

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO MATEMATICAS**



**PROPUESTA DIDACTICA  
ESTRATEGIAS PARA EL DESARROLLO DE LA  
HABILIDAD DE REPRESENTACION GRAFICA**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS  
CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN  
MATEMATICAS.**

**PRESENTA  
MARCO ANTONIO LERMA HERNANDEZ**

**CD. UNIVERSITARIA                      FEBRERO DE 1999  
SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.**



TM

Z7125

FFL

1999

L47

© 1999

6681

©

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

©

1999

©

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

©

1999

©

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

©

1999

©

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

©

1999

©

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

©

1999

©

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

©

1999

©

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

©

1999

©

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

©

1999

©

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W

W



1020125492

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO MATEMATICAS



PROPIUESTA DIDACTICA  
DE ESTRATEGIAS PARA EL DESARROLLO DE LA  
HABILIDAD DE REPRESENTACION GRAFICA

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS  
CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN  
MATEMATICAS.

PRESENTA  
MARCO ANTONIO LERMA HERNANDEZ

CED. UNIVERSITARIA

FEBRERO DE 1999

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

## ***AGRADECIMIENTOS.***

A mi familia por su infinita paciencia y las largas horas de ausencia en mi hogar y especialmente a mi trebol de la suerte Marco, Alec y Karla

A mis companeros y amgos de la Preparatoria Técnica Médica quienes con su apoyo constante me brindaron siempre un comentario acertado Y especialmente al personal admin strativo

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**



**Estrategias para el desarrollo de la Habilidad de Representación Gráfica.**

**Propuesta didáctica que presenta Marco Antonio Lerma Hernández, como requisito final para la obtención del grado de: Maestría en la Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas.**

**El presente trabajo surge de las experiencias y conocimientos adquiridos durante las actividades desarrolladas durante los diversos cursos que integran el plan de estudios de la Maestría, ha sido revisado y autorizado por:**

---

**Dra. Rosa Alicia Vázquez Cedeño**

---

**M.C. Roberto Nuñez Malherbe**

---

**M.C. María del Refugio Garrido Flores**

## INDICE

	Pág.
Resumen	1
Introducción	2
Antecedentes	7
Capítulo 1 Marco Teórico	12
1.1. Identificación	13
1.2. Comparación	14
1.3. Clasificación	16
1.4. Simulación	18
1.5. Conclusiones	19
Capítulo 2 Metodología	20
2.1 Representación en una dimensión	21
2.1.1. Representaciones Lineales	23
2.1.1.1. Enunciados con inversión de datos	23
2.1.1.2. Representaciones con enunciados indeterminados	25
2.1.1.3. Representaciones Lineales por invención	27
2.2. Representación en dos dimensiones	30
2.2.1. Tablas de valores numéricos	31
2.2.2. Tablas de valores numéricos con ceros	33
2.2.3. Tablas lógicas	37
2.3. Conclusiones	38
2.4. Recomendaciones	39
Bibliografía	42

## **RESUMEN.**

De los problemas que mas comúnmente se presentan en el aula, hay uno en el que podemos reparar con facilidad ya que, los alumnos que cursan la asignatura de Matematicas III lo enfrentan a diario y es la dificultad para la representación gráfica. Ha visto que el poco desarrollo de dicha habilidad se debe a que las habilidades del pensamiento lógico en que se sustenta aun no han sido adquiridas debido al tratamiento reproductivo que se da en los cursos anteriores. Es aquí donde se hace necesaria la búsqueda de estrategias que permitan sentar las bases del desarrollo de la habilidad de representación gráfica que es el centro de la propuesta de este trabajo.



## INTRODUCCION

En nuestra experiencia en el salón de clases se ha observado que durante los cursos de Matemáticas I Modulo I y Matemáticas II Modulo III no se presta la suficiente importancia al desarrollo de la habilidad de representación gráfica la cual a su vez necesita del apoyo de otras habilidades para el buen desarrollo de la actividad, por lo que los alumnos requieren de las habilidades del pensamiento lógico, mismas que permitan a su vez adquirir la habilidad de representación gráfica.

En el primer curso se presta poca importancia a la formación y desarrollo en las habilidades de identificación, clasificación, comparación, y simulación, ya que este curso se centra en la resolución de ecuaciones lineales. Ya en el segundo curso cuyo contenido principalmente está formado por Geometría Plana, Trigonometría, y Geometría Analítica la utilización de figuras es con el único fin de demostrar los teoremas concernientes por lo que vuelve a aparecer la falta de habilidades que apoyan el desarrollo de la representación gráfica. Es en el tercer curso de matemáticas en donde el alumno se encuentra por vez primera frente a la necesidad de utilizar la habilidad de representación gráfica como medio de entender de manera integral el comportamiento de las diferentes funciones y es, precisamente, en este tercer curso donde se detectan las dificultades que presentan los alumnos para la adquisición de la habilidad de representación.

Muchos son los filósofos que han sostenido que las nociones matemáticas como todos los demás conceptos, nos han sido suministrados por la experiencia (Fingermann 1977) Esta doctrina es llamada empirismo matemático. En ella la experiencia es quien nos proporciona gran número de representaciones de objetos tales como árboles, casas, autos y caballos, que se diferencian entre sí por obvias cualidades: peso, volumen, altura, etc., y si solo nos apoyamos en la cantidad con facilidad llegaremos a la idea de número. La observación del corte de un tronco, el

soló la luna nos habría sugerido la idea de círculo y circunferencia, la observación de hilos muy finos nos habría sugerido también la idea de línea. Pero a esta doctrina se ha objetado que el matemático cuando hace sus raciocinios, trabaja con números y figuras cuyos modelos no encontramos en la naturaleza. Además, los conceptos que emplea el matemático adolecen de los caracteres que encontramos en los objetos sensibles. En efecto, el "punto" no tiene dimensión, la "línea" se concibe como una longitud pura sin espesor ni anchura. La "circunferencia", el "cilindro" y la "esfera" son figuras perfectas que no encontramos en la naturaleza (Fingermann, 1977).

Por su parte la doctrina racionalista situada frente a la anterior nos habla de un idealismo matemático según el cual estas nociones son obra del pensamiento puro, conceptos extraídos solo de la mente, sin intervención de la experiencia, denotando de esta manera una postura claramente Platonista.

De cualquier manera los extremos planteados por el empirismo y el racionalismo no darán una idea clara del origen real de las nociones matemáticas, debe considerarse más bien, que estas son producto de la actividad mental, pero sugeridas por la actividad práctica en el desarrollo histórico social del hombre, cualquiera que sea el origen de la noción matemática de la representación de figuras; todas ellas resultan ser engendradas por puntos, líneas, superficies y las condiciones, de producción de esas representaciones son "la ley" que rige esa figura. Por lo tanto la representación gráfica o figura que va aparejada a cada noción matemática tiene un origen empírico y sus primeras definiciones y axiomas son resultado del libre tránsito entre la observación y la experiencia.

Durante el devenir de la historia el hombre siempre ha buscado la forma de hacerse una imagen mental de lo que representaría una situación o problema que a su vez es una de las cualidades fundamentales que lo diferencian del resto de los

animales, es por ello muy importante que el alumno de preparatoria aprenda a fortalecer aquellos aspectos que conduzcan a apoyar la representación gráfica

El contexto en donde se encuadra la necesidad de apoyo de dichas habilidades se encuentran en las preparatorias de la U A N L especialmente en la preparatoria Técnica Médica cuyos alumnos oscilan en su edad entre los quince y dieciocho años aproximadamente y cuya área de estudio los ubica en una carrera terminal. Por lo que el perfil de los egresados requiere de todas las habilidades para encontrar un sitio en el mercado de trabajo. Es en esta preparatoria donde se ha detectado que existe falta de desarrollo de la habilidad de representación, misma que se presenta en forma más clara durante el curso de Matemáticas III ya que, su esencia se centra en el concepto de función y para poder entenderlo el alumno debe poder concretar claramente las relaciones existentes entre cada tipo de función y su forma de representación gráfica. Si prestamos atención a que en los cursos precedentes de Matemáticas I y II se concede poca atención a formar en el alumno las habilidades de identificación, clasificación, simulación y comparación, ya que, la resolución de ecuaciones de primer grado se lleva la mayor parte del tiempo, además que en los cursos de Geometría Plana y Trigonometría "las figuras" solo se usan para la demostración de teoremas, caemos pronto en la cuenta que las bases que sustentan la habilidad de representación son poco firmes y estas que se encuentran en el pensamiento lógico no se desarrollan por el tratamiento reproductivo que en general se da al material.

De la misma manera en que un Geólogo, un Biólogo o un Astrónomo solo pueden descubrir lo ya existente, puesto que no pueden inventar lo ya existente, así mismo, el alumno apoyado en otras habilidades puede descubrir para sí que formas gráficas se asocian y caracterizan a cada función

Siendo el concepto de función una idea que abarca grandes áreas de las Matemáticas, es necesario que el alumno aprenda a relacionar las figuras que la representan con su expresión en el medio donde habita encontrando dichas figuras en objetos tales como puentes, edificios, muebles, etc. (ver anexo 1). Debido a que en el presente los programas del curso de Matemáticas no hacen el debido énfasis en esta relación es común que en juntas, seminarios o simposiums de la materia los educadores manifiesten que los alumnos presentan serias dificultades en el desempeño de la asignatura. Esta dificultad generalmente va asociada al poco desarrollo o carencia en su caso de habilidades para procesar información, ya sea, en forma verbal, escrita o por medio de imágenes. Lo que acarrea que el almacenamiento y posterior uso de esa información sean inadecuados para lograr el conocimiento.

Siendo uno de los objetivos de la educación del nivel medio superior en la UANL, el formar en el estudiante una actitud crítica consciente, que lo lleve progresivamente a conocer más. Para desarrollar en mayor grado sus capacidades y comprender sus limitaciones buscando de esta manera que permanezca en el camino de la superación constante.

De lo anterior se desprende con facilidad que el desarrollo de habilidades que permitan la adquisición de la representación gráfica en el alumno es de primordial importancia, puesto que los conceptos concernientes al curso de funciones exigen que el alumno domine dicha habilidad.

Es en esta urgencia por adquirir la habilidad de representación para la solución de problemas que, se hace, necesario implementar las estrategias que coadyuven a la apropiación de la habilidad de representación para subsanar el hueco dejado en el curso en cuestión.

Lo anterior nos lleva a plantearnos el siguiente problema de **"El poco desarrollo de la habilidad de representación gráfica en los alumnos del curso de Matemáticas III Modulo V en el nivel medio superior de la U.A.N.L."** cuyo objeto se encuentra en el proceso Enseñanza-Aprendizaje de la asignatura.

Siendo el campo de acción del siguiente trabajo **las habilidades de identificación, comparación, clasificación y simulación**; queda establecido que el objetivo será por tanto **"El contribuir a desarrollar la habilidad de representación gráfica en los alumnos del tercer curso de Matemáticas en las preparatorias de la U.A.N.L."**

Por lo que para tratar de dar solución al problema científico planteado anteriormente se presenta la siguiente hipótesis **"Si se implementa una estrategia orientada al desarrollo de determinadas habilidades del pensamiento lógico como la comparación, identificación, clasificación y simulación, que induzcan al alumno a relacionar los conceptos con su correspondiente representación" entonces probablemente se podrá contribuir a desarrollar la habilidad de representación gráfica**". Cuyos objetivos específicos serán desarrollar las habilidades antes mencionadas.

En los métodos para el presente trabajo se seleccionaron los de análisis y síntesis, ya que ellos posibilitan la interpretación conceptual de la información recabada en la bibliografía de consulta



## **ANTECEDENTES.**

Al revisar el material didáctico de las asignaturas de Matemáticas I Modulo I y Matemáticas II Modulo III de las preparatorias de la U A N L , en especial, los textos oficiales, observamos que los objetivos planteados que no contribuyen con él suficiente peso a la habilidad de representación grafica. Revisemos detenidamente los objetivos que se proponen capitulo a capitulo

Libro Matemáticas I, Modulo I

Capitulo N°1 - Aprender las operaciones básicas con polinomios y simplificar expresiones algebraicas

Capitulo N°2. - Aprender a factorizar polinomios y resolver ecuaciones cuadraticas por factorización

Capitulo N°3 - Aprender las operaciones básicas con expresiones algebraicas, evaluar para valores dados de la variable y resolver ecuaciones fraccionarias

Capitulo N°4 - Resolver ecuaciones que contienen expresiones en uno o en ambos miembros

Capitulo N°5. - Evaluar ecuaciones con dos variables y resolver ecuaciones lineales con dos o más variables

5 3 Gráfica de ecuaciones que contienen dos variables

5 4 Encontrando la intersección de dos gráficas.

Capitulo N°6 - Aprender a resolver ecuaciones cuadraticas

Capitulo N°7. - Evaluar expresiones con radicales y resolver ecuaciones que los contengan.

Obsérvese que en él capitulo N°5 se mencionan en forma particular dos puntos el 5.3 y el 5 4 en los que solo se menciona sobre la gráfica sin hacer hincapié en el comportamiento de la misma para una mayor comprensión del problema,

además en estos puntos se va más a encontrar el conjunto solución, pero posteriormente dice "objetivo - dadas dos ecuaciones lineales con dos variables graficar con exactitud suficiente para leer las coordenadas del punto de intersección con una tolerancia de  $\pm 0.1$  siendo francos este objetivo solo se cumplirá en forma parcial ya que los ejercicios precedentes se limitan a concretar en el alumno la reproducción de la figura sin esperar más de ella. Puesto que la forma de abordar un problema para llegar a su solución, guarda en sí misma el método de resolverlo, se hace necesario enfocar nuestra forma de pensar en nuevas alternativas que se alejen de la forma clásica del pensamiento." La mayor parte de la gente solo conoce una forma de utilizar la mente y esta es la forma vertical que incluye el pensamiento lógico" (E. De Bono, 1986)

Como se menciona con anterioridad hay una serie de habilidades que al ser aprendidas pueden ayudar en gran medida a la adquisición de la habilidad de representación, la misma que, permite el planteamiento y solución posterior de un problema

"Como esta es en último caso la finalidad en los cursos de Matemáticas, la posibilidad de resolver problemas depende también de que la persona identifique familias de problemas que puedan resolverse mediante la aplicación de ciertas estrategias, y en la práctica aplicar o adaptar dichas estrategias cuando el problema no comparte todas las características" (M.A. Sánchez, 1995) y en la misma obra el autor nos dice "Gran parte de las dificultades de los alumnos para resolver problemas tienen que ver con la comprensión del enunciado. La investigación demuestra que muchos alumnos no pueden identificar la información relevante que se proporciona en los problemas y tampoco logran la imagen o representación mental" (M.A. Sánchez, 1995). De ahí que con el auxilio de gráficas, dibujos, esquemas se logre la identificación y clasificación de un problema en su respectiva familia, lo que conlleva a la estrategia adecuada de solución

Sabiendo que la representación consiste en utilizar tablas, dibujos, gráficas o diagramas para visualizar la descripción verbal de ciertos problemas, y en muchos casos llegar directamente a la respuesta o por lo menos contribuir a realizar la práctica para llegar, plantear su solución ya que por lo general dicha estrategia toma diferentes modalidades, y esto depende de la familia de problemas

Por una parte, se facilita el logro de la representación mental o interna de los problemas y por otra permite que las personas que practican de manera sistemática y secuenciada logren elevar su nivel de abstracción y de razonamiento

En su libro de Desarrollo De Habilidades Margarita De Sánchez cita el estudio hecho por Arons en 1979 en donde detectó las fallas de la mente encontradas en estudiantes universitarios durante la solución de problemas, de ellas las más comunes son

- Reconocer y controlar variables
- Realizar razonamientos aritméticos.
- Plantear y entender enunciados proporcionales.
- Reconocer vacíos de información
- Formular definiciones operacionales.
- Distinguir entre observación e inferencia.
- Traducir palabras en símbolos y viceversa.
- Razonar en términos de supuestos subordinados.
- Extraer inferencias a partir de datos, observaciones, etc.
- Establecer relaciones
- Aplicar razonamiento inductivo y deductivo.
- Realizar razonamiento hipotético y deductivo
- Verificar inferencias, conclusiones o resultados.
- Regular la impulsividad.

Concientizar aplicar y verbalizar conocimientos propios de la disciplina de estudios

De las cuales al nivel de preparatoria se ha detectado que

- Reconocer y controlar variables.
- Realizar razonamientos aritméticos.
- Plantear y entender enunciados proporcionales
- Distinguir entre observación e inferencia.
- Extraer inferencias a partir de datos observaciones, etc
- Establecer relaciones

Son las fallas mas frecuentes

De las anteriores reconocer y controlar variables requiere primero que nada que se las identifique y clasifique, además de que para realizar razonamientos y entender enunciados debemos de comparar conceptos que nos son conocidos, así que si nos apoyamos en las habilidades del pensamiento lógico podemos evitar las fallas antes mencionadas

### **Conclusiones.-**

En los objetivos planteados en los textos anteriores al de Matemáticas III Modulo V se hace hincapie en "Aprender" y ya que la definición de dicho concepto es difícil de explicar bien podría cambiarse por "Realizar" ya que se pide que el alumno lleve a cabo una determinada operación como puede ser suma, resta, multiplicación y división de polinomios factorización etc en general se precisa dejar los objetivos en términos de tareas que sean controlables, medibles y ejecutables.

En los puntos 5.3 y 5.4 se pide graficar con exactitud y además se pide llegar a una tolerancia de error de  $\pm 0.1$ , este objetivo carece del sustento operacional ya que en los temas que le anteceden no se preparan los ejercicios y

tareas que permitan al alumno llegar a ese grado de tolerancia, por lo que, se hace necesario dosificar con mayor exactitud los ejercicios y tareas que le lleven a adquirir tal destreza



## CAPITULO I.- MARCO TEÓRICO.

Para el estudio teórico del campo de acción de nuestro problema determinado por las habilidades se precisa de una investigación y consulta bibliográfica para el sustento teórico del mismo. Por lo que se hace necesario formular y fundamentar acciones relacionadas con los conceptos matemáticos para el desarrollo del pensamiento lógico sobre la base de habilidades con carácter invariante por lo que este sustento lo encontramos en las obras de Vázquez 1998 y de Sánchez 1995 En las que se refieren al pensamiento lógico y sus habilidades de la siguiente manera

" Puesto que es necesario el estudio de habilidades y procedimientos lógicos en los que se destaquen aquellos que son esenciales, enunciando su carácter invar ante en la formación de conceptos para las matemáticas Las tareas docentes deben por tanto basarse en las habilidades lógicas relacionadas con los conceptos cuyo objetivo será desarrollar las habilidades que proporcionen un aprendizaje más perdurable, significativo y de mayor aplicabilidad en la toma de decisiones y en la solución de problemas relacionados con situaciones que el individuo afronta en su interacción con el medio ". ( De Sánchez, 1995 ).

"Partiendo de las consideraciones en cuanto a la necesidad de formación del pensamiento lógico, así como de considerarse el mismo como una actividad para conocer, es necesario adentrarse en el estudio de las habilidades propias de dicha forma de pensamiento" ( Vázquez, 1998 ).

Para solventar la necesidad de desarrollar las habilidades que se encuentran dentro de el pensamiento lógico primero que nada hay que definir y caracterizar aquellas que sean útiles para el logro del presente trabajo

## **1.1. Identificación.**

Podemos definir identificación como el proceso que consiste en fijar la atención en un objeto o situación para reconocer sus características y saber si pertenece ó no al concepto descrito. La identificación ocurre en dos etapas; la primera, concreta y la segunda, abstracta. La Identificación concreta ocurre cuando realizamos el primer contacto con el objeto, y la abstracta cuando podemos prescindir del objeto e imaginamos sus características.

Las características observadas son por lo tanto los datos o resultados de la observación. Al recabar información del mundo que nos rodea podemos hacerlo de dos formas a saber, en forma directa o en forma indirecta. La información que es percibida por nuestros sentidos, el olfato, oído, gusto vista o tacto es llamada directa, mientras que la información que captamos a través de la lectura de libros, revistas, periódicos, conversación con otras personas o mediante la televisión, la radio, etc. le llamamos indirecta.

( ver anexo 2 ).

Si pidiésemos a una persona que observa a otra cuando menos en dos ocasiones, en la mayoría de los casos veríamos que lo que sucede en la primera observación es que es mas generalizada que la segunda que seria mas especifica. Se puede decir que en la primera observación tratamos de identificar las características de la persona, mientras que, en la segunda enumeramos las características una por una. Por lo tanto podemos concluir que los datos que se obtienen dependen en forma directa de la observación. "Hay que recordar que de la observación se desprende una imagen interna y que todo lo relacionado con la imagen y el concepto se halla representado mutuamente lo uno en lo otro. Así pues la imagen es el reflejo, en la mente de las cosas y los fenómenos que existen objetivamente". ( Cole y Scibrbnee, 1977 ).

Al pedir a un alumno que identifique a otro del salón, veremos en primera instancia que reconocerá si es varón o mujer, si es alto o bajo etc , pero observando mas detenidamente podrá decir si sus características corresponden o no a los elementos que el reconoce como miembros de su salón

De esto deduciremos que la habilidad de identificación se precisa para reconocer conceptos y fenómenos del mundo escolar matemático

## **1.2. Comparación.**

La comparación es el establecimiento de las semejanzas y diferencias entre los objetos y fenómenos de la realidad. Las semejanzas han de enfocarse en relación con la identidad y diferencia. En la identidad se dice " es lo mismo", "equivale a" En cambio en la semejanza se tienen en cuenta ciertas leyes comunes, iguales propiedades cualidades o relaciones entre los objetos o fenómenos que se comparan La semejanza puede ser diferente grado y prepara la síntesis y la generalización Si queremos comprender con claridad un objeto de la naturaleza debemos distinguirlo de los objetos parecidos a el y encontrar su semejanza con los objetos que se hallan mas alejados; solo entonces lograremos aclarar todos los rasgos esencia es del objeto, es decir comprenderlo " La comparación de los objetos y fenómenos de la realidad objetiva se realiza bajo cierto ángulo, para resolver determinada cuestión El individuo recurre a la relación de comparación de objetos para apreciar sus semejanzas y diferencias en todas las relaciones posibles". ( M.N. Shardakov 1968 ).

En la enseñanza, la comparación esta siempre al servicio de un fin cognoscitivo, es decir, que sigue una línea determinada Por eso, los objetos y fenómenos pueden parecerse desde un punto de vista y distinguirse desde otro. A fin de estudiar los rasgos y relaciones de semejanza que existen entre los objetos y son

comunes a ellos, puede aplicarse la comparación cuando los objetos se distinguen en algo. Para estudiar las diferencias se recurre a la comparación, cuando entre objetos y fenómenos existe algo común, ya que, comparar dos objetos o fenómenos totalmente distintos es, además de imposible, inútil. Por lo que los objetos o fenómenos se pueden comparar sobre la base de algún rasgo determinado común. Con ayuda de la comparación se estudian tanto los rasgos externos - que saltan a la vista por medio de la observación directa - de semejanza y diferencia entre los objetos y fenómenos, que los individuos no perciben directamente y que son descubiertos tan solo por una ardua labor mental.

La comparación permite hallar no solo los rasgos esenciales, comunes y distintos, que existen en los objetos y sus relaciones, sino también los accidentes secundarios. En la enseñanza es utilizada la "Comparación Sucesiva" que consiste en comparar el nuevo objeto o concepto que se está estudiando con otros estudiados anteriormente y que guardan con él cierta semejanza o diferencia. Desde mucho tiempo atrás es común recurrir a este tipo de comparación sobre todo en el área de Matemáticas, por ejemplo: la multiplicación se estudia comparada con la suma, ya que esta es conocida previamente.

Otra forma en que los escolares se ven obligados a comparar es "Por Oposición" ( M N Shadakov, 1968 ) la cual consiste en estudiar en forma homogénea y combinada dos objetos o fenómenos. A este tipo de comparación, la psicología soviética le dedicó una especial atención, profunda y multilateral. Y Petrov, al estudiar como comprenden los alumnos de primer grado la relación diferencial "mas-menos tanto", recurrió a la comparación en forma combinada, les hacía alternativamente ejemplos y problemas de aumentar y disminuir algunas unidades. El trabajo de control mostró que los alumnos que habían asimilado el concepto de "mas-menos tanto" por medio de la comparación sucesiva, presentaban un 27.1% de resultados equivocados, en los ejercicios y un 31.3% en los problemas.

En cambio con los alumnos que habían aprendido las relaciones diferenciales simultáneamente, por medio de la comparación en forma de oposición cometieron tan solo un 1.8% de errores en los ejercicios y un 9.1% en los problemas ( ver anexo 3 ).

### **1.3. Clasificación.**

En la enseñanza ocupa un lugar muy importante la clasificación es decir la distribución de objetos o fenómenos individuales, en el correspondiente género u clase. Esta clasificación consiste; 1) En poner de manifiesto los rasgos nexos y relaciones esenciales y generales de los objetos o fenómenos singulares y de los conceptos generales y leyes. 2) En incluir después los objetos individuales en el correspondiente concepto general ley o regla.

Para evaluar la calidad de los conocimientos en los escolares y desarrollar su mente se recurre sistemáticamente en la enseñanza a la clasificación. Por ejemplo a los alumnos se les dan conceptos genéricos juguete, mueble, ave, flor, etc. y se le pide que encuadren otra serie, en la más general por ejemplo si la, patín, rosa gorrión, etc. ya que en las primeras etapas de su aprendizaje ellos aprendieron a agrupar las plantas en árboles, arbustos, herbáceas en plantas de cultivo y silvestres; los animales en carnívoros, herbívoros, omnívoros, etc. al efectuar semejantes clasificaciones captan mejor los rasgos esenciales de los diferentes conceptos y los retienen con mayor facilidad en la memoria.

Para L. Golubeva, N. Diachenco, N. Kushkov y M. Shardakov. La actividad clasificadora se caracteriza por cuatro etapas que son.

1ª Etapa - Se estudia un objeto o fenómeno con sus nexos y relaciones



2ª Etapa.- Se reproduce en la memoria el concepto generico, la regla o ley a los que se refiere dicho objeto o fenómeno.

3ª Etapa - Se confrontan rasgos y relaciones

4ª Etapa - Se interioriza la relacion de lo singular y lo general Mediante el razonamiento deductivo, colocando al objetivo en una división que le corresponde y dando por resultado su clasificación

Es importante también mencionar que se consideran aparte de las cuatro etapas cinco fases de clasificación que son

1ª Fase Los alumnos se limitan a contar todo lo que saben del objeto. Si llegan a clasificarlo lo hacen fundamentalmente basándose en rasgos circunstanciales y externos

2ª Fase - En ella se relaciona el objeto aislado con el correspondiente concepto general, basándose en rasgos idénticos y sobre todo en su carácter utilitario o funcional

3ª Fase - Aquí se enumeran todos los rasgos que conocen, tanto esenciales como circunstanciales, de los objetos aislados y del concepto general, colocándolos uno detrás de otro

4ª Fase.- Los objetos se clasifican primero sobre la base de una parte de sus rasgos, puestos por ellos de relieve, y luego también sobre la base de todos los rasgos propios de los objetos o fenómenos aislados

5ª Fase.- Cuando después de darse cuenta de los rasgos esenciales son capaces no solo de clasificar los objetos que han estudiado, sino otros objetos singulares del mismo genero, pero que no conocían, se llega al grado mas elevado de clasificación.

Debemos decir que al hacer uso de la clasificación durante el estudio, los alumnos aprenden a conocer conscientemente los objetos y fenómenos aislados

Al mismo tiempo estas ayudas ayudan a asimilar más a fondo y de modo más completo los conceptos generales que deben aprender durante el curso y hacemos hincapié en que dicha habilidad permite fortalecer el desarrollo de la representación gráfica.

#### **1.4. Simulación.**

Muchos de los problemas que se presentan en el salón de clases se han tratado en un contexto estático. Pero se hace necesario tratar con aquellos que se refieren a situaciones dinámicas, es decir, que sufren modificaciones espaciales o cambios a medida que transcurren en el tiempo, por ejemplo, movimiento de autos, transacciones de dinero, redistribuciones de objetos o eventos, cambios en la dirección o el sentido de un desplazamiento etc.

Para resolver problemas que plantean situaciones dinámicas se necesita que las personas visualicen enunciados generalmente abstractos que describen secuencias de eventos y de las relaciones cambiantes entre estas. El logro de este nivel de abstracción conlleva a la representación mental o interna del problema, que en este caso consiste en la descripción o visualización de los cambios de los eventos que están ocurriendo. La experiencia demuestra que muchas personas tienen dificultades para lograr la representación mental o interna de los problemas. Dicha representación requiere que la persona abstraiga las características de los eventos o situaciones, las transforme en imágenes y las relacione de manera apropiada. Se ha comprobado que estos procesos mentales se facilitan mediante el uso de la habilidad denominada de simulación que permite representar, en forma concreta o abstracta, la secuencia dinámica de eventos que se describen en los problemas.

La simulación, además de facilitar momentáneamente el proceso de abstracción mencionado, propicia la formación de estructuras o esquemas cognitivos que permiten concebir imágenes o representaciones mentales de los estímulos que se perciben y como consecuencia contribuyen a elevar el nivel de razonamiento de las personas

El ejemplo concreto sería aquel en el que un objeto es lanzado hacia arriba, donde para poder representar mentalmente el problema es necesario simular su trayectoria en determinado momento.

### **1.5. Conclusiones.-**

Al estudiar detenidamente las características de las habilidades del pensamiento lógico, podemos ver, como cada una de ellas por su propia naturaleza permiten cimentar fuertemente el desarrollo de la habilidad de la representación gráfica ya que después de la identificación de un objeto o fenómeno y hasta la clasificación del mismo se da el proceso constructivo requerido para la apropiación del conocimiento que el curso de Matemáticas III requiere.

## **CAPITULO 2. METODOLOGIA.**

La presente parte de la idea de R Feuerstein, en que al alumno se le considera un sistema dinámico, modificable y abierto, en constante Interacción con su ambiente, y que afirma que es posible lograr cambios en las estructuras cognitivas del sujeto, cuando se le somete a la estimulación adecuada.

Dentro de las estrategias que faciliten el desarrollo intelectual y las habilidades lógicas, podemos enunciar:

- 1) Practicar sistemática y constantemente el uso de técnicas del pensamiento.
- 2) Estar consciente de los errores y aciertos, es decir, pensar conscientemente en como se esta procesando la información.
- 3) Conocer las fallas más comunes del pensar.
- 4) Estar informado acerca de métodos y técnicas para ejercitar la mente.
- 5) Conocer los mecanismos internos que faciliten el desarrollo intelectual.

Como se mencionó anteriormente se ha investigado sobre las fallas de la mente más comunes durante la solución de problemas, pero merecen una mayor atención las dificultades que presentan los estudiantes universitarios en la solución de problemas, las investigaciones hechas por Wimbley y Lochhead en 1982 y por Sánchez en 1986 detectaron las siguientes:

- Hábitos de lectura y habilidades para comprender mensajes escritos
- Habilidades para observar, explorar y operar con precisión.
- Habilidades para verificar y corregir errores.
- Regular la impulsividad.
- Perseverancia y seguridad en sí mismo.
- Habilidades para comunicarse y para interactuar con otras personas.

- Habilidades para razonar.
- Habilidades para definir y aplicar estrategias.
- Conocimientos acerca de métodos y técnicas para resolver problemas.

De estas habilidades los hábitos de lectura para observar, operar, verificar y razonar son las que más comúnmente se presentan en los alumnos de la preparatoria.

Trataremos ahora de explicar las estrategias a seguir para lograr el objetivo propuesto anteriormente, tratando de describir brevemente en qué consiste cada una de dichas estrategias y en su caso dando los pasos a seguir en cada una de ellas.

## **2.1. REPRESENTACIÓN EN UNA DIMENSIÓN.**

Esta estrategia es de gran utilidad ya que se aplica a problemas en donde se comparan problemas características o situaciones referidas a una sola variable, cualitativa y de valores relativos. La estrategia consiste en utilizar diagramas para visualizar las relaciones entre los valores de dichas variables.

El tema seleccionado trata de silogismos lineales. En estos problemas se presentan dos premisas mediante las cuales se establece una relación entre las características de dos o más objetos o situaciones. Dicha relación permite encontrar una nueva relación. En estos problemas una de las relaciones no aparece explícita en el enunciado.

Pasos de la estrategia de representación en una dimensión.

- 1) Leer todo el problema.
- 2) Identificar cada variable.
- 3) Identificar lo que se pide en cada problema.

- 4) Decidir el tipo de representación a utilizar.
- 5) Leer el problema, parte por parte.
- 6) Representar en el diagrama los datos que se dan en cada parte
- 7) Observar una vez concluido y formular la respuesta del problema

De los anteriores pasos podemos deducir que desde la lectura del problema hasta la formulación de la respuesta el proceso es continuo desfile de habilidades lógicas en las que se encuentran aquellas a las que hemos hecho referencia en este trabajo.

Un ejemplo bastara para ilustrar esta estrategia.

*Ejemplo:*

Si Norma pesa menos que Jorge, pero más que Andrés; Andrés pesa menos que Norma pero más que Esteban.

¿Podrías identificar el orden de peso de mayor a menor en que se ubicara cada uno?

Ejercicios como el anterior permiten al alumno observar para Identificar y después mediante el uso de figuras o diagramas comparar y clasificar los datos. Por lo que las tareas integraran aquellos ejercicios que refuercen las habilidades anteriores,

*Ejemplo:*

Arteregio obtuvo ganancias en 1998 en cuatro de sus empresas Y pérdidas solo en una de ellas esta información fue hecha llegar al Ing. Gutiérrez director del grupo, pero el mensaje fue poco explícito y dice:

- CETAI gana más que CRIOS pero menos que CREART.
- CREART gana más que ESTARPOINT.
- ARIES gana más que CETAI.

¿Podrías ayudar al Ing. Gutiérrez a ordenar las cuatro empresas ganadoras y a identificar a la única de ellas que no obtuvo ganancias?

### **2.1.1. Representaciones lineales:**

#### **2.1.1.1. Enunciados con inversión de datos.**

En muchas ocasiones los problemas no siempre son directos. Ocasionalmente, durante la lectura del problema se presentan datos sin relación con los anteriores y, por lo tanto, no pueden representarse. En este caso la información se deja momentáneamente a un lado hasta que surgen los datos necesarios para

completar la representación gráfica. La estrategia que permite posponer los datos se llama postergación.

De ahora en adelante cada vez que demos ejemplos el primero sera para los ejercicios de clase y el segundo para las tareas

*Ejemplo:*

Lerma, Gutiérrez, Hernández y Nuncio trabajan en la misma empresa. Lerma y Gutiérrez, Tienen la misma antigüedad que Hernández. Nuncio es de mas reciente ingreso que Gutiérrez, pero tiene mas antigüedad que Lerma, ¿Quien es el de más reciente ingreso y Quien le sigue en antigüedad?

*Ejemplo:*

Joe es más rápido que Tom. Peter es mas rápido que Sam, pero a diferencia de Joe es mas Lento que Tom. Por una parte, se sabe que Joe es mas lento que Mike y que Sam es más rápido que Jack. ¿Quién es él más rápido?



Con ejercicios como este en donde hay faltante de datos, se permite establecer relaciones para la completar información gráfica.

Los pasos de esta estrategia son:

1. Leer detenidamente el problema.
2. Identificar la variable y la pregunta del problema
3. Escoger el tipo de representación y los códigos para representar los datos.
4. Fijar una referencia y representarla gráficamente.
5. Leer el problema paso a paso, deteniéndose en ciertos momentos para representar los datos
6. Observar la representación y postergar los datos en los casos en que se de información que requiera datos posteriores para su procesamiento
7. Verifica si los datos representados corresponden con el enunciado.
8. Observar el resultado de la representación y contestar la pregunta

#### **2.1.1.2. Representaciones lineales con enunciados indeterminados.**

En esta estrategia se introducen enunciados indeterminados, en los cua es no se proporciona la información necesaria para que la solución del problema quede definida

Esta estrategia consiste en :

1. Leer el problema.
2. Identificar la variable y lo que se pide

3. Elegir el tipo de representación
4. Hacer la representación para tratar de comprender las relaciones entre los datos y lo que se pide para identificar posibles datos o relaciones faltantes. Así como completar el enunciado y verificar su congruencia

*Ejemplo:*

Yaira y Doris ganan lo mismo. Yaira gana más que Blanca, quien gana menos que Elsa. ¿Cuál de las siguientes posibilidades es la más correcta?

- a) Yaira gana menos que Elsa.
- b) Yaira gana más que Elsa.
- c) Yaira podría ganar más o podría ganar menos que Elsa

*Ejemplo.*

Daniel y Sergio ganaron la misma cantidad de medallas en el campeonato de tiro. Daniel ganó más medallas que Víctor, quien a su vez ganó más que Arturo. ¿Qué información se necesita agregar para saber si Daniel ganó más o menos medallas que Arturo?

- a) Víctor gana menos medallas que Sergio
- b) Arturo gana menos medallas que Sergio.
- c) Daniel gana más medallas que Víctor.
- d) Arturo tiene más medallas que Víctor.

### **2.1.1.3. Representaciones lineales por invención.**

Por medio de esta estrategia se promueve la consolidación de las habilidades anteriores ya que se proponen problemas para que los alumnos utilicen la estrategia adecuada, además de utilizar su ingenio para idear y transformar dichos problemas.

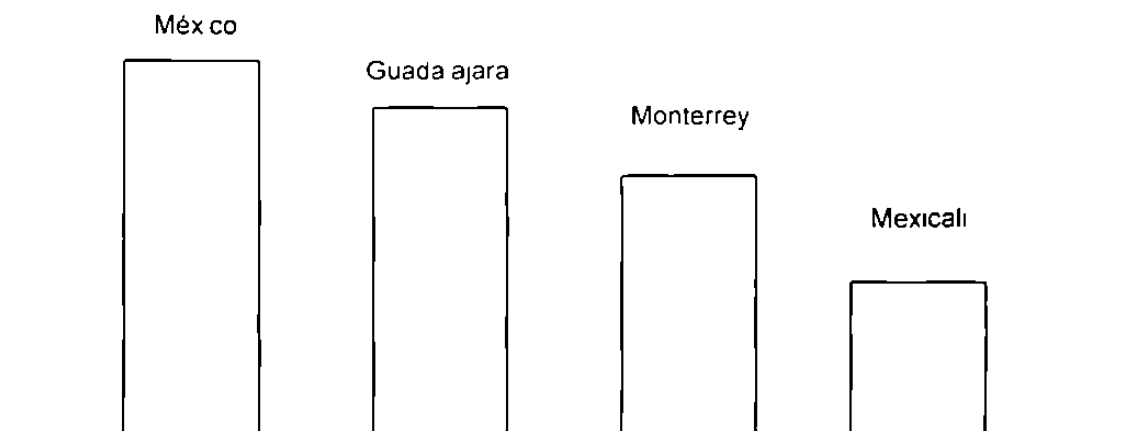
La estrategia consiste en invertir el orden de la información en vez de partir de un enunciado y construir una figura que lo representa se parte de una representación y hay que inventar el enunciado de un problema que sea congruente con esta.

La invención de problemas se considera como una de las actividades más importantes para estimular el desarrollo de razonamiento y la habilidad de lograr la representación mental o interna de situaciones abstractas.

Ejemplo:

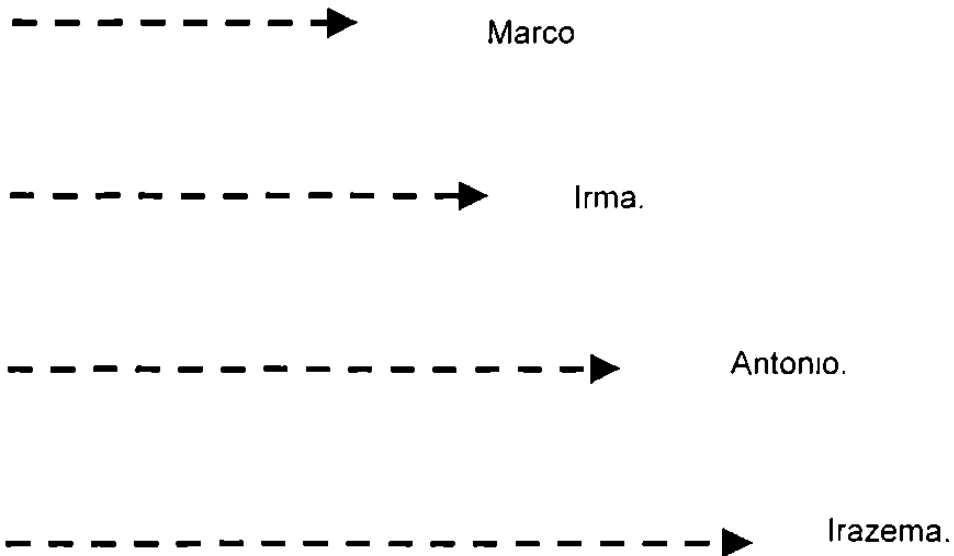
Con los datos acerca de el numero de habitantes de las ciudades de Monterrey, México, Guadalajara y Mexicali.

1. Invente un problema .
2. Resuelva para checar su congruencia



*Ejemplo:*

Invente un problema cuya representación corresponda a los datos que se dan en la siguiente figura, y cuya respuesta sea Irazema es la mas entusiasta. Escriba el problema y justifique su enunciado.



Para validar un problema debe tomarse en cuenta.

- 1 Utilizar una sola variable y relacionar los valores de esta para que los datos sean los apropiados para llegar a la solución
- 2 Especificar la variable con claridad y precisión
- 3 Tratar de formular la pregunta adecuada de acuerdo con lo planteado en el problema
- 4 Verificar si todo lo que se ha escrito está bien redactado.
5. Resolver el problema para saber si se omitió algún detalle.

## **2.2. REPRESENTACIÓN EN DOS DIMENSIONES.**

Es en esta estrategia se incluyen problemas con dos variables o más, donde para resolverlos se utiliza la representación tabular, las tablas permiten visualizar las variables de por lo menos dos Variables

El análisis de problemas con mas de dos variables permite detectar que en general estos incluyen de manera explicita los valores de por lo menos dos de las variables dadas, las cuales se utilizan para encabezar los renglones y las columnas de la tabla y, una tercera variable cuyos valores se anotan en la tabla en el lugar correspondiente a la intersección de los valores de los pares de variables que forman la tabla ( ver anexo 4 ) En los primeros ejercicios se utilizan valores numéricos para después destacar la importancia del cero en las tablas numéricas para representar la ausencia de cierta característica o bien el valor nulo de una variable.

Se incluyen posteriormente tablas en las que se representan valores conceptuales semánticos, tales como acciones, sustantivos etc

El nivel de complejidad de los problemas es mayor que el de las anteriores estrategias debido a que se utilizan conceptos semánticos en vez de numéricos, se establecen relaciones de orden superior mas abstractas entre los conceptos o datos y se postergan muchas de las relaciones para complementarlas con otras y deducir o inferir nuevos datos

También se utilizan tablas lógicas ya que en ellas se representan las relaciones entre variables en vez de números o conceptos. Dichas relaciones se denominan variables lógicas por medio de esta estrategia se analizan dos de las

características de las variables lógicas, la dicotomía y la Propiedad mutuamente excluyente de los valores de las variables. La primera característica se refiere a

que las variables lógicas, o sea las relaciones, solo pueden tomar dos valores – verdadero o falso y la segunda establece que si una relación entre los valores de dos variables correspondientes a un renglón y una columna es cierta, ninguna otra relación entre los valores de estas variables puede ser verdadera al mismo tiempo; esta última característica tiene excepciones. El objetivo de esta estrategia es ejercitarse en situaciones de complejidad creciente.

En los ejercicios se estimula la reflexión metacognoscitiva, la práctica, la verbalización del razonamiento, la participación activa y el trabajo en parejas o en pequeños grupos. El objetivo es que los estudiantes adquieran seguridad e independencia intelectual para razonar, tomar decisiones, autoregular su conducta y corregir sus errores.

### **2.2.1. Tablas de valores numéricos.**

La estrategia de representación se aplica en numerosas situaciones y adopta múltiples modalidades. La representación en dos dimensiones, un caso entre los que acabamos de mencionar, las primeras acciones tratan acerca de tablas numéricas. Las tablas son arreglos de datos organizados en forma de matrices o cuadros de doble entrada, y los datos son características absolutas y numéricas de objetos o situaciones referidas a dos variables.

La representación en dos dimensiones mediante el uso de tablas permite resolver problemas en cuales invierten dos variables simultáneamente debido a que facilita la organización de la información y construye una ayuda externa de la memoria para mantener un registro acumulativo de relaciones que surgen conforme se resuelven los problemas

Pasos de la estrategia de representación en dos dimensiones:

- 1.- Leer todo el problema e identificar las variables y la pregunta o lo que se pide.
- 2.- Elaborar una tabla que incluya dos de las variables cuyos valores están dados.
- 3.- Leer el problema, parte por parte, y representar los datos de la tercera variable conforme se dan hasta completar la lectura de todo el enunciado.
- 4.- Deducir a partir de los datos conforme se complete la tabla.
- 5.- Contestar la pregunta del problema.
- 6.- Verificar el procedimiento seguido y la respuesta obtenida.

*Ejemplo:*

Las hijas del Sr. González, Clara, Blanca y Belinda, tienen nueve pulseras y seis anillos, es decir un total de 15 accesorios. Clara tiene tres anillos; Blanca tiene tantas pulseras como Clara tiene anillos y, en total, tiene un accesorio mas que Clara, que tiene cuatro. ¿Cuántas pulseras tiene Clara y cuantas Belinda?



*Ejemplo:*

Lito, Omar y Carlos tienen un total de veinte mascotas. Lito tiene tres sapos y la misma cantidad de arañas que de murciélagos. Omar tiene tantas arañas como Lito sapos y murciélagos. Carlos tiene cinco mascotas, una es murciélago y tiene la misma cantidad de sapos que Omar, que es el mismo número de murciélagos que Lito. Si Lito tiene siete mascotas, ¿Cuántas y que clase de mascotas tiene cada uno?

### **2.2.2. Tablas de valores numéricos con ceros.**

Todas las personas asocian el número 0 (cero) con la falta de información, en vez de interpretarlo como un número que representa el cardinal del conjunto vacío, es decir, la ausencia de elementos de cierta categoría. Esta acción permite destacar la importancia de la diferencia entre estos dos conceptos y define el cero como un valor particular de ciertos tipos de variables cuantitativas.

*Ejemplo:*

Felix, Samuel y Marco asistieron durante cuatro días de la semana a Hamburguesas Mix-Tone. El lunes Felix comió tres hamburguesas y el martes dos, el miércoles y el jueves, como le quedaba poco dinero, no comió tanto. En total, durante los cuatro días comió seis hamburguesas de las veinticuatro que comieron entre los tres. Samuel, él más comió comió ocho hamburguesas el martes, por lo

que el miércoles se sintió mal del estomago y no comió. A Pesar de esto, el jueves comió la cuarta parte del numero de hamburguesas que había comido el martes para completar un total de doce hamburguesas en los cuatro días. Marco comió tantas hamburguesas el martes como Felix en los cuatro días, pero en los otros tres días no le fue mejor que a Samuel el miércoles. Entre los tres amigos el jueves se comieron tres hamburguesas. ¿Cuántas hamburguesas comieron el lunes entre todos?

Aquí se incluyen las tablas cuyas variables toman valores conceptuales semánticos, es decir, que expresan nombre de personas, hechos, características de un objeto o situación, en ambos tipos de problemas las variables son categorías es decir, toman valores que permiten establecer clases de objetos, personas o situaciones, las cuales pueden ubicarse en las celdas de la tabla.

La estrategia general para resolver los problemas de esta acción es la misma utilizada en las tablas numéricas, pero en cambio el orden de aplicación de los pasos de la estrategia no es rígido, cambia en función de los datos que surgen conforme se establecen nuevas relaciones durante la resolución del problema. Se necesita postergar muchos datos y leer el problema varias veces para asociar los datos postergados con la información que se obtiene según se completa la tabla.

El nivel de complejidad de las situaciones que se plantean es mayor que en los problemas anteriores; en este caso, para resolver los problemas se necesita establecer relaciones entre conceptos o elementos semánticos, mantener un registro de las relaciones que se postergan, plantear y verificar hipótesis, deducir y aplicar algunas propiedades de las tablas que se infieren de las condiciones o restricciones de los problemas.

Los ejercicios tienen grados de dificultad creciente; se pretende que la persona conforme resuelve los problemas eleve su nivel de abstracción y adquiera cada vez mas experiencia para tratar con situaciones ambiguas que exigen elegir entre varias alternativas o cursos de acción, la que se adapte al resto de las condiciones del problema y conduzca a la situación deseada. La practica de este tipo de problema estimula la aplicación de los procesos básicos de pensamiento y la aplicación de los procesos básicos de pensamiento y la ejercitación de las formas de razonamiento inductivo, deductivo e hipotético.

*Ejemplo:*

De un total de nueve personas que participaron en una investigación, tres son estadounidenses, tres ingleses y tres franceses, tres son agrónomos, tres matemáticos y tres abogados. No hay dos o más de la misma profesión con la misma nacionalidad. De estas personas, tres fueron sometidas a la prueba A, tres a la prueba B y las tres restantes a la prueba C. De las personas que fueron sometidas a una misma prueba ( A, B o C ) no hay dos o mas de la misma profesión ni nacionalidad. Si una de las personas que se sometió a la prueba B es un abogado estadounidense, una de las personas que se sometió a la prueba A es un abogado ingles y un agrónomo ingles se sometió a la prueba C, ¿ A qué prueba se sometió el matemático francés?.

*Ejemplo:*

De nueve personas que forman un comité, provienen de México, tres de Venezuela y tres Guatemala. De acuerdo con su ocupación, tres son mecánicos, tres electricistas y tres torneros. Tres son casados, tres solteros y tres divorciados. No hay dos o más del mismo estado civil con la misma ocupación y que provengan del mismo lugar. Si uno de los mecánicos viene de México y es divorciado, otro mecánico viene de Venezuela y es soltero y uno de los electricistas viene de Venezuela y es casado, ¿Cuál es el estado civil del tornero que viene de Guatemala?

Todos los problemas planteados hasta aquí presentan cinco características que es importante destacar:

1. El enunciado.
2. Las variables.
3. Los datos o valores de las variables.
4. La pregunta o lo que se pide.
5. Las restricciones.

### **2.2.3. Tablas lógicas.**

En estas tablas se incluye en la representación un tipo diferente de variable, la llamada variable lógica. Dichas variables tienen dos características fundamentales: la primera, que expresan la presencia o ausencia de una relación cierta entre dos variables y, por tanto, solo pueden tomar los valores de "verdadero" o "falso"; y la segunda, que son mutuamente excluyentes, o sea en la mayoría de los casos, una vez que se da una relación cierta entre los valores de dos variables, no es posible que ocurra a la vez otra relación verdadera entre los valores de ese mismo par de variables. Aquí se hace énfasis en la práctica y se trata de lograr concientización de las estrategias que se aplican. Dicho proceso se induce mediante el análisis y la verbalización de los procedimientos utilizados para llevar a cabo la representación.

Las variable lógicas se caracterizan por:

1. Los datos son relaciones verdaderas o falsas que se denominan variables lógicas.
2. En cada cuadro de la tabla se representa la presencia o ausencia de una relación verdadera entre un par de valores de dos de las variables.
3. En la mayoría de los casos los valores de las variables lógicas son mutuamente excluyentes, es decir, una vez que una alternativa o relación entre dos valores de dos variables es válida ningún otro par de valores de las mismas variables puede estar asociado por una relación válida.
4. Una vez que se establece una relación cierta entre los valores de dos variables, la propiedad de las variables lógicas de ser mutuamente excluyentes, permite cancelar las demás posibilidades de la fila y la columna a las cuales pertenecen dichos valores.

### **2.3. CONCLUSIONES.-**

Es innegable el papel que los sentidos guardan con respecto al vínculo entre el sujeto y el medio. Ellos permiten la " identificación " de las características de objetos y eventos del mundo circundante. Para desarrollar la habilidad de identificar se han planteado las estrategias pertinentes tratando de que las características del objeto o situación tengan relación directa con la experiencia.

Este proceso en el nivel de desempeño personal es complejo y depende de muchas variables inherentes al sujeto, mas sin embargo la experiencia ha demostrado que cuando el estudiante practica constantemente, los procesos de identificación concreta y abstracta se dan con mayor naturalidad elevando así su nivel de abstracción , por lo que al visualizar diferencias esto le ayuda a discriminar y le permite agrupar objetos en clases representativas que engloban y sintetizan esas características.

Sabemos que existen muchas operaciones mentales implícitas en la habilidad de "comparación" y las relaciones existentes entre esta y la "clasificación" e " identificación " crean una interdependencia operativa que permite sustentar la base del desarrollo de otras habilidades como la representación gráfica, es por ello que la presente propuesta ha incluido en cada estrategia los pasos para llevarla a cabo, las características generales y sobre todo los ejemplos de clase y trabajo en casa que permitan adquirir al alumno esa habilidad

### **2.3.3. RECOMENDACIONES.**

Puesto que el presente no es un trabajo exhaustivo quedan aún una serie de líneas de investigación abiertas que cualesquiera otra persona interesada en el desarrollo de la habilidad de la representación gráfica pueda seguir por ejemplo: que otras habilidades del pensamiento lógico apoya la habilidad de representación, en que operaciones mentales habría que hacer énfasis para que el alumno desarrolle con mayor facilidad dicha habilidad y tal vez porque no como contribuiría el desarrollo de esta habilidad a mejorar el contexto donde se encuentra inmerso el estudiante.

## **BIBLIOGRAFIA.**

Finghermann Gregorio. "Lógica y Teoría del Conocimiento". El Ateneo, S.A. de C.V. 251, pág. 1977.

Labinowicz Ed. Addison-Weslwy Iberoamericana, 309 pág. 1980.

Carretero Mario. "Construir y enseñar las ciencias experimentales". Ed. Aique. 247 pág. 1997.

Castañeda F. Sandra y López O. Miguel. "Antología. Psicología Cognitiva del aprendizaje, aprendiendo a aprender". UNAM. 297 pág. 1989.

Wilson John A.R. "Fundamentos psicológicos del aprendizaje y la enseñanza". Ed. Anaya S.A. 701, pág. 1978.

Cole Michael y Seribner Sylvia. "Cultura y pensamiento, relación de los procesos cognitivos con la cultura". Limusa. 223 pág. 1977.

Shardakov M.N. "Desarrollo del pensamiento en el escolar". Juan Grijalvo Editor. 300 pág. 1968.

De Sánchez Margarita A. "Desarrollo de las habilidades del pensamiento. Procesos básicos del pensamiento. Guía del instructor". Editorial Trillas 557 pág. 1991.

De Sánchez Margarita A. "Desarrollo de las habilidades del pensamiento. Procesos básicos del pensamiento. Cuaderno del alumno". Editorial Trillas 209 pág. 1991.

De Sánchez Margarita A. "Desarrollo de las habilidades del pensamiento. Discernimiento, automatización e inteligencia práctica. Guía del instructor". Editorial Trillas 405 pág. 1991.



De Sánchez Margarita A. "Desarrollo de las habilidades del pensamiento. Discernimiento, automatización e inteligencia práctica. Cuaderno del alumno". Editorial Trillas 281 pág. 1991.

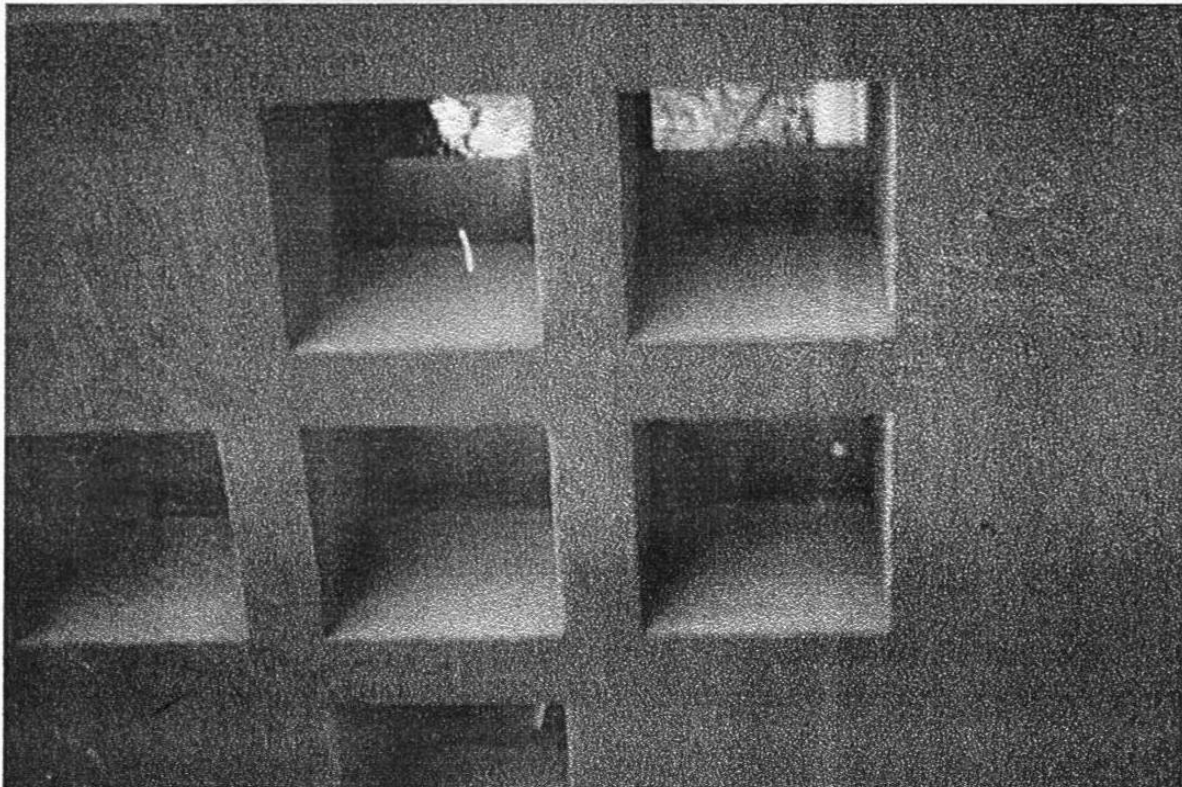
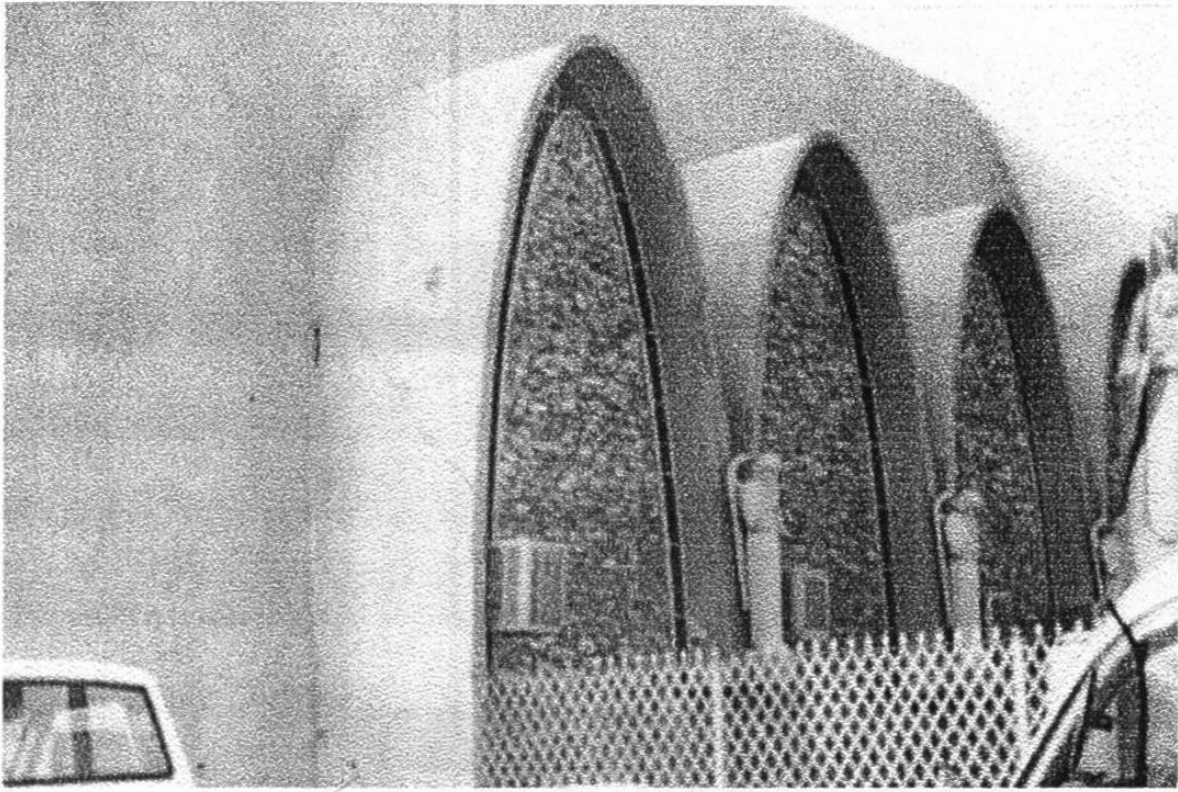
Bartley S.H. "Principios de percepción" Editorial Trillas. 578 pág. 1978.

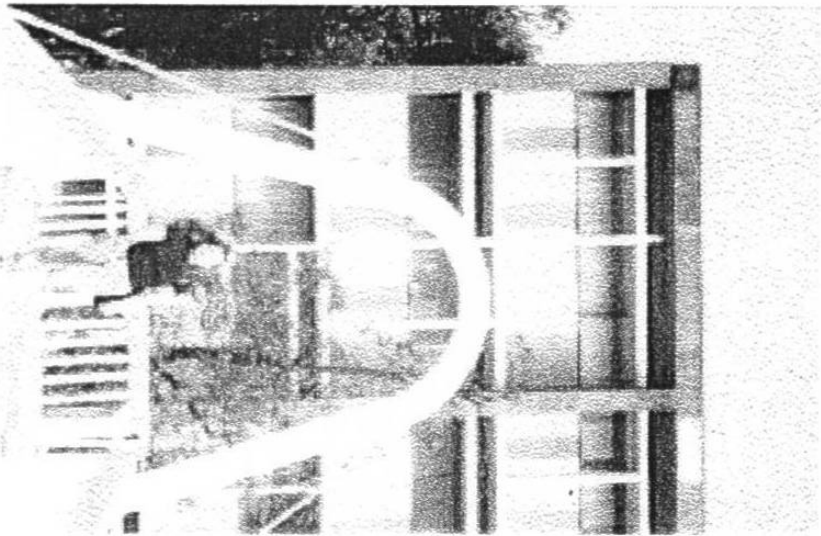
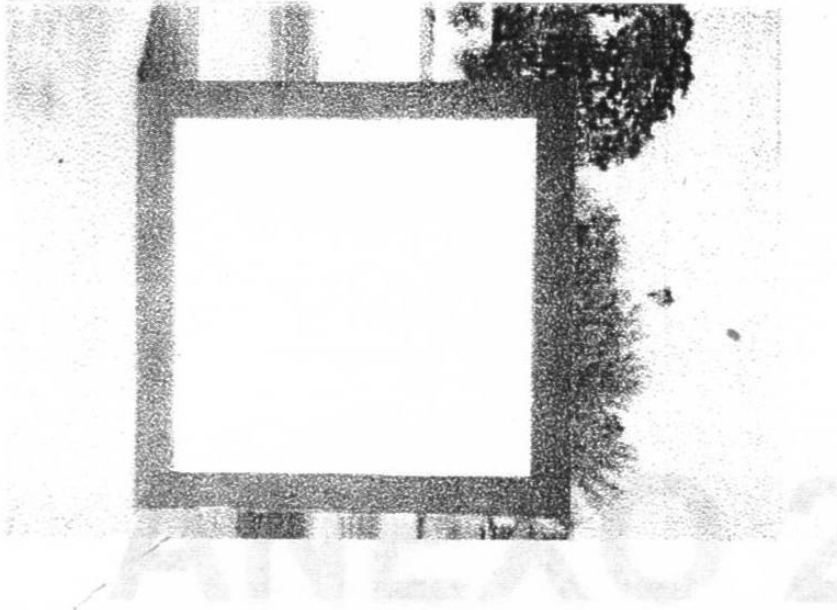
De Bono Edward. "Pensar Bien". Editorial Selector. pág. 143. 1967.

De Bono Edward. "Yo estoy bien, tú estas mal". Editorial Diana, pág. 312. 1997.

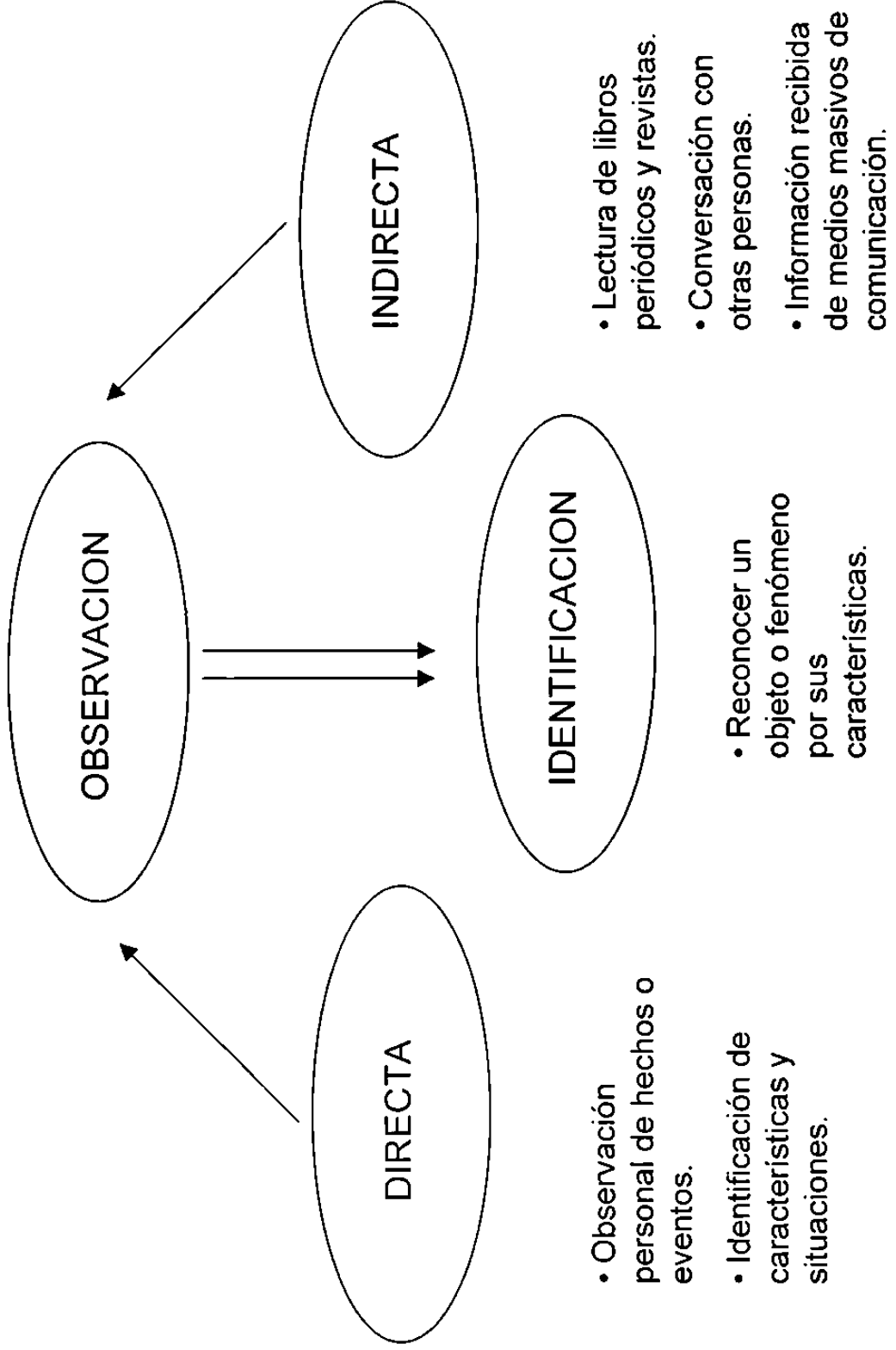
Santos Trigo Luz Manuel. "Didáctica Lecturas". Editorial Iberoamérica. pág. 161. 1997.

# **ANEXO 1**





# **ANEXO 2**



# **ANEXO 3**

# TRABAJO DE LOS ESCOLARES POR COMPARACION.

31.30

Error en  
Problemas

27.10

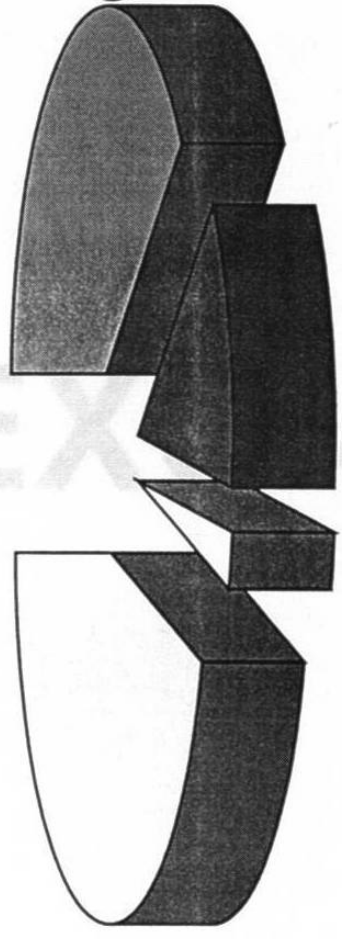
Error en  
ejercicios

9.10

Error en  
Problemas

1.8

Error en  
ejercicios





# **ANEXO 4**


Cuadro de Punnett o tabla de doble entrada.

