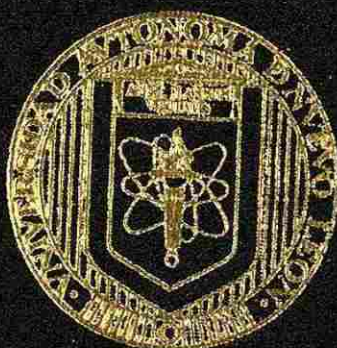


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS



PROPUESTA DIDACTICA
TRATAMIENTO METODOLOGICO PARA EL TEMA
DE FUNCION DE F.I.M.E.

Que para obtener el Grado de
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias
con Especialidad en Matemáticas

PRESENTA:
LAURA GARCIA QUIROGA

Ciudad Universitaria San Nicolás de los Garza, N. L.
MARZO DE 1999

TM

Z 7 1 25

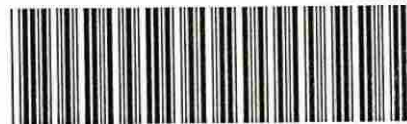
F F L

1 9 9 9

G 3 7

MATHEMATICS

M.A.A.R.



1020125897



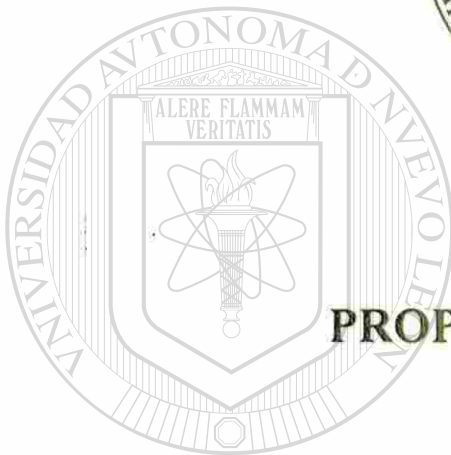
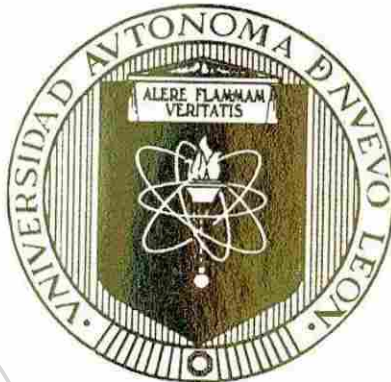
UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS



PROPUESTA DIDACTICA

Tratamiento Metodológico para el Tema de Función de F.I.M.E.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS
Que para obtener el Grado de
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias
con Especialidad en Matemáticas

Presenta:
LAURA GARCÍA QUIROGA

Cd. Universitaria
San Nicolás de los Garza, N.L., Marzo de 1999

TM
27125
FFL
1999
637

0129-89660

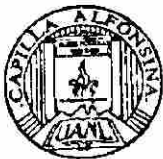


UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

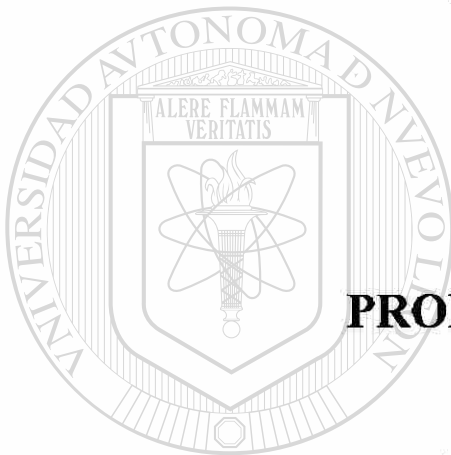
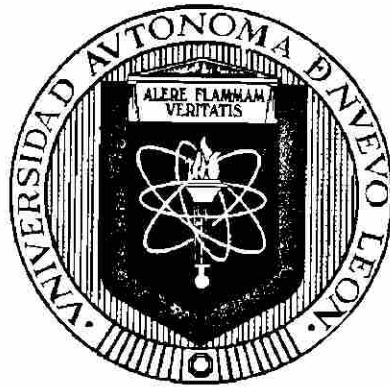


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO
TESIS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS



PROPUESTA DIDACTICA

Tratamiento Metodológico para el Tema de Función de F.I.M.E.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

**Que para obtener el Grado de
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias
con Especialidad en Matemáticas**

**Presenta:
LAURA GARCÍA QUIROGA**

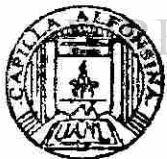
Cd. Universitaria
San Nicolás de los Garza, N.L., Marzo de 1999



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®



**FONDO
TESIS**

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

Tratamiento Metodológico Para el Tema de Función de F.I.M.E

Propuesta didáctica que presenta Laura García Quiroga, como requisito final, para la obtención del grado de: Maestro en la Enseñanza de las Ciencias con especialidad en Matemáticas.

El presente trabajo surge de las experiencias y conocimientos adquiridos durante las actividades desarrolladas en los distintos cursos que integran el plan de estudios de la Maestría, ha sido revisado y autorizado por: DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

M.C. Alfredo Alanís Durán

M.C. Roberto Núñez Malherbe

Mtro. José Antonio Mejía Ayala

San Nicolás de los Garza, N.L.

Marzo de 1999.

AGRADECIMIENTOS

A Dios le doy gracias por haberme permitido terminar mis estudios, por todo lo que me ha dado, y sólo le pido que me permita llegar al final del camino.

A mis Padres les doy gracias, por haberme apoyado en mis estudios y por haberme cuidado a mis hijos mientras lograba terminarlos.

A mis Suegros les doy gracias, por haberme apoyado durante el tiempo de la maestría ya quienes fueron ellos quienes iniciaron cuidándome a mis hijos.

A mi Esposo Eduardo compañero de gran parte de mi vida, a quien amo y respeto, le doy gracias, por haberme apoyado en todo lo que se refiere a mi preparación profesional y que ha esperado que se cumpliera este momento.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

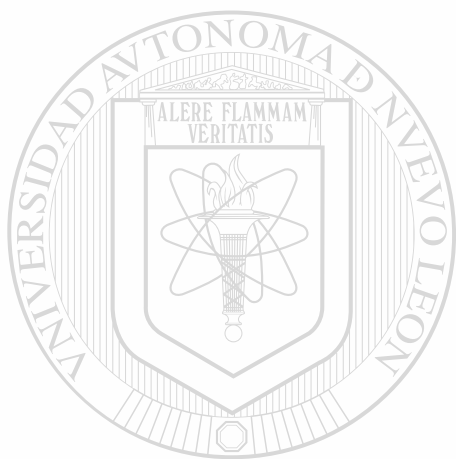
A mi hijo Eduardo Andrés a quien amo y adoro con todo mi corazón, y que me tuvo la paciencia para cumplir con mi preparación profesional.

A mi hija Laura Carolina por haberse portado maravillosamente en mi embarazo durante la terminación de la maestría, y a quien amo y adoro con todo mi corazón.

Síntesis

Uno de los conceptos matemáticos más utilizados para los ingenieros es el de función, a través del cual se expresan múltiples relaciones propias de este tipo de profesión. Ello implica la necesidad de que este concepto sea asimilado con un alto grado de generalidad y solidez por parte de los alumnos.

En este trabajo se hace una propuesta didáctica dirigida a incrementar el nivel de solidez en la asimilación del concepto de función por parte de los alumnos de la F.I.M.E de la U.A.N.L sobre la base de sus interrelaciones con los restantes contenidos del programa de la asignatura y de un tratamiento metodológico que propicie niveles significativos en relación con dicho indicador.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

INDICE

Introducción.....	1
Antecedentes.....	1
Problema.....	5
Objeto.....	5
Campo de Acción.....	5
Objetivo.....	5
Hipótesis.....	6
Tareas.....	6
Estructura del Trabajo.....	7

Capítulo I. Contexto y Marco Teórico

1.1 Constatación del Problema

1.1.1. Elaboración de un test.....	8
1.1.2 Presentación del test.....	10
1.1.3 Análisis de las preguntas.....	11
1.1.4 Resultados globales del test.....	12
1.1.5 Análisis de respuestas.....	12

1.2 Proceso de Enseñanza Aprendizaje

1.2.1 Los objetivos en la enseñanza de las matemáticas.....	16
1.2.1.1 Objetivos en el campo del saber y de poder.....	17
1.2.1.2 Objetivos en el campo del desarrollo intelectual..	19
1.2.2 La enseñanza en la asignatura matemática.....	21
1.2.3 Proceso de asimilación.....	22
1.2.3.1 Sistematización.....	23

1.3 Pedagogía Cognitiva y Constructivista

1.3.1 Aprendizaje por esquemas en la memoria.....	25
1.3.2 Aprendizaje constructivista.....	26
1.3.3 Enseñanza problémica.....	27
1.3.3.1 Métodos problémicos.....	31

1.4 Métodos Según la Comunicación en la Enseñanza y el Grado de Independencia del Trabajo de los Alumnos.

1.4.1 Métodos de enseñanza expositiva.....	34
1.4.2 Métodos de elaboración conjunta (Conversación).....	36
1.4.3 Métodos de trabajo independiente.....	37

Copítulo II. Tratamiento Metodológico

Propuesta.....	39
Conclusiones.....	49
Recomendaciones.....	50
Bibliografía.....	51
Anexos.....	53

Introducción

Antecedentes

Desde la antigüedad, el concepto de función apareció de forma implícita en la construcción de tablas numéricas, muy prácticas para los cálculos aritméticos y para la astronomía. El concepto de función se encontraba, así, en estado “protomatemático”, al no ser reconocido ni como herramienta, ni como objeto de estudio.

En el siglo XIV aparece una incipiente noción de función, incluida en la teoría denominada “Latitud de las formas”. Estamos en una época en la que existe un deseo de relacionar las causas con los efectos. En la época de Oresme aparece, incluso explícitamente, la representación gráfica de la variación (de forma cualitativa), aunque sólo para explicar los fenómenos físicos. La representación de una característica en cambio por un gráfico constituye una primera etapa en la dirección del dominio del cambio.

La función, como latitud de forma, se constituye ahora en una noción “paramatemática”: Se considera como un instrumento conscientemente utilizado, determinado de un modo específico como “cantidad de intensidad de una cualidad”, pero no es tratado como objeto de estudio en sí mismo.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

En esta misma trayectoria seguirán los trabajos de cinemática de Galileo. Más tarde, Newton, para proseguir sus estudios de mecánica, denominaría a las diferentes formas del movimiento continuo “fluentes”. Leibniz, en 1673, será el que dé por primera vez el nombre de función, a “las porciones de líneas rectas asociadas a la posición de un punto sobre una curva”.^①

①Urrutia, I., Notas del curso Historia Filosofía y Epistemología de las Matemáticas, Maestría en Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 1998.

Sería en el siglo XVIII, con matemáticos como Bernouilli y Euler, cuando la noción de función comenzara, aunque muy primariamente, a ser considerada como un concepto matemático. No sólo es un instrumento para dar solución a múltiples problemas, sino que se va convirtiendo poco a poco en un objeto de estudio.

El orden de exposición de los principales conceptos del análisis que sigue Euler es muy parecido al que puede figurar hoy en cualquier tratado de esta disciplina: relaciones entre elementos del álgebra y propiedades de los números, estudio de las funciones, de las series, cálculo diferencial e integral y, por último, aparecen algunas aplicaciones a la geometría, a la mecánica etc. "Es una auténtica conmoción en la arquitectura del edificio matemático, constituye una ruptura epistemológica en la historia de esta disciplina". (D'hombres y cols. 1987, p. 193)

El concepto de función, tal y como se define actualmente en Matemáticas, es un objeto muy elaborado, como consecuencia de numerosas generalizaciones realizadas a través de una evolución de más de 2000 años. El desarrollo histórico de la noción de función ha aportado conocimientos relevantes para comprender los factores determinantes de los procesos de enseñanza-aprendizaje a lo largo de los distintos niveles de enseñanza y los fenómenos de transposición didáctica correspondiente.

Uno de los factores importantes a tomar en consideración para incorporar el concepto de función en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas como parte de la formación de un ingeniero son los programas de las asignaturas.

Es importante considerar los elementos que componen el programa de un curso ya que el programa es la herramienta fundamental del trabajo que realiza el docente y está íntimamente relacionado con los problemas de finalidad y con la intencionalidad que caracteriza a la práctica docente.^①

En la facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica los programas han estado orientados sólo a objetivos de aprendizaje y contenidos a través de su historia; la última reforma de sus programas fue en 1988 (se muestra un programa de matemáticas II en el anexo C). La estructura de un programa debe integrar armónicamente los componentes fundamentales del proceso de enseñanza-aprendizaje, a saber: los objetivos, los contenidos académicos, las actividades, los recursos y la evaluación del proceso.

La enseñanza y el aprendizaje son los elementos de un mismo proceso en constante movimiento que, al mismo tiempo que son contradictorios se encuentran integrados, mientras que la enseñanza es una actividad intencionada que refiere al método mediante el cual un conocimiento puede ser adquirido, el aprendizaje refiere a un proceso individual de asimilación y acomodación del mismo.

Una parte esencial del programa es el de las actividades, donde se deben marcar las estrategias de enseñanza-aprendizaje. La estrategia de enseñanza por excelencia debe estar encaminada a enseñar a pensar a los alumnos y la estrategia de aprendizaje a aprender a aprender. La ausencia de estas estrategias en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas ha sido una de las dificultades en relación con la apropiación del concepto de función por parte de los estudiantes de la facultad ya mencionada.

^①Urrutia, I., Notas del curso Historia Filosofía y Epistemología de las Matemáticas, Maestría en Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 1998.

Un aspecto fundamental en el aprendizaje de las matemáticas se relaciona con la necesidad de que los estudiantes puedan utilizar eficientemente el conocimiento aprendido en un contexto o una situación para resolver problemas en situaciones diferentes o novedosas.

En este sentido, ha existido un interés constante por determinar las dificultades que exhiben los estudiantes al intentar transferir las ideas matemáticas hacia diversos contextos. La resolución de problemas es una forma de pensar donde el estudiante continuamente tiene que desarrollar diversas habilidades y utilizar diferentes estrategias en su aprendizaje de las matemáticas. El término problema se vincula no solamente a situaciones específicas, rutinarias o no rutinarias, donde el estudiante intenta encontrar solución o soluciones, sino que también incluye el tener que aprender algún concepto matemático.

En los últimos 20 años la resolución de problemas ha sido considerada como una actividad importante en el aprendizaje de las matemáticas, constituyendo en la actualidad la de mayor importancia y hacia la cual se debe atender en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura.

La ausencia de una sistematización en el proceso enseñanza-aprendizaje habla de un insuficiente dominio de la Didáctica de quienes dirigen y desarrollan dicho proceso. La existencia de una sistematización influye en la necesidad de estructurar y jerarquizar la asignatura, esto depende más de la actividad del maestro que de los objetivos que poseen en la formación del estudiante.

Cuando no operan las estrategias, lo general, los niveles de dirección, la enseñanza que desarrolla el profesor es impersonal, en alguna medida, y no

estimula la participación de los alumnos en su concepción y ejecución. El proceso no los compromete, les resulta algo ajeno y se lleva a cabo, en alguna medida, de un modo impuesto y autoritario.

Las insuficiencias señaladas, manifiestas en las dificultades de los estudiantes de ingeniería de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la U.A.N.L., para apropiarse adecuadamente del concepto de función, condujo a la necesidad de realizar la siguiente investigación, para dar respuesta al

PROBLEMA

Cómo contribuir al incremento de la solidez del conocimiento, al respecto del concepto de función, en las matemáticas de ingeniería de la F.I.M.E en la U.A.N.L.

Problema que se manifiesta en el **objeto: proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas de ingeniería.**

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El problema será analizado tomando como **campo de acción: el proceso de asimilación en relación con la actividad independiente de los estudiantes, y la organización de la asignatura.**

En consecuencia, la presente propuesta se plantea como **objetivo: contribuir a incrementar la solidez de conocimiento, para la integración del concepto de función en las matemáticas de ingeniería.**

La **hipótesis** que se plantea es la siguiente: **si para el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema de función en las matemáticas para ingenieros, se elabora una estrategia metodológica sobre la base de:**

- ❖ **Organizar la actividad independiente del estudiante.**
- ❖ **Caracterizar las formas de enseñanza, en el tema del concepto de función, de las matemáticas para ingenieros.**

entonces, probablemente se contribuirá a incrementar la solidez de los conocimientos al respecto de dicho tema.

Tareas

Para desarrollar la investigación se han tenido que enfrentar las siguientes tareas:

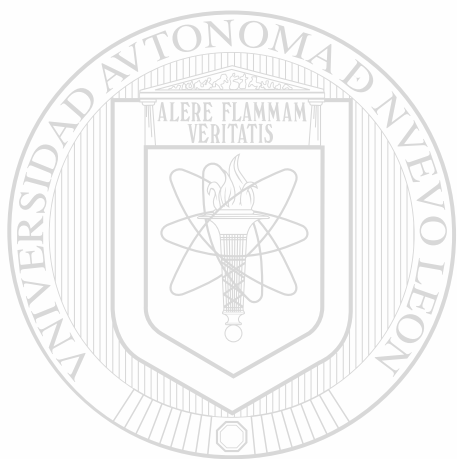
- Estudio de materiales de la asignatura de matemáticas para ingenieros al respecto del tema de función.
- La preparación y aplicación de un test científico para examinar los conocimientos adquiridos, al respecto del tema de función.
- Estudio de materiales relacionados con:
 - La enseñanza-aprendizaje
 - La Didáctica de las Matemáticas
 - La Historia, Filosofía y Epistemología de las Matemáticas
 - La Elaboración de Cartas Descriptivas
 - Las Perspectivas de las Matemáticas
 - La Metodología de la investigación científica

Los métodos de la investigación han sido: los métodos teóricos de análisis.-síntesis, inducción-deducción e histórico-lógico y los métodos empíricos de observación y experimentación.

Estructura del Trabajo

Esta propuesta didáctica cuenta con dos capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y tres anexos.

El capítulo uno contiene un estudio realizado mediante un test científico que constata el problema, así como los fundamentos teóricos relacionado con el proceso de enseñanza-aprendizaje y la pedagogía cognitiva y constructivista sobre los cuales descansa la propuesta didáctica diseñada. En el capítulo dos que presenta la propuesta tendiente a contribuir en la solución del problema.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Capítulo I. Contexto y Marco Teórico

1.1 Constatación del problema

1.1.1 Elaboración de un test

Una dificultad que se ha observado, no sólo en el cálculo diferencial, sino en la generalidad de las asignaturas de matemáticas de las carreras de ingeniería en la F.I.M.E de la U.A.N.L, es que los alumnos no han alcanzado un adecuado nivel de asimilación del concepto de función, manifiesto en la ausencia de solidez en el aprendizaje. Para constatar esta dificultad y, en consecuencia, pronunciarnos en cuanto a la forma de organizar el trabajo independiente de los estudiantes y de caracterizar las formas de enseñar el tema de función fue elaborado un test científico relacionado con los contenidos fundamentales que se asocian a este concepto.

El aprendizaje del concepto de función pone en juego diversos registros de expresión, además de aspectos conceptuales, y para ciertos alumnos la articulación de registros (el algebraico, el gráfico, las tablas de valores, y el algorítmico) resulta una tarea difícil.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La noción de registro es una noción semiótica. Un registro está constituido por signos, en el más amplio sentido de la palabra: trazo, símbolo, icono, figura, etc. Estos signos están asociados, de manera interna, según los lazos de pertenencia a una misma red semántica y, de manera externa, según las reglas de combinación de signos en expresiones o configuraciones, estas reglas son propias de la red semántica considerada (Cf. R. Duval)^①

^① Duval, R. "Graphiques et équations: l'articulation de deux registres" Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 1988. Vol. I (P.235-253)

Un registro se caracteriza por un sistema semiótico, es decir, por sus signos propios y la manera en que estos se organizan. De modo que podemos entender un registro como un medio de expresión o de representación. Un registro tiene la posibilidad de expresar o de representar un objeto, idea o concepto no necesariamente del ámbito matemático (Cf. I. Guzmán)²

En la constatación de items (reactivos) se consideraron los registros algebraico y gráfico. El registro algebraico, constituido por el sistema semiótico del álgebra relativa a las funciones reales y el registro gráfico constituido por el sistema semiótico asociado al plano, provisto de un sistema de referencia rectangular. Así mismo, se consideran dos tipos de tareas, las internas de cada registro y las de pasajes entre ellos.

El pasaje entre registros se refiere a la confrontación de dos representaciones de un mismo objeto.

En la práctica diaria se observa que el alumno utiliza el registro algebraico con muy pocas conexiones con los otros, el gráfico y las tablas de valores se utilizan como soporte, pero no se explota lo que cada uno puede aportar en representaciones concretas del concepto en cuestión.

Guzmán, I., "Le rôle des représentations dans l' appropriation de la notion de fonction", Tesis de Doctorado. Universidad Louis Pasteur de Estrasburgo, 1990.

1.1.2 Presentación del Test

El test fue aplicado en la Facultad de Ingeniería ya mencionada, a estudiantes de segundo, tercero y cuarto semestre. El test, en cuanto a contenido, está centrado en la confrontación entre los registros algebraico y gráfico. Este pasaje entre registros tienen carácter de prerequisite en gran parte de las matemáticas de ingeniería de F.I.M.E. Las tareas específicas consideradas son:

1. Cálculo del valor de la función, dado el valor de la variable independiente.
 2. Determinar la ecuación de un círculo con centro en el origen dada su representación gráfica.
 3. Confrontar una ecuación con la representación gráfica de una serie de curvas para determinar cuál de ellas corresponde a la ecuación.
 4. Hallar el dominio y rango (contra dominio) de una función.
 5. Confrontar la gráfica de una función con una serie de funciones con dominio y rango correspondientes, para determinar cuál pertenece a la gráfica.
 6. Interpretar la gráfica de una función a medida que crece la variable independiente.
-
7. Identificación de la variable dependiente e independiente, dada la función.
 8. Comparar las formas de las funciones dadas.
 9. Calcular el valor de la función, dado el valor de la variable independiente como un número irracional.
 10. Identificar valores de la variable independiente dada la gráfica de la misma, mostrando ciertos puntos con sus coordenadas correspondientes.

La presentación del test se ve en el anexo A.

1.1.3 Análisis de las Preguntas

Los reactivos 1, 7, 8 y 9 demandan tareas internas al registro algebraico:

- El reactivo 1 exige una tarea sencilla de manipulación algebraica, pone en juego la sustitución de la variable independiente como número entero en una función que contiene fracciones.
- El reactivo 7 presenta la tarea de identificar variable dependiente e independiente, poniendo en juego componentes esenciales del concepto de función.
- El reactivo 8 muestra la tarea de comparar las formas de las funciones dadas.
- El reactivo 9 requiere manipulación algebraica, al darse un valor irracional a la variable independiente para sustituirlo en una función definida a través de un cociente.

Los reactivos 2, 5, 6 y 10 contienen tareas que se refieren a pasajes del registro gráfico al algebraico:

- El reactivo 2 pide la tarea de la determinación de la ecuación del círculo con centro en el origen, dada la representación gráfica del mismo.
- El reactivo 5 presenta la tarea de identificar la función y de obtener dominio y rango, dada la representación gráfica de la función.
- El reactivo 6 conlleva la tarea de identificar ciertas características de la gráfica de una función, dada la gráfica y la función, poniéndose en juego conceptos de máximos y mínimos.
- El reactivo 10 exige la tarea de identificar, sobre una curva dada, valores de la variable independiente mediante los puntos marcados sobre la curva, con sus coordenadas correspondientes.

Los reactivos 3 y 4 tratan de tareas que se refieren a pasajes del registro algebraico al gráfico:

- El reactivo 3 se refiere a la tarea de identificar la gráfica de la ecuación, dada la ecuación.
- El reactivo 4 se refiere a una tarea habitual en el registro algebraico que trata de la noción de dominio y rango de una función poniendo en juego conceptos de composición de funciones, además de identificar la gráfica de la función, lo que implica el pasaje entre registros.

1.1.4 Resultados Globales del Test.

El test fue aplicado en Febrero 19 de 1999 a una muestra de 433 alumnos de F.I.M.E en la U.A.N.L, de 2° (176), 3° (76) y 4° (181) semestre con edades de 17-18 años y 18-19 años, habiendo acreditado, del total sólo 69 alumnos. Se consideró una calificación mínima de 70 para considerar acreditado a un alumno.

En el anexo B se muestran los resultados globales, presentados por semestre.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

1.1.5 Análisis de Respuestas

De las respuestas al reactivo 1 podemos concluir que existen dificultades al manejar fracciones dentro de cualquier proceso de simplificación, ya que, aunque no es el mayor, sí son considerables, los porcentajes de los que contestaron incorrectamente (23.3, 21 y 16.6 %, respectivamente).

En las respuestas del reactivo 2 se observan las dificultades que produce el confrontar los registros gráfico-algebraico, ya que coincide que, en los tres semestres, los más grandes porcentajes contestan incorrectamente (88.1, 82.8 y 87.3 %, respectivamente). En este caso podemos pensar que el error estuvo en la manipulación algebraica y en la memorización de una fórmula.

En las respuestas del reactivo 3 se observan dificultades al confrontar los registros algebraico-gráfico. Aunque no es el mayor, sí es grande el porcentaje de los que contestaron incorrectamente, (45.5, 48.7 y 55.2 %, respectivamente). También aquí podríamos pensar en una manipulación algebraica y en la memorización de una fórmula; esto habla de que el alumno no puede hacer una interpretación de las características de la curva a partir de su fórmula.

El reactivo 4 es una pregunta habitual. Sin embargo, respectivamente, el 43.1, 51.3y 58.7 % de los alumnos contestó incorrectamente; aunque no es la mayoría, sí es un número considerable de estudiantes. Los errores comunes en este tipo de ejercicios son: no saber obtener los valores de "x" para los cuales la función es positiva, y determinar si el cero se considera o no valor de la función.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

En el reactivo 5 también se pide determinar dominio y rango, pero a partir de la gráfica de la función, además de identificar la función. Se observan notables dificultades en el pasaje entre el registro gráfico y algebraico, ya que un 73.9, 82.9 y 72 % de los alumnos, respectivamente, tuvieron dificultades al darle una interpretación a la gráfica de la función para así seleccionar la función, dominio y rango correspondiente.

En el reactivo 6 la mayoría contestó correctamente mientras que un 16, 19.7 y 21 %, respectivamente, contestó incorrectamente, haciéndose notar las dificultades en conceptos de máximos y mínimos.

En la respuesta del reactivo 7 se puso en evidencia que, aunque no la mayoría, una buena cantidad de estudiantes (36.4, 50 y 36 %) contestan incorrectamente, probablemente por falta de conocimiento de las definiciones de parámetro, constante, variable y función.

En el reactivo 8, el 72.7, 73.7 y 71.3 % contestó incorrectamente, y se observó la falta de conocimiento de las definiciones de recíproco e inversa.

En el reactivo 9, una buena cantidad de estudiantes (35.2, 63.2 y 47.5 %) contesta incorrectamente, observándose dificultades en la manipulación algebraica.

En el reactivo 10, un 38.6, 47.7 y 40.3 % contestó incorrectamente, haciéndose notar las dificultades en la confrontación de registros, en la deficiencia de leer puntos sobre la gráfica de una función.

El análisis del test deja en evidencia que el cambio de registros es la gran dificultad que encuentran los alumnos, sobre todo cuando el paso es del registro gráfico al algebraico. Esta misma dificultad es la que se encontró en Francia examinando alumnos de entre 14-15 años, de un nivel y 15-16 años, de otro nivel, en torno a funciones. R. Duval (Cf. ①), en torno a la representación de relaciones, encontró esta misma dificultad.

① Guzmán, I., "Registros en juego en el concepto de función, Comportamiento de una muestra de alumnos chilenos", Cursillo, XVII Semana de la Matemática de la universidad Católica de Valparaíso, 1990.

El hecho de que la dificultad se encuentre en alumnos de distinta madurez establece que el carácter de esta dificultad no es de orden conceptual, sino de orden conductual, está relacionada con una falta de sensibilización o de experiencia de los alumnos con problemas que involucran estos cambios de registro de expresión.

El excesivo privilegio del registro algebraico, hecho innegable en todos los diseños de aprendizaje actualmente en práctica, y la ausencia de otros registros en la práctica es perjuicio para los alumnos, ya que no tienen la posibilidad de sensibilizarse con problemas que exigen articular dichos registros.

Las respuestas que han dado los alumnos dejan establecido que la articulación es un objetivo que no se está tomado en cuenta por los actuales diseños de instrucción. El registro gráfico es utilizado, en general, con carácter ilustrativo o de soporte.

El hecho sorprendente de que los alumnos universitarios fracasen en sus repuestas por no poder interpretar datos en un gráfico muestra dos aspectos del comportamiento de los alumnos:

- La falta de práctica o la no-manipulación en el trabajo con gráficos.
- Incapacidad para enfrentar situaciones no habituales.

Nos damos cuenta que los alumnos resuelven problemas de una complejidad cognoscitiva superior cuando han sido preparados y, sin embargo, frente a situaciones no habituales sencillas, no reaccionan con el éxito esperado.

1.2 Proceso de Enseñanza Aprendizaje

Para enfrentar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática y que el mismo tenga resultados satisfactorios se requiere, entre otros tantos aspectos, el conocimiento de los principios de la didáctica de las matemáticas, para que el maestro, sobre la base de los fundamentos científicos de la misma, planifique y organice el proceso docente en la enseñanza de esta ciencia.

1.2.1 Los Objetivos en la Enseñanza de las Matemáticas

Los objetivos constituyen la categoría más importante del proceso docente, en ellos debe estar explícito el nivel de asimilación de los contenidos (conocimientos y habilidades) que se pretende lograr, el grado de dominio de esos contenidos, entendiéndose por dominio la apropiación completa del conocimiento y de las habilidades vinculadas a dicho conocimiento, en determinadas condiciones. La práctica escolar ha indicado la necesidad de precisar los contenidos, establecer las condiciones en que se apropia el estudiante de dichos contenidos, y determinar los niveles de asimilación, profundidad y sistematización con que debe producirse esta apropiación.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Al formularse los objetivos se debe dejar claro, no solo qué conocimientos debe asimilar el estudiante, sino qué acciones se van a ejecutar con dichos conocimientos, es decir qué niveles de asimilación le corresponderá (familiarizar, reproducir, producir, crear). El verbo presente en la oración en que se declaran los objetivos desempeña un papel fundamental, ya que determina la actividad que se pretende sea capaz de desarrollar el estudiante como resultado del proceso de aprendizaje. No obstante, la enunciación del verbo no garantiza, en todos los casos, la precisión del nivel de asimilación.

Las funciones y tareas esenciales de la enseñanza de la matemática permiten desarrollar sus objetivos en tres campos, que debido al estrecho vínculo entre la instrucción y la educación, están muy relacionados :

- Los objetivos en el campo del saber y el poder
- Los objetivos en el campo del desarrollo intelectual
- Los objetivos en el campo de la educación ideológica

Una división estricta de este tipo solo tiene sentido para profundizar en el análisis de los objetivos planteados a la enseñanza de las matemáticas. En la práctica, es a través de la adquisición del saber y la formación y el desarrollo del poder matemático que se contribuye a la formación intelectual y a la educación ideológica de los alumnos. Ello significa que en la formación de un objetivo pueden reconocerse componentes que corresponden a campos diferentes.

Los profesores de matemáticas deben ser capaces de orientar su trabajo hacia el cumplimiento de los objetivos en cada uno de estos campos. A este fin es necesario que puedan:

- Identificar en los programas de enseñanza los elementos o componentes de cada campo, y más tarde;
- formular, para cada una de sus clases, los objetivos derivados de estos.

1.2.1.1 Objetivos en el Campo del Saber y del Poder

La adquisición por los alumnos de un saber y poder sólidos constituye la base para la formación matemática futura de los alumnos y un instrumento intelectual para solucionar los variados problemas que se presentan en la vida,

ante todo, los relacionados con las ciencias, la técnica, los servicios y la producción. Ellos también son base de la formación politécnica de los alumnos.

Esto sólo es posible con una enseñanza de las matemáticas científica y relacionada con la vida, estructurada sistemáticamente en la aplicación de los conocimientos, que en su esencia se caracterice por:

- ◆ Una planificación de la enseñanza orientada hacia el desarrollo y tendencia de la ciencia matemática y sobre la base de los conocimientos adquiridos.
- ◆ Una aplicación y profundización sistemática del saber y el poder de los alumnos, sin que sea necesario hacer correcciones a los conocimientos anteriores.
- ◆ La elaboración de los conocimientos haciendo evidentes las formas de trabajo y de pensamiento específicas de la matemática.

Los componentes fundamentales de los objetivos en el campo del saber y el poder matemáticos abarcan:

✚ Respecto al saber matemático.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

- La adquisición de sólidos conocimientos sobre:
 - ◆ Conceptos importantes del curso escolar de matemáticas.
 - ◆ Proposiciones matemáticas (en particular, teoremas).
 - ◆ Procedimientos de trabajo matemático.
 - ◆ Símbolos y fórmulas matemáticas

✚ Respecto al poder matemático.

- La formación y el desarrollo de hábitos y habilidades para:

- ◆ La realización de operaciones básicas de cálculo.
- ◆ La resolución de ecuaciones e inecuaciones.
- ◆ El trabajo con funciones elementales.
- ◆ La representación y el cálculo de objetos sencillos en el plano y el espacio.
- La formación y el desarrollo de capacidades.
 - ◆ Fundamentar la validez de proposiciones matemáticas.
 - ◆ Entender y realizar independientemente demostraciones sencillas.
 - ◆ Comprender la esencia de los conceptos y cómo llegar a su definición o caracterización.
 - ◆ Aplicar correctamente la terminología, simbología y el lenguaje matemático
 - ◆ Reconocer, analizar y solucionar problemas matemáticos.

1.2.1.2 Objetivos en el Campo del desarrollo Intelectual.

La adquisición de un sólido saber y poder es una condición necesaria, pero no suficiente para la formación de la personalidad. Se requiere un hombre que sepa utilizar sus conocimientos en función de encontrar nuevas vías y métodos para la producción más eficiente de bienes, espirituales y materiales.

Los objetivos en la enseñanza de las matemáticas en el campo del desarrollo intelectual de los alumnos expresan la contribución que debe hacer la enseñanza de la matemática al desarrollo del pensamiento en general, así como a diversas formas específicas del pensamiento matemático, todas estrechamente vinculadas entre sí, y, en particular, a:

- ❖ El desarrollo del pensamiento lógico-deductivo y creativo con fantasía.
- ❖ La formación lingüística.
- ❖ El desarrollo del pensamiento geométrico espacial.
- ❖ El desarrollo del pensamiento final.
- ❖ El desarrollo del pensamiento algorítmico.
- ❖ El desarrollo del pensamiento funcional.
- ❖ La racionalización del trabajo mental de los alumnos.

Para desarrollar el pensamiento en general de los alumnos es necesario que la enseñanza de la matemática contribuya a que estos realicen operaciones mentales tales como analizar y sintetizar, comparar y clasificar, generalizar y concretar, abstraer y particularizar. Estas operaciones están presentes, tanto durante el trabajo con la nueva materia, como en la resolución de ejercicios y problemas. Sin embargo el desarrollo de los hábitos y habilidades correspondientes no es espontáneo. Se requiere de la dirección por el profesor, generalmente mediante “impulsos”. Para desarrollar el pensamiento de los alumnos no basta con plantearles tareas que demanden la realización de las operaciones mentales, se requiere además:

1. Elevar sistemáticamente las exigencias, para su realización, de los ejercicios y problemas planteados.
2. En caso de no aparecer en los alumnos indicios de la ejecución de las operaciones deseadas, hay que propiciar su realización mediante estímulos adecuados.
3. Hacer tomar conciencia a los alumnos de las operaciones ejecutadas.

1.2.2 La Enseñanza en la Asignatura Matemática

Si se tienen en cuenta la relación objetivo-contenido y los campos de los objetivos considerados para la enseñanza de la matemática, se llega a la conclusión de que se requiere un concepto amplio de materia o contenido de la enseñanza de las matemáticas, que incluye:

- Conceptos (expresados en forma de caracterizaciones o definiciones) y proposiciones (teoremas, especialmente) como partes integrantes de diferentes teorías de la ciencia.
- Métodos y procedimientos que representan lo esencial de los métodos de la matemática (cálculo, procedimientos heurísticos y algorítmicos, con sus símbolos y signos correspondientes, acompañados de sus técnicas de trabajo mental y práctico).
- Ideas filosóficas, políticas, morales, conclusiones ideológicas fundamentales, relacionadas con la ciencia matemática o que resultan directamente de ella.

Con esta concepción podemos afirmar que el contenido de la enseñanza de la matemática es tanto objeto de apropiación por los estudiantes como base del desarrollo de su personalidad en todos sus aspectos.

El concebir la materia de enseñanza en un sentido amplio es una premisa importante para contribuir de manera efectiva al logro de los objetivos de la enseñanza de la matemática.

Las exigencias fundamentales respecto al contenido de la enseñanza de la matemática en la escuela se encuentra en los programas. A los programas de matemáticas se les asigna una doble función:

- Como documento estatal legal es de obligatorio cumplimiento para todo profesor, quien debe respetar los contenidos a tratar y su nivel de profundidad y exigencia para con los alumnos, el enfoque para el tratamiento del contenido, así como las indicaciones fundamentales sobre los métodos allí reflejados.
- Como instrumento de trabajo del profesor para la planificación del proceso de instrucción y educación, este contiene las exigencias sociales para la enseñanza de la matemática que sirven como base al trabajo del profesor.

1.2.3 Proceso de Asimilación

El análisis de la actividad externa o social de los estudiantes, permite apreciar los distintos grados de dominio o asimilación:^①

◆ **Familiarizar;** se pretende que los estudiantes reconozcan los conocimientos o habilidades presentadas a ellos, aunque no los puedan reproducir.

◆ **Reproducir;** implica la repetición del conocimiento asimilado o de la habilidad adquirida. Cuando el estudiante repite prácticamente lo dicho o lo hecho por el docente, se dice que ha asimilado a un nivel reproductivo.

◆ **Producir;** los estudiantes son capaces de utilizar los conocimientos o habilidades en situaciones nuevas. Esto constituye una enseñanza que lo prepara para saber usar lo aprendido.

◆ **Crear;** se refiere a las creaciones propiamente dichas y supone la capacidad de resolver situaciones nuevas para lo que no son suficientes los conocimientos adquiridos.

^① Álvarez Zayas, Carlos Manuel, La escuela en la vida, la Habana, Selección Educativa Editorial Felix Varela 1992

En este caso no sólo no se conoce el método para resolver el problema, sino que tampoco se dispone de todos los conocimientos imprescindibles para resolverlo, por lo que es necesario presuponer un elemento cualitativamente nuevo (al menos para el estudiante).

1.2.3.1 Sistematización

El nivel de profundidad es una de las características fundamentales en la determinación de los objetivos. Este concreta el nivel de esencia en que se asimila cada concepto, ley, teoría, etc.; el grado de complejidad, multilateralidad o riqueza en que se domina cada habilidad.

Un mismo concepto puede ser apropiado en un mayor o menor grado de complejidad, formando parte de un sistema de carácter más esencial, con un mayor o menor grado de abstracción, todo esto es el nivel de profundidad.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

El contenido del programa analítico de una asignatura puede variar en extensión; según el mayor o menor número de conceptos, leyes, teorías de estudio que contenga. Sin embargo, hay que evitar la confusión de identificar esto con el nivel de profundidad.

El desarrollo exitoso de la enseñanza exige determinar correctamente los objetivos en los diferentes niveles estructurales del proceso docente: carrera, nivel, año, disciplina, asignatura, tema, clase, epígrafe y tarea.

Esta característica del proceso y, en consecuencia, de los objetivos se apoya en el concepto de sistema, es decir, en la integración del conjunto de elementos, cuyos resultados son cualitativamente superiores a la suma de dichos elementos.

Los subsistemas que componen el sistema tienen que interrelacionarse fuertemente entre sí de modo tal que, en realidad, conformen un conjunto integrado.

El aprendizaje es un proceso de sistematización de la nueva experiencia con las que anteriormente poseía el estudiante. El aprendizaje ocurre cuando hay un cambio de las ideas existentes en el estudiante, ya sea por adición de nueva información o por reorganización de lo ya conocido (Piaget). ①

El profesor, al desarrollar el proceso docente, debe lograr en los estudiantes la integración y sistematización de los contenidos al finalizar la clase, el tema y la asignatura, de modo tal que se vayan produciendo saltos de calidad en la comprensión de la esencia de dichos contenidos. Esto tiene que ser una tarea dirigida por el docente y no es correcto que se produzca espontáneamente.

Los constructos y procesos de aprendizaje son procesos internos del estudiante, pero están influidos por el contexto y las interacciones sociales (Vygotsky).②

①Legañoa F., Ma. De los Angeles, Notas del curso Didáctica de la Física, Monterrey N.L México 1998

②Legañoa F., Ma. De los Angeles, Notas del curso Didáctica de la Física, Monterrey N.L México 1998

1.3 Pedagogía Cognitiva y Constructivista

1.3.1 Aprendizaje por esquemas en la memoria

En los últimos años se ha producido una consolidación del enfoque cognitivo del aprendizaje, basado en las posiciones del procesamiento de la información.

Desde este punto de vista, se resumen los conceptos fundamentales del modelo multialmacén de la memoria diferenciando el almacén sensorial, tiene una duración de medio segundo; la memoria a corto plazo, la información que no se retiene se pierde; y la memoria a largo plazo, sucede utilizando estrategias destinadas a que la información se mantenga y pueda relacionarse con la información que ya posee organizados mediante esquemas. Los esquemas son basados en una posición constructivista del conocimiento humano; herederos de las posiciones de Bartlett y Piaget. Resulta de especial importancia en el ámbito educativo tener en cuenta el funcionamiento de los esquemas en el ámbito general de la memoria, ya que un aprendizaje eficaz va a depender en gran medida de la activación y reestructuración de los esquemas existentes.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La función general de los esquemas no sólo tiene lugar en el proceso de codificación, sino también en el de recuperación. La codificación se produce por cuatro procesos básicos: selección, abstracción, interpretación e integración. Se ha abordado el proceso de aprendizaje mediante los esquemas de: agregación, reestructuración y ajuste.

1.3.2 Aprendizaje Constructivista

Para lograr que los conocimientos pasen a la memoria, el estudiante debe descubrir el conocimiento en vez de recibirlo elaborado por el maestro, de este modo desarrolla su capacidad de investigar y de resolver problemas, lo que debe contribuir a una mayor independencia cognitiva. Dentro de la sistematización de tareas para encadenar contenidos, las clases y temas de la materia debe propiciarse que el alumno aprenda cierto conocimiento por descubrimiento.

El logro de los objetivos instructivos obliga al desarrollo en el estudiante de sus capacidades, de su actividad independiente. Con vista a la conducción y logro de los objetivos es importante el estudio de la lógica del proceso docente debiéndose prever el desarrollo del estudiante, en el sentido del dominio de las habilidades cada vez mas generales que le permitan adquirir su independencia.

En el proceso docente la asimilación de los conocimientos y el dominio de los métodos para adquirirlos (habilidad) son aspectos inseparables. El método es la vía para desarrollar el proceso, en donde el profesor planifica, organiza y controla su ejecución su desarrollo. El método de enseñanza problémica es el método que estimula la actividad productiva del estudiante y contempla: la exposición problémica; la búsqueda parcial heurística; el método investigativo; los juegos didácticos; la mesa redonda; los paneles, etc..

Cada vez más se desarrolla la enseñanza a través de situaciones problémicas, con el fin de mostrarle al estudiante el método utilizado por la humanidad para adquirir los conocimientos.

1.3.3 Enseñanza Problemática.

Los métodos de enseñanza problemática establecen una nueva correlación entre la asimilación reproductiva y la productiva, incluyendo la creativa, en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Las mismas constituyen una unidad. La asimilación productiva y creadora resultan imposibles sin la asimilación reproductiva. En la solución de cualquier problema o situación el estudiante utiliza constantemente los conocimientos que ya posee. De forma análoga, la reproducción contiene elementos creadores en la esfera de la organización lógica de la exposición. No se debe restar importancia a obtener conocimiento por la vía receptiva, ya que el hombre requiere desarrollar esta capacidad durante toda la vida.

Se deduce que no se trata de erradicar en nuestro trabajo docente los métodos que promueven la asimilación reproductiva; de lo que se trata es de vincularlos racionalmente con los métodos que estimulan la asimilación productiva.

La esencia de la enseñanza problemática consiste en que los estudiantes, guiados por el profesor, se introducen en el proceso de búsqueda de la solución de problemas nuevos para ellos, gracias a lo cual aprenden a adquirir independientemente conocimientos, a emplear los conocimientos antes asimilados y a dominar la experiencia de la actividad creadora.

M. I. Majmutov define el aprendizaje problemático como "la actividad docente-cognoscitiva de los alumnos, encaminada a la asimilación del conocimiento y modos de actividad, mediante la percepción de las explicaciones del maestro, en las condiciones de una situación problemática, el análisis independiente de situaciones problemáticas, la formulación de problemas y su solución, mediante el

planteamiento (lógico inductivo) de suposiciones e hipótesis, su fundamentación y demostración así como mediante la verificación del grado de corrección de las soluciones". Todo este trabajo mental de los escolares se realiza bajo la dirección del maestro y estimula la formación de una personalidad intelectual-mental activa. La enseñanza problémica se estructura a través de diferentes tipos de problemas docentes y de la combinación de la actividad reproductiva, productiva y creadora del estudiante.

En los últimos veinticinco años la enseñanza problémica ha sido identificada como una actividad importante en el aprendizaje de las matemáticas. En el proceso de aprender matemáticas se pone atención especial al tipo de problemas o situaciones problémicas que aparecen en la instrucción matemática misma. Se sugiere que la instrucción del estudiante con problemas no rutinarios y la discusión de las estrategias importantes de resolución contribuye a que desarrolle una disposición hacia el estudio de las matemáticas. Esta enseñanza consiste en que mediante el proceso de solución por parte de los alumnos, del sistema especialmente elaborados de problemas y ejercicios problémicos estos lleguen a dominar la experiencia creadora, a asimilar (de manera creadora) los conocimientos y modos de la actividad creadora.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La problemicidad se presenta como una regularidad lógico-gnoseológica que condiciona la búsqueda intelectual y la solución de los problemas y que, asimilada como hábito, hace al hombre un eterno investigador.

M. I. Majmutov caracteriza lo problémico como "el grado de complejidad de las preguntas y tareas y el nivel de habilidades del estudiante para analizar y resolver los problemas de forma independiente".

Las etapas de un proceso cognitivo problémico, se reflejan en las categorías de la enseñanza problémica, a saber:

- La situación problémica.
- El problema docente.
- La tarea problémica.
- La pregunta problémica.

La situación problémica se define como la relación entre el sujeto y el objeto del conocimiento en el proceso docente, que surge a modo de contradicción cuando aquel no puede entender la esencia de los fenómenos estudiados porque carece de los elementos para el análisis, y que sólo la actividad creadora puede resolver.

En el sentido psicológico la situación problémica supone que durante el proceso de su actividad el hombre tropieza con algo incomprensible, desconocido, que lo alarma, que lo asombra y lo estimula a buscar la solución. Una impresión confusa, no muy clara y poco interiorizada, que da como señal que algo no es como se suponía.

Es importante destacar que existen distintos tipos de situaciones problémicas. M. I. Majmutov considera tres tipos de situaciones problémicas.

Primer tipo: Cuando los alumnos tropiezan con la necesidad de emplear conocimientos asimilados anteriormente con condiciones prácticas nuevas.

Segundo tipo: Cuando existe una contradicción entre las vías teóricamente posibles para solucionar la tarea y la imposibilidad práctica del procedimiento seleccionado.

Tercer tipo: Cuando existe una contradicción entre el resultado práctico alcanzado en la realización de una tarea docente y la falta de conocimiento de los alumnos para su fundamentación teórica.

En la enseñanza de las matemáticas se presentan buenas oportunidades de una estructuración problémica, pues se ofrece a menudo la posibilidad de dirigir la enseñanza partiendo de situaciones problémicas hacia la búsqueda y solución de problemas que surgen del contenido de la propia enseñanza (elaboración de conceptos, demostraciones, búsqueda de leyes de solución de problemas, de ejercicios de construcción, etc.)

El problema docente es la contradicción asimilada por el sujeto y caracteriza lo buscado. Presenta como características esenciales las siguientes:

- Determinación de lo conocido respecto a lo desconocido;
- Existencia de algo indefinido;
- Determinación de las posibles condiciones para la solución independiente.

La tarea problémica es una actividad de búsqueda a partir de la contradicción que surge en la situación problémica. Esta búsqueda debe ser de tal naturaleza que permita eliminar el conflicto (contradicción) cuando surge la solución de dicha tarea. Este proceso de búsqueda es un elemento de creación, en el cual intervienen procedimientos lógicos y heurísticos.

La pregunta problémica es un componente de la tarea problémica, es el estímulo directo del movimiento del conocimiento, la forma lógica de expresión del problema docente. Su solución tiene carácter heurístico, o sea, conduce a encontrar lo nuevo, lo desconocido.

La tarea se diferencia de la pregunta en que supone el cumplimiento de algunas acciones en una sucesión determinada.

La respuesta a la pregunta, incluso argumentada y demostrada, es una acción que conduce a un solo acto cognoscitivo.

1.3.3.1 Métodos Problémicos

Los métodos problémicos (productivos) en la enseñanza de las matemáticas son los siguientes:

➤ Método Investigativo.

La esencia de este método radica en que los alumnos resuelven problemas nuevos para ellos, aunque estos ya han sido resueltos por la ciencia. El profesor presenta los problemas para que los alumnos los investiguen independientemente. De estos problemas el profesor conoce cuál es el resultado, cómo llegar a la solución, y los rasgos de la actividad creadora que deben manifestarse en el proceso de solución. El alumno desarrolla independientemente el proceso del conocimiento. Existen diferentes posibilidades de organizar la actividad de los alumnos en el método investigativo, estas pueden desarrollarse como tareas a resolver en la clase o para la casa, durante la clase o utilizando más tiempo. El papel del profesor consiste en seleccionar y organizar las tareas que aseguran la

aplicación creadora del conocimiento y la correcta dosificación de las tareas que le implique a los alumnos. Mediante ellas se necesita enseñar a los alumnos:

- ◆ Cómo concretar el problema que se quiere resolver,
- ◆ Cómo valorar todos los elementos que intervienen,
- ◆ Cómo valorar una suposición o hipótesis,
- ◆ Cómo trabajar para encontrar suficientes datos que le permitan confirmar su hipótesis, y
- ◆ Cómo llegar a conclusiones.

➤ **Método de Búsqueda Parcial.**

La asimilación, por elementos, de la experiencia creadora, el dominio de algunas etapas de solución de los ejercicios problémicos, se garantiza con el método heurístico o de búsqueda parcial. La conversación heurística constituye la forma más conocida expresión de este método. La misma consta de una serie de preguntas interrelacionadas, cada una de las cuales constituye un eslabón hacia la solución del problema y la respuesta a la misma requiere de la reproducción de los conocimientos así como de la realización de una pregunta de búsqueda.

➤ **Exposición Problemática.**

La esencia de este método consiste en que el maestro familiarice al alumno no sólo con las soluciones halladas de unos u otros problemas científicos-cognoscitivos o prácticos, con los modos de aplicación, sino también con la lógica, a veces contradictoria, de la búsqueda de estas soluciones. El maestro, mediante la exposición problemática, transmite los conocimientos científicos no en su forma terminada, sino que muestra, en cierta medida, la vía del descubrimiento de la verdad correspondiente, hace conocer a los alumnos un problema frente al cuál se encontraba la sociedad o un investigador, una situación concreta determinada, indica las contradicciones entre el saber actual y la nueva

problemática, y, con ello, los alumnos se motivan a hacer proposiciones, buscar vías de solución, etc.. La estructura de la exposición problemática puede expresarse como sigue:

1. Planteamiento de la solución y su lógica
2. Desarrollo de la solución y su lógica
3. Proceso de solución, dificultades y contradicciones.
4. Solución y demostración de que es correcto.
5. Revelación de la importancia de la solución para continuar desarrollando el pensamiento en la esfera de la actividad.

En el caso de la exposición problemática, si deseamos elevar su carga productiva, no es conveniente utilizarla para todo el proceso, más bien se hace necesario combinarlo con el método de búsqueda parcial o el investigativo.

No se puede hablar del perfeccionamiento de los métodos más activos, que aumenten la carga productiva, ni de métodos que desarrollen la capacidad creadora y la independencia cognoscitiva de los alumnos, sin pensar en el correspondiente perfeccionamiento de las formas de organización de la enseñanza, que de acuerdo con las características del nivel o ciclo deben estructurarse de forma tal que se activen los alumnos y se les exija a la vez como requiere el desarrollo de su saber y poder. El principio de uniformidad y de la actividad individual que debe regir en la enseñanza de la matemática trae consigo la exigencia de utilizar formas de organización que permitan una diferenciación dentro de la clase y fuera del marco de la clase.

1.4 Métodos Según la Comunicación en la Enseñanza y el Grado de Independencia del Trabajo de los Alumnos

1.4.1 Método de Enseñanza Expositiva

La fuerza activa está en el profesor, la actividad del alumno es receptiva.

La exposición es el método racional de la transmisión de la materia; pero habrá que preguntarse por qué en la enseñanza de las matemáticas, donde la actividad en el alumno es fundamental, se utiliza este método; no obstante, existen razones para su uso.

La aclaración, como una forma típica de la exposición, tiene la ventaja de representar la materia completa en el aspecto del contenido y contribuye al adiestramiento lógico lingüístico de los alumnos.

Con la instrucción se dan indicaciones para resolver un ejercicio o para determinada forma de trabajo y pensamiento de la matemática.

La ilustración es importante cuando se trabaja en geometría en pequeños experimentos, por ejemplo: cuando se utilizan modelos de cuerpos geométricos para la obtención intuitiva de fórmulas para el volumen del cono, del cilindro, etc.

La demostración al estilo de las ciencias naturales es muy limitada en la clase de matemáticas; se relaciona con la utilización, por los alumnos, de calculadoras, instrumentos de dibujo, películas didácticas, en que el profesor debe demostrar su funcionamiento.

Tanto la ilustración como la demostración se apoyan en la utilización de medios de enseñanza y requieren del profesor, preparación correcta para el uso de esos medios.

Durante la realización de las formas típicas del método expositivo los alumnos escuchan y piensan, pero no tienen la posibilidad de desarrollar ideas por sí mismos, de expresarlas, ni de controlar la validez de ese pensamiento. Para elevar el carácter productivo, la exposición por el profesor debe desarrollarse en forma coherente, apoyándose, eventualmente, en el uso de materiales auxiliares.

En general, deberá tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Utilización de un material interesante.
 - Trabajo por determinados niveles.
 - Generalización en determinados momentos.
 - Resumen después de cada paso lógico.
 - Atención en la actividad del alumno.
-
- Estructuración en forma coherente y comprensible mediante una buena expresión oral, apoyada en el correcto uso de la terminología matemática y en la utilización de medios audiovisuales.
 - Planificación correcta del pizarrón.

Medidas que tienen que ver con el control de la conducta receptiva de los alumnos:

- Planteamiento de preguntas intermedias o al final de la exposición.
- Planteamiento de tareas.
- La exigencia de ofrecer ejemplos.

La forma superior de la exposición es aquella en que el profesor transmite los conocimientos científicos no en su forma terminal, sino que muestra en cierta medida la vía del descubrimiento de la verdad correspondiente.

1.4.2 Método de Elaboración Conjunta.(Conversación)

Existen distintas formas de conversación.

La **conversación socrática**, está caracterizada por pasos cortos en la actividad mental de los alumnos. Se utiliza en preguntas de control oral, en el aseguramiento del nivel de partida.

La **conversación heurística**, se caracteriza por dirigir el pensamiento de los alumnos para que encuentren o descubran, por sí mismos, determinados problemas matemáticos: fundamentar, definir, explicar relaciones, formular proposiciones, encontrar un procedimiento.

En la búsqueda común de vías de solución en que se analizan distintas proposiciones, la conversación de clase puede obtener el carácter de discusión en la que participan muchos alumnos que presentan sus opiniones, que intercambian ideas. Fue utilizada probablemente por primera vez por Sócrates (346-399) con preguntas sugestivas y alternativas. Es considerada la forma superior de conversación en clase.

1.4.3 Método de Trabajo Independiente

En el trabajo independiente de los alumnos debe predominar el aprendizaje productivo en la solución de ejercicios o en el trabajo con el libro de texto. El profesor lo conduce indirectamente valiéndose del libro de texto u otro medio de enseñanza.

Son muchas sus posibilidades de utilización en las clases de matemáticas, desde el descubrimiento de determinadas leyes matemáticas, la adquisición de nuevos conocimientos sobre conceptos, definiciones o teoremas, la ejercitación de procedimientos de solución, en las que se encuentran ejercicios geométricos de demostración, de construcción o de cálculo, la sistematización, etc.

En el éxito del trabajo independiente en la clase de matemáticas intervienen muchos factores entre los que se encuentran el desarrollo del pensamiento de los alumnos en cuanto al dominio de operaciones lógicas tales como analizar, sintetizar, abstraer, generalizar procedimientos; inducir y deducir, etc. y la habilidad de solucionar problemas.

Otros factores están relacionados con el entrenamiento para el trabajo en silencio, para el trabajo con notas de clase, el libro de texto, libros de consulta en la biblioteca y la realización independiente de tareas que incluye la habilidad para exponer y hacer valoraciones críticas de las mismas en cuanto a la comprensión y la representación de relaciones matemáticas.

La preparación para el trabajo independiente pertenece al dominio de capacidades, luego no es tarea fácil ni breve para el profesor, pues no se limita a

la simple indicación formal del profesor de una tarea o de seguir determinadas medidas o reglas metodológicas, o ayudar a los alumnos en la preparación mediante indicaciones de la bibliografía, de la disposición y posibilidades de ilustración, sino que va más allá, al desarrollo de la independencia cognoscitiva y la actividad creadora en los alumnos.

Al trabajar con cada una de las formas metodológicas básicas, el profesor debe utilizar procedimientos y variantes específicas que aumenten la actividad productiva de los alumnos, de acuerdo con sus diferencias individuales.

Al seleccionar uno de estos métodos debe elegir aquellos que le permitan alcanzar puntos culminantes educativos; si es la exposición, debe desarrollar claramente las ideas, polemizar con concepciones falsas o contrarias, despertar emociones en los alumnos, extraer ejemplos actuales para aclaración, o si lo hace a través de conversación de clase, el profesor debe referirse a expresiones positivas del alumno, corregir con tacto opiniones no correctas, exigir una buena actitud personal y, finalmente, exigir la identificación con una opinión determinada.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN[®]
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Capítulo II. Tratamiento Metodológico

La noción de función es uno de los conceptos más importantes de las matemáticas y es crucial para el estudio del cálculo, así es que, para contribuir en la solidez del conocimiento al respecto del concepto de función del programa de Matemáticas II (Cálculo Diferencial), se propone lo siguiente:

Se propone que el maestro tenga el dominio de los métodos para familiarizarse con los programas conocidos como:

- Corte vertical
- Corte horizontal
- Panorámica del saber y del poder

En el **corte vertical** el maestro utiliza otros programas para obtener las condiciones previas que los alumnos deben de poseer y las premisas fundamentales que se deben crear en la unidad. Así, en los diferentes semestres donde se ve el tema de función se deben extraer el tema y las actividades (hábitos, habilidades y capacidades) que el alumno debe o deberá poseer según el semestre. La ventaja del uso de este método es que el maestro puede utilizar, por ejemplo, una situación práctica que aparece en cierta especialidad, que se exprese en términos de una relación funcional (para dar a conocer la función por descubrimiento), o, quizás, relaciones que aparecen en alguna de las asignaturas de física de la ingeniería, para así representar a la función.

Para el corte vertical es necesario:

- ◆ Determinar el complejo de materia y los grados que abarcará.

- ◆ Determinar (con ayuda de los programas correspondientes) las unidades que en cada grado se corresponden con el complejo de materia seleccionado.
- ◆ Elaborar una síntesis, en cada unidad, de los conocimientos, hábitos y capacidades correspondientes (destacar el nivel de profundidad y los elementos nuevos introducidos).

El **corte horizontal** se emplea para que el maestro extraiga información del programa sobre la distribución y dosificación del contenido de la enseñanza de la unidad en los temas por semana de diferentes clases donde se aborde el concepto de función, donde se marca el inicio del tema la secuencia de los temas los tiempos disponibles para los temas y la dosificación por semana de los mismos. La utilidad de este método radica en que facilita que el maestro utilice situaciones de otras asignaturas para representarlas en términos de funciones y que el alumno se familiarice con el concepto de función en esa asignatura.

Para realizar el corte horizontal es necesario:

- ◆ Determinar la semana de inicio para el tratamiento de la materia de enseñanza.
- ◆ Determinar el orden en que se trabajarán las unidades
- ◆ Determinar el tiempo disponible para toda la unidad, cada una de las unidades temáticas y clases que la conforman, así como las afectaciones y otras actividades de la etapa que se planifica.
- ◆ Distribuir o dosificar ordenadamente, por semanas y según la frecuencia correspondiente, los contenidos temáticos de las clases, de nuevos contenidos y las de fijación de lo aprendido, cuidando prever momentos evaluativos y otras actividades inherentes al desarrollo del proceso de enseñanza.

En la **panorámica del saber y del poder** se extraen de los programas los conocimientos esenciales que deben dominar los alumnos en la unidad de función por temas, así como las actividades (hábitos, habilidades y capacidades) de la misma, se extrae lo esencial de la unidad tomando como base los objetivos generales y específicos de la unidad, determinando los nuevos conocimientos y si estos se refieren a conceptos, proposiciones o procedimientos. Este método servirá al maestro para tener en claro los logros que se desean alcanzar en el alumno, por cada tema de la unidad, permitiéndole al maestro crear las tareas para alcanzar esos logros.

Para realizar la panorámica del saber y del poder es necesario:

- ◆ Precisar en qué unidad se hará la panorámica.
- ◆ Determinar qué nuevos conocimientos adquieren los alumnos en la unidad y si éstos se refieren a conceptos, proposiciones o procedimientos.
- ◆ Determinar qué hábitos, habilidades y capacidades se deben formar o continuar desarrollando en la unidad y a qué nivel de profundidad y generalización.
- ◆ Precisar lo esencial del trabajo en la unidad, tomando como base los objetivos generales del grado y los específicos de la unidad.

La utilización de estos métodos es una herramienta para que el maestro comience con la organización de su clase y permita de este modo hacer un encadenamiento de materias, temas y tareas.

Después que el maestro se familiariza con los programas, puede comenzar a sistematizar los contenidos de los mismos y así encadenar otros temas o unidades con el concepto de función y poder establecer las preconcepciones del alumno al inicio de la unidad.

Para diseñar el capítulo se propone la siguiente metodología:

- Elaborar la introducción de la unidad o capítulo de modo que contenga lo siguiente:
 - Explicar las características generales de la unidad.
 - Destacar la función de la unidad en la asignatura y en el grado.
 - Expresar los cambios más significativos que se producen en el contenido.

- Presentar un esquema en el que se destacan las condiciones previas más importantes y los temas o aspectos más significativos (enmarcarlo en recuadro)

- Enunciar las ideas rectoras y exigencias de la unidad.

Las ideas rectoras constituyen el “hilo conductor” de la unidad y permite determinar lo esencial y lo que debe lograrse en los alumnos. Las exigencias deben ser las mínimas que deben alcanzar los alumnos, estas se pueden representar mediante ejercicios, que ilustren el nivel esperado.

- Entre otros aspectos, se recomienda lo siguiente:

- Hacer un esquema en el que aparezcan los conceptos, teoremas, relaciones y procedimientos, así como la relación entre ellos.
- Especificar el capítulo del libro de texto a que corresponde la unidad y tiempo aproximado para su desarrollo.
- Condiciones previas y cómo se pueden repasar.
- Cómo desarrollar la motivación de la unidad.
- Ideas nuevas y cómo se pueden introducir.

En el cálculo diferencial, correspondiente a Matemáticas II de la F.I.M.E, el contenido del capítulo I es el siguiente:

Capítulo I Requisitos para el calculo diferencial

- i. Concepto de función
- ii. Operaciones con funciones
- iii. Función Inversa

A continuación, se mostrará el diseño de una clase donde interviene el concepto de función y se aplicara un tratamiento metodológico para el aprendizaje de este concepto.

Diseño de una Clase

Tema a desarrollar: **Funciones**
(Primer tema de la unidad)

Conocimientos Previos:

- Evaluar Funciones
- Graficar
- Campo de Números

Duración de la clase: sesión de 50 minutos.

Objetivo Particular: Asimilar el concepto de función, calcular dominio y rango (o imagen) de la misma, ya sea en forma algebraica o gráfica.

Sistema de Tareas:

- ◆ Como este es el capítulo de inicio de la materia se pudiera proponer a los alumnos el día de la presentación (primer día de clases) un problema de la vida cotidiana (aplicado a una especialidad de la ingeniería), dando el maestro, si fuera necesario, indicaciones sobre dónde investigar para poder darle solución.
- ◆ Se da inicio al proceso de resolución del problema, cuestionando al alumno sobre las vías posibles. Mediante este problema, el alumno deberá descubrir la definición de función.
 - ◆ Dar ejemplos (3) de funciones lineales como la ecuación de la recta, del círculo, de alguna fórmula de física donde ellos identifiquen variables (dependiente e independiente), parámetros y constantes y dar apertura a la obtención del dominio y rango de las funciones. Estos ejemplos deben de ser familiares para ellos. Y dar inicio a la definición de función uno a uno
- ◆ Exponer ejemplos (2) con radicales y/o cocientes para la obtención del dominio y rango por medio de la conversación heurística. Graficar la función.
- ◆ Encargar problemas y ejemplos que permitan iniciar la clase siguiente con la revisión de los mismos por medio de un sondeo general y que alguno de éstos sirva para la apertura o continuación del nuevo tema.

El problema que se puede proponer puede ser el siguiente:

Un fabricante de relojes puede producir un tipo específico de reloj a un costo de 15 unidades monetarias (u.m.) por unidad. Se estima que si el precio de

venta de cada reloj es x u.m., entonces el número de relojes vendidos por semana es $125 - x$.

- a) Exprese el número de dólares de utilidad semanal para el fabricante en función de x .
- b) Use el resultado de la parte (a) para determinar la utilidad semanal cuando el precio de venta es de 45 u.m. por reloj.

El diálogo siguiente refleja la situación que debe presentarse en el alumno.

Maestro: ¿Cómo obtener la utilidad semanal?

Alumno: Restando el costo total de los ingresos totales.

Maestro: ¿Cómo expresaríamos los ingresos totales?

Alumno: Precio de venta de cada reloj por el número de artículos vendidos.

Maestro: Esto es, $R(x) = x(125 - x)$

Ahora, ¿cómo obtener el costo total de los relojes?

Alumno: Costo de cada artículo por el número de ellos.

Maestro: Quedaría $C(x) = 15(125 - x)$, la utilidad semanal entonces es

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\begin{aligned} &= x(125 - x) - 15(125 - x) \\ &= (125 - x)(x - 15) \end{aligned}$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Podemos observar que R , C y P dependen de x (precio de venta) lo que indica que la variable independiente es x y las variables que dependen de ella, $R(x)$, $C(x)$ y $P(x)$, se nombran variables dependientes.

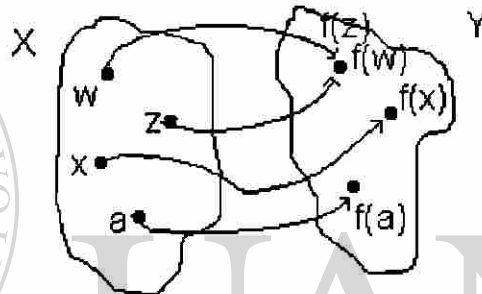
Maestro: Si el precio de venta es de 45 u.m. ¿Cuál es la utilidad semanal?

Alumnos: $P(45) = (125 - 45)(45 - 15) = 2400$

Maestro: La utilidad semanal es de 2400 u.m. cuando los relojes se venden a 45 u.m. cada uno.

La función es una regla o correspondencia que asocia a cada elemento de un conjunto X uno y sólo un elemento del conjunto Y.

Def.: Una función f de un conjunto X a un conjunto Y es una regla que asocia a cada elemento x de X un único elemento y de Y. El elemento y se llama la imagen de x bajo f y se denota por $f(x)$. El conjunto X se llama el dominio de la función. El rango de la función consta de todas las imágenes de los elementos de X.



Maestro: Menciona en los siguientes ejemplos, las variables, dependiente e independiente, las constantes y parámetros :

1) $y = 3x - 4$

2) $A = \pi r^2$

3) Si un automóvil viaja a una velocidad uniforme de 80 kilómetros por hora, entonces la distancia d (kilómetros) recorrida en el tiempo t (horas) esta dada por $d = 80t$, y se dice que d está en función de t .

Alumno: En el ejercicio

1) 3 y 4 son parámetros, x variable independiente y " y " variable dependiente. El dominio es \mathfrak{R} (conjunto de números reales) y el rango es \mathfrak{R} .

2) π constante, r variable independiente y A variable dependiente. El dominio es \mathfrak{R} y el rango es \mathfrak{R} .

3) 80 es un parámetro, t variable independiente y d variable dependiente. El dominio es \mathfrak{R} y el rango es \mathfrak{R} .

En las situaciones 1) y 3) a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente. En el caso 2) a dos diferentes valores de la variable independiente le corresponde un mismo valor de la variable dependiente.

Def.: Una función f de X a Y es una función uno a uno si siempre que $a \neq b$ en X , entonces $f(a) \neq f(b)$ en Y .

Maestro: Obtener dominio y rango y graficar las funciones:

$$1) f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$2) y = \frac{(x^2 + 3x - 4)(x^2 - 9)}{(x^2 + x - 12)(x + 3)}$$

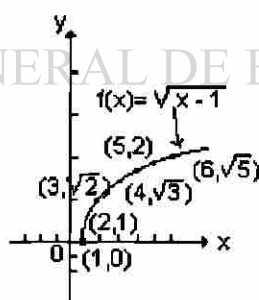
En la situación 1) para qué valores de x el subradical es positivo?

Alumno: en $[1, +\infty)$

Maestro: este conjunto representaría el dominio de $f(x)$ cuál es su rango?

Alumno: $[0, +\infty)$

Maestro: Conociendo el dominio podemos tabular para valores de x dentro del dominio y graficar.



En el segundo caso, si factorizamos la función ¿qué se obtiene?

Alumno:

$$y = \frac{(x+4)(x-1)(x-3)(x+3)}{(x+4)(x-3)(x+3)}$$

Maestro: ¿Cómo es el denominador para $x=-4,-3$ y 3 .

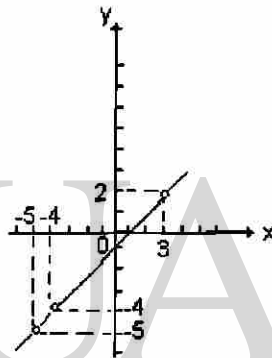
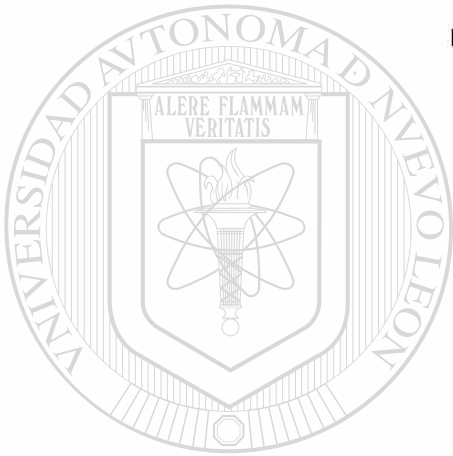
Alumno: Cero

Maestro: Por lo tanto la función "y" no está definida para estos tres valores de x. ¿En qué difiere la recta $y = x - 1$ de la gráfica que se busca?

Alumnos: También debemos obtener una recta pero con la diferencia de que no está definida en $x=-4,-3$ y 3 .

Maestro: ¿Podremos determinar el dominio y rango?

Alumno: El dominio es el conjunto de todos los números reales diferentes de $-4, -3$ y 3 y el rango es el conjunto de los números reales diferentes de $-5, -4$ y 2 .



Maestro: Se propone como tarea calcular dominio y rango de las siguientes funciones y graficar, si se requiere.

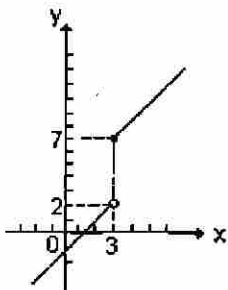
1) $y = \sqrt{x^2 - 4}$

2) $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{2x + 1}$

3) $y = \begin{cases} 6x + 7 & \text{si } x \leq -2 \\ 4 - x & \text{si } -2 < x \end{cases}$

4) $f(x) = |x - 3|$

5)

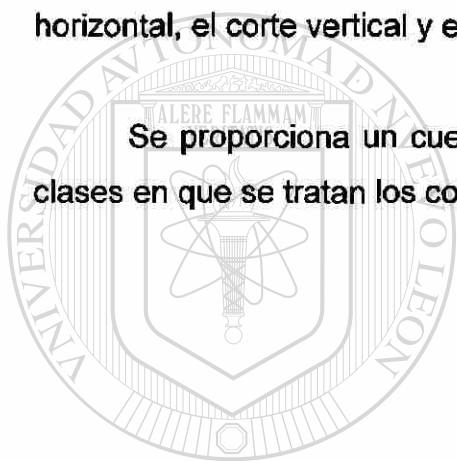


Conclusiones

Se constató el bajo nivel de solidez con que se asimilaron los contenidos, asociados al concepto de función en la F.I.M.E.

Cualquier acción pedagógica dirigida a incrementar el nivel de solidez en la asimilación del concepto de función por parte de los estudiantes debe partir de la posición de los objetivos y contenidos asociados a este concepto en el programa de la asignatura. Esta posición puede ser determinada a través del corte horizontal, el corte vertical y el corte del saber y del poder.

Se proporciona un cuerpo de indicaciones para el diseño de actividades y clases en que se tratan los contenidos relacionados con el concepto de función.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

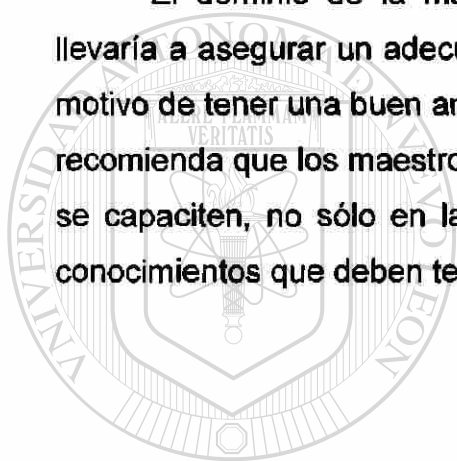


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Recomendaciones

Recomendamos que el programa de clases sea reestructurado, que contenga los objetivos generales de los capítulos y los particulares de los temas, además de precisar las actividades o tareas que el alumno realizará, así como los tiempos empleados para cubrir los mismos, que en ellos se especifique la evaluación por capítulos, así como la evaluación final.

El dominio de la materia en cuanto a conocimiento es primordial, esto llevaría a asegurar un adecuado tratamiento metodológico a la materia y sería el motivo de tener una buen ambiente y comunicación con los alumnos. Por tanto, se recomienda que los maestros que inician la cátedra, y aún algunos que ya la dan, se capaciten, no sólo en la didáctica de las matemáticas, sino en cuanto a los conocimientos que deben tener de la misma.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Bibliografía

Alvarez, V, Notas del curso Perspectivas de las Matemáticas, Maestría en Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 1998.

Álvarez Zagas, C.M, Fundamentos Teóricos de la Dirección del Proceso Docente Educativo en la Educación Superior Cubana, Editorial Felix Varela. Ciudad de la Habana, 1989.

Álvarez Zagas, C.M, La Escuela en la Vida de la Habana Selección Educativa y Desarrollo, Editorial Felix Varela, Ciudad de la Habana, 1992.

Álvarez Zayas, C.M, La escuela en la vida, la Habana, Selección Educativa, Editorial Felix Varela, 1992.

Duval, R., "Graphiques et équations: l'articulation de deux registres,"Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Vol. I (P.235-253),1988.

Fernández, A., Notas del curso Elaboración de Programas y Cartas Descriptivas, Maestría en Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas, 1997.

Guzmán, I., "Le rôle des représentations dans l' appropriation de la notion de fonction", Tesis de Doctorado, Universidad Louis Pauster de Estrasburgo, 1990.

Guzmán, I., "Registros en juego en el concepto de función, Comportamiento de una muestra de alumnos chilenos", Cursillo, XVII Semana de la Matemática de la Universidad Católica de Valparaiso, 1990.

Legaña F., M.A, Notas del curso Didáctica de la Física, Monterrey N.L, México, 1998.

1020125897

Leithold, L., Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica.. Editorial Harla, México, 1994.

Leithold, L., Cálculo con Geometría Analítica, Editorial Harla, México, 1972.

Pérez González, O.L, Notas del curso Didáctica de las Matemáticas, Maestría en Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 1998.

Santos Trigo, L.M, Principios y Metodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, 1997.

Swokowski E.W., Cálculo con Geometría Analítica, Editorial Iberoamérica, México 1975.

Urrutia, I., Notas del curso Historia Filosofía y Epistemología de las Matemáticas, Maestría en Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 1998.

Vázquez Cedeño, R.A, Notas del curso Metodología de la Investigación, Maestría en Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas, San Nicolás de los Garza, Nuevo León, 1998.

Anexos

Anexo A

Test Científico

Anexo B

Tabla y Gráficos del Análisis de Respuestas

Anexo C

Programa de Matemáticas II de la F.I.M.E

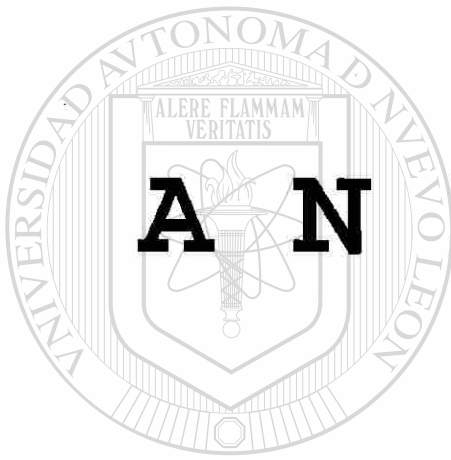


UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



A N E X O A

U A N L

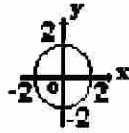
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

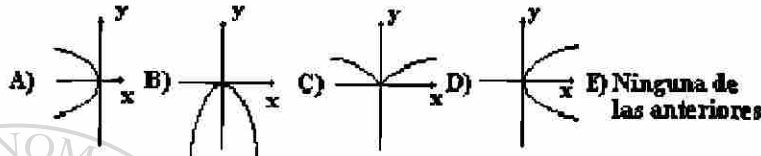
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
EXÁMEN PARA EL ESTUDIO DE LA SOLIDÉZ DE CONOCIMIENTO
AL RESPECTO DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN

- 1.- Si la variable independiente de la función $y = (1/4)x + 1$ es 3, cuál es el valor de la función.
 A) 13/12 B) 15/12 C) 5/4 D) 7/4 E) Ninguna de las anteriores
- 2.- Hallar la ecuación del círculo



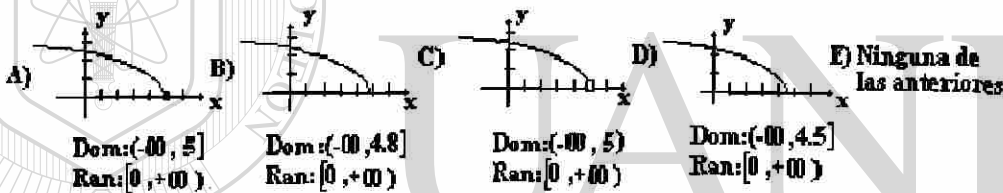
- A) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 4$ B) $x^2 + y^2 = 2$ C) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 2$ D) $x^2 + y^2 = 16$ E) Ninguna de las anteriores

- 3.- Identifique la gráfica correspondiente a la ecuación $y^2 = 7x$

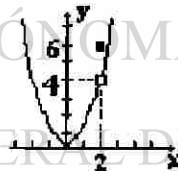


- 4.- Cuál es el dominio y rango (contra dominio) de la función

$$y = \sqrt{5-x}$$

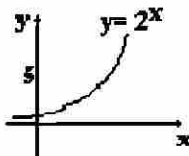


- 5.- Identificar la función, el dominio y el rango correspondiente a la gráfica



- A) $y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x > 2 \\ 6 & \text{si } x = 2 \end{cases}$ B) $y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \neq 2 \\ 6 & \text{si } x = 2 \end{cases}$ C) $y = x^2$ D) $y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \neq 2 \\ 6 & \text{si } x = 2 \end{cases}$ E) Ninguna de las anteriores
- Dom: $(-\infty, +\infty)$ Dom: $(-\infty, +\infty)$ Dom: $(-\infty, +\infty)$ Dom: $(-\infty, +\infty)$
 Ran: $(0, +\infty)$ Ran: $[0, +\infty)$ Ran: $[0, +\infty)$ Ran: $(0, +\infty)$

- 6.- Cómo es la función $y = 2^x$ cuya gráfica se muestra, a medida que crece x



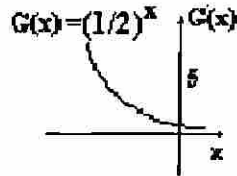
- A) Decreciente B) Polinomial C) Creciente D) Periódica E) Ninguna de las anteriores

7.- Identifica de la siguiente función la variable independiente y la dependiente.

$$g = \frac{4\pi^2}{t^2}$$

- A) t dependiente B) g dependiente C) g dependiente D) π dependiente D) Ninguna de g independiente π independiente t independiente g independiente las anteriores

8.- Cómo es la función $G(x) = (1/2)^x$ cuya gráfica se muestra, con respecto a $y = 2^x$



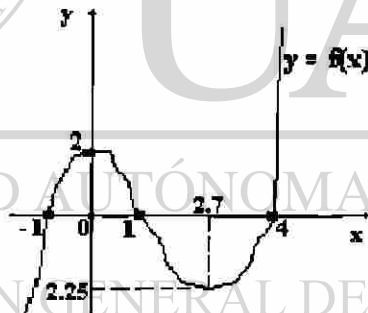
- A) Inversa B) Recíproca C) Iguales D) Negativa E) Ninguna de las anteriores

9.- De la función dada encuentre $f(\sqrt{2}-1)$

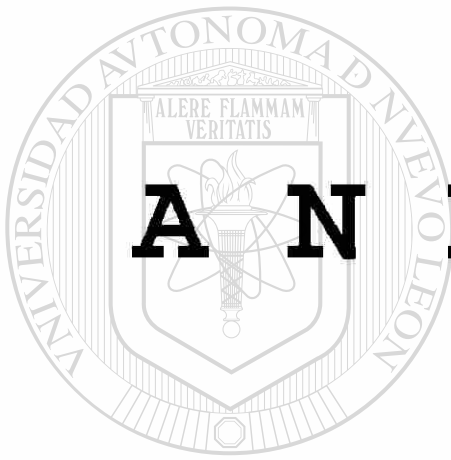
$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

- A) $f(\sqrt{2}-1) = 1/\sqrt{2}$ B) $f(\sqrt{2}-1) = 1/2$ C) $f(\sqrt{2}-1) = 1/(\sqrt{2}-1)$ D) $f(\sqrt{2}-1) = 1/(\sqrt{2}+2)$ E) Ninguna de las anteriores

10.- De la gráfica que se muestra, cuál es el, o los valores de x correspondientes, si la función "f" es cero.



- A) $x=2$ B) $x=2$ y $x=0$ C) $x=2.25$ y $x=2.7$ D) $x=1$, $x=-1$ y $x=4$ E) Ninguno de los anteriores



A N E X O B

U A N L

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

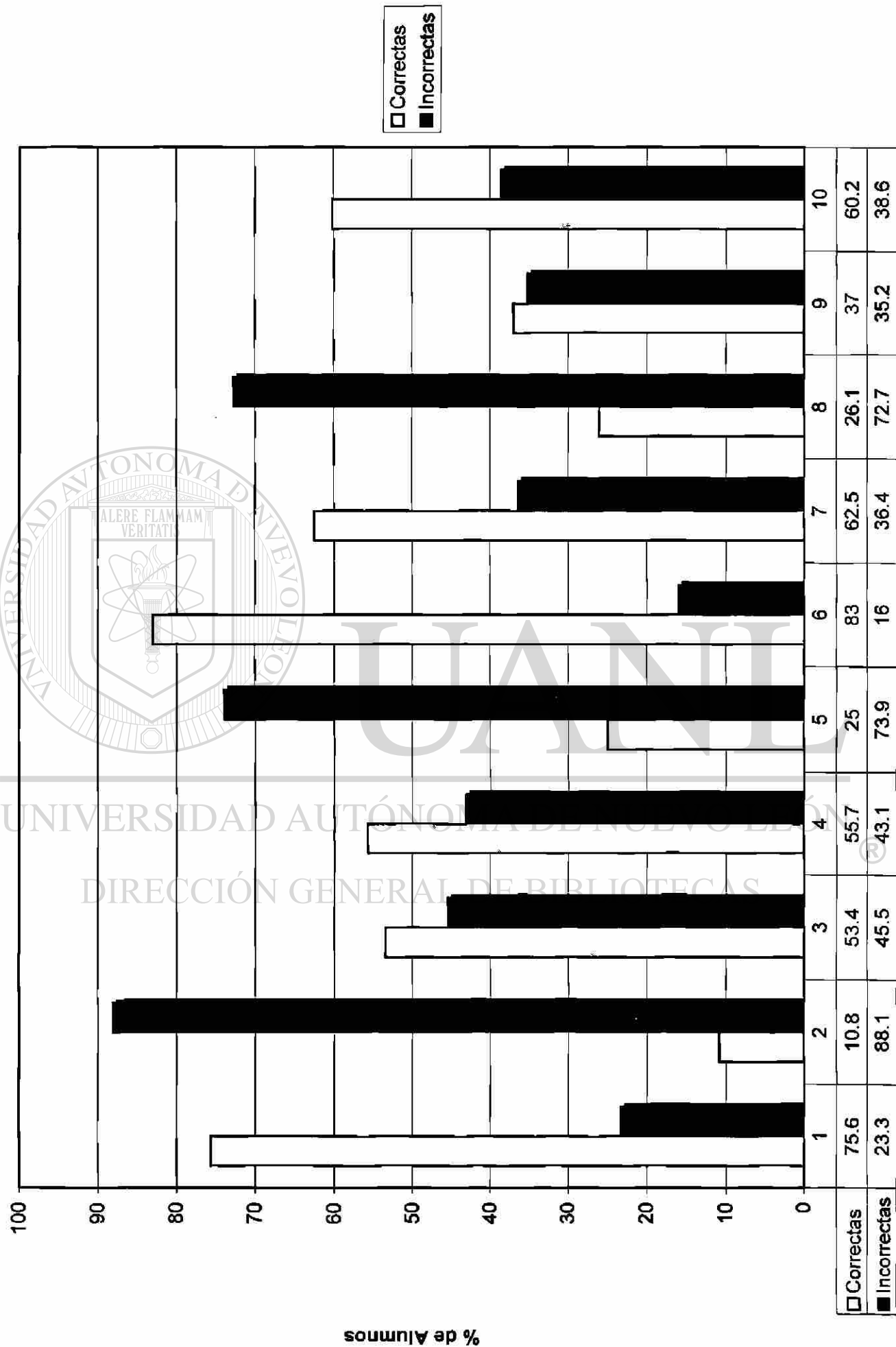
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**Resultados Globales del Test Aplicado a Alumnos de 2º,3º y 4º Semestre de la
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.**

Sem.	Preg.	No Cont.	Corr.	Inco.	A)	B)	C)	D)	E)
#	#	Alu.(%)	Alu.(%)	Alu.(%)	Alu.(%)	Alu.(%)	Alu.(%)	Alu.(%)	Alu.(%)
2º	Acr:	1	0(0)	133(75.6)	41(23.3)	5(2.8)	7(4)	16(9.1)	13(7.4)
	35	2	1(0.6)	19(10.8)	155(88.1)	48(27.3)	29(16)	47(26.7)	30(17)
		3	4(2.2)	94(53.4)	80(45.5)	9(5.1)	13(7.4)	21(12)	32(18.2)
	141	4	1(0.6)	98(55.7)	76(43.1)		7(4)	40(22.7)	8(4.5)
		5	0(0)	44(25)	130(73.9)	29(16.5)		56(31.8)	23(13.1)
	Rep:	6	0(0)	146(83)	28(16)	7(4)	6(3.4)		8(4.5)
		7	1(0.6)	110(62.5)	64(36.4)	17(9.7)	34(19)		9(5)
		8	0(0)	46(26.1)	128(72.7)	78(44.3)		14(8)	22(12.5)
		9	2(1.1)	65(37)	109(35.2)		23(13)	38(21.6)	32(18.2)
		10	3(1.7)	106(60.2)	68(38.6)	17(9.7)	17(9.7)	26(14.8)	5(2.8)
3º	Acr:	1	0(0)	59(77.6)	16(21)	4(5.3)	4(5.3)	3(4)	5(6.6)
	9	2	2(2.6)	12(15.8)	63(82.9)	20(26.3)	24(31.5)		11(14.5)
		3	0(0)	38(50)	37(48.7)	3(4)	7(9.2)	12(15.8)	15(19.7)
	67	4	0(0)	36(47.4)	39(51.3)		7(9.2)	21(27.6)	4(5.3)
		5	2(2.6)	12(15.8)	63(82.9)	11(14.5)		32(42.1)	15(19.7)
	Rep:	6	1(1.3)	60(79)	15(19.7)	6(7.9)	2(2.2)		3(4)
		7	1(1.3)	37(48.7)	38(50)	10(13.1)	18(23.7)		4(5.3)
		8	1(1.3)	19(25)	56(73.7)	25(32.9)		10(13.1)	11(14.5)
		9	1(1.3)	27(35.5)	48(63.2)		11(14.5)	13(17.1)	13(17.1)
		10	2(2.6)	39(51.3)	36(47.7)	5(6.6)	9(11.8)	10(13.1)	10(13.1)
4º	Acr:	1	0(0)	151(83.4)	30(16.6)	4(2.2)	2(1.1)	8(4.4)	16(8.8)
	25	2	2(1.1)	23(12.7)	158(87.3)	34(18.8)	54(29.8)		41(22.6)
		3	1(0.5)	81(44.7)	100(55.2)		9(5)	36(19.9)	39(21.5)
	156	4	3(1.6)	75(41.4)	106(58.7)	75(41.4)		63(34.8)	7(3.9)
		5	2(1.1)	51(28.2)	130(72)	24(13.2)	51(28.1)		19(10.5)
	Rep:	6	0(0)	143(79)	38(21)	12(6.6)	4(2.2)		12(6.6)
		7	1(0.5)	116(64.1)	65(36)	23(12.7)		116(64.1)	11(6.1)
		8	3(1.6)	52(28.7)	129(71.3)		52(28.7)	16(8.8)	15(8.3)
		9	3(1.6)	95(52.5)	86(47.5)	95(52.5)	19(10.5)	23(12.7)	20(11)
		10	3(1.6)	108(59.7)	73(40.3)	15(8.3)	14(7.7)	19(10.5)	22(12.1)

 Soluciones correctas

Segundo Semestre, con una Muestra de 176 Alumnos



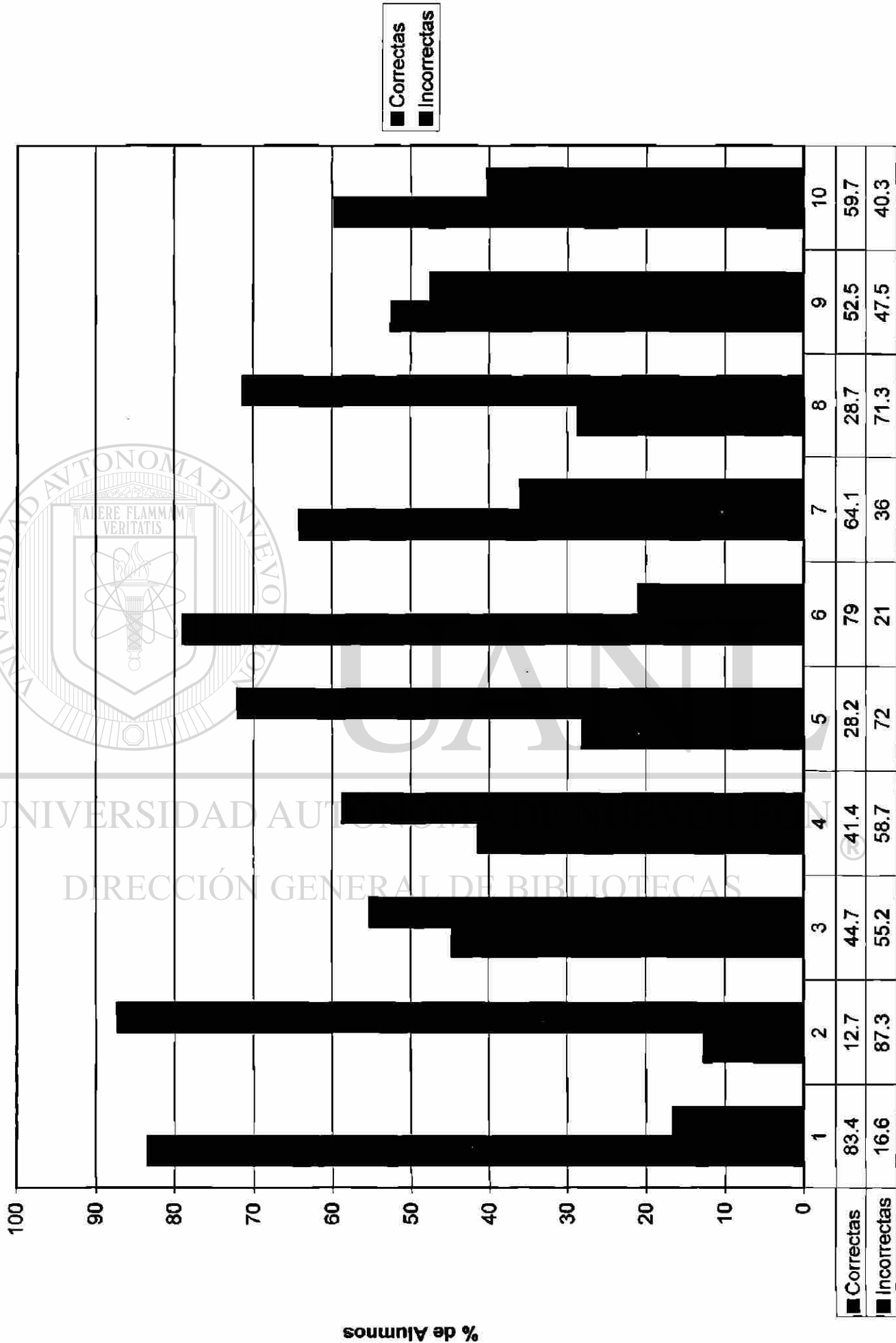
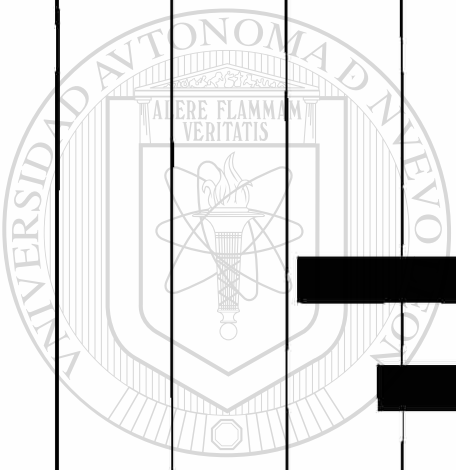
del Reactivo

Tercer Semestre, con una Muestra de 76 Alumnos



de Reactivo

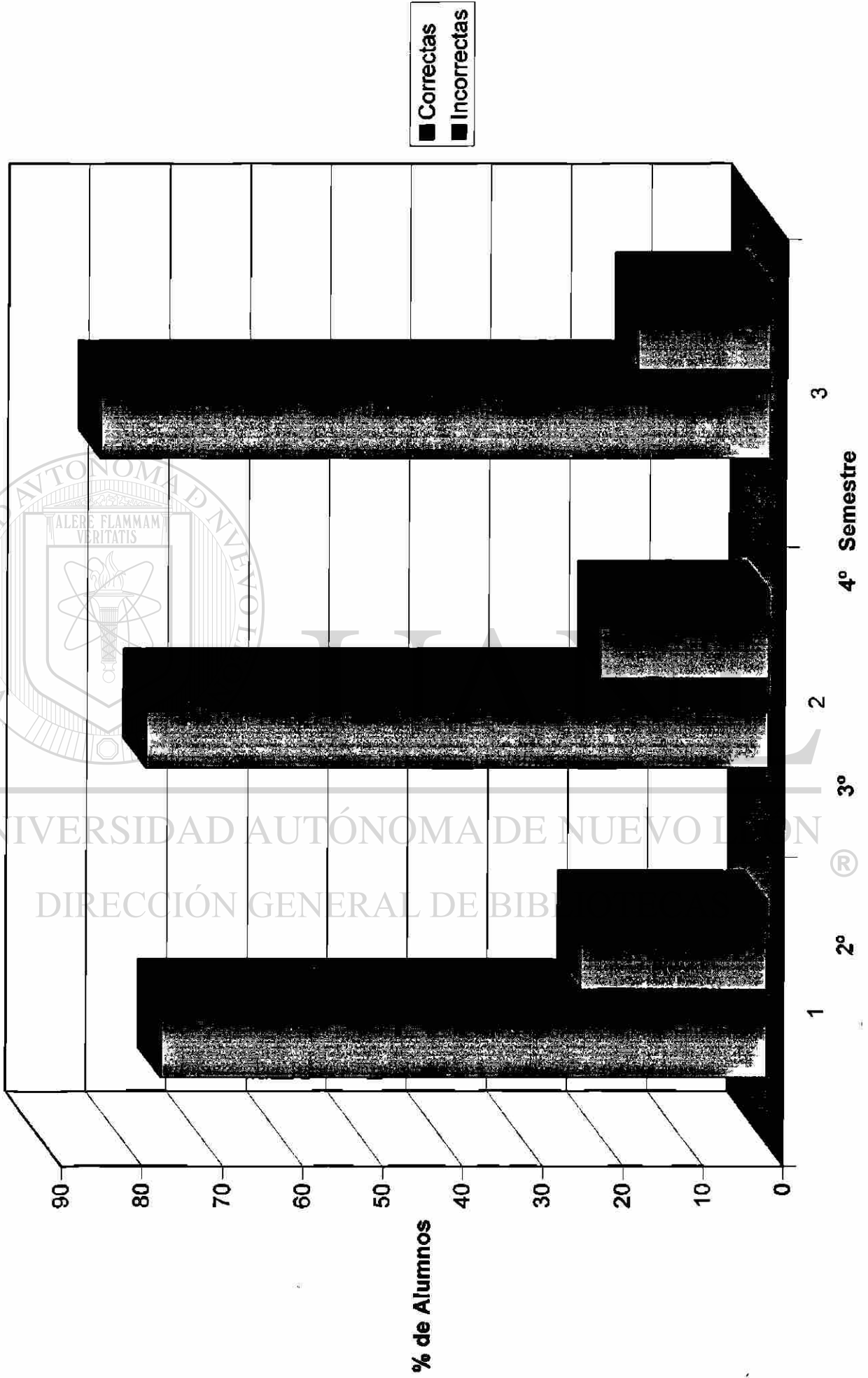
Cuarto Semestre, con una Muestra de 181 Alumnos



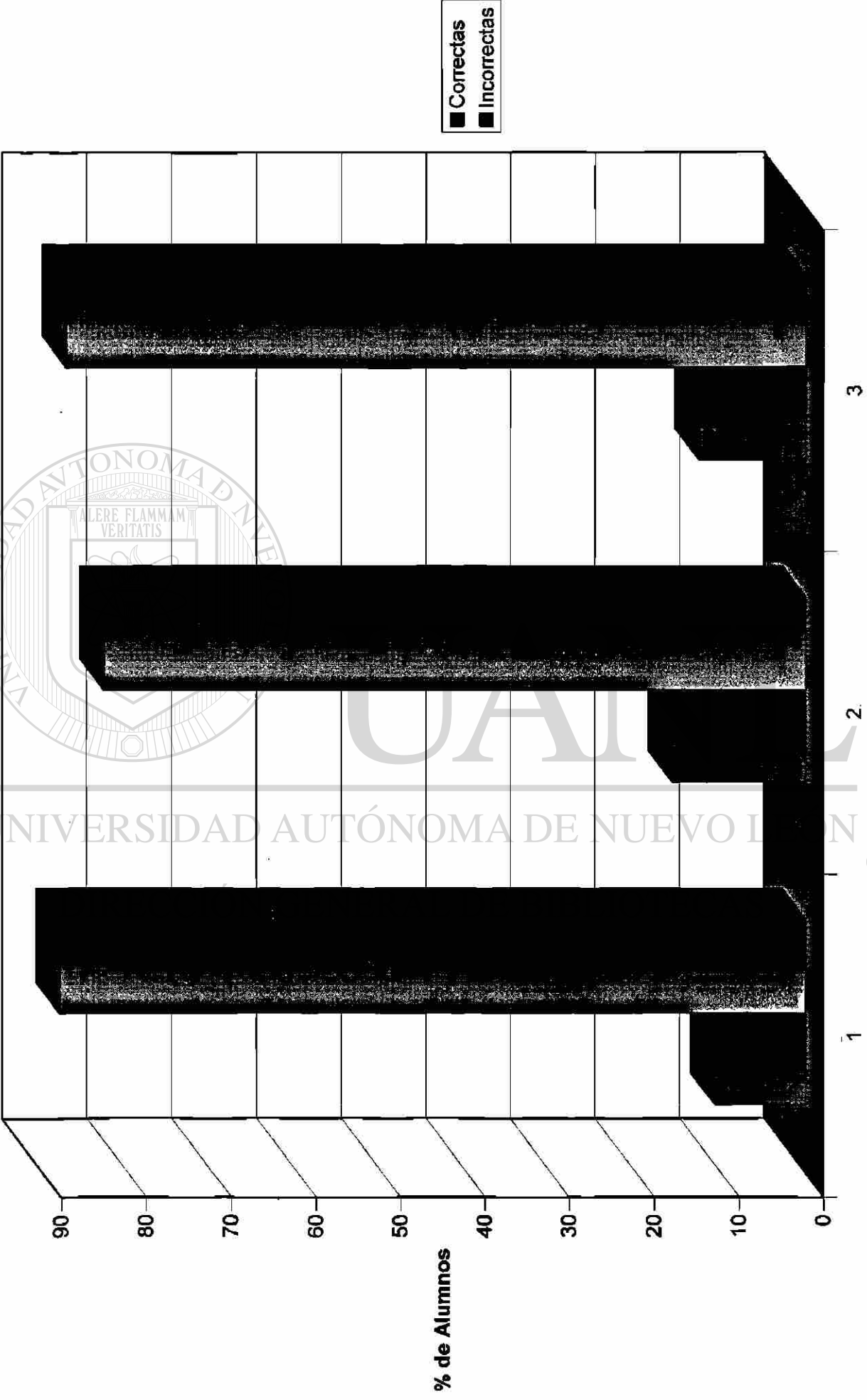
% de Alumnos

de Reactivo

Reactivo 1



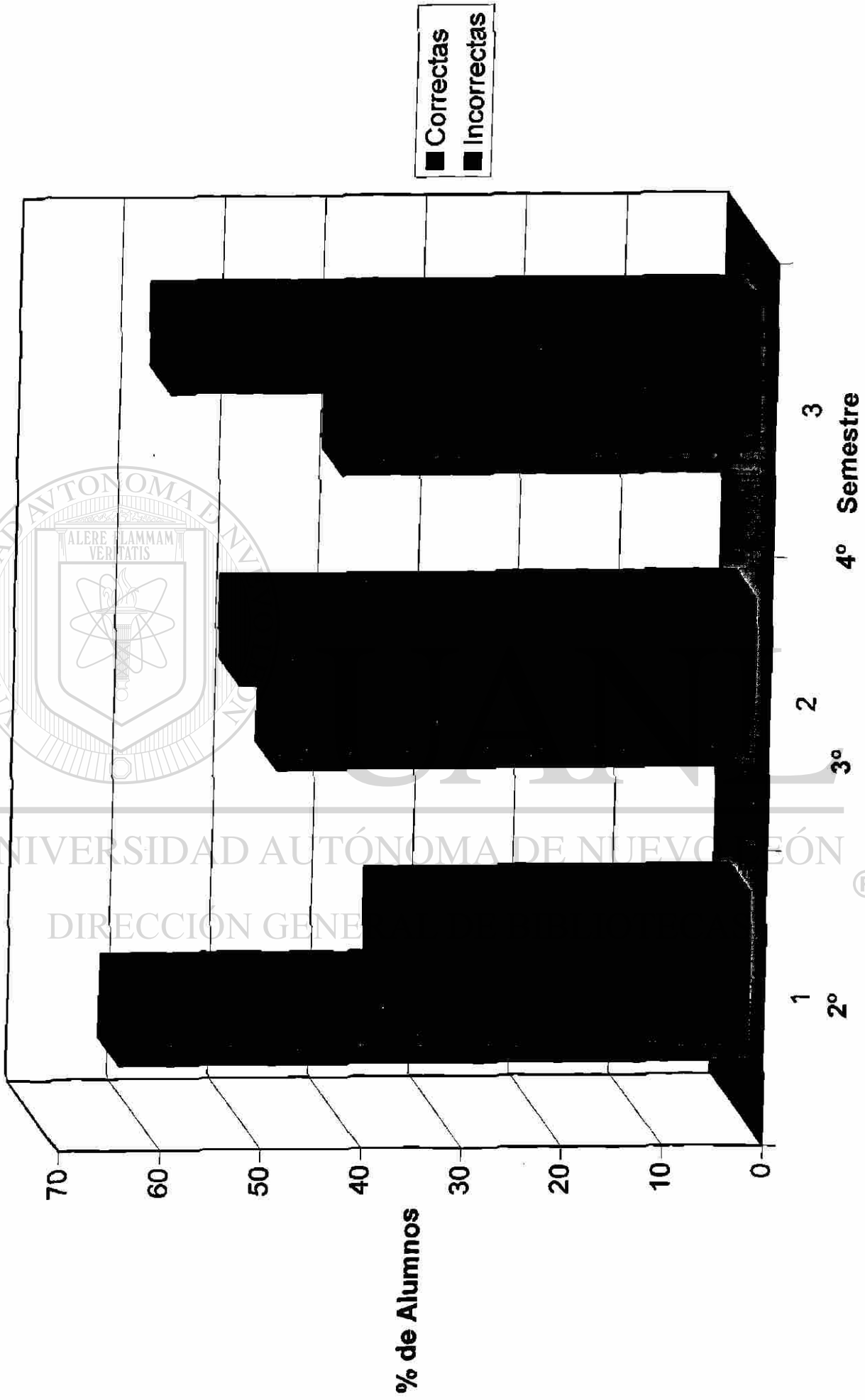
Reactivo 2



Reactivo 3



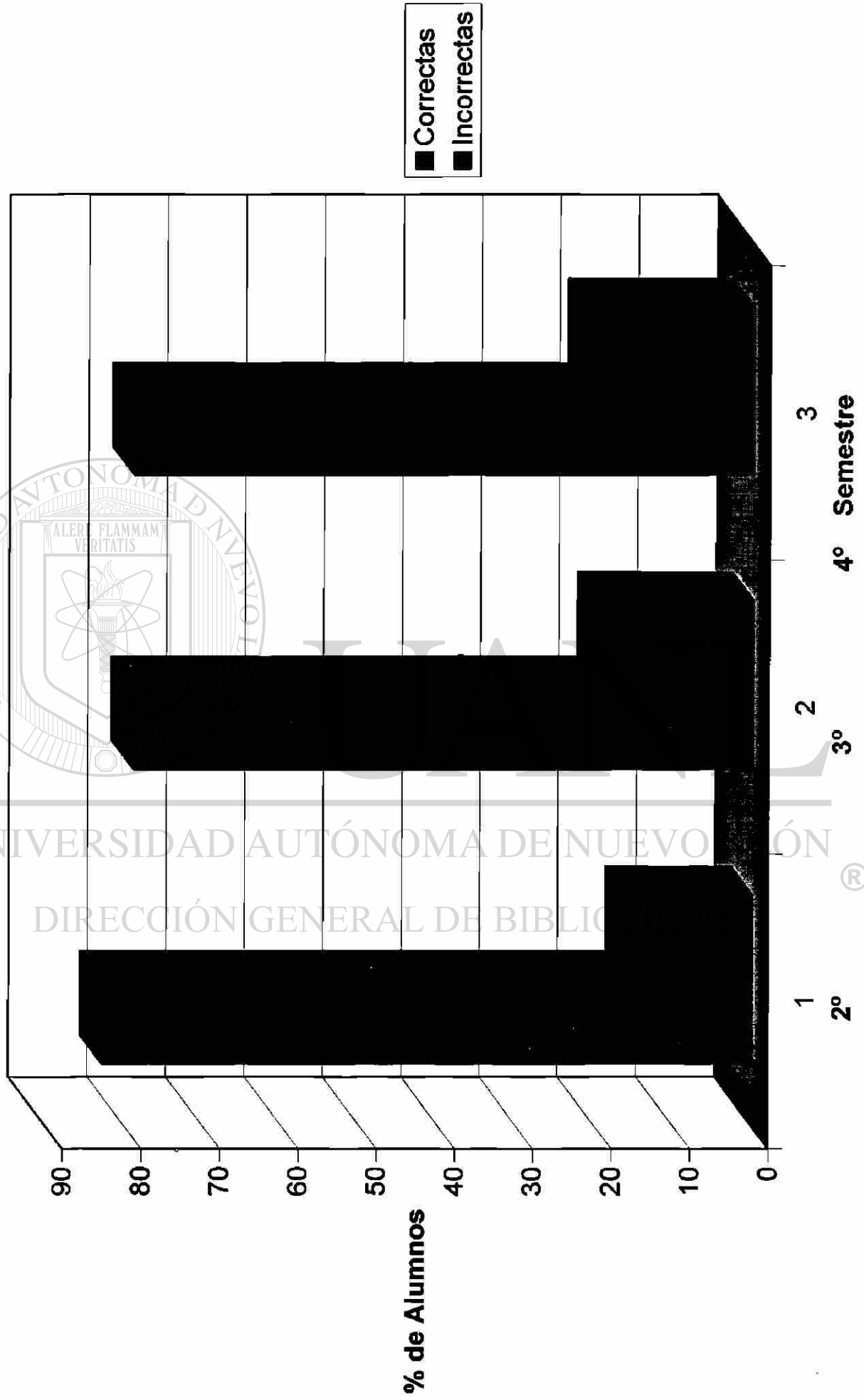
Reactivo 4



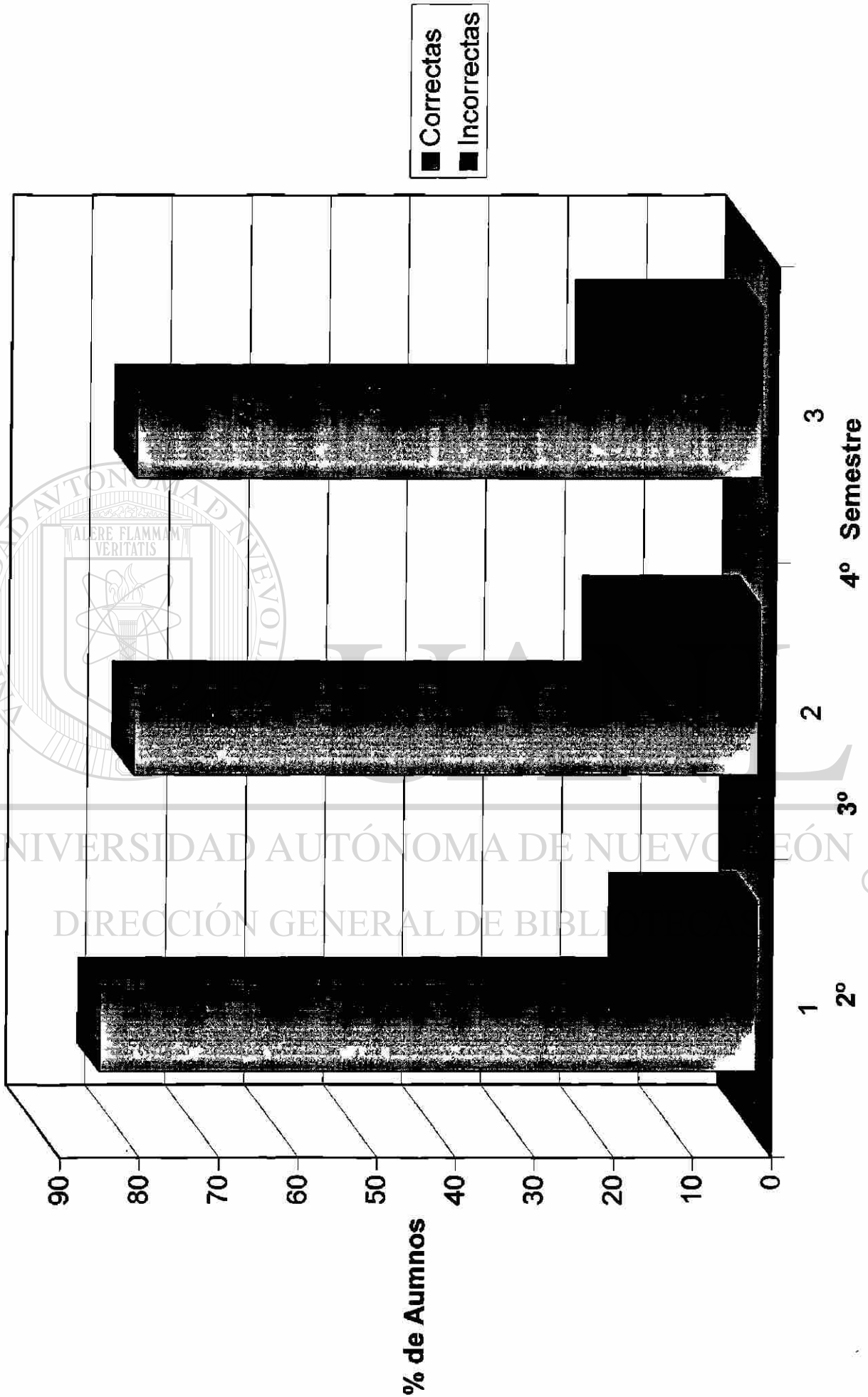
Reactivo 5



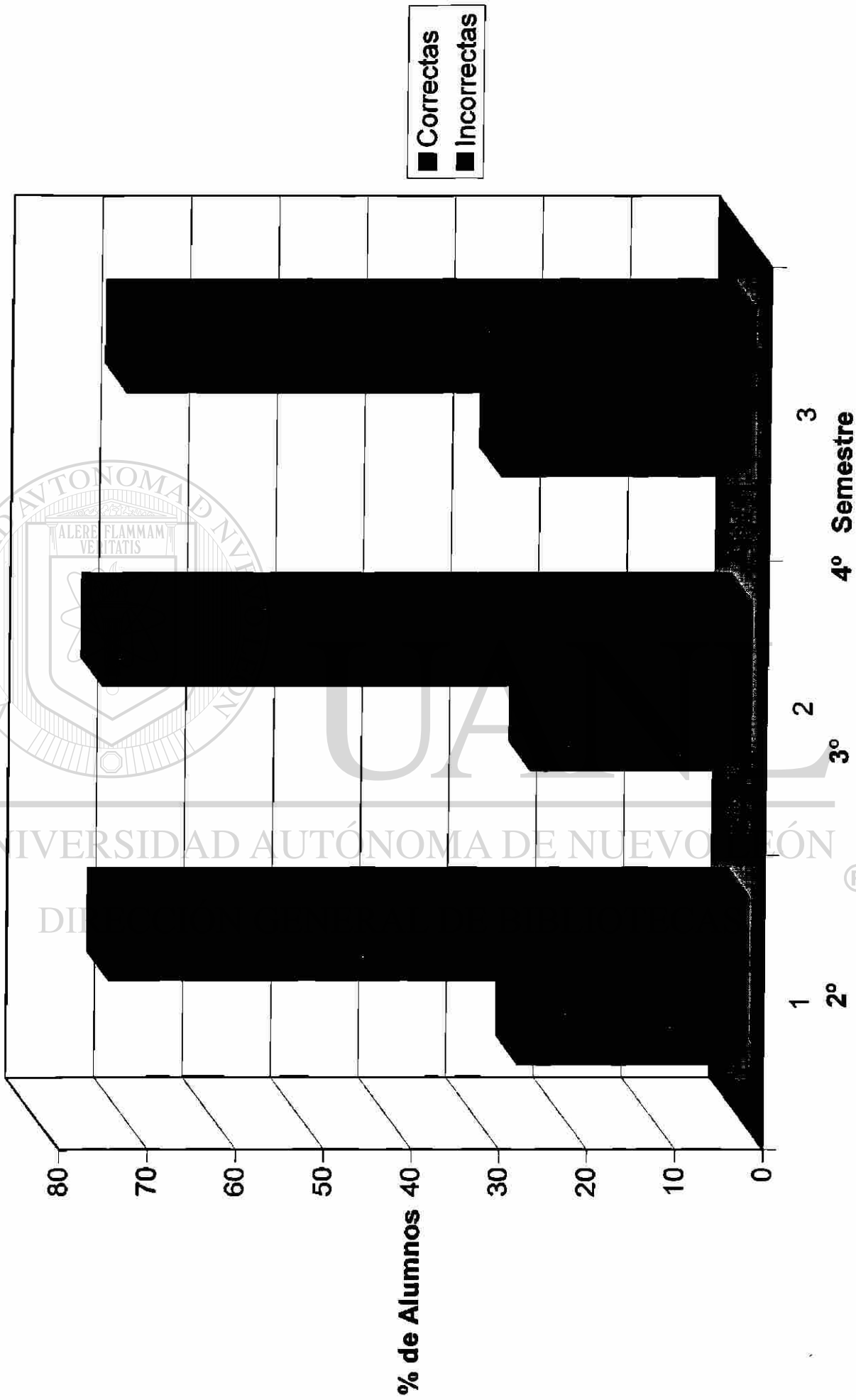
Reactivo 6



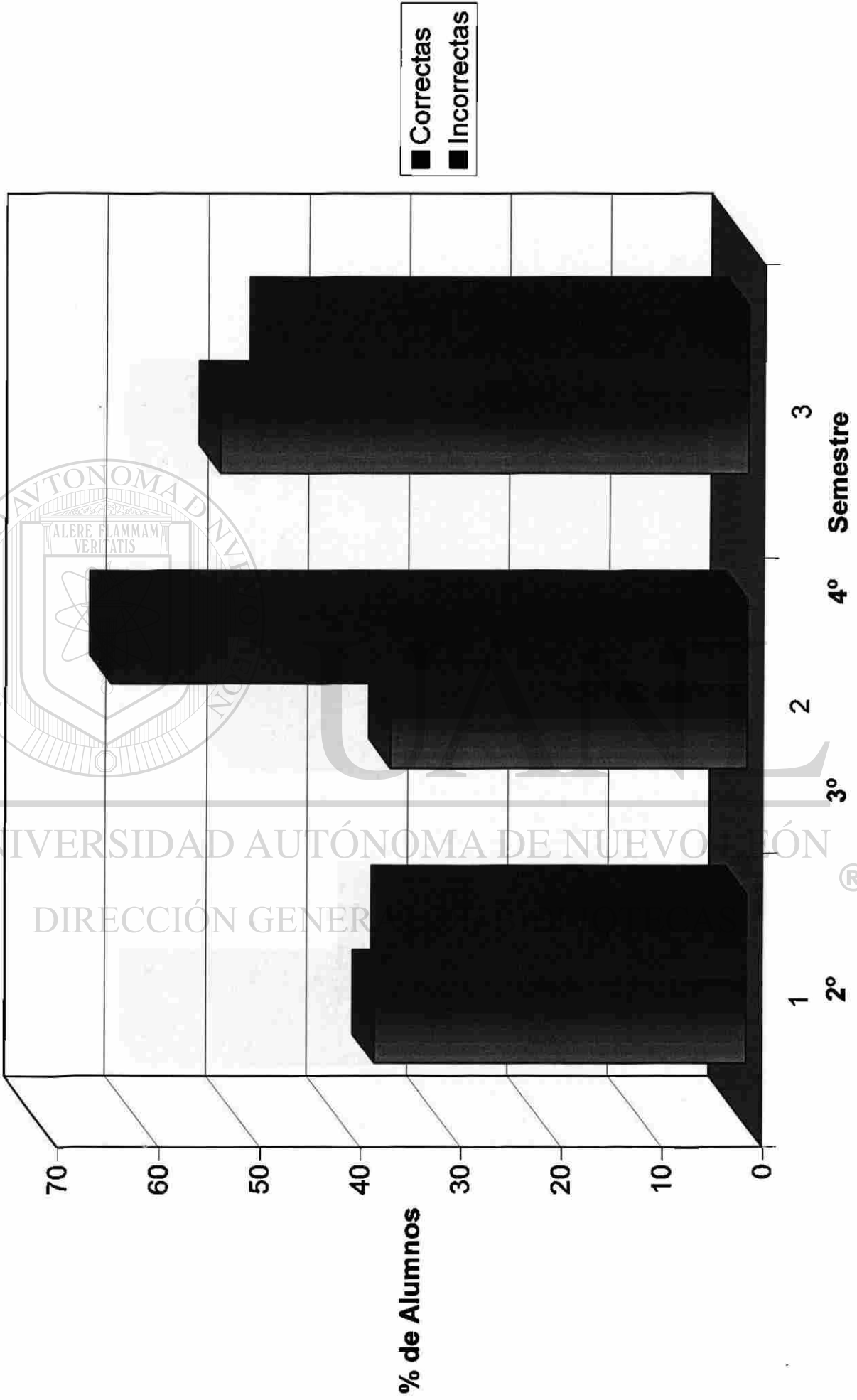
Reactivo 7



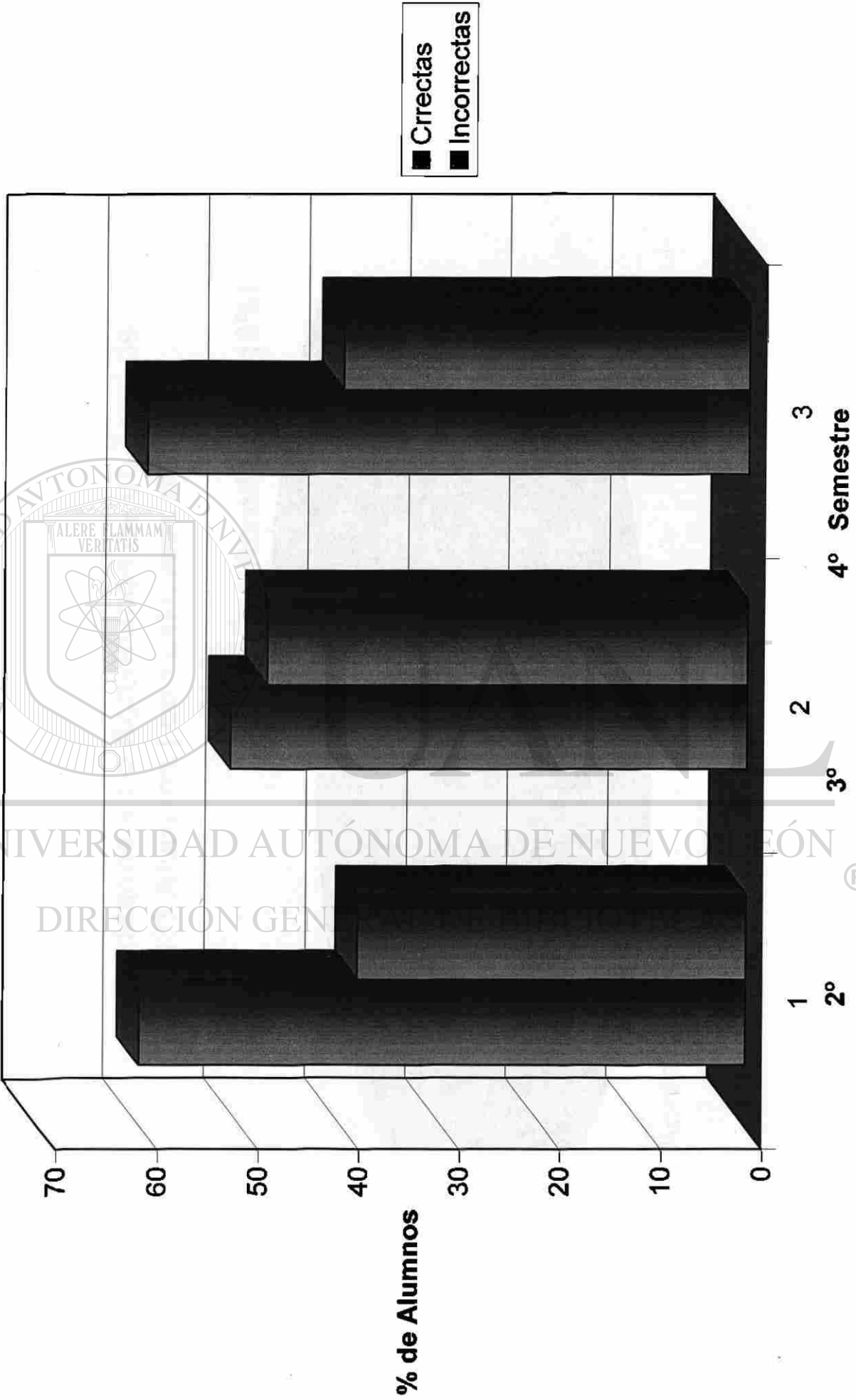
Reactivo 8



Reactivo 9

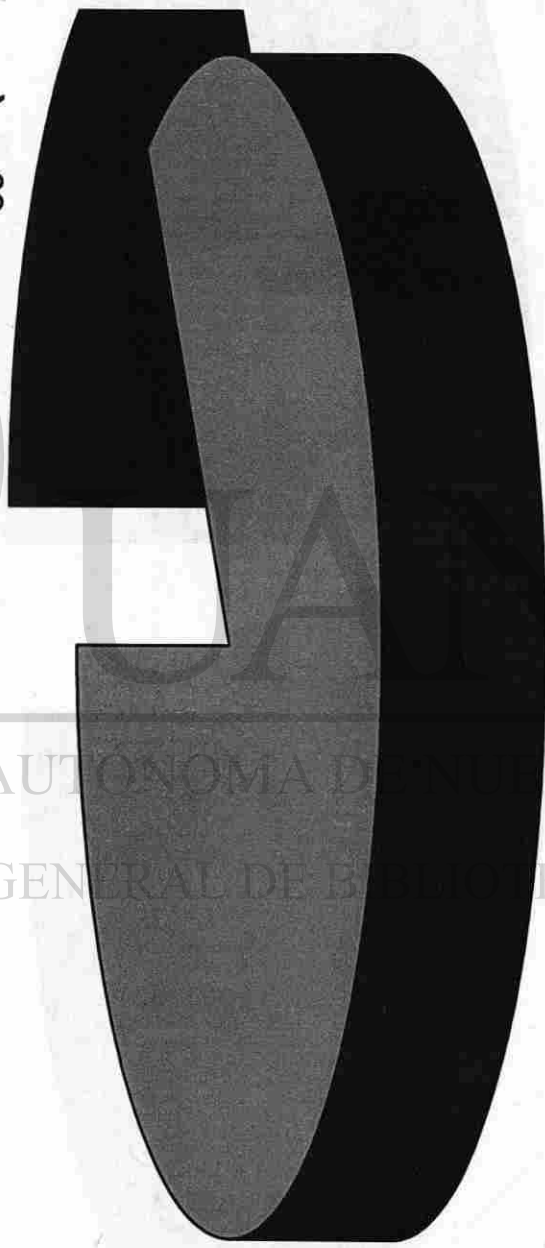


Reactivo 10



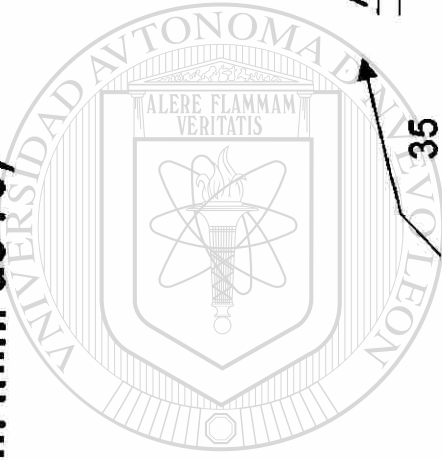
**Acreditados y no Acreditados de un Total de
433 Alumnos (con calif. mín. de 70)**

Acreditados (16%)

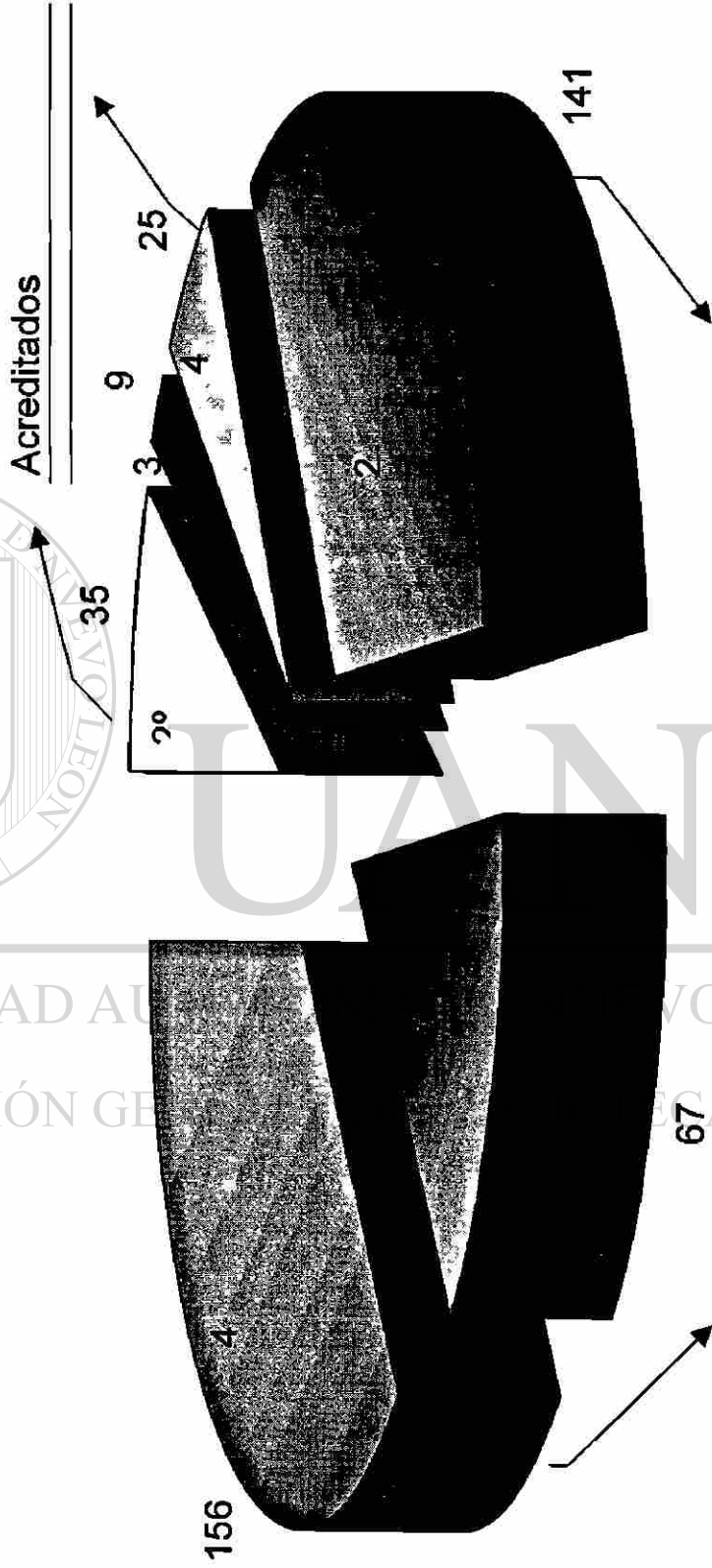


**No Acreditados
(84%)
364**

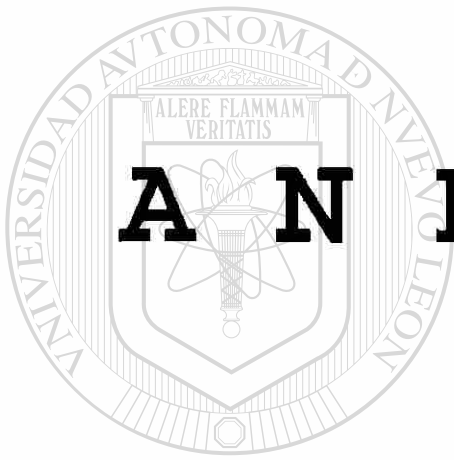
Alumnos Acreditados y no Acreditados de un Total de 433 (con una calif. mín. de 70)



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
DIRECCIÓN GENERAL DE CALIFICACIONES



No Acreditados 67
Acreditados 364 (84%)



A N E X O C

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**



**COORDINACION DE CIENCIAS BASICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS BASICAS**

NOMBRE DE LA MATERIA: MATEMATICAS II
NOMBRE DEL PROGRAMA: CALCULO DIFERENCIAL
UBICACION: 1ER. SEMESTRE DE LA PLATAFORMA INGENIERIL
REQUISITOS:
SESIONES TOTALES: 48 UNIDADES
FRECUENCIA: 3 UNIDADES/SEMANA

FUNDAMENTO DE LA MATERIA:

Aunque el Cálculo se inventó para ayudar a resolver algunos problemas de la Física, posteriormente se ha aplicado en muchos campos diferentes de la ciencia, la derivada es útil en el estudio de las razones de cambio de muchas cantidades, además de la distancia y velocidad y se aplica en la Química, Biología, Electricidad, Economía, etc. La derivada también puede encontrar las rectas tangentes a las curvas.

DESCRIPCION DE LA MATERIA:

En esta materia se estudia el concepto de función, límite, continuidad, derivadas algebraicas, derivadas de funciones trascendentes, algunas aplicaciones de derivadas y derivadas parciales.

OBJETIVOS GENERALES DE LA MATERIA:

Al finalizar el curso, el alumno podrá abordar el problema de calcular una función a partir de la información sobre sus razones de cambio, ya que el cálculo diferencial nos proporciona las fórmulas para calcular la velocidad y aceleración de un cuerpo en cualquier instante y además nos permite responder a cuestiones acerca de valores máximos y mínimos que puede tomar una función.

TEMARIO:

- I. REQUISITOS PARA EL CALCULO DIFERENCIAL
- II. LIMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES
- III. LA DERIVADA
- IV. APLICACIONES DE LA DERIVADA
- V. FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS
- VI. OTRAS FUNCIONES TRASCENDENTES
- VII. DERIVADAS PARCIALES

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

I REQUISITOS PARA EL CALCULO DIFERENCIAL

OBJETIVO PARTICULAR.- Durante el desarrollo de esta unidad, se tendrá el concepto de notación de una función.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Definir el concepto de función.
2. Definir las operaciones con funciones.
3. Obtener la inversa de una relación y determinar si es función o no.

Tiempo estimado de estudio, 4 unidades.

II LIMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES

OBJETIVO PARTICULAR.- Durante el desarrollo de esta unidad, se tendrá el concepto de límite y el fundamento para la derivada, así como las propiedades básicas de los límites y se definirán las funciones continuas y sus propiedades.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá :

1. Definir el concepto de límite.
2. Definir límite de una función en un punto.
3. Enunciar los teoremas sobre límites.
4. Definir y aplicar límites unilaterales.
5. Determinar si una función es continua en un punto dado.

Tiempo estimado de estudio, 4 unidades.

III LA DERIVADA

OBJETIVO PARTICULAR.- Durante el desarrollo de esta unidad, se formulará la notación de recta tangente y se calculará la velocidad de un objeto que se mueve, así como se conocerán las propiedades de la derivada.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Definir línea tangente a una curva en un punto.
2. Determinar la derivada de una función en un punto.
3. Enunciar y demostrar los teoremas sobre derivadas.
4. Enunciar y aplicar el teorema de la regla de la cadena.
5. Aplicar los teoremas para derivar funciones explícitas o implícitas.
6. Definir y aplicar las derivadas de orden superior.

Tiempo estimado de estudio, 7 unidades

IV APLICACIONES DE LA DERIVADA

OBJETIVO PARTICULAR.- Durante el desarrollo de esta unidad, se aplicará la derivada a representaciones gráficas, estudio del movimiento y cálculo de máximos y mínimos de una función; algunas aplicaciones de dichos valores extremos y los conceptos de concavidad y puntos de inflexión de una gráfica.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. nunciar y aplicar el teorema que establece que todo máximo y mínimo de una función es un número crítico.
2. Enunciar y aplicar los teoremas de Rolle y del valor medio.
3. Enunciar y aplicar el criterio de la primera derivada para el cálculo de los extremos relativos de dicha función.
4. Utilizar el criterio de la segunda derivada para encontrar los puntos de inflexión y concavidades de la gráfica de una función.
5. Interpretar las derivadas como una razón instantánea de cambio.

Tiempo estimado de estudio, 7 unidades.

V FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS

OBJETIVO PARTICULAR.- Durante el desarrollo de esta unidad, se obtendrán las fórmulas para las derivadas de las funciones logarítmicas y exponenciales.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Definir la fórmula para derivar un logaritmo natural.
2. Definir la fórmula para derivar una función exponencial natural.
3. Aplicar las fórmulas para derivar logaritmos y exponenciales.
4. Definir la fórmula para derivar una función exponencial general y logarítmica general.
5. Encontrar la derivada de una función inversa.

Tiempo estimado de estudio, 8 unidades.

VI OTRAS FUNCIONES TRASCENDENTES

OBJETIVO PARTICULAR. - Durante el desarrollo de esta unidad, se desarrollarán fórmulas para derivadas de las funciones trigonométricas y las funciones trigonométricas inversas, también se discutirán las funciones hiperbólicas y sus inversas.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Definir límite de una función trigonométrica.
2. Encontrar las derivadas de las funciones trigonométricas.
3. Encontrar las fórmulas para derivar las funciones trigonométricas inversas.
4. Aplicar las fórmulas para derivar funciones trigonométricas y funciones trigonométricas inversas.
5. Encontrar las fórmulas para derivar las funciones hiperbólicas.
6. Definir las fórmulas para derivar las funciones hiperbólicas inversas.

Tiempo estimado de estudio, 9 unidades.

VII DERIVADAS PARCIALES

OBJETIVO PARTICULAR. - Durante el desarrollo de esta unidad, se generalizarán los conceptos de límite, continuidad y derivada a funciones de más de una variable, las aplicaciones incluyen el cálculo de razones de cambio, valores extremos y la aproximación por medio de diferenciales.

Para lograr el objetivo de la presente unidad, el alumno deberá:

1. Definir el límite de una función trigonométrica.
2. Encontrar las derivadas de las funciones trigonométricas.
3. Encontrar las fórmulas para derivar las funciones trigonométricas inversas.
4. Aplicar las fórmulas para derivar funciones trigonométricas y funciones trigonométricas inversas.
5. Encontrar las fórmulas para derivar las funciones hiperbólicas.
6. Definir las fórmulas para derivar las funciones hiperbólicas inversas.

Tiempo estimado de estudio, 9 unidades.

METODOLOGIA

Cada semestre, antes de iniciar el curso, se reúne la academia a la que pertenecen todos los maestros que imparten la materia, y a su criterio se establece la forma de llevar el curso para la mejor obtención de los objetivos trazados en el programa.

CRITERIO DE EVALUACION:

Siguiendo los lineamientos, leyes y reglas de la U.A.N.L. y la F.I.M.E., se establece en las juntas de academia la mejor forma de evaluar el logro de los objetivos del programa.

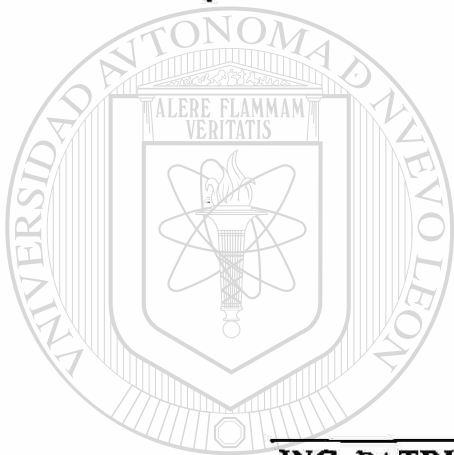
BIBLIOGRAFIA

1.- CALCULO CON GEOMETRIA ANALITICA .
EARL SWOSKOWSKI
EDICION WODSWORTH INTERNATIONAL IBEROAMERICANA .

2.- EL CALCULO CON GEOMETRIA ANALITICA
LOUIS LEITHOLD
HARLA , S.A DE C.V.

Fecha de actualización: **MAYO DE 1996**

Responsables de la actualización: **ING. PATRICIA RODRIGUEZ GONZALEZ**
ING. GUSTAVO A. SANCHEZ RUIZ
ING. JUAN FRANCISCO RODRIGUEZ
ING. MARCO A. RODRIGUEZ GARCIA
LIC. SANTIAGO NEIRA ROSALES
ING. MARIO A. MARTINEZ ROMO
LIC. GERARDO CHAVEZ CASTILLO
LIC. CESAR SORDIA SALINAS



ING. PATRICIA RODRIGUEZ GONZALEZ

Revisor del programa

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

ING. GUSTAVO A SANCHEZ RUIZ

Revisor del programa

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

ING. JUAN FRANCISCO RODRIGUEZ

Revisor del programa

ING. MARCO A. RODRIGUEZ GARCIA

Revisor del programa

ING. MARIO A. MARTINEZ ROMO

Revisor del programa

LIC. GERARDO CHAVEZ CASTILLO
Revisor del programa

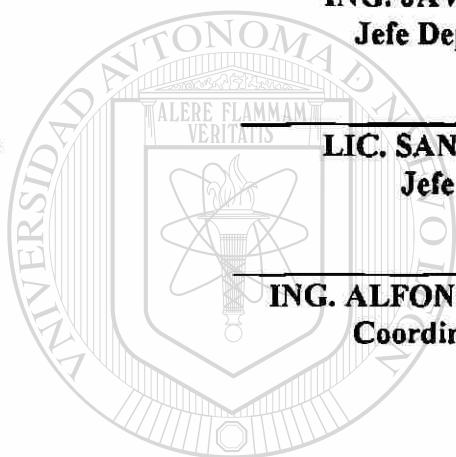
LIC. CESAR SORDIA SALINAS
Revisor del programa

ING. PATRICIA RODRIGUEZ GONZALEZ
Jefe Academia de Matemáticas II

ING. JAVIER ELIZONDO PLATAS
Jefe Depto. Matemáticas Básicas

LIC. SANTIAGO NEIRA ROSALES
Jefe Area de Matemáticas

ING. ALFONSO GONZALEZ ZAMBRANO
Coordinador de Ciencias Básicas



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



