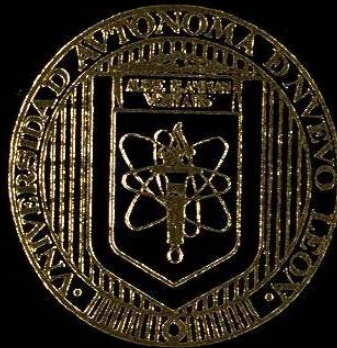


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS



PROPUESTA DIDACTICA

LA APLICACION DE PROCEDIMIENTOS HEURISTICOS
Y SITUACIONES PROBLEMATICAS EN LA RESOLUCION
DE PROBLEMAS DE MATEMATICAS I.

Que para obtener el Grado de
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias
con Especialidad en Matemáticas

PRESENTA:
FRANCISCO BALDERAS CRUZ

Ciudad Universitaria San Nicolás de los Garza, N. L.
FEBRERO 1999

MINIARD

Z 7 1 2 5

F F L

1 9 9 9

B 3 4

MINIARD'S

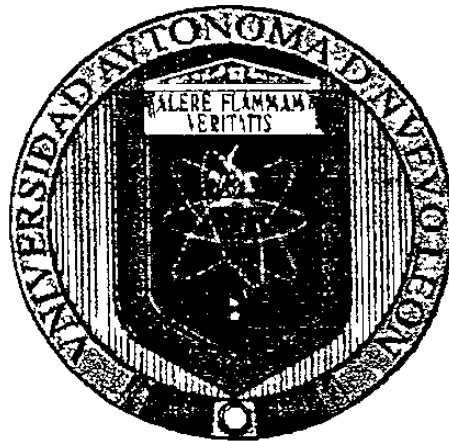
MINIARD'S

TM
Z 7 1 2 5
FFL
1 9 9 9
B 3 4



1020125499

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO - MATEMÁTICAS



PROPUESTA DIDÁCTICA

*La aplicación de procedimientos heurísticos y situaciones
problémicas en la resolución de problemas de
Matemáticas I.*

**Que para obtener el Grado de Maestría en la Enseñanza de las
Ciencias con especialidad en Matemáticas**

Presenta:

FRANCISCO BALDERAS CRUZ

Ciudad Universitaria

San Nicolás de los Garza, N. L.

Febrero de 1999

TM
27 25
11
1974
8:2

012 21



FONDO
TESIS

*A mi esposa María Teresa; por su apoyo
y entrega.*

*A mis hijos: Fabiola, Liliana y Diego;
por su paciencia.*

A mi madre; por su fé en mí.

ÍNDICE

	Pag. #
RESUMEN	1
INTRODUCCIÓN	2
CAPÍTULO I	
MÉTODOS PARA RESOLVER PROBLEMAS	
MATEMÁTICOS	7
1.1 LOS PROCEDIMIENTOS HEURÍSTICOS	8
1.2 LA SITUACIÓN PROBLÉMICA	23
1.3 LA HABILIDAD PARA RESOLVER PROBLEMAS	
MATEMÁTICOS	27
CONCLUSIONES CAPÍTULO	30
CAPÍTULO II	
2.1 LA PROPUESTA	32
2.1 EJEMPLIFICACIÓN	36
CONCLUSIONES	46
RECOMENDACIONES	47
BIBLIOGRAFÍA	48
ANEXOS	50

RESUMEN

El presente trabajo surge de la necesidad de encontrar solución al problema de: como contribuir a desarrollar habilidades en la resolución de problemas a través de procedimientos heurísticos y situaciones problémicas en la asignatura de matemáticas I en el nivel de preparatoria.

Dicho problema lo hemos experimentado en nuestra práctica docente, por lo cual nos vimos en la tarea de documentarnos en lo referente a los procedimientos heurísticos (principios, reglas, estrategias) y medio auxiliares heurísticos; a su vez tratamos también los diferentes tipos de situaciones problémicas; al estudiar todo esto nos sirvió de base para formular la propuesta, la cual va encaminada a aplicar dichos procedimientos. Se desarrollo un sistema de acciones y procedimientos de la habilidad para resolver problemas matemáticos, estas estrategias se reafirman al final con una ejemplificación que se ha de aplicar en nuestro proceso docente educativo.

INTRODUCCION

Desde los tiempos más remotos las matemáticas han sido una herramienta fundamental para el desarrollo y progreso de los pueblos, ya desde entonces los egipcios y babilónicos las utilizaron, solo que desde un punto de vista empírico- práctico, hasta llegar en la actualidad a una Matemática Sistemática Deductiva.

Los que nos desarrollamos como docentes dentro del campo de la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas a nivel de preparatoria (preuniversitario), hemos experimentado una problemática al ver lo difícil que es para algunos alumnos comprender las matemáticas en la tarea cotidiana , también se ha observado que hay quienes llegan a este nivel con antecedentes académicos deficientes, preconcepciones erróneas, falta de interés malos hábitos de estudio etc.

La enseñanza de la Matemática ha sido reconocida oficialmente en nuestro país por la Secretaría de Educación Pública como uno de los problemas mayores en la educación elemental, media y superior; señala que el problema de la lectura y redacción de las matemáticas ha sido atendido por la escuela en la enseñanza convencional, no siendo así, el asunto de la comprensión, la cual ha sido dejada al libre “virtuosismo” de los buenos matemáticos.

Son también muchos los estudiantes que al no poder superar las dificultades que se encuentran con el aprendizaje de las matemáticas optan por el abandono de sus estudios, ante estos fracasos el alumno adopta actitudes de repulsión para con la materia, y a veces aún, sin intentar un esfuerzo para su aprendizaje, y solo inducido por un “trauma” psicológico que se le ha ido desarrollando desde sus primeras prácticas escolares.

De lo anterior, se deriva la relevancia de las matemáticas y sus aplicaciones en todas las actividades humanas, es imposible imaginar un mundo en el que se prescindiera de ellas dado que forman parte esencial de las dimensiones que constituyen nuestro universo y aún más está relacionado íntimamente con las estructuras mentales del hombre.

Siempre el hombre ha requerido de la comunicación y por ello formula su propio lenguaje, siendo la matemática una parte de este, con el cual llega a entenderse. Pero el ser humano puede lograr que las matemáticas pase de una posición estática, como simple transmisor de la realidad existente, a un estado dinámico al ser capaz de transformar dicha realidad, por lo que cobra interés en el proceso educativo.

Se ha dicho de manera expresiva que la matemática ha invadido todas las ciencias del hombre: física, química, economía, medicina etc. tal vez esta popularidad haya suscitado la preocupación por la enseñanza de ésta en un doble sentido: el método o “como enseñar”, y sobre todo el contenido o “lo que hay que enseñar”.

Se acepta hoy tal vez por influjo de una civilización dominada por la ciencia y la técnica que es imprescindible una preparación adecuada en las matemáticas. Esta ciencia constituye un instrumento de inmensa utilidad para el hombre moderno; vivimos en un mar de números: horarios, operaciones comerciales, velocidad, estadísticas etc. Por eso una de las tareas principales de la escuela es familiarizar al alumno con procesos matemáticos en sus diversos grados de complejidad.

Al ver la importancia que tiene la Matemática como un instrumento auxiliar para con otras ciencias, resolver problemas cotidianos, ser parte del lenguaje del hombre moderno; y dada la problemática existente en el proceso enseñanza aprendizaje de la misma, se ve la imperiosa necesidad de encontrar posibles vías de solución que ayuden a mejorar al desarrollo de una disposición hacia el estudio de las matemáticas en los alumnos, que ha sido una

preocupación constante en la instrucción matemática; promover un ambiente instruccional que motive a los alumnos a participar activamente en diferentes roles donde resolver un problema o entender una idea matemática, involucre la utilización y exploración de conjeturas, el uso de diversas representaciones, y la comunicación de resultados tanto en forma oral como escrita, lo cual es un paso inicial para alcanzar tal disposición matemática; a su vez fijando como meta el aspecto fundamental de la comprensión en la que los estudiantes reflexionen abiertamente sobre los conceptos, problemas y estrategias de resolución durante el aprendizaje de las mismas.

Tomando en consideración todo lo anterior, y viendo que es una situación latente en la tarea diaria de nuestra labor docente, se puede reconocer este **problema: ¿Cómo contribuir a desarrollar habilidades en la resolución de problemas a través de métodos heurísticos y situaciones problémicas en la asignatura de matemáticas I en el nivel preparatoria?**

Se asume además que la solución de este problema sí implica que se contribuya al desarrollo del conocimiento científico y que también repercute en la actividad transformadora del hombre, ya que al surgir de una situación problémica, engendra a su vez otros nuevos problemas.

La interrogante se formula así y se trata de resolver apegándose a un fundamento teórico de la disciplina.

En otro sentido se visualiza como un problema objetivo al cumplir y responder a una necesidad de la sociedad (desarrollar habilidades de abstracción), busca la esencia de los fenómenos para tratar de solucionarlos por lo que se torna un problema explicativo. Al tener la cualidad de ser específico, está bien determinado el **objeto** de estudio que es el **proceso docente educativo**, al mismo tiempo se plantea como **campo de acción: las habilidades para resolver problemas relacionados con los procedimientos heurísticos y situaciones**

problémicas en la asignatura de Matemáticas I. En correspondencia con todo lo anterior se formula como **objetivo general** del trabajo el siguiente: “ **Contribuir a desarrollar habilidades en la resolución de problemas en los estudiantes en la asignatura de matemáticas I.** Se establece que este objetivo es orientador por que indica claramente hacia donde se dirigen los esfuerzos de este estudio, es concreto porque especifica las cualidades del objeto de estudio, es afirmativo porque prevee la solución del problema a tratar, está consciente de las limitaciones con que se cuenta (recursos humanos y materiales) y además es evaluable, pues se puede medir a través de la demostración de la **hipótesis: “Si se desarrollan y aplican en el proceso de enseñanza de las matemáticas procedimientos heurísticos en situaciones problémicas, entonces probablemente se contribuirá al desarrollo de habilidades en la resolución de problemas en matemáticas I”.** Este enunciado se deriva de la observación de hechos y fenómenos concretos y sus posibles relaciones mediante un proceso inductivo, deductivo empírico, a la vez, se ven claros algunos aspectos fundamentales y propósitos de la investigación como son: la orientación al análisis estructural y funcional del desarrollo de un pensamiento reflexivo y generalizado, manifiesta una relación que existe entre el problema- objeto- objetivo que es el desarrollo de habilidades matemáticas para resolver problemas.

Por otro lado al realizar este trabajo se desarrollaron las siguientes **tareas:**

- El estudio de las habilidades.
- El estudio de métodos y procedimientos heurísticos.
- El estudio de situaciones problémicas.
- El estudio de habilidades para resolver problemas matemáticos.

- El estudio de la asignatura de matemáticas I y el libro de texto.
- El estudio y consulta de textos auxiliares.
- La experimentación de las estrategias metodológicas.
- Elaboración de estrategias metodológicas.
- Elaboración de problemas en los que se apliquen métodos heurísticos y situaciones problémicas.

Este estudio se llevó a cabo a través de métodos teóricos como lo son: analítico- sintético, inductivo- deductivo, de abstracción, sistémico y dialéctico.

De acuerdo a todo lo anterior y a grandes rasgos señalamos como propuesta, que este trabajo consta de una introducción y dos capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. En el capítulo I se trata en tres epígrafes, en los cuales el primero aborda el tema de los procedimientos heurísticos (reglas, principios, estrategias) y medio auxiliares heurísticos, en el epígrafe 1.2 señala la importancia de las situaciones problémicas, como actividades creadoras en el estudiante, en el epígrafe 1.3 se habla de las habilidades para resolver problemas matemáticos. El capítulo II consta de dos epígrafes en los cuales el 2.1 trata de fundamentar la propuesta y sugerir habilidades para resolver para resolver el problema planteado en este estudio; en el epígrafe 2.2 se hace una ejemplificación de las acciones metodológicas planteadas en la propuesta y validar la efectividad de las mismas.

CAPITULO I

METODOS PARA RESOLVER PROBLEMAS

MATEMATICOS

Los procedimientos de solución en la enseñanza se pueden clasificar en dos grandes clases: los algorítmicos y los heurísticos.

Ambos tienen en común que se aplican en la solución de ejercicios y problemas de diversos tipos. Su diferencia esencial consiste en que: si para una determinada clase de ejercicios se conoce un algoritmo de solución, entonces todo ejercicio de esta clase se puede resolver con seguridad, en la misma forma, mediante la aplicación de dicho algoritmo, en cambio, si para un ejercicio no se dispone de ningún algoritmo de solución (porque no existe o no se conoce), entonces primero hay que determinar una vía de solución apropiada. Para ello puede ser útil tener en cuenta los procedimientos heurísticos que permiten realizar un trabajo sistemático orientado hacia este objetivo, pero sin que sea posible asegurar que de ese modo se encuentre una vía de solución. Existe la necesidad de que los alumnos se familiaricen con los procedimientos de solución y se capaciten para aplicarlos.

1.1 LOS PROCEDIMIENTOS HEURISTICOS

La heurística como disciplina científica, es relativamente joven, y en épocas muy recientes es que aparecen sistematizados los procedimientos heurísticos en la literatura pedagógica.

El vocablo “heurística” o “eurística” proviene del griego y significa: hallar, descubrir, inventar.

El método heurístico se caracteriza como un método de enseñanza mediante el cual se le plantean a los alumnos impulsos que facilitan la búsqueda independiente de problemas y de soluciones, donde el maestro no les informa a los alumnos conocimientos terminados, sino que los lleva al redescubrimiento de las suposiciones y reglas correspondientes, de forma independiente.

La instrucción heurística es la enseñanza consciente y planificada de reglas generales y especiales de la heurística para la solución de problemas.

El empleo de la instrucción heurística en la clase de matemática, contribuye a lograr:

- La independencia cognoscitiva de los alumnos
- La integración de los nuevos conocimientos, con los ya asimilados.

- El desarrollo de operaciones intelectuales tales como: analizar, sintetizar, comparar, clasificar, etc. y de las formas de trabajo y de pensamiento fundamentales de la ciencia matemática: variación de condiciones, búsqueda de relaciones y dependencias, y consideraciones de analogía.
- La formación de capacidades mentales, tales como: la intuición, la productividad, la originalidad de las soluciones, la creatividad, etc.

La actividad heurística se debe analizar como variedad del pensamiento humano, la que crea un nuevo sistema de acciones o abre regularidades desconocidas hasta entonces, de los objetos que rodean al hombre (u objetos de la ciencia a estudiar).

El objetivo principal de la Heurística es investigar las reglas y métodos que conducen a los descubrimientos y a las invenciones e incluye la elaboración de principios, reglas, estrategias y programas que facilitan la búsqueda de vías de solución a tareas de carácter no algorítmico de cualquier tipo y de cualquier dominio científico o práctico.

Algunos autores consultados clasifican los elementos heurísticos en dos categorías: procedimientos heurísticos y medios auxiliares heurísticos.

Los **medios auxiliares heurísticos** más importantes son:

- Las figuras ilustrativas, esbozos o figuras de análisis.
- Las tablas (en las que se reflejan las relaciones entre los datos).
- Los momentos.

Es importante señalar que los **procedimientos heurísticos** apoyan la realización consciente de actividades mentales complejas y exigentes.

La introducción de estos procedimientos en la clase y su aplicación por parte de los alumnos propicia la asimilación de los conocimientos, su capacidad para resolver problemas para los cuales no conocen procedimientos algorítmicos y el desarrollo del pensamiento creador.

Los procedimientos heurísticos pueden dividirse en principios, reglas y estrategias, los cuales pueden ser generales y especiales.

Los principios heurísticos son de gran utilidad para la búsqueda de nuevos conocimientos y también sugieren ideas para la solución de diferentes problemas.

Dentro de los principios heurísticos generales se destacan el de analogía, el de reducción y el de inducción.

Principio de analogía

El principio de analogía consiste en la utilización de semejanzas de contenido o forma.

George Polya, destacado profesor de Matemáticas húngaro, en su libro: "Matemática y pensamiento plausible" expresa: "Analogía es una especie de semejanza. "Es, diríamos semejanza sobre un nivel definido y

conceptual...”, La diferencia esencial entre analogía y otras clases de semejanza yace, en las intensiones del pensador.

En sus lecciones de Metodología de la Enseñanza de la Matemática, el profesor soviético C. Dr. Nikolai Petrov expresa:

“La analogía, como un factor heurístico positivo, puede ayudar en tres direcciones:

- Puede aplicarse para que los alumnos descubran una proposición nueva para ellos, y la formulen;
- Puede sugerir el método y el procedimiento para la demostración de una proposición nueva;
- Puede sugerir la vía para la resolución de un problema, de un ejercicio.” (Apuntes de la clase de Didáctica de las Matemáticas, Profa. Olga Pérez, Julio 1998.)

Ejemplo

Al estudiar el cálculo de cuerpos, se obtiene la fórmula para el volumen de la pirámide a partir de la comparación con un prisma de igual base e igual altura, análogamente se procede para obtener la fórmula para el cálculo del volumen de un cono circular recto, comparándolo con el cilindro de igual área de la base e igual altura.

Es importante destacar que, si se pretende enseñar al alumno las formas de trabajo y de pensamiento de la matemática, se deben aprovechar estas situaciones para guiarlo, mediante impulsos, a

descubrir la analogía y, de ese modo, lograr que la aplique conscientemente.

Principio de reducción

Este principio puede ser utilizado de cuatro formas diferentes, ellas son:

La reducción de un problema a otro ya resuelto. Esta interpretación del principio de reducción es la más conocida. Con su ayuda puede encontrarse la vía para la solución de un problema.

Ejemplo

Al elaborar los procedimientos analíticos de solución para los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables se puede plantear la conveniencia de reducir el sistema a una ecuación con una variable (lo que sirve para introducir tanto el método de sustitución como el método aditivo.

La recursión. Esta forma del principio de reducción consiste en transformar lo desconocido acudiendo a lo conocido.

Ejemplo

La demostración del teorema sobre la suma de ángulos interiores de un cuadrilátero se demuestra recurriendo al teorema sobre la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

Otra forma de reducción se presenta en **la demostración de teoremas.** Al demostrar un teorema aplicando un método de demostración cualquiera, se realiza una reducción del problema dado a

problemas parciales o a otros problemas; de manera que la resolución de éstos resulte conocida o menos difícil que la del problema de partida.

Por ejemplo:

- Reduciendo la demostración de una proposición a la de otra equivalente. (Ejemplo cuando se utiliza la reducción al absurdo o se demuestra el contrarecíproco).
- Reduciendo una refutación a la búsqueda de un contraejemplo. (Cuando se conoce que no se cumple en un caso particular).

La modelación es otra forma de reducción, que consiste en buscar una interpretación (un modelo) del problema dado, en otro dominio, con el fin de poder aplicar las leyes del nuevo dominio, a la resolución del problema transformado y, realizando la transformación inversa del modelo, llegar a la resolución del problema de partida.

Ejemplo

En la unidad “Aplicaciones de la Trigonometría”, se resuelven ejercicios relacionados con situaciones de la vida práctica, llevándolos al cálculo de un triángulo cualquiera. En todos estos casos hay que asociarle a cada situación un triángulo como modelo matemático e identificar los elementos del mismo con las relaciones que se dan en el texto del problema; una vez que se calculan los elementos del triángulo

se hacen corresponder los resultados hallados con lo pedido en el problema

- **Principio de inducción.** Consiste en llevar a la suposición de que existe una relación general, a partir del análisis de una serie de resultados particulares. (Se hace una generalización empírica).

Ejemplo

Dadas las sucesiones:

1, 1+3, 1+3+5, 1+3+5+7,.... Se puede, analizando la composición de cada término, y el valor correspondiente, llegar a establecer la relación general:

$$1+3+5+7+9+\dots+(2n-1)=n$$

Queremos aclarar que la “inducción matemática” o “inducción completa” no es un procedimiento inductivo sino deductivo.

Principio de generalización. Permite obtener suposiciones para un conjunto de objetos, fenómenos o relaciones, a partir del análisis de un caso especial o particular. (Como se procede de forma reductiva, es necesario demostrar la validez de las suposiciones así obtenidas al igual que en el caso del resto de los principios heurísticos).

Ejemplo

- El estudio del Teorema de Tales (en la circunferencia) permite suponer, la relación general que la amplitud de un ángulo inscrito es la mitad de la longitud del arco correspondiente.

Principio de movilidad. Consiste en suponer que, en figuras o cuerpos geométricos, un elemento es movable y, a partir, de ello, analizar los cambios que se producen. Se aplica, generalmente en la búsqueda de suposiciones, con el objetivo de provocar la **variación de condiciones** y propiciar la **búsqueda de relaciones y dependencias** (formas de trabajo y de pensamiento de la matemática que al aplicar este principio se hacen muy evidentes).

Ejemplo

Para la obtención de los teoremas sobre paralelas cortadas por semirrectas de origen común se utilizan con frecuencia varillas móviles.

Principios de medir y probar. (También se conoce como: medir y comparar). Este proceder se emplea también en la búsqueda de suposiciones. Aparece, muy frecuentemente asociado al principio de movilidad. O sea, se mide y prueba, o se mide y compara, después de haber ejecutado variaciones mediante la movilidad.

Ejemplo

En la obtención de la fórmula para calcular el volumen de una pirámide, se parte de la comparación con un prisma de igual área de la base e igual altura, midiendo y comparando los volúmenes de ambos.

El principio de consideración de casos especiales y casos límites. Es útil para obtener nuevos conocimientos a partir del establecimiento de relaciones entre los conocimientos adquiridos.

Ejemplo

Al estudiar la fórmula para calcular el volumen de un prisma, se analiza el cubo como un prisma especial con todas sus aristas iguales, y se plantea:

El cubo es un prisma especial.

Las reglas heurísticas tienen el carácter de impulsos dentro del proceso de búsqueda de nuevos conocimientos y de la resolución de problemas.

Se distinguen de los principios por el alcance de su aplicación, pues ellas no sugieren directamente la idea principal de solución pero ofrecen recomendaciones de gran utilidad para llegar a encontrarlas, ya que expresan **las acciones y operaciones** a realizar en la búsqueda de los medios matemáticos y de las vías para resolver un problema. En la clase de matemáticas se utilizan con frecuencia para guiar el pensamiento de los alumnos, ofreciéndolas como sugerencias, indicaciones o en forma de preguntas.

Las reglas heurísticas se consideran generales si ellas encuentran aplicación para la búsqueda de la idea de la solución a variados tipos de problemas, y especiales cuando se aplican en un tipo específico de problemas.

Los tipos de tareas que se presentan en la enseñanza de la matemática con el carácter de problema son: Los ejercicios de

aplicación a la práctica matemática, como son los ejercicios de demostración, construcción, etc.

Veamos mediante un ejemplo, la aplicación de algunas reglas heurísticas en la búsqueda de la idea de la demostración de un teorema.

Ejemplo

Sea el teorema:

“El área de un triángulo es igual al semiproducto de las longitudes de dos lados por el seno del ángulo que estos forman”.

Impulsos del profesor	Reglas heurísticas
<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Lean el enunciado. <input type="checkbox"/> Separen premisa y tesis. 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Separar premisa y tesis-
<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Analicen si es conveniente representar gráficamente los elementos que se relacionan. 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> .Confeccionar una figura de análisis.
<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Introduzcan notaciones convenientes. 	
<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Expresen a tesis considerando las notaciones introducidas. 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Transformar la tesis en una expresión equivalente.
<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> ¿ Qué fórmula conocemos para calcular el área de un triángulo? 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Recordar teoremas del dominio matemático correspondiente.
<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> ¿ Aparecen esos elementos en 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Completar la figura con líneas auxiliares.

la figura?	□ Analizar la tesis.
□ Comparan la tesis con la fórmula conocida.	
□ ¿ En qué elementos se diferencian?	□ Recordar definiciones los conceptos contenidos en el enunciado.
□ Sustituye esos elementos expresan dolos en términos de los conocidos.	

Mediante este trabajo los alumnos pueden llegar a encontrar los medios matemáticos necesarios para la demostración de ese teorema, pero lo que es mucho más importante, si esto se hace sistemáticamente, adquieren y fijan la forma de trabajo que les permitirá demostrar otros muchos teoremas, independientemente, pues se logra crear en ellos una sucesión de reflejos condicionados que permite que esas reglas se conviertan en suyas.

Las estrategias heurísticas constituyen los procedimientos principales para buscar los medios matemáticos concretos que se necesitan para resolver un problema en sentido amplio y para buscar la idea fundamental de solución, por lo que, se les llama también estrategias de búsqueda.

Existen dos estrategias heurísticas que pueden ser aplicadas a cualquier tipo de ejercicio (estrategias generales o universales), ellas son: el trabajo hacia adelante o método sintético y el trabajo hacia atrás o método analítico.

Analicemos más detenidamente las estrategias universales.

El trabajo hacia adelante se caracteriza por partir de los datos, deducir de ellos lo que se busca, pasando por una serie de casos intermedios, apoyándose en los conocimientos que tienen, de manera que se obtenga la cadena de ideas que permite elaborar el plan de solución. La estrategia consiste en buscar cuáles objetivos parciales o resultados intermedios se pueden alcanzar partiendo de los elementos dados.

Ejemplo

Utilizando la desigualdad triangular, demuestre que en todo triángulo, la mitad del perímetro es mayor que la longitud de cada lado.

P: ABC triángulo cualquiera

T: $a < a + b + c / 2$

Trabajando hacia adelante se llega fácilmente a encontrar los medios y la idea de la demostración, pues sólo habría que plantearse la pregunta: ¿ Qué datos ofrece la premisa, o que se puede plantear a partir de ella, que tenga relación con lo que se quiere probar? Y cómo en el texto se sugiere utilizar la desigualdad triangular, no será difícil responderla.

$A < b + c$ La comparación con la tesis sugiere sumar a

$a = a$

$a + a < a + b + c$ Efectuando se observa que al dividir

$a < a + b + c / 2$ por 2 se obtiene lo que se busca

La estrategia del **trabajo hacia atrás** se caracteriza por partir de lo que se busca, apoyándose en los conocimientos que se tienen, analizar posibles resultados intermedios de los que se puede deducir lo buscado (y cada resultado intermedio anterior) hasta llegar a los datos. De modo que recorriendo el camino a la inversa se tiene la idea de la solución.

Ejemplo

Aplicando el trabajo hacia atrás (transformando la tesis) se logra establecer relaciones con la premisa (ABC triángulo cualquiera) que pueden sugerir los medios a utilizar y, con ello la idea de la demostración.

Se busca: $a < a + b + c / 2$ lo que equivale a

$$2a < a + b + c$$

$$a + a < a + b + c$$

$$a < b + c$$

Como se conoce que para todo triángulo es siempre posible plantear esta relación (desigualdad triangular) y que también, aplicando teoremas conocidos (propiedades de las operaciones con desigualdades)

se pueden lograr las transformaciones necesarias (en sentido inverso a lo realizado) se tiene ya resuelto el problema.

Para la planificación y dirección de los procesos de resolución de problemas se utilizan los llamados programas heurísticos.

De interés especial resulta el conocido como programa heurístico general, el cual constituye para el profesor el instrumento universal de dirección, y para el alumno una base de orientación para el trabajo con problemas, según el eminente matemático húngaro George Polya se distinguen en el proceso de resolución de todo problema las cuatro etapas siguientes:

PROGRAMA HEURISTICO GENERAL

<u>FASES FUNDAMENTALES</u>	<u>TAREAS PRINCIPALES</u>
- Orientación hacia el problema.	- Comprensión del problema.
- Trabajo en el problema.	- Búsqueda de la idea de la solución.
	- Reflexión sobre los medios.
	- Reflexión sobre la vía.
- Solución del problema.	- Ejecución del plan de solución.
- Evaluación de la solución y de la vía	- Comprobación de la solución.
	- Reflexión sobre los métodos aplicados.

De estas fases fundamentales, la segunda tiene la mayor importancia desde el punto de vista metodológico pues en la resolución de problemas lo esencial y más difícil es la búsqueda de la idea de la solución, y para ello la aplicación de los procedimientos heurísticos resulta imprescindible.

Para lograr en los estudiantes una orientación adecuada en el trabajo con ejercicios que tienen el carácter de problemas, el profesor debe emplear este programa heurístico general como instrumento de dirección del trabajo. Al mismo tiempo debe hacer explícito el uso de los diferentes procedimientos aplicados en él, de modo que los estudiantes los vayan asimilando conscientemente.

A partir de este programa general pueden elaborarse programas heurísticos particulares para todas las otras situaciones típicas de la enseñanza de la matemática.

Ahora bien, para lograr que los alumnos apliquen conscientemente las formas de trabajo heurístico, es necesario tener en cuenta las siguientes **medidas didáctico - metodológicas para la asimilación de las formas de trabajo heurístico:**

- Familiarizar previamente a los alumnos con los procedimientos que deben aprender.
- Seleccionar ejemplos apropiados para introducir los procedimientos.

- Formular, concisa y cabalmente, los procedimientos que los alumnos deben aprender, de manera que les sean completamente comprensibles.
- Hacer conscientes a los alumnos de las ventajas que ofrece el empleo, de los procedimientos heurísticos, para propiciar la generalización de su uso.
- Capacitar a los alumnos, mediante su participación activa, para aplicar independientemente reglas, principios, estrategias y programas heurísticos.
- Aprovechar todos los momentos de la clase para que los alumnos practiquen la utilización de las formas de pensamiento y de trabajo de la matemática.

Un trabajo como este permite la participación activa y consciente del alumno en el proceso de aprendizaje, lo que constituye la base del desarrollo de habilidades y capacidades.

1.2 LA SITUACION PROBLEMICA

Hay una clasificación de los métodos según los distintos niveles de asimilación del contenido de la enseñanza, esta la hacen I. Ya Lerner y M. N. Skatkin en cinco grandes grupos:

Método receptivo de información, método reproductivo, exposición problémica, método heurístico y método investigativo.

De todos estos pensamos que los llamados métodos problémicos o productivos constituyen etapas en el desarrollo de las capacidades creadoras y la independencia cognoscitiva de los alumnos. Pero el desarrollo de la independencia cognoscitiva y de las capacidades creadoras solo es posible en una enseñanza mediante la cual el alumno se apropie de los procedimientos para resolver problemas teóricos y prácticos y reflejar artísticamente la realidad, es decir, es posible a través de la enseñanza problémica.

En la fundamentación de la concepción metodológica de la asignatura Matemática se destaca el papel de los métodos activos que faciliten el que los alumnos puedan descubrir por si mismos proposiciones y métodos de trabajo matemáticos, así como que se estimule la resolución independiente de problemas y desarrollen su independencia creadora.

Esta enseñanza consiste en que mediante el proceso de solución por parte de los alumnos, del sistema especialmente elaborado de problemas y ejercicios problémicos estos llegan a dominar la experiencia creadora, a asimilar (de manera creadora) los conocimientos y modos de la actividad creadora.

La problemicidad se presenta como una regularidad lógica gnoseológica que condiciona la búsqueda intelectual y la solución de los problemas y que, asimilada como hábito, hace al hombre un eterno investigador.

M.I. Majmutov caracteriza lo problémico como “el grado de complejidad de las preguntas y tareas y el nivel de habilidades del estudiante para analizar y resolver los problemas de forma independiente”.

El mismo autor plantea el esquema general del orden de las etapas de un proceso cognoscitivo problémico.

Este proceso cognoscitivo tiene que reflejarse en la enseñanza problémica mediante:

- La situación problémica

- El problema docente
- La tarea problémica
- La pregunta problémica

La situación problémica se define como la relación entre el sujeto y el objeto del conocimiento en el proceso del docente que surge a modo de contradicción cuando aquel no puede entender la esencia de los fenómenos estudiados porque carece de los elementos para el análisis y que solo la actividad creadora puede resolver.

En el sentido psicológico la situación problémica supone que durante el proceso de su actividad el hombre tropieza con algo incomprendible, desconocido que lo alarma, que lo asombra y lo estimula a buscar la solución. Una impresión confusa, no muy clara y poco interiorizada que da como señal que algo no es como se suponía.

Es importante destacar que existen distintos tipos de situaciones problémicas. La interpretación psicológica es el “tipo” más divulgado. Majmutov (Majmutov, La enseñanza problémica en la enseñanza matemática) considera cuatro tipos de situaciones problémicas.

Primer tipo: Cuando los alumnos tropiezan con la necesidad de emplear conocimientos asimilados anteriormente en condiciones prácticas nuevas.

Segundo tipo: Cuando existe una contradicción entre las vías teóricamente posibles para solucionar la tarea y la imposibilidad práctica del procedimiento seleccionado.

Tercer tipo: Cuando existe una contradicción entre el resultado práctico alcanzado en la realización de una tarea docente y la falta de conocimientos de los alumnos para su fundamentación teórica.

En la enseñanza de las Matemáticas se presentan buenas oportunidades de una estructuración problémica, pues se ofrece a menudo la posibilidad de dirigir la enseñanza partiendo de situaciones problémicas hacia la búsqueda y solución de problemas que surgen del contenido de la propia enseñanza (elaboración de conceptos, demostraciones, búsqueda de leyes de solución de problemas, de ejercicios de construcción, etc.)

Ejemplos de situaciones problémicas en la enseñanza de la Matemática.

En la motivación del cálculo de razones trigonométricas de ángulos mayores que 90 grados se introduce un ejercicio como el que sigue:

Calcula las razones trigonométricas de un ángulo de 150° . Los alumnos tratan de utilizar el procedimiento (vía lógica posible) determinar las razones o calcular con ángulos notables o utilizar la tabla que contiene valores calculados con suficiente precisión y tropezarán con la imposibilidad de aplicar a esta situación práctica el procedimiento seleccionado, pues éste es solo posible para ángulos menores o iguales que 90 grados (primer cuadrante). Esto sería posible si pudiera reducir las funciones trigonométricas de estos ángulos a ángulos del primer cuadrante. Aquí surge el problema docente de buscar una nueva definición de las razones trigonométricas para ángulos de los cuatro cuadrantes donde la definición conocida sea un caso particular de ésta (que hace posible la utilización del procedimiento conocido).

A partir de un problema práctico para cuya solución se necesita calcular el volumen de la esfera y en el que pueden aparecer otros conocimientos que el alumno posee sobre el volumen de cuerpos, se puede plantear una situación problémica en que el alumno sienta la necesidad de resolver la contradicción entre los conocimientos que necesita para resolver el problema y los conocimientos que posee, así

surge el problema docente: “ Sacar la fórmula del volumen de la esfera para resolver el problema.

Si este problema se enfoca como una deducción en el momento de comenzarla, el alumno no tiene ninguna idea de como encontrarla para resolver la tarea planteada. El profesor tendrá que reflexionar con ellos sobre ciertas analogías en la obtención de fórmulas para hallar el volumen del cilindro y del cono. Por el principio de problemicidad la escuela resuelve el problema a través de formas experimentales. Se halla la fórmula a través de un experimento.

De todo lo anterior se observa que para los ejercicios su construcción debe de hacerse mediante un proceso creativo del profesor, quien debe crear dentro del sistema de ejercicios de la asignatura, los llamados ejercicios problémicos, además debe determinar, de acuerdo con el desarrollo de la experiencia creadora y de la creatividad cognoscitiva lograda en el estudiante, que métodos debe emplear en cada momento.

1.3 LA HABILIDAD PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMATICOS

La capacitación del hombre para la resolución de problemas es un punto muy discutido en el mundo pues se considera una actividad muy importante en la enseñanza ya que caracteriza a una de las **conductas más inteligentes del hombre** y que más utilidad práctica tiene, pues la vida misma obliga a estar resolviendo problemas continuamente. Por esta razón, la capacidad de resolución de problemas se ha convertido en el centro de la enseñanza de la matemática en la época actual, por lo que es necesario contar con una concepción de problemas y el desarrollo

del pensamiento lógico. A partir de estas ideas centrales debe ser determinado el contenido de enseñanza.

El proceso de solución de un problema es considerado como la etapa más compleja en la actividad intelectual del hombre. Este proceso se desenvuelve en interrogantes que realizan una función heurística en la búsqueda de los conocimientos, su selección activa y el modo de utilizarlos en la determinación de una vía de soluciones.

El estudio de estos aspectos del proceso de solución de problemas matemáticos ha permitido caracterizar la habilidad en los alumnos y determinar su papel en la estructura del proceso de enseñanza aprendizaje con respecto a las habilidades matemáticas básicas.

La habilidad, desde el punto de vista didáctico, se define como el elemento del contenido de la enseñanza que contiene un sistema de acciones y operaciones que poseen un objetivo determinado y considerarla como resultado de la asimilación de conocimiento y hábitos es amparar los dos componentes principales del contenido de la enseñanza lo que relaciona con la estructura actual del proceso de enseñanza- aprendizaje. Esta estructura del proceso de enseñanza presupone que el alumno para formar la habilidad asimile cada una de las acciones posteriormente sea capaz de ordenarlas e integrarlas en un procedimiento de solución, que luego con la repetición se llegue a dominar suficientemente.

La habilidad para resolver problemas matemáticos en especial, no se puede formar a partir de la ejercitación o repetición de acciones ya elaboradas previamente sin atender a como se han asimilado y el nivel de significación que estas tienen para los alumnos; de ahí la necesidad de enfocar como partes de la formación de la habilidad, la etapa en que transcurre la estructuración del sistema de conocimientos, hábitos y habilidades, elementales o básicas, sin los cuales no se puede aspirar al logro de una actuación adecuada del alumno para interpretar, comprender y explicar la solución de los problemas.

Así se explica la habilidad de resolver los problemas matemáticos como la preparación del alumno para estructurar modos de actuar y métodos de solución utilizando los conceptos teoremas y procedimientos matemáticos, en la calidad de instrumentos y las estrategias de trabajo heurísticos par la sistematización de esos instrumentos en una o varias vías de solución.

Relación con la estructura de proceso de enseñanza.

Las precisiones hechas sobre la habilidad para resolver problemas matemáticos tienen su base en la búsqueda de la estructura diferente del proceso de enseñanza- aprendizaje donde el planteamiento con presión y solución de los problemas ocupe una posición rectora en la elaboración del nuevo contenido y su aplicación.

Los resultados de la investigación realizada aportan esta estructura que se basa en la determinación de los problemas esenciales que expresan las exigencias que en lo teórico y lo práctico deben satisfacer los alumnos, es decir, el reflejo de la situación que han de comprender, interpretar y resolver con el contenido que aprender.

Estos problemas, como hilo conductor del contenido, pretenden que el sistema de conocimientos sea el instrumento para el perfeccionamiento de una o varias vías de solución por tanto en ellos queda delimitado el modo de actuación del alumno, los métodos y procedimientos que el nuevo contenido aporta a ese modo de actuación y en el ámbito de concientización que garantice que los conceptos y teoremas sean asimilados como base para resolver problemas y no como elementos aislados en la teoría matemática.

Esta variante determina la estructuración sistemática de las habilidades al quedar expresadas en los problemas esenciales la habilidad rectora (habilidad para resolver problemas) la que constituye la base para el desarrollo de las habilidades matemáticas básicas que

son las acciones o pasos del proceso de solución y que derivan de los conceptos, teoremas, procedimientos concretos.

La ventaja que observamos en esta estructura está en la idea de que los conocimientos y habilidades matemáticas básicas sean instrumentos y no elementos aislados, sean elementos de un sistema y su sistematización determine estrategias de trabajo, modos de actuación, que están dados en el problema esencial.

CONCLUSIONES CAPÍTULO

Una vez que se han estudiado los fundamentos teóricos y que resultan efectivos en la práctica por que mejoran el proceso enseñanza – aprendizaje, en nuestra asignatura, se hace visible el cumplimiento de la hipótesis formulada: “Si se desarrolla y aplican procedimientos heurísticos a través de situaciones problémicas y la orientación del trabajo independiente del estudiante, entonces se contribuirá al desarrollo de habilidades en la resolución de problemas en matemáticas I. Al cumplirse esta hipótesis se cumple prácticamente con el objetivo, por lo que, resulta ahora un reto de cambios y nuevas responsabilidades que vamos a adquirir al llevarla a la práctica docente, esto nos obliga a ir desarrollando a su vez nuevas estrategias que mejoren el proceso docente educativo.

Sabemos que como toda metodología tiene sus bondades y limitaciones, esta deberá aplicarse de acuerdo al contexto escolar del estudiante, por lo que consideramos que los procedimientos heurísticos en situaciones problémicas facilitan el aprendizaje del estudiante en forma creadora, pero con impulsos del maestro para llevarla a un mejor desarrollo.

Creemos que un sistema de acciones y procedimientos de la habilidad para resolver problemas, es verdaderamente funcional, pues esto hace que los estudiantes cambien su mentalidad con respecto a las matemáticas y en cuanto a su entorno.

El profesor de matemáticas debe crear un sistema de ejercicios de la asignatura, los llamados ejercicios problémicos, que ira introduciendo paulatinamente, en correspondencia con los conocimientos de los alumnos y el desarrollo de su pensamiento, es necesario tener en cuenta que se debe conjugar el método heurístico y las situaciones problémicas para una mayor creatividad por los alumnos, y así organizar más la actividad intelectual de ellos.

CAPITULO II

2.1 PROPUESTA

Al analizar los elementos teóricos expuestos en el anterior capítulo, nos hacen reflexionar sobre la importancia de la aplicación de estos, que debe existir en el aula; tanto los procedimientos heurísticos, así como, las situaciones problémicas; que en ocasiones los docentes los hemos aplicado, solo que en una forma empírico- práctica sin saber lo que estábamos haciendo; por otro lado también y lo hemos aplicado ya en forma más sistemática, obteniendo algunos beneficios que han contribuido al proceso enseñanza- aprendizaje de la materia.

También pensamos que las situaciones problémicas constituyen etapas en el desarrollo de las capacidades creadoras y la independencia cognoscitiva de los alumnos.

Consideramos también que en la estructuración sistemática de las habilidades matemáticas ocupa un papel rector la habilidad para resolver problemas, la cual constituyen la base para el desarrollo de las habilidades matemáticas básicas que son las acciones o pasos del proceso de solución y que derivan de los conceptos, teoremas y procedimientos concretos.

De acuerdo a lo aquí expuesto proponemos:

A) Que se implemente en la práctica docente cotidiana la aplicación de los procedimientos y medios auxiliares heurísticos, de acuerdo a las siguientes medidas didácticas metodológicas para la asimilación de las formas de trabajo heurístico:

- Familiarizar previamente a los alumnos con los procedimientos que deben aprender.

- Seleccionar ejemplos apropiados para introducir los procedimientos.
- Formular, concisa y cabalmente, los procedimientos que los alumnos deben aprender, de manera que les sean completamente comprensibles.
- Hacer conscientes a los alumnos de las ventajas que ofrece el empleo, de los procedimientos heurísticos, para propiciar la generalización de su uso.
- Capacitar a los alumnos mediante su participación activa para aplicar independientemente reglas, principios, estrategias y programas heurísticos.
- Aprovechar todos los momentos de la clase para que los alumnos practiquen la utilización de las formas de pensamiento y de trabajo de la matemática.

Un trabajo como este permite la participación activa y consciente del alumno en el proceso de aprendizaje, lo que constituye la base del desarrollo de habilidades y capacidades.

B) Que se apliquen los métodos heurísticos a través de cualquiera de los cuatro tipos de situaciones problemática:

- **Primer tipo:** Cuando los alumnos tropiezan con la necesidad de emplear conocimientos asimilados anteriormente en condiciones prácticas nuevas.
- **Segundo tipo:** Cuando existe una contraindicación entre las vías teóricamente posibles para solucionar la tarea y la imposibilidad práctica del procedimiento seleccionado.
- **Tercer tipo:** Cuando existe una contradicción entre el resultado práctico alcanzado en la realización de una tarea docente y la falta de conocimientos de los alumnos para su fundamentación teórica.

C) Que se lleve a la práctica una serie de acciones y procedimientos de la habilidad para resolver problemas de acuerdo a las acciones o pasos del proceso de solución:

- Determinar lo conocido y lo desconocido.
 - Determinar las relaciones entre lo dado y lo buscado.
 - Seleccionar los instrumentos para la solución (conceptos y teoremas conocidos).
 - Determinar la necesidad de buscar nuevos instrumentos para la solución (conceptos, teoremas, procedimientos nuevos).
 - Buscar analogías en ejemplos o problemas ya resueltos.
 - Determinar los problemas parciales que se deben resolver.
 - Determinar una estrategia de solución.
-
- Acciones o procedimientos para la descripción de la solución:
 - Utilizar la terminología y simbología apropiada.
 - Realizar inferencias lógicas.
 - Fundamentar los pasos de solución.
 - Realizar los cálculos o mediciones.
 - Realizar el planteo matemático (ecuación, fórmulas, etc.)
-
- Acciones o procedimientos de la solución:
 - Comprobar la solución.
 - Valorar las posibilidades de las soluciones.
 - Plantear la respuesta del problema.

Otras sugerencias metodológicas

Además de la estructuración sistemática de las habilidades matemáticas donde ocupa un papel rector la habilidad para resolver problemas, la investigación estudió otros factores que influyen en la preparación de los alumnos para enfrentar esta tarea.

Si el proceso de solución de un problema se desenvuelve mediante interrogantes entonces es importantes conocer si el alumno esta preparado para formular preguntas que estimulen la ejecución de las acciones o procedimientos descritos anteriormente. La práctica observada en las escuelas de nivel medio indica que este es un problema en la dirección del proceso por los profesores y se caracterizan los tipos de preguntas (de identificación, de relación y valoración y su papel en sus procesos de análisis, búsqueda y fundamentación de vías de solución).

Además se prestó especial atención al hecho de que plantearse un problema y asumir su solución sitúa al alumno en la alternativa de como procedes y en ese momento se orienta por modelos antes elaborados, por el profesor, consultados en el libro de texto u otra literatura, función que satisfacen los ejercicios resueltos anteriormente. Especiales posibilidades las ofrecen los ejemplos que se proponen y analizan en clase por el papel activo que en su tratamiento desempeña el profesor al discutir como realizar la búsqueda, cómo interpretar la situación planteada, cómo escribir la solución y valorarla: lo que indudablemente no puede ser sustituido por el libro de texto.

La esencia del trabajo con ejemplos, en cada eslabón del proceso, radica el transitar estrategias, vías para la solución de problemas, traducir al lenguaje del alumno el sistema de acciones descrito: no es uno u otro ejercicio lo más importante en el contexto de una clase o unidad temática, si no lograr una influencia sistemática en el alumno

para la apropiación de las más diversas formas de analizar un problema, establecer relaciones, plantear la solución y argumentación utilizando el lenguaje apropiado.

La necesidad de enseñar a los estudiantes como formular y resolver problemas en que participe una reflexión cuantitativa, es clara por demás.

2.2 Ejemplificación

Es importante señalar que la resolución de problemas es una habilidad práctica, pues sólo se puede aprender mediante la imitación, la práctica y el razonamiento, pues no es ninguna llave mágica que abra todas las puertas y resuelva todos los problemas.

Los maestros deben enseñar a formular y resolver problemas a los estudiantes, ser capaces de esto es la finalidad de su educación, porque sino todos, al menos la mayoría de los profesores mantienen esta posición.

Los ejemplos que vamos a tratar aquí son casos de problemas verbales que constituyen procedimientos útiles para la enseñanza de los mismos, al estudiarlos debe dirigirse la atención al proceso empleado en la solución de ellos. Los problemas verbales se usan con frecuencia en matemáticas para proporcionar un material de prácticas sobre el que un estudiante pueda aplicar los principios de solución que ha aprendido.

Los ejemplos usados son situaciones que ilustran problemas, que exigen, ser llevados a una terminación feliz, la reflexión.

Problema del Granjero

Un granjero tiene pollos y caballos. Todos estos animales juntos tienen 50 cabezas y 140 patas. Cuantos pollos y cuantos caballos tiene el granjero.

Planteamiento del problema

Hay alguna hipótesis que es necesario hacer respecto a la información dada. Podemos suponer primero que cada uno de sus animales tiene exactamente una cabeza. Podemos también suponer que cada pollo tiene el número normal de patas que tienen los pollos, es decir 2, y que cada caballos tiene el número usual de patas que tienen los caballos, es decir, 4,. No sabemos ni el número de pollos ni el número de caballos, pero sabemos que entre unos y otros hay 50.

Diseño de un plan

Representamos por “Y” el número de caballos.

El número de pollos es: $50 - y$

El otro trozo de información se refiere al número de patas.

Si un caballo tiene 4 patas, entonces “y” caballos tiene este número de patas $4y$.

Usando el mismo razonamiento para los pollos, vemos que el número de sus patas es: $2(50 - y)$.

Hay en total 140 patas; por lo tanto la proposición numérica es $(4y) + 2(50 - y) = 140$

Ejecución del plan

$$(4y) + 2(50 - y) = 140$$

$$2x = 140 - 100$$

$$x = 40 / 2$$

$$\underline{\underline{x = 20}}$$

Por sustitución se encuentra que el conjunto de verdad es {20}. Esto nos indica que hay 20 caballos, y partiendo de esta información podemos determinar fácilmente el número de pollos: $50 - y = 50 - 20 = 30$

Comprobación del plan

Hay 20 caballos

Hay 30 pollos $50 - 20 = 30$

Juntos: $20 + 30 = 50$

Se tienen 50 cabezas

Número total de patas de caballos $4(20) = 80$

Número total de patas de pollos $2(30) = 60$

Juntos tienen 140 patas $80 + 60 = 140$

Lo que coincide con la información dada.

Problema del Circo

PLANTEAMIENTO DE UN PROBLEMA

Al acudir a un circo una familia compuesta de dos adultos y un niño pago \$ 26.00 de entrada, mientras si fueran 1 adulto y 3 niños pagaron \$ 28.00.

¿Cuál es el precio del boleto de entrada de un adulto y cual el del niño?

Analizando el problema

- - ¿ Que datos conocidos tenemos?

R= 2 adultos y un niño pagan \$ 26.00

1 adulto y 3 niños pagan \$ 28.00.

- - ¿ Cuales son los datos desconocidos ?

R= * Precio del boleto de adulto

* Precio del boleto de niño.

- - ¿ Como se pueden representar los datos desconocidos?

R= Por medio de dos variables diferentes

Precio del boleto de adulto = X

Precio del boleto de niño = Y

- - ¿ Como se puede representar todo lo planteado en lenguaje matemático?

R= El pago de 2 adultos y El pago de un niño es igual a \$ 26

$$2x + y = 26$$

El pago de un adulto y El pago de 3 niños es igual a \$ 28

$$x + 3y = 28$$

DISEÑO DE UN PLAN

- - ¿ Que nos resulto de todo el planteamiento?

R= Nos resultaron dos ecuaciones de primer grado con dos variables cada una.

- ¿Existe alguna relación entre estas ecuaciones?

R = Sí, que las dos forman parte de un todo.

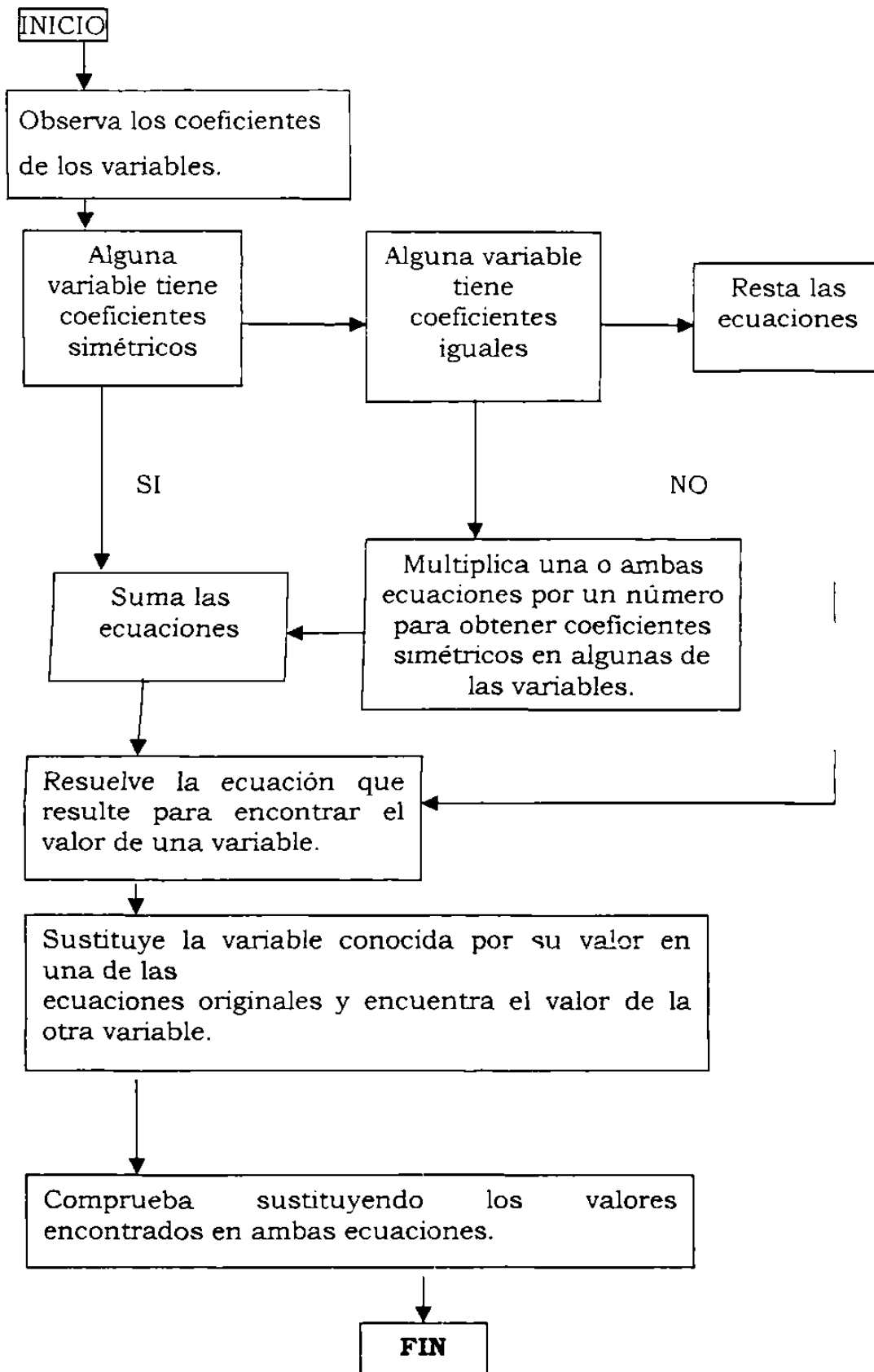
- - ¿Cómo se le llama a la unión que forman estas dos ecuaciones?

R= "Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables".

- ¿Con que método podemos resolver este sistema de ecuaciones?

R = Con el método de eliminación por suma y resta, sustitución, gráfico, etc.

Se resolverá por eliminación por suma y resta de acuerdo al siguiente diagrama.



EJECUCION DEL PLAN

$$(1) \quad 2x + y = 26$$

$$(-2) \quad x + 3y = 28$$

$$2x + y = 26$$

$$2x - 6y = -56$$

$$-5y = -30$$

$$y = -30$$

$$-5$$

$$\underline{y = 6}$$

$$2x + 6 = 26$$

$$2x = 26 - 6$$

$$2x = 20$$

$$x = \frac{20}{2}$$

$$2$$

$$\underline{x = 10}$$

VISION RETROSPECTIVA

- - ¿ Como sabemos que las ecuaciones dadas son verdaderas y que a la vez los valores de “x” y “y” están correctos.

R= sustituyendo dichos valores en las ecuaciones originales.

Ecuación 1

$$2x + y = 26$$

$$2(10) + 6 = 26$$

$$20 + 6 = 26$$

$$26 = 26$$

Ecuación 2

$$x + 3y = 28$$

$$10 + 3(6) = 28$$

$$10 + 18 = 28$$

$$28 = 28$$

Método Gráfico

Diseño de un plan

- ¿ Cuales son los pasos para graficar una ecuación?

R= 1) Despejar la ecuación para “y”

2) Asignar valores a “x” para encontrar los valores correspondientes de y (tabular)

3) Ubicar las parejas de cada ecuación en el mismo sistema coordenado (graficar).

EJECUCION DEL PLAN

1) Despejar la “y” en ambas ecuaciones

Ecuación 1

$$2x + y = 26$$

$$y = 26 - 2x$$

Ecuación 2

$$x + 3y = 28$$

$$y = \underline{28 - x}$$

3

2) TABULAR

X	Y	$y = 26 - 2x$
-10	46	$y = 26 - 2(-10) = 26 + 20 = 46$
-5	36	$y = 26 - 2(-5) = 26 + 10 = 36$
0	26	$y = 26 - 2(0) = 26 + 0 = 26$
5	16	$y = 26 - 2(5) = 26 - 10 = 16$
10	6	$y = 26 - 2(10) = 26 - 20 = 6$

X	Y	$y = \frac{28 - x}{3}$
-10	12.66	$y = \frac{28 - (-10)}{3} = \frac{28 + 10}{3} = \frac{38}{3} = 12.66$
- 5	11	$y = \frac{28 - (- 5)}{3} = \frac{28 + 5}{3} = \frac{33}{3} = 11$
0	9.3	$y = \frac{28 - 0}{3} = \frac{28}{3} = 9.3$
5	7.6	$y = \frac{28 - 5}{3} = \frac{23}{3} = 7.6$
10	6	$y = \frac{28 - 10}{3} = \frac{18}{3} = 6$

3) Grafica todas las coordenadas de la ecuación 1 y 2

- -¿ Cómo se le llama al punto donde las rectas de dos ecuaciones se cortan?

R= Punto de intersección

- -¿ Que es el punto de intersección?

R= Define la solución del sistema de ecuaciones.

- -¿ En este caso cual es la solución?

R= P. I. (10, 6), es decir $x = 10$ $y = 6$

O sea que el boleto de adulto cuesta \$ 10 y el de niño \$ 6.

- ¿Por que se le llama sistema de ecuaciones lineales?

R= Porque la gráfica de una ecuación de primer grado forma una línea recta, y a su vez.

El sistema de 2 forma dos rectas.

- - Como ya saben graficar una ecuación lineal retomaremos el procedimiento y así trazar la gráfica de las ecuaciones anteriores. (ver gráfica en anexos).
- -¿ De que otra manera se puede comprobar y a la vez resolver el mismo sistema

R= Por el método de sustitución.

- En este ejemplo aparecen los impulsos en forma de preguntas, sugerencias o indicaciones. En el se utilizaron los principios, estrategias, reglas y medios auxiliares heurísticos.

Entre los principios que se emplearon fueron: los de analogía, recursión, reducción, modelación inducción, generalización, medir y probar; las reglas utilizadas en este caso fueron separar premisa y tesis, confeccionar la figura de análisis transformar y analizar la tesis del problema, recordar conceptos y definiciones.

La estrategia fue la llamada hacia delante (inducción) y se utilizaron los medios auxiliares llamados esbozos, figura de análisis, las tablas, etc.

Por otro lado se llevo la resolución del problema de acuerdo al programa general heurístico, que es parte fundamental para la resolución del mismo, así como también se conjugo una situación problémica que impulse al estudiante a ser más creativo.

CONCLUSIONES

- Una vez que se han estudiado los fundamentos teóricos, y que resultan de gran utilidad en la práctica por que contribuye a mejorar el proceso enseñanza – aprendizaje, en nuestra asignatura.
- Sabemos que como toda metodología tiene sus bondades y limitaciones, esta deberá aplicarse de acuerdo al contexto escolar del estudiante, por lo que consideramos que los procedimientos heurísticos en situaciones problémicas facilitan el aprendizaje del estudiante en forma creadora, pero con impulsos del maestro para llevarla a un mejor desarrollo.
- Creemos que un sistema de acciones y procedimientos de la habilidad para resolver problemas, es verdaderamente funcional, pues esto hace que los estudiantes cambien su mentalidad con respecto a las matemáticas y en cuanto a su entorno.
- Consideramos que la aplicación de estas estrategias metodológicas contribuyen al desarrollo de habilidades en la resolución de problemas dentro de nuestra signatura.

RECOMENDACIONES

Este trabajo nos sirve para dar respuesta algunas inquietudes de nuestra labor docente, y además sirve de punto de partida para la elaboración de otra metodología que conlleven al mejoramiento del proceso docente educativo, que por cierto, falta mucho, por hacer en este campo.

Consideramos que los procedimientos heurísticos en situaciones problémicas, y el sistema de acciones y procedimientos de la habilidad para resolver problemas es una buena alternativa que contribuye al desarrollo de habilidades para resolver problemas, y que se puede aplicar en otros grados.

Hay algunos aspectos que no se trataron como lo son los procedimientos algorítmicos que no son tan prácticos como los heurísticos, pero que en forma alterna podrían funcionar mejor en el proceso enseñanza aprendizaje de la asignatura, esto es una de las limitaciones de nuestro estudio, ya que nos restringimos a tratar únicamente los procedimientos heurísticos y situaciones problémicas.

Además recomendamos manejar la enseñanza problémica en toda su extensión en próximos estudios.

BIBLIOGRAFÍA

Alvarez Carlos; Metodología de la Investigación Científica; Centro de Estudios de Educación Superior; Santiago de Cuba; 1995.

Álvarez de Zayas, Carlos. fundamentos teóricos del proceso docente – educativo en la formación del profesional de perfil amplio. Villa Clara, Universidad Central 1988.

Ballester S. Metodología de la enseñanza de las matemáticas. Editorial Pueblo y Educación. Habana. Cuba. 1992.

Farfan Rosa; Ingeniería Didáctica; Editorial Iberoamericana; México, D.F.; 1997.

Mancera Martínez Eduardo Escareño Soberanes Fortino Problemas. Maestros y la resolución de problemas. Educación Matemática. Vol. 5. No. 3. Diciembre de 1993.

Parra Blanca M. La resolución de problemas en la construcción de esquemas de razonamiento. Educación Matemática. Vol. 3; No. 1. Abril de 1991.

Polya G. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trallas. México, D.F. 1965.

Polya G. Matemáticas y Razonamiento plausible; Editorial Tecnos; 1966

Santos Luz; Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas; Editorial Iberoamericana, México, D.F., 1997.

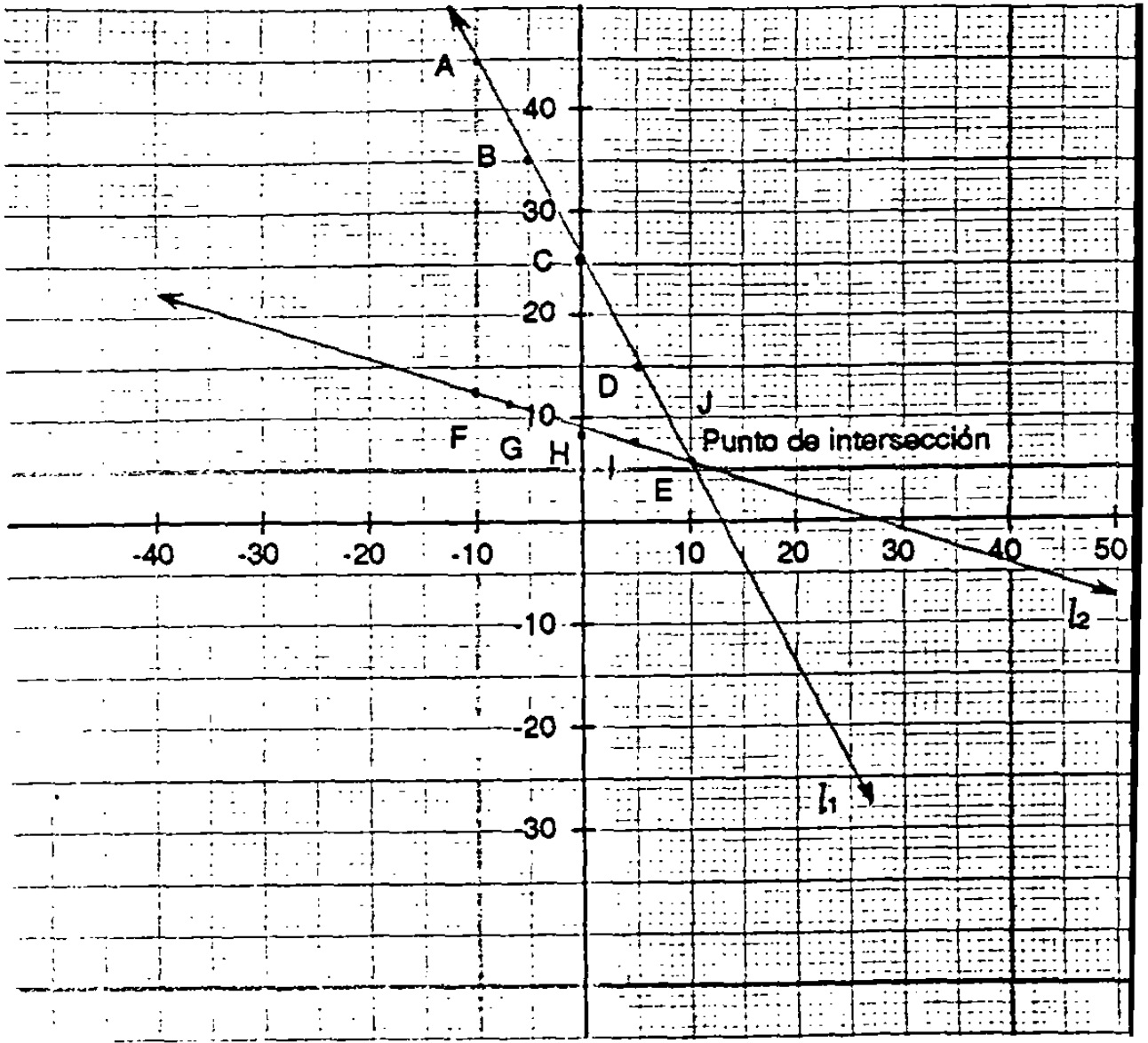
National Council of teacher of matematicas Sugerencias para resolver problemas; Editorial Trillas. México, D.F; 1979.

Valenzuela González Ricardo. Resolución de problemas matemáticos: en un enfoque psicológico. Educación matemática. Vol. 4. No. 2 Diciembre de 1992.

Santos Trigo Luz Manuel. Didáctica Lecturas. Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Editorial Iberoamérica, S. A. de C. V. 2ª. Edición. México. 1997.

Talízina N. F. Conferencias sobre los fundamentos de enseñanza superior. C.E.P.E.S. Universidad la Habana 1989.

ANEXOS



REFLEXIONES SOBRE EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Aprender a enseñar Matemáticas es más difícil que aprender Matemáticas.

Los estudiantes son más complejos que las mismas Matemáticas.

Cuando en una clase hay más de un alumno, es difícil enseñar eficientemente las Matemáticas. (En las Matemáticas no hay neutralidad).

Ningún hombre puede ser buen maestro a menos que tenga un gran cariño hacia sus alumnos y un genuino deseo de impartir lo que el cree que es valioso (El maestro debe tener vocación Matemática).

Las Matemáticas no son un deporte para espectadores; los alumnos sólo aprenden si reaccionan y participan en actividades educativas.

La enseñanza de las Matemáticas requiere algo más que entusiasmo, debemos ser capaces de comunicar ideas y valores a los alumnos.

No existen reglas que aseguren el éxito en la enseñanza de las Matemáticas.

Enseñar Matemáticas es un arte tan complicado que se requiere que cada uno de nosotros encuentre lo que mejor le funcione en su proceso.

Las Matemáticas son vida, hay que escucharla, sentirla, olerla, mirarla y saborearla.

Las Matemáticas no tienen sentimientos ni son democráticas.

Los exámenes se aplican para saber que aspectos no domina el alumno y muy pocas veces se aplican para saber que aspectos "i dominan."

