte del estudiantado? Una de sus características es el grado de abstracción que maneja. Ciertamente en Matemáticas se trabaja no con objetos físicos, sino con símbolos y formas que no tienen un referente real directo, no porque éste no exista sino porque ha sufrido una transformación que lo ha despojado de contenido en aras de su más fácil manipulación y desarrollo. Una de las fuentes más fecundas de este desarrollo de la Matemática ha sido (y seguirá siendo) la realidad del mundo físico y en ella recae nuevamente con la aplicación de sus resultados. Desafortunadamente la práctica educativa ha abusado del puro manejo simbólico, como si esta fuera un fin en sí mismo, lo que ha tornado árido el campo del aprendizaje matemático escolar.

Ahora bien, si estos entes matemáticos con los que debe trabajar no pertenecen a sus experiencias o a su espacio cotidiano y requieren de un manejo que el estudiante considera ajeno en interés y en destreza, ¿qué podemos hacer

³. “Ciencia y Tecnología en el IV informe de gobierno”. revista Investigación; hoy. I. P.N. (84) .1998

para superar estos obstáculos?. Según las teorías constructivistas del aprendizaje éste se propicia en la interacción con el objeto de estudio. Esta interacción entre el estudiante y la matemática ¿es posible que se le presente de forma más accesible y atractiva al alumno si éste tiene oportunidad de manipular los objetos de manera más activa por medio de la computadora? ¿Podremos aprovechar la atracción que el joven siente por cualquier aparato electrónico que muestre versatilidad, velocidad y desafío?, esto es, nuestra pregunta central, y por lo tanto el problema que nos planteamos sería:

PROBLEMA

¿Cómo utilizar las calculadoras gráficas y la computadora en la enseñanza de las matemáticas de forma que influya positivamente en el desarrollo personal e intelectual del estudiante?

Para responder a esta pregunta nos centraremos en el estudio del Proceso Docente Educativo de la asignatura de Matemáticas III, Módulo 5, Nivel Medio Superior, U.A.N.L.,

Dentro del Proceso Enseñanza- Aprendizaje enfocamos nuestra atención en los Medios y Recursos utilizados, en relación con las actividades de aprendizaje

El **OBJETIVO** del presente trabajo es:

Contribuir a la participación activa, independiente y responsable del estudiante en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Iniciamos nuestro trabajo con la siguiente

HIPÓTESIS

El uso de computadoras y calculadoras gráfica, como auxiliares en la resolución de un sistema de tareas basado en las ideas de operacionalidad del enfoque constructivista del conocimiento, puede crear condiciones propicias para despertar en el estudiante su interés por la materia mostrando iniciativa, responsabilidad y, en general, una participación más activa e independiente,

METODOLOGÍA:

Los métodos de investigación utilizados en el presente trabajo fueron: Métodos Empíricos (observación y Experimentación) y Teóricos (Análisis, Síntesis, Inducción, Deducción).

Para desarrollar el estudio actual se abordarán las siguientes

TAREAS:

1.- Detectar la relación que guarda la enseñanza (en particular en el área de Matemáticas) a nivel Medio Superior con los adelantos tecnológicos de nuestra realidad actual, mediante:

- a) la observación e indagación directa en nuestro entorno social, específicamente en las preparatorias de la U.AN.L., pero también tomando referencias de escuelas privadas de la localidad

b) la lectura de materiales relativos a las nuevas tendencias en la enseñanza de las Matemáticas, en especial en nuestro país y en algunos casos de Latinoamérica.

2.- Indagar los factores objetivos y subjetivos que influyen o determinan el uso de medios y recursos (tradicionales o tecnológicos) en la enseñanza, mediante diversas técnicas (sondeos de opinión, encuestas, entrevistas, etc. a maestros y autoridades de nuestra preparatoria y otras escuelas tanto de la U.A.N.L. como de universidades privadas).

3.- Elaborar la fundamentación teórica de nuestra propuesta didáctica en base a un enfoque constructivista del conocimiento, el cual pone énfasis en la actividad del sujeto cognoscente (en este caso el estudiante) en su interacción con su objeto de conocimiento (el contenido del curso) a través de un medio electrónico que, al liberarlo de ciertas tareas repetitivas, le posibilite orientar su atención a funciones superiores de pensamiento, al mismo tiempo que le motive despertando y manteniendo el interés en el aprendizaje de la matemática

4.- Diseño de una orientación metodológica consistente en un sistema de tareas a resolver con la ayuda de computadoras (con el programa Derive), y la calculadora gráfica TI 92, en relación con el estudio de Funciones.

5.- Análisis cualitativo de los resultados obtenidos con la puesta en práctica del sistema de tareas mencionado en el punto anterior.

6.- Señalar conclusiones y recomendaciones a partir de los resultados de nuestro estudio.

Sabemos que la experiencia llevada a cabo y plasmada en el presente trabajo no es la única; se están multiplicando ejemplos de experiencias similares en otras partes de nuestro país y del mundo en desarrollo (por mencionar los que estamos en condiciones similares): La Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa muestra 70 reportes –de un total de 404 entre temas de investigación, talleres, grupos de trabajo y discusión, carteles y mesas redondas– sobre alguna aplicación de tecnología en el proceso de enseñanza.⁴ Sin embargo, no tenemos conocimiento de prácticas de este tipo dentro de las otras preparatorias de la U.A.N.L.

Estamos conscientes de las limitantes económicas y por lo tanto de las carencias en equipo que padecemos. Asimismo podemos prever reacciones de escepticismo, indiferencia y/o resistencia de parte de algunos maestros, las cuales seguramente estarán relacionadas con el tipo de concepción que tengan sobre la enseñanza; sin embargo estamos convencidos de que la dirección a seguir es hacia delante: no hay posibilidades ni esperanzas en el retorno; la tecnología seguirá su evolución vertiginosa tanto por su relación con la ciencia como porque posee mecanismos de desarrollo autónomos. Aún cuando muchos de nosotros pudimos vivir en un ambiente que carecía de las ventajas provenientes de los avances tecnológicos actuales y sentimos cierta (o mucha) reserva acerca de la dependencia de los jóvenes hacia los medios electrónicos, la respuesta no está en combatirlos sino en buscar adecuarlos a nuestras situaciones particulares y obtener el máximo provecho de ellos: usar en el ámbito escolar no sólo las computadoras (y sus diversos aditamentos) sino ampliar el número de recursos actuales a utilizar: la televisión tradicional, los sistemas de educación a distancia, las redes de información, etc., todo ello con vistas de mejorar la educación de nuestros jóvenes e incrementar el nivel de cultura de la población en general, volviéndonos sujetos más críticos y

⁴ Resúmenes de la Reunión Latinoamericana, de Matemática Educativa Michoacán, México, 1997

responsables, más productivos y más capaces de enfrentar los retos que nos plantea el mundo actual.

Nuestro **APORTE PRÁCTICO** sería:

- a) Los resultados de la presente experiencia como un intento de contribuir al mejoramiento de la educación

- b) La elaboración de un primer sistema de tareas que involucren el uso de computadoras; sistema que, desde luego, debe irse ampliando y mejorando, pero que puede abrir camino en la dirección de una modernización en los medios de enseñanza que lleve a su vez a una preparación del estudiante más acorde al momento histórico que le toca vivir.

Nuestra propuesta didáctica está estructurada en 6 secciones:

Resumen, Introducción, Desarrollo del trabajo (Capítulos 1 y 2), Conclusiones, Recomendaciones y Bibliografía.

En el capítulo 1 se señalan las tendencias actuales en la educación referidas a la manera de abordar el trabajo de enseñanza aprendizaje en las condiciones actuales de un mundo en acelerado cambio. La sociedad exige al individuo de hoy cualidades acordes al grado de desarrollo de la ciencia, la tecnología, las comunicaciones y la producción; las perspectivas educativas resultado de concepciones conductistas son incapaces de dar respuesta a estas exigencias. Si hasta ahora se han privilegiado los contenidos (que siempre serán incompletos y por lo tanto deficientes) es

necesario enfatizar ahora los procedimientos (relacionados con las funciones más importantes del pensamiento) centrando la atención en la participación activa, responsable, creativa del estudiante.

En el capítulo 2 nos enfocamos al punto alrededor del cual gira nuestro interés: el uso de la tecnología en la educación, en particular las computadoras y las calculadoras gráficas en la enseñanza de las matemáticas, como un elemento que puede contribuir en buena medida a despertar el interés de los alumnos haciendo de su aprendizaje un trabajo atractivo y eficaz. Como cada vez es más frecuente que tengamos referencia de la utilización de medios tecnológicos en experimentos didácticos, mostramos algunas formas de actual utilización de esta tecnología y analizamos de qué modo esto puede contribuir al desarrollo de los jóvenes.

I.- MARCO TEÓRICO.

I.1.- Conocimiento y educación. Tendencias Generales Actuales

Partimos de la convicción de que todos los individuos poseemos potencialidad natural para aprender y además sentimos curiosidad por entender el funcionamiento del mundo que nos rodea. Paradójicamente, también sentimos temor ante lo nuevo, especialmente porque esto nuevo puede mover la estructura mental donde está sostenido nuestro conjunto de esquemas, valores, afectos, y en general las bases desde donde nos apoyamos para pensar y actuar; sin embargo, la necesidad de conocer es superior al temor. Debemos entonces promover ambientes donde esta ansia de conocimiento se vea satisfecha. Para que el binomio conocimiento – aprendizaje, trasladado al ámbito escolar, sea más significativo y duradero se hace necesario que responda a las necesidades del sujeto del aprendizaje

Existen en la actualidad diversas ideas en torno a las cuales se van desarrollando propuestas de prácticas educativas con el fin de dar respuesta a los problemas que plantea nuestro mundo. Dichas ideas tienen que ver con la actual etapa de desarrollo de la ciencia, la tecnología, y las comunicaciones, y tratan de disminuir la brecha entre la educación y la realidad. Tal pareciera que el vertiginoso desarrollo tecnológico deja a la zaga al resto de componentes sociales (población, educación, producción, etc.) los cuales se ven forzados a mantener una carrera siempre desventajosa con respecto al primero.

Algunas de las tendencias mencionadas a las que se quiere hacer referencia son: la educación permanente de los individuos, la aplicación de recursos tecnológicos en la educación y el privilegiar, dentro del proceso

educativo, los procesos de adquisición de conocimientos antes que los conocimientos mismos.

En un mundo continua y profundamente cambiante se hace necesario que la educación enfoque sus esfuerzos no tanto al aprendizaje (transmisión) de contenidos sobre un conjunto de conocimientos que son incompletos y rápidamente mejorados y superados; en su lugar habrá que hacer hincapié en la adquisición de procesos de pensamiento que desarrollen la potencialidad de respuesta del individuo ante situaciones nuevas. Según Miguel de Guzmán Ozámiz, "La matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido....Los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento, que no se vuelven obsoletos con tanta rapidez, es lo más valioso que podemos proporcionar a nuestros jóvenes".⁵

Lo anterior tiene relación con la idea de la educación a lo largo de la vida, es decir, la vida como un continuo proceso de aprendizaje, actualización y perfeccionamiento de conocimientos, habilidades y técnicas. A su vez, el uso de la tecnología debería propiciar, facilitar y hacer más atractiva las tareas de enseñanza aprendizaje, renovando sus opciones no sólo mediante el equipo apropiado a la época sino con nuevas alternativas que hagan más social y colaborativas las atmósferas escolares.

Además de aceptar las ideas anteriores, nos suscribimos al enfoque constructivista del conocimiento, basado en las ideas de desarrollo cognoscitivo como más que una simple acumulación de información o una suma de experiencias de aprendizaje. A diferencia de los modelos conductistas de estímulo respuesta, el constructivismo plantea que el sujeto es capaz, en su interacción con el mundo, de ir construyendo esquemas y estructuras mentales

⁵ Guzmán Ozámiz, Miguel. Enseñanza de la Matemática. Universidad Complutense de Madrid.

que van constituyendo su desarrollo cognitivo. Para Piaget el desarrollo -proceso espontáneo del individuo ligado a la embriogénesis- condiciona el aprendizaje, el cual se logra pasando por una serie de etapas mediante acciones ejercidas por el sujeto (operaciones); estas estructuras operacionales son las que constituyen la base del conocimiento⁶

De las teorías constructivistas aceptamos también que los individuos se desarrollan a ritmos distintos dependiendo de una serie de factores que van desde lo genético hasta lo social. Reconocemos en nuestros estudiantes características señaladas por Piaget en lo relativo a las etapas de desarrollo, especialmente nos parece que muchos de nuestros alumnos permanecen en buena medida en la etapa que corresponde a la de operaciones concretas y no pueden acabar de instalarse en la de operaciones formales, de ahí la casi imposibilidad de algunos para realizar trabajo matemático abstracto (por ejemplo demostraciones, o interpretaciones de o al lenguaje simbólico). Sin embargo, cuando Piaget afirma que las estructuras lógicas no pueden alcanzarse por medio del reforzamiento externo, sino solamente a través de la equilibración interna nos sentimos más cerca de Vigotsky en cuanto a la importancia -para el desarrollo del individuo- de su interacción con otros, al papel del lenguaje y el trabajo en la denominada zona de desarrollo próxima: el joven puede realizar tareas asistido o guiado por personas más capaces o con mayores habilidades que proporcionan el estímulo y apoyo necesario para el avance y la comprensión gradual de un conocimiento que por sí solo aún era incapaz de lograr: en palabras de Vigotsky “lo que el niño puede hacer hoy con ayuda, favorece que el niño lo haga solo mañana”⁷ Esta es el área donde puede tener éxito la enseñanza porque es donde el aprendizaje real es posible⁸

⁶ Piaget, Jean. *Development and Learning*. Ed. The Journal of Research Science Teaching. 1964

⁷ citado por Pérez Gómez, Angel y Julián Almaraz en “Lecturas de aprendizaje y desarrollo”, Ed. FCE, México, 1980.

⁸ Woolfolk, Anita E *Psicología Educativa*. Mexico. Prentice Hall Hispanoamericana

Como respuesta a la insuficiencia de la educación tradicional y originados por las ideas constructivistas del conocimiento se han desarrollado una serie de métodos y técnicas que se agrupan en lo que suele denominarse de Participación Activa. A continuación se describen las características de algunos de estos métodos y técnicas de participación activa⁹ para luego señalar qué aspectos de cada uno se pueden adaptar al momento de nuestra práctica combinándolos entre sí y aplicándolos al uso de calculadoras gráficas y computadoras.

Aprendizaje Grupal: Concibe al proceso de E-A. Como una unidad siendo el aprendizaje el polo dominante. Concibe el aprender a aprender más importante que el aprender conocimientos ya que es imposible que el alumno reciba del profesor toda la información sobre un tema cualquiera; entonces centra el trabajo no tanto en lo que se aprende sino **cómo** se aprende, conjugando aspectos cognoscitivos y afectivos (relativos a la materia de estudio y a los problemas que implica dicho estudio respectivamente). Considera la clase como un grupo de personas interactuando en una tarea común: la elaboración, construcción del conocimiento, a partir de necesidades, objetivos e intereses de los miembros. El maestro ejerce la función de coordinador cuya tarea es ayudar a los estudiantes a que logren los aprendizajes propuestos: estructura situaciones, prepara los recursos, regula los esfuerzos individuales, promueve los procesos de aprendizaje, favorece los procesos de comunicación y participación activa de todos, plantea y aclara los problemas y conflictos que obstaculizan el aprendizaje. Los alumnos deben aprender a trabajar en grupo y este trabajo cooperativo implica: búsqueda de información conjunta, socialización de dicha información, exposición, análisis y crítica de la misma, asimismo supone respeto y ayuda mutua en el plano social, motivación y

⁹ Notas del curso Perspectivas actuales de la Matemática, dictado por la Dra. Virginia Alvarez. MAE: U.A.N.L., 1998.

activación del aprendizaje, desarrollo del pensamiento lógico y creador en lo que se refiere al plano intelectual, y por último en lo moral: autodisciplina y responsabilidad personal, convicciones acerca del cumplimiento del deber.

Operacionalismo. Organiza el proceso de aprendizaje en función de favorecer el desarrollo de estructuras operatorias del pensamiento. Propicia el descubrimiento personal de los nuevos conocimientos, la convicción de que se puede aprender no sólo a través de otros (maestros, libros, etc.), sino también por sí mismo. Asigna un lugar a los errores que comete el estudiante de suerte que éstos sean aprovechados para activar el pensamiento y no ignorados o anatemizados. Propone ejercicios mentales "inteligentes", esto es, no referidos a actividades memorísticas y/o rutinarias.

Aprendizaje por descubrimiento: Trata de lograr que el estudiante descubra el conocimiento en vez de recibirlo ya elaborado por el profesor; de este modo desarrolla la capacidad de investigar y de resolver problemas, lo que debe contribuir a una mayor independencia cognitiva. El estudiante puede hacer correcciones y/o completamientos de cálculos, así como generalizar y encontrar analogías. Orienta la atención hacia las características esenciales del problema; ayuda a tomar conciencia de los caminos errados y volverlos productivos (sacar provecho del error). Fortalece la resistencia a la frustración y al esfuerzo hasta comprobar y valorar los resultados realizados. Promueve el desarrollo de varios tipos de habilidades: heurísticas, analíticas, de pensamiento lógico. También contribuye a la precisión del lenguaje así como propicia la curiosidad y la actitud crítica.

Aprendizaje vivencial. Plantea la enseñanza a partir del conocimiento directo de los objetos y hechos particulares, de la realización de actividades prácticas. Apoyar la experiencia de aprendizaje de conocimientos en hechos de la vida cotidiana del estudiante como sujeto activo del proceso enseñanza-

aprendizaje. Esta metodología promueve la motivación por los contenidos de la Matemática valorándola como una actividad útil en la vida diaria individual y colectiva y en su relación con otras ciencias.

Enseñanza Problémica. Enfoque que consiste en un sistemático planteamiento por parte del maestro al estudiante de una serie de situaciones “nuevas” para las cuales éste no posee un algoritmo de solución, provocando su deseo o necesidad de búsqueda intelectual; favorece el trabajo independiente de los estudiantes y su actividad creadora fomentando actitudes de investigación.

Por sobre las diferencias que entrañan entre sí, pesan más las coincidencias entre los métodos expuestos, coincidencias entre las cuales destacamos: la importancia que se le concede a la **actividad** del alumno (contra la pasividad receptiva del enfoque estímulo respuesta), el papel que le asignan a las **tareas** a desarrollar, el énfasis en el **desarrollo de habilidades y actitudes** y la importancia de la **interacción** entre los elementos participantes en el proceso, en especial entre los “iguales”, esto es, los estudiantes entre sí.

Resultaría demasiado simplista pensar que la sola aplicación de un método o la simple utilización de determinado material o recurso didáctico resolverá los problemas inherentes a la enseñanza y al aprendizaje en general, o al de nuestra materia en particular. La dificultad en el aprendizaje, el tedio por la asignatura, sólo se reducirán con la confluencia de la mayor cantidad de factores que favorezcan la participación y el interés de los estudiantes. Estamos a favor de tomar de cada método los rasgos que nos sean de utilidad, dependiendo de las características del tema, del grupo, de las condiciones ambientales y los recursos de que se dispongan.

En el caso particular, abogamos por una práctica de enseñanza aprendizaje que tome en consideración los siguientes aspectos:

-Que vea la labor del maestro como planificador y coordinador del proceso, diseñador y elaborador creativo de tareas idóneas para el cumplimiento de los objetivos

-Que promueva la participación del estudiante para que sea el sujeto responsable de su propio conocimiento, mediante una actividad consciente y responsable

-Que propicie un ambiente de trabajo donde los errores formen parte necesaria y superable en el camino del aprendizaje para que el joven sepa enfrentarse de manera resuelta a situaciones imprevistas

-Que favorezca el desarrollo de habilidades relativas a funciones superiores del pensamiento y no en base a actividades rutinarias o de índole memorística

-Que le desarrolle la curiosidad, el gusto y capacidad por la investigación, conduciéndolo así por el camino de la independencia cognoscitiva.

En fin, debemos buscar que el proceso docente educativo colabore a formar individuos interesados en su entorno y dotados de conocimientos, habilidades y actitudes creativas para desempeñarse exitosamente en la sociedad y cultura que le toca vivir.

La aplicación de tales prácticas, combinadas y auxiliadas por medios tecnológicos, puede potenciar las posibilidades del proceso enseñanza-aprendizaje de la actualidad, haciéndolo más eficaz y ofreciendo al alumno una vía de acceso a los conocimientos atractiva y alterna (complementaria) a los métodos convencionales.

1.2.- Tendencias al uso de la Tecnología en la educación.

Es frecuente escuchar referencias acerca de la conveniencia de hacer uso de la tecnología en cada vez más amplias áreas de nuestra vida. Vivimos en un mundo de tal manera influenciado por la informática que sí resulta necesario generar una cultura educativa que nos permita aprovechar todas las posibilidades que nos brindan las nuevas tecnologías.

Prueba de esta tendencia actual, en lo que se refiere a enseñanza de las matemáticas, la brinda Resúmenes de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME), 1997, en donde aproximadamente el 20% de sus reportes versan sobre el uso de calculadoras, computadoras y software en la impartición de la asignatura de matemáticas; los niveles varían desde enseñanza básica hasta profesional, y provienen de nuestro país, de nuestro continente y algún caso europeo. Nos planteamos dos preguntas: ¿es este número de participaciones suficiente para las condiciones y necesidades actuales de nuestro país y del mundo? ¿que atractivo, ventaja o desventaja conlleva su uso en el aula?

¿Qué implica usar tecnología en la enseñanza? Ciertamente el involucramiento de todos los que participan, de un modo u otro, en el acto educativo: administradores, maestros, alumnos, autoridades que asignen presupuestos y equipo, instalaciones adecuadas, etc. El uso sistemático de las computadoras o calculadoras gráficas en la enseñanza deberá significar un cambio drástico tanto en el ambiente tradicional escolar como en lo que se refiere a los contenidos y fundamentalmente en su evaluación. Si ésta hasta ahora se ha dirigido hacia la reproducción de lo que se ve en clase, con el uso de tecnología ¿podrá seguir siendo igual? Dependerá del enfoque con el que esta tecnología sea aplicada. Veamos en qué consiste el trabajo escolar cuando se usan las computadoras o calculadoras gráficas.

En ocasiones podemos encontrar nueva tecnología empleada, al parecer, bajo una concepción de la enseñanza tradicional expositiva: retroproyector, calculadora gráfica, adaptador y pantalla están sustituyendo al pizarrón en casos como el siguiente: “La tecnología actual permite combinar una calculadora gráfica con un retroproyector mediante un adaptador. Esto habilita al maestro para proyectar el rectángulo de visión de la calculadora en la pantalla, permitiéndole hacer demostraciones frente a todo un grupo de alumnos y mantener con ello la unidad en la clase”¹⁰

También se puede usar como apoyo para las tareas: llega a ser una especie de hoja electrónica de respuestas a la que consultar para comprobar los resultados de los ejercicios. En ambos casos la máquina es una herramienta útil, pero no involucra un cambio de fondo en la forma de enseñar o aprender.

Si se trata de programas tutoriales (PC Ciencia es un ejemplo en nuestro país), la computadora se convierte en un valioso auxiliar didáctico: una especie de libro electrónico con el que se interactúa tantas veces como sea necesario para lograr el objetivo trazado; al ofrecer retroalimentación favorece el autoaprendizaje; Podríamos criticar, eso sí, que, al fin máquina, es fría y tajante: algo está bien o mal, no hay lugar para casos intermedios, para procedimientos o aproximaciones (aunque en tecnología aún no se ha dicho la última palabra).

Pero también tenemos que las capacidades visuales que aporta la computadora y las calculadoras gráficas pueden ser de gran utilidad desde el enfoque de construcción del conocimiento para la reafirmación, elaboración, descubrimiento, redescubrimiento, de propiedades, relaciones, conceptos, etc.; esto es, la máquina como un medio de exploración y de obtención de un amplísimo abanico de posibilidades mediante el cual se accede al conocimiento.

¹⁰ Martínez Cruz, Armando M. “Funciones y graficadores: resultados, experiencias y preguntas”. *Perspectivas en Educación Matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica, 1996.

Software como el de Function Analyzer proporciona entornos en los cuales los alumnos, tanto principiantes como avanzados, pueden ampliar y profundizar su comprensión del concepto de una función a través de exploración y manipulación de expresiones gráficas".¹¹ De forma similar trabajan el Derive, y el Graphmática, (este último trabaja desde Windows). El Geometric Supposer ayuda al estudiante a definir construcciones geométricas sobre objetos dados (sobre una forma primitiva realizar paralelas, perpendiculares, bisectrices, etc.). En el mismo sentido tenemos el Cabri-Geometre. O bien el Green Globbs que ofrece un ambiente de juego donde el estudiante trata de predecir el comportamiento de la gráfica a partir de identificar los puntos (globos) por donde pasa,¹² los anteriores son unos cuantos ejemplos que se multiplican en el mercado y que muestran las posibilidades de este tipo de material.

Tenemos entonces que el desarrollo de la ciencia y la tecnología generan un constante aumento en el volumen del conocimiento y la información, que no pueden ser abordados con las prácticas escolares tradicionales so pena de quedarse a la zaga y dejar a las nuevas generaciones sin respuesta a los requerimientos que el mundo les plantee: la escuela debe preparar no sólo para el presente sino para el futuro. En vista de anterior han surgido tendencias educativas acerca de poner más atención a la profundidad del estudio que a la amplitud del mismo, con el fin de que se vayan propiciando estructuras de pensamiento más duraderas que el conocimiento mismo; vinculado a ello, la implementación de métodos y prácticas acordes a estos nuevos objetivos, y la utilización de recursos tecnológicos como elementos potenciadores del aprendizaje.

¹¹ Scott, Patrick B. Las computadoras y la enseñanza de las matemáticas. Educación Matemática. Vol . 2 No. 1 1990

¹² Santos Trigo, Luz Manuel. Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. México. Grupo Editorial Iberoamerica 1997 pp.94-97.

II.- Propuesta Didáctica.

II. 1. Fundamentación teórica

La enseñanza de las Matemáticas en el nivel medio superior, puede valerse de la computadora para contribuir al desarrollo de nociones espaciales y para alentar habilidades heurísticas, ayudar a la formación de conceptos, y a la práctica del análisis y la generalización como resultado de las actividades para el alumno que, de acuerdo con un sistema de tareas, son organizadas y diseñadas por el maestro en aras de usar la computadora o calculadora gráfica. Como éstas permiten la graficación simultánea de más de una función facilitan la labor de comparación, búsqueda de regularidades, analogías y diferencias para luego llegar a la determinación de características y generalización de resultados.

Por ejemplo, si antes lo interesante era, la elaboración de una gráfica, ahora lo importante será reconocer las características de la curva a partir de su ecuación; o a la inversa, interpretar bien la información que proporciona la gráfica de una función; o a partir de analogías y generalizaciones poder predecir el comportamiento de una función; o ver los cambios que se producen en la gráfica al reasignar parámetros, etc. Ejemplos como los anteriores o bien actividades que antes estaban limitadas por obstáculos naturales (trabajo con decimales, o construcciones geométricas muy elaboradas) ahora son realizables mediante una operación dinámica con los “objetos” por parte del estudiante.

Ciertamente actividades de aprendizaje por descubrimiento en la misma dirección que las descritas pueden intentarse con los recursos tradicionales, sin embargo, al liberarnos de una serie de tareas rutinarias, laboriosas e incluso imprecisas. (por ejemplo en este caso, la tabulación y ubicación de puntos) la

calculadora gráfica y la computadora nos permiten canalizar esfuerzos y optimizar tiempo, ganando además en precisión.

Si se usa la calculadora gráfica y la computadora en la clase de matemáticas, ésta adquiere un carácter más experimental, más de laboratorio, donde la exploración juega un papel importante brindando al estudiante caminos, ejemplos, características insospechadas, que pueden convertirse en foco de interés y motivación en su estudio. Además la manipulación de un medio electrónico le resulta más atractiva al estudiante por hacerlo sentirse parte importante de una de las más novedosas manifestaciones del momento en que vive.

Tomando en cuenta la idea de que los estudiantes fueran accediendo al conocimiento no en la forma de asimilar la elaboración hecha por otra persona (maestro, libro, etc.) sino como una construcción propia, producto de una actividad del estudiante (con la esperanza de que de este modo se convirtiera en un conocimiento duradero), así como también el reconocimiento de la importancia del trabajo cooperativo, entre iguales, se elaboró un **sistema de tareas** para Matemáticas III, Módulo 5, Nivel Medio Superior de la U.A.N.L., que cubre todo el curso, pero de la cual se presenta a continuación sólo la parte relativa al uso de calculadora gráfica y computadora.

II. 2.- Implementación.

Para investigar los efectos de la utilización de computadoras y calculadoras gráficas en la enseñanza de la Matemática, se llevó a cabo una primera experiencia donde participaron 32 estudiantes de un grupo de 3er. Semestre, Módulo 5, Preparatoria 8 U.A.N.L.

El contenido del curso está referido al estudio de Funciones. El uso de calculadora gráfica y computadoras fue dentro del horario y calendario regular de clases, programándose sólo una frecuencia de 1 hora clase por semana, quedando distribuidas de la sig. manera: unidad 2 (calculadora), Unidad 3 (calculadora), Unidad 4 (computadora), Unidad 5 (computadora), Unidad 6 (computadora).

Con dicha experiencia se buscó observar la respuesta de los estudiantes al uso de tecnología en su aprendizaje en lo que se refiere a) al aspecto de construcción de conceptos mediante actividades orientadas al descubrimiento dirigido y b) su actitud de valoración de la materia, la cual regularmente se expresa negativamente en torno a nuestra asignatura. Asimismo, pretendíamos ver cómo el estar en contacto con el uso de estos medios influía en su actitud personal: iniciativa, confianza, responsabilidad.

Como material didáctico se elaboró – para cada sesión- una guía para realizar actividades con el uso de la calculadora gráfica (TI 92) o con la computadora (programa Derive). El fin era que el estudiante llegara por sí mismo –mediante un trabajo dirigido- al descubrimiento de algunas características o propiedades de las funciones, para luego, en un trabajo conjunto, formalizar los resultados. En los anexos (1 al 8) se muestran las hojas de trabajo que los alumnos tenían que contestar.

Hemos de hacer notar que las limitaciones de recursos materiales fueron notables: contamos solamente con una calculadora gráfica TI92 para el uso de todo el grupo en la primera sesión y con dos calculadoras gráficas para la segunda sesión; para la actividad con computadora se tuvo una máquina por cada dos o tres alumnos. En ambos casos el trabajo de los estudiantes tuvo que realizarse por equipos. En las sesiones de trabajo con calculadoras gráficas las

actividades fueron resueltas rotándose las calculadoras y resolviendo “a mano”, por turnos, esto es, mientras un equipo graficaba con la calculadora, el resto lo hacía de la manera tradicional. Debido a las limitaciones de equipo el ritmo de trabajo no fue el que se esperaría cuando se usa este tipo de tecnología.

Pasemos a describir en qué consistió esta primera experiencia:

El programa del curso contempla el estudio de Funciones, estructurándose de la siguiente manera:

Capítulo 1: Funciones y Relaciones. Este capítulo es una introducción y visión general del tema donde el estudiante tiene que realizar todo el trabajo operatorio tradicional: despejes, tabulaciones, gráficas en el plano, determinación de dominio y rango; por esta razón no se pensó en implementar aquí el uso de calculadora, ya que se trata de que el alumno sepa realizar por sí mismo lo que luego hará con el auxilio de la calculadora o computadora.

Capítulo 2. Funciones Lineales (uso de calculadora. Una sesión de clase.
Anexos 1 y 2)

Capítulo 3. Sistemas de Ecuaciones Lineales (Uso de calculadora. Una sesión de clase. Anexo 3)

Capítulo 4. Función Cuadrática (uso de computadora. Sesión de 50 minutos. Anexos 4 y 5)

Capítulo 5. Funciones Exponenciales y Logarítmicas (uso de computadora. Sesión de 50 minutos. Anexo 6)

Capítulo 6. Funciones Algebraicas Racionales e Irracionales. (uso de computadora. Sesión de 90 minutos. Anexo 7)

Cuando el estudiante llega al presente nivel de Matemáticas ha estudiado en el nivel previo el tema de Geometría Analítica (junto con el de Geometría Plana y Trigonometría). Con base a lo anterior, se da por supuesto que conoce las diferentes formas de escritura de la ecuación de la línea recta, y los elementos involucrados en ella. Por la razón que sea, se detecta una insuficiencia en el manejo del tema; se decide entonces, para no asumir el maestro la responsabilidad de recuperar los conocimientos que el estudiante debía poseer, a elaborar una guía ordenada de actividades a resolver por el alumno para que éste, mediante un trabajo dirigido, fuera detectando descubriendo o redescubriendo, o simplemente recuperando de la memoria, los conceptos centrales del tema en cuestión, a saber: pendiente, intersección con eje Y, intersección con eje X, etc.

La tarea guiada que se diseñó (ver Anexos 1 y 2) consistía en preguntas acerca de una serie de gráficas realizadas con la ayuda de la calculadora; el estudiante debía realizar todas las gráficas, sin borrarlas, con el fin de poderlas comparar y posibilitar la detección de regularidades, a saber:

- 1) la relación entre el grado de inclinación de la recta con el coeficiente de la x *
- 2) de qué depende que la inclinación de la recta sea ascendente hacia la derecha (“inclinada hacia la derecha”, según palabras de los alumnos)
- 3) identificación de si una recta pasaba o no por el origen
- 4) el significado gráfico del término independiente *

(* Las funciones estaban escritas en la forma $y = mx + b$)

En general, se pretendía que los estudiantes pudieran interpretar la información encerrada en la ecuación de una función lineal, después de una tarea de observación, reflexión, planteo de hipótesis y discusión de resultados.

La sesión se inició con una explicación en el pizarrón acerca del uso de la calculadora TI92 en lo que se refiere a gráfica de funciones. Se dejaron anotadas las instrucciones para el equipo que las requiriera. Aquí es necesario señalar que aún con las instrucciones, la mayoría tuvo que pedir asesoría a otro compañero o al maestro, y hubo que repetir varias veces la instrucción en la máquina, lo que evidenció que nunca antes habían manejado una calculadora gráfica.

Se destinó un cierto tiempo para la ejecución de las gráficas (obviamente el equipo que usaba la calculadora terminaba de inmediato y podía dedicarse al trabajo de observación y análisis de las gráficas). De este modo, la calculadora circulaba entre los equipos pudiendo todos hacer uso de ella al menos una vez durante la sesión.

Una vez que se tenían las gráficas hechas y se había procedido por equipos a la respuesta a las preguntas, se hizo una puesta en común donde se pidió a los equipos que compartieran sus resultados pasando al frente; si un equipo estaba en desacuerdo con algún resultado pasaba a presentar su argumentación; de este modo se logró que todos tomaran parte de una discusión enriquecedora.

Para finalizar, se consensaron las respuestas y fueron siendo, en caso necesario, ordenadas o clarificadas por el maestro. Se anotaron en el pizarrón los resultados de esta actividad y los estudiantes tomaron nota de ellos.

Es importante señalar que aunque se trató de que todos los equipos trabajaran con la calculadora, el tiempo que cada equipo la usó fue mínimo: mucho menos de 10 minutos, lo cual no logró una compenetración del estudiante con el funcionamiento de la calculadora y la siguiente vez que hubo de utilizarla todavía carecía de fluidez para su manipulación. Mencionamos lo anterior por que es importante que quede claro que el estudiante tuvo contacto con la calculadora gráfica alrededor de 15 minutos en un universo de tiempo total de 8 semanas de clases de 100 minutos cada una.

Para la segunda sesión de trabajo con ayuda de calculadora gráfica se siguió un formato (ver Anexo 3) y una dinámica similar al caso descrito arriba, sólo que las pretensiones ahora eran que los estudiantes

- a) detectaran de qué depende que dos o más rectas sean paralelas
- b) relacionaran la gráfica de un sistema de ecuaciones lineales con la existencia o no de solución, y si esta es o no única.

Para la Unidad 4, se optó por asistir a la sala de cómputo de la preparatoria y trabajar con el programa Derive. Como debíamos ajustarnos al horario disponible de dicha sala, sólo se pudo permanecer la mitad del tiempo que dura nuestra clase normalmente, esto es, la actividad tuvo duración de 50 minutos. Como los estudiantes ya habían manejado en dos sesiones anteriores la TI92, que posee el programa Derive, la forma de escribir las funciones no les era tan ajeno; sin embargo, nuevamente se inicia la sesión dando instrucciones generales para el manejo el programa.

En esta ocasión las hojas de trabajo (ver Anexos 4 y 5), con ejercicios y preguntas acerca de características de las gráficas, detectadas mediante la comparación y análisis de ellas, fué parcialmente contestada en la misma sala de computación. Al terminarse el tiempo estipulado se retomó al salón de clases

donde tuvo lugar la puesta en común con las características que se señaló para la primera y la segunda sesión. Con este trabajo dirigido se encauzó a los estudiantes a que:

- a) identificaran la gráfica de una función cuadrática
- b) encontraran la causa de que la gráfica se abriera hacia arriba o hacia abajo.
- c) Determinaran si la gráfica tenía vértice en el origen o no
- d) Identificaran si la gráfica pasa por el origen
- e) Encontraran el significado gráfico del término independiente.

Al llevar a cabo la presente actividad hubo un poco de desperdicio de tiempo producto tanto de la movilización física de los estudiantes de un lugar a otro de la escuela como del tiempo requerido para la explicación sobre el funcionamiento del programa (especialmente por que éste no funcionaba de manera óptima en algunas máquinas). Este dato del tiempo es importante ya que con el sistema actual éste es siempre un elemento a considerar.

Hay que señalar que para trabajo de los tres temas anteriores, el estudiante ya tenía ciertos conocimientos previos, por haber estudiado en cursos anteriores ciertos temas relacionados con ellos, por lo tanto lo referente a la forma de las gráficas no les era del todo desconocido: Sin embargo, esta situación se trató de compensar con el hecho de que la actividad con calculadora (o computadora) fué la primera del capítulo intentando de ese modo que el estudiante accediera al tema con el menor número de nociones previas y así, “descubriera” sin estar contaminado por información. Para el caso de funciones exponenciales y logarítmicas, el estudiante efectivamente desconocía la forma de las gráficas.

Así pues, para la siguiente sesión asistimos a la sala de computación para iniciar el estudio de Funciones Exponenciales y Logarítmicas. Previamente se

había repasado en el salón de clases el tema de Exponentes y se había dejado de tarea la realización de la tabulación y gráfica (a mano) de una determinada función exponencial. Con dicha tarea se buscaba: a) que el estudiante tuviera una primer acercamiento a la gráfica de una exponencial, b) revisar la correcta aplicación de las propiedades de los exponentes. Se constató la deficiente transferencia del concepto y operatividad del exponente al tratarlo ahora con notación de funciones. Por esta razón, la primera parte de la actividad consistió en realizar en computadora el problema de tarea, a fin de comprobarla. Las instrucciones de manejo del programa ya no fueron necesarias, de ahí que entráramos directamente de lleno a nuestra actividad.

Se distribuyó la hoja de trabajo (ver Anexo 6) la cual consistía en varias preguntas acerca de la tarea que los estudiantes habían realizado a mano. Incluso la mayoría de los que habían efectuado la tarea “sin error” no habían asignado a x valores negativos, por lo que no habían llegado a percibir el comportamiento asintótico de la gráfica; éste fue observado en la pantalla y “verificado” con el uso del zoom. Además de esta característica de la gráfica se pretendía que

- a) asignaran nombre a la función
- b) descubrieran el punto de intersección de la curva con el eje Y
- c) identificaran el comportamiento creciente o decreciente de la función en relación con la base utilizada

Nuevamente la actividad tuvo una duración de 50 minutos y la puesta en común, discusión y toma de notas sobre los resultados se llevó a cabo en el salón de clases como en la ocasión anterior. Es importante mencionar la perturbación que causó el comportamiento asintótico de la curva: algo “normal” siempre que se trabaja con la noción de infinito.

Para nuestra última sesión en la sala de computación se planeó la asistencia un sábado, el último del período escolar, previo al examen final indicativo. Esta fue la única ocasión en que el trabajo de gráficas se realizó primero en el salón de clase (usando pizarrón y/o retroproyector de acetatos, pero con una dinámica similar de preguntas que fueran guiando las ideas centrales del tema y por medio de la participación activa del estudiante) y luego se verificó con la computadora. Esta última sesión tuvo que ser así por dos razones: 1) la premura de tiempo y 2) para que la asistencia a la sala de cómputo les fuera doblemente útil a los estudiantes y resolvieran una tarea final (Anexo 8) en la que se les pedía una gráfica con Derive donde se incluyeran todos los conceptos del curso.

Esta vez la graficación con la computadora pretendía corroborar lo realizado durante las clases (ver Anexo 7), en especial el comportamiento asintótico de la curva en el caso de funciones racionales, y el dominio para las funciones irracionales.

En esta última sesión en la sala de computación, fué notorio el interés de los estudiantes; auxiliando a sus compañeros y quedándose aún después del tiempo planeado. Además, las gráficas realizadas para la tarea final resultaron hechas, en la mayoría de los casos, con un esmero mayor al desarrollado en otro tipo de trabajos.

Como dato interesante deseo mencionar el caso de una estudiante que entregó su trabajo final, por iniciativa propia, en diskette, lo cual no sólo no era condición del curso sino que ni siquiera había sido planteado como sugerencia. Es importante dejar sentado que el nivel socioeconómico de nuestros alumnos varía de clase media a clase media baja; hacemos notar esto ya que nuestros

estudiantes carecen de computadora en su hogar (sólo el 5 % del grupo tenía computadora propia). Por esta razón y por la respuesta de los alumnos se sostiene el convencimiento de la necesidad de otorgar a esos estudiantes un espacio más amplio de acceso a la modernidad y a la cultura actual.

Conclusiones.

La puesta en práctica de la experiencia relatada fue el resultado de un convencimiento personal sobre la necesidad de búsqueda de todos los elementos favorables posibles para efficientar el trabajo docente; se pensó no propiamente como un experimento formal sino como una forma de poner a prueba la posibilidad y pertinencia del uso de este tipo de medios tan presentes en nuestra actualidad.

A partir del conocimiento de diversas experiencias llevadas a cabo en lo referente al uso de tecnología en el aula, y concibiendo el aprendizaje como una transformación cualitativa del individuo, esto es, con el convencimiento de que el enfoque constructivista es el que da mejor respuesta a los problemas del proceso enseñanza aprendizaje, fue que se decidió aplicar formas de participación activa añadiéndoles la aplicación de la tecnología mencionada.

Los resultados son alentadores: efectivamente la presencia de estos medios en el aula dinamizó la ya de por sí forma de trabajo activa de los alumnos brindándoles asimismo satisfacción personal e intelectual, haciéndolos sentir parte de una corriente actual de la educación. Nuevamente señalamos que no sólo fue el uso de estos implementos sino la combinación con técnicas variadas de participación lo que logró potenciar la actividad (y la calidad de ésta) de los alumnos.

Se detectó una serie de ventajas, algunas de las cuales fueron señaladas también por los alumnos cuando se les aplicó una serie de encuestas al respecto y que apuntan a

- 1) incrementa el interés en las clases de nuestra asignatura

- 2) economiza tiempo
- 3) libra de operaciones y trabajos tediosos
- 4) establece una relación entre un medio electrónico y una materia curricular

Otras ventajas:

5) Mejora el empleo del lenguaje matemático en el sentido de que el lenguaje empleado con la máquina debe ser preciso, cualidad que entre humanos a veces se tiende a obviar,

6) El tiempo economizado se puede emplear para enfatizar en aspectos conceptuales

7) Permite conjeturar resultados y luego probar dichas conjeturas o buscar contraejemplos

8) Facilita una representación múltiple de los conceptos (ecuación, tabulación, gráfica)

Otro elemento positivo importante es la no restricción del trabajo a los valores "fáciles": cuando trabajamos a mano, solemos asignar sólo valores cómodos para su manejo: enteros, positivos, etc. Con el uso de las máquinas esta restricción desaparece, por lo que el resultado gana también en precisión. Las computadoras le permiten al alumno manipular las gráficas, le impulsan a tener iniciativa, a ejercer un control sobre su actividad, le inducen a plantearse preguntas; así el estudiante -"para ver qué pasa"- intercambia valores, reasigna parámetros y observa los resultados provocados por estos cambios; esto es, la máquina al servicio del hombre no para darle todas las respuestas sino para plantearle nuevas incógnitas.

Tomando en cuenta que el tiempo destinado al trabajo con utilización de calculadora gráfica o computadora representó menos del 10% del tiempo total del curso y con las limitaciones de equipo que relatamos, consideramos que nuestros resultados fueron altamente satisfactorios.

Consideramos que el trabajo llevado a cabo cumple con las expectativas de crear condiciones favorables que despierten el interés de los estudiantes por nuestra materia, fomentando su participación, la responsabilidad ante su aprendizaje, y en general a desarrollar actitudes de iniciativa e independencia.

Recomendaciones.

El presente trabajo es una primera aproximación a lo que puede ser nuestra práctica docente usando medios tecnológicos. Es claro que dicho esfuerzo puede continuarse, ajustarse y hacerse más sistemático.

El sistema de tareas propuesto debe ser revisado y ampliado. En la presente elaboración dichas tareas fueron enfocadas primordialmente desde el punto de vista de aprendizaje por descubrimiento en elaboración conjunta operando los “objetos” matemáticos mediante una guía; pero muy bien pueden plantearse actividades enfocadas, por ejemplo, al aprendizaje vivencial o la enseñanza problémica mediante el uso de simulaciones; también pueden pedirse construcciones que impliquen más creatividad de parte del estudiante; o plantear situaciones que vinculen nuestra asignatura con otras ramas del conocimiento. En fin, lo cierto es que la limitación más importante con la que podemos toparnos es la que, como docentes, asumamos.

Para llevar a cabo una práctica docente bajo concepciones constructivistas, es necesario que el maestro tenga tiempo y disposición para desarrollar un trabajo de planificación y diseño de materiales que lo ayuden a conseguir su objetivo. Igual podríamos decir para las actividades con computadora o calculadora gráfica; debemos tener mucho cuidado de elaborar actividades que realmente guíen a nuestros alumnos: no se trata de pensar que ellos pueden construir solos y sin ayuda, porque puede llegarse a situaciones no deseables de dispersión, pero también debemos tener cierta flexibilidad que les permita explorar. En este sentido podríamos sugerir:

- a) El maestro muestre previamente el funcionamiento del equipo y el software a dos o tres alumnos con un doble fin: detectar las reacciones

de los jóvenes frente al material y que ellos se conviertan en ayudantes o monitores a la hora de la puesta en práctica. Es recomendable que dichos estudiantes no sean siempre los mismos.

- b) Se prevea tiempo para exploración guiada y tiempo para exploración libre.
- c) No caer en los extremos de pensar que el estudiante tenga que hacerlo todo por medio de estos instrumentos electrónicos; es decir, por ejemplo, que el estudiante ya no sepa cómo graficar “a mano” por el hecho de contar con calculadora gráfica.
- d) Intentar usar diferentes tipos de software

Propondríamos a los cuerpos administrativos de cada escuela que se destine una partida presupuestal especial para la adquisición de cierta cantidad de calculadoras gráficas del tipo TI92 (incluso existe la posibilidad de convenios con empresas) lo cual significaría un costo considerablemente menor al que representaría la compra de equipo computacional, y se habilite un sitio específico que haga las veces de laboratorio de matemáticas donde los estudiantes puedan ir y usar el equipo para hacer tareas, investigar e incluso entretenerse. De este modo se enriquecería el acervo y práctica estudiantil en el manejo de esta tecnología.

Más actividades y posibilidades de aplicación irán saliendo durante el trabajo en esta dirección. Si estamos dispuestos a asumir el reto nuestros alumnos serán los beneficiados.

Bibliografía.

Balderas, Patricia E. Experiencias con el uso de un graficador en la enseñanza del Cálculo en la Escuela Nacional Preparatoria. En Educación Matemática. Vol. 5 No. 3. México, 1993

Martínez Cruz, Armando M. Funciones y Graficadores: resultados, experiencias y preguntas. En Perspectivas en Educación Matemática. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 1996. pp 103-111.

Moreno, Montserrat. La pedagogía operatoria. Ed. Laia. Barcelona. 1983. pp13-30.

Pérez Gómez, Angel y Julián Almaráz. Lecturas de aprendizaje y desarrollo., F. C. E. México. 1980.

Piaget, Jean. Development and Learning. Ed. The Journal of Research Science Teaching. Vol. 2. Issue 3. 1964. pp 176-186.

Riviere, Angel. Las relaciones entre aprendizaje y desarrollo y la zona de desarrollo potencial. En Infancia y Aprendizaje. No.27-28. Madrid. 1984. pp 49-54

Santos Trigo, Luz Manuel. Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 1997. Pp 92-101

Scott, Patrick B. Las computadoras y la enseñanza de las matemáticas. en Educación Matemática. Vol. 2 No. 1. México, 1990

Wenzelburger, Elfriede. Ambientes gráficos en microcomputadoras para la construcción del concepto de función en matemáticas. En Educación Matemática. Vol.5 No. 2 México, 1991.

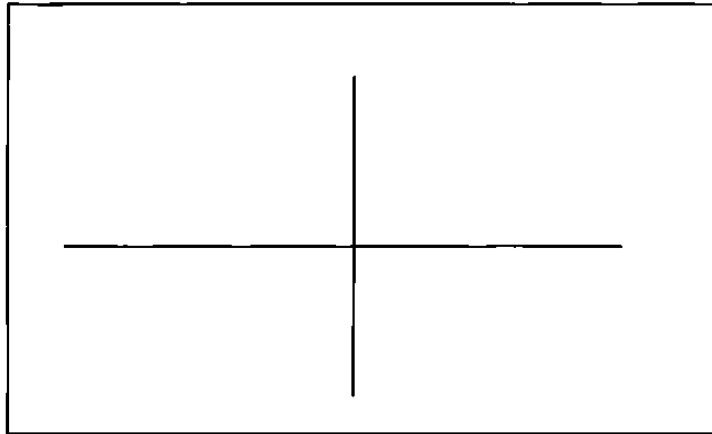
Woolfolk, Anita E. Psicología Educativa. Prentice Hall Hispanoamericana. México.

Varios. Resúmenes de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Michoacán, México. 1997.

Revista Investigación hoy. I. P. N. No. 84. México. 1998

1.- En el sig. cuadro copia la gráfica de las funciones que se indican a continuación, apuntando al lado de cada una su ecuación correspondiente. Asegúrate de hacer las gráficas en el orden indicado.

- 1) $y = f(x) = 5x$
- 2) $y = f(x) = 3x$
- 3) $y = f(x) = 2x$
- 4) $y = f(x) = 0.5x$

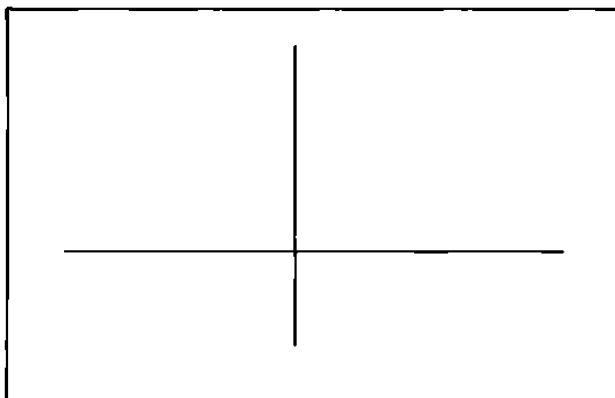


2.- Contesta las siguientes preguntas en base a las gráficas anteriores:

- 1) Si comparas las gráficas, en el orden en que estaban listadas, ¿qué fue sucediendo con cada una respecto a la que le precedía?

- 2) ¿Podrías aventurar alguna explicación que relacione la inclinación de las rectas con sus respectivas ecuaciones? _____

- 3) Grafica en el mismo cuadro anterior la función $y = f(x) = 8x$. ¿Se cumple la suposición que habías formulado en el inciso anterior? _____. (Si no se cumple, entonces: revisa tus procedimientos o cambia tu suposición).
- 4) En el cuadro de abajo copia ahora la gráfica $y = f(x) = -2x$. ¿Tu gráfica tiene algo diferente a las que habías hecho en el cuadro anterior? _____. Puedes aventurar una explicación de por qué pasa esto?



- 5) Grafica $y = f(x) = -3x$ y verifica si la suposición que habías hecho era cierta o no.

A.- En base a tus gráficas de tu hoja anterior, ¿por cuál punto pasan todas las gráficas? _____ Por lo tanto, el punto (,) pertenece a cada función.

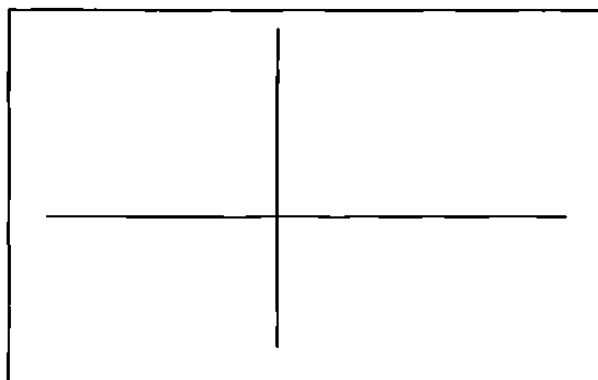
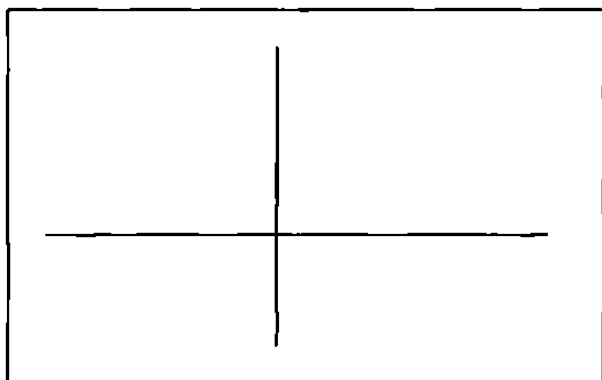
B.- En los cuadros de abajo grafica las funciones que se indican

1) $y = f(x) = 5x + 2$

2) $y = f(x) = 5x$

1) $y = f(x) = -3x - 4$

2) $y = f(x) = -3x + 1$



c) ¿Cómo salieron las gráficas de las funciones en cada uno de los cuadros? _____ ¿Qué conclusiones podrías obtener de los casos anteriores? _____

d) se cumple en estos ejemplos las suposiciones que habías hecho en la anterior hoja de trabajo? _____

e) Las gráficas de los cuadros de arriba, pasan todos por un mismo punto (como sucedía con los ejemplos de la hoja de trabajo 1)? _____. Por que crees que suceda esto? _____

f) ¿que significado tiene el término independiente en la gráfica? _____

En resumen, sin graficar, Podrías decir algo acerca de

g) cómo debe ser la gráfica de la función $y = f(x) = -4x + 5$?

h) cómo debe ser la gráfica de las funciones $y = f(x) = 4x + 2$; $y = f(x) = 4x + 1$?

i) cómo debe ser la gráfica de las funciones $y = f(x) = -3x + 2$; $y = f(x) = x + 2$?

I.- Resuelve en tu cuaderno el sistema $2x - 3y = 2$
 $4x + 3y = 22$

- a).- Anota la solución $x =$ $y =$ es decir (,)
- b).- Grafica el sistema con la calculadora
- c).- Escribe los valores x y y del punto de intersección (,)
- d).- ¿qué relación existe entre la respuesta de a) y la respuesta de c)? _____

II.- Resuelve en tu cuaderno el sistema $5x + 4y = 9$
 $x + y = 2$

- a).- Anota la solución $x =$ $y =$ es decir (,)
- b).- Grafica el sistema con la calculadora
- c).- Escribe los valores x y y del punto de intersección (,)
- d).- ¿qué relación existe entre la respuesta de a) y la respuesta de c)? _____

III.- Resuelve en tu cuaderno el sistema $8x - y = 9$
 $8x - y = 4$

- a).- Anota la solución $x =$ $y =$ es decir (,)
- b).- Grafica el sistema con la calculadora
- c).- ¿se intersectan las rectas?
- d).- ¿de qué manera podrías explicar lo que sucede en este caso?

IV.- Resuelve en tu cuaderno el sistema $2x - 3y = 7$
 $4x - 6y = 14$

- a) ¿Tenemos el mismo caso que en el problema III ?
- b) Grafica el sistema con la calculadora
- c) ¿Podrías explicar lo que sucede?

ANEXO 4

HOJA DE TRABAJO (uso de computadoras con programa Derive)

I.- Realiza las graficas de las sig. funciones en el orden en que están escritas. No borres ninguna gráfica de la pantalla. Asegúrate de recordar a qué función corresponde cada gráfica para que contestes las preguntas que se te plantean.

1) $y = \frac{1}{2}x^2$

2) $y = x^2$

3) $y = 2x^2$

4) $y = 3x^2$

PREGUNTAS:

- A) ¿Cuál es el nombre de las gráficas?
- B) ¿Qué ha pasado con cada gráfica con respecto a la anterior?
- C) ¿A qué supones tú que se deba el hecho de que algunas curvas estén más abiertas o más cerradas?
- D) ¿Cómo crees que saldrá la gráfica de la función $y = 4x^2$?
- E) Grafica esta última función con la calculadora y verifica si tu suposición era cierta o no

II.- Haz la gráfica de las funciones

1) $y = -x^2$

2) $y = -2x^2$

PREGUNTAS:

- a) ¿qué diferencia hay entre estas 2 gráficas y las anteriores?
- b) ¿a qué atribuyes esa diferencia?

CONCLUSIONES DE ESTA HOJA:

A) En las gráficas de la hoja anterior, ¿hay un punto del plano por el que pasan todas las gráficas? ¿cuál es? _____

El punto de la parábola que en los casos anteriores pasa por el origen recibe el nombre de _____

B) Haz las gráficas de las siguientes funciones

1) $y = x^2 + 3$

2) $y = x^2$

3) $y = x^2 - 4$

C) Escribe las coordenadas del vértice de cada una de las gráficas anteriores:

1)

2)

3)

D) ¿Puedes suponer en qué punto del plano estará el vértice de la parábola $y = x^2 + 1$?

Verifica tu suposición graficando en la computadora

E) Haz las gráficas de las funciones

1) $y = x^2 - x + 5$

2) $y = 2x^2 + 6x + 4$

2) $y = -x^2 + 3x + 1$

F) Observa el punto donde cada gráfica interseca al eje y. ¿Encuentras alguna relación entre este punto y la ecuación de la función?

G) ¿Podrías predecir en qué punto va a intersectar al eje y la función $Y = 2x^2 - 2x - 3$. Verifícalo con la computadora.

1.- Grafica en la computadora $y = 4^x$.

Como este problema ya lo habías hecho de tarea, compáralo con ella.) Asegúrate de haberle asignado, en tu tarea, valores negativos a la x).

¿Cuál es la razón por la cual conforme la x avanza hacia la izquierda la gráfica va aproximándose al eje horizontal?

¿Llegará a tocar la curva el eje x ? Posiciónate en un punto de la curva tan a la izquierda como quieras, aplica el Zoom cuantas veces sea necesario y observa si la grafica toca al eje x . Repite esto las veces que tú quieras.

Nota: Cuida de no borrar las gráficas que vayas efectuando

2.- Haz las gráficas de las funciones

a) $y = 2^x$

b) $y = 1.5^x$

c) $y = 3^x$

¿Que nombre reciben las funciones anteriores?

Señala las características de las funciones que tienes graficadas

- 1.- Forma de la curva
- 2.- Intersección con el eje X
- 3.- Intersección con el eje Y

Si ahora graficas $y = 0.5^x$ ¿Qué cambio se produce?

- 1.- Forma de la curva
- 2.- Intersección con el eje X
- 3.- Intersección con el eje Y

| |
|---------------|
| CONCLUSIONES: |
|---------------|

En esta ocasión, se trata de que realices en computadora las gráficas de funciones racionales que se han trabajado "a mano", especialmente los problemas que quedaron de tarea. Observa la localización de las asíntotas y otras discontinuidades. Si lo necesitas, utiliza el Zoom In o el Zoom Out

$$1.- y = f(x) = \frac{3x+3}{x^3+1}$$

$$2.- y = f(x) = \frac{5}{x^2-2x-8}$$

$$3.- y = f(x) = \frac{x-3}{x^2-2x-3}$$

$$4.- y = f(x) = \frac{3x}{x+5}$$

$$5.- y = f(x) = \frac{6}{x^2+1}$$

$$6.- y = f(x) = \frac{2x-5}{x}$$

$$7.- y = f(x) = \frac{2}{6-x}$$

$$8.- y = f(x) = \frac{x}{x+1}$$

ANEXO 8

c) TAREA FINAL DEL CURSO (uso de computadora con programa Derive)

En base a lo estudiado en los capítulos 5 y 6, combinando características de las funciones estudiadas en esos temas, llegar al

1.-Planteamiento de la ecuación de una relación (diferente a las resueltas en el libro o en clase).

2.- Gráfica de dicha relación mediante el uso de la computadora.

3.- Aplicando los conocimientos obtenidos durante el curso, analizar el comportamiento de la gráfica en lo que se refiere a

- Verificar si es o no función

- Determinar el Dominio y el Rango

- Encontrar los valores de la(s) intersección(es) con el eje Y

- Encontrar los valores de la(s) intersección(es) con el eje X

- Determinar las ecuaciones de las asíntotas (si las hay)

- Determinar puntos de discontinuidad (si los hay)

- Dado un valor y determinado, determinar la x correspondiente (si la hay).

