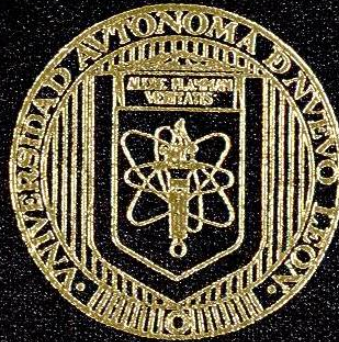


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS



Propuesta didáctica:

**SISTEMA DE TAREAS PARA EL DESARROLLO DE
HABILIDADES MATEMATICAS GENERALES EN EL
NIVEL MEDIO SUPERIOR**

**Que para obtener el grado de
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias
con Especialidad en Matemáticas**

PRESENTA

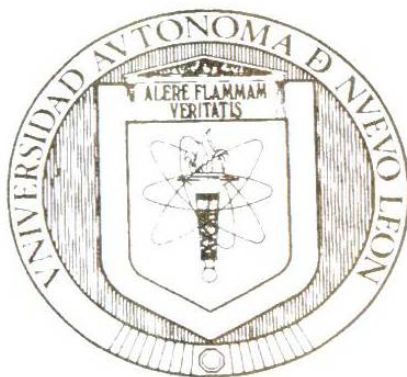
ROSA MARIA BERNAL CASTILLO

San Nicolás de los Garza, N. L. Noviembre 1999



1020128422

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS



Propuesta didáctica:

**SISTEMA DE TAREAS PARA EL DESARROLLO DE
HABILIDADES MATEMÁTICAS GENERALES EN EL
NIVEL MEDIO SUPERIOR**

**Que para obtener el Grado en la Maestría en la Enseñanza de
las Ciencias con especialidad en Matemáticas**

Presenta:

ROSA MARÍA BERNAL CASTILLO

San Nicolás de los Garza, N.L.

Noviembre de 1999

TM
Z7125
FF
1999
B47

032-9506



FONDO
TESIS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO- MATEMÁTICAS



SISTEMA DE TAREAS PARA EL DESARROLLO DE
HABILIDADES MATEMÁTICAS GENERALES EN EL
NIVEL MEDIO SUPERIOR

Propuesta didáctica que presenta Rosa María Bernal Castillo, como requisito parcial para obtener el grado de: Maestra en la Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas.

El presente trabajo surge de las experiencias y conocimientos durante las actividades desarrolladas en los distintos cursos que integran el plan de estudios de la maestría, ha sido revisado y autorizado por:

DR. ROBERTO NÚÑEZ MALHERBE.

M.C. LILIA LÓPEZ VERA.

DR. JESÚS ALFONSO FERNÁNDEZ DELGADO.

San Nicolás de los Garza, N.L.

Noviembre de 1999

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Roberto Nuñez Malherbe por haber dedicado parte de su valioso tiempo a la revisión de este trabajo.

A la M.C. Lilia López Vera y al Dr. Jesús Alfonso Fernández Delgado por la revisión de este trabajo.

Al Mtro. Héctor Gracia Leal, Director de la Escuela Preparatoria No. 23 por toda su disposición para permitirme estudiar y concluir mis estudios de Maestría.

A la maestra Esthela Del S. Medina Tamez, por el apoyo que siempre me brinda.

DEDICATORIA

A mi Madre, que siempre apoya mis sueños, anima en tiempos difíciles y con quien siempre puedo contar.

A mi Padre

A Víctor y a Yair

ÍNDICE

	Página
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1 MARCO TEÓRICO	
1.1 ACERCA DEL APRENDIZAJE	7
1.2 TEORÍAS DEL APRENDIZAJE	9
1.3 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	11
<i>1.3.1 ASPECTOS ESENCIALES DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO</i>	12
<i>1.3.2 REQUERIMIENTOS PARA LOGRAR APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO</i>	21
1.4 EL DESARROLLO DE HABILIDADES COMO OBJETIVO DEL PROCESO DOCENTE EDUCATIVO	22
1.5 EL PROFESOR COMO PROMOTOR DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	28
CAPÍTULO 2 PROPUESTA DIDÁCTICA	
2.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	32
2.2 PROPUESTA DIDÁCTICA	34
<i>2.2.1 ASPECTOS GENERALES RELACIONADOS CON EL SISTEMA DE TAREAS PROPUESTO</i>	34
<i>2.2.2 SISTEMA DE TAREAS PROPUESTO</i>	36
<i>2.2.3 TRATAMIENTO METODOLÓGICO DEL SISTEMA DE TAREAS PROPUESTO</i>	44
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	55
BIBLIOGRAFÍA	56
ANEXOS	

INTRODUCCIÓN

La Universidad mexicana enfrenta un reto de gran dimensión a la hora de diseñar el currículum. El término currículum aquí no se restringe a contenidos sino también se refiere a metodología de la enseñanza.

Los profesionales del futuro deberán ser cultos, es decir, entender y dialogar sobre la ciencia y el arte, las relaciones políticas y la vida cotidiana. También poseer valores morales e intelectuales que les permitan vivir y promover que otras personas vivan en armonía con el medio ambiente; en otras palabras, convertirse en seres productivos.

Para lograr lo anterior se debe retornar a la idea de que la enseñanza es la más importante de las funciones de la educación. Esto concuerda con las palabras de José Martí: "Educar es depositar en cada hombre toda la obra humana que le ha antecedido; es hacer a cada hombre resumen del mundo viviente, hasta el día en que vive; es ponerlo a nivel de su tiempo, para que flote sobre él y no dejarlo debajo de su tiempo, con lo que no podrá salir a flote, es preparar al hombre para la vida" (Alvarez de Zayas, C., 1998)

El final del siglo XX se ha caracterizado por profundas transformaciones de los pueblos en la manera de producir, consumir y compartir bienes y servicios, así como en la forma de pensar y actuar, generando exigencias y retos hacia la modernización. Atendiendo a esta realidad nuestro país inició el Programa para la Modernización Educativa 1989 - 1994 dentro del Plan Nacional de Desarrollo, que establece la necesidad de transformar el sistema educativo con el fin de apoyar los cambios estructurales requeridos por el país, ya que la educación constituye el cimiento más sólido para asegurar el rápido y permanente desarrollo socioeconómico y cultural de un país, de ahí que la responsabilidad que compete a la educación escolar, sobre la cual ejerce su acción la didáctica, no es una tarea

sencilla. La Universidad Autónoma de Nuevo León, en consecuencia, tiene que adelantarse a estos cambios, preverlos, enfrentar el reto de incorporarse a las nuevas situaciones que el sector educativo y el progreso mismo exigen, impartiendo una educación de calidad que permita que sus egresados participen ventajosamente con los de otras instituciones privadas y públicas, nacionales y extranjeras, que accedan al mercado laboral con un perfil profesional acorde al mundo entero.

La Universidad Autónoma de Nuevo Leon realizó en el Nivel Medio Superior cambios significativos en cuanto a estructura, contenidos curriculares, metodologías, privilegio así mismo la formación de maestros, dando énfasis a la formación integral del alumno a fin de lograr enlazar exitosamente los procesos pedagógicos con los avances científico - tecnológicos actuales y futuros. El primer cambio se dio en el Plan de Reforma Académica de la Universidad Autónoma de Nuevo Leon en el nivel Medio Superior aprobado por el H. Consejo Universitario el 28 de mayo de 1993, que persigue fortalecer el proceso enseñanza - aprendizaje y está sustentado en el Programa de Mejoramiento Académico, aprobado por este máximo organismo rector en diciembre de 1991.

Viviendo tiempos de cambio en los que las sociedades están sujetas a poderosos procesos de globalización y acelerado desarrollo tecnológico, la educación se vuelve campo de atención de orden prioritario

Para entrar en el nuevo milenio como una institución pertinente y competitiva, en la Universidad se presenta un nuevo proyecto Visión Universidad Autónoma de Nuevo Leon 2006 (1998) encabezado por nuestro Rector, Dr. Reyes Tamez Guerra, en el cual se plantea que 'Esto será posible si los universitarios hacemos una evaluación constante y a fondo de nuestras instituciones de educación superior, de su estructura y organización, de su oferta educativa y sus formas de vinculación con la sociedad, anticipándonos incluso a nuevas configuraciones del empleo y el trabajo intelectual, del mercado y la cultura global'.

Esta proyección plantea a los docentes

- Una sólida formación pedagógica, ser expertos en la materia, interesados en una continua actualización académica.
- Establecimiento de distintas estrategias, medios y métodos de enseñanza - aprendizaje que se adapten a esta estructura curricular.
- Cambios de actitudes, donde el docente renueve el sentido de vocación, promueva valores, más responsable y comprometido con la Universidad y su entorno.

El mundo del futuro no es compatible con un docente afianzado a un sistema de enseñanza tradicional, que sólo se preocupe por estimular el aprendizaje memorístico, cuya meta sea cubrir bajo cualquier circunstancia el contenido temático del curso, y un alumno como un agente pasivo en la construcción de su propio conocimiento

Los docentes generalmente se quejan de que los estudiantes presentan muchas carencias para adquirir su aprendizaje, falta de disciplina de estudio, poca motivación personal, insuficiente capacidad intelectual, poco desarrollo de habilidades, entre otras

Pero deberíamos preguntarnos ¿Cual ha sido nuestra aportación para disminuir esas carencias? ¿Habremos dejado de lado algunos aspectos, por considerar que esa no es nuestra labor, sino solamente la de transmitir la información de tal o cual contenido?

Las instituciones educativas tienen como objetivo la preparación de los alumnos para vivir en un mundo que cambia constantemente, sobre todo en lo que se refiere al avance tecnológico. Ello implica que los estudiantes deberán desarrollar al máximo sus habilidades en la resolución de problemas. Si queremos preparar a los

alumnos para que posean la competencia funcional en matemáticas que se espera de un profesional del futuro, es esencial efectuar cambios curriculares que eviten la tendencia a dividir los nuevos conceptos en componentes aislados

Como ha señalado Hilda Taba: “El análisis de la cultura y la sociedad brindan una guía para determinar los objetivos de la educación, para la selección de contenido y para decidir sobre que habrá de insistirse en las actividades de aprendizaje” (Hilda Taba, 1976 citado por Angel Díaz Barriga, 1997).

En particular, la enseñanza de las matemáticas en nuestro país, desde los niveles básicos hasta los superiores han sufrido reestructuraciones donde se pretende el desarrollo de habilidades de aprendizaje, de aplicación y de contenido, aparte de las habilidades matemáticas, en lugar de simplemente acumular conceptos descontextualizados.

Sin embargo, actualmente la mayoría de los estudiantes ni piensan ni razonan cuando cursan las materias de matemáticas. Muchas veces desarrollan destrezas a través de la práctica repetitiva de algoritmos y procedimientos que carecen de todo significado para ellos. Al resolver problemas (que en su mayoría no son más que ejercicios) basan la selección de la operación aritmética en palabras claves u otros factores secundarios no relacionados con la situación matemática. Los contenidos de las lecciones no se organizan de manera que se ofrezca suficiente oportunidad para el razonamiento y la reflexión.

En la enseñanza de las matemáticas no se pone énfasis en la comprensión de conceptos y, en consecuencia los estudiantes presentan serias dificultades para aplicar las matemáticas a situaciones nuevas.

Existen varios factores relacionados entre sí que contribuyen a la manera mecánica en que nuestros alumnos aprenden las matemáticas. Por un lado, los contenidos

están divididos en tópicos y subtemas los cuales se practican por separado. Otro factor es que no se toma en cuenta la relación que existe entre ideas ya conocidas y conceptos nuevos. También se dedica demasiado tiempo a la instrucción de ejercicios que están fuera de un contexto real y no se da oportunidad a los alumnos para discutir y cuestionar las matemáticas que enseñamos.

Tomando como base las consideraciones anteriores nos planteamos como **problema de investigación:**

La dificultad de los estudiantes para expresar relaciones funcionales en situaciones del mundo real.

Hacia su solución se presenta la siguiente propuesta, enmarcada en el **objeto de estudio:**

Proceso de enseñanza - aprendizaje en la asignatura de matemáticas en el nivel medio superior.

Así mismo, para tal efecto se ha delimitado como **campo de acción:**

El desarrollo de habilidades en el trabajo con funciones en el curso de Matemáticas III en el nivel medio superior.

En correspondencia con el problema planteado se establece como **objetivo:** Diseñar un sistema de tareas docentes que propicie el desarrollo de habilidades del estudiante para expresar relaciones funcionales en situaciones del mundo real.

Como **hipótesis** se plantea la siguiente

“Si se organiza el trabajo independiente de los alumnos sobre la base de un sistema de tareas fundamentado en el aprendizaje significativo, entonces será posible desarrollar sus habilidades para expresar relaciones funcionales en situaciones del mundo real”

Para realizar este trabajo se desarrollaron las siguientes **tareas de investigación**:

- Revisar y valorar la bibliografía especializada relacionada con el tema de investigación
- Revisar el programa de la asignatura Matemáticas III para identificar contenidos que puedan vincularse al contexto en que el estudiante se desenvuelve
- Diseñar las tareas docentes encaminadas al cumplimiento del objetivo de esta propuesta

Los **métodos de investigación** aplicados fueron

- De carácter teórico, como el de análisis y síntesis y el de inducción y deducción
- De carácter empírico, como el de la observación

La propuesta está estructurada en dos capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y 8 anexos.

En el primer capítulo, se describen aquellas teorías que sustentan la propuesta didáctica, así como la definición de los elementos que posibilitan su estructura. En el segundo capítulo se fundamenta y plantea como propuesta didáctica un sistema de tareas dirigido al desarrollo de habilidades matemáticas generales para expresar relaciones funcionales en situaciones del mundo real así como una metodología para su implementación en la práctica.

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO

1.1 ACERCA DEL APRENDIZAJE

El hombre se hace persona a través de la cultura aprendida. El conocimiento y la conciencia del conocimiento es la que otorga sentido a cuanto existe. Mediante el conocimiento se operan cambios importantes en el hombre, en su crecimiento intelectual y en su persona.

El aprendizaje lo entendemos como un cambio formativo. Desde el punto de vista educativo - didáctico, el aprendizaje afecta las dimensiones más globales del sujeto; de especial interés son los cambios producidos en aquellas dimensiones que son modificables desde la propia acción escolar o bien suponen estructuras que afectan dicha acción. Un concepto de aprendizaje desde el punto de vista didáctico, se caracterizaría por afectar la triple dimensión de la persona: cognitiva, afectiva y efectiva, esto es: saber, ser y hacer (ANEXO 1).

En el aprendizaje se dan dos tipos de actividades mutuamente condicionadas: por una parte, las estrategias y estilo de enseñar del profesor y, por otra parte, las estrategias y estilo cognitivo del alumno.

El aprendizaje, según Zabalza (1991), es un proceso complejo y mediado y en esta mediación el alumno es lo más importante por cuanto es quien filtra los estímulos, procesa la información, la organiza, reacciona, etc. Pero el aprendizaje también es tarea del profesor. El valor de cualquier currículum está en la forma en que consiga armonizar las actividades de enseñanza y aprendizaje en situaciones reales.

Desde la perspectiva constructivista, el maestro, a la hora de enseñar, debe hacer frente a las características individuales de los alumnos para permitir su crecimiento

como persona. Existe una gran relación entre el nivel de conocimientos previos del alumno y la respuesta a los diferentes métodos de enseñanza. La ayuda didáctica es el soporte que se da al alumno en la organización del contenido del aprendizaje, en el uso de incentivos atencionales y motivacionales, en el seguimiento de sus progresos y dificultades.

No existe un método de enseñanza bueno o malo en términos absolutos, sino en la medida en que el tipo de ayuda que ofrece responda a las necesidades de los alumnos.

El problema de como desarrollar la enseñanza reside en crear las situaciones de aprendizaje para que los esquemas de conocimiento, que de todos modos construye el alumno, evolucionen en un sentido determinado. Tiene mucha importancia la memoria comprensiva porque es la base sobre la que se abordan nuevos aprendizajes. Cuanto más rica sea la estructura cognositiva del alumno mayor será la probabilidad de que construya aprendizajes nuevos.

La modificación de los esquemas de conocimiento en el contexto de la educación escolar es un proceso de equilibrio - desequilibrio - equilibrio. El primer paso está en romper el equilibrio inicial del alumno respecto al nuevo contenido de aprendizaje. El segundo paso será alcanzar un nuevo equilibrio en el alumno modificando adecuadamente sus esquemas y construyendo unos nuevos. Esto no se da automáticamente en el alumno, puede producirse o no, todo depende de la naturaleza de las actividades de aprendizaje, en suma, del grado o tipo de ayuda pedagógica (Coll, 1983)

El aprendizaje es mucho mas significativo cuanto mayores sean las relaciones establecidas entre el nuevo material de aprendizaje y los elementos ya existentes en la estructura cognoscitiva del alumno.

1.2 TEORÍAS DEL APRENDIZAJE

Es claro que la didáctica, como ciencia, necesita apoyarse en alguna teoría psicológica del aprendizaje.

La mayoría de las teorías psicológicas del aprendizaje son modelos explicativos que han sido obtenidos en situaciones experimentales y hacen referencia a aprendizajes de laboratorio, que sólo relativamente puede explicar el funcionamiento real de los procesos naturales del aprendizaje incidental y del aprendizaje en el aula. Estas teorías deberían afrontar estos procesos como elementos de una situación de intercambio, de comunicación entre el individuo y su entorno físico y socio cultural, donde se establecen relaciones concretas y se producen fenómenos específicos que modifican al sujeto. No todos los enfoques teóricos se enfrentan al problema de comprender los procesos de aprendizaje con la misma pretensión de acercamiento a las situaciones naturales del aula.

En las teorías de aprendizaje más significativas se distinguen dos enfoques:

- 1) Las teorías asociacionistas, de condicionamiento, de estímulo - respuesta, dentro de las cuales pueden distinguirse dos corrientes:
 - a) Condicionamiento clásico (Pavlov, Watson, Guthrie)
 - b) Condicionamiento instrumental u operante (Hull, Thorndike, Skinner)

- 2) Las teorías mediacionales, dentro de las que pueden distinguirse múltiples corrientes.
 - a) Aprendizaje social, condicionamiento por imitación de modelos (Bandura, Lorenz, Tinbergen, Rosenthal)
 - b) Teorías cognitivas, dentro de las cuales se distinguen, a su vez, varias corrientes:
 - Teoría de la Gestalt y psicología fenomenológica (Koffka, Kohler, Wertheimer, Maslow, Rogers)

- Psicología genético - cognitiva (Piaget, Bruner, Ausubel, Inhelder)
 - Psicología genético - dialéctica (Vygotsky, Luria, Leontiev, Rubinstein, Wallon)
- c) Teoría del procesamiento de información (Gagne, Newell, Simon, Mayer, Pascual Leone)

Tanto para las teorías de aprendizaje como para la práctica instruccional y educativa la transferencia o generalización de los conceptos adquiridos en un nuevo contexto es lo más difícil de superar. Esta transferencia resulta especialmente difícil cuando se trata de situaciones del mundo real.

Las teorías asociacionistas conciben al aprendizaje en mayor o menor grado como un proceso ciego y mecánico de asociación de estímulos y respuestas, provocado y determinado por las condiciones externas, ignorando la intervención mediadora de variables referentes a la estructura interna. La explicación del influjo de las contingencias externas sobre la conducta observable y la organización y manipulación de tales contingencias para producir, en consecuencia, las conductas deseadas, son la clave de esta teoría del aprendizaje.

Las teorías mediacionales, por el contrario, considera que en todo aprendizaje intervienen en forma más o menos decisiva, las peculiaridades de la estructura interna. El aprendizaje es un proceso de conocimiento, de comprensión de relaciones, donde las condiciones externas actúan mediadas por las condiciones internas. La explicación de cómo se construyen, condicionados por el medio, los esquemas internos que intervienen en las respuestas conductuales, es su problema capital y un propósito prioritario.

Entre las teorías mediacionales sobresalen el cognitivismo y el constructivismo por su creciente utilización como fundamento de diversas concepciones del proceso de enseñanza aprendizaje.

El cognitivismo considera al aprendizaje como un proceso de recepción, procesamiento, almacenamiento y recuperación de la información.

La teoría constructivista considera al sujeto como productivo y dinámico, el cual tiene una organización propia que le permite interpretar la realidad, sobre la que proyecta los significados que va construyendo. El aprendizaje no se da entonces por mecanismos asociativos, sino por la adquisición de significados.

De todas las teorías mediacionales referidas antes, nos apoyaremos en el aprendizaje significativo de Ausubel, sin demeritar las aportaciones que hacen las demás corrientes en la búsqueda de una comprensión del proceso de aprendizaje.

1.3 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

El término *aprendizaje significativo* hace referencia al establecimiento de un vínculo entre un nuevo aprendizaje y los conocimientos previos del alumno; se entiende como el proceso mediante el cual se relaciona una nueva información con aspectos relevantes para el aprendizaje ya existentes en la estructura cognitiva del sujeto a diferencia del aprendizaje por repetición, que se da cuando el nuevo conocimiento se adquiere por medio de memorización, sin que se establezcan relaciones con los conocimientos previos del alumno

Ausubel, a quien se debe este término, considera que el aprendizaje es significativo cuando puede relacionarse con lo que el alumno ya sabe

Esta relación se hace en forma intencional, ya que “la única manera en que es posible emplear las ideas previamente adquiridas en el procesamiento de la

información (internalización) de ideas nuevas consiste en relacionarlas intencionalmente con las primeras.” (Ausubel, 1970)

Mediante el aprendizaje significativo el alumno construye, modifica, diversifica y coordina sus esquemas, atribuye significados a la realidad, reconstruyéndola; estableciendo de este modo redes de significados que enriquecen su conocimiento del mundo (físico y social) y potencian su crecimiento personal, en la medida que los aprendizajes de conceptos, procesos, valores, etc., sean significativos tanto mayores serán sus posibilidades de utilizar este conocimiento en nuevos contextos y situaciones y su posibilidad de crecimiento personal.

1.3.1 ASPECTOS ESENCIALES DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Son tres los aspectos esenciales en esta forma de entender el aprendizaje:

1. Relacionar los nuevos aprendizajes con los anteriores conocimientos del alumno.
2. Propiciar la memorización comprensiva, no por repetición. La memoria juega un papel importante en el aprendizaje, más allá de su función como mecanismo para recordar lo aprendido es base para los nuevos conocimientos, para construir nuevos significados.
3. Tomar en cuenta la funcionalidad de lo aprendido, es decir, que los conceptos, habilidades, normas, valores, etc. que se aprendan sean aplicables a la experiencia del alumno, que puedan ser efectivamente utilizadas por el alumno en las diferentes circunstancias que así lo requieran.

¿Qué se necesita para lograr un aprendizaje significativo?

La escuela de Ginebra (Escuela cognoscitiva derivada de la psicología evolutiva de Jean Piaget) postula los siguientes principios sobre el aprendizaje:

- El aprendizaje es un proceso constructivo interno. Esto quiere decir que son las propias actividades cognitivas del sujeto las que determinan sus relaciones ante el medio ambiente.
- Por lo tanto, no basta la actividad externa del sujeto para que éste aprenda algo; para que se realice el aprendizaje es necesario:
 - a) Partir del desarrollo del alumno respetando sus conocimientos previos (conceptos y experiencias que posee) y sus posibilidades de razonamiento y aprendizaje, es decir, su competencia cognitiva.
 - b) Relacionar los nuevos conceptos, actitudes y procedimientos que se han de aprender con los que ya se poseen.
 - c) Posibilitar que los alumnos realicen aprendizajes significativos por sí solos, utilizando las estrategias y habilidades cognitivas que posee.
 - d) Propiciar la modificación de esquemas conceptuales del alumno desde la perspectiva del “próximo pasado”, esto es, a partir de lo que ya se maneja, e impulsarlo a ir un poco más allá, de esta manera se desarrolla su potencial de aprendizaje

Las aportaciones de Ausubel a pesar de, o precisamente por su restricción al ámbito concreto, pero crítico, del aprendizaje, son muy importantes para la práctica didáctica. Se ocupa Ausubel del aprendizaje escolar, que para él es fundamentalmente “un tipo de aprendizaje que alude a cuerpos organizados de material significativo” Centra su análisis en la explicación del aprendizaje de cuerpos de conocimientos que incluyen conceptos, principios y teorías los cuales constituyen la clave del desarrollo cognitivo del hombre y el objeto prioritario de la práctica didáctica.

El aprendizaje significativo, ya sea por recepción, ya sea por descubrimiento, se opone al aprendizaje mecánico, repetitivo y memorístico. Comprende la adquisición de nuevos significados. Ahora bien, esta operación requiere unas condiciones precisas que Ausubel se detiene y se preocupa en identificar.

“La esencia del aprendizaje significativo reside en que las ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario, sino sustancial, con lo que el alumno ya sabe. El material que se aprende es potencialmente significativo para él” (Ausubel, 1976).

Así, pues, la clave del aprendizaje significativo está en la vinculación sustancial de las nuevas ideas y conceptos con el bagaje cognitivo del alumno.

Dos son, las dimensiones que Ausubel distingue en la significatividad potencial del material de aprendizaje:

- Significatividad lógica. coherencia en la estructura interna del material, secuencia lógica de los procesos y consecuencia en las relaciones entre sus elementos componentes
- Significatividad psicológica: que sus contenidos sean comprensibles desde la estructura cognitiva que posee el sujeto que aprende.

La potencialidad significativa del material es la primera condición para que se produzca aprendizaje significativo. El segundo requisito es la disposición positiva del individuo respecto del aprendizaje. Esta segunda condición se refiere al componente motivacional, emocional, actitudinal, que está presente en todo aprendizaje.

Como se refleja en el esquema que aparece en el ANEXO 2, el aprendizaje significativo requiere condiciones precisas respecto a tres dimensiones: lógica, cognitiva y afectiva. El núcleo central de esta teoría del aprendizaje reside en la comprensión del ensamblaje del material novedoso con los contenidos conceptuales de la estructura cognitiva del sujeto. “La estructura cognitiva del alumno tiene que incluir los requisitos de capacidad intelectual, contenido ideativo y antecedentes experienciales” (Ausubel, 1998).

Lo importante en las aportaciones de Ausubel es que su explicación del aprendizaje significativo implica la relación indisociable de aprendizaje y desarrollo.

Ausubel desarrolla una teoría sobre la interiorización o asimilación, a través de la instrucción, de conceptos verdaderos, que se construyen a partir de conceptos previamente formados o descubiertos por el individuo en su entorno. Al igual que otras teorías organicistas o verdaderamente constructivistas, Ausubel establece su teoría en la organización del conocimiento en estructuras y en la reestructuración que se produce debido a la interacción entre las estructuras presentes en el sujeto y la nueva información. Pero a diferencia de otras posiciones organicistas como la de Piaget o la de Gestalt, Ausubel cree, al igual que Vigotsky, que para que esta reestructuración se produzca se precisa de una información formalmente establecida, que presente de modo organizado y explícito la información que debe desequilibrar las estructuras existentes

Ausubel hace una distinción entre aprendizaje memorístico y aprendizaje significativo. Según este autor un aprendizaje es significativo cuando “puede relacionarse, de modo no arbitrario y substancial con lo que el alumno ya sabe” (Ausubel, Novak, 1998). En otras palabras un aprendizaje es significativo cuando puede incorporarse a las estructuras de conocimiento que posee el sujeto, es decir cuando el nuevo material adquiere significado para el sujeto a partir de su relación con conocimientos anteriores. Para ello es necesario que el material que debe aprenderse posea un significado en sí mismo, es decir que haya una relación no arbitraria o simplemente asociativa entre las partes

El aprendizaje memorístico o por repetición es aquél en el que los contenidos están relacionados entre sí de un modo arbitrario, es decir, careciendo de todo significado para la persona que aprende. Es el clásico aprendizaje por asociación: “se da cuando la tarea de aprendizaje consta sólo de asociaciones arbitrarias”.

Las diferencias entre el aprendizaje significativo (ANEXO 3) y el aprendizaje memorístico (ANEXO 4), según Novak y Gowin (1984), son:

Aprendizaje significativo

- Incorporación sustantiva no arbitraria y no verbalista de nuevos conocimientos en la estructura cognitiva.
- Esfuerzo deliberado por relacionar los nuevos conocimientos con conceptos de nivel superior, más inclusivos, ya existentes en la estructura cognitiva.
- Aprendizaje relacionado con experiencias, con hechos u objetos.
- Implicación afectiva para relacionar los nuevos conocimientos con aprendizajes anteriores

Aprendizaje memorístico

- Incorporación no sustantiva, arbitraria y verbalista de nuevos conocimientos en la estructura cognitiva.
- Ningún esfuerzo por integrar los nuevos conocimientos con conceptos ya existentes en la estructura cognitiva
- Aprendizaje no relacionado con hechos u objetos
- Ninguna implicación afectiva para relacionar los nuevos conocimientos con aprendizajes anteriores.

Como se puede observar, Ausubel está señalando que el aprendizaje de estructuras conceptuales implica una comprensión de las mismas y que esta comprensión no puede alcanzarse sólo por procedimientos asociativos (o memorísticos).

Wiggins y Mac Tighe (1997) han establecido un conjunto de indicadores que permiten establecer en qué medida se ha producido la comprensión de un hecho determinado

Para estos autores los estudiantes realmente comprenden algo, cuando ellos pueden:

- Explicarlo

- Predecirlo
- Aplicarlo o adaptarlo a nuevas situaciones
- Demostrar su importancia
- Verificar, defender, justificar o criticar
- Hacer juicios precisos y calificados
- Hacer conexiones con otras ideas y hechos
- Evitar falsas concepciones, sesgos o visiones simplistas

Así mismo, proponen las siguientes preguntas claves que los educadores deberán usar para probar la comprensión de sus alumnos. Estas son.

- ¿Qué deberemos hacer con esto?
- ¿Cuáles son las causas o razones?
- ¿Desde que punto de vista?
- ¿Cuál es un ejemplo de esto?
- ¿Cómo podría esto ser calificado?
- ¿En qué o por qué es significativo?

Según Ausubel, el aprendizaje significativo será generalmente más eficaz que el memorístico y esa eficacia se debe a tres ventajas esenciales de la comprensión o asimilación sobre la repetición (Novak, 1978):

- Producir retención más duradera de la información
- Facilitar nuevos aprendizajes relacionados
- Producir cambios profundos o significativos que persisten más allá del olvido de los detalles concretos.

Por otra parte, Ausubel también señala que para que se produzca un aprendizaje significativo es preciso que tanto el material que debe aprenderse como el sujeto que debe aprenderlo cumplan ciertas condiciones

Por lo que se refiere al material, es preciso que no sea arbitrario, es decir, que posea significado en sí mismo. Un material posee significado lógico o potencial si sus elementos están organizados en una estructura de tal forma que las distintas partes de esa estructura se relacionen entre sí de modo no arbitrario.

Pero no siempre los materiales estructurados con lógica se aprenden significativamente. Para ello es necesario, además, que se cumplan otras condiciones en la persona que debe aprenderlos. En primer lugar, es necesaria una disposición para el aprendizaje significativo. Dado que comprender requiere siempre esfuerzo, la persona debe tener algún motivo para esforzarse. Si el alumno no está dispuesto a esforzarse en relacionar y se limita a repetir el material, no habrá aprendizaje significativo.

Para que se produzca un aprendizaje significativo, además de un material con significado y una disposición por parte del sujeto, es necesario que la estructura cognitiva del alumno contenga ideas inclusoras, esto es, ideas con las que puede ser relacionado el nuevo material.

El aprendizaje significativo se produce cuando se relaciona o asimila información nueva con algún concepto inclusor ya existente en la estructura cognitiva del individuo que resulte relevante para el nuevo material que se intenta aprender.

En función de la naturaleza del conocimiento adquirido Ausubel, Novak y Hanesian (1998) distinguen tipos básicos de aprendizaje significativo.

REPRESENTACIONES: Tiene como propósito conocer que “las palabras particulares representan y, en consecuencia, significan psicológicamente las mismas cosas que sus referentes” (Ausubel, Novak, Hanesian, 1998). Se trata, por tanto, de la adquisición del vocabulario. Dentro de este tipo de aprendizaje Ausubel establece, a su vez, dos variantes: el aprendizaje de representaciones previo a los

conceptos y el posterior a la formación de los conceptos. Las primeras palabras que el niño aprenderá representarán objetos o hechos reales y no categorías. Sólo más adelante, cuando el niño halla adquirido ya sus primeros conceptos, deberá aprender un vocabulario que los represente. La diferencia entre ambos tipos de aprendizaje representativo reside, según Ausubel, en que en el caso del vocabulario conceptual, antes de aprender el significado de la palabra, el niño ha tenido que “aprender significativamente lo que significa el referente”, lo que no sucede en el vocabulario relativo a cosas o hechos reales, no categóricos. En cualquier caso, el aprendizaje de representaciones sería el tipo de aprendizaje significativo más próximo a lo repetitivo, ya que en el aprendizaje del vocabulario hay elementos o relaciones arbitrarias que deben adquirirse por repetición.

CONCEPTOS: Son definidos por Ausubel como “objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signo”. Según su teoría existen dos formas básicas de aprender los conceptos, es decir, de relacionar determinados objetos, eventos, etc., con ciertos atributos comunes a todos ellos. En primer lugar, existe un proceso de formación de conceptos consistente en una abstracción inductiva a partir de experiencias empíricas concretas. Se trata de un aprendizaje basado en situaciones de descubrimiento que incluye procesos como la diferenciación, la generalización, la formulación y comprobación de hipótesis, etc.

Esta es la forma predominante de adquirir conceptos en el período preescolar. Pero a medida que el niño va recibiendo instrucción formal se va produciendo cada vez en mayor grado una asimilación de conceptos, consistente en relacionar los nuevos conceptos con otros anteriormente formados y ya existentes en la mente del niño.

Mientras que en la formación de conceptos el significado se extrae por abstracción de la propia realidad, en la asimilación el significado es un producto de la interacción entre la nueva información con las estructuras conceptuales ya

construidas. Según Ausubel, la asimilación es la forma predominante de adquirir conceptos a partir de la edad escolar y, muy especialmente, en la adolescencia y la edad adulta. A diferencia de la formación de conceptos, la asimilación resulta un aprendizaje significativo producido en contextos receptivos y no de descubrimiento, por lo que sólo será posible a partir de la instrucción.

PROPOSICIONES. Son ligazones de dos o más conceptos en una unidad semántica. En la medida en que las proposiciones implican una relación entre conceptos, solo pueden ser adquiridos por asimilación.

En función del tipo de relación jerárquica entre las ideas ya existentes y las nuevas ideas, Ausubel distingue tres formas de aprendizaje por asimilación:

- **Aprendizaje subordinado:** En este tipo de aprendizaje la nueva idea aprendida se halla jerárquicamente subordinada a una idea ya existente en la que se produce una diferenciación progresiva de conceptos ya existentes en varios conceptos de nivel inferior. Existen dos tipos de aprendizaje subordinado. En el caso de la inclusión derivativa, la nueva información subordinada se limita a ejemplificar o apoyar un concepto ya existente, pero sin que cambien los atributos que definen a éste. En cambio, cuando se produce una inclusión correlativa, la diferenciación habida acaba modificando a su vez el concepto supraordinado.
- **Aprendizaje supraordinado.** Es el proceso inverso a la diferenciación. En él las ideas existentes son más específicas que la idea que se intenta adquirir. Se produce una reconciliación integradora entre los restos de una serie de conceptos que da lugar a la aparición de un nuevo concepto más general o supraordinado.
- **Aprendizaje combinatorio:** En este la nueva idea y las ideas ya establecidas no están relacionadas jerárquicamente, sino que se hallan al mismo nivel dentro de la pirámide de conceptos. La incorporación de nuevos conceptos en el mismo nivel jerárquico puede acabar en la necesidad de diferenciarlos o integrarlos dentro de otro concepto más general.

1.3.2 REQUERIMIENTOS PARA LOGRAR APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Para que se logre un aprendizaje significativo es necesario:

- Que el material que se aprenda tenga, por un lado, significatividad lógica, que no sea confuso, que haya entre sus partes una organización que no sea ni arbitraria ni solamente asociativa y, por otro lado, que tenga significatividad psicológica, es decir, que en la estructura cognitiva del alumno haya elementos pertinentes y relacionados con dicho material.
- Es necesario que el profesor detecte cuáles son las ideas inclusoras en sus alumnos, ideas ya existentes con las cuales se pueda relacionar el nuevo material
- Que haya disposición para el aprendizaje significativo en el sujeto que aprende, ya que para comprender se requiere realizar un esfuerzo. Para que esta disposición exista, debe haber un motivo que lleve a la persona que aprenda a realizar el esfuerzo
- Se requiere también de la actividad, tanto externa como interna, del sujeto de aprendizaje a través de la cual éste manipula la nueva información, reformula, amplía, diferencia, reestructura los elementos de los que ya dispone en su estructura cognitiva en función de los nuevos conocimientos

Durante el aprendizaje significativo los conceptos o ideas se modifican y se diferencian cada vez más. Esta diferenciación es el núcleo de la asimilación de nuevos conocimientos. Cada nueva idea queda subordinada a conceptos ya existentes, produciéndose con el aprendizaje significativo una diferenciación progresiva de estos conceptos en varios de un nivel inferior (Principio de diferenciación progresiva)

Este proceso complementa el denominado “Principio de reconciliación progresiva”, que se da cuando las ideas ya existentes son más específicas que las nuevas ideas que se adquieren, produciéndose entonces una reconciliación integradora entre los rasgos de una serie de conceptos nuevos que dan lugar a la aparición de un concepto más general.

Cuando una nueva idea es del mismo nivel conceptual que las ya existentes el aprendizaje se logra por analogía, aunque posteriormente aparezca la necesidad de diferenciar los conceptos e integrarlos dentro de un concepto general.

1.4 EL DESARROLLO DE HABILIDADES COMO OBJETIVO DEL PROCESO DOCENTE EDUCATIVO

“La habilidad es el componente del contenido que refleja las realizaciones del hombre, en una rama del saber propia de la cultura. Es, desde el punto de vista psicológico, el sistema de acciones y operaciones dominados por el sujeto y que responden a un objetivo” (Alvarez de Zayas, C., 1992).

Las habilidades, formando parte del contenido de una asignatura, caracterizan en el plano didáctico las acciones que el estudiante realiza al interactuar con su objeto de estudio

La habilidad, como acción que es, se puede descomponer en operaciones cuya integración, a su vez, permite el dominio por el estudiante de un modo de actuación.

Las habilidades no se desarrollan sin los conocimientos. Conocimientos y habilidades se logran en un proceso único. La actividad creadora del egresado solo

se desarrollará teniendo como base los conocimientos y habilidades adquiridos por él en el proceso docente educativo.

Se consideran al menos tres tipos de habilidades:

- a) Las propias de la ciencia: en matemáticas, por ejemplo, la simplificación de expresiones algebraicas, la solución de ecuaciones, la factorización, expresar relaciones funcionales entre los objetos y fenómenos de la realidad.
- b) Las intelectuales o teóricas: generalización, análisis y síntesis, abstracción, etc.
- c) Las propias del proceso docente educativo: resumir, tomar notas, hacer esquemas, redactar informes, etc.

Las habilidades más generales se tienen que conformar y desarrollar mediante la actuación conjunta y coordinada de todas las disciplinas docentes que forman el plan de estudios.

Al trabajar con las habilidades es necesario determinar aquellas que resultan fundamentales o esenciales, las que indefectiblemente deben llegar a ser dominadas por los estudiantes, pues son las que aseguran el desarrollo de sus capacidades cognoscitivas.

En lo que a las matemáticas se refiere Margarita A. Sánchez señala que:

“La matemática como ciencia tiene una estructura basada en la lógica formal que requiere del trabajo con los procedimientos lógicos del pensamiento para la comprensión y el entendimiento de esta. Por lo que las debilidades como identificar, comparar, relacionar, clasificar, seleccionar, etc., deben ser acciones que no queden en el plano mecanicista, sino que lleguen a la esfera del pensamiento” (Sánchez, Margarita A., 1997).

Para esta autora el “desarrollo de habilidades del pensamiento se debe dar con el fin de propiciar un aprendizaje más perdurable, significativo y de mayor aplicabilidad

en la toma de decisiones y en la solución de problemas relacionados con situaciones con que el individuo se enfrenta en su interacción con el medio”.

Coincidiendo con R. Vázquez cuando plantea que el pensamiento lógico es “una actividad para conocer”, y, por tanto, “es necesario adentrarse en el estudio de las habilidades propias de dicha forma de pensamiento” (Vázquez, R., 1999), definiremos y caracterizaremos aquellas habilidades lógicas hacia cuyo desarrollo va dirigida esta propuesta

Identificación

La identificación consiste en el reconocimiento de características de un objeto o situación que permite determinar si pertenece o no a un determinado concepto. La identificación ocurre en dos etapas: concreta y abstracta. La identificación concreta ocurre cuando realizamos el primer contacto con el objeto, y la abstracta cuando podemos prescindir del objeto e imaginamos sus características.

Las características observadas son, por lo tanto, los datos o resultados de la observación. Al recabar información del mundo que nos rodea podemos hacerlo de dos formas, a saber: en forma directa o en forma indirecta. La información que es percibida por nuestros sentidos: el olfato, oído, gusto, vista o tacto es llamada directa, mientras que la información que captamos a través de la lectura de libros, revistas, periódicos, conversación con otras personas o mediante la televisión, la radio, etc., la llamamos indirecta.

Si pidiésemos a una persona que observe a otra cuando menos en dos ocasiones, en la mayoría de los casos constataríamos que lo que sucede en la primera observación es que es más generalizada que la segunda, que resulta más específica.

Se puede decir que en la primera observación tratamos de identificar las características de la persona, mientras que, en la segunda enumeramos las características una por una.

Por lo tanto, podemos concluir que los datos que se obtienen dependen en forma directa de la observación. “Hay que recordar que de la observación se desprende una imagen interna y que todo lo relacionado con la imagen y el concepto se halla representado mutuamente lo uno en lo otro. Así pues, la imagen es el reflejo en la mente de las cosas y los fenómenos que existen objetivamente”. (Cole y Scibrnee, 1977).

Al pedir a un alumno que identifique a otro compañero del salón, tenemos que, en primera instancia, reconocerá si es varón o mujer, si es alto o bajo, etc., pero que observando más detenidamente, podrá decir si sus características corresponden o no a los elementos que el reconoce como miembros de su salón.

La habilidad de identificación se precisa para reconocer conceptos y fenómenos del mundo escolar matemático

Comparación

La comparación es el establecimiento de las semejanzas y diferencias entre los objetos y fenómenos de la realidad. Las semejanzas han de enfocarse en relación con la identidad y diferencia. En la identidad se dice “es lo mismo”, “equivale a”.

En cambio, en la semejanza se tienen en cuenta ciertas leyes comunes, iguales propiedades, cualidades o relaciones entre los objetos o fenómenos que se comparan. La semejanza puede ser de diferente grado y prepara la síntesis y la generalización. Si queremos comprender con claridad un objeto de la naturaleza debemos distinguirlo de los objetos parecidos a él y encontrar su semejanza con los

objetos que se hallan más alejados; solo entonces lograremos aclarar todos los rasgos esenciales del objeto, es decir comprenderlo. “La comparación de los objetos y fenómenos de la realidad objetiva se realiza bajo cierto ángulo, para resolver determinada cuestión. El individuo recurre a la relación de comparación de objetos para apreciar sus semejanzas y diferencias en todas las relaciones posibles”. (M N Shardakov, 1968)

En la enseñanza, la comparación está siempre al servicio de un fin cognoscitivo; es decir, que sigue una línea determinada. Por eso, los objetos y fenómenos pueden parecerse desde un punto de vista y distinguirse desde otro. A fin de estudiar los rasgos y relaciones de semejanza que existen entre los objetos y son comunes a ellos, puede aplicarse la comparación cuando los objetos se distinguen en algo.

Para estudiar las diferencias se recurre a la comparación, cuando entre objetos y fenómenos existe algo común, ya que comparar dos objetos o fenómenos totalmente distintos es, además de imposible, inútil. Los objetos o fenómenos se pueden comparar sobre la base de algún rasgo determinado común. Con ayuda de la comparación se estudian tanto los rasgos externos - que saltan a la vista, por medio de la observación directa como los de semejanza y diferencia entre los objetos y fenómenos que los individuos no perciben directamente y que son descubiertos tan solo por una ardua labor mental.

La comparación permite hallar no solo los rasgos esenciales, comunes y distintos, que existen en los objetos y sus relaciones, sino también los accidentes secundarios.

En la enseñanza es utilizada la “comparación sucesiva”, que consiste en comparar el nuevo objeto o concepto que se está estudiando con otros estudiados anteriormente y que guardan con él cierta semejanza o diferencia. En matemáticas es común recurrir a este tipo de comparación, por ejemplo, la multiplicación se estudia comparada con la suma, ya que esta es conocida previamente.

Otra forma en que los escolares se ven obligados a comparar es “por oposición” (M.N. Shadakov, 1968) la cual consiste en estudiar en forma homogénea y combinada dos objetos o fenómenos

Clasificación

En la enseñanza ocupa un lugar muy importante la clasificación, es decir, la distribución de objetos o fenómenos individuales en el correspondiente género u clase. De este modo, clasificar consiste en:

- 1) Poner de manifiesto los rasgos, nexos, y relaciones esenciales y generales de los objetos o fenómenos singulares y de los conceptos generales y leyes
- 2) Incluir, después, los objetos individuales en el correspondiente concepto general, ley o regla

Para L. Golubeva, N. Diachenco, N. Kushkov y M. Shadakov, la actividad clasificadora se caracteriza por cuatro etapas que son

- 1ª Etapa.- Se estudia un objeto o fenómeno con sus nexos y relaciones.
- 2ª Etapa - Se reproduce en la memoria el concepto genérico, la regla o ley a los que se refiere dicho objeto o fenómeno.
- 3ª Etapa.- Se confrontan rasgos y relaciones
- 4ª Etapa.- Se interioriza la relación de lo singular y lo general mediante el razonamiento deductivo, colocando al objeto en una división que le corresponde y dando por resultado su clasificación.

Es importante también mencionar que en el desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje se consideran, aparte de las cuatro etapas, cinco fases de clasificación que son

1ª Fase.- Los alumnos se limitan a contar todo lo que saben del objeto. Si llegan a clasificarlo, lo hacen fundamentalmente basándose en rasgos circunstanciales y externos.

2ª Fase.- En ella se relaciona el objeto aislado con el correspondiente concepto general, basándose en rasgos idénticos y, sobre todo, en su carácter utilitario o funcional.

3ª Fase.- Aquí se enumeran todos los rasgos que conocen, tanto esenciales como circunstanciales, de los objetos aislados y del concepto general, colocándolos uno detrás de otro.

4ª Fase.- Los objetos se clasifican, primero, sobre la base de una parte de sus rasgos, puestos por ellos de relieve, y luego, también sobre la base de todos los rasgos propios de los objetos o fenómenos aislados.

5ª Fase.- Cuando después de darse cuenta de los rasgos esenciales son capaces no sólo de clasificar los objetos que han estudiado, sino otros objetos singulares del mismo género, pero que no conocían, se llega al grado más elevado de clasificación

Debemos decir que al hacer uso de la clasificación durante el estudio, los alumnos aprenden a conocer conscientemente los objetos y fenómenos aislados.

1.5 EL PROFESOR COMO PROMOTOR DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Conocer las estructuras de información (esquemas) que el estudiante posee abre al profesor la posibilidad de utilizar esas estructuras ya existentes para “anclar” los nuevos conocimientos, por lo tanto, es de suma importancia que el maestro conozca los procesos que subyacen al aprendizaje para que esté en mejores posibilidades de planear los objetivos y seleccionar materiales más adecuados, de establecer secuencias de aprendizaje más eficaces, para tomar decisiones respecto a

cómo enseñar y evaluar, mejorando con ello las posibilidades de aprendizaje de sus alumnos y propiciando un mayor desarrollo personal.

Un elemento esencial para que se de un aprendizaje significativo, como ya se dijo, es que exista una adecuación potencial entre los esquemas y conocimientos del estudiante y el material para aprender. Para facilitar esta adecuación se han propuesto algunos procedimientos, como son los organizadores previos y la optimización de las estrategias de aprendizaje.

El aprendizaje significativo se fomenta si.

- a) La enseñanza de conceptos parte de conocimientos previos
- b) Se fomenta al reflexión en los alumnos sobre sus ideas previas
- c) Se diseñan actividades de enseñanza y aprendizaje que activen conocimientos previos
- d) Las ideas de los alumnos se usan como vehículo para el aprendizaje conceptual
- e) La comprensión es un proceso progresivo

Actividades de aprendizaje

La función del profesor se realizará mediante la instrumentación de actividades de aprendizaje, las cuales diseño previamente, al hacer la planeación didáctica de las unidades temáticas.

Diseño de actividades de aprendizaje

1. Cuando el profesor utiliza el método expositivo desarrolla en sus alumnos dos habilidades: atender y entender una exposición tipo conferencia y hacer apuntes de clase.

El método expositivo es muy efectivo para cumplir el primer nivel de los objetivos informativos de aprendizaje que los estudiantes se enfrenten con información nueva. Pero es ineficaz para lograr los otros dos niveles de los objetivos informativos (comprender y manejar) y, más aún, para lograr los objetivos de tipo formativo.

2. Cuando el profesor pide a sus alumnos que lean por su cuenta un material, propicia el desarrollo de la habilidad para leer y comprender un texto. Al pedirles una síntesis escrita de lo leído propicia el desarrollo de habilidades para resumir y redactar correctamente. Y si, además de la síntesis, les pide una crítica de lo leído, con su opinión personal respecto al tema, propicia el desarrollo del pensamiento crítico y la habilidad para clarificar y redactar sus ideas personales.

3. Cuando el profesor hace equipos de trabajo para preparar y presentar exposiciones en clase, propicia el desarrollo de otras habilidades: lectura y comprensión de lo leído, estructuración de una exposición, trabajo en equipo, elaboración del material de apoyo para la exposición y hablar en público.

Si los alumnos no han practicado antes estas habilidades, la primera vez que expongan un tema les saldrá muy mal

Pero con la retroalimentación del profesor y de sus propios compañeros, la segunda vez lo harán mejor y, así, hasta que lo hagan perfectamente.

4. Cuando el profesor, una vez explicada la teoría y hecha una demostración práctica, encarga a sus alumnos la resolución de un problemario, propicia el desarrollo de otras habilidades: comprensión a fondo de los principios teóricos y sus implicaciones (y no solo la retención memorística de estos), capacidad de transferencia de los mismos principios a diferentes situaciones; habilidad para aplicar la teoría en la práctica y, por tanto, de integrar ambos campos

5. Cuando el profesor pide a sus alumnos la realización de una investigación (sea técnico - bibliográfica o aplicada) y la presentación en un trabajo escrito al final del semestre, propicia el desarrollo de habilidades, como son: diseñar un proyecto de investigación, buscar bibliografía, elaborar hipótesis de trabajo, analizar los datos obtenidos, estructurar las conclusiones, fundamentar las mismas y redactar el reporte final.
6. Cuando el profesor utiliza en clase, de manera sistemática, la discusión de temas en grupos pequeños o equipos de trabajo, propicia el desarrollo de otro tipo de habilidades: trabajo en equipo, comunicación, saber escuchar a los demás, respetar las posiciones de los compañeros, expresar las propias ideas, modificar los esquemas propios en función de las aportaciones de los demás, estudiar y aprender en grupo, etc.
7. Cuando el profesor se preocupa por la integración del grupo total y/o por la integración de equipos de trabajo, y realiza algunas actividades para lograrla (sea dentro del programa o extraclase), propicia que sus alumnos desarrollen el espíritu de colaboración y de trabajo en equipo, la capacidad para establecer los objetivos comunes por encima de los intereses particulares, la conciencia o sentimiento de autorrealización a través de logros y las metas alcanzadas con el esfuerzo conjunto, la habilidad para negociar cuando se trata de armonizar propuestas o puntos de vista diferentes o contrapuestos

CAPÍTULO 2

PROPUESTA DIDÁCTICA

2.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Los efectos educativos del proceso de enseñanza - aprendizaje dependen de las experiencias reales que tienen los alumnos en el aula y están condicionados por la estructura de las tareas que cubren el tiempo de aprendizaje.

Las tareas son actividades secuenciales de enseñanza y aprendizaje, estructurados en un ambiente escolar y que constituyen un modelo metodológico. Una tarea es algo que tiene orden interno, un curso de acción, se desarrolla a través de un proceso desencadenando una actividad en los alumnos que la hace identificable y diferenciable de otras tareas, busca una determinada finalidad y se ocupa de un contenido preciso. El desarrollo de una tarea organiza la vida en el aula durante el tiempo que transcurre

La tarea es el elemento intermedio entre las posibilidades teóricas que marca el programa y los efectos reales del mismo. Solo a través de las tareas (ANEXO 5) que se desarrollan podemos analizar la riqueza de un determinado planteamiento curricular en la práctica

Una tarea puede analizarse en función de tres componentes básicos:

- a. El producto o finalidad de la misma
- b. Los recursos que utiliza
- c. Las operaciones que se pueden aplicar a los recursos.

En el diseño de tareas es donde los profesores proyectan sus posibilidades de autonomía profesional y modelan el proyecto educativo. Al decidir las tareas el profesor cumple con dos demandas básicas.

- a. La elección del tratamiento de que será objeto el contenido
- b. El establecimiento de las reglas de comportamiento de los alumnos dentro del aula.

El maestro, a la hora de decidir acerca de las tareas, debe llevar a cabo ciertas acciones.

- a. Reflexionar sobre el aspecto del curriculum que piensa cubrir con las actividades
- b. Pensar en los recursos de que dispone
- c. Ponderar el tipo de intercambios personales que se realizara para organizar la actividad
- d. Considerar la organizacion de la clase para que todo ello sea posible.
- e. Pensar acerca del proceso educativo que se deduce de la actividad

Mediante la practica es posible desarrollar habilidades para pensar, y estas son básicas para el proceso de aprendizaje. El desarrollo de habilidades del pensamiento se facilita cuando se usan ejemplos del contexto social, partiendo de que la inteligencia tiene tres dimensiones: componencial (lo intelectual), experiencial (las experiencias propias) y contextual (el ambiente en el cual ocurren los hechos de la vida de los sujetos), por lo cual puede ser modificable.

En lo que a la formación y desarrollo de habilidades generales para el trabajo matemático se refiere la autora coincide con De Sanchez cuando plantea que: es necesario el estudio de habilidades y procedimientos lógicos, en los que se destaquen aquellos que son esenciales, enunciando su carácter invariante en la formación de conceptos para las matemáticas. Las tareas docentes deben, por tanto, basarse en las habilidades lógicas relacionadas con los conceptos cuyo objetivo será desarrollar las habilidades que proporcionen un aprendizaje más perdurable, significativo y de mayor aplicabilidad en la toma de decisiones y en la

solución de problemas relacionados con situaciones que el individuo afronta en su interacción con el medio” (De Sánchez, 1995).

2.2 PROPUESTA DIDÁCTICA

En esta propuesta se presenta un sistema de tareas con el propósito de organizar el trabajo independiente de los alumnos para contribuir al desarrollo de algunas habilidades matemáticas básicas como son la identificación, la clasificación y la comparación en función de relaciones funcionales presentes en situaciones del mundo real.

2.2.1 ASPECTOS GENERALES RELACIONADOS CON EL SISTEMA DE TAREAS PROPUESTO

Intenciones educativas:

Las tareas propuestas han sido diseñadas para cumplir diferentes funciones

Una función *instructiva*, dirigida a la formación en los alumnos de habilidades para elaborar modelos matemáticos de situaciones del mundo real a través de distintos tipos de funciones, así como representar y analizar funciones utilizando tablas, ecuaciones y gráficas.

Una función *desarrolladora*, encaminada a fomentar el pensamiento de los alumnos y a dotarlos de métodos efectivos de actividad intelectual como son la identificación, la clasificación y la comparación

Una función *educativa*, dirigida a la interiorización por parte de los estudiantes de una concepción de las matemáticas estrechamente vinculadas a la práctica social la

cual incidirá en la formación de una concepción científica del mundo por parte de los alumnos.

Aspectos metodológicos:

Se considera conveniente para el desarrollo de estas tareas aplicar diferentes métodos que permitan conjugar armoniosamente la actividad independiente de los estudiantes con la actividad expositiva del maestro. De hecho, como se vera en el epígrafe 2.2.3, el papel de este último se concibe en términos de una conducción de la actividad de los alumnos alrededor de la tarea planteada. En general, el desarrollo de cada tarea puede ser organizado en tres etapas fundamentales

1. Orientación hacia la tarea y planteamiento

Es la etapa en que se proporciona a los estudiantes el material (datos, etc.) y la información inicial que necesita para el desarrollo de la tarea y se concretan las intenciones que con ellas persiguen.

2. Trabajo en la tarea

Es la etapa en que se van encontrando respuestas a las distintas etapas en que la tarea se ha estructurado a través de la actividad interrelacionada entre los alumnos y el maestro

3. Conclusión de la tarea

Es la etapa en que se valoran cualitativa y cuantitativamente los resultados obtenidos en la etapa anterior y se concluyen los aspectos de carácter instructivo y educativo hacia los cuáles ha sido dirigida la tarea.

Las estrategias que se proponen para el desarrollo de las tareas implican la participación activa del estudiante, el profesor pasa a formar parte del grupo, no como instructor, sino como guía y moderador de las discusiones, aclarando las dudas no siempre de manera directa, sino, preferentemente, solo dando pautas a seguir

2.2.2 SISTEMA DE TAREAS PROPUESTO

Tarea N° 1

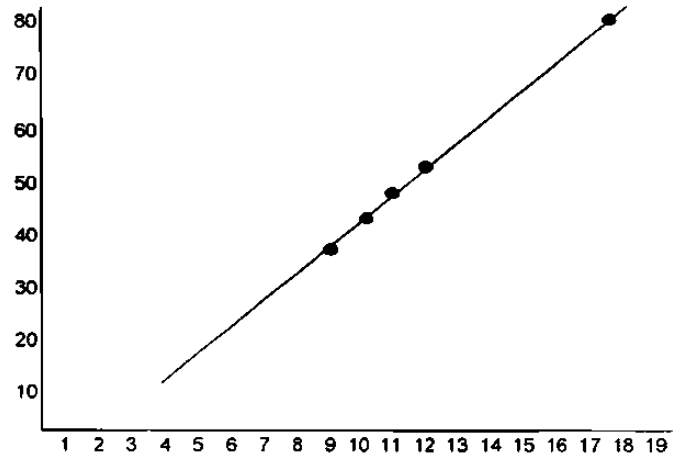
Consumo de agua

Utilizando algunos recibos de consumo de agua de meses diferentes (ANEXO 6) se pedirá a los alumnos:

1. Identifica los elementos constantes y variables en la situación planteada y clasifica éstos últimos en términos de la dependencia de unos con respecto a otros, registrándolos en una tabla
2. Representa gráficamente el resultado de tus observaciones
3. Identifica qué tipo de función es la que expresa matemáticamente la situación analizada
4. Expresa matemáticamente la relación funcional entre estas variables
5. ¿Cuál sería el costo si el consumo de agua es de 18 m³?

Secuencia de la tarea

CONSUMO (m ³)	COSTO (\$)
12	50 60
11	47 30
9	39 70
10	43 90



Para (9,39 70) y (10 43 90)

$$\frac{43\ 90 - 39\ 70}{10 - 9}$$

$$m = 4\ 2$$

Para (9,39 70) y $m = 4\ 2$

$$y = 39\ 70 = 4\ 2(x - 9)$$

$$y = 4\ 2 X + 1\ 9$$

$$\text{Si } x = 18\text{m}^3$$

$$\text{Si } x = 4\ 2(18) + 1\ 9$$

$$y = \$77\ 5$$

Tarea N° 2

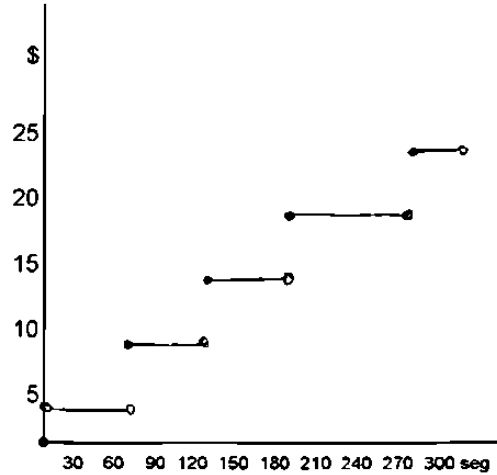
Telefonía celular

A partir de la tabla (ANEXO 7) de los costos por llamada de telefonía de la empresa Telcel y otras Compañías, publicada en el periódico EL Norte (octubre de 1999):

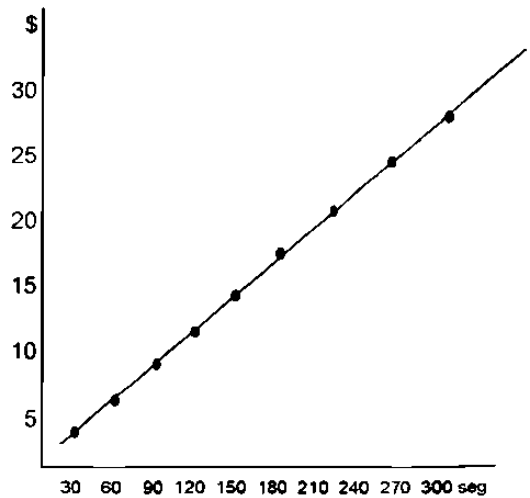
1. **Identifica los elementos constantes y variables en ambas compañías y clasifica éstos últimos en términos de la dependencia de unos con respecto a otros**
2. **Traza la gráfica de los costos por llamada en Telcel**
3. **Traza la grafica de los costos por llamada en Otras compañías**
4. **Compara las dos graficas y establece las analogías y diferencias entre ambas**
5. **Identifica a qué tipo de funcion corresponden**
6. **Expresa matematicamente la relacion funcional entre las variables**

Secuencia de la tarea

TELCEL	
TIEMPO (Seg)	COSTO (\$)
30	5.00
60	5.00
90	10.00
120	10.00
150	15.00
180	15.00
210	20.00
240	20.00
270	25.00
300	25.00



OTRAS COMPAÑÍAS	
TIEMPO (Seg)	COSTO (\$)
30	2.88
60	5.75
90	8.63
120	11.50
150	14.38
180	17.24
210	20.11
240	22.90
270	25.86
300	28.74



Para (90, 8.63) y (120,11.50)

$$m = \frac{11.50 - 8.63}{120 - 90}$$

$$m = 0.0956666$$

Para (90, 8.63) y $m = 0.0956666$

$$y - 8.63 = 0.0956666 (X - 90)$$

$$y = 0.0956666 x + 00.020006$$

Tarea N° 3

Población mundial

De la publicación (ANEXO 8) aparecida en el Periodico El Norte (12 de octubre de 1999) sobre el aumento de la población mundial se pedira a los alumnos.

1. Identificar los elementos constantes y variables en la situación planteada y clasificar estos últimos en terminos de la dependencia de unos con respecto a otros
2. Identificar a que tipo de funcion corresponde la gráfica
3. ¿Cuál es el factor de crecimiento de la poblacion de 1987 a 1999?
4. Expresa matematicamente la relacion funcional entre estas variables en terminos del número de años que han transcurrido desde 1987
5. Utiliza la ecuacion para predecir la poblacion mundial en el año 2020
6. Predice el año en que la población mundial será de 10 mil millones de habitantes

Secuencia de la tarea

Tiempo (años)	Población (mil millones de habitantes)
1804	1
1927	2
1960	3
1974	4
1987	5
1999	6

De 1987 a 1999

Factor de crecimiento de la población = 1.2

t	P
0	5
12	6

$$P = a b^t$$

$$\text{Para } (0, 5) : 5 = a b^0$$

$$\text{Para } (12, 6) : 6 = 5 b^{12}$$

$$b = 1.0153095$$

Por lo tanto

$$P = 5 (1.0153095)^t$$

$$P = ?$$

En el año 2020 $t = 33$

$$P = 5 (1.0153095)^{33}$$

$P = 8.25$ mil millones de habitantes

$$t = ?$$

$P = 10$ mil millones

$$10 = 5 (1.0153095)^t$$

$$(1.0153095)^t = 2$$

$$t = \log 2 / \log 1.0153095$$

$$t = 45$$

$$\text{Año} = 1987 + 45 = 2032$$

Tarea N° 4

Promoción turística

Una agencia de turismo quiere hacer una promoción turística para sus viajes por los centros turísticos de la ciudad, el costo del boleto por persona es de \$20 pero anuncian que si el número de viajeros excede de 20, el costo del boleto disminuirá \$0.50 por cada persona que exceda de 20

La agencia quiere determinar el número de personas que excedan de 20, para obtener el máximo ingreso, ya que no es difícil concluir, que si el número de personas que exceden de 20 es suficientemente grande, llegará el momento en que saldrá gratis

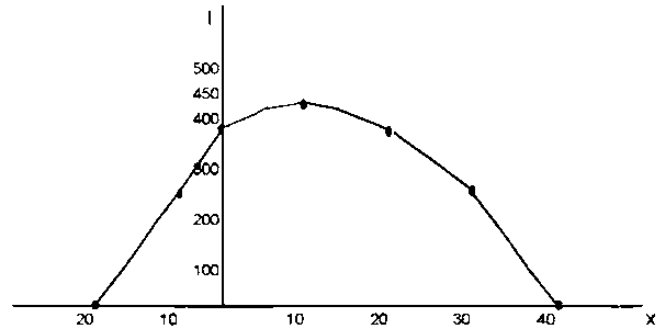
1. **Identifica los elementos constantes y variables en la situación planteada y clasifica éstos últimos en términos de la dependencia de unos con respecto a otros**
2. **Expresa matemáticamente la relación funcional entre estas variables**
3. **Identifica a que tipo de función corresponde**
4. **Traza la gráfica de la función obtenida**
5. **Bajo que condiciones se obtendría el máximo ingreso en esta promoción y cuál es éste**
6. **¿Se ajustan los puntos de la gráfica al comportamiento real de la situación? Si así no fuera, cuáles son los que se ajustan?**
7. **¿Qué significado real tienen los valores que anulan la función?**
8. **Si se invierte el carácter de las variables en cuanto a su dependencia de una con respecto a la otra, ¿cuál es la nueva relación que expresa esta dependencia?**
9. **¿Es esta una relación funcional para cualquier valor de la variable independiente? Si no es así, ¿lo es para cierto rango de la variable independiente? En este caso ¿qué tipo de función es la que se obtiene?**

Secuencia de la tarea

$x =$ número de personas que excede de 20
 número de tunstas = $20 + x$
 precio del boleto = $20 - 0.5x$

entonces: $I = (20 - 0.5x)(20 + x)$
 $I = 400 + 20x - 10x - 0.5x^2$
 $I = -0.5x^2 + 10x + 400$

x	I
0	400
10	450
20	400
30	250
40	0



Al trazar la grafica se observa que el ingreso es máximo para $x = 10$ personas, el grupo optimo estaria formado por 30 personas, el ingreso en este caso será \$450

Si se aumenta el numero de personas extras el ingreso disminuye cuando $x = 40$ el boleto saldría gratis. Con eso se sabe que la promoción no debe sobrepasar de 10 personas extras en el grupo inicial de 20 personas

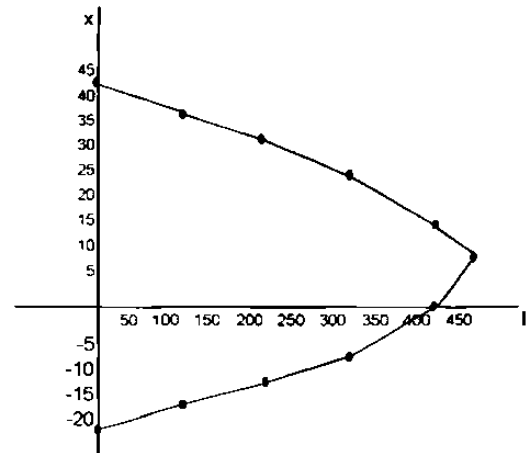
8. $-0.5x + 10x + 400 - I = 0$

$$x = \frac{\sqrt{10 \pm (10)^2 - 4(-0.5)(400 - I)}}{2(-0.5)}$$

$$x = 10 \pm \sqrt{900 - 2I}$$

9. $I \leq 450$

I	x	
0	40	-20
100	36.45	-16.45
200	32.36	-12.36
300	27.32	-7.32
400	20	0
450	10	10



2.2.3 TRATAMIENTO METODOLÓGICO DEL SISTEMA DE TAREAS PROPUESTO

TAREA N° 1

ACTIVIDAD DEL PROFESOR

- El profesor divide el grupo en equipos, entrega a cada equipo 4 recibos de consumo de agua y le pide a cada equipo identificar los elementos constantes y variables que observa y clasificar las variables en terminos de la dependencia de unos con respecto a otros
- Pide a cada equipo confeccionar una tabla que muestre esta relacion de dependencia
- Pide a cada equipo representar en un plano cartesiano las parejas formadas por un consumo y el costo correspondiente

ACTIVIDAD DEL ALUMNO

- Los integrantes de cada equipo analizan la información que brindan los recibos, delimita como elementos variables el consumo de agua y el costo, establece cualitativamente la dependencia del segundo con respecto al primero y clasifica estas variables en términos de independiente y dependiente
- Cada equipo elabora la tabla que corresponde a sus datos
- Cada equipo ubica en el plano los puntos

correspondientes a la tabulación realizada

- El maestro pide a cada equipo unir estos puntos e identificar el gráfico obtenido
 - Cada equipo une los puntos e identifica que la gráfica resultante es una línea recta
- Pide a cada equipo identificar el tipo de función a que corresponde esta gráfica
 - Cada equipo identifica la función lineal como correspondiente a estas gráficas
- Pide a cada equipo expresar matemáticamente la relación funcional entre las variables
 - Cada equipo encuentra la ecuación de la recta a partir de los puntos graficados y deduce la relación funcional entre ambas variables
- Pide a cada equipo que exponga en el pizarrón los resultados a los demás compañeros
 - Un integrante de cada equipo escribe en el pizarrón la gráfica correspondiente a sus datos y la correspondiente relación funcional
- Pide que a través de la comparación se encuentren las analogías y diferencias entre los resultados expuestos por los diferentes equipos
 - El grupo de alumnos concluye que todas las gráficas son líneas rectas y que por lo tanto todas las funciones son lineales a

pesar de la variación de los datos y que su diferencia radica a que no todos tienen la misma pendiente

- Llama la atención sobre el empleo que se ha hecho para obtener la ecuación de los conocimientos previos adquiridos
- Plantea como pregunta la posibilidad de predecir el costo para un consumo de 18 m³ de agua
 - Cada equipo utiliza la relación funcional hallada para encontrar dicho costo evaluando dicha función en el valor 18 m³
 - Cada equipo verifica que el punto de abscisa 18 y ordenada igual al costo correspondiente a este consumo pertenece a la gráfica de la función
- Pide a cada equipo interpretar el resultado obtenido en la gráfica
- Destaca la aplicación de los contenidos matemáticos relacionados con las funciones lineales al análisis de situaciones cotidianas

TAREA N° 2

ACTIVIDAD DEL PROFESOR

- El profesor divide el grupo en equipos, entrega a cada equipo una copia de los costos por llamada de telefonía celular de la empresa Telcel y Otras compañías publicada en el periodico “El Norte” y le pide a cada equipo identificar los elementos constantes y variables que observa y clasificar las variables en términos de la dependencia de unas con respecto a otras

ACTIVIDAD DEL ALUMNO

- Los integrantes de cada equipo analizan la información que brinda la tabla, delimitan como elementos variables el tiempo y el costo por llamada, estableciendo cualitativamente la dependencia del segundo con respecto al primero, y clasifican estas variables en términos de independiente y dependiente, respectivamente
- Pide a algunos equipos representar en el plano cartesiano las parejas formadas por el tiempo y costo por llamada para la empresa Telcel, y a otros, las parejas similares para Otras compañías
- Cada equipo ubica en el plano cartesiano los puntos correspondientes a la tabulación que se le asigno

- Pide a cada equipo unir estos puntos para obtener la grafica de la función correspondiente
 - Cada equipo encuentra la gráfica de la relación funcional que le corresponde
- Pide a cada equipo que exponga ante el plenario la grafica obtenida
 - Cada equipo expone la grafica que obtuvo
- Pide analizar colectivamente, a través de la comparación entre ambas graficas, que encuentre las analogías y diferencias entre ellas
 - Observa que la grafica de la función que corresponde a Otras compañías es una línea recta continua, mientras que la grafica que corresponde a Telcel es solamente lineal a trozos, lo cual le da un carácter discontinuo en los puntos que representan intervalos de 30 segundos
- Pide a cada equipo identificar el tipo de función a que corresponde la grafica
 - Los equipos a quienes correspondieron los datos de Otras compañías identifican la función lineal como correspondiente a la gráfica obtenida, mientras que los que trabajaron con los datos de Telcel identifican las funcion obtenida como constante en intervalos
- Pide a cada equipo expresar matemáticamente la relacion funcional

entre las variables

- Según corresponde, los equipos encuentran la ecuación de la recta que corresponde a Otras compañías a partir de los puntos graficados y deducen la relación funcional entre ambas variables $y = 0.0956666 x + 0.020006$, o plantean la relación funcional para Telcel

$$f(x) \begin{cases} 5, & 0 < X < 60 \\ 10, & 60 \leq X < 120 \\ 15, & 120 < X < 180 \\ 20, & 180 < X < 240 \\ 25, & 240 \leq X < 300 \end{cases}$$

- Enfatiza la diferencia entre ambas funciones, así como el hecho que en la segunda puede observarse un ejemplo de una función que no sigue la misma regla de definición para todos los valores de su dominio

TAREA N° 3

ACTIVIDAD DEL PROFESOR

ACTIVIDAD DEL ALUMNO

- Utilizando un acetato muestra a los estudiantes la gráfica del aumento de la población mundial aparecida en el periódico “El Norte” y pide identificar los elementos constantes y variables que observa y clasificar las variables en

términos de la dependencia de unas respecto a otras

- Analiza la información que brinda la gráfica, delimita como elementos variables el número de años y la población, establece cualitativamente la dependencia de la segunda respecto al primero y clasifica estas variables en términos de independiente y dependiente, respectivamente
- Pide identificar el tipo de función a que corresponde la gráfica
- Identifica la función exponencial como correspondiente a esta gráfica
- Pide elaborar una tabla que muestre la relación de dependencia entre las variables
- Elabora la tabla que corresponde a los datos
- Pide encontrar el factor de crecimiento de la población mundial de 1987 a 1999
- Utilizando la tabla de datos encuentra que el factor de crecimiento de la población de 1987 a 1999 es 1.2
- Pide expresar matemáticamente la relación funcional entre las variables en términos del número de años que han transcurrido desde 1987
- Utiliza los datos de la población mundial de 1987 y 1999 y deduce como relación funcional entre ambas variables la

$$\text{ecuacion} \quad P = 5 (1.0153095)^t$$

- Pide predecir la población mundial en el año 2020
 - Utiliza la relación funcional encontrada sustituyendo en ella $t = 33$ y predice que la población en el año 2020 será de 8.25 mil millones de habitantes
- Pide predecir el año en que la población mundial será de 10 mil millones de habitantes

Predice el año en que la población mundial será de 10 mil millones de habitantes a partir de la resolución de la ecuación

$$10 = 5 (1.0153095)^t$$

- Pide interpretar los resultados obtenidos en la gráfica
 - Extiende la gráfica presentada en un inicio para comprobar que los puntos (2020, 8.25) y (2032, 10) pertenecen a ella

TAREA N° 4

ACTIVIDAD DEL PROFESOR

- El profesor plantea el problema de “Promoción turística”, pide identificar los elementos constantes y variables que observa y clasificar las variables en términos de la dependencia de unos con

ACTIVIDAD DEL ALUMNO

1020128422

respecto a otros

- Analiza la información que brinda el problema, delimita como elementos variables el número de personas que exceden de 20 y el ingreso, establece cualitativamente la dependencia de la segunda con respecto al primero y clasifica estas variables en términos de independiente y dependiente, respectivamente
- Pide expresar matemáticamente la relación funcional entre las variables
- Encuentra como ecuación del ingreso en términos del número de personas que exceden de 20:
$$I = (20 - 0.5x)(20 + x) = -0.5x^2 + 10x + 400$$
- Pide identificar a que tipo de función corresponde
- Identifica la función cuadrática como correspondiente a esta ecuación
- Pide elaborar una tabla que muestre esta relación de dependencia
- Elabora la tabla
- Pide representar en un plano cartesiano las parejas formadas por el número de personas que exceden de 20 y el ingreso
- Ubica en el plano los puntos correspondientes a la tabulación realizada
- Pide unir estos puntos e identificar el gráfico obtenido

- Pide identificar el tipo de función a que corresponde la gráfica
- A partir de la gráfica pide encontrar bajo qué condiciones se obtendría el máximo ingreso en esta promoción y cuál es este
- Pregunta: ¿Se ajustan los todos los puntos de la grafica al comportamiento real de esta situación?
- Pregunta: ¿Que significado tienen los valores que anulan la funcion?
- Pide encontrar la nueva relacion que exprese la dependencia, si se invierte el caracter de las variables en cuanto a su dependencia de una con respecto a la otra
- Une los puntos e identifica que la gráfica resultante es una parábola
- Identifica la función cuadrática como correspondiente a esta gráfica
- De la grafica observa que el ingreso máximo es de \$450 para $x = 10$, lo cual significa que el ingreso máximo se obtendra cuando el grupo sea de 30 personas
- El alumno analiza la grafica y concluye que sólo se ajustan los valores positivos para x
- Concluye que cuando el numero de personas que exceden de 20 es 40, el boleto saldria gratis
- Despeja la variable dependiente en

términos de la independiente y encuentra

$$x = 10 \pm \sqrt{900 - 2I}$$

- Pide analizar si ésta es una relación funcional para cualquier valor de la variable independiente
- Pide identificar qué tipo de función es la que se obtiene en este rango
- Pide que interprete el análisis realizado
- Considera que la expresión bajo el radical debe ser positiva y concluye que ésta sólo se tiene cuando $I \leq 450$
- La identifica como una función irracional
- Traza la gráfica de la parábola que representa a la ecuación

$$x = 10 \pm \sqrt{900 - 2I}$$

y comprueba en ella que, en efecto, solo para $I \leq 450$ es que se obtiene una gráfica que pueda corresponder a una función

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las conclusiones fundamentales que se han derivado de la realización de este trabajo pueden resumirse del siguiente modo

1. Se identificó la teoría del aprendizaje significativo como el marco teórico idóneo para el desarrollo en el estudiante de habilidades generales como las de identificación, clasificación y comparación, que le permitan interpretar en términos de relaciones funcionales situaciones que se presentan en su vida cotidiana.
2. Se proporciona un sistema de tareas encaminadas al desarrollo de estas habilidades, contextualizadas en situaciones cercanas a la experiencia vital del estudiante.
3. Se establecen indicaciones metodológicas concretas que viabilicen la ejecución efectiva de estas tareas en función de los objetivos propuestos.

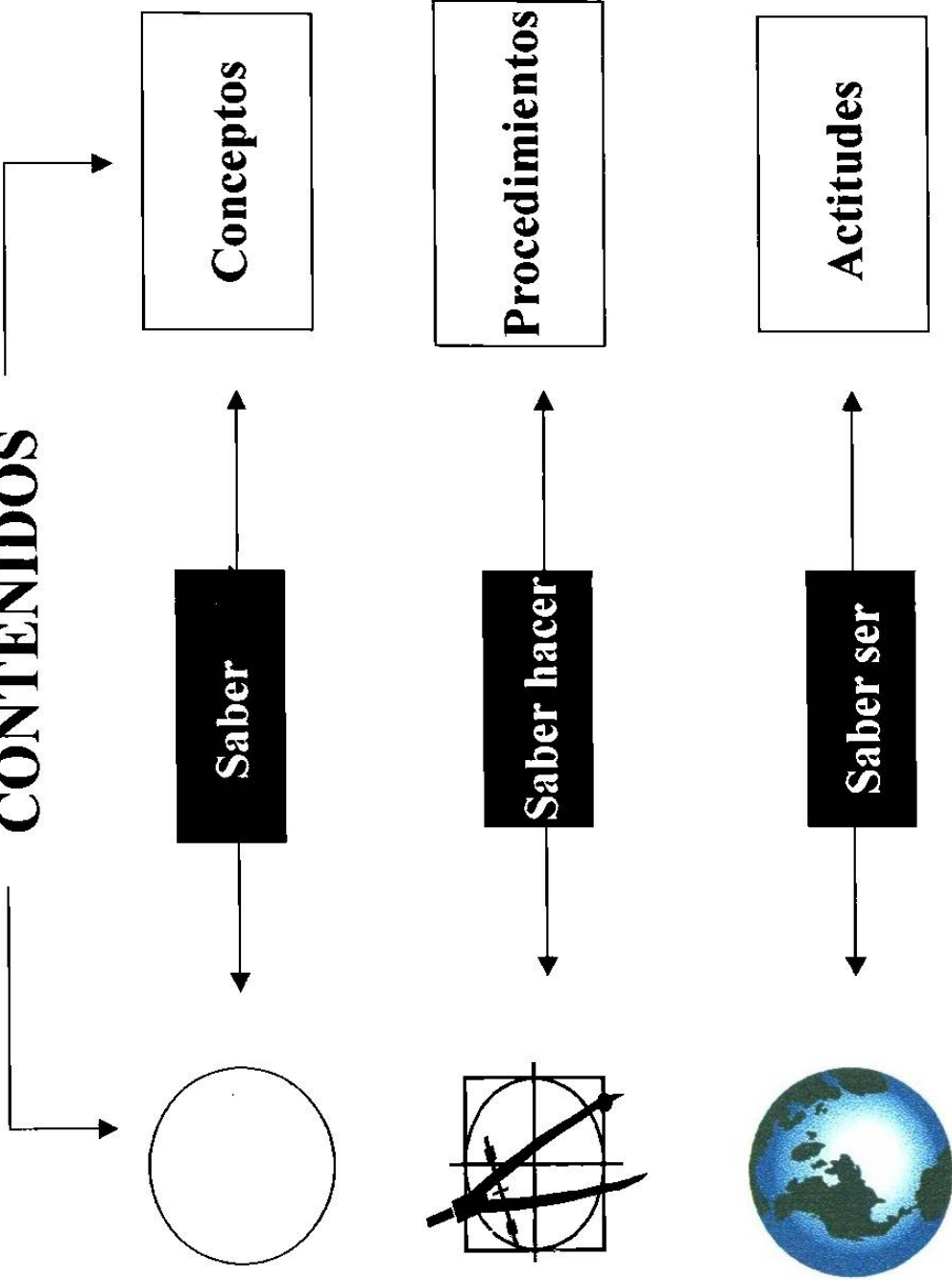
A modo de recomendación se propone que:

1. Diseñar un experimento formativo que permita validar la efectividad del sistema de tareas propuesto en el desarrollo de las habilidades matemáticas generales hacia las que está dirigido
2. Se apliquen las ideas esenciales contenidas en esta propuesta al diseño de otros sistemas de tareas vinculadas a la asimilación de otros contenidos y al desarrollo de otras habilidades matemáticas generales
3. Continuar profundizando en los aspectos metodológicos asociados al desarrollo de las tareas docentes de modo de garantizar su ejecución más exitosa

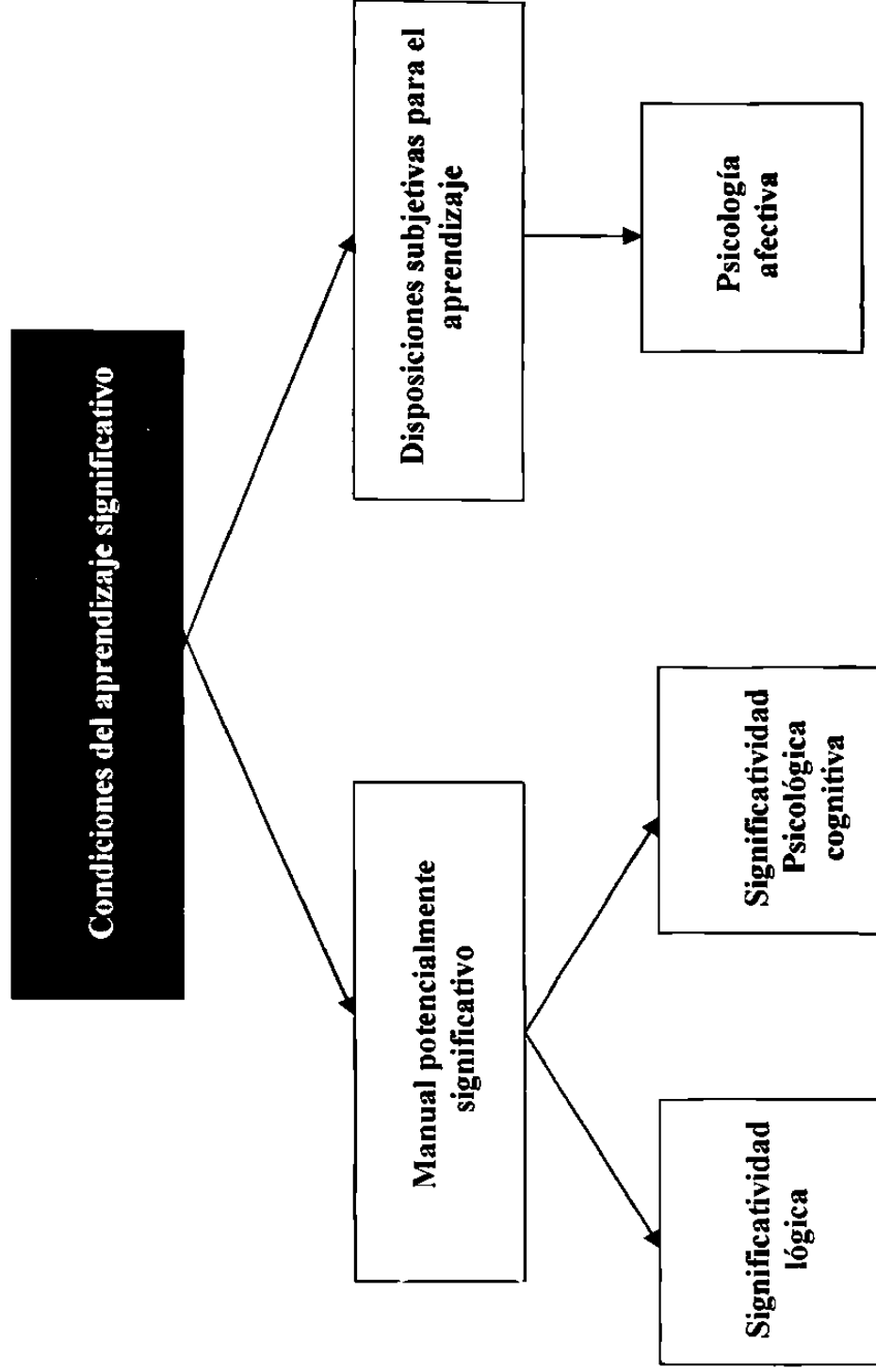
BIBLIOGRAFÍA

- Ausubel, D.; Sullivan (1970), **El desarrollo infantil**, Paidós, Argentina
- Ausubel, D. y col. (1998), **Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo**, Ed. Trillas, Mexico
- Ballester Pedroso, S y col. (1992), **Metodología de la enseñanza de la matemática**, Ed. Pueblo y Educacion, Cuba
- CONALEP (1997), **Formación pedagógica para la ciencia y tecnología**, Módulo 2, México
- Díaz Barriga, A. (1998), **Didáctica y currículum**, Paidós, México
- Ornelas, C. (1991), **El sistema educativo mexicano. La transición de fin de siglo**, SEP, México
- Sánchez, M. De (1996), **Desarrollo de habilidades del pensamiento proceso básico del pensamiento**, Ed. Trillas, Mexico
- UANL (1993), **Proyecto de Reforma Académica en el Nivel Medio Superior**, México
- UANL (1998), **Visión 2006** Universidad Autonoma de Nuevo León
- UANL (1998), **Apuntes del curso Didáctica general**, Maestría en enseñanza de las ciencias (Especialidad en matematicas)
- UANL (1999), **Apuntes del curso Didáctica de las matemáticas**, Maestría en enseñanza de las ciencias (Especialidad en matematicas)
- Zarzar Charur, C (1994). **Habilidades básicas para la docencia**, Ed Patria, México

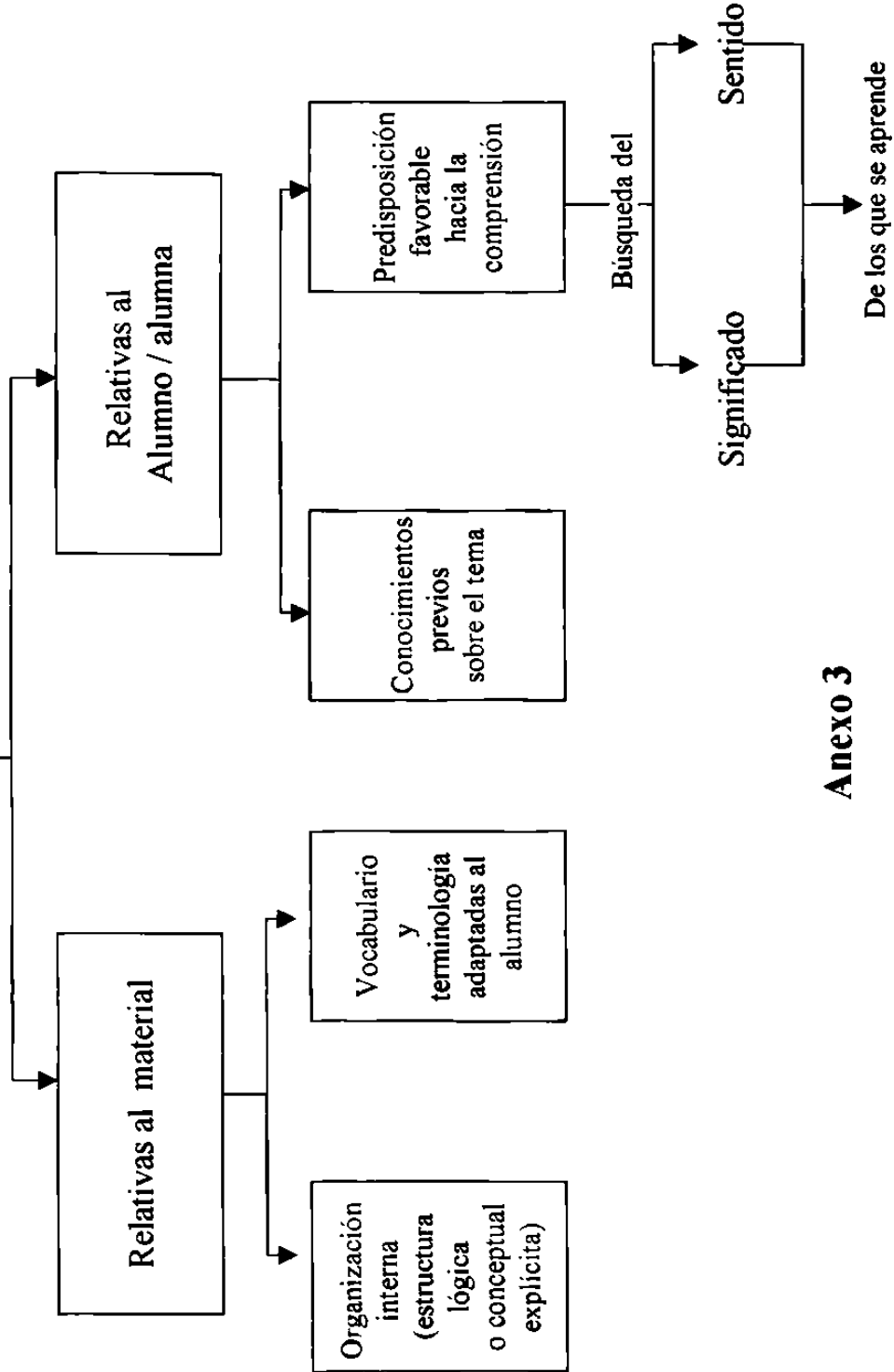
CONTENIDOS



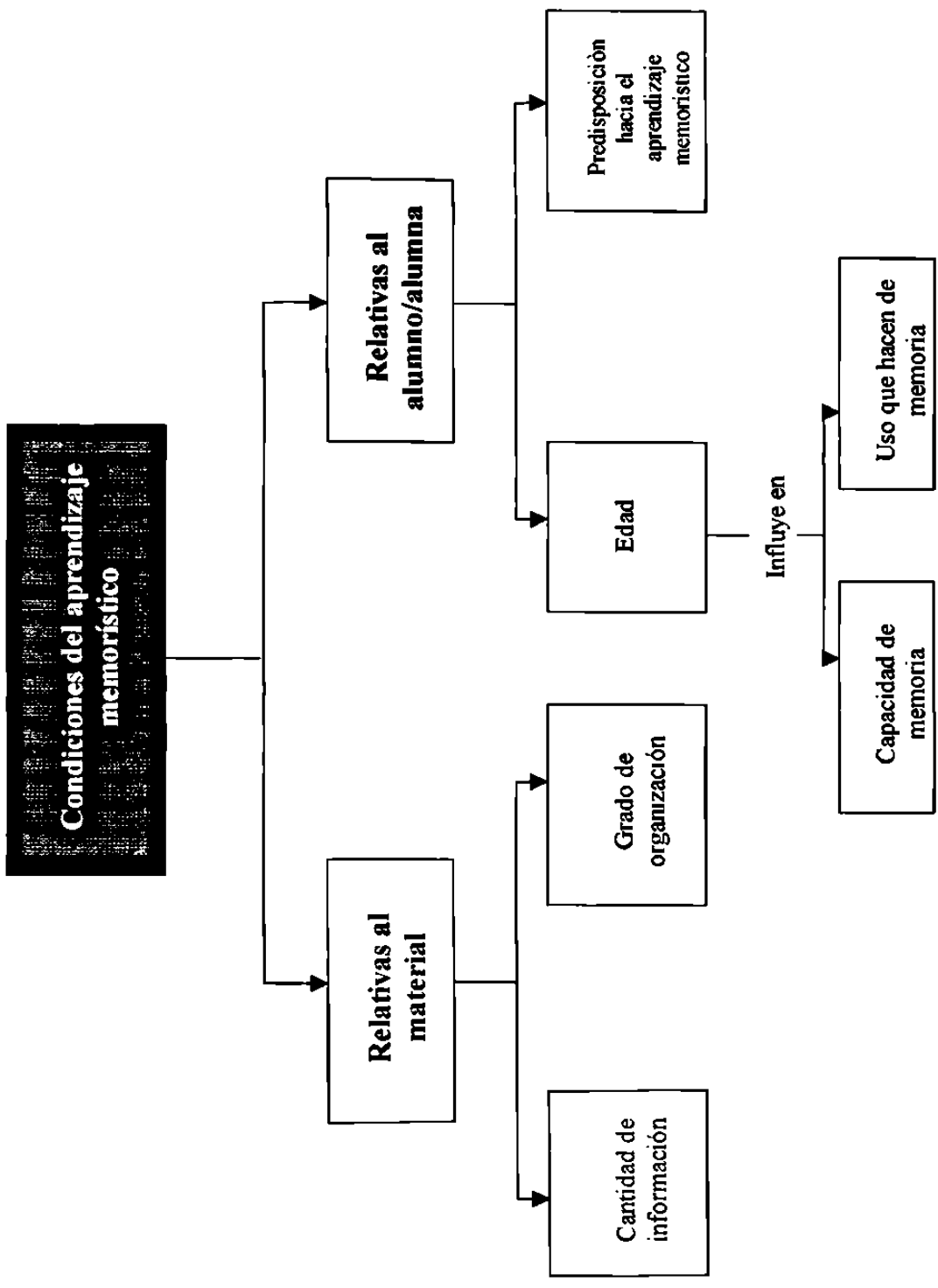
Modelo de Aprendizaje significativo de Ausubel.



CONDICIONES DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO



Anexo 3



TIPO DE ACTIVIDADES

Según el propósito didáctico, actividades para:	Según el momento didáctico, actividades de:	Según el número de participantes, actividades:
<ul style="list-style-type: none">✓ Asimilar y comprender un tema✓ Elaborar y desarrollar un tema✓ Intervenir en un objeto o situación	<ul style="list-style-type: none">✓ Introducción, descubrimientos, orientación✓ Análisis , desarrollo, estudio✓ Generalización	<ul style="list-style-type: none">✓ Individuales✓ En grupos pequeños✓ Grupales
<ul style="list-style-type: none">✓ Adquirir una habilidad o destreza	<ul style="list-style-type: none">✓ Aplicación, resumen y culminación	



SERVICIOS DE AGUA Y DRENAJE DE MONTERREY, I.P.D.

R.F.C. SA0 960528 572 MATAMOROS PTE. 1717 COL. OBISPADO 64010 MONTERREY, NL

FACTURA POR SERVICIOS MESES DE ADEUDO 1

NOMBRE Y DIRECCION: CARLOS BERNAL ALONSO TAMPICO 3649 MITRAS NTE. CUENTA: 6-21-00340-0

FECHA DE VENCIMIENTO: 04 AGO 99

FECHA EMISION	CAT	CASAS	EVITE LA SUSPENSION. PAGUE A TIEMPO
14 JUL 99	02Y	1	SALDO ANTERIOR
LECTURA ACTUAL	LECTURA ANTERIOR	CONSUMO M ³	RECHARGOS
80	71	9	CARGO FIJO
No. MEDIDOR	CONTRATO		CUOTA AGUA
1378117	381453		CUOTA DRENAJE
PUEDE PAGARSE EN BANCOS: BENAVIDES, FAMSA, GASOLINERAS AMOXCO, GIGANTE, H.E.B., OXXO, SORIANA Y 7 ELEVEN			OTROS CARGOS
			IVA
TOTAL A PAGAR \$			39.70

GONZALITOS 6200011 (*) VER AL REVERSO
 NO LAVES TU AUTO CON MANGUERA, USA UNA CUBETA

SERVICIOS DE AGUA Y DRENAJE DE MONTERREY, I.P.D.

R.F.C. SA0 960528 572 MATAMOROS PTE. 1717 COL. OBISPADO 64010 MONTERREY, NL

FACTURA POR SERVICIOS MESES DE ADEUDO 1

NOMBRE Y DIRECCION: CARLOS BERNAL ALONSO TAMPICO 3649 MITRAS NTE. CUENTA: 6-21-00340-0

FECHA DE VENCIMIENTO: 02 JUN 99

FECHA EMISION	CAT	CASAS	EVITE LA SUSPENSION. PAGUE A TIEMPO
14 MAY 99	02Y	1	SALDO ANTERIOR
LECTURA ACTUAL	LECTURA ANTERIOR	CONSUMO M ³	RECHARGOS
60	48	12	CARGO FIJO
No. MEDIDOR	CONTRATO		CUOTA AGUA
1378117	381453		CUOTA DRENAJE
PUEDE PAGARSE EN BANCOS: BENAVIDES, FAMSA, GASOLINERAS AMOXCO, GIGANTE, H.E.B., OXXO, SORIANA Y 7 ELEVEN			OTROS CARGOS
			IVA
TOTAL A PAGAR \$			50.60

GONZALITOS 6200011 (*) VER AL REVERSO
 CUIDA EL AGUA, NO UTILICES LA MANGUERA



SERVICIOS DE AGUA Y DRENAJE DE MONTERREY, I.P.D.

R.F.C. SA0 960528 572 MATAMOROS PTE. 1717 COL. OBISPADO 64010 MONTERREY, NL

FACTURA POR SERVICIOS MESES DE ADEUDO 1

NOMBRE Y DIRECCION: CARLOS BERNAL ALONSO TAMPICO 3649 MITRAS NTE. CUENTA: 6-21-00340-0

FECHA DE VENCIMIENTO: 01 SEP 99

FECHA EMISION	CAT	CASAS	EVITE LA SUSPENSION. PAGUE A TIEMPO
13 AGO 99	02Y	1	SALDO ANTERIOR
LECTURA ACTUAL	LECTURA ANTERIOR	CONSUMO M ³	RECHARGOS
90	80	10	CARGO FIJO
No. MEDIDOR	CONTRATO		CUOTA AGUA
1378117	381453		CUOTA DRENAJE
PUEDE PAGARSE EN BANCOS: BENAVIDES, FAMSA, GASOLINERAS AMOXCO, GIGANTE, H.E.B., OXXO, SORIANA Y 7 ELEVEN			OTROS CARGOS
			IVA
TOTAL A PAGAR \$			43.90

GONZALITOS 6200011 (*) VER AL REVERSO
 EL AGUA ES VIDA, NO LA DESPERDICIES

SERVICIOS DE AGUA Y DRENAJE DE MONTERREY, I.P.D.

R.F.C. SA0 960528 572 MATAMOROS PTE. 1717 COL. OBISPADO 64010 MONTERREY, NL

FACTURA POR SERVICIOS MESES DE ADEUDO 1

NOMBRE Y DIRECCION: CARLOS BERNAL ALONSO TAMPICO 3649 MITRAS NTE. CUENTA: 6-21-00340-0

FECHA DE VENCIMIENTO: 07 JUL 99

FECHA EMISION	CAT	CASAS	EVITE LA SUSPENSION. PAGUE A TIEMPO
11 JUN 99	02Y	1	SALDO ANTERIOR
LECTURA ACTUAL	LECTURA ANTERIOR	CONSUMO M ³	RECHARGOS
71	60	11	CARGO FIJO
No. MEDIDOR	CONTRATO		CUOTA AGUA
1378117	381453		CUOTA DRENAJE
PUEDE PAGARSE EN BANCOS: BENAVIDES, FAMSA, GASOLINERAS AMOXCO, GIGANTE, H.E.B., OXXO, SORIANA Y 7 ELEVEN			OTROS CARGOS
			IVA
TOTAL A PAGAR \$			47.30


GONZALITOS 6200011 (*) VER AL REVERSO
 LAS CALLES Y BANQUETAS NO SE RIEGAN, SE BARREN

Segundo da Segundo

TUS
LLAMADAS
SON
IMPORTANTES
Y NO PUEDEN
HACERSE
EN UNOS
SEGUNDOS

DURACION DE LA LLAMADA

COSTOS POR LLAMADA

		OTRAS COMPANIAS
30 seg.	\$5.00	\$2.88
60 seg.	\$5.00	\$5.75
90 seg.	\$10.00	\$8.63
120 seg.	\$10.00	\$11.50
150 seg.	\$15.00	\$14.38
180 seg.	\$15.00	\$17.24
210 seg.	\$20.00	\$20.11
240 seg.	\$20.00	\$22.99
270 seg.	\$25.00	\$25.86
300 seg.	\$25.00	\$28.74

TARIFAS INCLUYEN IVA

TELCEL, PRECIOS VALIDOS SOLO EN CONTRATACION DE PLANES A 18 MESES. SUJETO A ACTIVACION. PRECIOS MAS IVA

EDRO

CENTRO
Av. Hidalgo 443 -A
344-03-93
y 344-4093

CUMBRES
Paseo de los Leones
1244-5 333-6872
y 333-9686

CONTRY
Av. Revolución
3633 L-2
357-9800 y 365-2466

STO DOMINGO
Av. Santo Domingo
416-A Col. St. Domingo
330-9301

05

Población en aumento...

En esta ocasión, solamente le tomó 12 años a la humanidad agregar mil millones de personas más a la población del planeta.

Fechas memorables...



Ya somos 6 mil millones

¿Será posible frenar a tiempo el crecimiento de la población al punto de lograr que haya espacio, alimentos y agua potable para todos a través de los siglos? ¿O este aumento, especialmente elevado en los países en vías de desarrollo, continuará de manera que la pobreza y el hambre se conviertan en males inevitables que amenacen en el futuro a todos los habitantes del planeta? Esas preguntas son clave hoy, en que, en el Día Mundial de la Población, se redondea el número de habitantes en el planeta a 6 mil millones.

Un bebé reglo
VIDA
Población mundial:
6 mil millones
INTERNACIONAL

