

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS



PROPUESTA DIDACTICA
RESOLUCION DE PROBLEMAS EN EL ALGEBRA
DE PREPARATORIA

Que para obtener el Grado de
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias
con Especialidad en Matemáticas

PRESENTA:
SERGIO ANTONIO BENAVIDES NAJERA

Ciudad Universitaria San Nicolás de los Garza, N. L.
MARZO DE 1999

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

TM

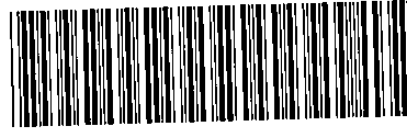
Z7125

FFL

1999

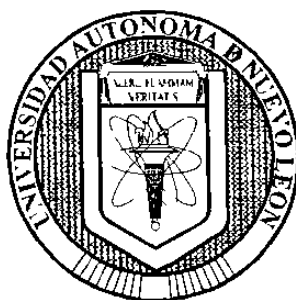
B4

1999



1020125519

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS



PROPUESTA DIDÁCTICA
Resolución de problemas en el Álgebra de preparatoria

**Que para obtener el Grado de
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias
con Especialidad en Matemáticas**

**Presenta :
SERGIO ANTONIO BENAVIDES NÁJERA**

Ciudad Universitaria

San Nicolás de los Garza, N.L.

Marzo 1999

TM
125
F
999
o

81



FONDO
TESIS

RESUMEN

El presente trabajo surge con el propósito de dar respuesta a la enseñanza del Álgebra en preparatorias de la Universidad Autónoma de Nuevo León mediante la resolución de problemas.

La propuesta consiste en presentar el tipo de actividad práctica que el profesor debe seleccionar o diseñar de manera que se desarrollen los métodos productivos de enseñanza en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la materia Matemáticas I en las preparatorias, con el objetivo de contribuir a perfeccionar el proceso enseñanza-aprendizaje.

INDICE

RESUMEN	
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULOS	
I. CONTEXTO Y TEORÍA	
A. Descripción del contexto	9
B. La resolución de problemas y las tendencias actuales de su enseñanza	13
C. Métodos y estrategias para la resolución de problemas	18
II. PROPUESTA METODOLÓGICA	22
CONCLUSIONES	32
RECOMENDACIONES	34
BIBLIOGRAFÍA	
ANEXOS	

INTRODUCCIÓN

La matemática es una ciencia antigua, comienza en los tiempos más remotos y se extiende hasta nuestro tiempo. A lo largo de los siglos ha sido empleada con objetivos diversos, según De Guzmán (1993): “ Fue un instrumento para la elaboración de vaticinios, entre los sacerdotes de los pueblos mesopotámicos. Se consideró como un medio de aproximación a una vida más profundamente humana y como camino de acercamiento a la divinidad, entre los pitagóricos. Fue utilizado como un importante elemento disciplinador del pensamiento en el Medievo. Ha sido la más versátil e idónea herramienta para la exploración del universo, a partir del Renacimiento. Ha constituido una magnífica guía del pensamiento filosófico, entre los pensadores del racionalismo y filósofos contemporáneos. Ha sido un instrumento de creación de belleza artística, un campo de ejercicio lúdico, entre los matemáticos de todos los tiempos...”.

Por otra parte, la matemática ha experimentado cambios cualitativos. “Estos cambios cualitativos no llevan, sin embargo, a un proceso de destrucción o abolición de las teorías ya existentes, sino que confieren a éstas una profundidad y un grado de generalización mayores, estableciéndose teorías más generales, para las cuales los desarrollos precedentes han preparado ya el camino.”, Aleksandrov (s.a).

En el ya próximo siglo XXI: “la educación deberá transmitir, masiva y eficazmente, un volumen cada vez mayor de conocimientos teóricos y técnicos evolutivos, adaptados a la civilización cognitiva, porque son las bases de las competencias del futuro. Simultáneamente, deberá hallar y definir orientaciones que permitan no dejarse sumergir por las corrientes de informaciones más o menos efímeras que invaden los espacios públicos y privados y conservar el rumbo en proyectos de desarrollo individuales y colectivos.”, Delors (1996). Además recomienda que la educación a lo largo de la vida debe estructurarse en torno a los cuatro pilares de la educación: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser.

“La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática y no menos los agentes de ella,

deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápidamente mutante de la situación global venga exigiendo,” De Guzmán (1993).

Un aspecto que ha impactado en la matemática y la educación, es el uso de la tecnología actual, las calculadoras de bolsillo y las computadoras. “En comparación con otras tecnologías, la computadora personal ha evolucionado en un período muy corto. Los desarrollos han sido impresionantes y no han cesado de ocurrir. En el lapso de tan sólo dos décadas, la PC ha pasado de ser un pasatiempo novedoso, para convertirse en una herramienta de flexibilidad y capacidades inmensas que se encuentra en millones de hogares y negocios.”, Norton (s.a).

Ya por terminar el siglo XXI: “La computadora personal (PC) ha generalizado su uso, debido a la accesibilidad y gran variedad de software desarrollado para proporcionar a los usuarios el soporte requerido para realizar con rapidez operaciones de procesos repetitivos con exactitud y sin errores en cualquier área de trabajo.”,CASA-UANL.

“Además, dado que las matemáticas se han estado desarrollando exponencialmente, particularmente en este siglo (con similares avances

en otras ciencias), es importante que el estudiante sea un participante activo de este desarrollo.

Una forma de promover esta participación es profundizar en algunos aspectos del estudio de las matemáticas y ofrecer las herramientas para que independientemente de una educación formal, el estudiante pueda continuar su estudio de esta disciplina. La tecnología parece que puede contribuir en esta dirección.”, Santos (1997).

Vázquez (1999), señala que la revolución computacional que se está llevando a cabo, “obliga al desarrollo de la matemática sobre la base del razonamiento y no sólo del cálculo.”.

Con la tecnología actual, computadoras portátiles y calculadoras de bolsillo que son capaces, con sólo presionar algunas teclas, de realizar cálculos aritméticos y estadísticos, trazar la gráfica de una función polinomial y otras, resolver una ecuación; por ejemplo una cuadrática y otros trabajos más, “ es claro que nuestra enseñanza del cálculo, del álgebra, de la probabilidad y estadística, ha de transcurrir en el futuro por otros senderos distintos de los hoy seguimos. Habrá que poner el acento en la comprensión e interpretación de lo que se está haciendo, pero será

superflua la energía dedicada a adquirir agilidad en las rutinas que la máquina realiza con mucha mayor rapidez y seguridad. En la programación de nuestra enseñanza habremos de preguntarnos constantemente dónde vale la pena que apliquemos nuestro esfuerzo inteligente y cuáles son las rutinas que podemos confiar a nuestras máquinas.”, De Guzmán (1993).

Otros problemas importantes que ocupan a la comunidad matemática y que son señalados por él, son:

- La recuperación del pensamiento geométrico y de la intuición espacial
- La probabilidad y la estadística deben incluirse en los programas de estudio
- La búsqueda de la motivación para el estudio de la matemática
- Transmitir los procesos de pensamiento propios de la matemática en la resolución de verdaderos problemas

En México, la Secretaría de Educación Pública ha reconocido la enseñanza de la matemática como un de los problemas mayores en la educación elemental, media y superior, Farfán (1997).

La enseñanza de la matemática ha tenido diversos movimientos. Por ejemplo, el de la matemática moderna en los años 60 y 70, “recomendaba dar mayor énfasis a la estructura y el lenguaje formal de las matemáticas desde los niveles elementales”, Santos (1997).

Hoy en día la propuesta principal “cae en una enseñanza basada en la resolución de problemas, sobre la base de la discusión, la participación activa del alumno, la vinculación entre las asignaturas de la propia matemática y con el resto”, Vázquez (1999).

La fuente de nuestro problema la encontramos en nuestra experiencia laboral, como profesor de matemática en la preparatoria 3 y el mismo queda enunciado de la siguiente forma: **¿Cómo seleccionar o diseñar las actividades prácticas en Matemática I en las preparatorias de la Universidad Autónoma de Nuevo León de manera que se desarrollen los métodos productivos de enseñanza?** que se manifiesta en el objeto, **proceso enseñanza-aprendizaje**, y determina el campo de acción, **los**

métodos productivos de enseñanza; cuyo objetivo es contribuir a perfeccionar el proceso enseñanza-aprendizaje.

La hipótesis de trabajo para esta propuesta es: Si se seleccionan o diseñan un grupo de problemas para la Matemática I de preparatoria de la Universidad Autónoma de Nuevo León que sean llevados al proceso enseñanza-aprendizaje mediante los métodos productivos de enseñanza, entonces probablemente se podrá contribuir a perfeccionar el proceso enseñanza-aprendizaje.

Las tareas que desarrollaremos para resolver el problema son:

- Revisión de materiales oficiales vigentes de matemáticas para el primer semestre de preparatoria
- Revisión de materiales relativos al álgebra
- Estudio de las tendencias actuales de la enseñanza matemática
- Estudio de los métodos de enseñanza que estimulan la actividad productiva
- Estudio de materiales relativos al aprendizaje
- Análisis comparativo y selección de problemas en libros de álgebra

Los métodos de investigación que seguiremos son los métodos teóricos de inducción-deducción y análisis-síntesis, así como la observación como método auxiliar de investigación.

La propuesta consta de resumen, introducción, dos capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y dos anexos.

En el capítulo I se da una descripción del contexto en que se realiza el trabajo didáctico, la preparatoria. Se analizan y exponen los métodos de enseñanza y la resolución de problemas que sirven como sustento teórico.

En el capítulo II se presenta el tipo de problemas que debemos considerar en la enseñanza y la manera de llevarlos al salón de clase. Incluye una ejemplificación en los temas ecuaciones lineales y ecuaciones cuadráticas.

CAPÍTULO I

CONTEXTO Y TEORÍA

A. Descripción del contexto

El contexto en que se realiza esta propuesta didáctica, la preparatoria, es una dependencia de la Universidad Autónoma de Nuevo León que tiene como fines impartir educación media superior, a través de sus planes y programas de estudio y generar en el estudiante el desarrollo personal que le permita su acceso a la educación superior como a la comprensión de su sociedad y de su tiempo.

Los profesores que en ella laboran están viviendo una época de cambios, tienen un nuevo reglamento académico que los motiva a superarse profesionalmente para aspirar a ganar más dinero, así que algunos de ellos están estudiando maestría.

Los alumnos que en ella estudian son jóvenes egresados de secundaria con edad aproximada de 15 años en adelante.

En base a nuestra experiencia y en observaciones realizadas, podemos afirmar que la clase expuesta de tipo expositiva y la resolución de ejercicios constituyen el eje de la enseñanza que se lleva a cabo en el aula.

De Guzmán (1993), resume lo que tradicionalmente ha venido haciendo una buena parte de los docentes:

“exposición de contenidos-ejemplos-ejercicios sencillos-ejercicios más complicados-¿problema?”.

Algunas características del proceso enseñanza-aprendizaje que se lleva a cabo en la preparatoria las obtuvimos de observaciones realizadas en una aula durante el mes de Mayo de 1997, mediante una guía (anexo 1), ellas son:

- Los alumnos obtienen el conocimiento a través del verbalismo del profesor.

- El conocimiento que adquiere el alumno es aplicado a situaciones similares muy idénticas a las indicadas por el docente, no hay situaciones nuevas que le permitan tener incongruencias en su pensamiento.
- La preparatoria determina con anterioridad los temas que se deben tratar en clase y en un tiempo máximo, así los alumnos no pueden proponer o elegir los temas que ellos desean, lo que es peor; el profesor tampoco puede elegir.

Durante el segundo semestre de 1997 realizamos varias sesiones de observación (anexo 2) en otra preparatoria y de ellas podemos mencionar lo siguiente:

- El papel del profesor es transmitir información y no diseñar actividades a través de las cuales los estudiantes se apropien de los conceptos matemáticos.
- El libro de texto que utilizan es un problemario, en su gran mayoría de problemas rutinarios: “el uso de problemas rutinarios encontrados en los libros de texto se identifica más con el empleo de procesos mecanizados o memorísticos”, Santos (1997).

- En los primeros minutos de la clase, el profesor se dedica a explicar la temática a tratar y después resuelve problemas similares y así es siempre en cada sesión.

Lo anterior concuerda con lo señalado por De Guzmán (1993), respecto a lo que tradicionalmente han venido haciendo (me incluyo) los docentes.

Según lo confirma Vázquez (1999) "Sin embargo, el uso simplemente de problemas por métodos conductistas, no ha provocado como tal un cambio en la formación de los alumnos, ya que:

En general se usan de forma mecánica y rígida.

No se aprovechan los aspectos docente-cognoscitivos presentes.

Se hace un manejo estático, restringido sólo al ámbito propio de la situación planteada.

No se da una visión general del proceder matemático restringiéndolo solamente a la manipulación con determinados conceptos y habilidades, siendo estos últimos sólo en la propia dirección del problema en sí.

No se interrelacionan las situaciones, profundizando de esta forma en el método y no en la situación ocasional mostrada.

No se hace una adecuada combinación de ejercicios y problemas, donde se entrene al alumno en el uso de técnicas y modos de pensamiento específico."

Recordemos que en la actualidad la propuesta para la enseñanza de la matemática según Vázquez (1999) "cae en una enseñanza basada en la resolución de problemas, sobre la base de la discusión, la participación activa del alumno, la vinculación entre las asignaturas de la propia matemática y con el resto"

B. La resolución de problemas y las tendencias actuales de su enseñanza

La enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas enfatiza en los procesos de pensamiento propios de la matemática y en los procesos de aprendizaje, De Guzmán (1993).

Algunos aspectos a considerar en este tipo de enseñanza como lo más importante y algunas ventajas son señaladas por De Guzmán (1993)

Respecto al alumno, que:

- Active su capacidad mental
- Ejercite su creatividad
- Reflexione sobre su propio proceso de pensamiento

- Adquiera confianza en sí mismo
- Se prepare para resolver problemas de su vida cotidiana y de la ciencia en general

Ventajas de este tipo de enseñanza.

- Se proporciona a los estudiantes capacidad autónoma para resolver sus propios problemas
- Es aplicable sin importar la edad del alumno

Para adoptar la tendencia actual de la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas, recordemos lo que tradicionalmente hacen los profesores en la clase de matemáticas, según lo resume De Guzmán (1993): “exposición de contenidos-ejemplos- ejercicios sencillos-ejercicios más complicados-¿problema?”.

Un aspecto importante es diferenciar entre un ejercicio y un problema, aunque aun no se haya dado respuesta final a las preguntas ¿Qué es un problema?, ¿Cuál es la diferencia entre un ejercicio y un problema?, según nos lo indica Lorenzato y Do Carmo (1996).

Hay diversos puntos de vista respecto a lo que es un problema; por ejemplo, para Schoenfeld (1985) un problema es una tarea que es difícil para el sujeto que está tratando de hacerla.

Un problema para Santos (1997), es una tarea o situación en la cual:

- Hay un interés por encontrar la solución; esto es una persona o un grupo de sujetos quiere o necesita encontrar una solución
- No hay un procedimiento que garantice la solución inmediata de la tarea
- Existen diversos métodos para resolverlo
- Puede haber varias soluciones
- Hay una atención por parte de una persona o un grupo de sujetos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolver la tarea

En esta concepción de problema, es importante observar que un problema puede tener diversos métodos de solución o varias soluciones. Por lo general enseñamos problemas que tienen sólo una solución y lo hacemos mediante un procedimiento ya establecido; así que, esta definición de problema nos ofrece algo diferente a lo que venimos realizando en el aula y propicia que el estudiante sea más activo en clase.

Nos identificamos y aceptamos la concepción de problema del autor Santos y además como lo indica Pozo (1996) que permita afrontar nuevas tareas.

Por otra parte un ejercicio para Pérez (1994) es la repetición de una determinada técnica enseñada por el profesor. Con este punto de vista nos identificamos respecto a lo que es un ejercicio.

Un ejemplo de ejercicio lo encontramos en el proceso enseñanza-aprendizaje de Matemática I en nuestra preparatoria, ya una vez que el profesor enseñó la técnica para resolver un tipo de ecuación lineal; por ejemplo $5x-3=12$, resolver cualquier otra de esa forma constituye un ejercicio. Aunque esa misma tarea puede constituir un problema para alumnos que no han cursado la asignatura Matemática I o bien para alumnos de educación secundaria.

Uno de los factores que influyen en la resolución de problemas es la concepción que tiene el alumno acerca de la matemática, Schoenfeld (1992) señala las siguientes creencias de los estudiantes sobre la naturaleza de la matemática:

- Todos los problemas matemáticos tienen únicamente una respuesta correcta
- Sólo hay una forma correcta de resolver un problema matemático, la del profesor
- La matemática que se enseña en la escuela no tiene nada que ver con el mundo real

Para nosotros, estas creencias de los alumnos se deben entre otras causas a que en la enseñanza que llevamos a cabo en el aula, presentamos problemas mediante sólo una vía de solución resueltos mediante un procedimiento establecido, los problemas son muy similares y no se refieren a situaciones que interesen al estudiante, por lo general no presentamos problemas que tengan varias soluciones, no enfatizamos en métodos y estrategias para la resolución de problemas y los materiales oficiales que utilizamos contribuyen a lo anterior.

Al respecto, Santos (1997) señala que, "el tipo de problemas usados en la clase, la forma de evaluación, las dinámicas de grupo y las tareas contribuyen directamente a que el estudiante desarrolle este tipo de creencias".

Sin embargo, cabe además mencionar que Lorenzato y Do Carmo (1996) señalan que no se ha dado respuesta convincente a la pregunta ¿Cuáles son los factores que influyen en la resolución de un problema?; o sea que acorde a sus razones, las creencias de los estudiantes acerca de las matemáticas señaladas por el autor Alan Schoenfeld no constituyen una respuesta completa a dicha pregunta.

Con respecto a la forma de resolver un problema, podemos mostrar al estudiante problemas que puedan ser resueltos por diversas formas. De igual manera podemos presentarle problemas que contribuyan a eliminar las otras dos creencias típicas de los alumnos acerca de la matemática.

C. Métodos y estrategias para la resolución de problemas

Algunos métodos y estrategias para la resolución de problemas son señalados por Santos (1997); por ejemplo el método de los dos caminos, que consiste en expresar el problema dado por medio de dos expresiones algebraicas e igualarlas. También nos señala algunas estrategias como la estrategia de sumar cero y la de multiplicar por uno.

En Álgebra es posible utilizar la estrategia heurística universal trabajando hacia atrás y diversas formas para resolver un problema como la técnica ensayo y error, métodos cortos y el método algebraico.

En las categorías de la Didáctica, se encuentran los métodos de enseñanza. Estos se pueden clasificar de diversas formas; por ejemplo, atendiendo al carácter de la actividad cognoscitiva, se distribuyen en dos grupos:

- Métodos que estimulan la actividad reproductiva
- Métodos que estimulan la actividad productiva

Los métodos del primer grupo, permiten que los alumnos se apropien de conocimientos ya elaborados y reproducir modos de actuación ya conocidos. En este grupo se halla el método expositivo, en donde la actividad del alumno es receptiva y la fuerza activa está en el docente.

El método de enseñanza expositivo es utilizado básicamente en la preparatoria como método de enseñanza en la Matemática I; por ejemplo el profesor enseña la técnica para resolver ecuaciones cuadráticas por factorización mediante la ejemplificación y el alumno observa, escucha y toma nota. ¿Por qué usamos este método?, tal vez porque nosotros fuimos enseñados así, otra razón puede ser que en la actualidad

observamos en la facultad que los profesores siguen utilizando este método de enseñanza, tal vez por desconocimiento de la didáctica de la matemática y en particular de los métodos de enseñanza, bien por el tipo de material oficial utilizado para la clase de matemática o ya sea por no conocer la tendencia actual de la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas; que de acuerdo a De Guzmán (1993) se trata de considerar como lo más importante que el estudiante active su propia capacidad mental y que ejercite su creatividad, entre otros.

Los métodos del segundo grupo, propician el desarrollo de la actividad creadora y en ellos se halla el método por problemas, que consiste en que la clase se desarrolla a través de problemas que el profesor le presenta a los alumnos.

En este capítulo hemos descrito el contexto en que realiza este trabajo, la preparatoria, apoyándonos en nuestra experiencia y en observaciones realizadas en dos aulas.

Se han señalado algunos aspectos a considerar en la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas y algunas ventajas de ella.

También se han revisado los métodos de enseñanza, en particular los reproductivos y los productivos.

Como resultado de este capítulo se ha podido concluir lo siguiente:

1. Ya que la clase expuesta de tipo expositivo y la resolución de ejercicios constituyen el eje de la enseñanza que se lleva a cabo en nuestras aulas, podemos afirmar que el tipo de enseñanza matemática actual en preparatoria se basa en los métodos reproductivos propiciando que la actividad cognoscitiva del alumno sea pasiva y la fuerza activa esté en el docente. Esto confirma lo que según De Guzmán (1993) ha venido haciendo una buena parte de los profesores.
2. La segunda conclusión a la que llegamos es que los métodos productivos y la resolución de problemas nos ofrecen una alternativa de cambio en la enseñanza matemática que llevamos al aula propiciando con ello que la fuerza activa esté en el alumno y preparándolo para resolver problemas en general, por lo que constituyen el sustento teórico de nuestro trabajo didáctico.

CAPÍTULO II

PROPUESTA METODOLÓGICA

Proponemos desarrollar una enseñanza de la matemática en base a la resolución de problemas en las preparatorias de la Universidad Autónoma de Nuevo León.

Según Santos (1997): "Una preocupación constante de los maestros que identifican un potencial en el uso de la resolución de problemas para el aprendizaje de las matemáticas es el tipo de problemas que deben considerar en la instrucción."

Los problemas que sean diseñados o seleccionados tanto para la clase como para el trabajo fuera del aula, no deben poder ser resueltos a través del uso directo o casi directo de un algoritmo y deberán poseer por lo menos una de las características siguientes:

- Tener varios caminos para obtener la solución, esto permite contribuir a eliminar la concepción que tienen algunos alumnos de que sólo hay

una forma correcta de resolver un problema matemático, la del profesor, según lo señala Shoenfeld (1992). Además permite evaluar las inconveniencias de usar un determinado camino o vía para resolverlo.

- Que permita ilustrar el potencial de usar medios auxiliares heurísticos tales como tablas y figuras.

Según Santos (1997), "el pensar en una figura o un diagrama muchas veces no solamente ayuda a identificar los elementos importantes del problema sino que también puede sugerir alguna estrategia para resolverlo".

La construcción de una tabla nos puede ayudar a organizar la información proporcionada y de ella podemos obtener un patrón que nos lleve a encontrar la solución del problema.

- Que permita para su resolución, ilustrar el potencial de uso de estrategias.

En la enseñanza actual que se lleva al aula en las preparatorias se le da más importancia a la solución del problema, a la respuesta, y, no al uso de estrategias para la resolución del problema.

Según Vázquez (1999) "Se hace necesario involucrar a los alumnos en la resolución de problemas no rutinarios, de manera que la discusión y

aplicación de las estrategias para resolverlo, contribuyan a desarrollar la disposición hacia el estudio de dicha ciencia."

- Que existan para el problema diferentes soluciones.

De acuerdo a Santos (1997), un aspecto importante en la clase, además de ilustrar el potencial de usar varias estrategias heurísticas es que los problemas pueden tener varias soluciones.

La gran mayoría de los problemas que presentamos actualmente al estudiante y que contiene el libro de texto oficial, tienen sólo una solución.

- Que sea de interés para el alumno. En la medida que sea posible debemos invitar a los estudiantes a que propongan problemas que les interese para que se intenten resolverlos en la clase, ello podrá probablemente contribuir a encontrar significado a la matemática.

Al respecto Pozo y Postigo (1994) señalan el siguiente criterio para convertir en problema un ejercicio: "Plantear las tareas no sólo con un formato académico, sino también en escenarios cotidianos y significativos para el alumno, procurando que éste establezca conexiones entre ambos tipos de situaciones."

Según Kline (1981): "El uso de problemas reales y especialmente físicos no sólo sirve para hacer interesantes las matemáticas, sino también para darles un significado."

Lo importante es presentarle al estudiante problemas que provoquen un cambio en la formación de los estudiantes.

Para su implantación en el salón de clase, debemos considerar lo siguiente:

- El contenido del tema que se trate en la clase, ya que no debemos llevar problemas al aula que requieran de nuevos conocimientos para resolverlo.
- El problema debe ser resuelto por completo en la sesión de clase, en el tiempo que dura la sesión, que es de 150 minutos y no dejarlo sin terminar.
- Las diferencias individuales de los alumnos. Reconocer diferencias tales como la forma en que estos estudian, aprenden y resuelven los problemas es importante. Por lo general el profesor no reconoce estas diferencias.
- El profesor necesita conocer y estudiar los métodos de enseñanza que estimulan la actividad reproductiva y productiva, para poder saber

cuáles son las ventajas y desventajas de ambos métodos y cuando utilizar un determinado método en una situación dada.

- El docente requiere conocer y estudiar la tendencia actual de la enseñanza matemática a través de la resolución de problemas.

Es importante que el docente, para implantar este tipo de enseñanza, analice esta tendencia con el fin de contribuir en él a eliminar algunas deficiencias es su enseñanza que lleva al aula, como lo es el abuso de una práctica repetitiva de un mismo procedimiento y hacer lo que según De Guzmán han venido haciendo una buena parte de los profesores, exposición de contenido, ejemplos, ejercicios sencillos y complicados. Que como lo señala Vázquez (1999), la resolución de problemas de modo reproductivo no ha provocado un cambio en la formación de los estudiantes.

Santos (1996), ha identificado las siguientes cuatro actividades:

- Exposición por parte del profesor. El docente puede resolver en la clase un problema nuevo para él, mostrando todo el proceso para resolverlo.
- Discusión en grupos pequeños. Que los alumnos trabajen en grupos pequeños al resolver un problema.

- Presentaciones individuales por parte de los alumnos. Los estudiantes presentan sus ideas frente a sus compañeros y profesor.
- Participación grupal. Cuando se intenta resolver un problema con la participación del profesor y alumnos; el docente es un coordinador.

Ejemplifiquemos la propuesta en los temas siguientes:

- Ecuaciones cuadráticas
- Ecuaciones lineales

En la sección de ecuaciones cuadráticas podemos resolver problemas tales como los siguientes que nos presenta Lovaglia (1972):

Si una raíz de $x^2+3x+k=0$ es 2, encuentra la otra. ¿Cuál es el valor de k ?

Este problema nos **ilustra diversas formas para su resolución y el uso de la estrategia trabajando hacia atrás.**

Una manera de resolverlo, es cuando el estudiante sabe lo que es una raíz. Sustituyendo la x con el 2, se obtiene $k= -10$, por tanto encuentra que $x^2+3x-10=0$ y resolviendo por algún método conocido y de su preferencia obtiene la otra raíz, -5 .

Otra forma de resolver el problema es utilizando la estrategia heurística universal, **trabajando hacia atrás, el método de factorización** para resolver ecuaciones cuadráticas y **medios auxiliares.**

Para resolverlo, invertimos el proceso para resolver una ecuación cuadrática por factorización.

Si partimos de que una solución es 2 y la otra es digamos b, entonces para llegar a esto tuvimos que tener lo siguiente $x-2=0$ y $x-b=0$

Para obtener lo de arriba, tuvimos que tener $(x-2)(x-b)=0$ y para llegar a esto se tuvo que tener $x^2+3x+k=0$ y haber encontrado dos números -2 y -b tales que $(-2)+(-b)=3$ y $(-2)(-b)=k$, de estas se encuentra la otra solución, -5 y el valor de k, -10.

Encuentra el valor de la constante m tal que una de las soluciones de $x^2-mx+27=0$ sea el triple de la otra.

Este problema ilustra diversos caminos para resolverlo, varias soluciones y el uso de la estrategia trabajando hacia atrás.

Una forma de resolverlo es mediante la **técnica de ensayo - error** y el **método de factorización para resolver ecuaciones cuadráticas**, probando algunas posibilidades.

Primer número	Segundo	producto	suma	
1	27	27	28	No
3	9	27	12	Si
-1	-27	27	-28	No
-3	-9	27	-12	Si

De esta manera se hallan dos soluciones, 12 y -12.

Otra camino es a través del **método de factorización** , el uso de la **estrategia trabajando hacia atrás y medios auxiliares.**

Si k es una solución, entonces $3k$ es la otra. Para llegar a esto tuvimos que tener $x-k=0$ y $x-3k=0$

Para llegar a lo de arriba se tuvo que tener $(x-k)(x-3k)=0$ y para obtener

esto se tuvo que tener $x^2-mx+27=0$ y haber encontrado dos números $-k$ y $-3k$ tales que $(-k)+(-3k)=-m$ y $(-k)(-3k)=27$; de aquí se encuentra los posibles valores de k , -3 y 3 , y dos valores para la constante m , -12 y 12 .

El siguiente problema es presentado por Santos (1997), forma parte de la lista de problemas que pueden ser considerados como punto de partida para diseñar otros.

Un libro se abre al azar. El producto de los números de las dos páginas donde se abrió es 3192. ¿Cuáles son los números de las páginas en que se abrió?

El problema **ilustra diversos caminos para resolverlo.**

Una manera de resolver este problema es **factorizando** 3192 como $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 19$ y determinando que $3192=56 \times 57$

Otra forma de resolverlo es por el **método algebraico**, representando la información dada con una ecuación cuadrática y resolverla por un método de su preferencia; por ejemplo fórmula.

Otra forma de resolver el problema es a través de obtener **la raíz cuadrada** de 3192 y ello nos sugiere que los números consecutivos son 56 y 57.

El siguiente problema de edades nos lo presenta Foerster (1990), forma parte de los problemas en los cuales ya no se lleva de la mano, paso a paso, al estudiante.

A es 4 años más viejo que B. El producto de sus edades es 45. ¿Cuántos años tienen cada uno?.

El problema **ilustra varios caminos para resolverlo**.

Este problema puede ser resuelto por **ensayo y error**

B	A	Producto	
1	5	5	No
2	6	12	No
3	7	21	No
4	8	32	No
5	9	45	Si

La respuesta es B tiene 5 años y A, 9.

Por medio de álgebra. El estudiante puede definir la variable x como los años que tiene B, construir la ecuación $x(x+4)=45$ y resolverla por algún método de su preferencia.

Los tres problemas siguientes se refieren a ecuaciones lineales y los presenta Swokowski (1988):

¿Cuál debe ser el valor de c para que una solución de $3x+1-5c=2c+x-10$ sea -3 ?

¿Cuál debe ser el valor de b para que una solución de $4x+3b=7$ sea 8 ?

Encuentra valores para a y b tales que $5/3$ es una solución de $ax+b=0$.

¿Son éstos los únicos valores posibles de a y b ? Explica.

El primer problema puede resolverse por **camino diferentes** y no puede ser resuelto en forma directa por la técnica enseñada en clase por el docente.

Una manera de resolver este problema, es cuando el estudiante ya aprendió el concepto de solución de una ecuación. Entonces sustituye la x con el 3 en la ecuación dada y encuentra el valor de c , $5/7$.

Otra forma de resolverlo es aplicando la técnica enseñada por el profesor, a través de transformaciones y encontrar $x=(7c-11)/2$. Entonces igualar a -3 y encontrar $c=5/7$.

CONCLUSIONES

Partimos de la idea de que si seleccionamos o diseñamos un grupo de problemas para la Matemática I, entonces tal vez contribuiremos a perfeccionar el proceso enseñanza-aprendizaje que se lleva en el aula.

Se han analizado las ideas principales de trabajos, realizados por autoridades en la materia, relacionados con la complejidad de la matemática, su desarrollo, y sus tendencias actuales de enseñanza, que nos indican el cumplimiento de la hipótesis y logro del objetivo.

Como resultado del trabajo realizado se ha podido concluir que:

1. La enseñanza del Álgebra que se lleva actualmente al aula en las preparatorias de la U.A.N.L. a través, de la resolución de problemas de modo reproductivo no ha provocado un cambio en la formación de los estudiantes.
2. Los métodos productivos de enseñanza y la resolución de problemas nos ofrecen una alternativa de cambio en la enseñanza del Álgebra de manera que se provoque un cambio en la formación de los alumnos y

los prepare para resolver problemas de su vida cotidiana y de la ciencia en general.

3. Los problemas que sean diseñados o seleccionados tanto para la clase como para el trabajo fuera del aula, no deben poder ser resueltos por el uso directo de un procedimiento y deben poseer por lo menos una de las siguientes características:

- Tener varios caminos para obtener la solución
- Existir varias soluciones
- Ser de interés para el estudiante
- Permitir el uso de estrategias y medios auxiliares

4. Para la implantación en el salón de clase de este tipo de enseñanza, debemos considerar:

- El contenido de la enseñanza de la asignatura
- Las diferencias individuales de los alumnos
- El problema debe ser resuelto por completo en la sesión de clase
- Actividades como discusión en grupos pequeños, presentaciones individuales por parte de los alumnos, participación grupal y exposición por parte del profesor.

RECOMENDACIONES

Algunos aspectos que consideramos deben estudiarse y que pueden ser útiles a la propuesta didáctica planteada son:

- La Didáctica de las matemáticas y cómo podemos hacer temas de Álgebra accesibles para todos los estudiantes.
- El impacto de usar la tecnología actual, la computadora portátil y la calculadora de bolsillo, en la resolución de problemas matemáticos.
- Las teorías de la inteligencia humana y del desarrollo afectivo y psicosocial más importantes desde un enfoque que considere sus aportes al proceso de enseñanza-aprendizaje que se lleva en el salón de clase de matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

Aleksandrov, [P.S], y otros, La matemática: su contenido, métodos y significado. (s.l.), Alianza Editorial, (s.a.).

Ballester Pedrozo, Sergio y otros , Metodología de la enseñanza de la matemática. Cuba, Ed. Pueblo y Educación, 1992.

CASA-UANL, [Manual para el curso de computación Windows 95].

Delors, Jacques, y otros, La educación encierra un tesoro Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la educación para el siglo XXI. (s.l.), Ediciones UNESCO, 1996.

Farfán Márquez , Rosa María, Ingeniería Didáctica: Un estudio de la variación y el cambio. México, Grupo Editorial Iberoamérica, 1997.

Foerster, Paul A., Álgebra I : Expressions, Equations, and Applications. Estados Unidos, Addison-Wesley, 1990.

Gil Pérez , Daniel y De Guzmán Ozámiz Miguel, Enseñanza de las ciencias y la matemática. España, Ed. Popular 1993.

Hill, Richard, Álgebra Lineal Elemental con aplicaciones. México, Prentice-Hall Hispanoamericana, 1997.

Kline, Morris, El fracaso de la matemática moderna Por qué Juanito no sabe sumar. México, Siglo XXI, 1981.

Lorenzato, S. y Do Carmo Vila María, Siglo XXI: ¿Qué matemática es recomendable? La posición de “The National Council of Supervisors of Mathematics”, publicado en la revista brasilera Zetetike, 1996.

Lovaglia Florence, M., Álgebra. México, Harla, 1972.

Norton, Peter, Introducción a la computación. (s.l.), Ed. Mc Graw Hill, (s.a.).

Pérez González, Olga Lidia, Notas del curso Didáctica de las Matemáticas impartido en la Maestría en la Enseñanza de las Ciencias con especialidad en Matemáticas de la Universidad Autónoma de Nuevo León, México, 1998.

Pozo Municio, J.I., Aprendices y maestros. España, Alianza Editorial, 1996.

PozoMunicio, J.I. (coordinador), Pérez Echeverría, María del Puy, Dominguez Castillo Jesús, Gómez Crespo M.A. y Postigo Angón Yolanda, La solución de problemas. Madrid (España), Ed. Gráfica Internacional, 1994.

Santos Trigo, L.M. , Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. México, Grupo Editorial Iberoamérica, 1997.

Santos Trigo, L.M., Análisis de algunos métodos que utilizan los estudiantes al resolver problemas matemáticos con varias formas de solución. Educación Matemática 8(2), pp.57-69, 1996.

Schoenfeld, A., Mathematical problem solving. New York: Academic Press, 1985.

Schoenfeld. A. Learning to Think mathematically: Problem solving , metacognition, and sense making in mathematics.In D. Grouws (Ed), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp334-370). National Council of Teachers of Mathematics. New York: Macmillan, 1992.

Swokowski, Earl W., Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México, Grupo Editorial Iberoamérica, 1988.

Vázquez Cedeño, Rosa, La resolución de problemas y tareas docentes de matemática IV para Ingeniería Eléctrica. Cuba, Universidad de Camaguey, Tesis de Doctorado, 1999.

ANEXO I

Se realizaron dos sesiones de observación en un salón de clase, la primera con un tiempo de quince minutos y la segunda con un tiempo de 16 minutos.

El objetivo era ver como el alumno:

- Asimila
- Retiene y
- Transfiere sus conocimientos obtenidos por él y que se los transmite la preparatoria.

ANEXO II

Durante siete semanas se recogió la información, utilizando técnicas habituales en los estudios de casos:

- Entrevistas y conversaciones con el profesor y los estudiantes
- Observación y registro de las clases
- Análisis de los materiales utilizados en la enseñanza, como lo son el libro de texto, apuntes y exámenes.

