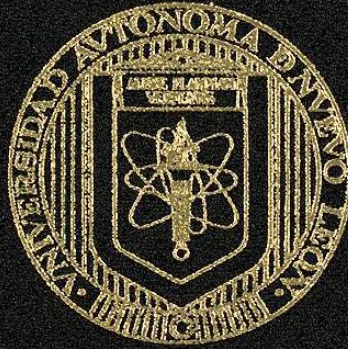


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO



ANALISIS DE TECNICAS PARA SECUENCIAS
LOGICAS

POR

ING. CLAUDIA ALINA MADRIGAL BARRAGAN

TESIS

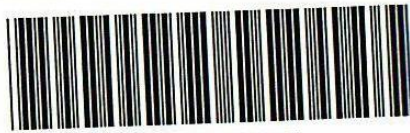
EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
INGENIERIA ELECTRICA CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

MONTERREY, N. L., JUNIO DE 1999

C.A.M.B.

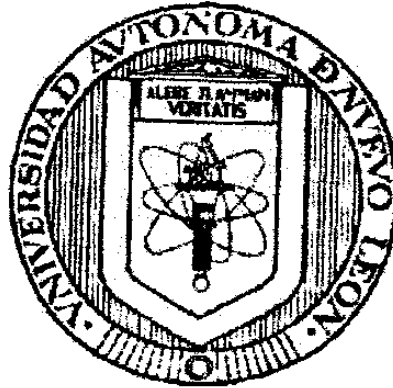
ANALISIS DE TECNICAS PARA SECUENCIAS
LOGICAS

TM
Z5853
.M2
FIME
1999
M3



1020130035

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO



ANALISIS DE TECNICAS PARA SECUENCIAS LOGICAS

POR

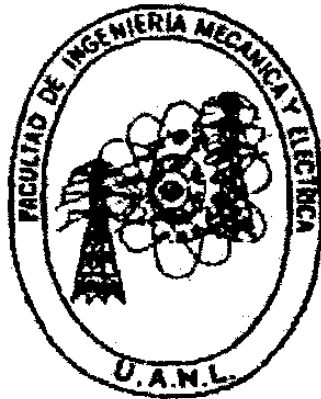
ING. CLAUDIA ALINA MADRIGAL BARRAGAN

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA
ELECTRICA CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

MONTERREY, N.L., JUNIO DE 1999

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO



ANALISIS DE TECNICAS PARA SECUENCIAS LOGICAS

POR

ING. CLAUDIA ALINA MADRIGAL BARRAGAN

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA
ELECTRICA CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

MONTERREY, N.L., JUNIO DE 1999

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "Análisis de Técnicas para Secuencias Lógicas" realizada por la Ing. Claudia Alina Madrigal Barragán, matrícula 776074 sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Control.

El comité de Tesis



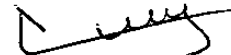
Asesor

Dr. Cesar Elizondo González



Coasesor

M.C. Guadalupe Ignacio Cantú Garza



Coasesor

M.C. Sergio Martinez Luna



Vo.Bo.

M.C. Roberto Villarreal Garza

División de Estudios de Post-Grado

San Nicolás de los Garza, N.L., Junio de 1999

0135-31560

H
Z5853
• M2
FINE
1079
M3.



FONDO
TESIS

AGRADECIMIENTOS

A mi familia quien con su apoyo ayudó a terminar esta Tesis, Al Doctor Cesar Elizondo González que generosamente prestó su tiempo y colaboró para buscar la información necesaria para la realización de esta Tesis.

Al M.C. Guadalupe Ignacio Cantú Garza quien también prestó su tiempo y me recomendó bibliografías de las cuales obtuve información valiosa.

Al M.C. Sergio Martínez Luna quien compartió su tiempo muy amablemente.

También deseo agradecer el tiempo que dedicó a asesorarme en el tema, sin ser oficialmente coasesor de mi tesis al Doctor Ernesto López Mellado que se encuentra radicando en Guadalajara.

A mis compañeros de la Maestría por darme todo el apoyo y ánimo para terminarla.
Y a todas las personas cercanas que conocen el objetivo de esta Tesis.

PROLOGO

Esta tesis muestra como con el paso de los años se han podido encontrar ciertas técnicas para resolver las secuencias lógicas, cabe aclarar que en años anteriores la forma de resolverlas era por medio del diagrama eléctrico y posteriormente se representaba en el diagrama escalera utilizando la experiencia desarrollada a este tipo de problemas.

En la actualidad también se sigue usando la manera antes mencionada, solo que ahora se nos muestra la oportunidad de usar técnicas que ayudan a resolver este tipo de secuencias lógicas, con ello logramos una mayor rapidez para obtener el resultado deseado.

En esta tesis se partirá del conocimiento de las compuertas lógicas, como su nombre lo indica son indispensables para resolver las secuencias lógicas.

Se dará una breve descripción de las compuertas básicas, así como se mostrará la forma en como se representa cada una de las compuertas.

También en este tipo de compuertas interviene el álgebra booleana, aquí será desglosada con sus leyes y teoremas, ya que más adelante se utilizará para comprender las expresiones que serán empleadas en las técnicas de secuencias lógicas.

Es de gran importancia que cada capítulo sea entendido para lograr una comprensión de los capítulos siguientes.

Las técnicas para resolver secuencias lógicas se encuentran en capítulos diferentes con el fin de obtener una mayor comprensión.

Cada técnica mostrará los pasos a seguir para llegar a resolver la secuencia lógica, es decir, en el método de variable lógica desarrollado por el Dr. Cesar Elizondo González nos da la siguiente descripción en la cual se nos indica que por medio de 12 casos mostrados a través de un gráfica con una pendiente de 45° podemos llegar a resolver las secuencias lógicas, estos casos son posibles porque se realizan en la parte superior de la pendiente que corresponde a la parte real.

Esta técnica toma también en cuenta la relación que hay entre la causa y el efecto, todo esto es desarrollado respecto al tiempo.

La siguiente técnica del método de Roth consiste en formar una tabla tomando en cuenta las condiciones para que se cumpla la salida deseada, es decir, cada entrada tiene como fin una salida, y de acuerdo a las condiciones de entrada obtenemos una respuesta en la salida, pero es importante saber que esta técnica no permite dos cambios simultáneos a la vez.

Las tablas que se formen de esta técnica tienen la oportunidad de ser reducidas con el fin de obtener la ecuación más óptima en la secuencia lógica.

Se desglosarán todos los pasos para lograr la mayor comprensión del método de Roth.

Es importante mencionar que el M.C. Guadalupe Ignacio Cantú Garza ayudó a la comprensión de esta técnica y prestó muy amablemente su valioso tiempo y paciencia.

Una vez que se logró la comprensión de las técnicas antes mencionada se mostrará un capítulo con las aplicaciones de las mismas con el fin de observar cuando es más conveniente utilizar cada técnica, así como las limitaciones que presenta y saber cuando utilizar cada una de ella.

Los ejemplos mostrados parten de un caso simple, al que se le ira incrementando la complejidad, las salidas permanecerán iguales para observar el comportamiento que tienen cada una de las técnicas.

Con ello se trata de mostrar que contamos con otra herramienta más para resolver problemas de este tipo.

INDICE

	Página
Agradecimientos-----	0
Prólogo-----	i
Capítulo 1.- Síntesis -----	1
Capítulo 2.-Introducción -----	4
2.1 Planteamiento del problema-----	4
2.2 Objetivo de la Tesis-----	4
2.3 Justificación de la Tesis-----	5
2.4 Metodología -----	5
2.5 Límites de estudio-----	6
2.6 Revisión bibliográfica -----	6
Capítulo 3.- Conceptos Básicos-----	7
3.1 Principios del álgebra de Boole -----	7
3.2 Otras puertas lógicas-----	8
3.2.1 La función NAND -----	8
3.2.2 La función NOR-----	9
3.2.3 La función OR EXCLUSIVA -----	10
3.2.4 La función NOR EXCLUSIVA-----	11
3.2.5 Panorama general de las puertas lógicas -----	12
3.3 Leyes y teoremas-----	14
Leyes de identidad -----	14
Leyes de complementación -----	14
Ley de involución -----	14
Ley de dualización-----	14
Ley conmutativa -----	14
Ley asociativa -----	15
Ley distributiva -----	15
Teorema de De Morgan -----	15

	Página
Capítulo 4.- Variable Lógica -----	17
4.1 Funciones Lógicas-----	17
4.1.1 Funciones lógicas continuas-----	18
4.1.2 Función lógica estática -----	19
4.1.3 Universo lógico-----	21
4.2 Operadores lógicos -----	22
4.2.1 Operadores temporales-----	22
4.2.1.1 Pasado (<)-----	23
4.2.1.2 Futuro (>)-----	24
4.2.1.3 Conjugado (')-----	24
4.2.2 Operadores atemporales-----	25
4.2.2.1 Permutación lógica (~)-----	25
4.2.2.2 Negado-----	26
4.2.3 Propiedades básica de los operadores lógicos -----	27
4.3 Propiedades básicas de funciones estáticas continuas-----	32
4.3.1 Propiedades de funciones aplicando la unión y la intersección -	32
4.3.2 Propiedades de 2 funciones con operadores temporales y atemporales-----	34
4.4 Análisis de una función lógica -----	39
4.4.1 Parte significativa de la función-----	40
4.4.2 Parte complementaria de la función -----	40
4.4.3 Propiedades de la parte significativa y complementaria-----	40
4.5 Síntesis de funciones lógicas -----	46
4.5.1 Síntesis de funciones lógicas combinacionales-----	46
4.6 Síntesis de secuencias -----	57
4.7 Clasificación de los casos de variable lógica -----	63
4.8 Aplicación de variable lógica-----	74

	Página
Capítulo 5.- Método de Routh -----	79
5.1 Derivación y reducción de tablas de flujo -----	79
5.1.1 Derivación de la tabla de flujo primitiva -----	79
5.1.2 Reducción de la tabla de flujo primitiva-----	84
5.2 Asignación de estados y realización de tablas de flujo-----	92
5.2.1 Estados de asignación para tablas de 3 y 4 filas -----	94
5.3 Filas asignadas -----	99
5.3.1 Tabla para completar salidas -----	104
5.4 Diseño de secuencias asíncronas -----	107
Capítulo 6.- Aplicaciones de técnicas para resolver secuencias asíncronas -----	118
6.1 Caso 1 -----	118
6.1.1 Aplicación del método de Variable Lógica -----	119
6.1.2 Aplicación del método de Roth -----	123
6.2 Caso 2 -----	133
6.2.1 Aplicación del método de Variable Lógica-----	133
6.2.2 Aplicación del método de Roth-----	138
6.3 Caso 3-----	142
6.3.1 Aplicación del método de Variable Lógica-----	142
6.3.2 Aplicación del método de Roth-----	147
Capítulo 7.- Conclusiones y Recomendaciones -----	151
Conclusiones-----	151
7.1.1 Método de Variable lógica -----	151
7.1.2 Método de Roth -----	151
7.2 Recomendaciones -----	152
7.2.1 Método de Roth -----	152
7.2.2 Método de Variable lógica -----	152
Bibliografía -----	153
Lista de Figuras -----	154

	Página
Lista de Tablas -----	160
Apéndice A Simbología-----	162
Glosario -----	163
Resumen Autobiográfico -----	165

CAPITULO 1

SINTESIS

En los siguientes capítulos descritos en esta Tesis se muestra un panorama general de los principios básicos de las compuertas lógicas AND, OR, NOT, OR EXCLUSIVA, NAND, NOR, para comprender de manera precisa los métodos de secuencias lógicas.

Se mostrará la simbología que tiene cada compuerta, es decir la manera de como se puede identificar cada una de ellas, la tabla de verdad que lo rige, que sucede con las compuertas básicas cuando se le agrega una compuerta NOT.

Se conocerá de donde provienen la compuerta OR EXCLUSIVA.

Se observa también la simbología que se presenta al combinar las compuertas y la tabla de verdad que lo rige.

Se hará énfasis a las leyes y teoremas, entre los cuales se mencionan la ley de identidad, la ley de complementación, la ley de involución, ley de dualización.

Un teorema indispensable en esta tesis es el teorema de De Morgan , con lo anterior también se incluirá la ley conmutativa, la ley asociativa y distributiva.

Comprendido los principios básicos de las compuertas lógicas, sus leyes y teoremas se describirán a continuación los pasos que siguen las técnicas de secuencias lógicas.

Una de las técnicas que se menciona es la de “Variable Lógica” implementada por el Dr. Cesar Elizondo González en la materia de “Variable Lógica” impartida en la Maestría de Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Control en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Con la cual se analizará el pasado que indica lo que había antes de que se presentara la función, el futuro que indica lo que se encuentra después de la función, el conjugado que nos muestra un cambio que hay, ya sea en la parte significativa o complementaria hacia una sección que no se encontraba en dicha parte significativa o complementaria, el

permutado de una función que muestra el cambio que hay de la parte significativa a la parte complementaria y viceversa.

Todas estas funciones pasado, futuro, conjugado, permutado presentarán sus características correspondientes.

Las compuertas lógicas también son representadas en este método con la ayuda del estado complementario y significativo (Esto se describe con mayor detalle en el capítulo correspondiente), aclarando que también se representan con la ayuda de las condiciones conjugado, permutado etc. Según sea el caso.

De lo anterior se obtienen doce casos para resolver las secuencias lógicas bajo condiciones que se deben cumplir, entre las cuales se mencionan la relación P y Q, La relación causa-efecto llevando consigo un inicio y un fin, las causas de creación, las causas de extinción, si 2 o más variables no pueden ser causas circunstanciales mutuamente, entre otras más.

Se menciona que antes de llegar a los doce casos se muestra una gráfica con una pendiente de 45° donde el t_i (tiempo de inicio) y el t_f (tiempo de fin) son linealmente independientes, observando que en la pendiente de 45° hacia arriba se tiene la parte real y debajo de dicha pendiente se tiene la parte imaginaria. Solo se trabajará con la parte real.

Y la pendiente antes mencionada nos ayuda a describir las compuertas lógicas mencionadas en los primeros renglones de la síntesis.

Utilizando también la gráfica de 45° se obtendrán los doce casos y será señalado si la ecuación es secuencial, en este caso la ecuación será dividido en dos ecuaciones que son las ecuaciones de creación y las ecuaciones de extinción para formar finalmente una sola ecuación.

El otro tipo de ecuación que puede surgir es el combinacional que solo consta de una ecuación.

Cabe aclarar que dentro de los doce casos la relación P y Q muestra los casos f), g) y h) por lo que también será mostrado el caso inverso, es decir, la relación Q y P dando como resultado los casos g) y h) pero inverso el caso f) inverso no existe.

Una vez resuelta la secuencia lógica por este método se procede a efectuar el diagrama de escalera.

El método que también será analizado es el “Método de Roth” en el cual se muestran los diversos pasos para llegar a la ecuación para resolver las secuencias lógicas, los pasos fundamentales para este método son : Derivación y Reducción de la tabla de flujo, esta tabla será elaborada en base a la condiciones del caso, es decir la tabla presentará condiciones de entradas, variables de estado que es el valor presentado de acuerdo al comportamiento de las entradas dando con ello una respuesta en la salida.

Y la reducción será con el fin de no tener condiciones repetidas para ello se procede a efectuar la búsqueda de los estados redundantes es decir que los estados estables tengan las mismas salidas y estén localizadas en la misma columna observando que los estados siguientes también sean equivalentes y se encuentren localizados en las demás columnas que forman la tabla, estos estados siguientes serán equivalentes por que se encuentran en otra columna en la misma fila del estado estable por lo tanto la salida es igual y también se debe observar que sus estados siguientes sean equivalentes.

También se le darán estados de asignación una vez reducida las filas en la tabla, con el objeto de conocer cuantas variables se manejarán.

Posteriormente será tomado en cuenta una tabla para complementar salidas esto con el fin de no confundir las condiciones finales para que no se produzca una salida falsa en la secuencia lógica que se está analizando.

Cabe mencionar que por último será utilizado el mapa de Karnaugh para lograr la obtención de las ecuaciones finales.

Una vez analizado los métodos se procede a efectuar una tabla para observar el comportamiento de estas herramientas para resolver las secuencias lógicas, esta tabla será obtenida de un ejemplo que se muestra en esta Tesis informando que a este ejemplo se le irán incrementando las entradas para observar la respuesta de dichas técnicas, las salidas permanecerán iguales en este ejemplo.

Y por último se darán las conclusiones y recomendaciones para obtener el mayor provecho de cada una de las técnicas mostradas.

CAPITULO 2

INTRODUCCION

2.1 Planteamiento del Problema

Cuando se resuelven secuencias lógicas normalmente se encuentran algunos contratiempos que impiden que sean resueltos de manera óptima.

Entre los contratiempos podemos listar :

- 1.-El tiempo empleado en resolver la secuencia lógica
- 2.-Variables auxiliares extras que aumentan el costo de la secuencia lógica
- 3.-Pasos a seguir para efectuar la técnica para resolver la secuencia lógica
- 4.-Límite de cantidad de variables que acepta la técnica para resolver la secuencia lógica.

Se buscará obtener las ventajas de cada técnica mostrada en esta Tesis para evitar los contratiempos antes mencionados.

2.2 Objetivo de la Tesis

Dar a conocer las diferentes técnicas para resolver las secuencias lógicas y encontrar la más adecuada de acuerdo a las características y condiciones del caso a examinar.

Mostrando con ello los adelantos que han surgido en el estudio de las secuencias lógicas.

Con lo anterior será de indispensable ayuda para reconocer las limitaciones y ventajas que presentan cada una de las técnicas mostradas en esta Tesis.

Realizar ejemplos con las técnicas mencionadas para lograr una mejor comprensión y visualización de cada una de ellas.

2.3 Justificación de la Tesis

En años anteriores se han observado pequeños contratiempos en la programación de secuencias lógicas debido a la pequeña cantidad de técnicas establecidas.

Estas presentan ventajas y desventajas en cuanto a su tiempo de programación, influye también la cantidad de variables que se genera en la técnica, como el número de variables que acepta para obtener los resultados mas satisfactorios.

En la actualidad existen más técnicas entre ellas la de “Variable Lógica” dada a conocer en la Materia de “Variable lógica” impartida en la Maestría de Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Control.

2.4 Metodología

Se utilizarán 2 técnicas para la resolución de secuencias lógicas. Dichas técnicas son : “El Método de Roth” y “Variable lógica” , se hará una comparación por medio de una tabla para conocer las ventajas y desventajas de las técnicas de acuerdo al caso que se presente, en cada ejemplo se mostrará la tabla mencionada para obtener una mayor comprensión señalando los siguientes puntos :

- 1.-Tiempo empleado en resolverlo
- 2.-Cantidad de variables utilizadas
- 3.-Ecuación final
- 4.-Variables extras entre cada uno de los métodos
- 5.-Pasos efectuados para llegar a la ecuación final de la secuencia lógica
- 6.-¿ La solución considera atrasos ?
- 7.- ¿ El problema planteado se logró resolver ?

2.5 Límites de estudio

Se enfoca a las secuencia lógicas mejor conocidas como secuencias asíncronas, se hará una comparación de las técnicas “Variable lógica” y “Método de Roth” para observar el medio más eficaz para resolver las secuencias a examinar.

2.6 Revisión bibliográfica

Las bibliografías empleadas en esta Tesis presentan el método de Roth para resolver secuencia asíncronas contra un método del cual tengo conocimiento a partir de 1997 llamado “Variable lógica” implementado por el Dr. Cesar Elizondo González. Observando el fin que tiene cada una. El cual es el de resolver secuencias asíncronas utilizando ambas diagramas de tiempo la diferencia de este último método es que en el mismo diagrama de tiempo se emplea para obtener las ecuaciones sin necesidad de agregar un paso extra, solo hay que observar en que caso de los 12 mostrados se encuentra para establecer la ecuación. Mientras que en el método de Roth hay que crear otros pasos para llegar a resolver la secuencia asíncrona. La aportación de esta Tesis es dar a conocer cuando conviene emplear cada técnica por medio de una tabla comparativa que será llenada de acuerdo a un ejemplo, en la cual se mencionan tiempo empleado, variables auxiliares utilizadas, si considera atrasos, la ecuaciones finales utilizadas, saber si se logró resolver, cantidad total de variables, cantidad de pasos para lograr dichas ecuaciones. Con lo anterior se darán las recomendaciones para emplear cada técnica, así como las ventajas y desventajas de cada una.

CAPITULO 3

CONCEPTOS BASICOS

3.1 PRINCIPIOS DEL ALGEBRA DE BOOLE

En los circuitos de conmutación se utilizan dos conexiones lógicas. El signo (+) se utiliza para la función OR (O) que representa un circuito paralelo equivalente. El símbolo de multiplicar (punto u otros símbolos similares) indica la función AND (Y), y se puede comparar a circuitos de conmutadores en serie. En álgebra de Boole no se utilizan los signos de restar (-) ni de dividir (/) ya que estas funciones no son válidas ni utilizables con expresiones lógicas.

Las leyes del álgebra booleana gobiernan la forma de operación de la función AND, cuyas leyes formales de la función AND son : [5]

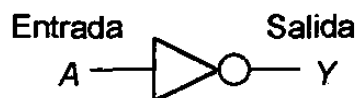
$A \bullet 0 = 0$
$A \bullet 1 = A$
$A \bullet A = A$
$A \bullet \bar{A} = 0$

Las leyes del álgebra booleana gobiernan la forma de operación de la puerta OR. Las leyes formales para la función OR son : [5]

$A + 0 = A$
$A + 1 = 1$
$A + A = A$
$A + \bar{A} = 1$

La función NOT conocida como inversor es igual a uno cuando la variable (independiente) es igual a cero. De la misma manera la función es igual a cero cuando la variable independiente es igual a uno. Se representa de la siguiente forma:

Figura 3.1



Las leyes del álgebra booleana gobiernan la acción del inversor, o función NOT. Las leyes formales para la función antes mencionada son las siguientes : [5]

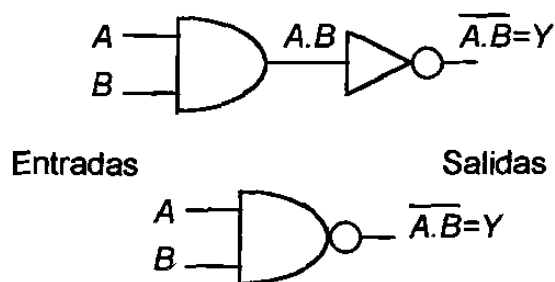
$$\begin{array}{ll} \bar{0} = 1 & \bar{1} = 0 \\ \text{Si } A = 1 & \bar{A} = 0 \\ \text{Si } A = 0 & \bar{A} = 1 \\ & \bar{\bar{A}} = A \end{array}$$

3.2 Otras Puertas lógicas

3.2.1 La función NAND

Es el AND complementado o la función NOT AND el “NAND es la contracción del NOT AND”. La función es igual a cero cuando todas las variables son igual a uno. De igual manera la función es igual a uno cuando una o mas de las variables son igual a cero[7]. La función NOT invierte $A \bullet B$, se añade una barra de complementación a la expresión booleana obteniéndose $\overline{A \bullet B} = Y$ [5]

Figura 3.2



Cuya tabla de verdad se muestra a continuación :

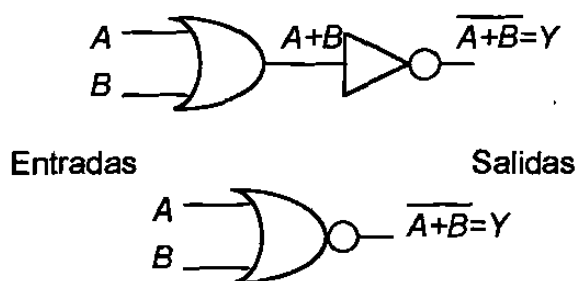
Entradas		Salidas
B	A	NAND
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

3.2.2 La función NOR

Es el OR complementado o NOT OR cuya contracción es "NOR". Dicha función es igual a cero cuando una o mas de las variables son iguales a uno y será igual a uno solo cuando todas las variables sean igual a cero. [3]

Se muestra a continuación la representación de la función NOR. [5]

Figura 3.3



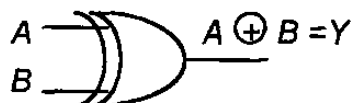
Cuya tabla de verdad es :

Entradas		Salidas
B	A	NOR
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

3.2.3 La función OR EXCLUSIVA

Denominada también puerta de “algunos pero no todos” con frecuencia es sustituido por XOR, podemos observar que la tabla de verdad es similar a la tabla de verdad OR, excepto que cuando ambas entradas son 1, la puerta XOR genera un cero. Esta puerta es verdadera cuando un número impar de variables de entradas son verdaderas. La cual se representa como [5] :

Figura 3.4

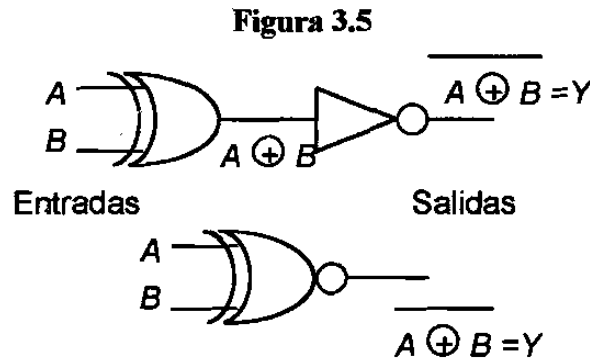


Cuya tabla de verdad es :

Entradas		Salida
B	A	$Y = \bar{B}A + B\bar{A}$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

3.2.4 La función NOR EXCLUSIVA

La puerta XOR produce la expresión $A \oplus B$ cuando esta se invierte, se obtiene la expresión booleana para la puerta XNOR $\overline{A \oplus B} = Y$. Cuya representación es :



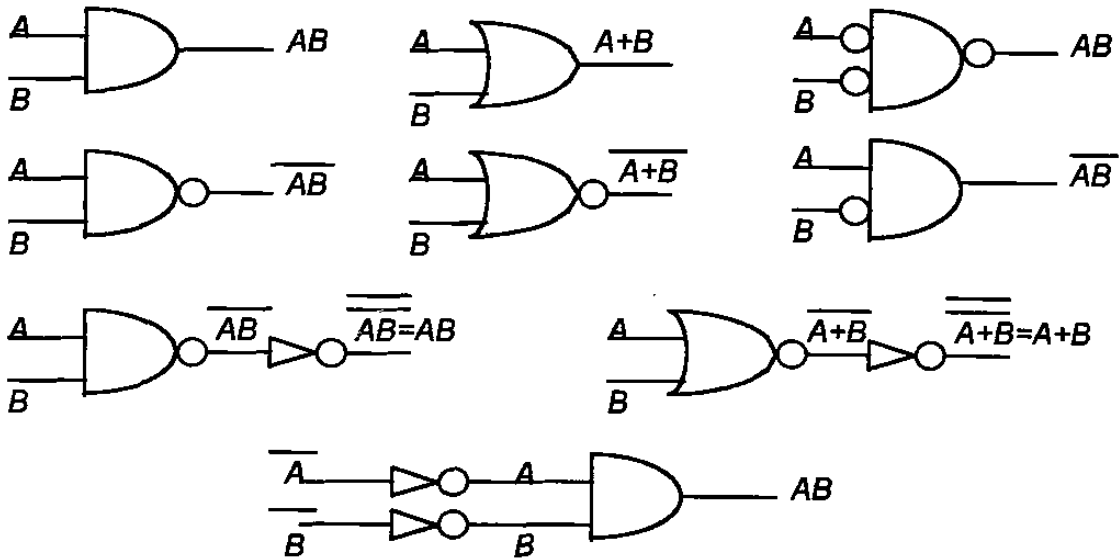
Donde : $\overline{A \oplus B} = Y = \overline{AB + \overline{A}\overline{B}} = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$

Mientras la puerta XOR es un detector de un número impar de 1, la puerta XNOR detecta un número par de 1. La puerta XNOR producirá una salida 1 cuando en las entradas aparezca un número par de 1.

Cuya tabla de verdad es [5] :

Entradas		Salida
B	A	$Y = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Figura 3.6



Las letras tales como A, B, C etc., se utilizan en álgebra de Boole para indicar variables, y cada una de ellas se conoce como un símbolo literal. Como estas variables sólo pueden tomar los valores 1 y 0, la demostración de los teoremas resulta sencilla, pues sólo hay que sustituir estos dos valores por cada variable. Este procedimiento de demostración resultaría prácticamente imposible en el álgebra ordinaria, en la que las variables pueden tomar miles de valores diferentes.

En álgebra de Boole, como en otras partes de las matemáticas, hay una serie de teoremas, principios y postulados de los que se pueden deducir otras leyes (que son consecuencias de proposiciones válidas y probadas). Que nos ayudan a reducir circuitos complicados por medio de la manipulación algebraica de expresiones booleanas [5].

3.3 Leyes y Teoremas Fundamentales

Leyes de identidad

La suma de 0 a un símbolo literal no cambia este literal

$$A + 0 = A$$

La multiplicación por 1 de un literal no cambia este literal

$$A \cdot 1 = A$$

Leyes de complementación

Cambiar todos los unos por ceros, cambiar todos los ceros por unos,, cambiar todas las conexiones lógicas AND por OR, cambiar todas las conexiones lógicas OR por AND, y cambiar cada A por \bar{A} , \bar{A} por A , B por \bar{B} , etc.

Ley de Involución

Si se complementa dos veces, se vuelve a obtener la expresión original.

$$\overline{(\bar{A})} = A$$

Ley de dualización

Si se cambian los elementos (1,0) y los operadores (conexiones lógicas), pero no se complementan los literales se consigue una expresión dual que responde a la misma proposición lógica.

$$A + (0 \cdot \bar{B}) \text{ se convierte en } A(1 + B)$$

Ley conmutativa

El orden en que se suma o se multiplica un par de variables no altera el resultado final

$$A + B = B + A$$

$$A \cdot B = B \cdot A$$

Ley asociativa

El orden en que se suman o se multiplica n variables no altera el resultado final.

$$(A+B)+C = A+(B+C) = A+B+C$$

$$(A \bullet B) \bullet C = A \bullet (B \bullet C) = A \bullet B \bullet C$$

Ley distributiva

La multiplicación de una variable n por la suma de otras variables n es igual a la suma del producto de la primera y la segunda con el producto de la primera y la tercera.

$$A(B+C) = (A \bullet B) + (A \bullet C)$$

3.4 Teorema de De Morgan

El complemento de un producto de literales es equivalente a la suma de los complementos de los literales, y el complemento de una suma de literales es equivalente al producto de los complementos de los literales [4].

AB	$(A \bullet B)$	$(A \bullet B)^{-}$
0 0	0	1
0 1	0	1
1 0	0	1
1 1	1	0
	$\bar{A}\bar{B}$	$(\bar{A} + \bar{B})$
	1 1	1
	1 0	1
	0 1	1
	0 0	0

El resultado es el mismo por lo que : $(A \bullet B)^{-} = \bar{A} + \bar{B}$

AB	$(A+B)$	$(A+B)'$
00	0	1
01	1	0
10	1	0
11	1	0

$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}\bullet\bar{B}$
11	1
10	0
01	0
00	0

El resultado es el mismo por lo que :

$$(A+B)' = \bar{A}\bullet\bar{B}$$

CAPITULO 4

VARIABLE LOGICA

La siguiente información fue tomada de la clase de Variable Lógica, impartida en Post-grado por el Dr. Cesar Elizondo González.

En este capítulo la variable toma un rango de “ C o S ” donde “ C ”= valor complementario y “ S ”= valor significativo, se debe tomar uno u otro pero no ambos.

Se debe considerar el argumento de la Variable Lógica “ t ” que es un valor de tiempo.

4.1 Funciones Lógicas

En este tema es importante saber que en una función $f(x)$, donde x es el argumento elemento del dominio de la función y si evaluamos la función en todos los elementos del dominio, obtenemos un conjunto de valor denominado rango.

Cuando el rango de una función está formado solo por 2 elementos, entonces se dice que es una función lógica.

Si tomamos referencia del álgebra booleana, el rango de una función lógica es $\{0,1\}$.

Pero en este estudio, el rango de una variable lógica $f(t)$ estará contenida $L = \{c,s\}$ donde c es un valor complementario y s es un valor significativo.

El argumento de la variable lógica, “ t ” es un valor de tiempo, $t \in T$, $T = \{t \in \mathcal{R}\}$

Si la variable toma uno de los dos valores “ c ” o “ s ” pero no los dos a la vez, la variable $f(t)$ se considera de tipo lógico.

Entonces para todo valor de “ t ” elemento del dominio de una variable lógica, tendrá el valor $f(t)$ ya sea en “ c ” o “ s ” por lo tanto tenemos $(t, f(t))$ que se llamará “estado lógico” y podrá ser : (t,s) , (t,c) .

Se muestra a continuación el estado significativo y el complementario [2]

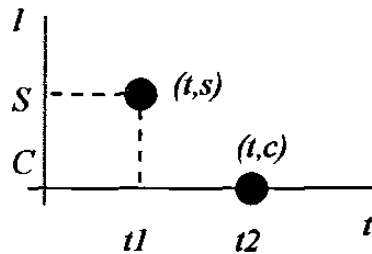


Figura 4.1.1

Función lógica

Es el conjunto de puntos en el estado lógico, algunos en el estado significativo otros en el estado complementario durante el tiempo [2].

Dado un dominio “ x ” y una variable l definida en x por $f_x(x)$, entonces se le

llamará una función lógica de x a :

X =función lógica

$$X = \{(t, l) | l \in L, l = f_x(t) \forall t \in T\}$$

Ejemplo :

$$f_x(t) = \{ c \ 2 \leq t < 4 \quad o \quad 10 \leq t < 12 \} \\ \{ s \ 4 \leq t < 8 \}$$

4.1.1 Funciones Lógicas Continuas

Una función lógica X es continua con dominio x si su dominio x es continuo . [1]

Dominio Continuo

$$x \text{ es continuo} \Leftrightarrow \forall t_a, t_b \in x \ \forall t / t_a < t < t_b, t \in x$$

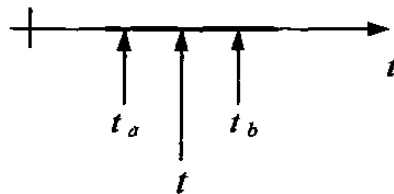


Figura 4.1.2

Ejemplo :

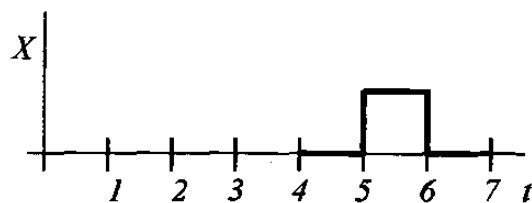


Figura 4.1.3

$4 \leq x \leq 7$ es continua

La función x es continua

4.1.2 Función Lógica Estática.

La función lógica X con dominio x , tal que su valor lógico permanece constante en λ . Es decir que λ es igual a c o a s , pero nunca cambia de valor durante el dominio x , independientemente de la continuidad o discontinuidad de su dominio.

$$X = \{(t, \lambda) / t \in x, \lambda = f_x(t) = \text{cte}\}$$

Para este tipo de funciones se adopta una nomenclatura más compacta, como se muestra en seguida

$$X = [x, \lambda]$$

Ejemplo :

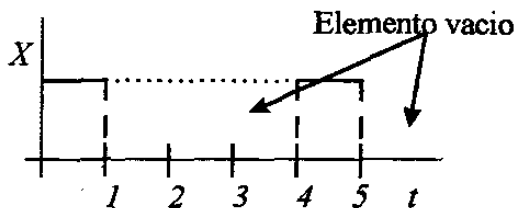


Figura 4.1.4

$$\lambda = \{s \mid 0 \leq s < 1 \\ 4 \leq s < 5\}$$

X = función lógica estática

$$x = \{t \mid 0 \leq t < 1 \vee 4 \leq t < 5\}$$

Funciones estáticas Continuas

Una función X es continua en el dominio de x si $\forall t_m, t_M \in X / t_m < t_M \exists t / t_m < t_M < t < t_M \ t \in X$

Una función lógica estática X con un dominio x , se dirá que es continua si su dominio es continuo.

Ejemplo :

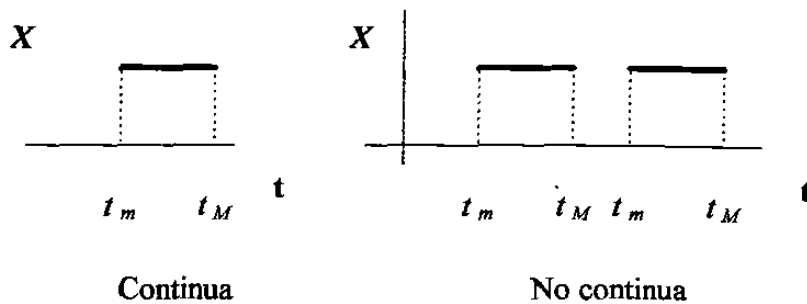


Figura 4.1.5

4.1.3 Universos Lógicos

Un caso interesante de las funciones lógicas estáticas continuas es cuando su dominio x es igual al universo temporal T .

Dado que el valor lógico λ tiene solo dos posibilidades, $\lambda=s$, o $\lambda=c$.

Entonces existen dos funciones lógicas con $x=T$, $[T,s]$ y $[T,c]$, las cuales se definirán de la manera siguiente :

$$S = [T,s]$$

S = Universo significativo

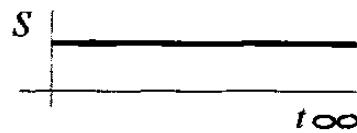


Figura 4.1.6

C = Universo complementario

$$C = [T,c]$$

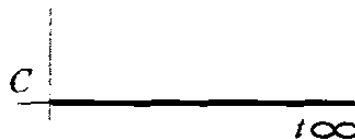


Figura 4.1.7

La unión universo lógico significativo y el universo lógico complementario se le llamará el universo lógico.

U = Universo lógico

$$U = C \cup S$$

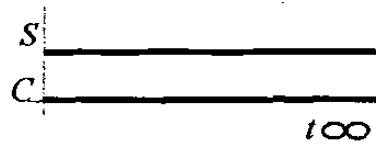


Figura 4.1.8

A primera instancia se puede pensar que este universo está equivocado ya que difiere del concepto tradicional. Pero el siguiente ejemplo muestra que el universo lógico es adecuado a nuestra forma de pensar.

Si utilizamos un ejemplo aplicando el verbo correr como el dominio de x para conocer el negado de \bar{x} tenemos:

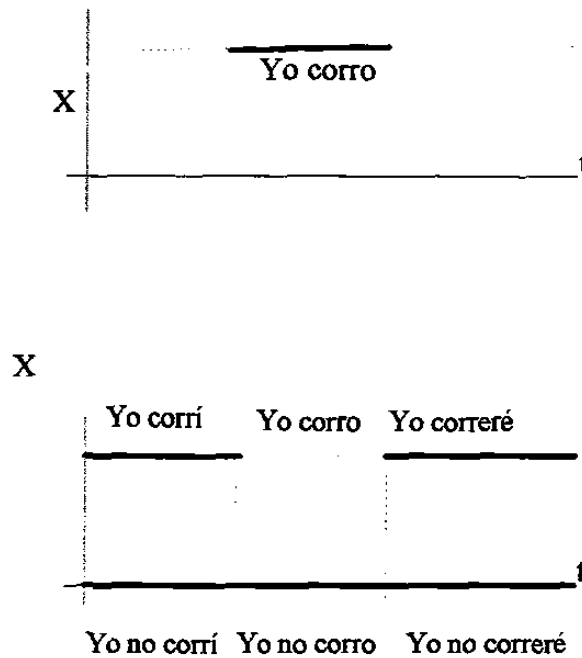


Figura 4.1.9

4.2 Operadores lógicos

4.2.1 Operadores Temporales

Dado que en nuestro razonamiento emplearemos como argumentos lógicos la anterioridad y la posterioridad de eventos, entonces se proponen los operadores

lógicos temporales : pasado, futuro, conjugado. Estos operadores se definen sólo para funciones lógicas estáticas continuas.

4.2.1.1 Pasado. (<)

El pasado de una función lógica $X=[x,\lambda]$ se obtiene en función del pasado de su dominio x , el cual es definido de la siguiente manera :

$X=[x,\lambda] = \{(t, \lambda) / t \in x\}$ función estática Continua

$x^< = \text{Pasado del dominio } x \subset T$

$x^< = \{t \in T / t < \min(x)\}$

$x^< = \text{Pasado de } X$

$X^< = [x^<, \lambda] = \{(t, \lambda) / t \in T \text{ y } t < \min(x)\}$

$X^< = \{(t, \lambda) / t \in x^<\}$

$X^< = [x^<, \lambda]$

De lo anterior se obtiene la propiedad del operador pasado

$[x,\lambda]^< = [x^<, \lambda]$

A continuación se muestra un ejemplo :

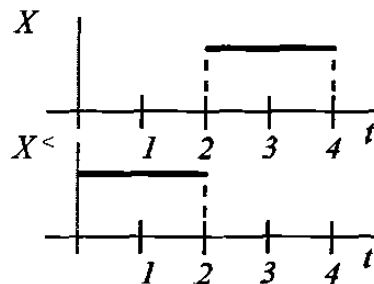


Figura 4.2.1

$x = \{t / 2 \leq t \leq 4\}$

$x^< = \{t / 0 \leq t < 2\}$

$x^< = \{(t, \lambda) / 0 \leq t < 2\}$

4.2.1.2 Futuro (>)

El futuro de una función lógica $X=[x,\lambda]$ se obtiene en función del futuro de su dominio x y se define :

$$X=[x,\lambda] = \{(t, \lambda) / t \in x\} \text{ función estática Continua}$$

futuro del dominio $x \subset T$

$$x^> = \{t \in T / t < \max(x)\}$$

$$x^> = \text{futuro de } X$$

$$X^> = [x,\lambda]^> = \{(t, \lambda) / t \in T \text{ y } t < \max(x)\}$$

$$X^> = \{(t, \lambda) / t \in x^>\}$$

$$X^> = [x^>,\lambda]$$

Con la anterior se obtiene la propiedad del operador futuro

$$[x,\lambda]^> = [x^>,\lambda]$$

Una vez obtenido el pasado y futuro de una función concluimos que :

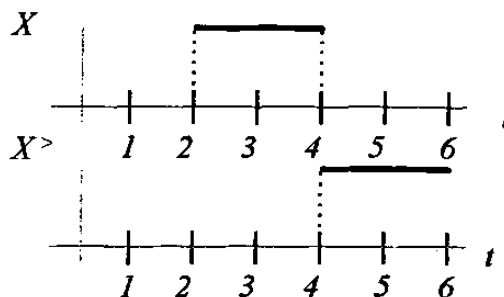


Figura 4.2.2

4.2.1.3 Conjugado X^*

El conjugado de una función lógica $X=[x,\lambda]$ se obtiene en función del conjugado de su dominio x , el cual es definido a continuación :

$$X^* = [x,\lambda]^*$$

$$X^{\circ} = \{(t, \lambda) / t \in T, t \notin X\}$$

$$X^{\circ} = \{t / t \in T, t \notin X\}$$

$$X^{\circ} = \{(t, \lambda) / t \in X\}$$

$$= [x^{\circ}, \lambda]$$

$$X^{\circ} = [x, \lambda]^{\circ} = [x^{\circ}, \lambda]$$

Se representa de la siguiente forma :

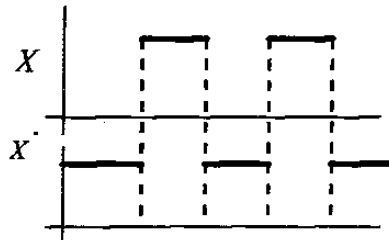


Figura 4.2.3

4.2.2 Operadores Atemporales

El negado es un operador que se ha empleado tradicionalmente en la lógica. Pero existe un operador atemporal que empleamos en nuestro razonamiento el cual le llamaremos permutado lógico, y si no analizamos con suficiente detalle, este último se puede confundir por error con el negado.

4.2.2.1 Permutación lógica (\sim)

Cuando tomamos un verbo en primera persona, por ejemplo *yo corro* y lo pasamos a *yo no corro*. En este caso estamos haciendo una permutación de activo a pasivo, que en caso general sería de significativo a complementario.

Por error a esta permutación se le ha considerado como una negación, pero si analizamos el universo de posibilidades del verbo correr, estas serían *yo corro*, *yo*

corrí, yo correré, yo no corro, yo no corrí y yo no correré. De tal manera que el negado de yo corro es el conjunto formado con los otros restante.

$$l \in L = \{c, s\}$$

$$c \sim = s \sim$$

$$s \sim = c \sim$$

$$c \sim \sim = (c \sim) \sim = (s) \sim$$

$$c \sim \sim = c$$

$$s \sim \sim = (s \sim) \sim = (c) \sim$$

$$s \sim \sim = s$$

4.2.2.2 Negado

Es importante resaltar que este operador es tomado de la Teoría de Conjuntos.

En las siguientes gráficas se muestra la negación de X .

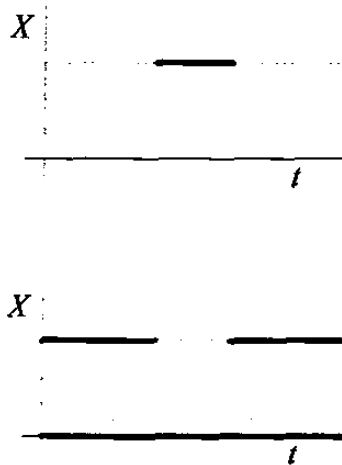


Figura 4.2.4

4.2.3 Propiedades Básicas de los Operadores Lógicos

Cada operador presenta propiedades que nos ayudan a conocer sus características.

Propiedades del conjugado

La representación de una función conjugada X es representada a continuación :

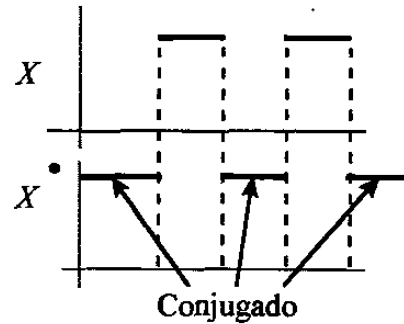


Figura 4.2.5

$X=[x,\lambda]$ =función lógica estática

$$X^\bullet = \{t / t \in T, t \notin x\}$$

$$X \cup X^\bullet = \{t / t \in x \text{ o } (t \in T, t \notin x)\}$$

$$X \cup X^\bullet = T$$

$$X \cap X^\bullet = \phi$$

$$X=[x,\lambda]$$

$$X^\bullet=[x^\bullet,\lambda]$$

$$X \cup X^\bullet = [(x \cup x^\bullet),\lambda]$$

$$X \cup X^\bullet = [T,\lambda]$$

La intersección

$$X \cup X^{\cdot} = [(x \cap x^{\cdot}), \lambda]$$

$$X \cup X^{\cdot} = [\phi, \lambda] = \phi$$

Conjugado del conjugado

$$X^{\cdot} = [x^{\cdot}, \lambda]$$

$$X^{\cdot\cdot} = [x^{\cdot\cdot}, \lambda]$$

Por otra parte, tenemos :

$$(X^{\cdot}) \cup (X^{\cdot})^{\cdot} = T$$

$$X^{\cdot} \cup X^{\cdot\cdot} = T \quad (1)$$

$$(X^{\cdot}) \cap (X^{\cdot})^{\cdot} = \phi$$

$$X^{\cdot} \cap X^{\cdot\cdot} = \phi \quad (2)$$

$$(1) (X^{\cdot} \cup X^{\cdot\cdot}) \cap X = T \cap X$$

$$(X^{\cdot} \cap X) \cup (X^{\cdot\cdot} \cap X) = X$$

$$X^{\cdot\cdot} \cap X = X \quad (3)$$

Tomando ahora $X \cup X^{\cdot} = T$ e intersectandolo con $X^{\cdot\cdot}$ en ambos lados :

$$X \cup X^{\cdot} = T$$

$$(X \cup X^\circ) \cap X^{\circ\circ} = T \cap X^{\circ\circ}$$

$$(X \cap X^{\circ\circ}) \cup (X^\circ \cap X^{\circ\circ}) = X^{\circ\circ}$$

Dado que $X^\circ \cap X^{\circ\circ} = \emptyset$, entonces

$$X \cap X^{\circ\circ} = X^{\circ\circ} \quad (4)$$

De acuerdo a la ecuación (3) tenemos :

$$X \subset X^{\circ\circ} \quad (5)$$

De acuerdo a la ecuación (4)

$$X^{\circ\circ} \subset X \quad (6)$$

Tomando las ecuaciones (5) y (6), entonces :

$$X^{\circ\circ} = X$$

Propiedades del conjugado de la función estática continua

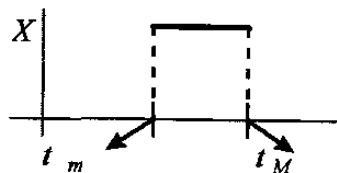


Figura 4.2.6

$$X = [x, \lambda]$$

$$X^\circ = [x, \lambda]^\circ$$

$$= [x, \lambda]$$

$$X^\circ = \{(t, \lambda) / t \notin x\}$$

$$= \{(t, \lambda) / t < t_m \text{ o } t > t_M\}$$

$$X^\circ = \{(t, \lambda) / t \in x^< \text{ o } t \in x^>\}$$

$$= \{(t, \lambda) / (t, \lambda) \in x^< \text{ o } (t, \lambda) \in x^>\}$$

$$= \{(t, \lambda) / (t, \lambda) \in (x^< \cup x^>)\}$$

$$X^\circ = X^< \cup X^>$$

$$(X^\circ)^\circ = (X^< \cup X^>)^\circ$$

$$X = (X^<)^\circ \cap (X^>)^\circ$$

$$X = X^<^\circ \cap X^>^\circ$$

Lo anterior es representado a continuación

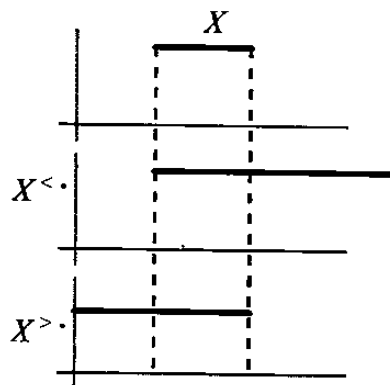


Figura 4.2.7

Propiedades de la Permutación

La representación de una función permutada de X es representada como :

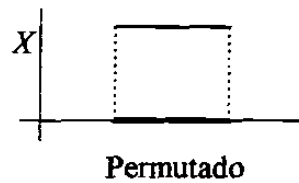


Figura 4.2.8

De acuerdo a la definición del permutado lógico, tenemos lo siguiente.

$$c \sim = s$$

$$s \sim = c$$

$$c \sim = s \sim = c$$

$$s \sim = c \sim = s$$

$$x \cap x \sim = \phi$$

Empleando este último resultado, se demuestra la siguiente propiedad

$$(X \cup X \sim) = \{(t, l) \mid (t, l) \in X \text{ o } (t, l) \in X \sim\}$$

lo anterior implica que $l = l^* \text{ o } l = l^* \sim$, por lo tanto $l \in \{l^*, l^* \sim\}$ entonces :

$$= \{(t, l) \mid l \in \{l^*, l^* \sim\}, \forall t \in x\}$$

$$= \{(t, l) \mid l \in \{c, s\}, \forall t \in x\}$$

En el caso particular que $x = T$ entonces resulta

$$X \cup X \sim = U$$

El resultado anterior es representado gráficamente como se muestra a continuación :

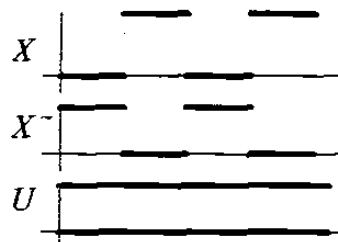


Figura 4.2.9

X =función cualquiera

$x=T$ dominio de X

$$X \cup X^{\sim} = X \cup X^{\sim}$$

$$(X \cup X^{\sim}) \cap X^{\sim} = (X \cup X^{\sim}) \cap X^{\sim}$$

$$(X \cap X^{\sim}) \cup X^{\sim} = (X \cap X^{\sim}) \cup (X^{\sim} \cap X^{\sim})$$

$$X^{\sim} = X^{\sim} \cap X^{\sim}$$

Lo anterior implica que :

$$X^{\sim} \subset X^{\sim}$$

Por otra parte

$$(X \cup X^{\sim}) \cap X^{\sim} = (X \cup X^{\sim}) \cap X^{\sim}$$

$$(X \cap X^{\sim}) \cup (X^{\sim} \cap X^{\sim}) = (X \cap X^{\sim}) \cup (X^{\sim})$$

$$X^{\sim} \cap X^{\sim} = X^{\sim}$$

Implicando entonces lo siguiente :

$$X^{\sim} \subset X^{\sim}$$

$$\therefore X^{\sim} = X^{\sim} \text{ Cuando } x = T.$$

4.3 Propiedades Básicas de funciones estáticas continuas

En este punto se analizan algunas de las propiedades básicas que presentan los operadores : pasado, futuro, conjugado y permutado ; al aplicar la unión e intersección de funciones lógicas estáticas con un valor lógico común, $A = [a, \lambda]$ y $B = [b, \lambda]$.

Es importante mencionar algunas propiedades fundamentales como :

$$A=B \Leftrightarrow a = b \text{ y } \lambda_a = \lambda_b, A \cap B = 0 \Leftrightarrow \lambda_b = \lambda_{a^{\sim}}$$

4.3.1 Propiedades de funciones aplicando la unión y la intersección

A, B son funciones lógicas \therefore si $A=B \Rightarrow a=b$ tenemos la siguiente representación [2]

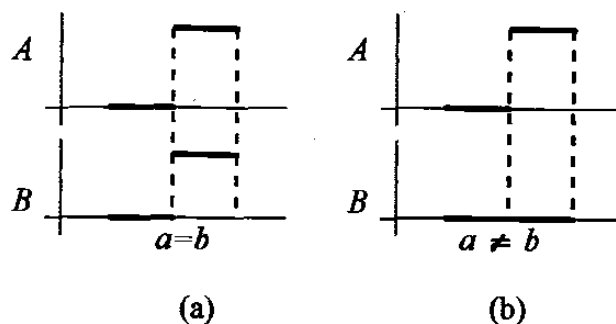


Figura 4.3.1

Como se observa en la figura 4.3.1 (b) la funciones A y B no son iguales .

A continuación se dan las siguientes funciones A y B , pero B se observa afectado por el permutado por lo tanto no se intersectan.

$$A=[a, \lambda]$$

$$B=[b, \lambda]$$

$$A \cap B = \emptyset$$

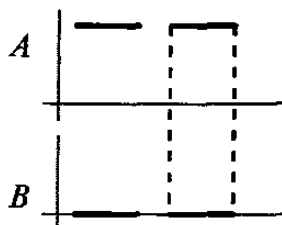


Figura 4.3.2

Unión

$$\text{Sean : } A=[a, \lambda]=\{(t, \lambda) \mid t \in a\}$$

$$B=[b, \lambda]=\{(t, \lambda) \mid t \in b\}$$

Tenemos la unión representada :

$$A \cup B = \{(t, \lambda) \mid (t, \lambda) \in A \text{ o } (t, \lambda) \in B\}$$

$$= \{(t, \lambda) \mid t \in a \text{ o } t \in b\}$$

$$= \{(t, \lambda) \mid t \in (a \cup b)\}$$

$$= [(a \cup b), \lambda]$$

$$[a, \lambda] \cup [b, \lambda] = [(a \cup b), \lambda]$$

Intersección

$$\begin{aligned}
A \cap B &= \{(t, \lambda) \mid (t, \lambda) \in A \text{ y } (t, \lambda) \in B\} \\
&= \{(t, \lambda) \mid t \in a \text{ y } t \in b\} \\
&= \{(t, \lambda) \mid t \in (a \cap b)\} \\
&= [(a \cap b), \lambda] \\
[a, \lambda] \cap [b, \lambda] &= [(a \cap b), \lambda]
\end{aligned}$$

Por lo tanto concluimos :

$$\begin{aligned}
A &= [a, \lambda] \\
B &= [b, \lambda] \\
[a, \lambda] \cup [b, \lambda] &= [(a \cup b), \lambda] \\
[a, \lambda] \cap [b, \lambda] &= [(a \cap b), \lambda]
\end{aligned}$$

4.3.2 Propiedades de 2 funciones con operadores temporales y atemporales.

En este punto se analizará la aplicación de operadores temporales y atemporales a la unión e intersección de dos funciones lógicas estáticas continuas $A = [a, \lambda]$, $B = [b, \lambda]$ tales que $A \cap B \neq \phi$

El pasado de la unión ($A \cup B$)

$$\begin{aligned}
(A \cup B) &= [(a \cup b), \lambda] \\
(A \cup B)^{<} &= [(a \cup b)^{<}, \lambda]^{<}
\end{aligned}$$

De acuerdo a la propiedad demostrada en el punto 4.2.1.1, se obtiene lo siguiente :

$$(A \cup B)^{<} = [(a \cup b)^{<}, \lambda]$$

En seguida se obtiene la expresión resultante de $(a \cup b)^{<}$

$$\begin{aligned}
(a \cup b)^{<} &= \{t \in T \mid t < \min(a \cup b)\} \\
&= \{t \in T \mid t < a_{\min} \text{ y } t < b_{\min}\} \\
&= \{t \in T \mid t \in a^{<} \text{ y } t \in b^{<}\} \\
&= \{t \in T \mid t \in (a^{<} \cap b^{<})\}
\end{aligned}$$

$$(a \cup b)^{<} = a^{<} \cap b^{<}$$

Aplicando este resultado a $(A \cup B)^{<}$ obtenemos :

$$\begin{aligned}
 (A \cup B)^{<} &= [(a \cup b)^{<}, \lambda] \\
 &= [(a^{<} \cup b^{<}), \lambda] \\
 &= [a^{<}, \lambda] \cap [b^{<}, \lambda] \\
 &= [a, \lambda]^{<} \cap [b, \lambda]^{<} \\
 (A \cup B)^{<} &= A^{<} \cap B^{<}
 \end{aligned}$$

Analizaremos el pasado de la intersección $(A \cap B)$.

$$\begin{aligned}
 (A \cap B) &= [(a \cap b), \lambda] \\
 (A \cap B)^{<} &= [(a \cap b)^{<}, \lambda]^{<}
 \end{aligned}$$

De acuerdo a la propiedad demostrada en el punto 4.2.1.1, se obtiene lo siguiente :

$$(A \cap B)^{<} = [(a \cap b)^{<}, \lambda]$$

En seguida se obtiene la expresión resultante de $(a \cap b)^{<}$

$$\begin{aligned}
 (a \cap b)^{<} &= \{t \in T \mid t < \min(a \cap b)\} \\
 &= \{t \in T \mid t < a_{\min} \text{ o } t < b_{\min}\} \\
 &= \{t \in T \mid t \in a^{<} \text{ o } t \in b^{<}\} \\
 &= \{t \in T \mid t \in (a^{<} \cup b^{<})\}
 \end{aligned}$$

$$(a \cap b)^{<} = a^{<} \cup b^{<}$$

Aplicando este resultado a $(A \cap B)^{<}$ obtenemos :

$$\begin{aligned}
 (A \cap B)^{<} &= [(a \cap b)^{<}, \lambda] \\
 &= [(a^{<} \cup b^{<}), \lambda] \\
 &= [a^{<}, \lambda] \cup [b^{<}, \lambda] \\
 &= [a, \lambda]^{<} \cup [b, \lambda]^{<} \\
 (A \cap B)^{<} &= A^{<} \cup B^{<}
 \end{aligned}$$

Si consideramos la unión de 2 funciones con el futuro[2] :

$$A=[a,\lambda]$$

$$B=[b,\lambda]$$

$$(A \cup B)=[(a \cup b),\lambda]$$

$$(A \cup B)^>=[(a \cup b)^>,\lambda]^>$$

De acuerdo a la propiedad demostrada en el punto 4.2.1.1, se obtiene lo siguiente :

$$(A \cup B)^>=[(a \cup b)^>,\lambda]$$

En seguida se obtiene la expresión resultante de $(a \cup b)^>$

$$(a \cup b)^> = \{t \in T \mid t > \max(a \cup b)\}$$

$$= \{t \in T \mid t > a_{\max} \text{ y } t < b_{\max}\}$$

$$= \{t \in T \mid t \in a^> \text{ y } t \in b^>\}$$

$$= \{t \in T \mid t \in (a^> \cap b^>)\}$$

$$(a \cup b)^> = a^> \cap b^>$$

Aplicando este resultado a $(A \cup B)^<$ obtenemos :

$$(A \cup B)^> = [(a \cup b)^>,\lambda]$$

$$= [(a^> \cap b^>),\lambda]$$

$$= [a^>,\lambda] \cap [b^>,\lambda]$$

$$= [a,\lambda]^> \cap [b,\lambda]^>$$

$$(A \cup B)^> = A^> \cap B^>$$

Tomando ahora el futuro de la intersección de 2 funciones A y B tenemos [1]:

$$(A \cap B)=[(a \cap b),\lambda]$$

$$(A \cap B)^>=[(a \cap b)^>,\lambda]^>$$

De acuerdo a la propiedad demostrada en el punto 4.2.1.1, se obtiene lo siguiente :

$$(A \cap B)^>=[(a \cap b)^>,\lambda]$$

En seguida se obtiene la expresión resultante de $(a \cap b)^>$

$$(a \cap b)^> = \{t \in T \mid t > \max(a \cap b)\}$$

$$= \{t \in T \mid t > a_{\max} \text{ o } t < b_{\max}\}$$

$$= \{t \in T \mid t \in a^> \text{ o } t \in b^>\}$$

$$=\{t \in T / t \in (a^{\circ} \cup b^{\circ})\}$$

$$(a \cap b)^{\circ} = a^{\circ} \cup b^{\circ}$$

Aplicando este resultado a $(A \cap B)^{\circ}$ obtenemos :

$$(A \cap B)^{\circ} = [(a \cap b)^{\circ}, \lambda]$$

$$= [(a^{\circ} \cup b^{\circ}), \lambda]$$

$$= [a^{\circ}, \lambda] \cup [b^{\circ}, \lambda]$$

$$= [a, \lambda]^{\circ} \cup [b, \lambda]^{\circ}$$

$$(A \cap B)^{\circ} = A^{\circ} \cup B^{\circ}$$

Analizando la unión de dos funciones con el conjugado tenemos :

$$A = [a, \lambda], B = [b, \lambda]$$

$$(A \cup B) = [(a \cup b), \lambda]$$

$$(A \cup B)^{\circ} = [(a \cup b), \lambda]^{\circ}$$

De acuerdo a la propiedad demostrada en el punto 4.2.1.1 se obtiene :

$$(A \cup B)^{\circ} = [(a \cup b)^{\circ}, \lambda]$$

Se obtiene la expresión resultante de $(a \cup b)^{\circ}$

$$(a \cup b)^{\circ} = \{t \in T / t \notin (a \cup b)\}$$

$$= \{t \in T / t \notin a \text{ y } t \notin b\}$$

$$= \{t \in T / t \in a^{\circ} \text{ y } t \in b^{\circ}\}$$

$$= \{(t, \lambda) / (t, \lambda) \in (a^{\circ} \cap b^{\circ})\}$$

$$(a \cup b)^{\circ} = a^{\circ} \cap b^{\circ}$$

Aplicando el resultado anterior en $(A \cup B)^{\circ}$ obtenemos lo siguiente :

$$(A \cup B)^{\circ} = [(a \cap b)^{\circ}, \lambda]$$

$$= [(a^{\circ} \cap b^{\circ}), \lambda]$$

$$=[a^*, \lambda] \cap [b^*, \lambda]$$

$$=[a, \lambda]^* \cap [b, \lambda]^*$$

$$(A \cup B)^* = A^* \cap B^*$$

Aplicando el conjugado de la intersección de 2 funciones A y B tenemos :

$$A=[a, \lambda], B=[b, \lambda]$$

$$(A \cap B)=[(a \cap b), \lambda]$$

$$(A \cap B)^*=[(a \cap b)^*, \lambda]$$

De acuerdo a la propiedad demostrada en el punto 4.2.1.1 se obtiene :

$$(A \cap B)^*=[(a \cap b)^*, \lambda]$$

Se obtiene la expresión resultante de $(a \cap b)^*$

$$(a \cap b)^* = \{t \in T \mid t \notin (a \cap b)\}$$

$$= \{t \in T \mid t \notin a \text{ o } t \notin b\}$$

$$= \{t \in T \mid t \in a^* \text{ o } t \in b^*\}$$

$$= \{(t, \lambda) \mid (t, \lambda) \in (a^* \cup b^*)\}$$

$$(a \cap b)^* = a^* \cup b^*$$

Aplicando el resultado anterior en $(A \cap B)^*$ obtenemos lo siguiente :

$$(A \cap B)^*=[(a \cup b)^*, \lambda]$$

$$=[(a^* \cup b^*), \lambda]$$

$$=[a^*, \lambda] \cup [b^*, \lambda]$$

$$=[a, \lambda]^* \cup [b, \lambda]^*$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

Por último observamos el comportamiento de la unión y de la intersección ante el operador permutado :

Unión del Permutado

$$(A \cup B) = [(a \cup b), \lambda]$$

$$(A \cup B)^\sim = [(a \cup b)^\sim, \lambda]$$

$$= [(a \cup b), \lambda^\sim]$$

$$= [a, \lambda^\sim] \cup [b, \lambda^\sim]$$

$$= [a, \lambda^\sim] \cup [b, \lambda^\sim]$$

$$(A \cup B)^\sim = A^\sim \cup B^\sim$$

Intersección del Permutado

$$(A \cap B) = [(a \cap b), \lambda]$$

$$(A \cap B)^\sim = [(a \cap b)^\sim, \lambda]$$

$$= [(a \cap b), \lambda^\sim]$$

$$= [a, \lambda^\sim] \cap [b, \lambda^\sim]$$

$$= [a, \lambda^\sim] \cap [b, \lambda^\sim]$$

$$(A \cap B)^\sim = A^\sim \cap B^\sim$$

4.4 Análisis de una función lógica

Las funciones lógicas que se analizarán en este punto, son aquellos cuyo dominio es igual a T. Una función lógica X en general tiene estados lógicos del tipo (t,c) y (t,s) .

Las colecciones de estados lógicos $\{(t,c)\}$ y $\{(t,s)\}$ se definen cada una de ellas como se muestra en seguida.

4.4.1 Parte significativa de la función .

X^s = parte significativa de la función [2].

$$X^s = \{(t,s) / (t,s) \in X\}$$

x_s = dominio de X de la parte significativa

$$x_s = \{t \in T / (t,s) \in X\}$$

Dado que la parte significativa de una función, es una función lógica estática. Entonces se puede emplea la siguiente nomenclatura.

$$X^s = [x_s, s]$$

Graficamente tenemos :

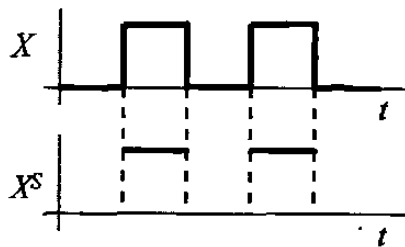


Figura 4.4.1

4.4.2 Parte complementaria de la función.

X^c = parte complementaria de la función [2].

$$X^c = \{(t,c) / (t,c) \in X\}$$

x_c = dominio de X de la parte complementaria

$$x_c = \{t \in T / (t,c) \in X\}$$

Dado que la parte complementaria de una función, es una función lógica estática. Entonces se puede emplea la siguiente nomenclatura.

$$X^c = [x_c, c]$$

Se muestra a continuación la parte complementaria y significativa de una función :

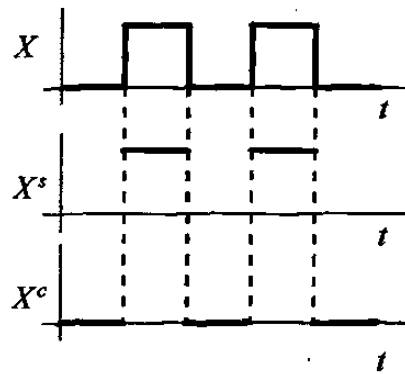


Figura 4.4.2

4.4.3 Propiedades de las partes significativa y complementaria

La unión de la parte complementaria y la parte significativa da como resultado la función X , observe la figura 4.1.3

$$X^c \cup X^s = \{(t,c) \in X \cup (t,s) \in X\}$$

$$X^c \cup X^s = X$$

Dada la forma en que fueron definidas las partes significativa y complementaria, entonces son inmediatas las siguientes propiedades.

A continuación se muestra el análisis

$$\begin{aligned} X \cap C &= (X^c \cup X^s \cap C) \\ &= (X^c \cap C) \cup (X^s \cap C) \end{aligned}$$

$$X \cap C = X^c$$

La razón de este resultado es porque la parte significativa nunca intersecta la parte complementaria ($X^s \cap C = \emptyset$) ya que nos da elemento vacío.

Sabemos que una función está representada $X = X^c \cup X^s$ por lo tanto también será analizada la parte significativa.

$$\begin{aligned} X \cap S &= (X^c \cup X^s \cap S) \\ &= (X^c \cap S) \cup (X^s \cap S) \end{aligned}$$

$$X \cap S = (X^c \cup X^s \cap S)$$

$$X \cap S = X^s$$

Igualdad de funciones.

$$X = \{(t, l) \mid l = f_x(t) \forall t \in x\}$$

$$Y = \{(t, l) \mid l = f_y(t) \forall t \in y\}$$

Partiendo de $X = Y$

$$X = Y$$

$$X^c \cup X^s = Y^c \cup Y^s$$

$$(X^c \cup X^s) \cap C = (Y^c \cup Y^s) \cap C$$

$$(X^c \cap C) \cup (X^s \cap C) = (Y^c \cap C) \cup (Y^s \cap C)$$

$$(X^c \cap C) = (Y^c \cap C)$$

$$X^c = Y^c$$

$$(X^c \cup X^s) \cap S = (Y^c \cup Y^s) \cap S$$

$$(X^c \cap S) \cup (X^s \cap S) = (Y^c \cap S) \cup (Y^s \cap S)$$

$$X^s = Y^s$$

$$X=Y \text{ entonces } X^c = Y^c \text{ y } X^s = Y^s$$

Partiendo de $X^c = Y^c$ y $X^s = Y^s$

$$X^c \cup X^s = Y^c \cup Y^s$$

$$X=Y$$

$$X^c = Y^c \text{ y } X^s = Y^s \text{ entonces } X=Y$$

Tomando los resultados anteriores obtenemos :

$$X=Y \text{ si y solo si } X^c = Y^c \text{ y } X^s = Y^s$$

Propiedades elementales de las partes significativas y complementaria

Primera propiedad. Dado que $x^s \cup x^c = T$ y $x^c \cap x^s = \phi$, entonces :

$$x^s \cup x^c = T$$

$$(x^s \cup x^c) \cap x^c = T \cap x^c$$

$$(x_s \cap x'_c) \cup (x_c \cap x'_c) = x'_c$$

$$x_s \cap x'_c = x'_c \text{ entonces } x'_c \subset x_s$$

Por otra parte tenemos lo siguiente

$$x_c \cup x'_c = T$$

$$(x_c \cup x'_c) \cap x_s = T \cap x_s$$

$$(x_c \cap x_s) \cup (x'_c \cap x_s) = x_s$$

$$x'_c \cap x_s = x_s \text{ entonces } x_s \subset x'_c$$

Tomando las dos conclusiones de contención :

$$x'_c \subset x_s$$

$$x_s \subset x'_c$$

Entonces :

$$x_s = x'_c$$

Aplicando el conjugado y tomando que $Z'' = Z$ se tiene.

$$x_s = x'_c$$

$$x_s' = x''_c$$

$$x_s' = x_c$$

$$x_c = x'_s$$

Concluyendo como primera propiedad :

$$x_s = x'_c$$

$$x_c = x'_s$$

Segunda propiedad. Tomando que $X^s = [x_s, s]$ y $x_s = x_c$, entonces :

$$\begin{aligned} X^s &= [x_s, s] \\ &= [x_c, s] \\ &= [x_c, s]^* \end{aligned}$$

Dado que la función $[x_c, S]^*$ no es congruente en su expresión, porque tiene asignado un valor lógico significativo a un dominio complementario. Entonces es conveniente utilizar $s = \tilde{c}$

$$\begin{aligned} X^s &= [x_c, s]^* \\ &= [x_c, \tilde{c}]^* \\ &= [x_c, c]^{\sim} \end{aligned}$$

$$X^s = X^{c^{\sim}}$$

Si permutamos y conjugamos ambos lados de la identidad anterior, tenemos lo siguiente.

$$\begin{aligned} X^s &= X^{c^{\sim}} \\ (X^s)^{\sim} &= (X^{c^{\sim}})^{\sim} \\ &= (X^{c^{\sim\sim}})^{\sim} \\ &= (X^c)^{\sim} \end{aligned}$$

$$X^{s^{\sim}} = X^c$$

De lo anterior se concluye la segunda propiedad

$$X^s = X^{c^{\sim}}$$

$$X^c = X^{s^{\sim}}$$

Tercera propiedad. Dado que $x = T$, entonces se cumple que $\bar{X} = X^{\sim}$, obteniendo entonces lo siguiente :

$$X = X^c \cup X^s$$

$$\bar{X} = \bar{X}^c \cup \bar{X}^s$$

$$\bar{X} = X^{\sim}$$

$$\bar{X}^c \cup \bar{X}^s = (X^c \cup X^s)^{\sim}$$

$$= X^{c\sim} \cup X^{s\sim}$$

Tomando que el permutado de un valor significativo toma el valor complementario y viceversa, entonces :

$$\bar{X}^c = X^{s\sim}$$

$$\bar{X}^s = X^{c\sim}$$

4.5 Síntesis de funciones lógicas

Toda función en este caso X presenta un tiempo de inicio t_i y un tiempo de fin t_f que son linealmente independiente por lo tanto el evento lógico puede ser representado en \mathbb{R}^2 en el plano (t_i, t_f) .

A la siguiente representación gráfica la llamaremos el *diagrama de tiempo de inicio-tiempo de fin*.

Un evento lógico con tiempo de inicio t_i y tiempo de fin t_f , se representará en el *diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin*.

Un pulso de duración infinitamente pequeño tendrá $t_f \approx t_i$. La representación gráfica del conjunto de todos los pulsos que pueden existir es una línea recta a 45° .

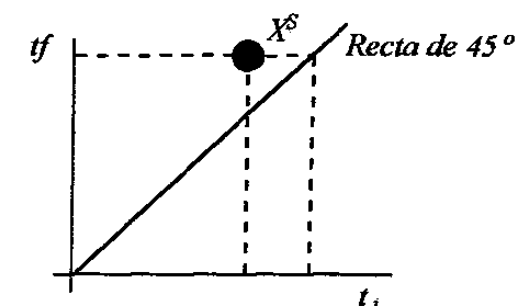


Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

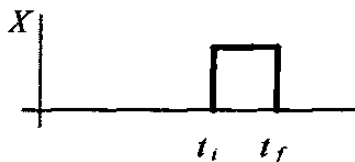


Figura 4.5.1

4.5.1 Síntesis de funciones lógicas combinatoriales

En este punto se analizará la representación gráfica en el diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin y se sintetizará la expresión correspondiente a funciones combinatoriales de dos variables.

Función OR ($A+B$)

La representación gráfica es el triángulo cuyo vértice está señalado por $A + B$

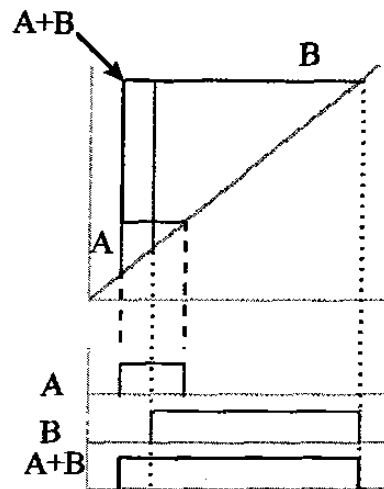


Figura 4.5.2

Suponemos los siguientes contactos en paralelo que representan la función OR.

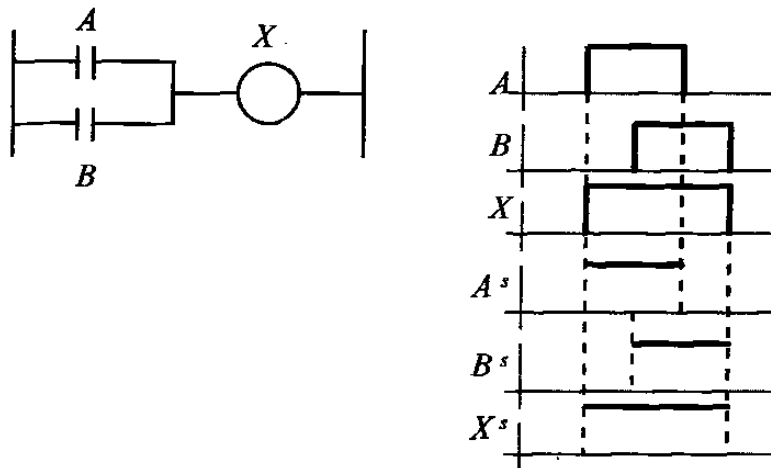


Figura 4.5.3

Observe la figura 4.5.3

$$X^s = A^s \cup B^s$$

$X =$ ¿Cuál es la expresión?

$$X = X^c \cup X^s$$

$$X^c = X^{s^* \sim}$$

$$= (A^s \cup B^s)^{\sim}$$

$$= ((A^s)^{\sim} \cap (B^s)^{\sim})^{\sim}$$

$$= A^{s^* \sim} \cap B^{s^* \sim}$$

$$X^c = A^c \cap B^c$$

$$X = X^c \cup X^s$$

$$= (A^c \cap B^c) \cup (A^s \cup B^s)$$

$$A^c = A \cap C, A^s = A \cap S$$

$$B^c = B \cap C, B^s = B \cap S$$

$$X = (A \cap C \cap B \cap C) \cup (A \cap S) \cup (B \cap S)$$

Con lo anterior se obtiene la expresión de $(A + B)$ en función de A , B y los universos complementario y significativo empleando los operadores unión e intersección.

$$A+B = ((A \cap B) \cap C) \cup ((A \cup B) \cap S)$$

La expresión anterior puede ser representada por la siguiente tabla de verdad

A	B	$A+B$
(t,c)	(t,c)	(t,c)
(t,c)	(t,s)	(t,s)
(t,s)	(t,c)	(t,s)
(t,s)	(t,s)	(t,s)

Función AND ($A \cdot B$)

La representación gráfica es el triángulo cuyo vértice está señalado por $A \cdot B$

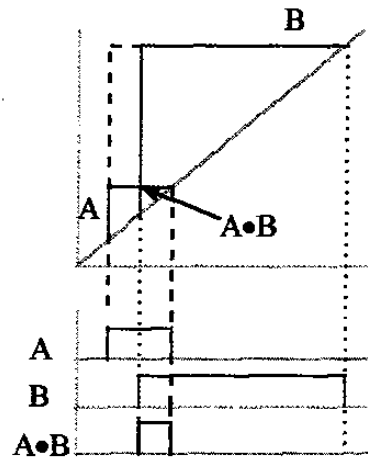


Figura 4.5.4

Suponemos los siguientes contactos en serie que representan la función AND.

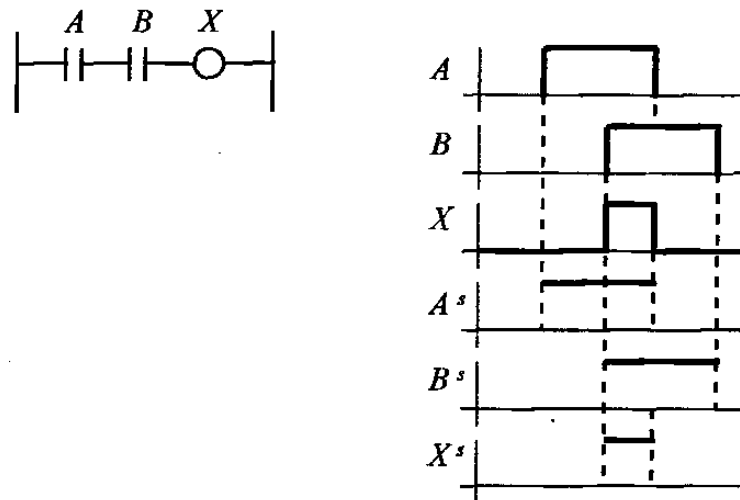


Figura 4.5.5

Observe la figura 4.5.5

$$X^s = A^s \cap B^s$$

$$X = X^s \cup X^c$$

$$X^c = X^{s\sim}$$

$$= (A^s \cap B^s)^{\sim}$$

$$= (A^{s\sim} \cap B^{s\sim})^{\sim}$$

$$= A^{s\sim\sim} \cup B^{s\sim\sim}$$

$$X^c = A^c \cup B^c$$

$X =$ ¿Cuál es la expresión?

$$X = X^c \cup X^s$$

$$= (A^c \cup B^c) \cup (A^s \cap B^s)$$

$$X = (A \cap C \cup B \cap C) \cup (A \cap S \cup B \cap S)$$

$$A \bullet B = ((A \cup B) \cap C) \cup (A \cap B \cap S)$$

La expresión anterior puede ser representada por la siguiente tabla de verdad

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A.B</i>
(<i>t</i> , <i>c</i>)	(<i>t</i> , <i>c</i>)	(<i>t</i> , <i>c</i>)
(<i>t</i> , <i>c</i>)	(<i>t</i> , <i>s</i>)	(<i>t</i> , <i>c</i>)
(<i>t</i> , <i>s</i>)	(<i>t</i> , <i>c</i>)	(<i>t</i> , <i>c</i>)
(<i>t</i> , <i>s</i>)	(<i>t</i> , <i>s</i>)	(<i>t</i> , <i>s</i>)

Función Or Exclusive

Observemos el siguiente caso, supongamos que se desea obtener la función lógica X de dos variables A y B , tal que su parte significativa X^s sea $X^s = (A^s \cup B^s) \cap (A^s \cap B^s)^c$ además se desea obtener el circuito que realice dicha función.

$$\begin{aligned} X^s &= (A^s \cup B^s) \cap (A^s \cap B^s)^c \\ &= (A^s \cup B^s) \cap (A^{s^c} \cup B^{s^c}) \\ &= (A^s \cup B^s) \cap (A^{-s} \cup B^{-s}) \\ &= (A^s \cap A^{-s}) \cup (A^s \cup B^{-s}) \cup (B^s \cap A^{-s}) \cup (B^s \cap B^{-s}) \end{aligned}$$

$$X^s = ((A^s \cap B^{-s}) \cup (B^s \cap A^{-s}))$$

$$X^c = X^{s^c}$$

$$\begin{aligned} X^c &= ((A^s \cap B^{-s}) \cup (B^s \cap A^{-s}))^{s^c} \\ &= (A^{s^c} \cup B^{-s^c}) \cap (B^{s^c} \cup A^{-s^c}) \end{aligned}$$

$$X^c = (A^c \cup B^{-c}) \cap (B^c \cup A^{-c})$$

De la expresión de X^c se obtiene la de X^s de la siguiente manera :

$$\begin{aligned} X^s &= X^{c^c} \\ &= (A^c \cup B^{-c})^{c^c} \cap (B^c \cup A^{-c})^{c^c} \\ &= (A^c \cup B^{-c})^c \cap (B^c \cup A^{-c})^c \\ &= (A^{c^c} \cap B^{-c^c})^c \cup (B^c \cap A^{-c})^c \\ X^s &= (A^s \cap B^{-s}) \cup (B^s \cap A^{-s}) \end{aligned}$$

Para facilitar el manejo algebraico es conveniente introducir las variables w y z de la siguiente manera :

$$(A^s \cap B^{-s}) = W^s, (B^s \cap A^{-s}) = Z^s$$

$$X^c = X^{s \cdot \sim}$$

$$X^c = (A^s \cap B^{-s})^{\cdot \sim} \cap (B^s \cap A^{-s})^{\cdot \sim}$$

$$= W^{s \cdot \sim} \cap Z^{s \cdot \sim}$$

$$= W^c \cap Z^c$$

$$X^s = W^s \cup Z^s$$

$$X^c = W^c \cap Z^c$$

$$X = X^s \cup X^c$$

$$= (W^s \cup Z^s) \cup (W^c \cap Z^c)$$

$$X = W + Z$$

$$W^s = A^s \cap B^{-s}$$

$$W^c = W^{s \cdot \sim}$$

$$= (A^s \cap B^{-s})^{\cdot \sim}$$

$$= A^{s \cdot \sim} \cup B^{-s \cdot \sim}$$

$$= A^c \cup B^{-c}$$

$$W = W^s \cup W^c$$

$$= (A^s \cap B^{-s}) \cup (A^c \cup B^{-c})$$

$$= A \bullet B^{-}$$

$$Z^s = B^s \cap A^{-s}$$

$$Z^{\circ} = Z^{s\sim}$$

$$= (B^s \cap A^{-s})^{\sim}$$

$$= B^{s\sim} \cup A^{-s\sim}$$

$$= B^{\circ} \cup A^{-\circ}$$

$$Z = Z^s \cup Z^{\circ}$$

$$= (B^s \cap A^{-s}) \cup (B^{\circ} \cup A^{-\circ})$$

$$Z = B \bullet A^{-} = A \bullet \bar{B}$$

De lo anterior se obtienen :

$$X = A \bullet \bar{B} + \bar{A} \bullet B$$

La expresión anterior es la correspondiente a la definición del “Or exclusive”

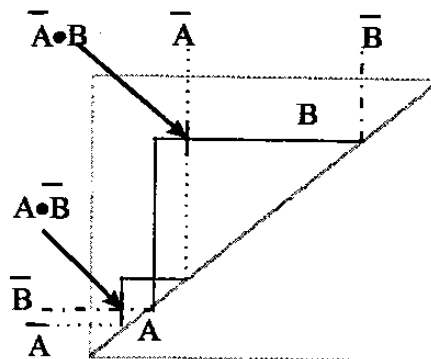


Figura 4.5.6

El diagrama del Or exclusive es :

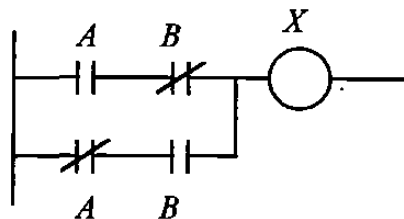


Figura 4.5.7

Función "Coincide"

Observemos el siguiente caso, supongamos que se desea obtener la función lógica X de dos variables A y B , tal que su parte significativa X^s sea $X^s = (A^s \cap B^s) \cup (A^{c\sim} \cap B^{c\sim})$ además se desea obtener el circuito que realice dicha función.

$$X^s = (A^s \cap B^s) \cup (A^{c\sim} \cap B^{c\sim})$$

$$X^s = (A^s \cap B^s) \cup (\bar{A}^s \cap \bar{B}^s)$$

Para facilitar el manejo algebraico es conveniente introducir las variables W y Z de la siguiente manera :

$$(A^s \cap B^s) = W^s, (A^{c\sim} \cap B^{c\sim}) = Z^s$$

$$X^s = W^s \cup Z^s$$

$$X^c = W^c \cap Z^c$$

$$X = X^s \cup X^c$$

$$X = W + Z$$

$$W^s = A^s \cap B^s$$

$$W^c = A^c \cup B^c$$

$$W = W^s \cup W^c$$

$$W = A \cdot B$$

$$Z^s = A^{c\sim} \cup B^{c\sim}$$

$$Z^c = A^{c\sim} \cap B^{c\sim}$$

$$Z = Z^s \cup Z^c$$

$$Z = A^{-} \cdot B^{-}$$

$$X = A \cdot B + A^{-} \cdot B^{-}$$

La expresión anterior satisface la definición de "Coincide"

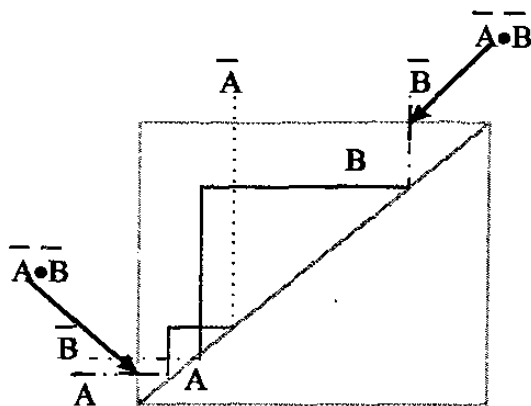


Figura 4.5.8

De lo anterior se obtiene el diagrama del And coincide $X = A \bullet B + A \bar{\bullet} B \bar{\bullet}$

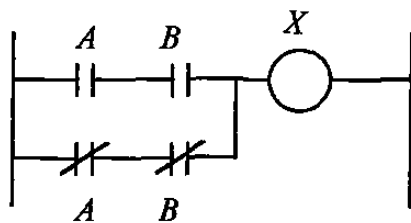


Figura 4.5.9

Función Negado del AND $(A \bullet B) \bar{\bullet}$

Una vez sintetizadas las funciones AND y OR se demuestra el negado del AND :

$(A \bullet B) \bar{\bullet} =$ ¿Cuál es la expresión ?

$$(A \bullet B) \bar{\bullet} = (A \bullet B) \bar{\bullet}$$

$$= ((A \bullet B) \bar{\bullet} \cup (A \bullet B) \bar{\bullet}) \bar{\bullet}$$

$$= (A \bullet B) \bar{\bullet} \cup (A \bullet B) \bar{\bullet}$$

$$= (A \bar{\bullet} \cap B \bar{\bullet}) \bar{\bullet} \cup (A \bar{\bullet} \cap B \bar{\bullet}) \bar{\bullet}$$

$$= (A \bar{\bullet} \cap B \bar{\bullet}) \bar{\bullet} \cup (A \bar{\bullet} \cap B \bar{\bullet}) \bar{\bullet}$$

$$X^{s\sim} = X^{-c}$$

$$X^{c\sim} = X^{-s}$$

$$\begin{aligned}(A \bullet B)^{\sim} &= (A^{-c} \cap B^{-o}) \cup (A^{-s} \cup B^{-s}) \\ &= (A^{-s} \cup B^{-s}) \cup (A^{-c} \cap B^{-o})\end{aligned}$$

$$(A \bullet B)^{\sim} = A^{-} + B^{-}$$

Función Negado del OR $(A+B)^{\sim}$

De manera semejante a la demostración del negado del "AND", ahora se demuestra el negado del "OR".

$(A+B)^{\sim}$ = ¿Cuál es la expresión ?

$$\begin{aligned}(A+B)^{\sim} &= (A+B)^{\sim} \\ &= ((A+B)^s \cup (A+B)^o)^{\sim} \\ &= (A+B)^{s\sim} \cup (A+B)^{o\sim} \\ &= (A^s \cup B^s)^{\sim} \cup (A^o \cap B^o)^{\sim} \\ &= (A^{s\sim} \cup B^{s\sim}) \cup (A^{o\sim} \cap B^{o\sim}) \\ &= (A^{-c} \cup B^{-o}) \cup (A^{c\sim} \cap B^{c\sim}) \\ &= (A^{-s} \cap B^{-s}) \cup (A^{-c} \cup B^{-o})\end{aligned}$$

$$(A+B)^{\sim} = A^{-} \bullet B^{-}$$

4.6 Síntesis de secuencias.

Dada cualquier función se demuestra su comportamiento partiendo de una secuencia simple, para resolver las secuencias lógicas se usará el Teorema Fundamental Secuencial.

Secuencia más Simple

La secuencia más simple es aquella que comprende una función (X), esta es activada por otra función (P) y es memorizada

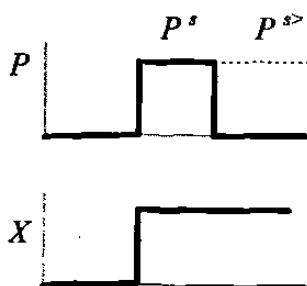


Figura 4.6.1

$$X^s = P^s \cup P^{s>}$$

$$X^c = X^{s\sim}$$

$$= (P^s \cup P^{s>}) \sim$$

$$= (P^{s\sim} \cap P^{s>\sim})$$

$$= P^c \cap (P^s \cup P^{s<})$$

$$= P^c \cap (P^{s\sim} \cup P^{s<\sim})$$

$$= P^c \cap (P^{\sim c} \cup P^{s<\sim})$$

$$X^c = (P^c \cap P^{\sim c}) \cup (P^c \cap P^{s<\sim})$$

$$X^c = P^c \cap P^{s<\sim} \quad (1)$$

$$X^c = (P^{s\sim}) \cap P^{s<\sim}$$

$$X^c = (P^s) \sim \cap P^{s<\sim}$$

$$X^c = (P^{s<} \cup P^{s>}) \sim \cap P^{s<\sim}$$

$$X^c = (P^{s<\sim} \cup P^{s>\sim}) \cap P^{s<\sim}$$

$$X^c = P^{s<\sim}$$

$$P^{s<\sim} = X^c$$

Entonces de la ecuación (1)

$$X^c = P^c \cap X^c$$

$$X^s = X^{c\sim} = (P^c \cap X^c) \sim$$

$$= (P^{c\sim} \cap X^{c\sim})$$

$$= (P^s \cup X^s)$$

$$X^c = X^{s\sim}$$

$$X^c = (P^{s\sim} \cap P^{s>}) \sim$$

$$X^c = P^c \cap X^c$$

$$X = X^s \cap X^c$$

$$= (P^s \cup X^s) \cup (P^c \cap X^c)$$

$$X = P + X$$

Arranque y Paro

Toda función tiene un inicio considerado como arranque y un fin llamado paro. La cual puede ser representada como :

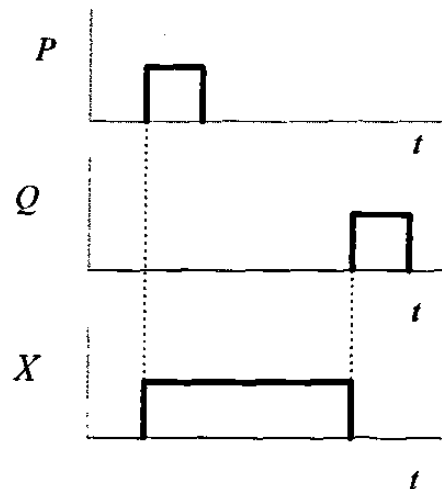


Figura 4.6.2

Donde :

$$X^s = (P^s \cup P^>) \cap Q^{s<} =$$

$$X^{s<} = P^{s<}$$

$$X^s \subset Q^{s<}$$

$$X^s \cap Q^{s<} = X^s$$

$$X^s = X^s \cap Q^{s<}$$

$$Q^{s<} = \bar{Q}^s$$

$$X^s = X^s \cap \bar{Q}^s$$

$$X^s = (P^s \cup X^s) \cap \bar{Q}^s$$

$$X^c = (P^c \cap X^c) \cup \bar{Q}^s$$

$$X = (P+X). \bar{Q}$$

Teorema Fundamental Secuencial

Toda función lógica con dominio $x = T$ y con parte significativa X^s continua, se puede expresar como lo muestra el siguiente análisis.

Gráficamente tenemos :

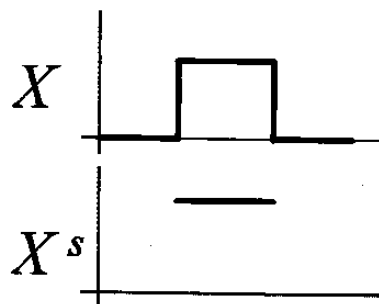


Figura 4.6.3

$$X^s = [x_s, s]$$

$$X^{s'} = [x_s', s']$$

$$= [x_s', s]$$

$$= [(x_s^< \cup x_s^>), s]$$

Por otra parte tomando que :

$$X^s = X^{s'}, \text{ entonces}$$

$$X^s = (X^{s'})'$$

$$= [(x_s^< \cup x_s^>), s]'$$

$$= [(x_s^< \cup x_s^>)', s]$$

$$= [(x_s^<' \cap x_s^>')]'$$

$$= [x_s^<', S] \cap [x_s^>', s]$$

$$= X^{s<} \cap X^{s>'}$$

$$X^s = X^{s<} \cap X^{s>}$$

Cuya representación es :

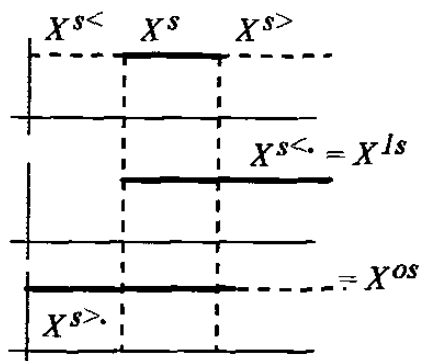


Figura 4.6.4

Por simplicidad llamaremos X^{1s} a $X^{s<}$ y X^{0s} a $X^{s>}$ de tal manera que $X^{s>} = \overline{(X^0)^s}$.
 $= X^{0s}$, por lo tanto

$$X^s = X^{1s} \cap \overline{(X^0)^s}$$

De acuerdo a la síntesis del AND, entonces la expresión de X^s será :

$$X^c = X^{1c} \cup \overline{(X^0)^c}$$

Con ello concluimos :

$$X = X^s \cup X^c = (X^{1s} \cap \overline{(X^0)^s}) \cup (X^{1c} \cup \overline{(X^0)^c})$$

$$X = X^1 \bullet \overline{X^0}$$

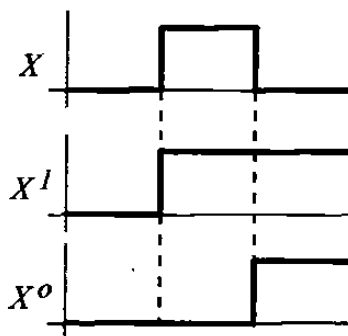


Figura 4.6.5

En la expresión anterior, la parte significativa de X^1 y X^0 se extiende hasta infinito. Pero el teorema se sigue satisfaciendo si dichas partes significativas tienen duración finita si se satisface la siguiente condición :

$$X = X^1 \bullet X^0 \mid X^0 \not\subset X^1$$

X^1 = función de creación

X^0 = función de extinción

La figura 4.6.6 nos muestra la parte significativa con su tiempo de inicio (t_i) y su tiempo de fin (t_f)

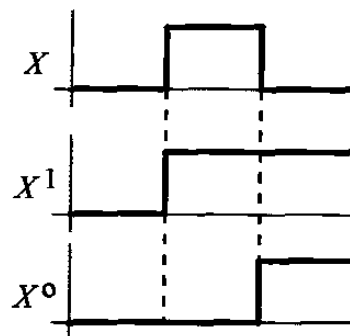


Figura 4.6.6

4.7 Clasificación de los Casos de Variable Lógica

Relación causa - efecto

Supongamos que con un pulso P se crea un evento X y con otro pulso Q se finaliza X . Cada evento presenta una relación temporal causa-efecto que son representadas como :

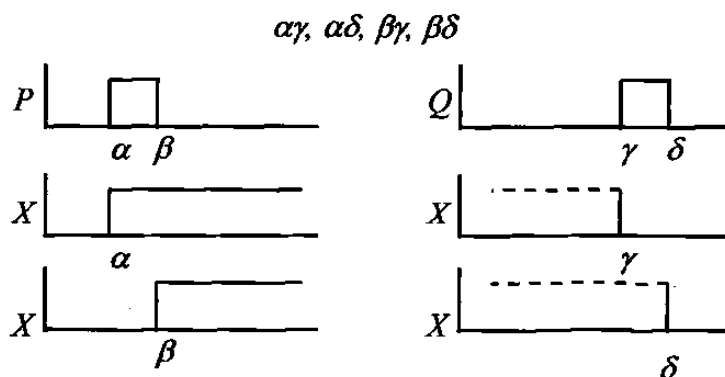


Figura 4.7.1

Donde :

α = inicio de la función P

β = fin de la función P

γ = inicio de la función Q

δ = fin de la función Q

Partiendo de la relación temporal que tiene las causas P y Q procedemos analizar los 12 casos que ellos contienen.

Relación causa - causa

La relación que existe entre las causas de creación y extinción P y Q , tal que $P \neq Q$ se puede clasificar en los tipos : f, g, h, g^{-1} y h^{-1}

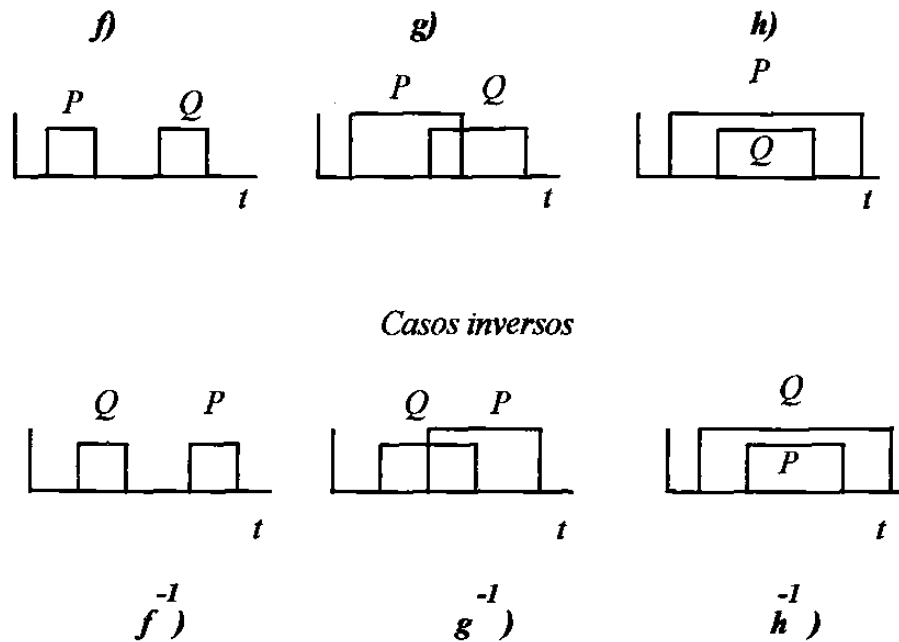


Figura 4.7.2

Relación tipo f

Representada en la siguiente gráfica con P y Q donde estos eventos no se intersectan.

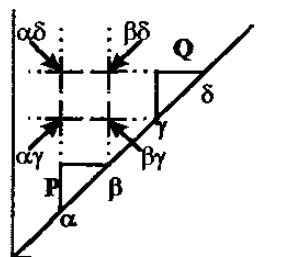


Figura 4.7.3

Dando como resultado 4 casos que son :

caso $\alpha\gamma$

Es una función secuencial $X(\alpha\gamma)$ por lo tanto presenta una función de creación y una de extinción.

Para resolver $X(\alpha\gamma)$ primeramente se obtiene la parte de creación y la de extinción , posteriormente se aplican ambas en el teorema fundamental secuencial.

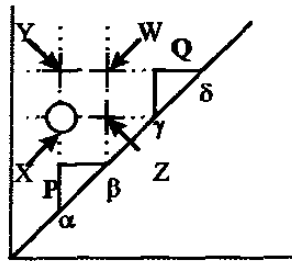


Figura 4.7.4

○ Es secuencial

Para el caso $\alpha\gamma$

$$X^1 = P + X$$

$$X^0 = Q$$

$$X = X^1 \cdot \bar{X}^0$$

$$X^0 = Q$$

$$X = (P + X) \cdot \bar{Q}$$

caso $\alpha\delta$

Este caso es representado por la letra $Y(\alpha\delta)$ es combinacional y observamos que se encuentra entre X y Q de la figura 4.7.4 si observamos el operador OR obtenemos :

Para el caso $\alpha\delta$

$$Y = X + Q$$

caso $\beta\gamma$

Este caso es representado por la letra $Z(\beta\gamma)$ es combinacional y observamos que se encuentra en una intersección donde no está P y está X de la figura 4.6.5 formando el operador AND :

Para el caso $\beta\gamma$

$$Z = X \cdot \bar{P}$$

caso $\beta\delta$

Este caso es representado por la letra $W(\beta\delta)$ es combinacional, puede ser representado de dos maneras observar la figura 4.7.4

1.- W se encuentra en la intersección de Y y donde no existe P

$$W = Y \bullet \bar{P}$$

2.- W se encuentra entre Z y Q formando el operador OR

$$W = Z + Q$$

Relación tipo g

En esta relación el evento P interseca a Q dando como resultado 3 casos :

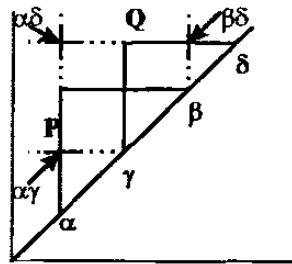


Figura 4.7.5

caso $\alpha\gamma$

Representado por $X(\alpha\gamma)$, se observa que se interseca donde no está Q y donde existe P formando el operador AND en la figura 4.7.6 :

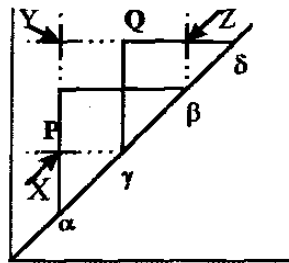


Figura 4.7.6

Para el caso $\alpha\gamma$

$$X = P \bullet \bar{Q}$$

caso $\alpha\delta$

Representado por la letra Y ($\alpha\delta$) se encuentra entre P y Q formando el operador OR.
En la figura 4.7.6

Para el caso $\alpha\delta$

$$Y = P + Q$$

caso $\beta\delta$

Representado por la letra Z ($\beta\delta$) se encuentra donde no existe P y donde existe Q formando el operador AND, en la figura 4.7.6.

Para el caso $\beta\delta$

$$Z = \bar{P} \bullet Q$$

Relación tipo h

El evento P contiene al evento Q dando como resultado los siguientes 2 casos :

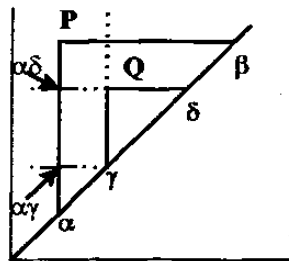


Figura 4.7.7

caso $\alpha\gamma$

Representado por $X(\alpha\gamma)$, esta se encuentra en la intersección de P y donde no existe Z formando el AND de X con \bar{Z} , en la figura 4.7.8.

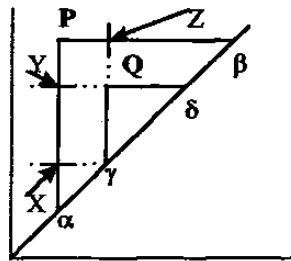


Figura 4.7.8

Para el caso $\alpha\gamma$

$$X = P \bullet \bar{Z}$$

relación $\alpha\delta$

Representado por la letra $Y(\alpha\delta)$, se encuentra localizado entre X y Q formando el OR de X con Q , en la figura 4.7.8.

Para el caso $\alpha\delta$

$$Y = X + Q$$

Existe una ecuación extra Z , esta se resuelve mediante los casos analizados en h^{-1} resultando ser $Z = (Q + Z) \bullet P$

Relación para casos inversos

Este tipo de relación se da cuando aparece primero el evento Q y posteriormente el evento P .

Nota : El caso f^{-1} no existe porque ningún evento lógico termina antes de iniciar.

Relación tipo g^{-1}

Tenemos que el evento Q sucede antes que el evento P y se intersecta tenemos solamente 1 caso $\alpha\delta$:

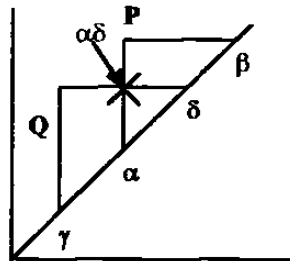


Figura 4.7.9

Relación $\alpha\delta$

Representado por la letra X ($\alpha\delta$) solo es posible un caso porque los demás se encuentran en el área imaginaria de la pendiente, esto es de la recta de 45° grados hacia abajo.

X se encuentra entre los eventos Q y P formando el operador lógico AND. En la figura 4.7.10.

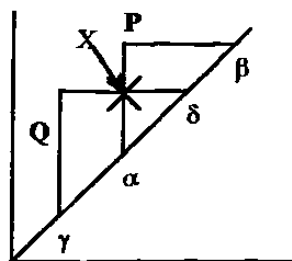


Figura 4.7.10

Para el caso $\alpha\delta$

$$X = P \bullet Q$$

Relación tipo h^{-1}

Ahora el evento Q contiene al evento P , de esta relación obtenemos dos casos que se muestran a continuación $\alpha\delta$ y $\beta\delta$:

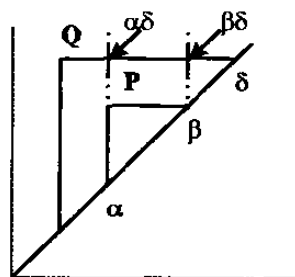


Figura 4.7.11

relación $\alpha\delta$

Representado por la letra X es secuencial por lo tanto son necesarias sus partes de creación y extinción.

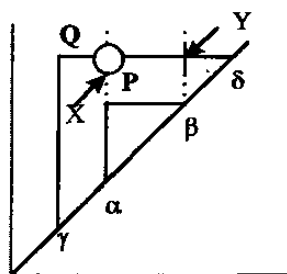


Figura 4.7.12

En la función de creación X se presenta cuando está P y se memoriza X , X deja de existir cuando acaba Q .

○ Secuencial

Para el caso $\alpha\beta$

$$X^1 = P + X$$

$$X^0 = \bar{Q}$$

$$X = (P + X) \cdot Q$$

Relación $\beta\delta$

Se encuentra representado por la letra Y , cuya localización se encuentra entre X y donde no existe P formando el AND entre X y \bar{P} .

Para el caso $\beta\delta$

$$Y = X \cdot \bar{P}$$

Concluyendo existen 12 casos lógicos.

Relación en causas repetidas $P = Q$

A continuación se muestra la representación gráfica cuando $P = Q$, obviamente estos no se intersectan, con lo anterior se nos crean 4 casos :

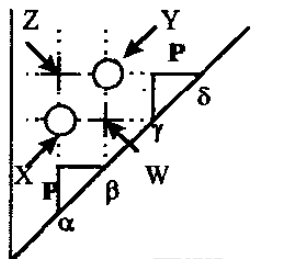


Figura 4.7.13

caso $\alpha\gamma$

Es secuencial, por lo tanto presenta una ecuación de creación y una de extinción de acuerdo al teorema fundamental secuencial.

X existe porque está P y se memoriza, para la ecuación de extinción tenemos que deja de existir porque está P y Y .

$$X^1 = P + X$$

$$X^0 = P \bullet Y$$

$$X = (P + X) \bullet (\bar{P} \bullet \bar{Y})$$

caso $\beta\delta$

Es secuencial por lo tanto procedemos a realizar las ecuaciones de creación y de extinción de acuerdo al teorema fundamental secuencial.

Observamos que en la figura 4.7.13 que Y existe cuando no está P y X recordando que se memoriza. Ahora Y deja de existir por que no está P y no está X .

$$Y^1 = \bar{P} \bullet X + Y$$

$$Y^0 = \bar{P} \bullet \bar{X}$$

$$Y = (P \bullet X + Y) \bullet (P + X)$$

caso $\beta\gamma$

En este caso W se encuentra porque está X y Y formando el operador AND en la figura 4.7.13.

$$W = X \bullet Y$$

caso $\alpha\gamma$

En este caso Z esta formado por el operador OR de X con Y en la figura 4.7.13

$$Z = X + Y$$

4.8 Aplicación de “Variable lógica”

El siguiente proceso inicia al oprimir el botón de inicio (P). Esto abre la válvula A por lo tanto se activa el sensor ($S1$) y sigue operando A , en el momento que llegue al sensor ($S2$) deja de operar la válvula A y se abre la válvula de descarga B que se cierra hasta que el sensor ($S1$) se desactiva.

A continuación se muestra el esquema correspondiente al enunciado anterior

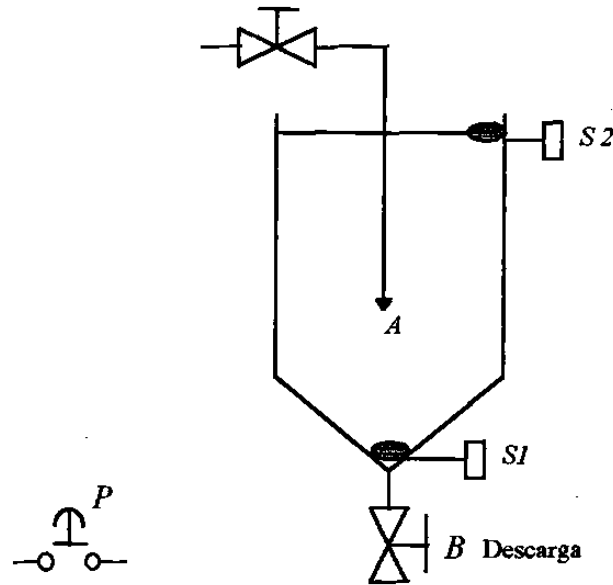


Figura 4.8.1

Procedemos ahora a realizar la gráfica de tiempo de inicio contra tiempo de fin incluyendo la pendiente de 45° .

El enunciado menciona que al dar P el pulso se activa la válvula A y al caer el líquido se activa el sensor de nivel $S1$. Como aun no conocemos hasta donde acaba solo prolongamos la línea que representa A .

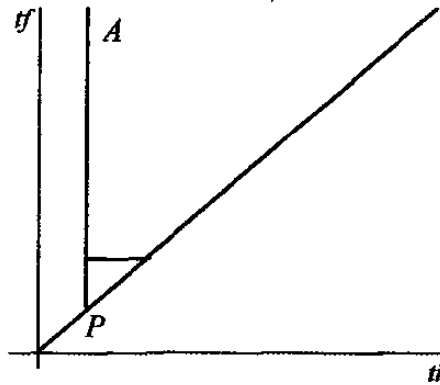


Figura 4.8.2

Posteriormente se activa el sensor (*S1*) y tampoco conocemos donde termina por lo tanto prolongamos también la representación de (*S1*)

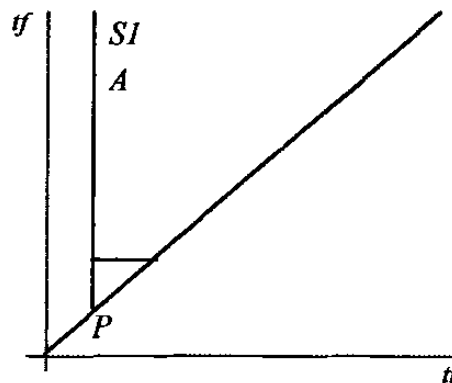


Figura 4.8.3

Después se activa el sensor (*S2*) deja de operar la válvula *A* por esa razón se coloca una línea horizontal hasta llegar a (*S2*) la cual indica que termino *A* y se abre la válvula *B* pero no sabemos donde acaba por lo que se prolonga la línea de la válvula *B*.

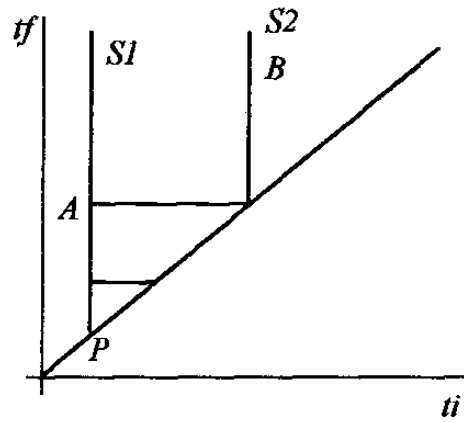


Figura 4.8.4

Al abrir la válvula *B* el sensor (*S2*) solo permanece un tiempo activo, después de eso transcurrirá un tiempo y se desactivará el sensor (*S1*) indicación de que la válvula *B* debe cerrarse por lo tanto donde acaba (*S1*) termina también *B*.

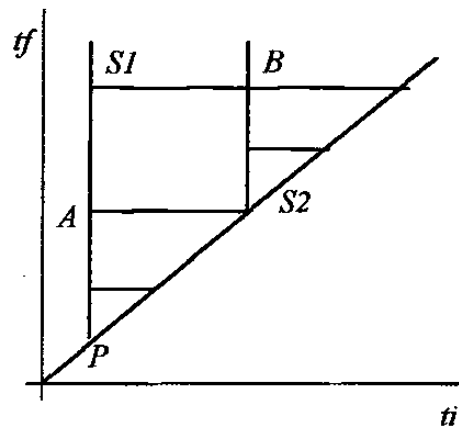


Figura 4.8.5

Por lo tanto la representación final es representada de la siguiente manera :

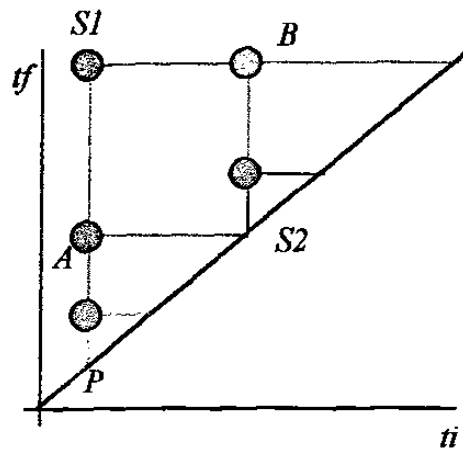


Figura 4.8.6

Ahora procedemos a obtener las ecuaciones para construir el diagrama escalera.

Para obtener la ecuación de A procedemos a buscar en los 12 casos y encontramos que corresponde al caso f) por lo tanto :

$$A^1 = P \bullet \bar{B} + A$$

$$A^0 = B$$

$$A = (P \bullet \bar{B} + A) \bullet (B)$$

Como es un caso secuencial se procede a realizar la ecuación de creación y de extinción y luego con las ecuaciones anteriores obtener una ecuación final, cabe aclarar que la parte de extinción en la ecuación final será representada de forma contraria es decir el AND cambia a OR y las variables afirmadas cambian a negadas.

Para las ecuaciones de B tenemos :

$$B^1 = S2 + B$$

$$B^0 = \bar{S1}$$

como es un caso secuencial procedemos a obtener una ecuación final y es :

$$B = (S2 + B) \bullet (S1)$$

Con las ecuaciones anteriores de A y B procedemos a realizar el diagrama escalera :

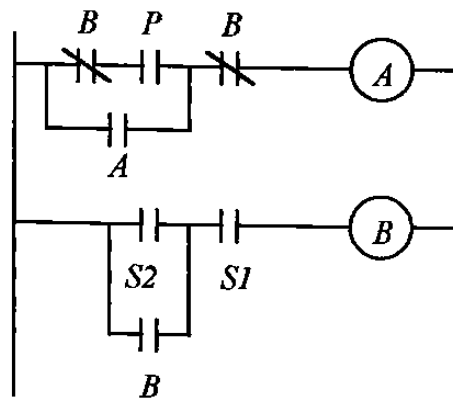


Figura 4.8.7

CAPITULO 5

METODO DE ROTH

5.1 DERIVACION Y REDUCCION DE TABLAS DE FLUJO

5.1.1 Derivación de tablas de flujo primitiva

El inicio de síntesis de secuencias asíncronas es usualmente la tabla de flujo primitiva. Esta es definida como una tabla de flujo la cual tiene un estado total estable por fila. La tabla primitiva puede ser usualmente reducida a una tabla con pocas filas.

Sin embargo, será seguro de obtener una reducción final de la tabla con un mínimo número de filas. La mayoría de los problemas de secuencias asíncronas necesitan una tabla primitiva a la cual se le realizará la reducción de filas.

Los siguientes ejemplos ilustran la construcción de la tabla de flujo primitiva en las secuencias asíncronas. Nosotros asumiremos que solo una entrada variable cambia en un tiempo, se cargará un estado total entre los cambios (modo de operación fundamental). Cuando se construya una tabla de flujo primitiva, cada cambio en la entrada debe resultar de un cambio de estado y es importante saber que solo se encontrará un estado estable por fila.[6]

Ejemplo 1. Una secuencia asíncrona tiene dos entradas y una salida. La secuencia de entrada tiene $X_1 X_2 = 00, 01, 11$ y estas provocarán que se obtenga una salida 1.

La primera fila de la tabla de flujo 5.1.1 es construida como sigue. El estado total estable 1 representa un estado de reset en el cual la entrada es 00, si la entrada cambia de 01 nosotros cambiaremos al estado total 2 para indicar la secuencia 00,01 ha sido recibida y similarmente si la entrada cambia a 10, nosotros cambiamos al estado total estable 3. Note que en cada tiempo la entrada cambia, nosotros tomaremos un estado total inestable en la trayectoria correspondiente al estado total estable, El “-“ que aparece en la tercera columna indica que un cambio doble en la entrada, de 00 a 11 no es permitido.

Nosotros entonces llenaremos las filas 2 y 3 de la tabla 5.1.2. Empezando en 2, la entrada cambia de 01 a 00 que causa un regreso al estado de reset 1 se inicia desde 00 para decidir la secuencia de nuevo. De 2 la entrada cambia de 01 a 11 completa la secuencia de entrada, entonces iremos hasta el 4 con una salida $Z=1$. Iniciamos en 3 y la entrada cambia de 10 a 00 se va hacia un reset que corresponde a 1. De 3 la entrada cambia de 10 a 11 no completa la secuencia señalada entonces no podemos ir hasta 4 porque presenta una salida de 1. Entonces nosotros introduciremos un nuevo estado en la columna 11 y es el 5 el cual tiene a la salida un cero. El “-“ en las filas dos y tres se presentan porque hay un doble cambio en las entradas que van del 01 al 10 y 10 al 01, esto no está permitido.

Ahora nosotros llenaremos las filas 4 y 5, cabe aclarar que agregaremos una sexta fila para completar la tabla primitiva 5.1.3. Iniciando en 4 y la entrada cambia de 11 a 01 podríamos cambiar la salida a cero, pero no podemos ir a 2 porque no podríamos obtener un 1 a la salida hasta que el circuito se resetea. Entonces en la columna 01 introduciremos un nuevo estado 6 con una salida de cero. De 4 un cambio de 11 a 10 podría cambiar la salida a 0 en esta caso podemos ir hacia 3 de este número no podemos llegar a una salida uno con el reseteo del primero. Iniciamos en 5, no podemos obtener una salida de uno con el reseteo entonces un cambio en la entrada 01 o 10 puede tomarnos al estado 6 o 3 respectivamente. Iniciamos en 6 un cambio en la entrada 00 resetea el circuito y cambia a 11 tomamos de regreso el estado 5.

La figura 5.1.1 muestra el diagrama de estado de la tabla primitiva de flujo de la tabla 5.1.3. Note que solo el diagrama de estado para la tabla primitiva de todas las filas dentro de un estado dado podría tener varias entradas.

Tabla 5.1.1

Tabla de flujo primitiva

		$X_1 X_2$				
		00	01	11	10	Z
(reset)	1	1	2	-	3	0
(00,01)	2		2			0
(00,10)	3				3	0

Tabla 5.1.2

Proceso para completar la tabla de flujo primitiva

		$X_1 X_2$				
		00	01	11	10	Z
(reset)	1	1	2	-	3	0
(00,01)	2	1	2	4	-	0
(00,10)	3	1	-	5	3	0
(00,01,11)	4			4		1
(00,10,11)	5			5		0

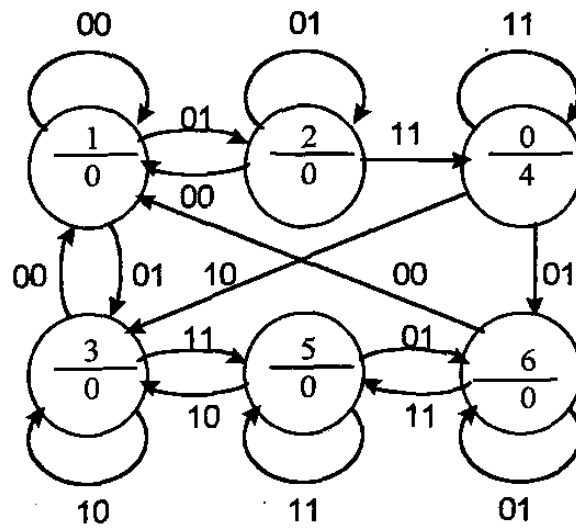
Tabla 5.1.3

Estados que no pueden tener una salida 1 como primer reseteo

		$X_1 X_2$				Z
		00	01	11	10	
(reset)	1	1	2	-	3	0
(00,01)	2	1	2	4	-	0
*	3	1	-	5	3	0
(00,01,11)	4	-	6	4	3	1
*	5	-	6	5	3	0
*	6	1	6	5	-	0

* Estos estados no pueden tener una salida uno con primer reseteo.

5.1.1 Diagrama de estado de la tabla de flujo primitiva

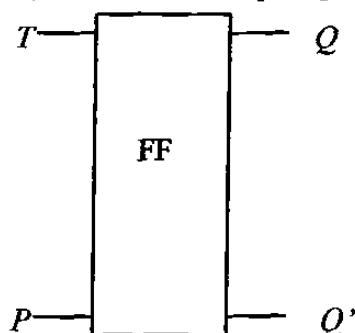


Ejemplo 2. Este ejemplo ilustra el diseño de un contador con flip-flop T como se muestra en la figura 5.1.2(a). Este flip-flop es usado como un componente en secuencias síncronas, el diseño interno de un flip-flop es un problema asíncrono. El flip-flop tiene dos entradas, T y P . El flip-flop cambiará de estado si $T=1$ cuando el reloj (P) cambia de 1 a 0. En las otras condiciones de entrada Q podría permanecer constante. Asumiremos que T y P no cambian simultáneamente.

En la figura 5.1.2 (b) se muestra la tabla de flujo primitiva. Los estados podrían cambiar cada tiempo en los cambios de entrada. En el ejemplo hay un estado total estable por cada combinación de valores de T , P y Q . Los valores de T y P asociados con cada estado total estable ha sido listado en las correspondientes filas de referencia. Note que la salida Q solo cambia cuando la entrada cambia de TP de 11 a 10.

Figura 5.1.2

a).-Contador T flip-flop



b).-Tabla de flujo primitiva

		TP				Q
		00	01	11	10	
$(TP=00)$	1	1	2	-	3	0
$(TP=01)$	2	1	2	4	-	0
$(TP=10)$	3	1	-	7	3	0
$(TP=11)$	4	-	2	4	5	0
$(TP=10)$	5	6	-	7	5	1
$(TP=00)$	6	6	8	-	5	1
$(TP=11)$	7	-	8	7	3	1
$(TP=01)$	8	6	8	7	-	1

5.1.2. Reducción de tablas de flujo primitiva

Después de la formulación de la tabla de flujo primitiva, el siguiente paso en la síntesis de una secuencia asíncrona es la reducción de la tabla de flujo a un mínimo de filas. Esta reducción se disminuirá usualmente el número de estados de variables requeridos para realizar la tabla. En general, esto hará fácil completar el diseño de la secuencia y se reducirá la lógica requerida.

Son posibles dos métodos para la reducción de la tabla de flujo primitiva. El primer método requiere de 2 pasos - El primero encontrar el mínimo número de filas y esta tabla es reducida por las filas. El segundo método incluye la salida para completar la reducción en un paso aplicando en general el método de reducción para estados de tablas especificados incomplementados. El primer método es generalmente menos complicado y será el que se explicará a continuación.[6]

El mínimo número de filas en la tabla de flujo primitiva puede ser encontrado por eliminación redundantes de estados totales estables. Para realizar esto, debemos encontrar los estados totales equivalentes. Dos estados totales estables son equivalentes si tienen iguales entradas y los estados internos asociados son equivalentes. Entonces estos dos estados totales estables son equivalentes si 1.-Sus entradas son iguales. 2.- Sus salidas son iguales, y 3.- Sus siguientes estados son equivalentes para cada siguiente entrada posible. Los siguientes ejemplos ilustran la determinación de los estados totales estables equivalentes.[6]

Reduciremos la tabla 5.1.4 para obtener el mínimo número de filas de la tabla de flujo primitiva. De la primera columna (00) los estados 2,6, y 8 tienen la misma salida de la segunda columna de 5 y 12 tienen las mismas salidas, de la tercera columna 3 y 10 también, y de la última columna 4 y 11. Entonces los estados equivalentes potencialmente son :

(2,6,8) (5,12) (3,10) (4,11)

Examinaremos los siguientes estados de los estados en cada grupo. Con la entrada (01)

los siguientes estados de 2 y 6 son 7 y 5. Entonces $5 \neq 7$, $2 \neq 6$. Similarmente los siguientes estados de 6 y 8 son 7 y 12. Entonces $7 \neq 12$, $6 \neq 8$ Sin embargo para 2 y 8 ,

con la entrada (01) los siguientes estados son 5 y 12, ahora con la entrada (10) para ambos los estados siguientes son 4. Para 5 y 12 los siguientes estados para ambos es 6 en la entrada (00) y 9 para ambos en la entrada (11). Para 3 y 10 los siguientes estados son 7 para ambos en la entrada (01), y los siguientes estados son 4 y 11 para entrada (10). Finalmente para 4 y 11 los siguientes estados son 2 y 8, 3 y 10, para las entradas (00) y (11), respectivamente, ahora tenemos los siguientes estados equivalentes.

(2,8) (5,12) (3,10) (4,11)

Después de la eliminación de los estados redundantes 8, 10, 11 y 12 la reducción de la tabla de flujo esta dada por la tabla 5.1.5.

Tabla 5.1.4

		X 1 X 2					
		00	01	11	10	Z ₁	Z ₂
1	1	7	-	4	1	1	
2	2	5	-	4	0	1	
3	-	7	3	11	1	0	
4	2	-	3	4	0	0	
5	6	5	9	-	1	1	
6	6	7	-	11	0	1	
7	1	7	14	-	1	0	
8	8	12	-	4	0	1	
9	-	7	9	13	0	1	
10	-	7	10	4	1	0	
11	8	-	10	11	0	0	
12	6	12	9	-	1	1	
13	8	-	14	13	1	1	
14	-	12	14	11	0	0	

reducción de la tabla de flujo

Tabla 5.1.5

X 12X2

	00	01	11	10	Z ₁	Z ₂
1	1	7	-	4	1	1
2	2	5	-	4	0	1
3	-	7	3	4	1	0
4	2	-	3	4	0	0
5	6	5	9	-	1	1
6	6	7	-	4	0	1
7	1	7	14	-	1	0
9	-	7	9	13	0	1
13	2	-	14	13	1	1
14	-	5	14	4	0	0

Presentación final de la reducción de la tabla de flujo

Regresamos a la tabla de flujo derivada por los ejemplos 1 y 2 de este capítulo para determinar si estas tablas pueden ser reducidas. Para la tabla primitiva de la tabla 5.1.3, solo los estados totales estables con entradas y salidas iguales son 2 y 6. Los siguientes estados de 2 y 6 para las entradas(11) son 4 y 5, entonces $4 \neq 5$, $2 \neq 6$, entonces no hay estados totales equivalentes. Entonces esta tabla ha sido realizada con el mínimo número de filas.

Para la tabla primitiva de la figura 5.1.2, los estados 1 y 6 tienen diferentes salidas, los estados 2 y 8, 4 y 7, 3 y 5, no presentan estados totales estables equivalentes.

De cada tabla primitiva de filas mínimas podemos todavía reducir esas filas. Entonces todas las tablas que hemos trabajado han sido en forma de una función de salida solo en el estado presente. Nosotros podemos proceder a introducir fusión de filas en la tabla, primero agregamos en cada fila la salida en su respectivo estado total estable. Después se procederá a reducir al menor número de filas.

De la tabla 5.1.3, se muestra la tabla 5.1.6. Esta tabla es formada de otra tabla asociando la salida para cada fila con estado total estable. Entonces para la fila 2, el estado estable 2 está en la columna (01), entonces la salida correspondiente de 0 es

colocada en la columna (01) de la tabla agregada. Después de asociar todas las salidas con los estados estables y llenarlas, Hay salidas que no son temporalmente especificadas (entonces esas salidas son representadas con “-“).

Después de que la tabla ha sido reducida y los estados inestables han sido colocados, las salidas asociadas con los estados inestable serán llenadas por las salidas transcendentales (-).

Una vez que todos los estados redundantes estables han sido removidos de la tabla primitiva, llamaremos a la tabla resultante, una tabla de flujo primitiva reducida.

Dos filas de la tabla de flujo primitiva son compatibles y podemos asociarlas en una tabla individual si no hay estados en conflictos en ninguna columna. Entonces de la tabla 5.1.6 las filas 1 y 2 pueden ser asociadas porque la columna (00) contiene el estado estable 1 y 1, en la columna (01) contiene 2 y el estado estable 2, en la columna (11) hay “-“ y un 4, en la columna (10) tenemos 3 y “-“. Asociamos las filas 1 y 2.

	00	01	11	10	00	01	11	10
1,2	1	2	4	3	0	0	-	-

Note que un estado total estable y un estado inestable correspondiente fueron asociados para una forma de estado total estable, entonces en la fila (1,2), una entrada cambia de (00) a (01) tomada directamente de los estados estables de 1 hacia 2, mientras que en la tabla original el cambio es entre los estados estables 1 y 2 alrededor de un intermediario estado total inestable 2, las filas 2 y 3 de la tabla 5.1.6 no pueden ser asociadas porque tenemos el estado en conflicto de la columna 11. (sabemos que el estados estable 4 \neq 5 porque todos los estados totales estables redundantes han sido removidos de la tabla).

Para facilitar la selección de las filas para asociarlas, dibujaremos un diagrama asociado figura 5.1.3 correspondiente a la tabla 5.1.6 en este diagrama dibujaremos una línea entre cualquier par de estados los cuales son compatibles y pueden ser asociados. Para formar este diagrama de asociación, primero comparamos la fila 1 de la tabla primitiva reducida con las filas que van de la 2 a la 6 y encontramos que la fila 1 es

compatible con la fila 2 y 3. La fila 2 es comparado con las filas de la 3 a la 6, y observamos que no son compatibles las filas. Comparamos la fila 3 con las filas 4,5 y 6, observando que 3 y 5 son compatibles como 3 y 6. La fila 4 no es compatible ni con 5 y 6, finalmente 5 y 6 son compatibles. El diagrama asociado indica las siguientes filas que tienen una relación posible : (1,2). (1,3) y (3,5,6). Observe que 1, 2 y 3 no pueden ser asociadas porque 2 y 3 no son compatibles. Podemos formar una tercera fila en la tabla 5.1.2-9 y colocar las filas asociadas (1,2) y (3,5,6). Para completar la tabla reducida, se colocan “**dont care**” (-) en la salida de la tabla.

Para una secuencia de entrada dada, la secuencia de estado total estable y la secuencia de salida serán varias para la tabla primitiva reducida tabla 5.1.6 y tabla de flujo final reducida tabla 5.1.7. Solo la diferencia de estas tablas primitivas es que cada cambio entre los estados estables van alrededor de un estado inestable intermediario, pero en la tabla final varias transiciones entre varios estados totales estables son directas.

Cuando dos filas de la tabla de flujo primitiva reducida son asociadas nunca estará en conflicto con las salidas. La razón de esto es que las salidas solo son asociadas con los estados totales estables. Entonces nunca asociaremos dos filas con diferentes estados totales estables en la misma columna, nunca hay ninguna salida en conflicto. Consecuentemente, podemos completamente ignorar parte de las salidas de la tabla de flujo primitiva cuando se asocian las filas, y se llenan en la salida de la tabla después de que las filas han sido asociadas.

Si observamos la tabla primitiva reducida de la tabla 5.1.5 procedente de la tabla 5.1.4, y comparando cada fila con todas las siguientes filas, vemos que la fila 1 puede ser asociada con 3 y 7, la fila 2 con 4 y 14, y la fila 3 con 4 y 6. De la asociación correspondiente al diagrama de la figura 5.1.4 (a) podemos asociar las filas (1,7),(2,4) y (3,6).

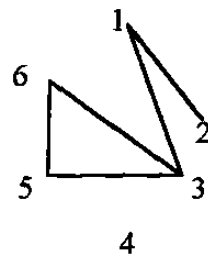
En la figura 5.1.4 (b). formamos la tabla de salida asociada con cada estado total estable. Entonces el estado 1 tiene una salida 11, el estado 2 tiene una salida 01. Etc.

Tabla 5.1.6

		$X_1 X_2$							
		00	01	11	10	00	01	11	10
1		1	2	-	3	0	-	-	-
2		1	2	4	-	-	0	-	-
3		1	-	5	3	-	-	-	0
4		-	6	4	3	-	-	1	-
5		-	6	5	3	-	-	0	-
6		1	6	5	-	-	0	-	-

Asociación de salidas para cada estado total estable

Figura 5.1.3



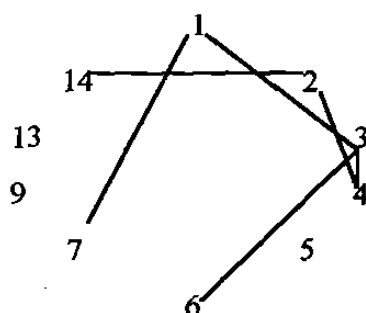
Asociación de filas

Tabla 5.1.7

	00	01	11	10	00	01	11	10
(1,2)	1	2	4	3	0	0	-	-
(3,5,6)	1	6	5	3	-	0	0	0
4	-	6	4	3	-	-	1	0

Mezcla de estados

Figura 5.1.4



(a) Asociación de filas

	$X_1 X_2$							
	00	01	11	10	00	01	11	10
<i>a</i> (1,7)	1	7	14	4	11	10	-	-
<i>b</i> (2,4)	2	5	3	4	01	-	-	00
<i>c</i> (3,6)	6	7	3	4	01	-	10	-
<i>d</i> 5	6	5	9	-	-	11	-	-
<i>e</i> 9	-	7	9	13	-	-	01	
<i>f</i> 13	2	-	14	13	-	-	-	11
<i>g</i> 14	-	5	14	4	-	-	1	-

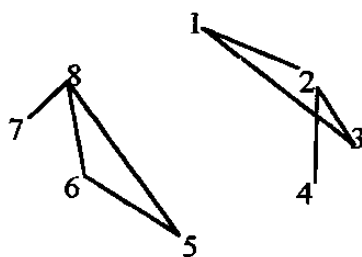
(b) tabla reducida

La tabla de flujo con mínimas filas no es generalmente única, la figura 5.1.5 (a) da un diagrama asociada para la figura 5.1.2. La siguiente asociación nos dará la cuarta fila de la tabla :

$$(1,2,3) (4) (5,6,8) (7) \text{ o } (1,3) (2,4) (5,6) (7,8)$$

Usando la primera asociación, la tabla puede ser reducida como se muestra en la figura 5.1.5 (b).

Figura 5.1.5



(a) Asociación de filas

	TP							
	00	01	11	10	00	01	11	10
a	1	2	4	3	0	-	-	-
b	-	2	4	5	-	-	0	-
c	6	8	7	5	1	1	-	1
d	-	8	7	3	-	-	1	-

(b) tabla reducida

5.2. Asignación de Estados y realización de tablas de flujo

Una vez que la tabla de flujo ha sido derivada para secuencias asíncronas. El siguiente paso es diseñar la asignación de estado cuyo objetivo principal de la asignación de estado es evitar las carreras en conflicto, y la consideración lógica viene como consideración secundaria. Después de que los estados han sido asignados, la secuencia asíncrona puede ser realizada usando compuertas y flip-flops *S-R* o solamente compuertas [6]. Ejemplo Introductorio . Completaremos el ejemplo de la tabla 5.2.1 procedente de la tabla de flujo reducida 5.1.7 con los siguientes estados marcados como términos de estados internos *a*, *b* *c*. Las salidas de los estados totales inestables serán llenadas después que en la asignación de estado ha sido hecha. Observe que en la columna (00) una transición es requerida de la fila *b* a la fila *a*, en la columna (01) una transición es requerida de la fila *c* a la fila *b*, en la columna (11) de la fila *a* la fila *c*, y en la columna (10) de *a* a *b* y de *c* a *b*.

Tabla 5.2.1

Tabla de estados internos

	<i>X1 X2</i>							
	00	01	11	10	00	01	11	10
<i>a</i>		<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	0	0	-	-
<i>b</i>	<i>a</i>		<i>b</i>	<i>b</i>	-	0	0	0
<i>c</i>	-	<i>b</i>		<i>b</i>	-	-	1	-

(Z)

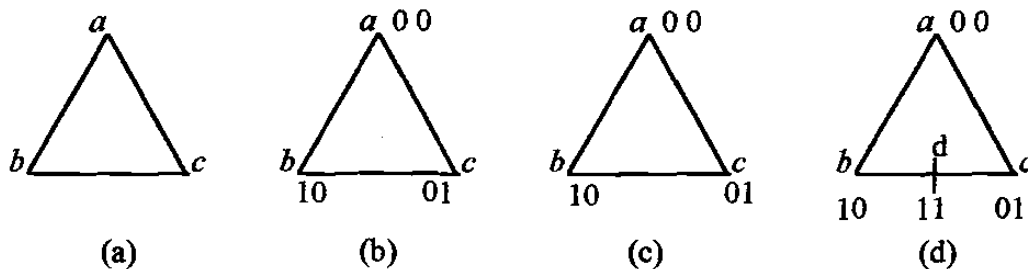
el diagrama de transición de estado, en la figura 5.2.1(a), indica las transiciones requeridas.

Dos variables de estado son requeridas para realizar la tercera fila de la tabla de flujo. Para evitar la carrera crítica debemos encontrar una asignación de estado hasta que solo una variable de estado cambie durante cada transición. En la figura 5.2.1 (b) y (c) se indican las asignaciones de estados en el primer caso hay una carrera crítica que va de *c* a *b* (10 a 01), y en el segundo caso la carrera crítica va de *a* hacia *c*. En efecto es posible

encontrar una asignación libre de carreras en este camino. Si una variable de asignación cambia de a hacia b , y una variable independiente cambia de c hacia a , entonces hay cambios de variables independientes en todas. Sin embargo regresamos donde hemos empezado, cada variable debe cambiar un número a la vez. Sin embargo, no podemos realizar una asignación de carrera libre para 3 filas dadas, por lo tanto expandiremos la tabla a 4 filas.

Si sumamos una fila extra a la tabla y la transición directa de la fila c hacia la b alrededor de la fila d , entonces nosotros podemos hacer una asignación de carreras libres como se muestra en la figura 5.2.1(d).

Figura 5.2.1



(a) Transiciones requeridas, (b) y (c) Asignación de estados, (d) Transición de la fila extra.

Usando esta transición podemos construir las transición de la tabla 5.2.2. En la columna (01), iniciamos en c , el estado variable cambia (10 a 11 y 11 a 01) entonces evitamos una carrera crítica. En la columna 10, podemos tener directamente una transición de la fila c a la fila b alrededor de d , sin embargo desde una transición lista requerida de la fila a la fila b , podemos directamente la transición de c hacia a y de a hacia b (de 10 a 00 y de 00 a 01) como se muestra en la tabla de transición.

Las salidas correspondientes a los estados totales inestables deben ser llenados para evitar momentáneamente salidas falsas durante la transición entre un estado total estable y otro.

Tabla 5.2.2

$Q_1 Q_2$	00	01	11	10	00	01	11	10
$a \ 0 \ 0$	00	00	10	01	0	0	-	0v
$b \ 0 \ 1$	00	01	01	01	0u	0	0	0
$d \ 1 \ 1$	-	01	-	-	-	-s	-	-
$c \ 1 \ 0$	-	11	10	00	-	1t	1	-

$Q_1+ Q_2+$
 Z
 $Z1=Q1$

Usando la transición de la tabla 5.2.1 construimos la tabla 5.2.2

5.2.1 Estados de Asignación para tablas de 3 y 4 filas

Una carrera libre asignada para cualquier tabla de flujo de 3 filas puede ser encontrada usando 2 variables de estado [6]. Si, como en los ejemplos anteriores, la transición entre todos los 3 pares de filas son requeridos, una cuarta fila es agregada para la tabla. Las carreras pueden ser eliminadas por una transición directa entre un par de filas alrededor de la fila agregada.

Alrededor de una carrera libre asignada para varias tablas de 4 filas se requiere solo 2 variables de estado, muchas tablas de 4 filas requieren 3 variables de estado. El mayor caso general para una tabla de 4 filas, es requerido una transición entre todos los pares de filas como se ilustran en la figura 5.2.2 (a). La transición de cada columna es como sigue :

columna 00	$b \longrightarrow a$,	$c \longrightarrow d$
columna 01	$a \longrightarrow c$,	$b \longrightarrow d$
columna 11	$a \longrightarrow d$,	$c \longrightarrow b$
columna 10	$c \longrightarrow a$,	$d \longrightarrow b$

Como podemos haber visto del diagrama de transición de los estados, usando 2 variables de estado ninguna asignación tendrán una carrera crítica. Sin embargo 3 variables de estado son necesitados. La figura 5.2.3 (a) muestra un mapa de asignación de estado universal el cual trabajará con 4 filas en la tabla. Los estados adyacentes en el cuadrado solo difieren en solo una variable, una transición directa puede ser realizada de a hacia b , de b a c , y de b a d . Otra forma de transición de a hacia d es directamente a través de e solo una variable de estado cambia en un tiempo. Similarmente la transición de c a d es directamente alrededor de g , y de c hacia a es alrededor de f . Usando la asignación dada por el mapa, la tabla de 4 filas de la Figura 5.2.2 puede ser expandida a 7 filas como se observa en la figura 5.2.3 (b). Observe que cada fila de esta tabla, el estado presente y el siguiente estado difiere en un estado variable.

La figura 5.2.4 (a) muestra otra asignación universal para una tabla de 4 filas, haciendo esta asignación, cada estado en la tabla original es reemplazado por un par de estados equivalentes, por ejemplo a es reemplazado por a_1 y a_2 , donde $a \equiv a_1$ y a_2

Observe que a_1 es adyacente a b_2, c_1 y d_1 ; b_1 es adyacente a a_2, c_1 , y d_1 ; y cada estado es adyacente a los tres estados de diferentes tipos. Entonces siempre es posible cambiar de un estado de un tipo dado a uno de otro tipo cambiando un estado individual variable.

La figura 5.2.4 (b) muestra la tabla de la figura 5.2.2 en forma expandida usando el estado de asignación de la figura 5.2.4 (a). La tabla expandida es formada como sigue. Cada fila de la tabla original es reemplazada con 2 filas, y el estado total de cada fila son llenados. Por ejemplo, la fila a es reemplazada por las filas a_1 y a_2 , y los estados estables totales a_1 y a_2 son integrados en la columna (00 y 10). Después de que todos los estados totales estables han sido integrados, los estados inestables son llenados por referencia de la asignación del mapa. Cuando el siguiente estado entra para dar un estado presente, el estado en el cual esta adyacente en el estado presente es seleccionado del mapa.

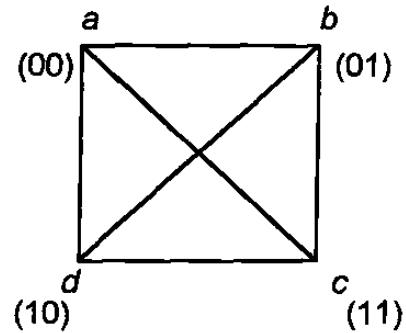
Para la tabla de la figura 5.2.4 (b), si empezamos en cualquier estado total estable y el cambio de entrada, solo en un estado variable cambiaremos hacia el siguiente estado total estable. Esto es en contraste para la figura 5.2.3 (b) donde la transición entre varios

estados totales estables requieren dos cambios de variables de estado sucesivas. Entonces la secuencia dada en la figura 5.2.4 (a) será mas rápida que la basada en la figura 5.2.3 (a) ; cuando cada estado estable original es representado por 2 estados mas al final de la secuencia esta se hace más difícil.

Figura 5.2.2

Tabla y diagrama de estado de transición

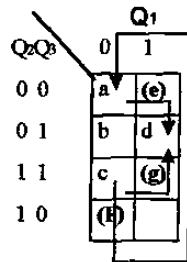
	00	01	11	10
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>b</i>
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>b</i>



(a)

(b)

Figura 5.2.3



<i>Q₂Q₁</i>		00	01	11	10
000	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>a</i>
001	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>b</i>
011	<i>c</i>	<i>g</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>f</i>
101	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
100	<i>e</i>	-	-	<i>d</i>	-
010	<i>f</i>	-	-	-	<i>a</i>
111	<i>g</i>	<i>d</i>	-	-	-

(a) Mapa de asignación de estado universal

(b) El estado presente y el siguiente difiere en un estado variable

Figura 5.2.4

		$Q1$	
		0	1
$Q2Q3$	00	a_1	b_2
	01	d_1	c_2
	11	b_1	a_2
	10	c_1	d_2

(a) Asignación universal

$Q1Q2Q3$		00	01	11	10
000	a_1	a_1	c_1	d_1	a_1
111	a_2	a_2	c_2	d_2	a_2
011	b_1	a_2	d_1	b_1	b_1
100	b_2	a_1	d_2	b_2	b_2
010	c_1	d_2	c_1	b_1	a_1
101	c_2	d_1	c_2	b_2	a_2
001	d_1	d_1	d_1	d_1	b_1
110	d_2	d_2	d_2	d_2	b_2

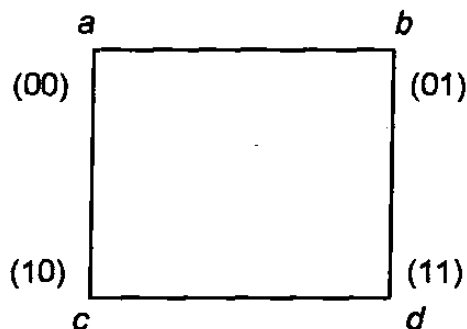
(b) Tabla de acuerdo a la asignación universal 5.2.4 (a)

Cuando los siguientes estados inespecificados “don't care” están presentes en la tabla, pueden ser usados en el proceso para efectuar una carrera libre en el estado asignado.

Considerando la tabla 5.2.3 (a) para el ejemplo la transición necesitada para cada columna es :

columna 00	$d \longrightarrow a$	
columna 01	$a \longrightarrow b,$	$c \longrightarrow d,$
columna 11	$b \longrightarrow c$	
columna 10	$a \longrightarrow c,$	$b \longrightarrow d,$

Todas las transiciones posibles entre el par de filas son necesitadas primero aparecen aquellas filas agregadas a la tabla será necesario archivar la carrera libre asignada. Si realizamos una asignación de 4 filas, la transición en las columnas 01 y 10 deben ser satisfechas directamente desde que no hay "don't cares" en estas columnas. Sin embargo construiremos un estado de asignación basado en el siguiente diagrama de transición.



Con esta asignación, todas las transiciones de las columnas (01) y (10) pueden ser realizadas con las carreras. Para la columna (00), la transición d hacia a no puede ser realizada directamente dado que esta podría tener una carrera crítica; sin embargo hay un "-" en la fila c , podemos hacer una transición de d hacia c , y de d hacia a . Similarmente, en la columna (11) la transición directa de b a c podría ser una carrera crítica, pero usando el "-" en la fila a , podemos realizar una transición de b hacia a , y de a hacia c . La tabla 5.2.3 (b) muestra la tabla de flujo resultante con las modificaciones necesarias hechas para las columnas (00 y 11) también todas las carreras críticas son eliminadas (-).

Tabla 5.2.3

	00	01	11	10
a	a	b	-	c
b	b	b	c	d
c	-	d	c	c
d	a	d	d	d

	00	01	11	10
00 a	a	b	c	c
01 b	b	b	a	d
10 c	a	d	c	c
11 d	c	d	d	d

a) Transición necesitada para cada columna

(b) Tabla de flujo resultante con modificaciones necesarias

5.3 filas asignadas

Esta sección trata de hacer una asignación de estados en la cual las filas extras son agregadas a la tabla de flujo para resolver (-) que pueden crear conflicto. Una fila extra de una tabla de flujo puede ser usada en diferentes columnas como un estado intermedio entre diferentes pares de filas [6].

Considerando la tabla de 6 filas de la tabla 5.3.1 (a). tres variables de estado son requeridas y mas pueden ser necesitadas para obtener una asignación libre de carreras. El primer paso es hacer una asignación de estado para la lista de transición requerida en la tabla 5.3.1 (b). La notación $e,c \longrightarrow a$, nos indica que los estados e y c pueden ir al estado a .

Hay varios caminos flexibles para estas transiciones. Las posibilidades son :

e directamente hacia a y c directamente a a

e hacia c , y c hacia a

c hacia e , y e hacia a

Entonces, El requerimiento solo está en e , c y a se han desplazado en una serie de cuadros adyacentes en el mapa asignado, o que sean desplazados en una serie de cuadros adyacentes con cuadros intermedios en blanco. Generalmente el uso de cuadros en blanco intermedios nos podría ser útil cuando sea posible. Si el cuadro en blanco no es llenado, será un "don't care" mas en la tabla de transición.

La transición listada en la tabla 5.3.1 (b) implica que los estados en cada posición de los siguientes lugares adyacentes deben ser colocados en una serie de cuadros adyacentes.

Columna 00	$(a,c,e)(b,d)$
Columna 01	$(a,b)(c,d,f)$
Columna 11	$(b,c,f)(a,d,e)$
Columna 10	$(a,c,d)(e,f)$

Tabla 5.3.1

	00	01	11	10
<i>a</i>	1	2	5	4
<i>b</i>	7	2	3	10
<i>c</i>	1	8	3	4
<i>d</i>	7	8	5	4
<i>e</i>	1	9	5	6
<i>f</i>	11	8	3	6

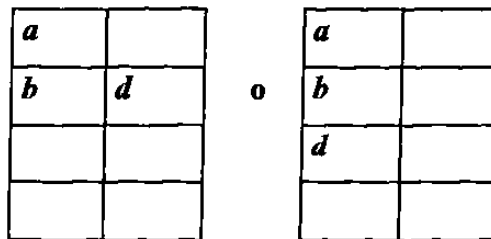
(a) Tabla de 6 filas

Trans. Req.

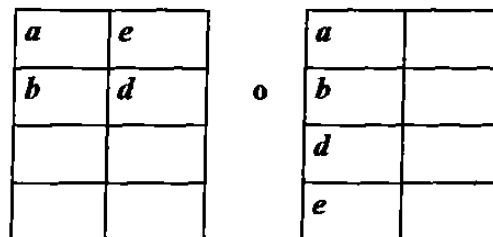
columna 00 : $e, c \longrightarrow a$ columna 01 : $a \longrightarrow b, c, f \longrightarrow d$ columna 11 : $b, f \longrightarrow c, a, d \longrightarrow e$ columna 10 : $a, c \longrightarrow d, e \longrightarrow f$

(b) Transiciones requeridas

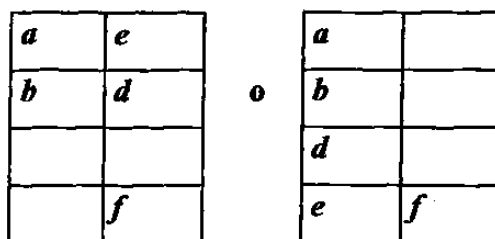
Procedemos a efectuar esto a prueba y error, iniciando con 3 variables en el mapa. El estado *a* se recomienda que se coloque en el cuadro (000). Entonces *b* es colocado adyacente hacia *a* para satisfacer (*a, b*), y *d* adyacente a *b* para satisfacer (*b, d*) :



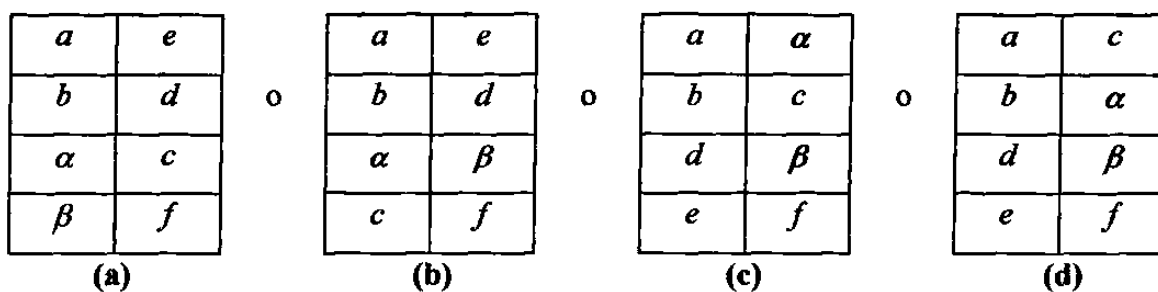
Para satisfacer el siguiente bloque (*a, d e*), *e* es colocado adyacente a *a* y *d*.



Entonces f es colocado adyacente a e



Ahora trataremos colocando c en diferentes cuadros tanto como que satisfaga la adyacencia de los bloques $((a, c, e), (c, d, f), (b, c, f), (a, c, d))$ como se muestra en la figura 5.3.9



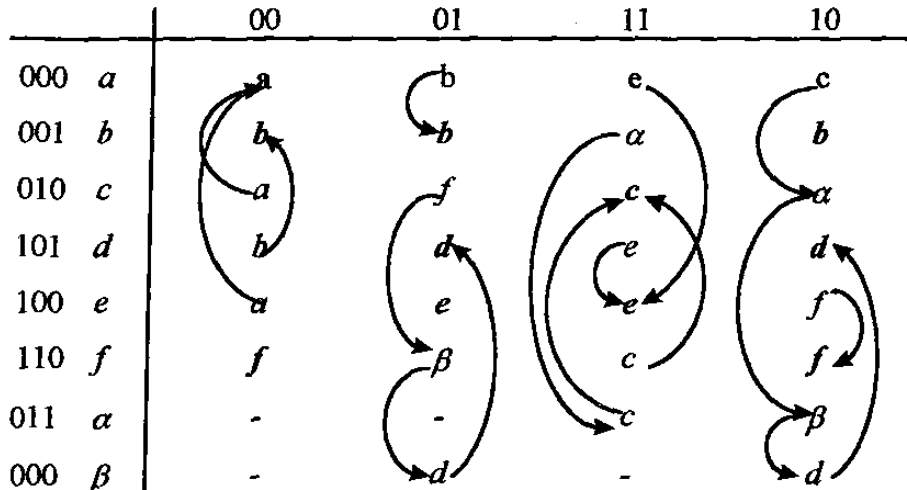
(a) Opción 1 de la tabla de estados adyacentes, (b) Opción 2 de la tabla de estados adyacentes, (c) Opción 3 de la tabla de estados adyacentes, (d) Opción 4 de la tabla de estados adyacentes.

Del mapa de la figura 5.3.9 (a) el bloque (c, d, f) están satisfechos directamente, el bloque (a, c, e) esta satisfecho incluyendo α y β ; Similarmente, (b, c, f) es satisfecho incluyendo α , y (a, c, d) incluyendo α y β . Para el mapa de la figura 5.3.9 (b), el bloque (a, c, e) es satisfecho directamente. El bloque (c, d, f) es satisfecho incluyendo β , (b, c, f) incluyendo α , y (a, c, d) incluyendo α y β . Usando la tabla 5.3.1 (a) con la tabla de la figura 5.3.9 (b) obtenemos la tabla 5.3.2.

En la columna 01 de la tabla 5.3.2, la transición de c hacia d es directa a través de f y β desde c , f , β y d , ya que se encuentran adyacentes en el mapa. En la columna 11 la transición de b hacia c , desde α hasta b y también es adyacente a c . en la columna 10, la transición de a hasta d sigue el camino de c , α y β . En la tabla expandida solo un estado variable cambia en cada transición entre las filas ;entonces no hay carreras críticas. La fila α esta entre las columnas 11 y 10 y tiene un siguiente estado diferente en cada una de estas columnas.

Cuando se realizan este tipo de tablas es frecuente sacar provecho de los “don’t care” los cuales están presentes en la tabla de flujo. Sumando las filas de la tabla, podría ser posible eliminar carreras críticas por varios estados de transición alrededor de los “don’t care” como se hizo en la tabla 5.2.5 [6].

Tabla 5.3.2
Transiciones requeridas con las asignaciones extras



La tabla con 5 filas, incluyendo todas las tablas con un número menor de 14 columnas, pueden ser realizados usando tres estados variables con una asignación de la forma mostrada en la figura 5.3-8 [6], Esto no es una asignación universal en el sentido de la figura 5.2.3 (a) y 5.2.4 (a), porque la asignación trabajará solo si la propiedad

correspondiente es establecida entre $\alpha\beta$ y γ , y ϵ a las cinco filas de la tabla. En otras palabras, los estados de la tabla deben ser arreglados en el mapa asignado en el patrón mostrado en la figura 5.3.2, y el orden de los estados del mapa deben ser tal que todas las transiciones pueden ser realizadas con todas las carreras.

La figura 5.3.3 muestra una asignación universal para tablas de 8 filas. Para cada columna de la tabla del estado de transición debe ser directo a través de un cuadro desocupado en la tabla para localizar el camino mas rápido. Por ejemplo, si la transición requerida en una columna son a hacia c , b a h , d a f , y e a g , la transición podría ser directa como se muestra en la figura 5.3.3. La asignación universal para trabajar 8 filas puede utilizarse para trabajar tablas de 6 y 7 filas. Sin embargo muchas tablas de 6,7 y 8 filas pueden ser realizadas usando la asignación universal la cual requieren 4 variables de estado[6].

La asignación discutida en esta sección tiene la desventaja que los cambios de varias variables de estado simples sucesivas pueden ser requeridas de un estado total estable a otro. En efecto varios cambios sucesivos son necesitados en la secuencia.

La operación más rápida puede ser llevada a cabo por varias variables de estado para cambiar simultáneamente, y hacer que todos los estados asignados eviten las carreras críticas. Es posible hacer este paso entre todos los estados totales estables alrededor de cualquier fila intermedia. Tal asignación es referida a la transición de tiempo individual asignada, dicha asignación requiere mas variables de estado que comparten las filas asignadas.

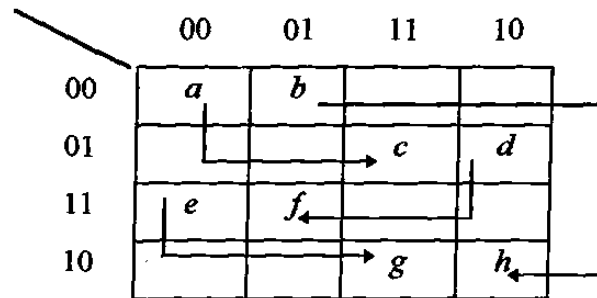
Figura 5.3.2

Patrón de mapa asignado

α	
β	
γ	δ
	ϵ

Figura 5.3.3

Asignación universal para tabla de 8 filas



5.3.1 Tabla para completar salidas

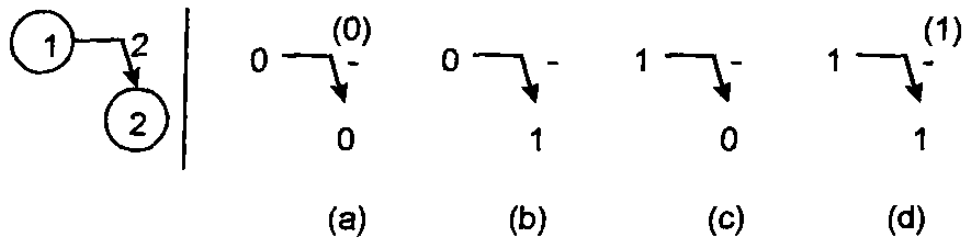
El siguiente paso es diseñar la secuencia asíncrona para completar la tabla de salida. En este punto la salida ha sido especificada para todos los estados totales estables. Las entradas que no están especificadas en la tabla de salida deben ahora ser llenadas para que no ocurran momentáneamente salidas falsas cuando se está switcheando entre los estados totales estables. Una salida falsa en la secuencia asíncrona puede causar problemas si la salida es usada como un entrada para cualquier otra secuencia asíncrona.

Un proceso para especificar las salidas de un estado total inestable para evitar momentáneamente salidas falsas es como el que se describe a continuación [6]. Considerando la tabla de flujo parcial de la figura 5.3.4 y las 4 posibles configuración de salidas dadas. En el caso (a), los estados 1 y 2 tienen una salidas 0, entonces el “-” debe ser reemplazado con 0, entonces dicha salida será 0 durante la transición 1 a 2. Similarmente, en el caso (d), el “-” debe ser asignado con el valor de 1 para prevenir un 0 en la salida durante la transición de 1 a 2. en los casos (b) y (c), el “-” puede permanecer como un “don’t care” en los cambios de salida de 0 a 1 (o de 1 a 0) de cualquier forma.

Entonces en el caso (b) si “-” es asignado un valor 0, la salida cambiará una vez de 0 a 1 durante la transición de los estados de 1 a 2; si el “-” es asignado al valor 1, la salida cambia solo una vez durante el estado de transición.

Figura 5.3.4

Configuración de salidas dadas



Si una columna de entrada dada puede estar con 2 o más estados totales estables diferentes. Entonces ambas (todas) las transiciones deben ser consideradas para llenar la tabla de salida. Considerando la figura 5.3.5 Iniciamos en 1 la salida cambia de 1 a 0 entonces el “-“ podría ser como un “don’t care”; sin embargo iniciando en 2, la salida debe permanecer constante a 0, entonces el “-“ debe ser reemplazado con 0.

La figura 5.3.6 muestra una tabla de flujo parcial en el cual la transición entre los estados totales estable a y c van alrededor de dos estados totales inestables intermedios y la salida cambia de 0 a 1. Los “don’t care” de ambos no pueden ser decididos arbitrariamente, porque podría dar la secuencia 0 (1) (0)1, Si uno de los don’t care es asignado a un valor como en (b) o en (c), entonces el otros don’t care puede ser asignado un valor arbitrario (0 o 1), entonces se llenan la tabla de salida especificando en la forma (b) o (c), pero no podemos ambos don’t care como en el inciso (a).

Figura 5.3.5

Configuración de salidas dadas afectado por 2 estados estables

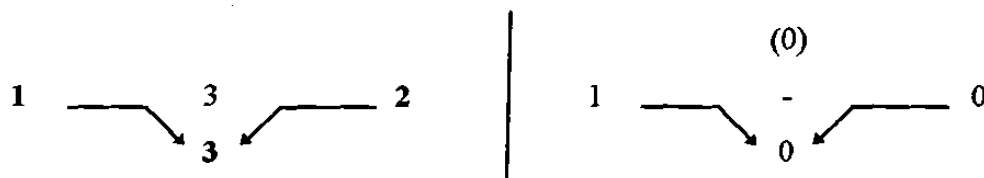
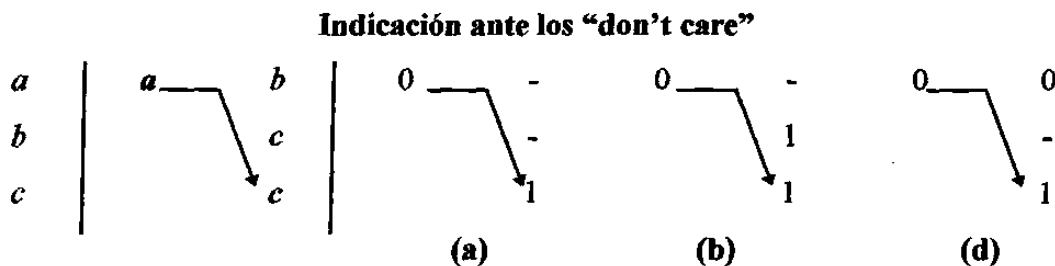


Figura 5.3.6

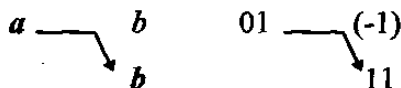


En la salida de la tabla 5.2.2, u deber ser 0 como es indicado para mantener una contante a la salida de 0 cuando se switchea entre los estados totales $X_1X_2Q_1Q_2=0101$ y 0000. Igualmente en v debe ser 0 para evitar una salida transitoria cuando se switchea entre 0000 y 1001. En s y t podría ser 0 y "-". Sin embargo, s y t ambos no pueden ser "don't care" porque estos podrían colocarse en la salida 1010 durante la transición de la fila c hacia d y de d a b .

Cuando la tabla de salida tiene dos o mas salidas variables, cada salida debe ser considerada individualmente cuando se reemplaza el "-" con ceros o unos. La figura 5.3.7 ilustra el caso donde los cambios de salida de $Z_1Z_2=01$ hacia 11. La salida intermedia es llenada con (-) Z_1 es cambiada pero Z_2 no.

Figura 5.3.7

Cambios de salida de 01 a 11 en Z_1Z_2

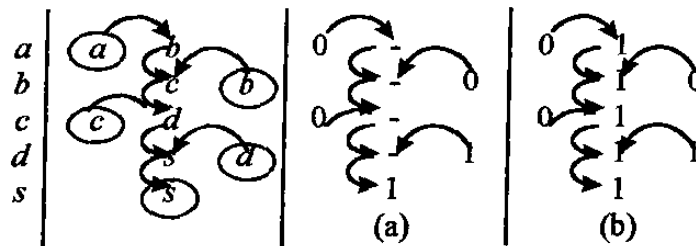


Si todos los estados inestables totales se dirigen a un estado total estables s son asignados a la misma salida como la salida del estado s . entonces cuando la entrada es cambiada la salida asumirá inmediateamente este valor final y las salidas no transitorias aparecerán. Considerando la figura 5.3.8 por ejemplo. Si el "-" en la tabla (a) de salida son todos cambiados a unos como en la (b), entonces la salida asumirá inmediateamente el

valor final de 1 cuando la entrada es cambiada sin tomar en cuenta el estado estable total inicial *a*, *b*, *c* o *d*. Este método de llenar las salida tiene la ventaja que la respuesta en la entrada cambia rápido. Y que las desventajas que los “don’t care” son eliminados, por lo tanto se puede aumentar el costo en las salidas de la secuencias.

Figura 5.3.8

Muestra para llenar salidas



5.4.- Diseño de secuencias asíncronas

Ejemplo de un diseño

La figura 5.4.1 muestra un sistemas de tuberías con flujómetros para medir el fluido de pasa a través de la tubería *A* y *B*. el flujómetro de la tubería *A* es especificado con una serie de pulsos con un valor de pulso proporcional al flujo en la pipa *A*, de igual manera el valor del pulso del otro flujómetro es proporcional al valor de flujo en la tubería *B*. Un pulso digital restador es designado para determinar el valor de flujo en la tubería *C*. El valor del pulso de salida del restador podría ser igual a la diferencia de los valores de pulso de los flujómetros de *A* y *B*.

La figura 5.4.2 (b) muestra un diagrama de tiempo típico para el pulso restador. En las líneas *A* y *B* presentan una serie de ancho y variables de pulso. Debajo de la operación normal, la frecuencia de pulso en la línea *A* es mayor que la de la línea *B* y el número de la línea de salida marca la diferencia del número de pulsos entre las líneas *A* y *B*. Podría la frecuencia de pulsos *B* exceder a *A*, los pulsos extra de *B* son ignorados en *Z*. La salida de pulsos podría tener el mismo ancho de pulsos de *A*.

Diseñaremos una secuencia tanto que cuando el pulso *A* ocurra , ocurrirá un pulso de salida. Sin embargo, si el pulso *B* inicia antes (o durante) un pulso *A*, cancelaremos el efecto del siguiente pulso *A* entonces no aparece en el pulso de salida. La salida nunca

será encendida o apagada en la mitad del pulso A . Construyendo la tabla de flujo primitiva, asumiremos que solo una entrada variable cambia en un tiempo. (Actualmente ocasionalmente cambia simultáneamente, pero ocurrirá tanto infrecuentemente que el error producido por ignorar simultáneamente cambios que serán insignificantes con el error de los flujómetros.)

Figura 5.4.1
Sistema de tuberías con flujómetros

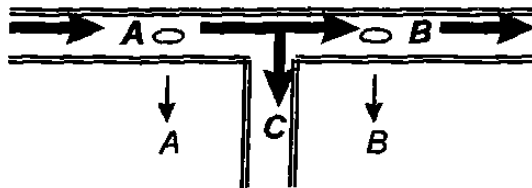
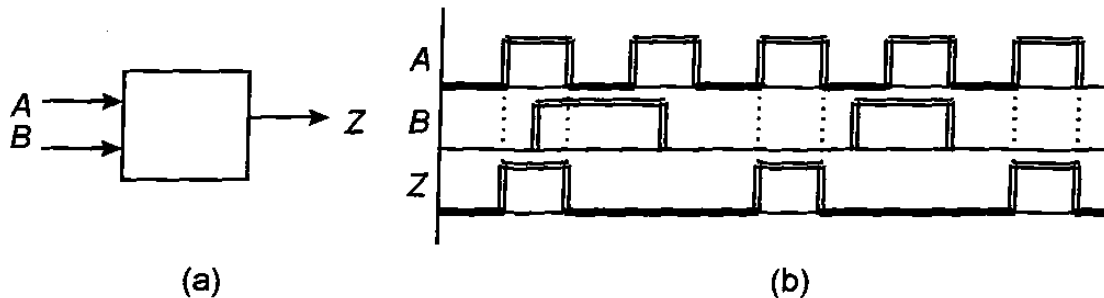
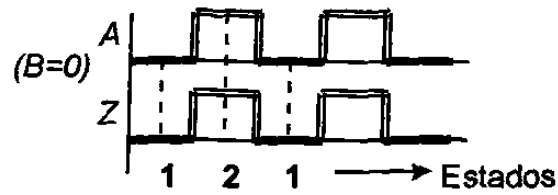


Figura 5.4.2
Pulso diferencial digital

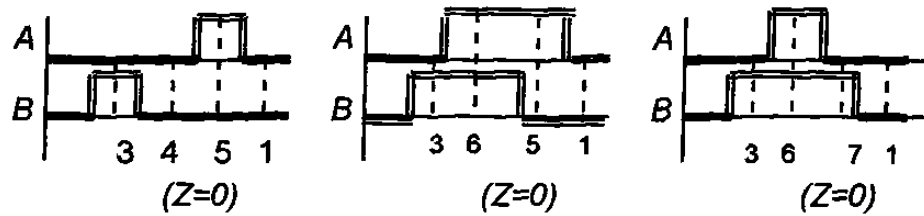


Observando el tipo de onda que ocurre en la figura 5.4.3 la cual nos ayuda en la construcción de la tabla de flujo primitiva. El número indicado debajo de cada línea punteada se indica el estado total estable correspondiente los cuales son colocados en la tabla de flujo 5.4.1.

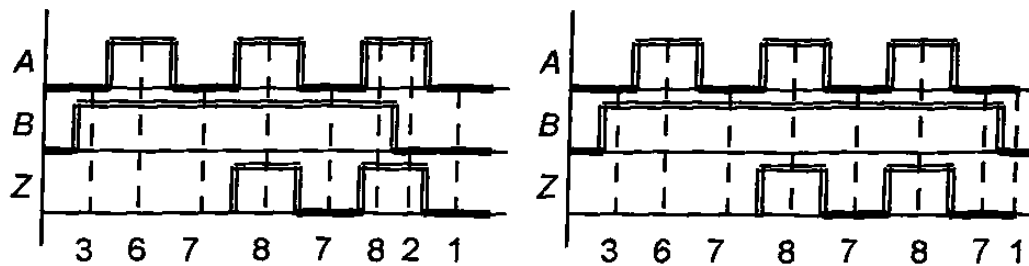
1.-Si el pulso B no ocurre, $Z=A$



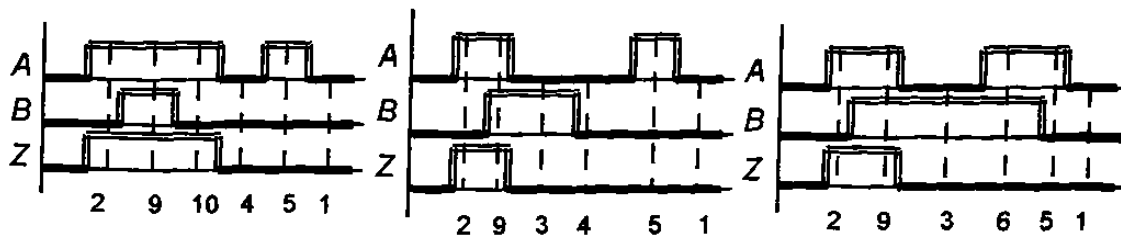
2.-Si el pulso B es iniciado antes que el pulso A , el pulso A es cancelado :

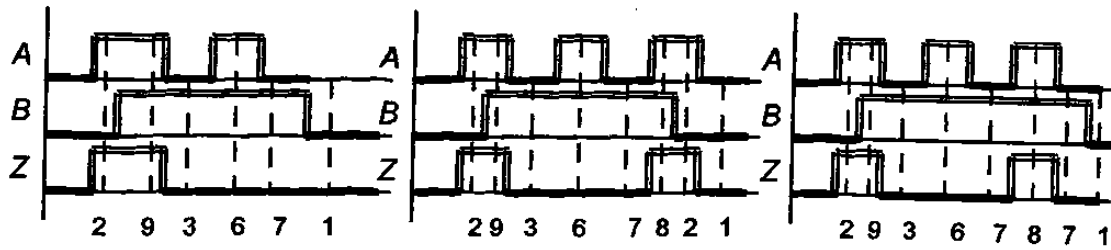


3.-Si varios pulsos A ocurren durante un pulso B , solo el primero es cancelado



4.-Si el pulso B inicia a la mitad del pulso, el siguiente pulso a es cancelado.





Si la frecuencia del pulso *B* es mayor que *A*, los pulsos extra de *B* son ignorados

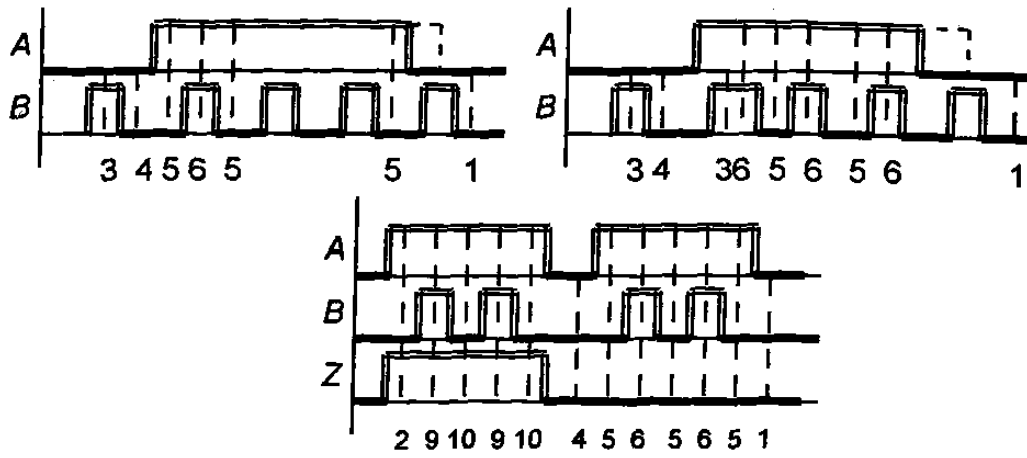


Figura 5.4.3

Comportamiento de onda

La tabla 5.4.1 muestra el resultado de la tabla de flujo primitiva junto con el significado de cada estado total estable.

Tabla 5.4.1

	AB				Z
	00	01	11	10	
1	1	3	-	2	0
2	1	-	9	2	1
3	4	3	6	-	0
4	4	3	-	5	0
5	1	-	6	5	0
6	-	7	6	5	0
7	1	7	8	2	1
8	-	7	8	2	1
9	-	3	9	10	1
10	4	-	9	10	1

1. Reset
2. A activado, Z activado
3. B activado, el siguiente pulso A cancelado
4. El siguiente pulso a cancelado
5. A activado (cancelado)
6. A activado (cancelado), B activado
7. B encendido (el siguiente pulso A no se cancela)
8. A, B, Z activado (el siguiente pulso A no se cancela)
9. A, B, Z activado, se cancela el siguiente pulso A
10. A y Z encendido, se cancela el siguiente pulso A.

Para la tabla primitiva 5.4.1, los bloques de estado total estables los cuales tienen las mismas entradas y salidas son:

(1,4), (3,7), (8,9) y (2,10)

Sin embargo $1 \neq 4$ porque los siguientes estados en la columna (10) (2 y 5) no son equivalentes, de igual forma $3 \neq 7$ porque $6 \neq 8$, $8 \neq 9$ porque $3 \neq 7$, y $2 \neq 10$ porque $1 \neq 4$.

Sin embargo esta tabla tiene el mínimo número de filas. El diagrama mostrado en la figura 5.4.4 muestra que la tabla puede ser reducida a 5 filas tabla 5.4.2. Las siguientes transiciones entre las filas son requeridas en la tabla 5.4.2.

Tenemos $(e \rightarrow b)$ $(c, d \rightarrow a)$; $(a, e \rightarrow b)$ $(c \rightarrow d)$; $(b \rightarrow c)$ $(a \rightarrow e)$; $(b \rightarrow c)$ $(d \rightarrow a)$

Figura 5.4.4
Reducción de filas

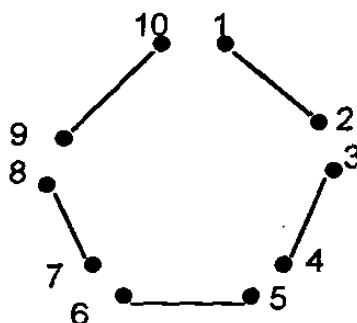


Tabla 5.4.2
Reducción de la tabla 5.4.1

	AB			
	00	01	11	10
a	1	3	9	2
b	4	3	6	5
c	1	7	6	5
d	1	7	8	2
	4	3	9	10

Las carreras críticas, deben ser construidas en un estado asignado el cual tiene los siguientes bloques adyacentes.

$$(b, e) (a, c, d) ; (a, b, e) (c, d) ; (b, c) (a, e) ; (b, c) (a, d)$$

El mapa de la figura 5.4.5 satisface todas esta adyacencias directamente excepto (b, c) , y (b, c) en satisfecha agregando f . La tabla 5.4.3 muestra la tabla de flujo basada en esta asignación.

Figura 5.4.5

Mapa de adyacencias

	Q_1	
	0	1
Q_2Q_3		
00	<i>a</i>	
01	<i>d</i>	
11	<i>c</i>	<i>f</i>
10	<i>e</i>	<i>b</i>

Tabla 5.4.3

Tabla de flujo basada en la asignación de la figura 5.4-6

	00	01	11	10	00	01	11	10
000 <i>a</i>	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	0	0	1	1
110 <i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	0	0	0	0
011 <i>c</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	0	0	0	0
001 <i>d</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	0	0	1	1
010 <i>e</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	-	0	1	1
111 <i>f</i>	-	-	<i>c</i>	<i>c</i>	-	-	0	0

Ahora procedemos a sustituir los valores de la tabla 5.4.3 por los valores obtenidos del mapa de la figura 5.4.5 es decir, en vez de poner la letra de la fila procedemos a poner los valores de Q_1Q_2 y Q_3 que le corresponden dando como resultado la siguiente tabla.

Tabla 5.4.4

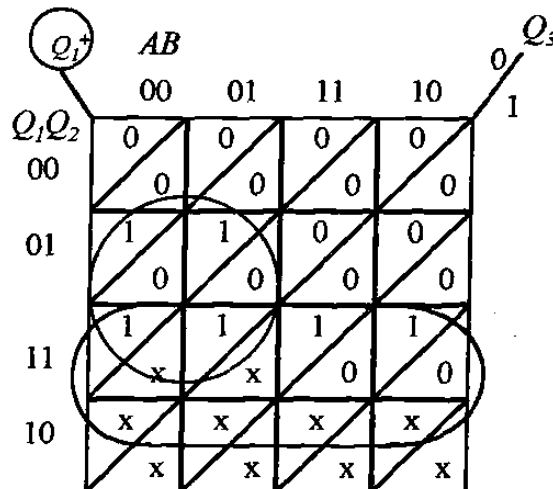
Tabla con la asignación correspondiente del mapa de la figura 5.4.6

$Q_1Q_2Q_3$	A				B			
	00	01	11	10	00	01	11	10
000	000	010	010	000	0	0	1	1
001	000	001	001	000	0	0	0	0
010	110	110	010	010	0	0	0	0
011	001	001	011	011	0	0	1	1
110	110	110	111	111	-	0	1	1
111	-	-	011	011	-	-	0	0

$Q_1^+Q_2^+Q_3^+$ Z

Con lo anterior procedemos a calcular el mapa de Karnaugh para $Q_1^+Q_2^+Q_3^+$ y Z para obtener las ecuaciones del diagrama escalera.

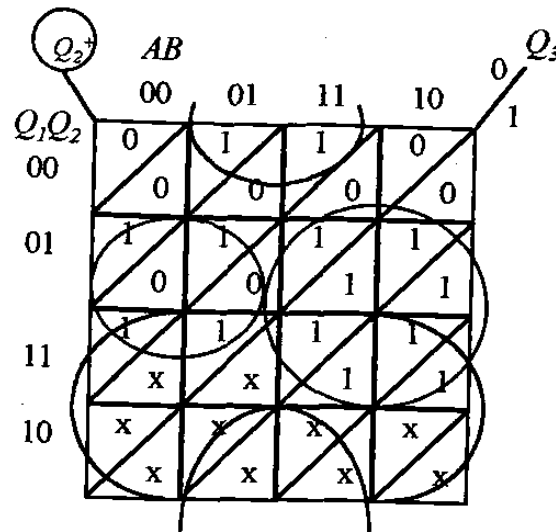
Figura 5.4.6 Mapa de Karnaugh para Q_1^+



Cuya ecuación es:

$$Q_1^+ = Q_2 \bar{A} \bar{Q}_3 + Q_1 \bar{Q}_3$$

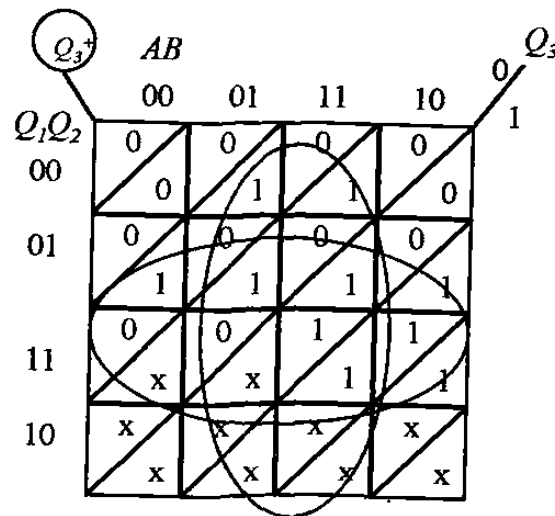
Figura 5.4.7 Mapa de Karnaugh para Q_2^+



Cuya ecuación es:

$$Q_2^+ = \bar{Q}_2B \bar{Q}_3 + \bar{A}Q_2 \bar{Q}_3 + Q_2A + Q_1$$

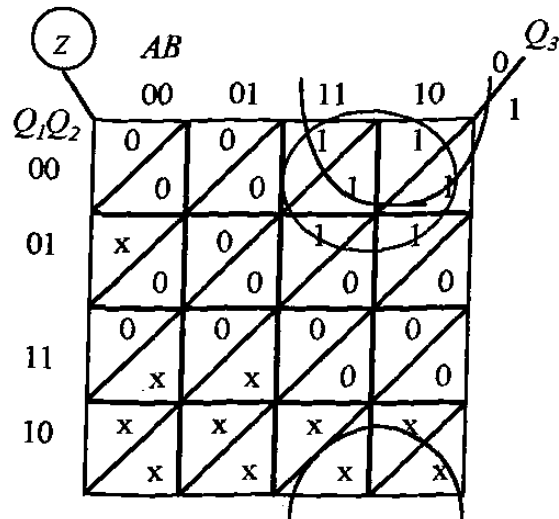
Figura 5.4.8 Mapa de Karnaugh para Q_3^+



Cuya ecuación es:

$$Q_3^+ = BQ_3 + Q_2Q_3$$

Figura 5.4.9 Mapa de Karnaugh para Z

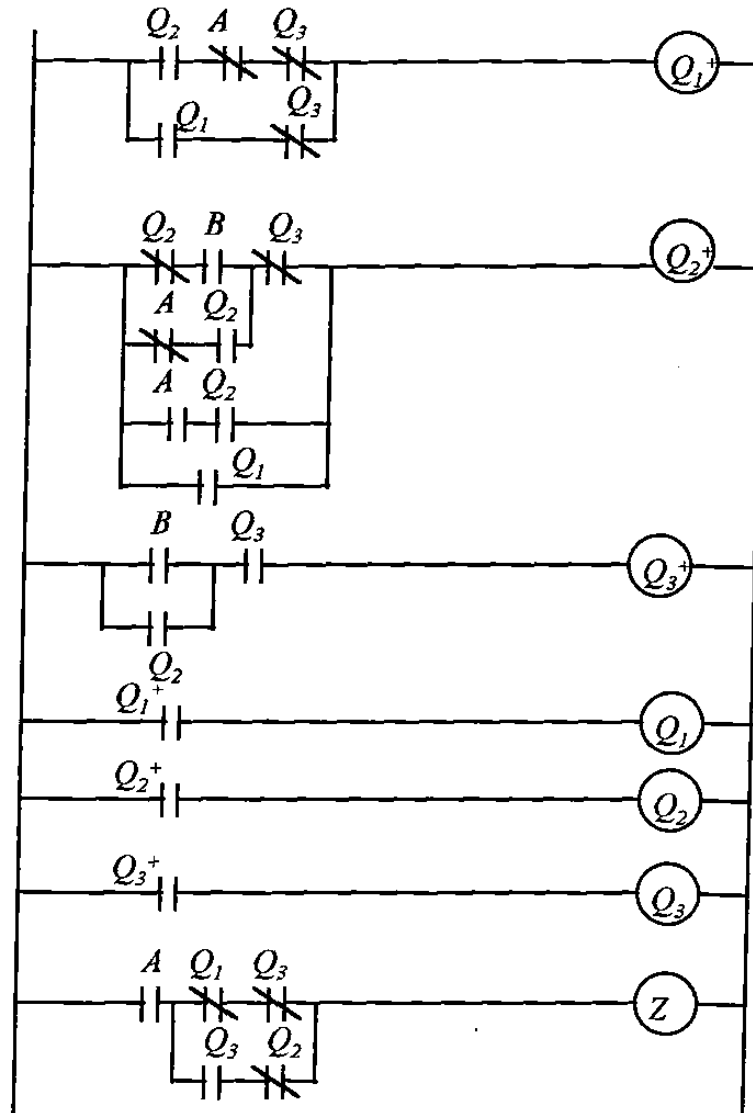


Cuya ecuación es:

$$Z = \bar{Q}_1 A \bar{Q}_3 + \bar{Q}_2 A Q_3$$

El diagrama escalera de acuerdo a las ecuaciones obtenidas del mapa de Karnough queda de la siguiente forma

Figura 5.4.10 Diagrama Escalera



CAPITULO 6

APLICACIONES DE TECNICAS PARA RESOLVER SECUENCIAS ASINCRONAS

6.1 Caso 1

Los siguientes casos a resolver nos muestra las propiedades características, ventajas y desventajas que presentan las técnicas para resolver las secuencias asincrónicas.

El ciclo del proceso de este caso considerando el esquema mostrado abajo, consiste en lo siguiente, presenta 3 switch de nivel ($S1$ = Nivel bajo, $S2$ = Nivel medio, $S3$ = Nivel alto) donde es cero cuando no alcanza ese nivel y es 1 cuando cubre el nivel

Su funcionamiento es el siguiente :

Se cuenta con un botón de arranque (P) al activarse se acciona la válvula A y empieza a caer el líquido en el fondo del tanque por lo tanto cubre el switch ($S1$) y este se activa, sigue subiendo el nivel y llega al switch ($S2$) lo cubre y se activa por lo que manda a la válvula B a que se abra, que se cierre la válvula A y que comience a trabajar el mezclador (M), el nivel sigue subiendo hasta llegar al switch ($S3$) que es el nivel alto, este se activa, se cierra la válvula B deja de operar el mezclador (M) y se abre la válvula C para permitir la descarga. Al bajar el nivel se empiezan a desactivar sucesivamente $S3$, $S2$ y $S1$ y termina el ciclo.

A continuación se muestra el esquema del proceso :

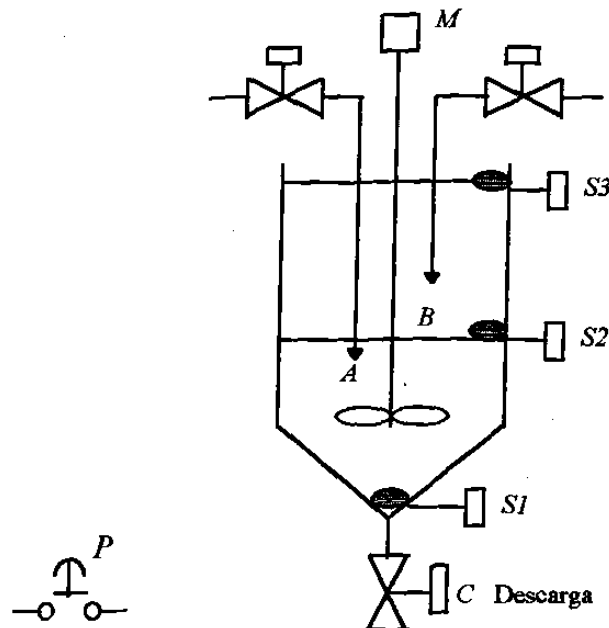


Figura 6.1.1 Caso 1

6.1.1 Aplicación del Método de Variable lógica

Siguiendo el enunciado del proceso mostrado en el punto 6.1 procedemos a realizar el diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin.

En el enunciado nos muestra que el proceso inicia al presionar el botón (P) por lo tanto se representa el pulso, inmediatamente se activa la válvula A pero no sabemos hasta donde termina procedemos a prolongar la línea que representa dicha válvula, esto es sin tomar en cuenta el retardo de inicio de la válvula A , un tiempo después sensor de nivel ($S1$) se activa, esto sucede debido a que el nivel va subiendo. Al conocer de momento donde se abre el switch ($S1$) entonces prolongamos la línea como se hizo en la válvula A .

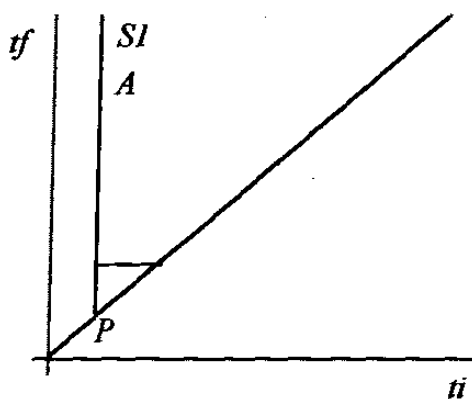


Figura 6.1.2 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Al seguir subiendo el nivel, llega un momento en que se cierra el switch ($S2$). Se abre la válvula B se cierra la válvula A y se activa el mezclador por eso en la misma línea del switch ($S2$) se representa B y M . la línea horizontal que presenta la válvula A es porque se acaba cuando se activa el switch ($S2$).

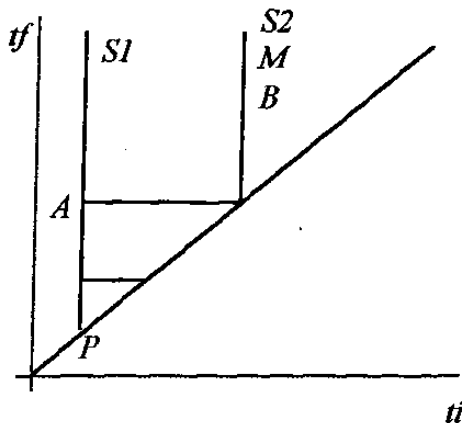


Figura 6.1.3 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Al ir subiendo el nivel, llega un momento en el que se cierra el switch ($S3$) con esto se cierra la válvula B se marca una línea horizontal hasta ($S3$) y se abre la válvula C la línea de esta aun no presenta terminación debido a que veremos bajo que condiciones termina.

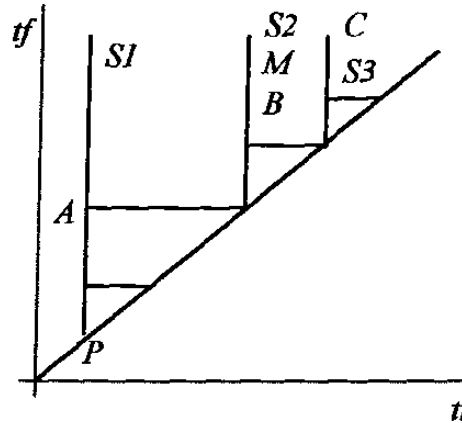


Figura 6.1.4 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Por esa razón un tiempo después, debido a que la válvula C está abierta. Y el nivel está bajando se el switch ($S2$) razón por la que se muestra la línea horizontal respecto al switch ($S2$).

Una vez que se abre la válvula C el nivel empieza a bajar, provocando que se abra de nuevo el switch ($S3$), la continuar bajando el nivel, llega un momento en que el tanque se vaciará y el switch ($S1$) se abrirá en ese momento se debe de cerrar la válvula C . Por ese motivo acaba cuando se abre el switch ($S1$).

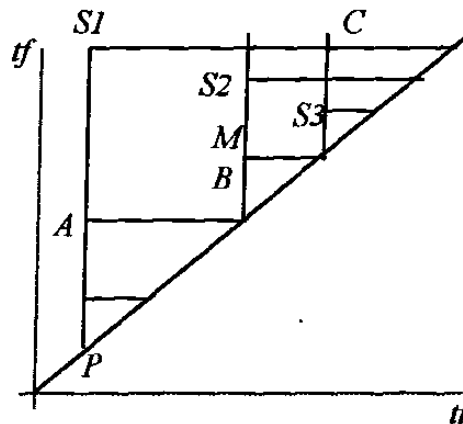


Figura 6.1.5 Diagrama tiempo inicio - tiempo fin

Finalmente tenemos la siguiente representación del proceso :

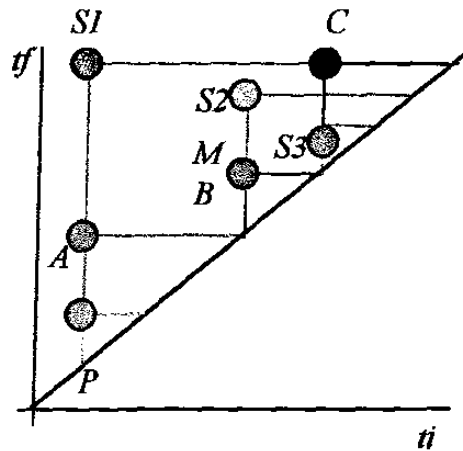


Figura 6.1.6 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Ahora analizaremos la ecuación para la válvula A , si observamos los 12 casos sabremos que se encuentra en el caso f) $\alpha\gamma$ y termina con $S2$.

$$A^I = P + A$$

$$A^O = S2$$

sustituyendo A^I y A^O en el teorema Fundamental Secuencial se obtiene:

$$A = (P + A) \cdot (\bar{S}2)$$

En el caso de la válvula B tenemos :

$$B = S2 \cdot \bar{C}$$

$M = S2$ debido a que se activa junto con $S2$

En el caso de la válvula C tenemos :

$$C^I = S3 + C$$

$$C^O = \bar{S}1$$

sustituyendo C^I y C^O en el teorema Fundamental Secuencial se obtiene:

$$C = (S3 + C) \cdot (S1)$$

Las ecuaciones de A , B , C y M pueden ser expresadas en un diagrama escalera como se muestra a continuación :

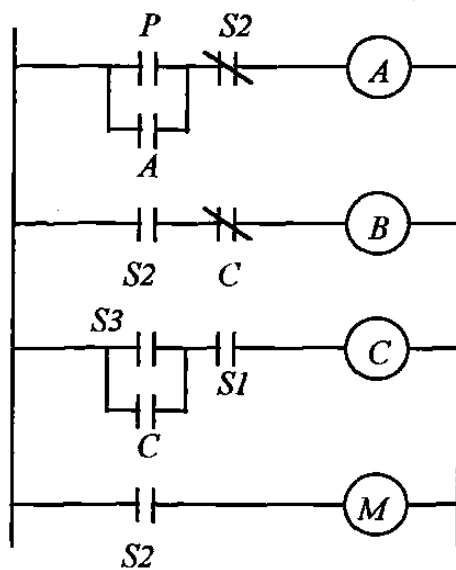


Figura 6.1.7 Diagrama escalera mediante variable lógica

6.1.2 Aplicación del Método de Roth

Siguiendo el enunciado del proceso mostrado en el punto 6.1 procedemos a realizar los pasos para resolver la secuencia asíncrona por el método de Roth :

Procedemos a realizar un diagrama de tiempo en el cual se indican las entradas y las salidas.

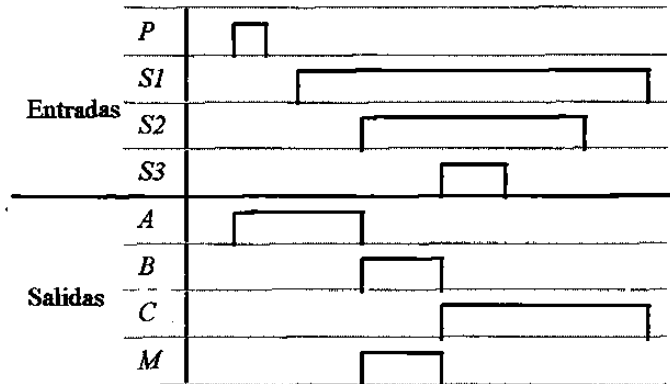


Figura 6.1.8 Aplicación del método de Roth

Una vez hecho el diagrama de tiempo se procede a indicar con una línea punteada las condiciones de entrada para tener un comportamiento en la salida.

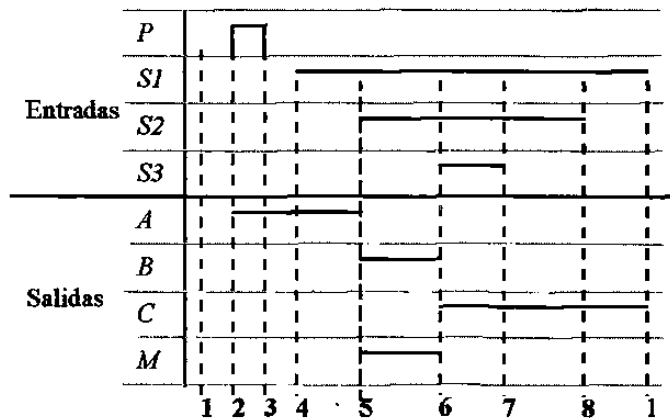


Figura 6.1.9 Aplicación del método de Roth

El número 1 indica que no esté ninguna entrada activada, el 2 que solo esté activado el pulso y se abra la válvula *A*, el 3 que no esté activado el pulso y siga operando la válvula *A*, el 4 se activa el sensor (*S1*) y siga operando la válvula *A*, el 5 este activado (*S1*) se activa (*S2*) deja de operar *A*, se activa el mezclador y se abre la

válvula *B*. El 6 se activa el sensor (*S3*) no operan la válvula *B* y el mezclador pero se activa la válvula *C*. El 7 se desactiva el sensor (*S3*) sigue operando *C*. El 8 se desactiva el sensor (*S2*) sigue operando *C*, después del 8 se vuelve a la condición inicial por eso se pone el número 1.

Ahora procedemos a realizar la tabla de flujo primitiva.

Tabla de flujo primitiva

	Entradas					Salidas
	<i>PS1S2S3</i>	<i>PS1S2S3</i>	<i>PS1S2S3</i>	<i>PS1S2S3</i>	<i>PS1S2S3</i>	<i>ABCM</i>
	0 0 0 0	0 1 0 0	0 1 1 0	0 1 1 1	1 0 0 0	
1)	1	-	-	-	2	0 0 0 0
2)	3	-	-	-	2	1 0 0 0
3)	3	4	-	-	-	1 0 0 0
4)	3	4	5	-	-	1 0 0 0
5)	-	6	5	7	-	0 1 0 1
6)	-	6	5	-	-	0 1 0 1
7)	-	-	8	7	-	0 0 1 0
8)	-	9	8	7	-	0 0 1 0
9)	1	9	8	-	-	0 0 1 0

Tabla 6.1.1 Tabla de flujo primitiva

Observamos si hay estados redundantes :

1 y 3 están en la misma columna pero tienen diferente salida, 4, 6 y 9 tienen diferente salida, 5 y 8 no tienen igual salida, 7 y 2 están en columnas diferentes por lo tanto esta tabla no tiene estados redundantes.

Observamos si hay mezcla de estados :

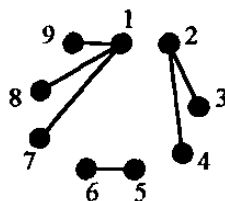


Figura 6.1.10 Mezcla de estados

Por lo tanto procedemos a juntar las filas de acuerdo al diagrama anterior :

Entradas					
<i>PS1S2S3</i>	<i>PS1S2S3</i>	<i>PS1S2S3</i>	<i>PS1S2S3</i>	<i>PS1S2S3</i>	
0 0 0 0	0 1 0 0	0 1 1 0	0 1 1 1	1 0 0 0	
1	9	8	7	2	
3	4	5	-	2	
-	6	5	7	-	

Tabla 6.1.2 Reducción de filas

Se realizará la tabla de estados internos :

Entradas				
<i>PSIS2S3</i>	<i>PSIS2S3</i>	<i>PSIS2S3</i>	<i>PSIS2S3</i>	<i>PSIS2S3</i>
0 0 0 0	0 1 0 0	0 1 1 0	0 1 1 1	1 0 0 0
a	a	a	a	b
b	b	c	-	b
-	c	c	a	-

Salidas				
<i>ABCM</i>	<i>ABCM</i>	<i>ABCM</i>	<i>ABCM</i>	<i>ABCM</i>
0 0 0 0	0 1 0 0	0 1 1 0	0 1 1 1	1 0 0 0
a) 0000	0010	0010	0010	-
b) 1000	1000	-	-	1000
c) -	0101	0101	-	-

Tabla 6.1.3 Tabla de estados internos

Es importante observar que solo se colocan las salidas de los estados estables.

Una vez colocadas las salidas se procede a contar las filas en este caso son 3 con ello sabremos cuantas variables auxiliares utilizaremos, en este caso tenemos $2^n = 4$, el 4 es por que son 3 filas y debemos localizar un exponente que nos de el mismo número de filas o el número siguiente en este caso $2^2 = 4$, por lo tanto emplearemos 2 variables auxiliares. Y serán denominadas Q_1 y Q_2 .

Ahora procedemos a dar la asignación :

Es importante saber que en cada columna de que estado inestable parte para llegar al estado estable de la misma columna por lo tanto en este caso tenemos.

0000).- ()
 0100).- ()
 0110).- ($b \rightarrow c$)
 0111).- ($c \rightarrow a$)
 1000).- ($a \rightarrow b$)

Se conoce que hay dos variables auxiliares que son Q_1 y Q_2 por lo tanto es representado de la siguiente manera.

Q_1	0	1
Q_2	1	0
1	a	
0	b	c

$$Q_1Q_2$$

$$a = 00$$

$$b = 01$$

$$c = 11$$

Figura 6.1.11 Variables auxiliares

Considerando el mapa anterior y el arreglo de las columnas tenemos ahora :

$$0000).- (\quad)$$

$$0100).- (\quad)$$

$$0110).- (b \rightarrow c)$$

$$0111).- (c \rightarrow b \rightarrow a)$$

$$1000).- (a \rightarrow b)$$

Se observa que solo se modificó la columna 0111 obteniéndose la siguiente tabla :

Entradas				
$PS_1S_2S_3$	$PS_1S_2S_3$	$PS_1S_2S_3$	$PS_1S_2S_3$	$PS_1S_2S_3$
0000	0100	0110	0111	1000
a	a	a	a	b
b	b	c	a	b
-	c	c	b	-

Salidas				
$ABCM$	$ABCM$	$ABCM$	$ABCM$	$ABCM$
0000	0100	0110	0111	1000
a) 0000	0010	0010	0010	-
b) 1000	1000	-	-	1000
c) -	0101	0101	-	-

Tabla 6.1.4 Tabla con la modificación de la columna 0111

Las letras a, b, c serán sustituidas por Q_1 y Q_2 cada una, dando como resultado :

Entradas					
Q_1Q_2	$PS_1S_2S_3$	$PS_1S_2S_3$	$PS_1S_2S_3$	$PS_1S_2S_3$	$PS_1S_2S_3$
	0 0 0 0	0 1 0 0	0 1 1 0	0 1 1 1	1 0 0 0
00	00	00	00	00	01
01	01	01	11	00	01
11	**	11	11	01	**
10	**	**	**	**	**

Salidas					
Q_1Q_2	$ABCM$	$ABCM$	$ABCM$	$ABCM$	$ABCM$
	0 0 0 0	0 1 0 0	0 1 1 0	0 1 1 1	1 0 0 0
00	0000	0010	0010	0010	*000
01	1000	1000	**0*	0010	1000
11	****	0101	0101	0****	****
10	****	****	****	****	****

Tabla 6.1.5 Tabla con la sustitución de variables auxiliares

Procedemos a realizar los mapas de Karnaugh de las variables Q_1 , Q_2 , A , B , C , y M .

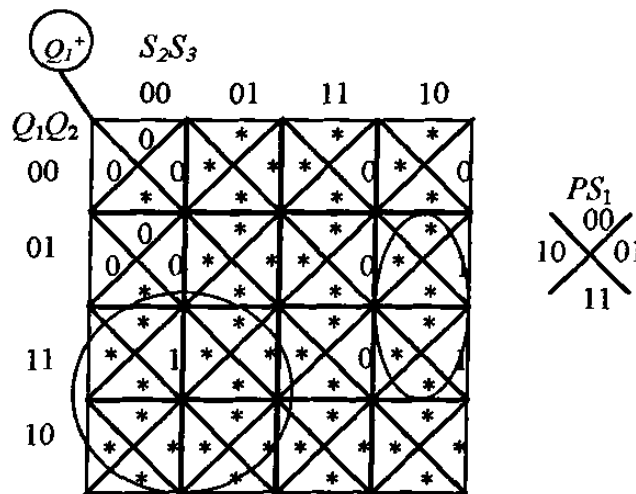


Figura 6.1.12 Mapa de Karnaugh Q_1^+

Cuya ecuación es : $Q_1^+ = Q_1 \bar{S}_2 + Q_2 S_2 \bar{S}_3$

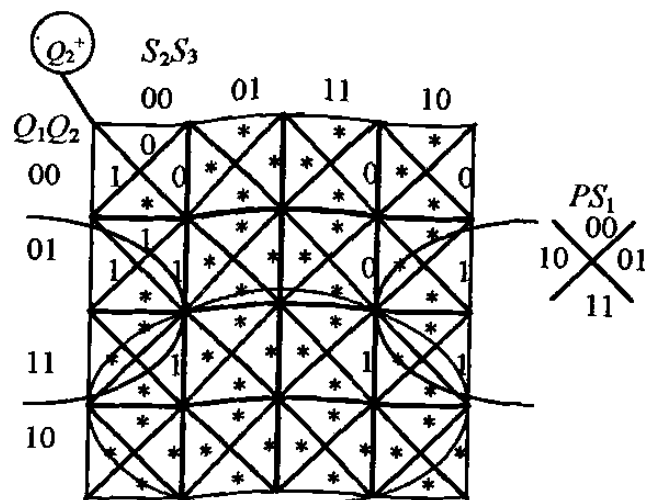


Figura 6.1.13 Mapa de Karnaugh Q_2^+

Cuya ecuación es : $Q_2^+ = Q_1 + Q_2 \bar{S}_3 + \bar{Q}_1 P$

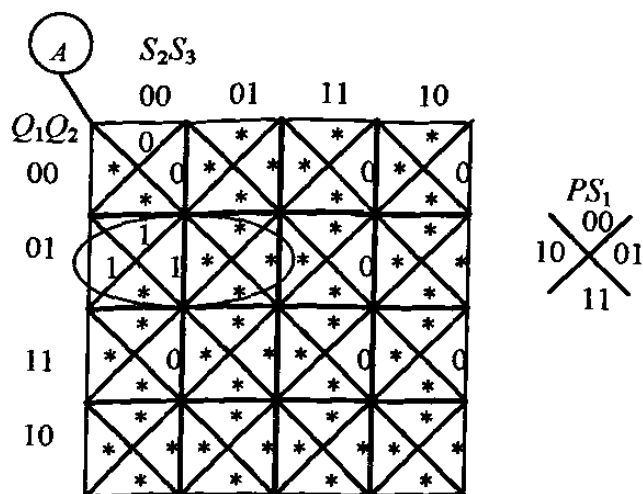


Figura 6.1.14 Mapa de Karnaugh A

Cuya ecuación es : $A = \bar{Q}_1 Q_2 \bar{S}_2$

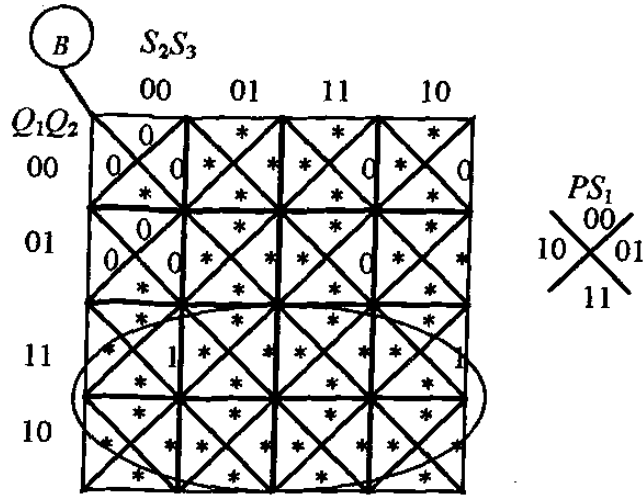


Figura 6.1.15 Mapa de Karnaugh B

Cuya ecuación es : $B = Q_1$

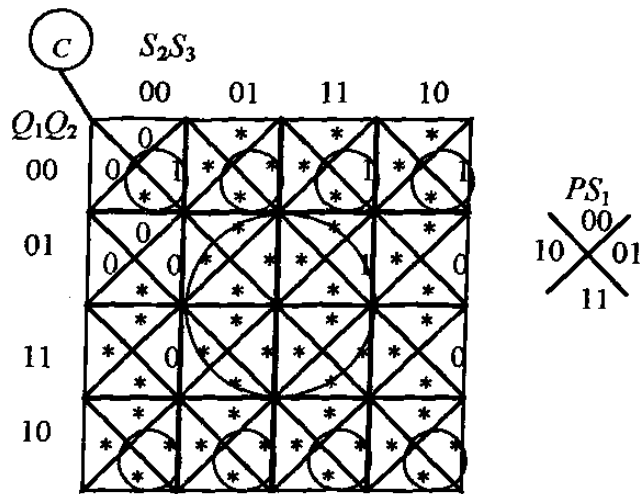


Figura 6.1.16 Mapa de Karnaugh C

Cuya ecuación es : $C = \bar{Q}_2S_1 + Q_2S_3$

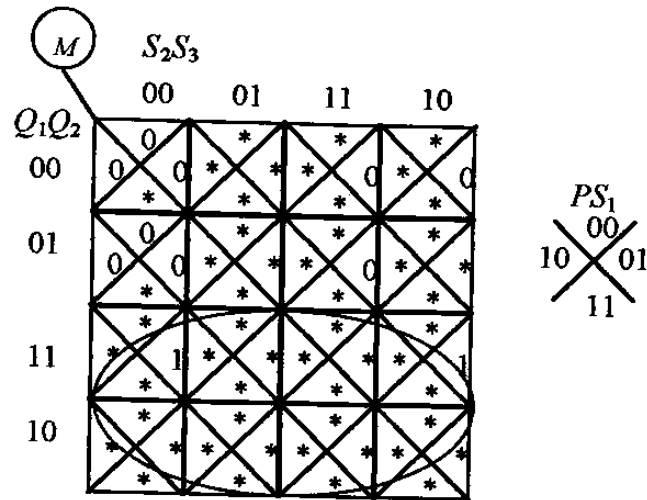


Figura 6.1.17 Mapa de Karnaugh M

Cuya ecuación es : $M = Q_1$

Una vez teniendo las ecuaciones procedemos a realizar el diagrama escalera.

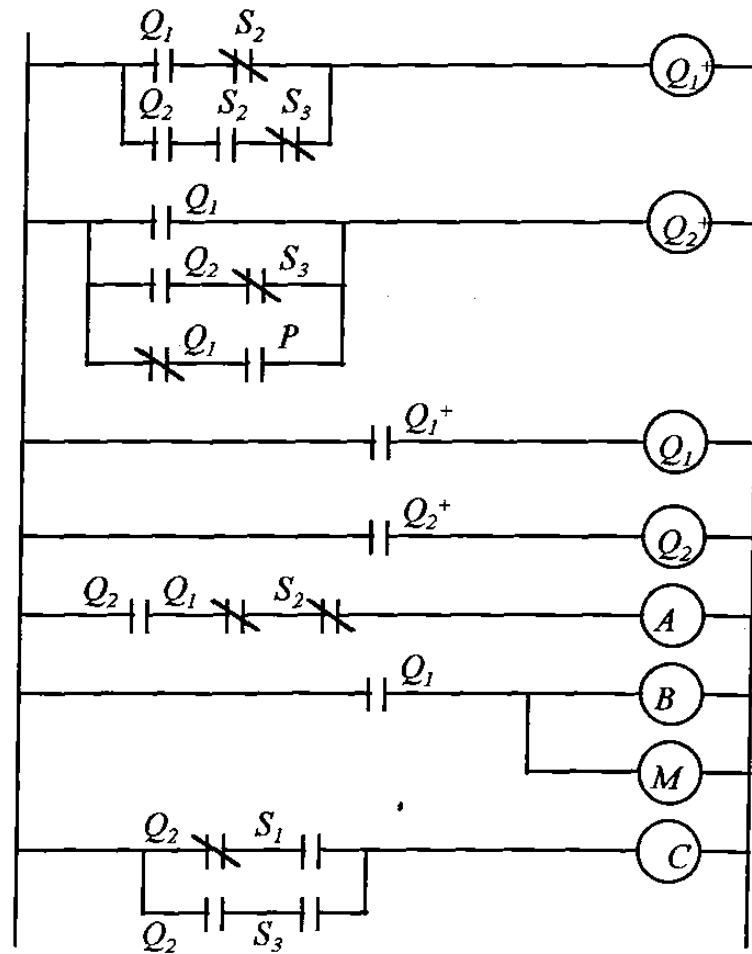


Figura 6.1.18 Diagrama escalera mediante Roth

Ahora observemos el comportamiento de cada una de esta técnicas respecto al caso mostrado en el punto 6.1 por medio de la tabla siguiente :

Tabla Comparativa

Comportamiento :	Método de Variable Lógica	Método de Roth
1.-Tiempo empleado en resolver el caso	10 minutos	2 horas
2.-Cantidad de variables utilizadas	4 variables	6 variables
3.-Ecuaciones finales	$A = (P + A) \cdot (\bar{S}_2)$ $B = S_2 \cdot \bar{C}$ $M = S_2$ $C = (S_3 + C) \cdot (S_1)$	$Q_1^+ = Q_1 \bar{S}_2 + Q_2 S_2 \bar{S}_3$ $Q_2^+ = Q_1 + Q_2 S_3 + Q_1 P$ $A = Q_1 Q_2 \bar{S}_2$ $B = Q_1$ $C = Q_2 S_1 + Q_2 S_3$ $M = Q_1$
4.-Variables auxiliares	0	2, (Q_1 y Q_2)
5.-Pasos efectuados	3	9
6.-Considera atrasos	si	si
7.-Se logro resolver	si	si

Tabla 6.1.6

6.2 Caso 2

Tomando el enunciado del punto 6.1 con la diferencia que se le agregará un paro de emergencia (E) que provoca la suspensión de la tarea cuando se abre, será representado por el relevador (Z)

6.2.1 Aplicación del Método de Variable lógica

Siguiendo el enunciado del proceso mostrado en el punto 6.1 procedemos a realizar el diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin.

En el enunciado se nos muestra que el proceso inicia al presionar el botón (*P*) por lo tanto se representa el pulso ,inmediatamente se activa la válvula *A* pero no sabemos hasta donde termina procedemos a prolongar la línea que representa dicha válvula, sin tomar en cuenta el retardo del inicio de la válvula *A*, un tiempo después se activa el switch de nivel (*SI*) porque el nivel va subiendo al no conocer de momento donde se abre el switch (*SI*), entonces prolongamos la línea como se hizo en la válvula *A*.

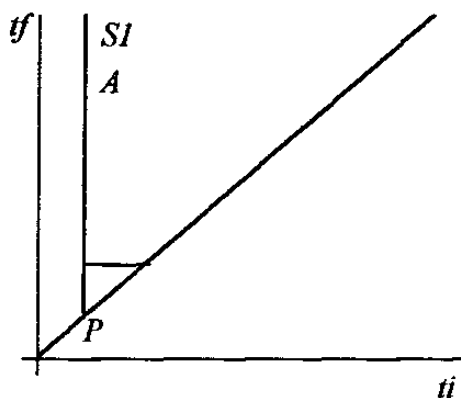


Figura 6.2.1 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Sigue subiendo el nivel, llega un momento en que se cierra el switch (*S2*) se cierra la válvula *A*, se abre la válvula *B* y se activa el mezclador por eso en la misma línea de (*S2*) se representa *B* y *M*, se cierra la válvula *A* motivo por el cual se muestra una línea horizontal respecto a la línea *A* que acaba cuando inicia (*S2*).

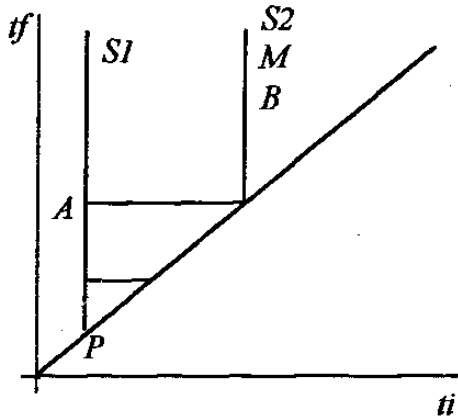


Figura 6.2.2 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

El nivel sigue subiendo, llega un momento en el que se cierra el switch ($S3$), con esto se cierra la válvula B por lo que se marca una línea horizontal en B hasta ($S3$) y se abre la válvula C aun no presenta terminación debido a que veremos bajo que condiciones termina.

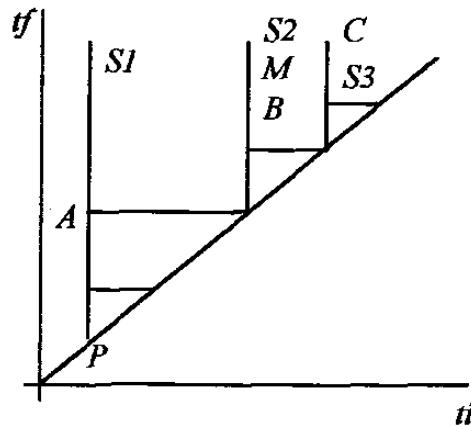


Figura 6.2.3 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Por esta razón, un tiempo después debido a que la válvula C está abierta, y el nivel está bajando se abrirá el switch ($S2$) y por esa razón se muestra la línea horizontal respecto al ($S2$).

El nivel continua bajando, llega un momento en el que el tanque se vaciará y el switch ($S1$) se abrirá por ese motivo se debe de cerrar la válvula C . entonces C acaba cuando se abre el switch ($S1$).

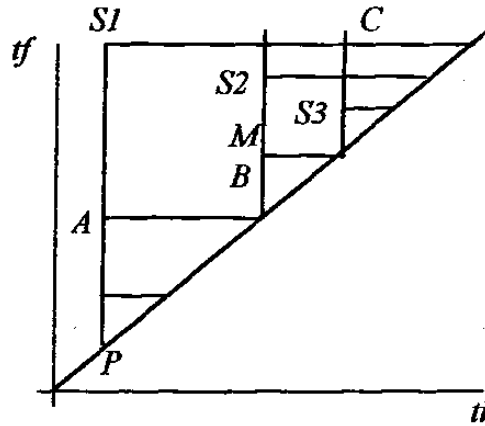


Figura 6.2.4 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Finalmente tenemos la siguiente representación del proceso :

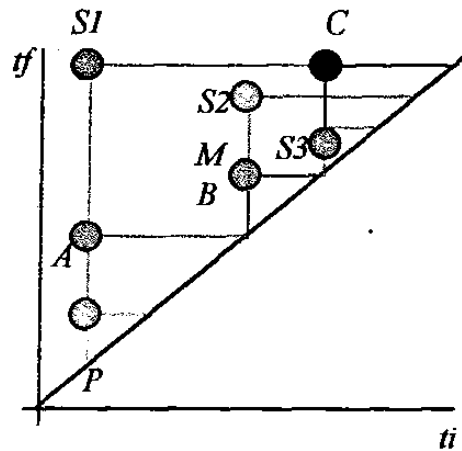


Figura 6.2.5 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Ahora analizaremos la ecuación para la válvula A , si observamos los 12 casos sabremos que se encuentra en el caso $f) \alpha$ donde inicia con P y termina con $S2$.

$$A^I = P + A$$

$$A^O = S2$$

Sustituyendo A^I y A^O en el teorema Fundamental Secuencial, se obtiene :

$$A = (P + A) \cdot (\bar{S}2)$$

En el caso de la válvula B tenemos :

$$B = S_2 \cdot \bar{C}$$

$M = S_2$ debido a que se activa junto con S_2

En el caso de la válvula C tenemos :

$$C' = S_3 + C$$

$$C^o = \bar{S}_1$$

Uniendo las ecuaciones de creación y extinción tenemos :

$$C = (S_3 + C) \cdot (S_1)$$

Con lo anterior procedemos a modificar las salidas ya que debemos recordar que se incluyó un paro de emergencia (E) complementado con la bobina (Z) que debe ir en serie en el diagrama escalera

$$A^o = S_2 + \bar{Z}$$

$$B = S_2 \cdot \bar{C} \cdot Z \text{ (Es combinacional)}$$

$$C^o = \bar{S}_1 + \bar{Z}$$

$$M = S_2 \cdot Z \text{ (Es combinacional)}$$

finalmente las ecuaciones quedan :

$$A = (P + A) \cdot (\bar{S}_2 \cdot Z)$$

$$B = S_2 \cdot \bar{C} \cdot Z$$

$$C = (S_3 + C) \cdot (S_1 \cdot Z)$$

$$M = S_2 \cdot Z$$

Las ecuaciones de A , B , C y M pueden ser expresadas en un diagrama escalera como se muestra a continuación :

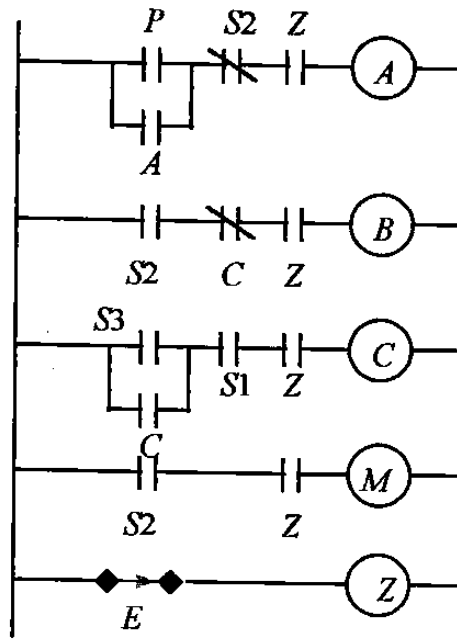


Figura 6.2.6 Diagrama escalera mediante variable lógica

6.2.2 Aplicación del Método de Roth

Siguiendo el enunciado del proceso mostrado en el punto 6.1 procedemos a realizar los pasos para resolver la secuencia asíncrona por el método de Roth con la diferencia de que se le agregó el paro de emergencia (E).

Procedemos a realizar un diagrama de tiempo en el cual se indican las entradas y las salidas.

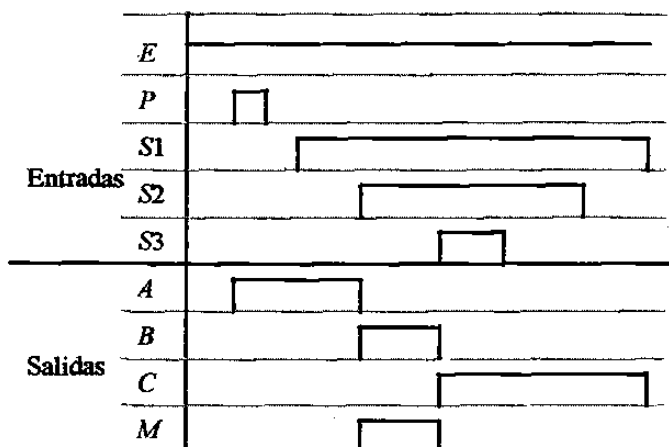


Figura 6.2.7 Aplicación del método de Roth

Una vez hecho el diagrama de tiempo se procede a indicar con una línea punteada las condiciones de entrada para tener un comportamiento en la salida.

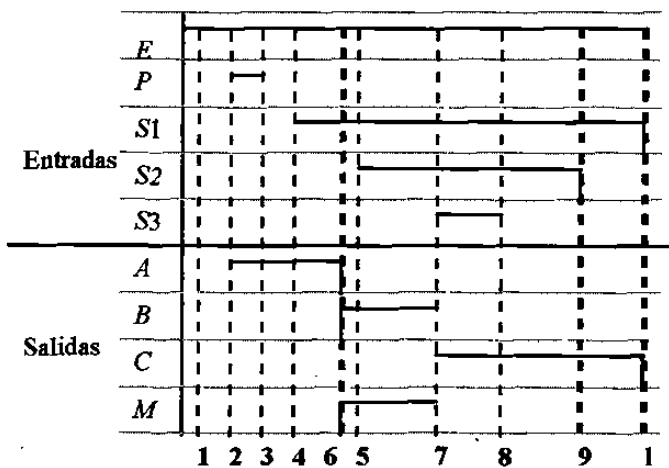


Figura 6.2.8 Aplicación del método de Roth

El número 1 indica que no esté ninguna entrada activada, el 2 que solo esta activado el pulso y se abra la válvula A, el 3 que no esté activado el pulso y siga operando la válvula A, el 4 se activa el sensor (S1) y sigue operando la válvula A, el 5 este activado (S1) se activa (S2) deja de operar A, se activa el mezclador y se abre la

válvula *B*. El 6 sigue activo el (*S1*) y (*B* y *M*) se activan y (*A*) se desactiva. El 7 se activa el sensor (*S3*) y opera *C*. El 8 se desactiva el sensor (*S3*) sigue operando *C*, el 9 se desactiva el (*S2*) y sigue operando *C*. después del 9 se vuelve a la condición inicial por eso se pone el número 1.

Ahora procedemos a realizar la tabla de flujo primitiva.

Tabla de flujo primitiva

	Entradas					Salidas
	<i>PS1S2S3E</i>	<i>PS1S2S3E</i>	<i>PS1S2S3E</i>	<i>PS1S2S3E</i>	<i>PS1S2S3E</i>	<i>ABC M</i>
	0 0 0 0 1	0 1 0 0 0 1	0 1 1 0 1	0 1 1 1 1	1 0 0 0 1	
1)	1	-	-	-	2	0 0 0 0
2)	3	-	-	-	2	1 0 0 0
3)	3	4	-	-	-	1 0 0 0
4)	3	4	5	-	-	1 0 0 0
5)	-	6	5	7	-	0 1 0 1
6)	-	6	5	-	-	0 1 0 1
7)	-	-	8	7	-	0 0 1 0
8)	-	9	8	7	-	0 0 1 0
9)	1	9	8	-	-	0 0 1 0

Tabla 6.2.1 Tabla de flujo primitiva

Observamos si hay estados redundantes :
 1 y 3 están en la misma columna pero tienen diferente salida, 4, 6 y 9 tienen diferente salida, 5 y 8 no tienen igual salida, 7 y 2 están en columnas diferentes por lo tanto esta tabla no tiene estados redundantes.

Observamos si hay mezcla de estados :

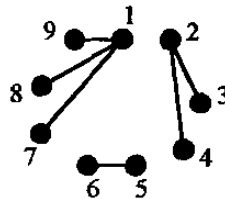


Figura 6.2.9 Mezcla de estados

Por lo tanto procedemos a juntar las filas de acuerdo al diagrama anterior :

	Entradas				
	<i>PS1S2S3E</i>	<i>PS1S2S3E</i>	<i>PS1S2S3E</i>	<i>PS1S2S3E</i>	<i>PS1S2S3E</i>
	0 0 0 0 1	0 1 0 0 1	0 1 1 0 1	0 1 1 1 1	1 0 0 0 1
1	9	8	7	2	
3	4	5	-	2	
-	6	5	7	-	

Tabla 6.2.2 Reducción de filas

Se realizará la tabla de estados internos :

Entradas				
<i>PS₁S₂S₃E</i>	<i>PS₁S₂S₃E</i>	<i>PS₁S₂S₃E</i>	<i>PS₁S₂S₃E</i>	<i>PS₁S₂S₃E</i>
0 0 0 0 1	0 1 0 0 1	0 1 1 0 1	0 1 1 1 1	1 0 0 0 1
a	a	a	a	b
b	b	c	-	b
-	c	c	a	-

Salidas				
<i>ABCM</i>	<i>ABCM</i>	<i>ABCM</i>	<i>ABCM</i>	<i>ABCM</i>
0 0 0 0 1	0 1 0 0 1	0 1 1 0 1	0 1 1 1 1	1 0 0 0 1
a) 0 0 0 0	0 0 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0	-
b) 1 0 0 0	1 0 0 0	-	-	1 0 0 0
c) -	0 1 0 1	0 1 0 1	-	-

Tabla 6.2.3 Tabla de estados internos

Es importante observar que solo se colocan las salidas de los estados estables.

Una vez colocadas las salidas se procede a contar las filas en este caso son 3 con ello sabremos cuantas variables auxiliares utilizaremos, en este caso tenemos $2^n = 4$, el 4 es por que son 3 filas y debemos localizar un exponente que nos de el mismo número de filas o el número siguiente en este caso $2^2 = 4$, por lo tanto emplearemos 2 variables auxiliares. Y serán denominadas Q_1 y Q_2 .

Otro punto importante aquí, es conocer el número de variables empleadas en el mapa de Karnaugh, por lo tanto lo haremos con la siguiente ecuación :

$$\text{número total de variables} = \text{número de entradas} + n \leq 6$$

$$7 = 5 (P, S_1, S_2, S_3, E) + 2 (Q_1, Q_2)$$

No se puede emplear el mapa de Karnaugh por que el máximo número de variables que acepta es 6

Tabla de Comportamiento

Comportamiento :	Método de Variable Lógica	Método de Roth
1.-Tiempo empleado en resolver el caso	15 minutos	No se logró resolver
2.-Cantidad de variables utilizadas	5 variables	7 variables
3.-Ecuaciones finales	$A = (P + A) \cdot (S2 \cdot Z)$ $B = S2 \cdot \bar{C} \cdot Z$ $M = S2 \cdot Z$ $C = (S3 + C) \cdot (S1 \cdot Z)$	
4.-Variables auxiliares	0	2, (Q_1 y Q_2)
5.-Pasos efectuados	3	9
6.-Considera atrasos	si	si
7.-Se logro resolver	si	no

Tabla 6.2.4

6.3 Caso 3

En este caso se desea trabajar en forma automática, es decir que se inicie un nuevo ciclo cuando se haya descargado todo el tanque y que al oprimir el botón se cierra (Q), esto permite terminar el ciclo en operación pero no inicia uno nuevo.

6.3.1 Aplicación del Método de Variable lógica

Siguiendo el enunciado del proceso mostrado en el punto 6.1 procedemos a realizar el diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin.

En el enunciado se nos muestra que el proceso inicia al presionar el botón (*P*) por lo tanto se representa el pulso ,inmediatamente se activa la válvula *A* pero no sabemos hasta donde termina procedemos a prolongar la línea que representa dicha válvula, sin tomar en cuenta el retardo del inicio de la válvula *A*, un tiempo después se activa el switch de nivel (*S1*) porque el nivel va subiendo al no conocer de momento donde se abre el switch (*S1*), entonces prolongamos la línea como se hizo en la válvula *A*.

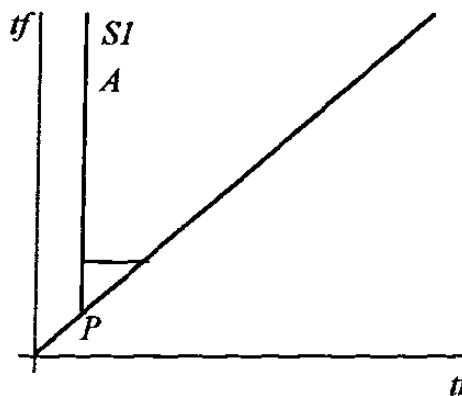


Figura 6.3.1 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin.

Segue subiendo el nivel, llega un momento en que se cierra el switch (*S2*) se cierra la válvula *A*, se abre la válvula *B* y se activa el mezclador por eso en la misma línea de (*S2*) se representa *B* y *M*, se cierra la válvula *A* motivo por el cual se muestra una línea horizontal respecto a la línea *A* que acaba cuando inicia (*S2*).

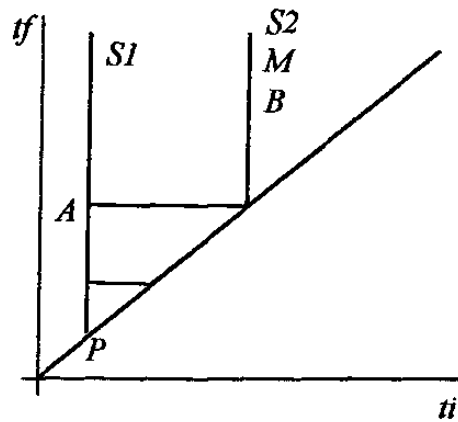


Figura 6.3.2 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

El nivel sigue subiendo, llega un momento en el que se cierra el switch ($S3$), con esto se cierra la válvula B y se abre la válvula C por lo que se marca una línea horizontal en B hasta ($S3$) la línea C aun no presenta terminación debido a que veremos bajo que condiciones termina.

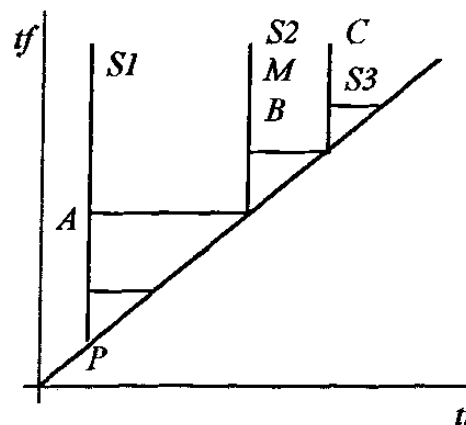


Figura 6.3.3 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Por esta razón, un tiempo después debido a que la válvula C está abierta, y el nivel está bajando se abrirá el switch ($S2$) y por esa razón se muestra la línea horizontal respecto al ($S2$).

El nivel continua bajando, llega un momento en el que el tanque se vaciará y el swich ($S1$) se abrirá por ese motivo se debe de cerrar la válvula C . entonces C acaba cuando se abre el swich ($S1$).

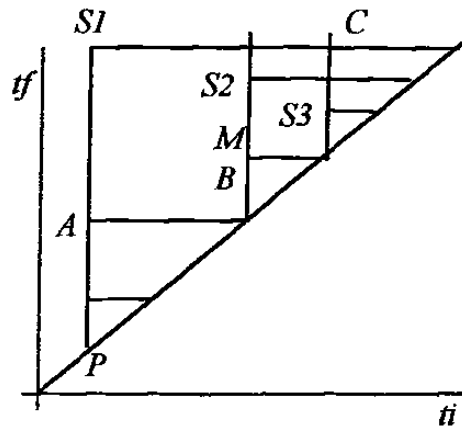


Figura 6.3.4 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Finalmente tenemos la siguiente representación del proceso, tenemos como extra a X y a Q como botón de paro, por esa razón la parte activa del proceso se encuentra envuelta por X que indica que solo ahí se encuentra operando el proceso.

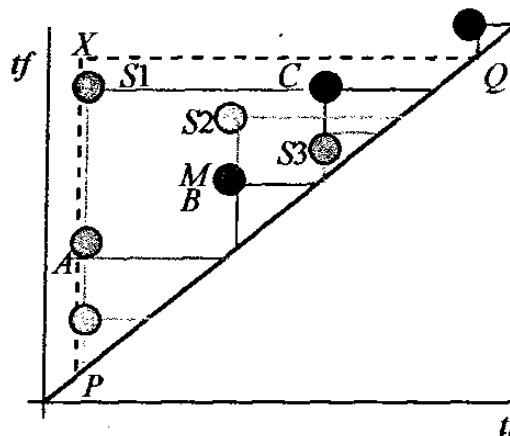


Figura 6.3.5 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin

Ahora analizaremos la ecuación para la válvula A , si observamos los 12 casos sabremos que se encuentra en el caso f o α y observamos que se inicia con P o porque está X y no existe $S1$ recordando que se memoriza por lo tanto tenemos :

$$A^1 = P + \bar{S1}.X + A$$

$$A^0 = S2$$

Sustituyendo A^1 y A^0 en el teorema Fundamental Secuencial, se obtiene :

$$A = (P + \bar{S1}.X + A) \cdot (S2)$$

En el caso de la válvula B tenemos :

$$B = S_2 \cdot \bar{C}$$

$M = S_2$ debido a que se activa junto con S_2

En el caso de la válvula C tenemos :

$$C^1 = S_3 + C$$

$$C^0 = \bar{S}_1$$

Sustituyendo C^1 y C^0 en el teorema Fundamental Secuencial , se obtiene :

$$C = (S_3 + C) \cdot (S_1)$$

Con lo anterior procedemos a modificar las salidas ya que debemos recordar que se incluyó un paro de emergencia (E) complementado con la bobina (Z) que debe ir en serie en el diagrama escalera

$$A^0 = S_2 + \bar{Z}$$

$$B = S_2 \cdot \bar{C} \text{ (Es combinacional)}$$

$$C^0 = \bar{S}_1 + \bar{Z}$$

$$M = S_2 \text{ (Es combinacional)}$$

finalmente las ecuaciones quedan :

$$A = (P + \bar{S}_1 \cdot X + A) \cdot (\bar{S}_2 \cdot Z)$$

$$B = S_2 \cdot \bar{C} \cdot Z$$

$$C = (S_3 + C) \cdot (S_1 \cdot Z)$$

$$M = S_2 \cdot Z$$

Cabe aclarar que nos faltan las ecuaciones de arranque y paro del proceso para que solo se efectuó una vez.

En la última figura se observa que X existe porque dentro de ella esta P y por que se memoriza, y deja de existir (o acaba) cuando aparece Q por esa razón tenemos las siguientes ecuaciones.

$$X^0 = P + X$$

$$X^1 = Q$$

Sustituyendo X^1 y X^0 en el teorema Fundamental Secuencial , se obtiene :

$$X = (P + X) \cdot (\bar{Q})$$

Sabemos que al dar el botón de arranque la válvula con la que se inicia el proceso es la A por lo tanto ahí incluiremos la letra X . Por lo tanto A existe por que hay un pulso y también se encuentra envuelto por la X por lo tanto forma un AND entre P y X , con la característica que es memorizado. Y A deja de existir porque aparece el sensor 2 ($S2$).

Las ecuaciones de A , B , C , M y X que incluyen el botón P arranque y Q paro pueden ser expresadas en un diagrama escalera como se muestra a continuación :

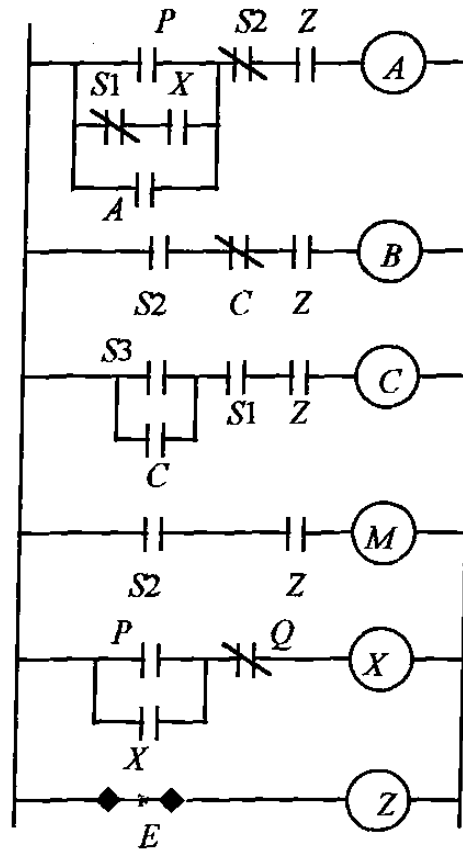


Figura 6.3.6 Diagrama escalera

6.3.2 Aplicación del Método de Roth

Siguiendo el enunciado del proceso mostrado en el punto 6.2 procedemos a realizar los pasos para resolver la secuencia asincrónica por el método de Roth :

Procedemos a realizar un diagrama de tiempo en el cual se indican las entradas y las salidas. Considerando la entrada extra que es el botón de paro (Q). Este botón Q es un switch de doble posición, la primera posición indica un ciclo y la segunda son ciclos múltiples.

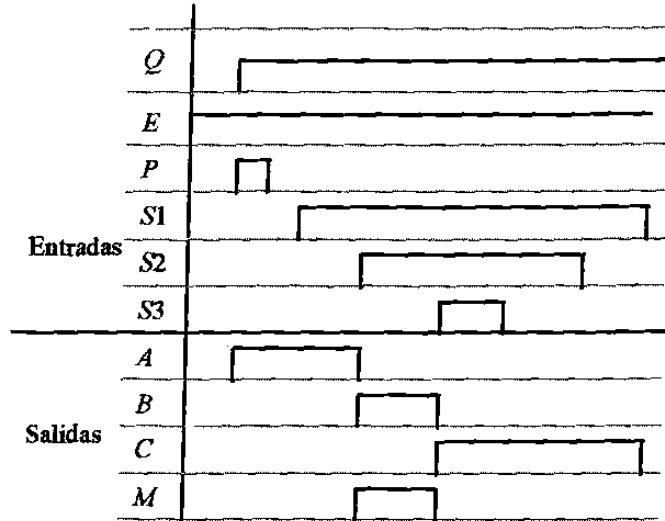


Figura 6.3.7 Aplicación del método de Roth

Una vez hecho el diagrama de tiempo se procede a indicar con una línea punteada las condiciones de entrada para tener un comportamiento en la salida.

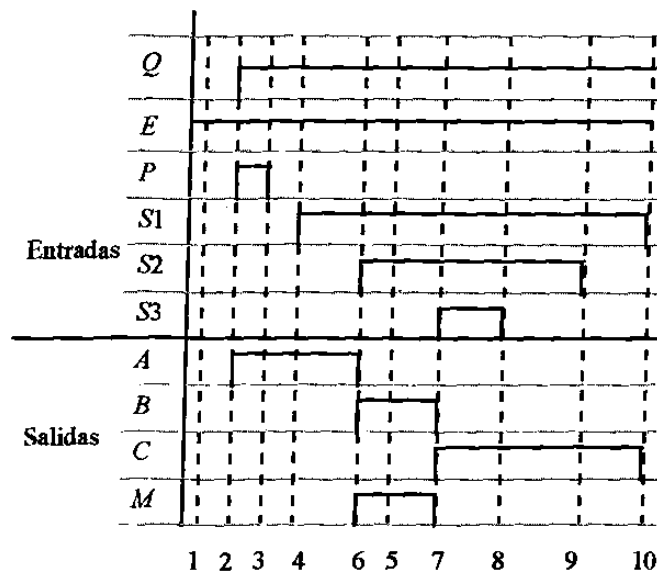


Figura 6.3.8 Aplicación del método de Roth

El número 1 indica que no esté ninguna entrada activada, el 2 que solo esta activado el pulso y se abra la válvula A, el 3 que no esté activado el pulso y sigue operando la válvula A, el 4 se activa el sensor (S1) y sigue operando la válvula A, el 5 este activado (S1) se activa (S2) deja de operar A , se activa el mezclador y se abre la válvula B. El 6 sigue activo el (S1) y (B y M) siguen trabajando y (A) se desactiva. El 7 se activa el sensor (S3) y opera C. El 8 se desactiva el sensor (S3) sigue operando C, el 9 se desactiva el (S2) y sigue operando C. Y el 10 el tanque esta vacio en ese momento se indica si solo el proceso se realizará un ciclo o varios ciclos múltiples con (Q).

Ahora procedemos a realizar la tabla de flujo primitiva.

Tabla de flujo primitiva

	Entradas				Salidas		
	PS1S2S3EQ	PS1S2S3EQ	PS1S2S3EQ	PS1S2S3EQ	PS1S2S3EQ	ABC	M
	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 0 1 1	0 1 0 0 0 1 *	0 1 1 0 1 *	0 1 1 1 1 *	1 0 0 0 1 *	
1)	1	10	-	-	-	2	0 0 0 0
2)	3	-	-	-	-	2	1 0 0 0
3)	3	-	4	-	-	-	1 0 0 0
4)	3	-	4	5	-	-	1 0 0 0
5)	-	-	6	5	7	-	0 1 0 1
6)	-	-	6	5	-	-	0 1 0 1
7)	-	-	-	8	7	-	0 0 1 0
8)	-	-	9	8	7	-	0 0 1 0
9)	3	10	9	8	-	-	0 0 1 0
10)	1	10	-	-	-	2	0 0 0 0

Nota : el * indica que no importa el estado en el que se encuentre la entrada Q

Tabla 6.3.1 Tabla de flujo primitiva

Observamos si hay estados redundantes :
1 y 3 están en la misma columna pero tienen diferente salida, 4, 6 y 9 tienen diferente salida, 5 y 8 no tienen igual salida, 7, 2 y 10 están en columnas diferentes por lo tanto esta tabla no tiene estados redundantes.

Observamos si hay mezcla de estados :

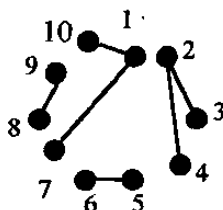


Figura 6.3.9 Mezcla de estados

Por lo tanto procedemos a juntar las filas de acuerdo al diagrama anterior :

Entradas					
<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>
0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 1	0 1 0 0 1 0	0 1 1 0 1 0	0 1 1 1 1 0	1 0 0 0 1 0
1	10	-	8	7	2
3	10	9	8	-	-
3	-	4	5	-	2
-	-	6	5	7	-

Tabla 6.3.2 Reducción de filas

Se realizará la tabla de estados internos :

Entradas					
<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>
0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 1	0 1 0 0 1 0	0 1 1 0 1 0	0 1 1 1 1 0	1 0 0 0 1 0
a)	a	-	b	a	c
b)	c	a	b	-	-
c)	c	-	d	-	c
d)	-	-	d	a	-

Salidas					
<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>	<i>PS₁S₂S₃E_Q</i>
0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 1	0 1 0 0 1 0	0 1 1 0 1 0	0 1 1 1 1 0	1 0 0 0 1 0
a)	0000	0000	-	0010	-
b)	-	-	0010	0010	-
c)	1000	-	1000	-	1000
d)	-	-	0101	0101	-

Tabla 6.3.3 Tabla de estados internos

Es importante observar que solo se colocan las salidas de los estados estables.

Una vez colocadas las salidas se procede a contar las filas en este caso son 4 con ello sabremos cuantas variables auxiliares utilizaremos, en este caso tenemos $2^n = 4$, el 4 es por que son 4 filas y debemos localizar un exponente que nos de el mismo número de filas o el número siguiente en este caso $2^2 = 4$, por lo tanto emplearemos 2 variables auxiliares. Y serán denominadas Q_1 y Q_2 .

Otro punto importante aquí, es conocer el número de variables empleadas en el mapa de Karnough, por lo tanto lo haremos con la siguiente ecuación :

$$\text{número total de variables} = \text{número de entradas} + n \leq 6$$

$$8 = 6 (P, S_1, S_2, S_3, E, Q) + 2 (Q_1, Q_2)$$

No se puede emplear el mapa de Karnough por que el máximo número de variables que acepta es 6

Tabla de Comportamiento

Comportamiento :	Método de Variable Lógica	Método de Roth
1.-Tiempo empleado en resolver el caso	15 minutos	No se logró resolver
2.-Cantidad de variables utilizadas	6 variables	8 variables
3.-Ecuaciones finales	$A = (P + A) \cdot (\bar{S}2.z)$ $B = S2. \bar{C}.Z$ $M = S2.Z$ $C = (S3 + C) \cdot (S1.Z)$ $X = (P + X) \cdot (\bar{Q})$	
4.-Variables auxiliares	1, (X)	2, (Q ₁ y Q ₂)
5.-Pasos efectuados	3	9
6.-Considera atrasos	si	si
7.-Se logro resolver	si	no

Tabla 6.3.4

CAPITULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Conclusiones.

7.1.1 Método de Variable Lógica

Con el capítulo anterior observamos las ventajas y desventajas de cada una de las técnicas para resolver las secuencias lógicas y con ello se llegó a la conclusión de que el método de variable lógica es una técnica mas rápida y práctica debido a que con el mismo diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin se pueden determinar las ecuaciones partiendo de los 12 casos establecidos.

Dichos casos nos permiten establecer si es necesario con alguna variable extra para la obtención de las ecuaciones de la secuencia asíncrona.

En la tabla se pudo observar que en variable lógica se puede emplear variables auxiliares pares e impares, Por lo tanto es menor el número de variables empleadas.

El tiempo empleado en resolverlo es mínimo en variable lógica comparado con el método de Roth debido a la cantidad de pasos a efectuar para resolver la secuencia asíncrona.

En variable lógica las ecuaciones finales muestran no ser tan complejas debido a que emplean un número menor de variables auxiliares y presentan ecuaciones establecidas a seleccionar una vez identificado en que caso se encuentran f), g), h) o inverso.

Se pudo observar que el número de entradas y salidas no afectan en el método Variable Lógica en los casos que se observaron en esta tesis. Mientras que en el método de Roth se ve limitado a un número no mayor de 7 porque no se puede representar en le mapa de Karnough.

7.1.2 Método de Roth

En cuanto al método de Roth resulta ser una buena herramienta mientras que el número de entradas no exceda de 4, se puede observar que con 4 el problema se hace tediosos y tardado.

Es importante aclarar que este método emplea variables auxiliares en base a la exponenciación 2^n por lo tanto podríamos tener variables auxiliares de 1, 2, 4, 8 y el resultado no sería tan óptimo.

Los pasos para efectuar este método son 9 y con ello entre el cambio de un paso a otro puede ocurrir una error visual y no obtener el resultado correcto.

Si el número de variables extras es mayor que en el método de "Variable Lógica" entonces las ecuaciones tendrán mayor número de variables.

Por lo tanto el costo para efectuar la secuencia asíncrona será mayor, sabiendo de antemano que existe el otro método que lograría un costo menor.

La limitante que presenta este método es que solo acepta 6 variables máximo para resolver la secuencia asíncrona.

Debido a que el mapa de Karnough es el último paso para obtener dichas ecuaciones y por lo tanto un mapa de 7 variables no es posible efectuar.

7.2 Recomendaciones

7.2.1 Método de Roth

Es importante analizar bien el diagrama de tiempo considerando también otras posibilidades.

Para el método de Roth se recomienda utilizarlo cuando no se tengan muchas entradas es decir con un máximo de cuatro, pero hay que tomar en cuenta la cantidad de variables auxiliares que se emplearán y sumarlas al número de entradas para obtener un número no mayor de 7 para poder resolver el mapa de Karnough.

Se sugiere que al dar estados de asignación al realizar la tabla de estados adyacentes se trata de obtener el máximo números de caminos directos con el fin de tener el menor número de caminos utilizando los valores extras colocados para que fueran adyacentes en el mapa de asignación los valores internos de la tabla.

En cuanto para llenar las salidas de los estados inestables se recomienda observar de que punto parte hacia que punto se dirige del estado estable y colocar el resultado del estado estable en las posiciones del estado inestable para no obtener una salida falsa.

7.2.2 Método de Variable lógica

En cuanto a método de "Variable lógica" se recomienda que cuando se efectue la gráfica tiempo de inicio- tiempo de fin se consideren los atrasos para no crear confusión a la hora de resolver la secuencia lógica.

Se debe tomar en cuenta los 12 casos mostrados en este método porque con ellos se tiene un ahorro de tiempo y se obtienen ecuaciones con mas grado de optimización para resolver las secuencias asíncronas .

Es importante observar que tipo de caso es : Causa - Efecto , Causa-causa

Otro punto muy importante a considerar es que para obtener las ecuaciones hay que saber si es combinacional o si es secuencial, ya que si es la ecuación secuencial se debe trabajar con dos ecuaciones conocidas como función de creación y función de extinción de acuerdo al teorema fundamental secuencial.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Cantú Guadalupe (M.C)
Apuntes de Control digital II
Agosto 1995
- [2] Elizondo González Cesar (Dr)
Apuntes de Variable lógica
Febrero-Junio 1997
- [3] Everitt William L
Switching Circuits for engineers
segunda edición 1980 by Prentice-Hall Inc.
Englewood cliffs, Nj.
- [4] Hayes John P.
Diseño de sistemas digitales y microprocesadores
Universidad de Michigan, septiembre 1993
primera edición, editorial Mc Graw-Hill
- [5] Mandl Matthew
Circuitos electrónicos de conmutación
publicaciones marcombo. Segunda edición 1985
- [6] Roth Charles H., Fundamental of logic design
segunda edición 1993
- [7] Tokheim I Roger
Shauwn Principios Digitales
segunda edición, editorial Mc Graw-Hill
Septiembre 1990

LISTA DE FIGURAS

	Página
Capítulo 3	7
Figura 3.1 Función NOT	8
Figura 3.2 Función NAND	9
Figura 3.3 Función NOR	9
Figura 3.4 Función OR EXCLUSIVA	10
Figura 3.5 Función NOR EXCLUSIVA	11
Figura 3.6 Panorama general de las puertas lógicas	13
Capítulo 4	17
Figura 4.1.1 Estado significativo y complementario	18
Figura 4.1.2 Domino continuo	19
Figura 4.1.3 Ejemplo domino continuo	19
Figura 4.1.4 Ejemplo de función lógica estática	20
Figura 4.1.5 Ejemplo de función estática continua	20
Figura 4.1.6 Universo significativo	21
Figura 4.1.7 Universo Complementario	21
Figura 4.1.8 Universo lógico	21
Figura 4.1.9 Ejemplo del verbo corro	21
Figura 4.2.1 Pasado	23
Figura 4.2.2 Futuro	24
Figura 4.2.3 Conjugado	25
Figura 4.2.4 Negado	26
Figura 4.2.5 Propiedades del conjugado	27
Figura 4.2.6 Propiedades del conjugado de la función continua	29
Figura 4.2.7 Pasado y futuro de X	30
Figura 4.2.8 Propiedad de la permutación	31
Figura 4.2.9 Propiedad de la permutación	31
Figura 4.3.1 Propiedad de funciones aplicando unión e intersección	33

Página

Figura 4.4.1 Parte significativa de la función	40
Figura 4.4.2 Parte complementaria y significativa de la función.....	41
Figura 4.5.1 Gráfica de tiempo de inicio- tiempo de fin	46
Figura 4.5.2 Función OR.....	47
Figura 4.5.3 Representación de la función OR	47
Figura 4.5.4 Función AND	49
Figura 4.5.5 Representación de la función AND	49
Figura 4.5.6 Función OR exclusiva	53
Figura 4.5.7 Representación de la función OR exclusiva	53
Figura 4.5.8 Función coincide	55
Figura 4.5.9 Representación de la función AND coincide	55
Figura 4.6.1 Secuencia simple	57
Figura 4.6.2 Arranque y paro.....	59
Figura 4.6.3 Teorema fundamental secuencial	60
Figura 4.6.4 Representación de una función con su pasado y futuro conjugado.....	61
Figura 4.6.5 Función de creación y extinción	61
Figura 4.6.6 Parte significativa con tiempo de inicio y tiempo de fin	62
Figura 4.7.1 Relación causa-efecto.....	63
Figura 4.7.2 Relación causa-causa	64
Figura 4.7.3 Relación tipo f	64
Figura 4.7.4 Casos del tipo f.....	65
Figura 4.7.5 Relación tipo g	66
Figura 4.7.6 Caso del tipo g	67
Figura 4.7.7 Relación tipo h	68
Figura 4.7.8 Casos del tipo h	68
Figura 4.7.9 Relación tipo g^{-1}	69

Página

Figura 4.7.10 Casos del tipo g^{-1}	70
Figura 4.7.11 Relación del tipo h^{-1}	70
Figura 4.7.12 Casos del tipo h^{-1}	70
Figura 4.7.13 Relación en causas repetidas	71
Figura 4.8.1 Caso a estudiar	74
Figura 4.8.2 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	75
Figura 4.8.3 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	75
Figura 4.8.4 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	76
Figura 4.8.5 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	76
Figura 4.8.6 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	77
Figura 4.8.7 Diagrama escalera	78
Capítulo 5	79
Figura 5.1.1 Diagrama del estado de la tabla de flujo primitiva	82
Figura 5.1.2 (a) contador T flip-flop (b) Tabla de flujo primitiva	83
Figura 5.1.3 Asociación de filas	89
Figura 5.1.4 (a) Asociación de filas	90
Figura 5.1.4 (b) Tabla reducida	90
Figura 5.1.5 (a) Asociación de filas	91
Figura 5.1.5 (b) Tabla reducida	91
Figura 5.2.1 (a) Transiciones requeridas	93
Figura 5.2.1 (b) Estados de asignación	93
Figura 5.2.1 (c) Estados de asignación	93
Figura 5.2.1 (d) Transición alrededor de la fila extra	93
Figura 5.2.2 (a) Tabla de estado de transición	96
Figura 5.2.2 (b) Diagrama de estado de transición	96
Figura 5.2.3 (a) Mapa de asignación del estado universal	96

Página

Figura 5.2.3 (b) El estado presente y siguiente difiere en un estado variable	96
Figura 5.2.4 (a) Asignación Universal	97
Figura 5.2.4 (b) Tabla de acuerdo a la Asignación Universal 5.2.4 (a)	97
Figura 5.3.2 Patrón de mapa asignado	103
Figura 5.3.3 Asignación Universal para tablas de 8 filas	104
Figura 5.3.4 Configuración de salidas dadas	105
Figura 5.3.5 Configuración de salidas dadas afectado por 2 estados estables	105
Figura 5.3.6 (a) Indicación ante los “don’t care”	106
Figura 5.3.6 (b) Indicación ante los “don’t care”	106
Figura 5.3.6 (c) Indicación ante los “don’t care”	106
Figura 5.3.7 Cambios de salida de 01 a 11 en Z_1Z_2	106
Figura 5.3.8 (a) Muestra para llenar salidas	107
Figura 5.3.8 (b) Muestra para llenar salidas	107
Figura 5.4.1 Sistema de tuberías con flujometros	108
Figura 5.4.2 (a) Pulso diferencial digital	108
Figura 5.4.2 (b) Pulso diferencial digital	108
Figura 5.4.3 Comportamiento de la onda	110
Figura 5.4.4 Reducción de filas	112
Figura 5.4.5 Mapa de adyacencias	113
Figura 5.4.6 Mapa de Karnough para Q_1^+	114
Figura 5.4.7 Mapa de Karnough para Q_2^+	115
Figura 5.4.8 Mapa de Karnough para Q_3^+	115
Figura 5.4.9 Mapa de Karnough para Z	116
Figura 5.4.10 Diagrama escalera	117
Capítulo 6	118
Figura 6.1.1 Caso 1	118
Figura 6.1.2 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	119

Página

Figura 6.1.3 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	119
Figura 6.1.4 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	120
Figura 6.1.5 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	120
Figura 6.1.6 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	121
Figura 6.1.7 Diagrama escalera	122
Figura 6.1.8 Aplicación del método de Roth	123
Figura 6.1.9 Aplicación del método de Roth	123
Figura 6.1.10 Mezcla de estados	124
Figura 6.1.11 Variables auxiliares	126
Figura 6.1.12 Mapa de Karnough Q_1^+	127
Figura 6.1.13 Mapa de Karnough Q_2^+	128
Figura 6.1.14 Mapa de Karnough A	128
Figura 6.1.15 Mapa de Karnough B	129
Figura 6.1.16 Mapa de Karnough C	129
Figura 6.1.17 Mapa de Karnough M	130
Figura 6.1.18 Diagrama escalera	131
Figura 6.2.1 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	133
Figura 6.2.2 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	134
Figura 6.2.3 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	134
Figura 6.2.4 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	135
Figura 6.2.5 Diagrama tiempo de inicio - tiempo de fin	135
Figura 6.2.6 Diagrama escalera	137
Figura 6.2.7 Aplicación del método de Roth	138
Figura 6.2.8 Aplicación del método de Roth	138
Figura 6.2.9 Mezcla de estados	139
Figura 6.3.1 Diagrama tiempo de inicio-tiempo de fin	142
Figura 6.3.2 Diagrama tiempo de inicio-tiempo de fin	143

Página

Figura 6.3.3 Diagrama tiempo de inicio-tiempo de fin	143
Figura 6.3.4 Diagrama tiempo de inicio-tiempo de fin	144
Figura 6.3.5 Diagrama tiempo de inicio-tiempo de fin	144
Figura 6.3.6 Diagrama escalera	146
Figura 6.3.7 Aplicación del método de Roth	147
Figura 6.3.8 Aplicación del método de Roth	147
Figura 6.3.9 Mezcla de estados.....	148

LISTA DE TABLAS

	Página
Capítulo 5	79
Tabla 5.1.1 Tabla de flujo primitiva	81
Tabla 5.1.2 Proceso para completar la tabla de flujo primitiva	81
Tabla 5.1.3 Estados que no pueden tener una salida uno con primer reseteo	82
Tabla 5.1.4 Reducción de la tabla de flujo	85
Tabla 5.1.5 Presentación final de la reducción de la tabla de flujo	86
Tabla 5.1.6 Asociación de salidas para cada estado total estable	89
Tabla 5.1.7 Mezcla de estados	89
Tabla 5.2.1 Tabla de estados internos	92
Tabla 5.2.2 Usando transición de la figura 5.2.1 construimos la tabla 5.2.2	94
Tabla 5.2.3 (a) Transición necesitada para cada columna	98
Tabla 5.2.3 (b) Tabla de flujo resultante con modificaciones necesarias	98
Tabla 5.3.1 (a) Tabla de 6 filas	100
Tabla 5.3.1 (b) Transiciones requeridas	102
Tabla 5.3.2 Transiciones requeridas con las asignaciones extras	102
Tabla 5.4.1 Resultado de la tabla de flujo primitiva	111
Tabla 5.4.2 Reducción de la tabla 5.4.1	112
Tabla 5.4.3 Tabla de flujo basada en la asignación de la figura 5.4.6	113
Tabla 5.4.4 Tabla con la asignación correspondiente del mapa de la figura 5.4.6	114
Capítulo 6.-	118
Tabla 6.1.1 Tabla de flujo primitiva	124
Tabla 6.1.2 Reducción de filas	124
Tabla 6.1.3 Tabla de estados internos	124
Tabla 6.1.4 Tabla con la modificación de la columna 0111	126
Tabla 6.1.5 Tabla con la sustitución de variables auxiliares	127
Tabla 6.1.6 Tabla de comportamiento	132
Tabla 6.2.1 Tabla de flujo primitiva	139

Página

Tabla 6.2.2 Reducción de filas	139
Tabla 6.2.3 Tabla de estados internos	140
Tabla 6.2.4 Tabla de comportamiento	141
Tabla 6.3.1 Tabla de flujo primitiva	148
Tabla 6.3.2 Reducción de filas	149
Tabla 6.3.3 Tabla de estados internos	149
Tabla 6.3.4 Tabla de comportamiento	150

APENDICE A SIMBOLOGIA

Símbolo	Significado	Símbolo	Significado
$\not\subset$	No está contenido	\in	es elemento
\subset	Esta contenido	\cdot	conjugado
$<$	pasado de la función	\sim	permutado
$>$	Futuro de la función	t_i	Tiempo inicio
$ $	Tal que	t_f	Tiempo fin
\geq	valor mayor o igual	\forall	Para todo
\notin	No es elemento	c	Valor lógico complementario
L $L = \{c, s\}$	Conjunto de números lógicos	s	Valor lógico significativo
l $l \in L / l = c \vee l = s,$ $l \neq \{c, s\}$	Variable lógica	C $C = [T, c]$	Universo Complementario
S $S = [T, s]$	Universo Significativo	T	Universo Temporal

GLOSARIO

C

Causa.- Razón por la que se produce una respuesta.

Complementario.- Parte de una función con un valor cero

Conjugado.- Es el cambio de posición de la parte significativa o complementaria hacia una posición que no era visualizada en su misma sección.

E

Estado estable.- Cuando la variable de los estados siguientes son iguales a la variable de estado presente.

Estado inestable.- Cuando las variables siguientes son diferentes que los estados presentes.

Estado interno.- Corresponde a las variable de estado

Estado total.- formadas por entradas y variables de estado

Efecto.- La respuesta que se obtiene por una serie de eventos llamados causa

Entrada.- Condiciones que definen una salida.

F

Función lógica estática.- Función desarrollada en un tiempo determinado con un valor constante.

N

Números lógicos.- Corresponde a los números enteros existentes (1) o ausentes (0)

P

Permutado.- Es el cambio ya sea de la parte significativa a la parte complementaria y viceversa.

R

Reset.- El estado en la cual todas las entradas están inactivas por lo tanto ninguna salida está operando.

S

Salida.- Respuesta obtenida de las condiciones de entrada.

Secuencia Asíncrona.- Son las secuencias que no emplean modo de reloj, solo de nivel.

Significativo.- Parte de una función con valor 1.

T

Tabla de flujo primitiva.- Tabla compuesta por entradas y variables de estado con su respectivo comportamiento para obtener una respuesta en la salida.

V

Variable de estado.- Es el comportamiento de entrada con respecto a la salida.

RESUMEN AUTOBIOGRAFICO

Nombre :

Ing. Claudia Alina Madrigal Barragán

Grado a obtener :

M.C. en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con Especialidad en Control

Título de la Tesis :

Análisis de técnicas para secuencias lógicas

Rama profesional :

Ingeniero en Control y Computación

Lugar y Fecha de nacimiento :

22 de Marzo de 1973 en Poza Rica Veracruz

Nombre del Padre :

Dr. Cesar Sandino Madrigal García

Nombre de la Madre :

Rebeca Barragán Smith

Estudios Académicos :

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, egresada en Diciembre de 1995

Título :

Obtenido en Julio de 1996 como Ingeniero en Control y Computación

Experiencia Profesional :

Ventas en Instrumentación para plantas industriales, en equipo de computo, desarrollo de paquetes de programación, implementación del control de calidad del ISO 9002.

