

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



NUEVA METODOLOGIA PARA DIAGNOSTICO DE
FALLAS BASADA EN GENERACION RESIDUAL

POR

MARIA DE LOS ANGELES CARRERA GONZALEZ

T E S I S

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO
EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA
CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

ABRIL 2000

UAND
FIME

NIUEVA
METHODOLOGIA
PARA DIAGNOSTICAR
PROBLEMAS

DE ENSEÑANZA
EN LAS ESCUELAS
DE PRIMARIA

Y SECUNDARIA

DE EDUCACION

TM

Z5 85 3

. M2

F I M E

2 0 0 0

C 3

1



1020130076

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



NUEVA METODOLOGIA PARA DIAGNOSTICO DE
FALLAS BASADA EN GENERACION RESIDUAL

POR

MARIA DE LOS ANGELES CARRERA GONZALEZ

T E S I S

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO
EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA
CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L. ABRIL 2000

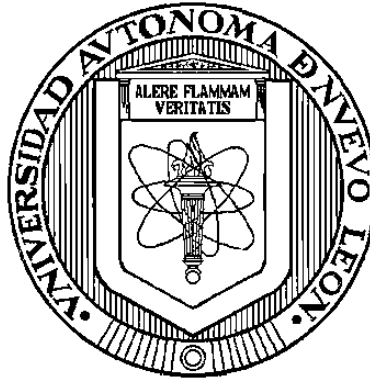
TM
7 850
M2
FINE
2000
C3

0130-10 7



FONDO
TESIS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



NUEVA METODOLOGIA PARA EL DIAGNOSTICO DE FALLAS BASADA
EN GENERACION RESIDUAL

POR

MARIA DE LOS ANGELES CARRERA GONZALEZ

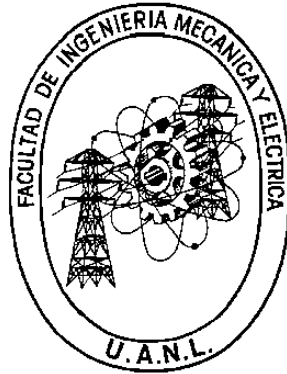
TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA
ELECTRICA CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

SAN NICOLAS DE LOS GARZA N. L.

ABRIL DEL 2000

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



NUEVA METODOLOGIA PARA EL DIAGNOSTICO DE FALLAS BASADA
EN GENERACION RESIDUAL

POR

MARIA DE LOS ANGELES CARRERA GONZALEZ

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA
ELECTRICA CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

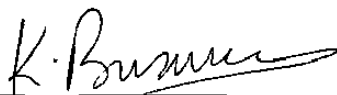
SAN NICOLAS DE LOS GARZA N. L.

ABRIL DEL 2000

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

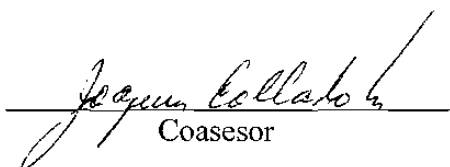
Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis **NUEVA METODOLOGÍA PARA DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADA EN GENERACIÓN RESIDUAL** realizada por la Ing. María de los Angeles Carrera González sea aceptada para su defensa como opción al Grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Control.

El comité de tesis:



Asesor

Dr. Krishna Kumar Busawon




Coasesor

Dr. Joaquín Collado Moctezuma



Coasesor

Dr. Jesús de León Morales



Vó. Bo.
M. C. Roberto Villarreal Garza
División de Estudios de Postgrado

Dedicatoria

A mis padres, Efrén y Elida, por brindarme su amor, comprensión y por apoyarme incondicionalmente.

A mis hermanos, Emmanuel y Alejandro.

A mi novio, Jorge, por su paciencia, comprensión y cariño.

Agradecimientos

Mi gratitud al Dr. Krishna K. Busawon, por su valioso apoyo y asesoría durante el desarrollo de éste trabajo, así como por la confianza y motivación que me brindó para el mejor desarrollo del mismo.

Al Dr. Joaquín Collado Moctezuma, por sus comentarios que enriquecieron el contenido de ésta tesis, así como, por la amabilidad con la que me orientó en diferentes aspectos.

Al Dr. Jesús de León Morales, por contribuir con sus conocimientos del tema para el mejoramiento de éste trabajo, así como, por la cordialidad con la que me apoyó durante mi estancia en el programa doctoral.

A todos los doctores del programa doctoral por su buena disposición para compartir sus conocimientos, en especial al Dr. Ernesto Vázquez, al Dr. Mikhail V. Basin y al Dr. Juan M. Ramírez Arredondo.

A todos los compañeros del programa doctoral por el buen trato que siempre me brindaron, especialmente a Juan Carlos Ramírez Saucedo, David A. Díaz Romero, Mario A. Villanueva Llanes, Irma R. Valadez Guzmán, Gustavo Pérez Hernández, Francisco H. Florenzano Lara, César Guerra Torres, Laura Espinoza Camacho y Oscar F. Huerta Guevara.

Al CONACYT por su apoyo económico.

Gracias.

Resumen

Nueva Metodología para Diagnóstico de Fallas Basada en Generación Residual

Publicación No. _____

María de los Angeles Carrera González
Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Profesor Asesor: Dr. Krishna Kumar Busawon
Marzo, 2000.

El presente trabajo está orientado para obtener un plan de diagnóstico para detectar y localizar fallas mediante el empleo de observadores. El contenido de la tesis está dividido en una parte teórica y una parte de aplicación.

El estudio teórico se realiza en el área de observadores en el dominio del tiempo, haciendo una extensión del algoritmo de diseño para una clase de sistemas no lineales de una salida dado en Busawon, *et al* (1999) [1], a una clase de sistemas no lineales multisalidas. El algoritmo de diseño se presenta en el capítulo 3, mostrando un ejemplo de su aplicación al modelo de un motor de inducción en coordenadas $\alpha - \beta$ de Park. La aplicación consiste en supervisar la carga mecánica en el motor de inducción.

En el capítulo 4 se propone un método para el diagnóstico de fallas suaves aplicable a sistemas diseñados para seguir una señal de referencia constante. El método expuesto integra técnicas de generación residual basadas en observador, con un árbol de fallas basado en las señales residuales. Los observadores generalmente se utilizan sólo para detección, puesto que varias fallas pueden dar lugar al mismo residuo. Sin embargo, mediante el empleo de las desviaciones de las variables controladas de su señal de referencia, se genera una información adicional que permite, mediante el empleo de un árbol de fallas, realizar la localización de las mismas.

En el capítulo 5 se presenta la aplicación de éste método a un tanque reactor continuamente agitado.

El trabajo expuesto tiene importancia dentro del área de diagnóstico de fallas ya que muestra un método de diagnóstico de fallas basado en observador capaz de detectar y localizar fallas suaves. Así también, presenta resultados en el área de observadores no lineales.

Notación

\in	Pertenece a
\exists	Existe
\forall	Para toda
\Rightarrow	Implica que
\rightarrow	Tiende a
$:$	Tal que
$\ \cdot\ _l$	Norma l de \cdot
$ \cdot $	Valor absoluto de \cdot
\mathcal{R}	Conjunto de los números reales
\mathcal{R}^n	Espacio vectorial de dimensión n con componentes reales
$\mathcal{R}^{n \times m}$	Espacio vectorial de las matrices de dimensión $n \times m$ con componentes reales
A	Matriz
A^T	Matriz transpuesta de A
A^{-1}	Matriz inversa de A
\dot{x}	Derivada de x con respecto al tiempo

Indice

1) Introducción

1.1) Antecedentes	2
1.2) Descripción del contenido de la tesis	3

2) Observadores. Fundamentos y definiciones

2.1) Observabilidad	5
2.2) Entradas universales	6
2.3) Sistemas Uniformemente observables	6
2.4) Observadores	8
2.5) Diseño de observadores	9
2.5.1) Sistemas lineales invariantes en el tiempo	9
2.5.2) Sistemas no lineales	10
2.6) Observadores de alta ganancia	10
2.7) Perfeccionamiento del observador de alta ganancia clásico	11

3) Diseño de observador para una clase de sistemas no lineales multisalidas

3.1) Sistema considerado	14
3.2) Observabilidad del sistema	15
3.3) Algoritmo de diseño	16
3.3.1) Idea principal del diseño	16
3.3.2) Algoritmo	18
3.4) Resultado principal	19
3.5) Aplicación a un motor de inducción	22
3.5.1) Modelo del motor de inducción	22
3.5.2) Diseño del observador	22

Indice (continuación)

3.5.3) Supervisión de carga	26
3.6) Conclusiones	28
4) Principios básicos del diagnóstico de fallas basado en modelo	
4.1) Método de diagnóstico de fallas basado en modelo	29
4.1.1) Diagnóstico de fallas en línea	30
4.2) Tipos de fallas	31
4.3) Modelado de sistema con fallas	31
4.3.1) Modelo lineal	31
4.3.2) Modelo no lineal	32
4.4) Generación residual	33
4.4.1) Técnicas de generación residual	34
4.5) Toma de decisión	35
4.5.1) Detección	35
4.5.2) Localización	36
4.5.2.1) Conjunto residual estructurado	36
4.6) Robustez	37
4.6.1) Modelo del sistema con fallas e incertidumbre de modelo	38
4.6.2) Robustez a disturbios	39
4.6.3) Robustez a errores de modelado	39
4.7) Integración de técnicas	40
4.7.1) Arbol de fallas	40
4.8) Nuevo método de detección y localización de fallas	42
4.9) Conclusiones	43

Indice (continuación)

5) Nuevo método de detección y localización de fallas

5.1) Descripción del proceso	45
5.2) Modelado del sistema	46
5.2.1) Modelado bajo condiciones anormales	50
5.2.2) Modelado bajo condiciones normales	50
5.3) Control de la temperatura, nivel y composición bajo condiciones normales	51
5.4) Estimación de falla	53
5.5) Estimación de la temperatura	54
5.6) Descripción de las fallas	56
5.7) Descripción del nuevo método de diagnóstico de fallas	57
5.7.1) Diseño del generador residual basado en observador	57
5.7.2) Generación de residuos y desviaciones	58
5.7.3) Análisis y recolección de información	59
5.7.4) Sistema de alarmas para detección de fallas	60
5.7.5) Construcción del árbol de fallas	61
5.7.4.1) Clásico	61
5.7.4.2) Basado en residuos	64
5.8) Conclusiones	67
6) Conclusiones	69
Apéndice A. Elementos adicionales y valores numéricos del TRCA	71
Apéndice B. Diseño de ley de control	75
Apéndice C. Diseño de observador	78
Apéndice D. Resultados de simulación para falla en el TRCA	80
Referencias	91

Indice de Figuras

Figura 2.1: Observador	9
Figura 3.1: Flujo en coordenadas alfa	25
Figura 3.2: Flujo en coordenadas beta	25
Figura 3.3: Torque de carga	25
Figura 3.4: Diagnóstico de carga	27
Figura 3.5: Sistema de alarmas	27
Figura 4.1: Estructura conceptual	30
Figura 4.2: Diagnóstico de fallas en lazo abierto	30
Figura 4.3: Diagnóstico de fallas en lazo cerrado	31
Figura 4.4: Estructura de señales redundantes en un generador residual	33
Figura 4.5: Representación del espacio de paridad	34
Figura 4.6: Generación residual basada en observador	35
Figura 5.1: Tanque reactor continuamente agitado	45
Figura 5.2: Volumen en lazo abierto	51
Figura 5.3: Temperatura en lazo abierto	51
Figura 5.4: Concentración en lazo abierto	51
Figura 5.5: Volumen en lazo cerrado	53
Figura 5.6: Temperatura en lazo cerrado	53
Figura 5.7: Concentración en lazo cerrado	53
Figura 5.8: Estimación de volumen	54
Figura 5.9: Estimación de falla	54
Figura 5.10: Estimación de temperatura	56
Figura 5.11: Residuo de volumen libre de falla	58
Figura 5.12: Residuo de temperatura libre de falla	58
Figura 5.13: Arbol de fallas clásico	
(a) Evento principal;	61

(b) Rama Fi bajo; (c) Rama Fo alto	62
(d) Rama Fi alto; (e) Rama Fo bajo	63
Figura 5.14: Sobrepasso de $resV$	64
Figura 5.15: Ramas generadas por sobrepasso $resV$	
(a) Ramas de falla en agitador; (b) Ramas de falla en Fi	65
(c) Ramas de falla en Fo	66
Figura 5.16: Sobrepasso de $resT$	67
Figura D1: Variables y controles (ΔF_o)	81
Figura D2: Residuos y desviaciones (ΔF_o)	81
Figura D3: Variables y controles ($-\Delta F_o$)	82
Figura D4: Residuos y desviaciones ($-\Delta F_o$)	82
Figura D5: Variables y controles (αF_o)	83
Figura D6: Residuos y desviaciones (αF_o)	83
Figura D7: Variables y controles (ΔF_i)	84
Figura D8: Residuos y desviaciones (ΔF_i)	84
Figura D9: Variables y controles ($-\Delta F_i$)	85
Figura D10: Residuos y desviaciones ($-\Delta F_i$)	85
Figura D11: Variables y controles (αF_i)	86
Figura D12: Residuos y desviaciones (αF_i)	86
Figura D13: Variables y controles (ΔT_{j_o})	87
Figura D14: Residuos y desviaciones (ΔT_{j_o})	87
Figura D15: Variables y controles ($-\Delta T_{j_o}$)	88
Figura D16: Residuos y desviaciones ($-\Delta T_{j_o}$)	88
Figura D17: Variables y controles (αT_{j_o})	89
Figura D18: Residuos y desviaciones (αT_{j_o})	89
Figura D19: Variables y controles ($\gamma > 1$)	90
Figura D20: Residuos y desviaciones ($\gamma > 1$)	90

Indice de Tablas

Tabla 4.1 Símbolos del árbol de falla y su descripción	42
Tabla 5.1 Valores para un error del 5%	59

Capítulo 1

Introducción

Debido a la alta demanda de confiabilidad y seguridad de los procesos industriales, así como a restricciones económicas y ambientales, existe una creciente necesidad de diagnosticar fallas durante la operación del sistema. Cuando ocurre una falla, ésta puede afectar la eficiencia del proceso, y si no es localizada en etapa temprana, puede desencadenar un escenario catastrófico, incluyendo daño a personal, contaminación ambiental, destrucción de propiedades y equipo. Y aún si las fallas no crean situaciones altamente peligrosas, las pérdidas de grandes cantidades de material y la reducción en la eficiencia del proceso pueden ser altamente costosas.

Es importante el distinguir entre las dos categorías principales de fallas desarrolladas en un proceso: las fallas suaves o incipientes y las fallas abruptas o catastróficas. Las **fallas abruptas** son aquellas que llevan a la completa inoperabilidad del equipo o sistema. Las **fallas suaves** son aquellas que aunque en su etapa inicial sean tolerables, su aparición puede causar que el proceso o sistema sufra un deterioro gradual, pudiendo desencadenar serias consecuencias. Por ejemplo, si una válvula permanece completamente bloqueada, abierta o cerrada, entonces hablamos de una falla abrupta, si un sensor sufre degradación en forma de una desviación, entonces hablamos de una falla suave.

Con el propósito de aumentar la confiabilidad y seguridad de los procesos industriales, se han creado sistemas de diagnóstico llamados sistemas de monitoreo, los cuales son usados para detectar fallas y diagnosticar su localización y significado en el sistema. Estos constan de las tareas de:

 Detección de fallas: hacer una decisión binaria (todo está bien o algo está mal).

 Localización de fallas: determinar la fuente de la falla.

 Identificación de fallas: estimar la magnitud y naturaleza de la falla.

Debido a que los sistemas de monitoreo generalmente realizan sólo las tareas de detección y localización, el diagnóstico de fallas es frecuentemente considerado como detección y localización de fallas.

1.1 Antecedentes

La situación ideal de un sistema de monitoreo es aquella en la que una alarma esta relacionada a cada componente, sin embargo, debido a razones económicas, gran parte de los sistemas en la vida real están parcialmente monitoreados.

Entre los métodos tradicionalmente utilizados para diagnosticar fallas se encuentran:

- (1) La redundancia física, que consiste en instalar múltiples sensores para medir la misma cantidad física. Cada discrepancia seria entre las mediciones implica una falla de sensor.
- (2) Los sensores especiales, los cuales se utilizan para medir algunas cantidades físicas indicadoras de falla.
- (3) La señal límite, la cual es ampliamente usada en la práctica y consiste en comparar las mediciones de la planta con límites pre-establecidos en la computadora para identificar si existe sobrepaso.
- (4) El análisis espectral, el cual se basa en comparar el espectro de frecuencia de las variables de una planta en condiciones normales con el espectro de frecuencia actual.
- (5) Los métodos cualitativos, los cuales consisten en diagnosticar fallas basados en información heurística extraída del sistema. Estas técnicas están relacionadas con la aplicación de reglas lógicas para evaluar los síntomas de falla. Los métodos cualitativos, han demostrado ser muy eficaces en la localización de la fuente de las fallas.

Los métodos mencionados anteriormente han demostrado ser capaces de diagnosticar fallas abruptas, las cuales pueden causar la inoperabilidad del sistema. Sin embargo, la industria está empezando a considerar herramientas de mantenimiento predictivo, es decir, estrategias para poder diagnosticar fallas suaves, las que aunque en etapa inicial sean tolerables, pueden desencadenar serias consecuencias. El diagnóstico de éstas fallas, dan al operador suficiente información y tiempo para decidir acciones y prevenir cualquier daño serio en el sistema. Para proveer de estas herramientas de mantenimiento se han creado modernos métodos de diagnóstico de fallas.

A principios de los 1970's surge la idea de reemplazar la redundancia física por redundancia analítica. El método de redundancia analítica consiste en la comparación de señales medidas del proceso a monitorear, con señales generadas por el modelo matemático del sistema. La comparación es hecha usando cantidades residuales, las cuales dan la diferencia entre las señales medidas y las señales generadas por el modelo. Debido a que el método de redundancia analítica hace uso del modelo matemático del proceso monitoreado, es referido como método basado en modelo. Este método tiene la característica de ser muy eficaz en lo que a detección de fallas suaves se refiere, sin

embargo la localización de las mismas no siempre es posible.

En base a estas observaciones, varios autores (véase [10] , [11]) han investigado formas de integrar los métodos cualitativos y los basados en modelo para obtener mejores resultados del diagnóstico de fallas.

1.2 Descripción del contenido de la tesis

Este trabajo esta orientado a mostrar sistemas de diagnósticos de fallas mediante el empleo de observadores. El contenido está dividido en dos partes.

La primera parte muestra el algoritmo para el diseño de un observador para una clase de sistemas no lineales. El observador presentado es una extensión a los sistemas multisalidas del observador dado en Busawon, *et al* (1999) [1] . La estrategia de diseño requiere que la no linealidad del sistema original tenga una forma triangular. Mediante el empleo del algoritmo se diseña un observador para el modelo de un motor de inducción, el cual se encuentra en coordenadas $\alpha - \beta$ de Park. La aplicación del observador permite supervisar la carga mecánica del motor, mediante el empleo de funciones de umbral.

En la segunda parte se propone combinar el análisis del árbol de fallas con el método de generación residual basado en observador, con el propósito de poder detectar y localizar fallas suaves. La estrategia propuesta es aplicable a sistemas diseñados para seguir señales de referencia constantes.

El método basado en observador es de las contribuciones más importantes en el área de redundancia analítica. En éste, la señal redundante es generada por la estimación de la salida del sistema, la cual es dada por el observador. La señal residual es el error de estimación de salida.

El árbol de fallas es un método que tradicionalmente emplea información heurística del sistema a monitorear, para generar un diagrama que muestra como es que las fallas se propagan de un componente a otro del sistema. En éste método, dado un evento principal, se construye un diagrama lógico de causa efecto en forma de árbol.

La elección de combinar éstas dos técnicas es motivada por el hecho de que los residuos extraídos de los observadores sólo se han empleado para propósitos de detección de fallas y no para la

localización de la fuente de la misma. Esto es debido a que dos o más fallas pueden dar el mismo residuo, entonces el problema principal es identificar que tipo de falla dio lugar a cada residuo. Para lograr esta discriminación es necesario contar con información adicional. En el caso de sistemas diseñados para seguir una señal de referencia constante (regulación), la desviación de las mediciones de los estados, de la señal de referencia, pueden ser utilizadas con el propósito de localizar la fuente de las fallas. El árbol de fallas derivado de la utilización de este método, tiene como evento principal la magnitud de una cantidad residual.

La organización de la tesis es la siguiente:

En el Capítulo 2, se presentan las definiciones y fundamentos, referentes a la teoría de observadores, necesarias para la comprensión de este trabajo.

En el Capítulo 3, se propone una estrategia de un observador, para una clase de sistemas multivariables no lineales. Esta estrategia es una extensión al trabajo dado en Busawon, *et al* (1999) [1]. Se realiza la aplicación de la estrategia de diseño al modelo de un motor de inducción con el propósito de supervisar el torque de carga.

En el Capítulo 4, se presentan los principios básicos y técnicas referentes al método basado en modelo, haciendo énfasis al método basado en observador. Se describe un método de diagnóstico de fallas que integra técnicas basadas en modelo con técnicas cualitativas. Se dan los principios básicos para la construcción de un árbol de fallas.

En el Capítulo 5, se ilustra el método para diagnosticar fallas descrito en el capítulo 4, mediante su aplicación a un proceso químico.

En el Capítulo 6, se dan las conclusiones generadas de éste trabajo, así como las perspectivas de trabajos futuros.

Capítulo 2

Observadores. Fundamentos y definiciones

En éste capítulo se muestran algunas definiciones básicas en la teoría de observadores de sistemas no lineales en tiempo continuo, así como resultados importantes sobre los observadores y su diseño.

Consideraremos sistemas no lineales de la forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.1)$$

donde: $x \in R^n$ es el vector de estados; $u \in R^m$ es el vector de entradas y $y \in R^p$ es el vector de salidas; el cual está formado por las variables de estado que pueden ser medibles físicamente.

2.1 Observabilidad

La observabilidad de un sistema está relacionada con la existencia para cada par de estados iniciales de una entrada que permita su separación. Para definir la observabilidad adoptamos las nociones de indistinguibilidad de estados.

Definición 2.1 (*Indistinguibilidad-Distinguibilidad*): Considerando el sistema (2.1), dos estados x_0 y x_1 son indistinguibles si, para cualquier función de entrada $u(t)$ y para todo $t \geq 0$, las correspondientes salidas $h(x_u(t, x_0))$ y $h(x_u(t, x_1))$ son iguales. Si ocurre lo contrario, entonces los estados son distinguibles.

Definición 2.2 (*Observabilidad*): El sistema (2.1) es observable si no posee pares indistinguibles (x_0, x_1) de estados iniciales distintos.

Para los sistemas lineales constantes, la observabilidad está caracterizada por la bien conocida condición de rango.

Teorema 2.1 *El sistema lineal invariante en el tiempo*

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.2)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^p, u \in \mathbb{R}^m$ y las matrices A, B y C son de dimensiones apropiadas, es observable si y sólo si, el rango de la matriz $[C^T, A^T C^T, \dots, C^T A^{n-1T}]^T$ es igual a la dimensión n del espacio de estado.

2.2 Entradas universales

En el caso de los sistemas lineales el cumplimiento de la condición de observabilidad, como es presentada en Teorema 2.1, nos conduce a condiciones necesarias y suficientes para diseñar un observador.

Esta propiedad no es general en los sistemas no lineales donde la característica de observabilidad nos da condiciones necesarias, pero no suficientes para diseñar un observador. Lo anterior, es debido a que la característica de observabilidad es dependiente de la entrada. Esto nos conduce a la noción de entrada universal.

Definición 2.3 (Entrada universal): Una función de entrada $u_{[0,t]}$ se dice universal para el sistema (2.1) en el intervalo $[0, t]$ si pueden ser distinguidos cualquier par de estados iniciales distintos (x_0, x_1) de acuerdo a las salidas en el intervalo $[0, t]$, cuando el sistema es excitado por la entrada $u_{[0,t]}$. Una entrada que es universal en \mathbb{R}^+ se dice que es universal.

Definición 2.4 (Entrada singular): Una entrada que no es universal se dice que es singular.

2.3 Sistemas uniformemente observables

El concepto de entrada universal nos permite definir una clase interesante de sistemas: los sistemas uniformemente observables.

Definición 2.5 (Sistemas uniformemente observables): Un sistema donde todas las entradas son universales se dice que es uniformemente observable, o también, observable para cualquier entrada.

Los sistemas lineales observables son uniformemente observables.

El problema de la caracterización de estos sistemas en el caso de una sólo salida fué abordado por Williamson [19] en el caso de los sistemas bilineales, y por Gauthier y Bornard [6] en el caso de los sistemas afines en el control. Sus resultados pueden ser resumidos en los siguientes teoremas:

Teorema 2.2 *Una condición necesaria y suficiente para que el sistema bilineal*

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^m u_i D_i x + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.3)$$

donde $x \in R^n$; $y \in R$ y $u \in R^m$ sea uniformemente observable es que pueda ser transformado, mediante un cambio de coordenadas, en la forma

$$\begin{cases} \dot{z} = \bar{A}z + \sum_{i=1}^m u_i \bar{D}_i z + \bar{B}u \\ y = \bar{C}z \end{cases} \quad (2.4)$$

donde:

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ a_1 & \cdots & & a_n \end{pmatrix} \text{ y } \bar{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

Teorema 2.3 *Una condición necesaria y suficiente para que el sistema*

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.5)$$

donde $x \in R^n$; $y \in R$ y $u \in R^m$, sea localmente uniformemente observable es que exista un sistema de coordenadas locales en R^n tal que el sistema (2.5) sea en todas partes de la forma:

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + \sum_{i=1}^m \bar{g}_i(z)u_i + \varphi(z) \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.6)$$

donde:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & & 0 \end{pmatrix}; \varphi(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \varphi_n(z) \end{bmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

y $\bar{g}_{i,j}(z) := \bar{g}_i(z_1, \dots, z_j)$ para $j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, m$.

2.4 Observadores

Un observador o reconstructor de estado es un sistema dinámico que permite obtener la estimación del valor de los estados actuales a partir de información anterior de las entradas y salidas del sistema original.

Definición 2.6 (*Observador*): Llamamos observador (o reconstructor de estado) de un sistema dinámico:

$$S : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.7)$$

a un sistema dinámico O cuyas entradas son el vector de entradas y el vector de salidas del sistema a ser observado, y cuyo vector de salida es el estado estimado:

$$O : \begin{cases} \dot{z} = f(z, u, y) \\ \hat{x} = h(z, u, y) \end{cases} \quad (2.8)$$

tal que $\|e(t)\| = \|\hat{x}(t) - x(t)\| \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

El diagrama de bloques de un observador es mostrado en la figura 2.1

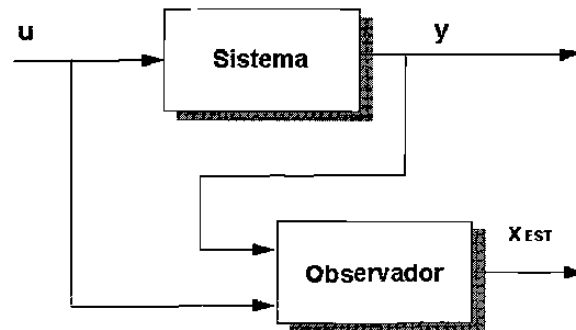


Fig. 2.1 Observador

2.5 Diseño de observadores

El diseño de un observador requiere que el sistema cumpla principalmente con la propiedad de observabilidad. Cuando un sistema lineal es observable, lo es sin tener en cuenta la entrada. En los sistemas no lineales no ocurre así. Generalmente, los sistemas no lineales tienen entradas singulares que hacen que el sistema sea no observable.

2.5.1 Sistemas lineales invariantes en el tiempo

En el caso de los sistemas lineales invariantes en el tiempo una solución clásica al problema de la construcción de un observador está dada por el observador Luenberguer .

Sea el sistema lineal observable

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.9)$$

donde $x \in R^n$, $y \in R^p$, $u \in R^m$ y las matrices A , B y C son de dimensiones apropiadas. El sistema dinámico

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - K(C\hat{x} - y) \quad (2.10)$$

con la matriz K elegida tal que los valores propios de $(A - KC)$ tengan parte real negativa, es un observador para el sistema (2.9).

2.5.2 Sistemas no lineales

Los principales métodos adoptados para la construcción de observadores de sistemas no lineales son los siguientes:

- (1) Transformar mediante un cambio de coordenadas no lineales o por inmersión, a un sistema lineal modulo una inyección de salida, del siguiente tipo:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \gamma(y, u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.11)$$

donde (C, A) es un par observable. Cuando esto es posible, el observador de la forma:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \gamma(y, u) - KC(\hat{x} - x) \quad (2.12)$$

donde $(A - KC)$ es estable, provee una solución (ver [13]).

- (2) Transformar mediante un cambio de coordenadas no lineales a un sistema bilineal más una inyección de salida. En la misma manera, si lo anterior es posible, ligeras variaciones del observador bilineal clásico proveen una solución (ver [19]).
- (3) Considerar los sistemas no lineales uniformemente observables y emplear otras técnicas.

Entre las técnicas utilizadas, la del observador de alta ganancia ha llamado la atención en muchas aplicaciones prácticas debido a su relativa simplicidad de diseño.

2.6 Observadores de alta ganancia

El diseño de un observador de alta ganancia clásico (ver [7]) se realiza bajo los siguientes principios:

- El sistema esta en una forma parcialmente lineal.
- El diseño del observador es realizado básicamente en la parte lineal.
- Bajo ciertas condiciones estructurales, el efecto de la parte no lineal es atenuado mediante el uso de una ganancia suficientemente alta.

Debido a que el observador de alta ganancia clásico tiende a favorecer la parte lineal, tiene la desventaja de ser altamente sensible a las mediciones de ruido.

El problema de disminuir la sensibilidad del observador al ruido inherente del sistema implica que al menos, parte de la no linealidad tenga que ser tomada en cuenta en la estrategia de diseño.

2.7 Perfeccionamiento del observador de alta ganancia clásico

Recientemente, han sido propuestas algunas alternativas para perfeccionar el observador de alta ganancia clásico incorporando parte de la no linealidad en la estrategia de diseño. Entre las propuestas existentes se encuentra la de incorporar la no linealidad en término de su jacobiano.

En Busawon, *et al.* (1999) [1], incorporan parte de la no linealidad en la estrategia de diseño de un observador; para una clase de sistemas uniformemente observables de una sola salida de la forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + g(x, u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.13)$$

donde: $x \in R^n, u \in R^m$ y $y \in R$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \\ 0 & \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

y la no linealidad $g(x, u)$ es tal que $\frac{\partial g_i}{\partial x_j}(x, u) = 0$ si $j > i$.

Perfeccionado así el observador de alta ganancia clásico dado en Gauthier, *et al.* (1992) [7].

La estrategia de diseño requiere que la parte no lineal $g(x, u)$ cumpla con algunas condiciones, y utiliza un algoritmo para encontrar una matriz de transformación que permite llevar la dinámica del error de estimación a una forma canónica observable.

A continuación se describe ese algoritmo.

Notación:

Para una $u \in R^m$ dada expresaremos como $G(\xi, u)$ a la matriz jacobiana de g con respecto a x evaluada en el punto $\xi \in R^n$ i.e., $G(\xi, u) = \frac{\partial g}{\partial x}(\xi, u)$. Expresaremos también como $F(\xi, u)$ a la matriz definida por $F(\xi, u) = A + G(\xi, u)$.

Algoritmo de diseño

Definir sucesivamente las siguientes matrices para todo $\xi \in R^n, u \in R^m$:

i) Primero, definir $M_o(\xi, u) = \begin{pmatrix} C \\ CF(\xi, u) \\ \vdots \\ CF^{n-1}(\xi, u) \end{pmatrix}$.

ii) $B(\xi, u) = M_o(\xi, u)F(\xi, u)M_o^{-1}(\xi, u) - A$. Donde la matriz $B(\xi, u)$ es de la forma:

$$B(\xi, u) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \\ b_1(\xi, u) & 0 & b_n(\xi, u) \end{pmatrix}$$

iii) Construir $L(\xi, u) = \text{col}[b_n(\xi, u), \dots, b_1(\xi, u)]$ donde $b_i(\xi, u)$ son los elementos de la matriz $B(\xi, u)$.

iv) Obtener $\bar{A}(\xi, u) = A + L(\xi, u)C$.

v) Construir $W(\xi, u) = \begin{pmatrix} C \\ C\bar{A}(\xi, u) \\ \vdots \\ C\bar{A}^{n-1}(\xi, u) \end{pmatrix}$.

vi) Finalmente, definir $M(\xi, u) = W^{-1}(\xi, u)M_o(\xi, u)$.

Nota 2.1 Puede verificarse que la matriz $M(\xi, u)$ cumple con las siguientes propiedades:

$$M(\xi, u)F(\xi, u)M^{-1}(\xi, u) = \bar{A}(\xi, u) \quad \text{y} \quad CM^{-1}(\xi, u) = C.$$

Este algoritmo coincide (como se verá en el Capítulo 3), con el algoritmo que permite encontrar una matriz de transformación que convierte un sistema lineal observable de una salida en la forma canónica observable de Brunowski (ver [16]).

Las condiciones que tiene que satisfacer el sistema (2.13) son las siguientes:

A1) g es continuamente diferenciable con respecto a x .

A2) la función g_j ; $j = 1, \dots, n$ y sus respectivas derivadas respecto al tiempo son acotadas para toda $x \in R^n$ y toda $u \in R^m$.

El resultado obtenido en Busawon *et al* (1999) [1], se resume en el siguiente teorema:

Teorema 2.4 *Asuma que el sistema (2.13) satisface los enunciados A1) y A2). Entonces existe*

$\theta_0 > 0$ tal que, para todo $\theta \geq \theta_0$, el sistema :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + g(\hat{x}, u) + M^{-1}(\hat{x}, u)[L(\hat{x}, u) + \Delta_\theta^{-1}K](y - C\hat{x}) \quad (2.14)$$

es un observador exponencial para el sistema (2.13). Donde: K es elegida tal que la matriz $(A - KC)$ es estable, el vector $L(\xi, u)$ y la matriz $M(\xi, u)$ son definidas como en iii) y vi) respectivamente y la matriz $\Delta_\theta = \text{diag} \left[\frac{1}{\theta}, \frac{1}{\theta^2}, \dots, \frac{1}{\theta^n} \right]$ con $\theta \geq 1$.

La prueba de éste teorema puede verse en [1] .

En el Capítulo 3 se hace una extensión de éste resultado a una clase de sistemas multi salidas uniformemente observables. Además, se aplica el resultado obtenido para estimación de flujos en un motor de inducción y para supervisar la carga mecánica del mismo.

2.8 Conclusiones

En éste capítulo se mostraron algunas de las definiciones básicas referentes a la teoría de observadores en tiempo continuo, así también se mostró el diseño de un observador para una clase de sistemas no lineales uniformemente observables de una salida dado en Busawon, *et al.* (1999) [1] , al cual se va a hacer una extensión al caso multisalida en el capítulo 3.

Capítulo 3

Diseño de observador para una clase de sistemas no lineales multisalidas.

Se conoce que en el diseño de observadores para los sistemas lineales, la teoría está bien establecida e involucra sólo álgebra lineal. Además, el diseño es relativamente simple y directo. Lo anterior no se cumple en los sistemas no lineales, para los cuales se requieren herramientas matemáticas que provienen del álgebra diferencial o de la geometría diferencial, provocando expresiones muy complicadas; las cuales pueden ser difíciles de implementar.

En este capítulo se muestra el diseño de un observador para una clase de sistemas no lineales uniformemente observables, adoptando técnicas de diseño lineal para la construcción del mismo. Posteriormente, empleando la estrategia propuesta, se construye un observador para un modelo del motor de inducción .

3.1 Sistema considerado

El sistema considerado es de la forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = \Gamma(y, u)x + g(x, u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\text{donde: } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \in R^{nd}; x_i = \begin{bmatrix} x_{i,1} \\ \vdots \\ x_{i,d} \end{bmatrix} \in R^d; y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_d \end{bmatrix} \in R^d; u \in R^m$$

$$\Gamma(y, u) = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(y, u) & \Gamma_{12}(y, u) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ \Gamma_{n-1,1}(y, u) & \Gamma_{n-1,2}(y, u) & \cdots & & \Gamma_{n-1,n}(y, u) \\ \Gamma_{n,1}(y, u) & \Gamma_{n,1}(y, u) & \cdots & & \Gamma_{n,n}(y, u) \end{bmatrix};$$

$$g(x, u) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, u) \\ \vdots \\ g_d(x_1 \dots x_n, u) \end{bmatrix}; g_i(x_1, \dots, x_i, u) = \begin{bmatrix} g_{i,1}(x_1, \dots, x_i, u) \\ \vdots \\ g_{i,d}(x_1, \dots, x_i, u) \end{bmatrix} \text{ y } C = \begin{bmatrix} I_d & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Puesto que $x_i \in R^d$, las matrices $\Gamma_{ij}(y, u)$ son todas de dimensión $d \times d$.

Y se asume lo siguiente:

- A1) g es continuamente diferenciable con respecto a x .
- A2) la función $g_{i,k}; i = 1 \dots n; k = 1, \dots, d$ y sus respectivas derivadas respecto al tiempo son acotadas para toda $x \in R^{nd}$ y toda $u \in R^m$.
- A3) Las matrices $\Gamma_{i,i+1}(u, y); i = 1, \dots, n - 1$ son no singulares para toda $u \in R^m$ y toda $y \in R^d$.

3.2 Observabilidad del sistema

Primero vamos a demostrar que la hipótesis A3) implica que el sistema (3.1) es uniformemente observable .

Demostración:

De acuerdo a la definición (2.2), un sistema es observable si dos salidas iguales implican que los estados iniciales son iguales. Entonces, considere dos salidas y y \bar{y} iguales:

$$y = \bar{y} \Leftrightarrow x_1 = \bar{x}_1 \quad (3.2)$$

Derivando ambos lados de la ecuación (3.2):

$$\dot{x}_1 = \dot{\bar{x}}_1 \Rightarrow$$

$$\Gamma_{11}(y, u)x_1 + \Gamma_{12}(y, u)x_2 + g_1(x_1, u) = \Gamma_{11}(\bar{y}, u)\bar{x}_1 + \Gamma_{12}(\bar{y}, u)\bar{x}_2 + g_1(\bar{x}_1, u)$$

Pasando todos los términos del lado izquierdo de la ecuación y tomando en cuenta que $x_1 = \bar{x}_1$ (o $y = \bar{y}$), se tiene

$$\Gamma_{12}(y, u)(x_2 - \bar{x}_2) = 0$$

Puesto que la matriz $\Gamma_{12}(y, u)$ es no singular para toda $u \in R^m$ y toda $y \in R^d$, concluimos que

$$x_2 = \bar{x}_2 \quad (3.3)$$

Derivando (3.3) y tomando en cuenta que $x_2 = \bar{x}_2; x_1 = \bar{x}_1$, podemos ver que

$$x_3 = \bar{x}_3$$

continuando este proceso vemos que $x_1 = \bar{x}_1, \dots, x_n = \bar{x}_n$.

Entonces, podemos concluir que el sistema (3.1) es uniformemente observable. ■

3.3 Algoritmo de diseño

La estrategia de diseño propuesta utiliza un algoritmo para obtener una matriz de transformación que permite llevar la dinámica del error de estimación a una forma canónica observable.

3.3.1 Idea principal del diseño

Para explicar la estrategia del diseño del observador vamos a considerar el caso lineal. Considere el siguiente sistema lineal

$$\begin{cases} \dot{x} = Fx + Gu \\ y = Hx \end{cases} \quad (3.4)$$

donde: $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \in R^{nd}; x_i = \begin{bmatrix} x_{i,1} \\ \vdots \\ x_{i,d} \end{bmatrix}; y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_d \end{bmatrix} \in R^d; u \in R^m$.

Si el par (F, H) es observable, es bien conocido que existe una transformación lineal $z = Px$ tal que el sistema (3.4) puede ser transformado en la forma de Brunowski (ver [16]):

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + LCz + Bu \\ y = Cz \end{cases} \quad (3.5)$$

donde $A = \begin{bmatrix} 0 & I_d & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & \ddots & 0 & \\ \vdots & & & \ddots & I_d \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}; C = [I_d \ 0 \ \cdots \ 0]$ y L es una matriz de dimensión

$nd \times d$ e I_d es la matriz identidad de dimensión d .

Ahora, se considera el siguiente sistema

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + LC\hat{z} + Bu + \bar{K}(y - C\hat{z}) \quad (3.6)$$

Sea $e = z - \hat{z}$, entonces

$$\dot{e} = Ae + LCe - \bar{K}Ce$$

Si se elige \bar{K} como $\bar{K} = L + K$ donde K es tal que $(A - KC)$ sea estable, se obtiene que

$$\dot{e} = (A - KC)e$$

En otras palabras, el sistema (3.6) es un observador para el sistema (3.5).

Por otra parte, si se quiere acelerar la convergencia del observador, manteniendo K fija se puede elegir \bar{K} como

$$\bar{K} = L + \Delta_\theta^{-1}K$$

donde

$$\Delta_\theta = \text{diag} \left[\frac{I_d}{\theta}, \frac{I_d}{\theta^2}, \dots, \frac{I_d}{\theta^n} \right] \quad (3.7)$$

con $\theta \geq 1$.

En éste caso, obtenemos que

$$\dot{e} = (A - \Delta_\theta^{-1}KC)e$$

Poniendo $\bar{e} = \Delta_\theta e$, se obtiene que

$$\dot{\bar{e}} = \theta(A - KC)\bar{e}$$

debido a que $\Delta_\theta A \Delta_\theta^{-1} = \theta A$ y $C \Delta_\theta = \theta C$.

Puesto que $(A - KC)$ es estable, existe una matriz simétrica positiva definida $R > 0$ tal que

$$(A - KC)^T R + R(A - KC) = -I_{nd}$$

donde I_{nd} es la matriz identidad de dimensión nd .

Sea $V = \bar{e}^T R \bar{e}$; es fácil ver que $\dot{V} = -\theta V < 0$.

En lo que sigue, se extenderá esta estrategia de diseño para la clase de sistemas no lineales

representados por el sistema (3.1).

Primero se muestra un algoritmo para encontrar una transformación equivalente a la transformación de Brunowski para los sistemas lineales, que depende del estado.

Notación: Para una $u \in R^m$ dada expresaremos como $G(\xi, u)$ a la matriz jacobiana de g con respecto a x evaluada en el punto $\xi \in R^{nd}$ i.e., $G(\xi, u) = \frac{\partial g}{\partial x}(\xi, u)$. Expresaremos como $F(\xi, u)$ a la matriz definida por $F(\xi, u) = \Gamma(\xi, u) + G(\xi, u)$.

El siguiente algoritmo nos permite hallar una matriz de similitud $P(\xi, u)$ tal que:

$$P(\xi, u)F(\xi, u)P^{-1}(\xi, u) = A + L(\xi, u)C \quad \text{y} \quad CP^{-1}(\xi, u) = C$$

3.3.2 Algoritmo

Empezamos definiendo las siguientes matrices para todo $u \in R^m$ y toda $\xi \in R^{nd}$:

$$3\text{-i)} \quad \text{Primero, definimos } \Upsilon(\xi, u) = \begin{bmatrix} C \\ CF(\xi, u) \\ \vdots \\ CF^{n-1}(\xi, u) \end{bmatrix}. \text{ Puede verificarse que la}$$

matriz $\Upsilon(\xi, u)$ es triangular inferior a bloques y que sus matrices diagonales son $[I_d, \Gamma_{1,2}(\xi, u), \dots, \Gamma_{i,i+1}(\xi, u)]$ donde $i = 1, \dots, n-1$. Por lo tanto, por la suposición A3), $\Upsilon(\xi, u)$ es no singular para todo $\xi \in R^{nd}$ y toda $u \in R^m$.

3-ii) Después, definimos $\Phi(\xi, u) = \Upsilon(\xi, u)F(\xi, u)\Upsilon^{-1}(\xi, u) - A$, donde A es la matriz de dimensión $(nd \times nd)$:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_d & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & \ddots & \mathbf{0} \\ \vdots & & & \ddots & I_d \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Puede mostrarse que los elementos de $\Phi(\xi, u)$ son todos igual a cero excepto la última fila a

bloques *i.e.* $\Phi(\xi, u)$ tiene la siguiente forma:

$$\Phi(\xi, u) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{0} & & \mathbf{0} \\ \phi_1(\xi, u) & \cdots & \phi_n(\xi, u) \end{bmatrix}$$

3-iii) Construir $L(\xi, u) = \text{col} \left[\phi_n(\xi, u), \dots, \phi_1(\xi, u) \right]$ que es una matriz columna a bloques ($nd \times d$) donde los ϕ_i 's son los elementos de la matriz $\Phi(\xi, u)$.

3-iv) Entonces, definir $\tilde{A}(\xi, u) = A + L(\xi, u)C$.

3-v) Construir $W(\xi, u) = \begin{bmatrix} C \\ C\tilde{A}(\xi, u) \\ \vdots \\ C\tilde{A}^{n-1}(\xi, u) \end{bmatrix}$.

Puede mostrarse que $W(\xi, u)$ es una matriz triangular inferior a bloques cuya diagonal esta formada por la matriz identidad I_d . Por lo tanto, $W(\xi, u)$ es también invertible para todo $y \in R^d$ y $u \in R^m$.

3-vi) Finalmente, definimos $P(\xi, u) = W^{-1}(\xi, u)\Upsilon(\xi, u)$.

Nota 3.1 Puesto que las matrices $\Upsilon(\xi, u)$ y $W(\xi, u)$ son triangulares inferiores a bloques, la matriz $P(\xi, u)$ es también triangular inferior a bloques. Además, considerando los componentes de las matrices $\Upsilon(\xi, u)$ y $W(\xi, u)$, es fácil ver que $P(\xi, u)$ es no singular para todo $\xi \in R^{nd}$, $u \in R^m$.

Nota 3.2 Puede verificarse que la matriz $P(\xi, u)$ cumple con las siguientes propiedades:

$$P(\xi, u)F(\xi, u)P^{-1}(\xi, u) = \tilde{A}(\xi, u) = A + L(\xi, u)C \quad y \quad CP^{-1}(\xi, u) = C$$

para todo $\xi \in R^{nd}$, $u \in R^m$.

3.4 Resultado principal

Considerando el sistema dado por

$$\dot{\hat{x}} = \Gamma(y, u)\hat{x} + g(\hat{x}, u) + P^{-1}(\hat{x}, u)[L(\hat{x}, u) + \Delta_\theta^{-1}K](y - C\hat{x}) \quad (3.9)$$

donde:

- $L(\hat{x}, u)$ es como en 3-iii) y $P(\hat{x}, u)$ como en 3-vi) (con ξ siendo reemplazada por \hat{x}).
- La matriz diagonal a bloques Δ_θ es de la forma dada por (3.7).
- K es un vector columna a bloques tal que $(A - KC)$ es Hurwitz con A como en (3.8).

Podemos enunciar el resultado principal:

Teorema 3.1 *Asumimos que el sistema (3.1) satisface las suposiciones A1), A2) y A3). Entonces, existe $\theta > 0$ tal que para todo $\theta \geq \theta_0$, el sistema (3.9) es un observador exponencial para el sistema (3.1).*

Prueba Sea $e = x - \hat{x}$ el error de estimación cuya dinámica está dada por:

$$\dot{e} = \Gamma(y, u)e + g(x, u) - g(\hat{x}, u) - P^{-1}(\hat{x}, u)[L(\hat{x}, u) + \Delta_\theta^{-1}K]Ce$$

Dado que g es continuamente diferenciable con respecto a x , por el teorema del valor medio obtenemos $g(x, u) - g(\hat{x}, u) = \frac{\partial g}{\partial x}(\gamma, u)e = G(\gamma, u)e$ para algunos γ los cuales estan entre el segmento con puntos finales x y \hat{x} . Entonces, $g(x, u) - g(\hat{x}, u) = G(\hat{x}, u)e + re$ donde $r = G(\gamma, u) - G(\hat{x}, u)$. A esto sigue que,

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \Gamma(y, u)e + G(\gamma, u)e - P^{-1}(\hat{x}, u) [L(\hat{x}, u) + \Delta_\theta^{-1}K] Ce \\ &= F(\hat{x}, u)e - P^{-1}(\hat{x}, u) [L(\hat{x}, u) + \Delta_\theta^{-1}K] Ce + r(\gamma, \hat{x}, u)e \end{aligned}$$

Por simplicidad eliminaremos los argumentos de varias matrices y expresaremos $P(\hat{x}, u)$, $F(\hat{x}, u)$, $L(\hat{x}, u)$ como P, F, L etc. Sea $\bar{e} = P(\hat{x}, u)e$. Entonces,

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= PFe - (L + \Delta_\theta^{-1}K)Ce + \dot{P}e + P re \\ &= PFP^{-1}\bar{e} - (L + \Delta_\theta^{-1}K)C\bar{e} + \dot{P}P^{-1}\bar{e} + P rP^{-1}\bar{e} \end{aligned}$$

Puesto que $CP^{-1} = C$ y $PFP^{-1} = A + LC$, y después de simplificaciones obtenemos

$$\dot{\bar{e}} = (A + LC)\bar{e} - (L + \Delta_\theta^{-1}K)C\bar{e} + \dot{P}P^{-1}\bar{e} + P rP^{-1}\bar{e}$$

Por lo tanto,

$$\dot{\bar{e}} = (A - \Delta_\theta^{-1}KC)\bar{e} + \dot{P}P^{-1}\bar{e} + P rP^{-1}\bar{e}$$

Ahora, definimos $\tilde{e} = \Delta_\theta \bar{e}$. Entonces,

$$\dot{\tilde{e}} = \theta(A - KC)\tilde{e} + \Delta_\theta \dot{P}P^{-1}\Delta_\theta^{-1}\tilde{e} + \Delta_\theta P rP^{-1}\Delta_\theta^{-1}\tilde{e}$$

ya que $\Delta_\theta A \Delta_\theta^{-1} = \theta A$ y $C \Delta_\theta^{-1} = \theta C$. Debido a que $\theta \geq 1$ y las matrices $P rP^{-1}$ y $\dot{P}P^{-1}$ son triangulares inferiores a bloques con componentes acotadas para toda $\hat{x} \in R^{nd}$ y $u \in R^m$, existen constantes positivas c_0 y c_1 las cuales son independientes de θ tal que $\|\Delta_\theta \dot{P}P^{-1}\Delta_\theta^{-1}\| \leq c_1$ y $\|\Delta_\theta P rP^{-1}\Delta_\theta^{-1}\| \leq c_2$. Por otra parte, puesto que $(A - KC)$ es

Hurwitz, existe una matriz simétrica positiva definida S tal que:

$$(A - KC)^T S + S(A - KC) = -I_{nd}$$

Ahora, considere la función de Lyapunov candidata $V(\tilde{e}) = \tilde{e}^T S \tilde{e}$. Tomando la derivada en el tiempo de esta función tenemos $\dot{V} = \tilde{e}^T S \dot{\tilde{e}} + \dot{\tilde{e}}^T S \tilde{e}$. Puesto que $\tilde{e}^T S \tilde{e} \in \mathbb{R}$, y debido a que un escalar y su transpuesto son iguales, tenemos

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2\tilde{e}^T S \dot{\tilde{e}} \\ &= 2\theta \tilde{e}^T S(A - KC)\tilde{e} + 2\tilde{e}^T S \Delta_\theta \dot{P} P^{-1} \Delta_\theta^{-1} \tilde{e} + 2\tilde{e}^T S \Delta_\theta P r P^{-1} \Delta_\theta^{-1} \tilde{e} \\ &\leq -\theta \|\tilde{e}\|^2 + 2 \|S\tilde{e}\| \left\| \Delta_\theta \dot{P} P^{-1} \Delta_\theta^{-1} \right\| \|\tilde{e}\| + 2 \|S\tilde{e}\| \left\| \Delta_\theta P r P^{-1} \Delta_\theta^{-1} \right\| \|\tilde{e}\| \\ &\leq -\theta \|\tilde{e}\|^2 + 2c \|S\tilde{e}\| \|\tilde{e}\| \leq -\theta \|\tilde{e}\|^2 + 2c \lambda_{\max}(S) \|\tilde{e}\|^2 \end{aligned}$$

donde $c = c_1 + c_2$ y $\lambda_{\max}(S)$ es el valor característico más grande de S .

Finalmente, eligiendo $\theta > 2c \lambda_{\max}(S)$, tenemos $\dot{V} < 0$. ■

Nota 3.3 *En general, la ganancia del observador puede ser muy complicada, ya que depende de las matrices $\Gamma(u, y)$ y $g(\hat{x}, u)$. Para simplificar la expresión de la ganancia, es importante observar que la matriz $\Gamma(u, y)x$ puede ser descompuesta de la siguiente forma:*

$$\Gamma(u, y)x = \bar{\Gamma}(u, y)x + \Psi(y, u)$$

donde $\Psi(y, u)$ es la primera columna de $\Gamma(u, y)$. Entonces, el algoritmo se puede realizar sólomente con la matriz

$$F(u, \xi) = \bar{\Gamma}(u, y) + g(\xi, u)$$

ya que el término $\bar{\Gamma}(u, y)y$ puede ser cancelado de la dinámica del error

Nota 3.4 *Si $g(x, u) := g(y, u)$ entonces no es necesario incluir ésta no linealidad en la matriz $F(u, y)$, puesto que la misma sería cancelada en la ecuación del error. Consecuentemente, en éste caso particular, podemos tomar*

$$F(u, \xi) = \Gamma(u, y).$$

3.5 Aplicación a un motor de inducción

Ahora, se va a utilizar la estrategia de diseño mostrada para construir un observador de flujo y de torque de carga para un motor de inducción. El modelo considerado esta en coordenadas $\alpha - \beta$ de Park (ver [15]).

3.5.1 Modelo del motor de inducción

El modelo está dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{dinámicas electromagnéticas} \\ \dot{I}_{s\alpha} = -\gamma I_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\alpha} + kp\omega \varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{s\alpha} \\ \dot{I}_{s\beta} = -\gamma I_{s\beta} - kp\omega \varphi_{r\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{s\beta} \\ \dot{\varphi}_{r\alpha} = \frac{M}{T_r} I_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\alpha} - p\omega \varphi_{r\beta} \\ \dot{\varphi}_{r\beta} = \frac{M}{T_r} I_{s\beta} + p\omega \varphi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\beta} \\ \text{dinámicas mecánicas} \\ \dot{\omega} = \frac{pM}{JL_r} (\varphi_{r\alpha} I_{s\beta} - \varphi_{r\beta} I_{s\alpha}) - \frac{T_L}{J} \end{array} \right. \quad (3.10)$$

donde $I_{s\alpha}$, $I_{s\beta}$ son las corrientes de estator; $u_{s\alpha}$, $u_{s\beta}$ son los voltajes de estator; $\varphi_{r\alpha}$, $\varphi_{r\beta}$ son los flujos del rotor; ω es la velocidad angular; J es el momento de inercia del rotor; T_L es el torque de carga y p es el número de pares de polos. Los parámetros T_r , σ , K y γ son definidos como sigue:

$$T_r = \frac{L_r}{R_r}, \quad \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}, \quad K = \frac{M}{\sigma L_s L_r}, \quad \gamma = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_s L_r^2}$$

donde R_s , R_r son las resistencias por fase del estator (respecto al rotor); L_s , L_r son las inductancias por fase del estator (respecto al rotor).

3.5.2 Diseño del observador

Asumimos que la velocidad angular ω , las corrientes de estator ($I_{s\alpha}$, $I_{s\beta}$) y los voltajes ($u_{s\alpha}$, $u_{s\beta}$), son medibles. También asumimos que el torque de carga es constante de tal forma que $\dot{T}_L = 0$.

$$\text{Definiendo, } x_1 = \begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \\ \omega \end{bmatrix} \text{ y } x_2 = \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \\ T_L \end{bmatrix}, \text{ podemos re-escribir el modelo del motor de}$$

inducción como:

$$\begin{cases} \dot{x} = \Gamma(y, u)x + g(u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.11)$$

donde $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \in R^6$; $\bar{\Gamma}(y, u) = \begin{bmatrix} 0 & \Gamma_{12}(y, u) \\ 0 & \Gamma_{22}(y, u) \end{bmatrix}$ y $\Psi(y, u) = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(y, u) \\ \Gamma_{21}(y, u) \end{bmatrix}$
con

$$\Gamma_{11}(y, u) = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_{12}(y, u) = \begin{bmatrix} \frac{k}{Tr} & kp\omega & 0 \\ -kp\omega & \frac{k}{Tr} & 0 \\ \frac{pM}{JLr} I_{s\beta} & -\frac{pM}{JLr} I_{s\alpha} & \frac{1}{J} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{21}(y, u) = \begin{bmatrix} \frac{M}{Tr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{M}{Tr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_{22}(y, u) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{Tr} & -p\omega & 0 \\ p\omega & -\frac{1}{Tr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

y $g(u) = \begin{bmatrix} g_1(u) \\ g_2(u) \end{bmatrix}$ con

$$g_1(u) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma Ls} u_{s\alpha} \\ \frac{1}{\sigma Ls} u_{s\beta} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad g_2(u) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El control es $u = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix}$ y la matriz $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [I_3, \mathbf{0}]$ con I_3 siendo la

matriz identidad de dimensión (3×3) .

Puede verse que el sistema (3.11) es un caso especial del sistema (3.1) y que $d = 3$ y $n = 2$. Es fácil de ver que $\Gamma_{12}(y, u)$ es una matriz no singular puesto que su determinante es igual a $\left(\frac{k}{Tr}\right)^2 + (kp\omega)^2$. Además, las suposiciones A1) y A2) son satisfechas por consideraciones prácticas. Además, puede verse que en éste caso $F(y, u) = \bar{\Gamma}(y, u)$ (ver nota 3.4). Siguiendo

los pasos del algoritmo mostrado en la Sección (3.3.2) puede mostrarse que:

$$P(y, u) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k}{Tr} & kp\omega & 0 \\ -\frac{pM}{kJLr} I_{s\alpha} & \frac{1}{Tr} & p\omega & -kp\omega & \frac{k}{Tr} & 0 \\ \frac{pM}{kJLr} I_{s\beta} & -p\omega & \frac{1}{Tr} & \frac{pM}{JLr} I_{s\beta} & -\frac{pM}{JLr} I_{s\alpha} & -\frac{1}{J} \end{bmatrix}$$

$$\text{y } L(y, u) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{pM}{JLrk} I_{s\alpha} & -\frac{1}{Tr} & -p\omega \\ -\frac{pM}{JLrk} I_{s\beta} & p\omega & -\frac{1}{Tr} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Por lo tanto, el observador para el sistema (3.11) está dado por

$$\dot{\hat{x}} = \bar{\Gamma}(y, u)\hat{x} + \Psi(y, u)y + g(u) + P^{-1}(y, u)[L(y, u) + \Delta_{\theta}^{-1}K](y - C\hat{x})$$

donde $P(y, u)$ y $L(y, u)$ son como se mostró anteriormente;

$$\Delta_{\theta}^{-1} = \begin{bmatrix} \theta I_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \theta^2 I_3 \end{bmatrix}$$

con I_3 siendo la matriz identidad de dimensión (3×3) , y K puede ser elegida como:

$$K = \begin{bmatrix} 2I_3 \\ I_3 \end{bmatrix}.$$

Resultados de simulación

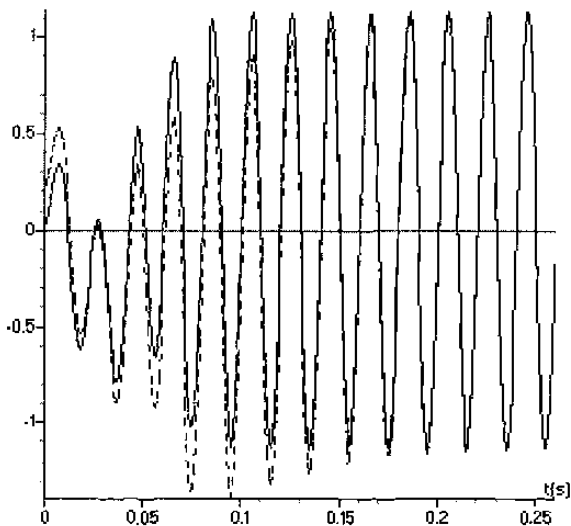


Fig. 3.1. Flujo en coordenadas alfa

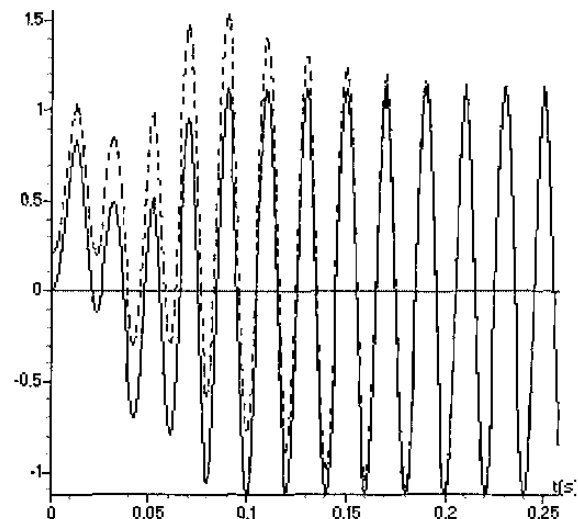


Fig. 3.2. Flujo en coordenadas beta

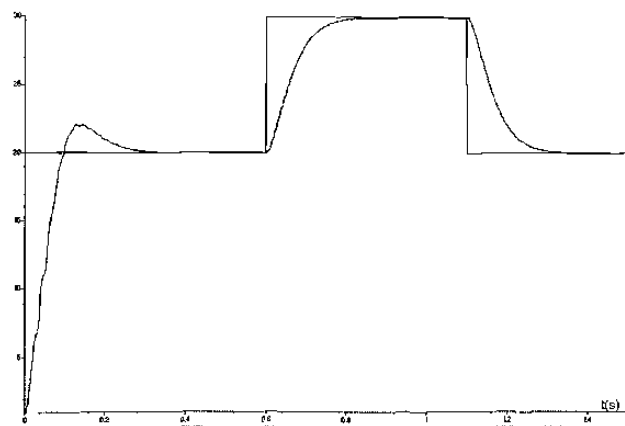


Fig. 3.3 Torque de carga

Las simulaciones fueron llevadas a cabo con los siguientes valores numéricos: $R_s = 1.374 \Omega$, $R_r = 1.3398 \Omega$, $M = 0.1286 H$, $L_r = 0.1358 H$, $L_s = 0.1358 H$, $J = 0.04 \text{ kgm}^2$, $T_L = 10 \text{ Nm}$ y $p = 3$. Los voltajes aplicados son $u_{s\alpha} = 380 \cos(314t)$ y $u_{s\beta} = 380 \sin(314t)$. El valor del parámetro $\theta = 12$. Los resultados de la simulación son mostrados en las Figuras 3.1, 3.2 y 3.3. La característica del observador es mostrada en líneas punteadas. Puede resaltarse que la estimación del torque de carga, así como la estimación del flujo converge rápidamente a su evolución real (tal y como es dado por la simulación del modelo). Si se selecciona un θ más grande, entonces la

convergencia es mejor, pero esto puede acentuar los picos durante el transitorio.

Nota 3.5 *Los valores numéricos de los parámetros del motor se consideraron constantes, sin embargo, cuando el motor de inducción está en operación éstos parámetros pueden variar; en especial en el caso de las resistencias las cuales aumentan su valor cuando el motor está en operación.*

3.5.3 Supervisión de carga

Las estimaciones de flujo (Fig. 3.1 y 3.2) proporcionadas por el observador pueden ser utilizadas en el diseño de un control orientado al campo para un motor de inducción. Sin embargo, la suposición de que la velocidad angular es medible constituye una desventaja del observador propuesto, como estimador de flujo. Consecuentemente, el rango de aplicación de este observador es un tanto limitado.

Sin embargo, el observador anterior constituye un buen medio para la supervisión de carga del motor. La operación anormal de un motor puede ser debida a problemas

- internos: corto circuito en el estator, sobrecalentamiento de las barras, etc., o
- externos: sobrecarga mecánica, cambios en el suministro de voltaje, fase sencilla o variaciones de frecuencia.

Entre estos problemas destaca el de sobrecarga mecánica, ya que causa sobrecalentamiento lo cual reduce la vida de servicio del motor. Por lo anterior, es interesante el poder monitorear el comportamiento del torque de carga, y elaborar un sistema de alarma que advierta del malfuncionamiento. La estimación del torque (Fig. 3.3) proporcionada por el observador, puede ser utilizada para éste propósito.

El sistema de alarmas se diseña en base a comparaciones de valores de umbral z_1 y z_2 (ver figura 3.4), con la estimación del torque de carga.

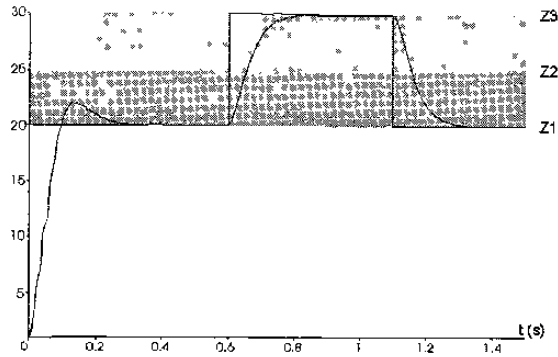


Fig. 3.4. Diagnóstico de carga

El diseño se muestra en la figura 3.5.

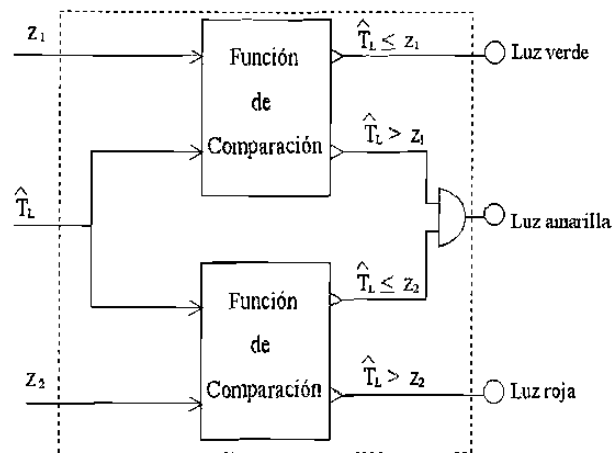


Figura 3.5. Sistema de alarmas

Consideramos, que existe una alarma crítica cuando el torque de carga es mayor a $25Nm$, entonces, si

$$\hat{T}_L > z2$$

se enciende una luz roja que indica al operador que (tal vez) es necesario desconectar el equipo. Si la carga es mayor a $20Nm$ y menor o igual a $25Nm$ se considera una alarma preventiva, entonces si

$$\hat{T}_L > z1 \quad \text{y} \quad \hat{T}_L \leq z2$$

se enciende una luz amarilla que indica al operador que existe un incremento en la carga.

Si la carga es menor o igual a $20Nm$ se considera que la carga esta en condiciones normales, entonces si

$$\hat{T}_L \leq z1$$

se enciende una luz verde que indica condiciones de carga normales.

3.6 Conclusiones

En éste capítulo se presentó la estrategia de diseño de un observador para una clase de sistemas no lineales multisalidas uniformemente observables. El diseño se realizó adoptando técnicas de diseño lineal para la construcción del mismo. La estrategia se aplicó a un modelo del motor de inducción en coordenadas $\alpha - \beta$ de Park. Se hizo una estimación del flujo del rotor y del torque de carga, asumiendo que la velocidad angular y las corrientes del estator son medibles. Los resultados de simulación mostraron una buena convergencia del observador. Debido a que la tendencia es diseñar observadores de flujo sin la medición de la velocidad angular, la aplicación del observador propuesto es un tanto limitada, excepto para diagnóstico de fallas.

La sobrecarga mecánica en un motor es un malfuncionamiento que causa sobrecalentamiento, lo cual reduce la vida de servicio del motor. Entonces, es interesante el poder monitorear el comportamiento del torque de carga, y elaborar un sistema de alarma que advierta del malfuncionamiento. Con la estimación del torque de carga obtenida del observador y algunos valores de umbral se diseñó un sistema de alarmas para supervisar la carga mecánica en el motor.

Capítulo 4

Principios básicos del diagnóstico de fallas basado en modelo

El método de diagnóstico de fallas basado en modelo ha recibido gran atención en los procesos de control desde principios de los 70's, tanto en el campo de la investigación como en la aplicación a procesos reales. Para poder realizar el diagnóstico de fallas con este método existe una gran variedad de técnicas.

En éste capítulo se muestran las técnicas del diagnóstico de fallas basado en modelo, destacando la técnica de generación residual basada en observador, así como las definiciones de ésta área necesarias para la comprensión del presente trabajo.

4.1 Método de diagnóstico de fallas basado en modelo

El diagnóstico de fallas basado en modelo puede ser definido como la determinación de las fallas de un sistema mediante la comparación de mediciones disponibles del mismo, con información *a priori* representada por el modelo matemático del sistema, a través de la generación de cantidades indicadoras (síntomas) de fallas y su análisis.

La señales indicadoras de falla son llamadas residuos, los cuales son independientes del punto de operación del sistema y responden a las fallas en forma característica.

Definición 4.1 (*Residuo*): *Un residuo es un indicador de falla, basado en la desviación entre las mediciones actuales y los cálculos basados en las ecuaciones del modelo de la planta a monitorear*

El método de diagnóstico de fallas basado en modelo puede describirse como un proceso de dos etapas principales: generación residual y toma de decisión. La estructura conceptual del método basado en modelo se muestra en la figura 4.1.

Estas etapas se describen a continuación:

- (1) **Generación residual:** es un procedimiento para extraer síntomas de falla, usando información disponible de las entradas y salidas del sistema a monitorear. Los síntomas de la falla son representados por las señales residuales, las cuales son normalmente cero; desviándose

de este valor en forma característica cuando ocurre una falla.

- (2) **Toma de decisión:** en esta etapa los residuos son examinados, con el propósito de extraer información de ellos y evaluarla. Aquí se aplica una regla de decisión al residuo o a una función de decisión (función del residuo) para determinar si existe o no una falla, y determinar su origen.

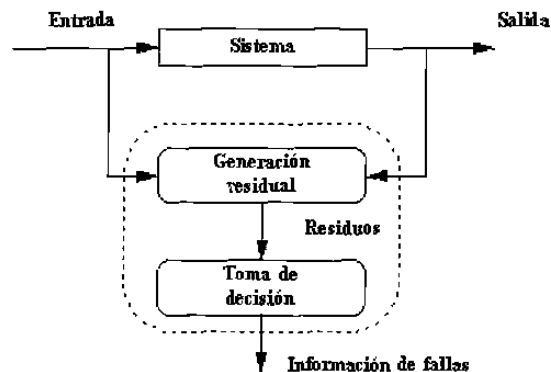


Figura 4.1. Estructura conceptual.

4.1.1 Diagnóstico de fallas en línea

El diagnóstico de fallas en línea es aquel que se lleva a cabo durante la operación del sistema. El método basado en modelo es un diagnóstico de fallas en línea puesto que la información de entrada y salida requerida por el mismo, está disponible sólo cuando el sistema a monitorear se encuentra en operación.

La forma en que están relacionados el diagnóstico de fallas y el lazo de control es en:

- **Lazo abierto** (Figura 4.2): Esta relación es la que generalmente se utiliza y la información requerida en este caso es la entrada al actuador $u(t)$ y las salidas medidas por los sensores $y(t)$. En este caso, no es necesario considerar el controlador en el diseño del sistema de diagnóstico.

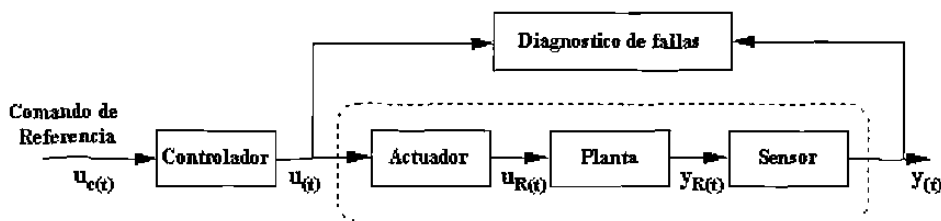


Figura 4.2. Diagnóstico de fallas en lazo abierto.

- **Lazo cerrado** (Figura 4.3): En esta relación la información requerida es el comando de referencia $u_c(t)$ y las salidas medidas por los sensores $y(t)$. En este caso, es muy importante el

considerar el controlador en el diseño del sistema de diagnóstico.

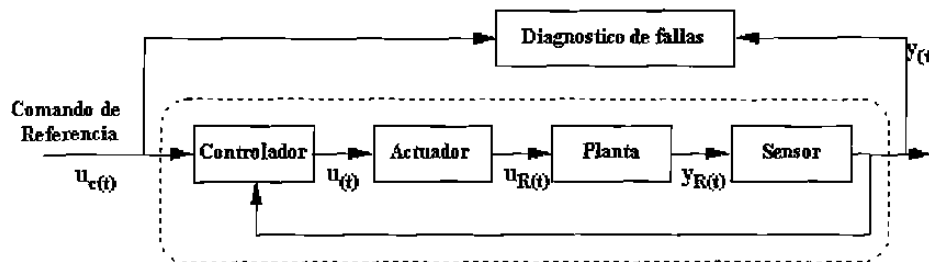


Figura 4.3. Diagnóstico de fallas en lazo cerrado.

4.2 Tipos de fallas

Una falla F es una desviación no permitida de la condición aceptable de al menos una propiedad característica del sistema .

En un sistema; de acuerdo al elemento afectado, podemos distinguir tres tipos de fallas:

- **Fallas de actuador.** Cuando hay una discrepancias entre el comando de entrada de un actuador y su actual salida .
- **Fallas de sensor.** Cuando hay discrepancia entre la lectura de los sensores y los valores actuales de las variables de la planta.
- **Fallas de componente.** Cuando algunas condiciones de la planta, que se consideran normales cambian.

Las fallas F pueden ser representadas en forma multiplicativa ($F := \alpha F_o$) o aditiva ($F := F_o + \Delta F_o$).

4.3 Modelado de sistemas con falla

El primer paso en el método basado en modelo es construir el modelo matemático del sistema a monitorear. El buen funcionamiento del sistema de diagnóstico de fallas depende en gran parte de la buena representación del sistema. En lo que respecta a la representación en variables de estado, se tiene lo siguiente:

4.3.1 Modelo lineal

En el caso de un sistema lineal, cuando éste tiene todas las fallas posibles de sensor, componente y

actuador, el modelo del sistema puede ser descrito como:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Bf_a(t) + f_c(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + Df_a(t) + f_s(t)\end{aligned}\quad (4.1)$$

donde: $x \in R^n$ es el vector de estados, $u \in R^m$ es el vector de entradas, $y \in R^p$ es el vector de salidas, A , B , C y D son matrices de dimensiones apropiadas, $f_a \in R^m$ es el vector de fallas de actuador, $f_c \in R^n$ es el vector de fallas de componente y $f_s \in R^p$ es el vector de fallas de sensor.

Considerando el caso general, un sistema con todas las fallas posibles puede ser descrito por el modelo:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + R_1f(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + R_2f(t)\end{aligned}\quad (4.2)$$

donde $f(t) \in R^q$ es un vector de falla (ver [3]). Las matrices R_1 y R_2 son conocidas como matrices de entrada de falla las cuales representan el efecto de las fallas en el sistema.

4.3.2 Modelo no lineal

En el caso de los sistemas no lineales hay dos caminos a seguir:

- Linealizar el sistema alrededor de un punto de operación y trabajar con técnicas lineales. Esta técnica funciona bien cuando la linealización no causa un error grande entre el modelo lineal y no lineal y el sistema opera con un rango de operación cercano al punto de operación especificado.
- Utilizar el modelo no lineal del sistema y emplear técnicas no lineales. En éste caso, el empleo del modelo no lineal elimina las limitaciones ocasionadas por linealizarlo. Sin embargo, el desarrollo de técnicas de diagnóstico de fallas basado en modelo para sistemas no lineales aún esta en proceso.

Para los sistemas no lineales el modelo con fallas es:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= g(x(t), u(t)) + f_c(f(t), x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t), u(t)) + f_s(f(t), x(t), u(t))\end{aligned}\quad (4.3)$$

donde $x(t) \in R^n$ es el vector de estados, $u(t) \in R^m$ es el vector de entradas conocidas, $y(t) \in R^p$ es el vector de las salidas medibles, $g(x(t), u(t))$ y $h(x(t), u(t))$ son vectores de funciones conocidas de dimensiones adecuadas, $f(t) \in R^q$ es el vector de fallas no conocido, f_c y f_s son funciones

conocidas de dimensiones adecuadas donde el primero representa los efectos de las fallas de actuador y de componente y el segundo las de sensor.

4.4 Generación residual

La generación residual puede ser interpretada en términos de señales redundantes como se muestra en la Figura 4.4.

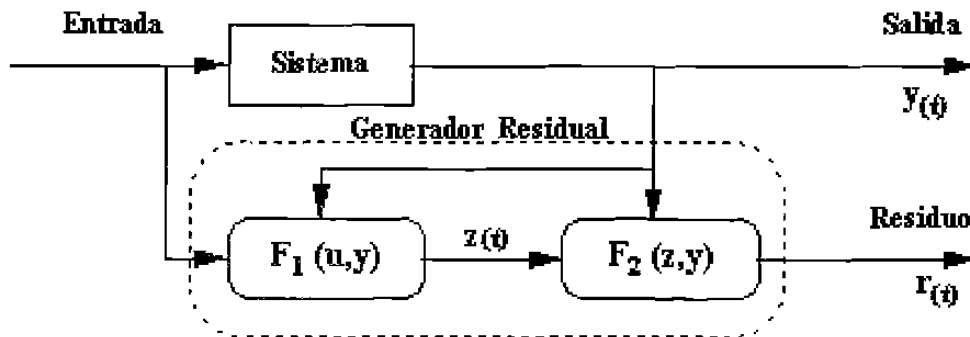


Figura 4.4. Estructura de señales redundantes en un generador

En esta estructura, el sistema (proceso o algoritmo) $F_1(u, y)$ genera una señal auxiliar (redundante) z la cual, junto con y genera el residuo r el cual satisface la siguiente relación invariante:

$$r(t) = F_2(y(t), z(t)) = 0$$

para el caso libre de falla. Cuando cualquier falla ocurra en el sistema, esta relación invariante será violada y el residuo será diferente de cero.

Entonces, podemos definir un generador residual de la siguiente forma:

Definición 4.2 (*Generador residual*): Un proceso, lineal o no lineal, cuyas entradas son las entradas y salidas del sistema a monitorear y cuyas salidas son los residuos $r(t)$, donde

$$r(t) = 0$$

en el caso libre de falla y diferente de cero en la presencia de falla, se dice que es un generador residual.

4.4.1 Técnicas de generación residual

Existen diferentes técnicas para generar residuos, las más comunes son:

Espacio de paridad [17] . Esta técnica consiste en formar ecuaciones a partir del modelo sin fallas, las cuales son válidas si el funcionamiento nominal del sistema no se ve alterado por las mismas.

Existen versiones del espacio de paridad en las que se utiliza la representación en variables de estado y otras, en las que se utiliza la representación externa del sistema. Este método puede ser representado como un modelo en paralelo (Figura 4.5).

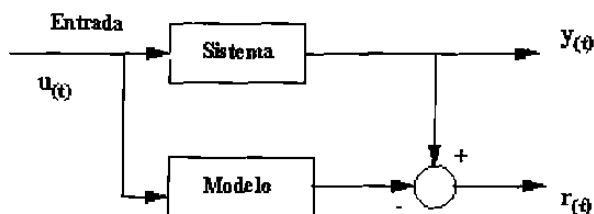


Figura 4.5. Representación del espacio de paridad

Estimación de parámetros. Esta técnica está basado directamente en las técnicas de identificación de sistemas. La idea básica es hacer una estimación en línea de los parámetros actuales del proceso, usando métodos de estimación de parámetros y comparar los resultados con los parámetros del modelo de referencia obtenido inicialmente bajo condiciones libres de falla. El empleo de ésta técnica requiere que la señal de control sea persistente para garantizar que se pueda realizar la identificación de los parámetros.

Basado en observador [4] . En está técnica, se utiliza un observador como generador residual, y el residuo es generado por el error de estimación de las salidas del sistema a monitorear, *i.e.*

$$r(t) = f(y(t) - \hat{y}(t))$$

Entonces, a diferencia del empleo del observador para fines de control, donde lo que se requiere es estimar los estados no medibles; cuando éste es utilizado para generar residuos, lo importante es estimar los estados medibles. Entonces, en el diagnóstico de fallas lo importante es estimar la salida, y no necesariamente todos los estados.

La representación de éste método se muestra en la Figura 4.6.

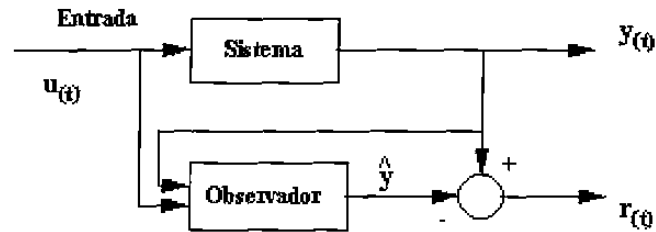


Figura 4.6. Generación residual basada en observador.

Bajo este contexto un generador residual se define de la manera siguiente:

Definición 4.3 (*Generador residual basado en observador*) El sistema dinámico :

$$\dot{z}(t) = F_1(z(t), u(t), y(t)) \quad (4.4)$$

$$r(t) = F_2(z(t), y(t))$$

donde, $z(t) \in R^n$, $r(t) \in R^p$ son los vectores de estado y de salida del sistema (4.4), $u(t) \in R^m$ y $y(t) \in R^p$ son los vectores de entrada y de salida del sistema (4.3), es llamado un generador residual con respecto a $f(t)$, si

$$r(t) = 0 \text{ si y sólo si } f(t) = 0$$

En capítulo 5 se muestra una aplicación donde se utiliza un generador residual basado en observador con el propósito de diagnosticar fallas en un proceso químico.

4.5 Toma de decisión

Una vez que se tienen los residuos, se analizan para obtener información de ellos. El análisis tiene la finalidad de detectar la falla y localizar la fuente de la misma.

4.5.1 Detección

El proceso de detección de una falla puede ser establecido en términos de una función de decisión (función del residuo) $J(r(t))$ y un valor de umbral $T(t)$.

Una falla puede ser detectada comparando la función de decisión $J(r(t))$ con una función de

umbral $T(t)$ de acuerdo a la siguiente regla:

$$\begin{cases} J(r(t)) \leq T(t) \text{ para } f(t) = 0 \\ J(r(t)) > T(t) \text{ para } f(t) \neq 0 \end{cases}$$

Si el resultado de la prueba es positivo, podemos suponer que existe una falla. Existen varias formas de definir funciones de decisión y de determinar funciones de umbral. Por ejemplo, la función de evaluación del residuo puede ser la norma del vector residual y la función de umbral puede ser elegida como un valor constante positivo (función de umbral fija).

4.5.2 Localización

La detección de una falla va seguida del proceso de localización. Mientras que para detectar se necesita sólo un residuo, para localizar se necesita un conjunto (vector) de residuos. Para que una falla pueda ser localizada tiene que cumplir con la propiedad de localizabilidad.

Definición 4.4 (*Localizabilidad*). Si una falla es distinguible de otras usando un conjunto de residuos puede decirse que esa falla es localizable en ese conjunto residual.

Generalmente, para poder localizar la fuente de la falla es necesario el mejorar los residuos con la finalidad de extraerles información que permita localizar que falla los originó.

Para lograrlo se utilizan técnicas como la de diseñar residuos estructurados.

4.5.2.1 Conjunto residual estructurado

El conjunto residual que tiene la sensibilidad a fallas específicas e insensibilidad a otras fallas es conocido como un conjunto residual estructurado. La ventaja de usar esta técnica es que la localización de la falla se simplifica a determinar cuales de los residuos son distintos de cero.

Hay dos formas de diseñar un conjunto residual estructurado

- **Conjunto residual dedicado.** Utilizando ésta técnica, una función de umbral $T(t)$ puede ser usada para detectar la aparición de una falla mediante una decisión lógica de acuerdo a la siguiente regla:

$$\text{si } r_i(t) > T_i(t) \Rightarrow f_i(t) \neq 0; \quad i \in \{1, 2, \dots, g\}$$

donde $T_i(i = 1, 2, \dots, g)$ son las funciones de umbral. La localización de la falla es muy sencilla y todas éstas pueden ser detectadas simultáneamente. Sin embargo, es muy difícil de diseñar en la práctica. Si los residuos del conjunto residual dedicado son generados por un banco de

observadores, entonces la estructura es conocida como observador dedicado.

- **Conjunto residual generalizado.** Esta técnica es más comunmente utilizada en la práctica. Aquí cada residuo es sensible a casi todas las fallas, es decir

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1(t) = R(f_2(t), \dots, f_g(t)) \\ \vdots \\ r_i(t) = R(f_1(t), \dots, f_{i-1}(t), f_{i+1}(t), \dots, f_g(t)) \\ \vdots \\ r_g(t) = R(f_1(t), \dots, f_{g-1}(t)) \end{array} \right.$$

la localización se lleva a cabo de acuerdo a la siguiente lógica:

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } r_i(t) \leq T_i \\ r_j(t) > T_j \quad \forall j \in \{1, \dots, i-1, i+1, \dots, g\} \end{array} \right\} \Rightarrow f_i(t) \neq 0$$

para $1, 2, \dots, g$. Permitiendo así localizar la fuente de la falla. Si los residuos del conjunto residual generalizado son generados por un banco de observadores, entonces la estructura es conocida como observador generalizado.

4.6 Robustez

El método de diagnóstico de fallas basado en modelo utiliza modelos matemáticos del sistema a monitorear, sin embargo tener un modelo matemático completo y exacto de un sistema físico no es posible. Usualmente los parámetros de un sistema pueden variar con el tiempo de una manera incierta, y las características de los disturbios y ruidos son desconocidas, lo que ocasiona que no puedan ser modelados adecuadamente. Por estas razones es que existen incertidumbres de modelo (ver [3]).

Las incertidumbres de modelo se clasifican en:

- **Errores de modelado.** Son discrepancias entre el modelo y los parámetros del sistema real. Pueden estar presentes aún desde el diseño del modelo o aparecer debido a cambios de puntos de operación o a envejecimiento de los componentes de la planta.
- **Disturbios.** Son entradas no medibles y no controlables que actúan en el sistema.

Estas incertidumbres de modelo provocan que el residuo se desvíe de cero aún en el caso libre de falla, haciendo muy difícil el proceso de detección y localización. Esta situación es debida a

que tanto las incertidumbres de modelo como las fallas, son entradas desconocidas que afectan al sistema en la misma forma. Por lo tanto, en los casos en que hay incertidumbres de modelo presentes, el residuo no sólo es función de las fallas f , sino también de los errores de modelado Δ y de los disturbios D , *i.e.*

$$r(t) = \text{función}(f, \Delta, D)$$

Para sobrellevar esta dificultad los algoritmos de diagnósticos de fallas deben ser robustos.

Definición 4.5 (*Método de diagnóstico de fallas robusto*). *Un método de detección y localización de fallas diseñado para proveer satisfactoria sensibilidad a las fallas (incipientes y abruptas) e insensibilidad a incertidumbres de modelo se dice que es robusto.*

4.6.1 Modelo del sistema con fallas e incertidumbres de modelo

Para resolver el problema de diagnóstico de fallas robusto, es necesaria una representación matemática que describa las incertidumbres de modelo.

Para el caso general de un sistema no lineal el modelo que representa al sistema, considerando las incertidumbres de modelo es:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= g(x(t), u(t)) + \Delta g(x(t), u(t), f(t)) + f_c(f(t), x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t), u(t)) + \Delta h(x(t), u(t), f(t)) + f_s(f(t), x(t), u(t)) \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde $\Delta g(x(t), u(t), f(t))$ representan las incertidumbres de modelo de actuador y componente y $\Delta h(x(t), u(t), f(t))$ las de sensores.

Con el modelo incluyendo la representación matemática de las incertidumbres de modelo, es posible emplear estrategias para obtener un sistema de diagnóstico robusto. Las estrategias utilizadas se aplican ya sea en la etapa de generación residual, o en la etapa de decisión.

Para emplear estas estrategias es necesario hacer algunas suposiciones sobre las incertidumbres de modelo. La suposición más frecuentemente utilizada es que las incertidumbres de modelo son expresadas como un término de disturbio en la ecuación del sistema, *i.e.*

$$D = Ed(t)$$

donde, la matriz de distribución E es una matriz conocida, la cual indica la forma en que los disturbios afectan el sistema, y la función $d(t)$ es un vector de entrada desconocida, pero de norma acotada.

4.6.2 Robustez a disturbios

Para eliminar el efecto de los disturbios en el residuo, se diseña un generador residual que elimine el efecto de éstos en el residuo, *i.e.*

$$r(t) = \text{función}(f, \Delta, 0)$$

es decir, que logre que el disturbio quede desacoplado del residuo. Lo anterior se conoce como el *principio de desacoplo de perturbaciones* para la generación residual robusta.

Este desacoplamiento puede lograrse mediante el empleo de métodos como el de observador a entrada desconocida (ver [4]) o el de asignación de eigen-estructura (ver [8]).

4.6.3 Robustez a errores de modelado

Las estrategias para lograr robustez a los errores de modelado se clasifican en:

- **Robustez activa.** Este método busca la robustez diseñando el residuo.
- **Robustez pasiva.** Con este método la robustez se busca en la etapa de decisión.

El método activo consiste en representar los errores de modelo como disturbios:

$$\Delta \approx Ed(t)$$

donde $d(t)$ es un vector desconocido y E es una matriz de distribución. Al tener esta representación es posible aplicar técnicas de desacoplamiento de perturbaciones.

El método pasivo es una alternativa a la robustez activa en los casos en que la información disponible sobre las incertidumbres del sistema es muy pobre. Esta estrategia consiste en minimizar las falsas alarmas y las alarmas perdidas, debido al efecto de las incertidumbres de modelo en los residuos, mediante el empleo de funciones de umbral más adecuadas.

Generalmente las funciones de umbral son constantes positivas, teniendo la desventaja de que si se seleccionan muy altas pueden ocasionar alarmas perdidas, y si se seleccionan muy bajas pueden ocasionar falsas alarmas. Entonces, con el empleo del método pasivo podemos encontrar una

función de umbral más adecuada; por ejemplo, puede emplearse una función de umbral adaptable (ver [5]). Para las aplicaciones prácticas, la combinación de las estrategia de robustez pasiva y robustez activa es una solución al problema de robustez.

4.7 Integración de técnicas

Los métodos para diagnosticar fallas se clasifican en dos grupos, de acuerdo a la información que emplean. Estos son:

Métodos cuantitativos- Utilizan información analítica. Los métodos que pertenecen a éste grupo se caracterizan por detectar fallas suaves de una forma efectiva.

Métodos cualitativos- Utilizan información heurística (información basada en conocimiento). Los métodos que pertenecen a este grupo se distinguen por localizar efectivamente la fuente de las fallas.

El método basado en modelo pertenece al primer grupo, ya que genera síntomas basado en conocimiento analítico del proceso. Los métodos cualitativos emplean el concepto de modelo basado en conocimiento, el cual sólo requiere información declarativa (por ejemplo, el signo o tendencia de una variable) del proceso. Entre los métodos considerados como cualitativos se encuentran aquellos que son basados en tablas o diagramas de flujo.

Varias de las características o propiedades que poseen los métodos cualitativos y cuantitativos son complementarias y podrían ser combinadas apropiadamente para lograr con ello un diagnóstico de fallas más confiable. Entonces, uno de los principales caminos a seguir en el campo del diagnóstico de fallas es integrar métodos que emplean diferente clase de información.

En la sección 4.8 se describe un método de detección y localización de fallas que combina la técnica de generación residual basada en observador con un llamado árbol de fallas, el cual es una técnica que en su sentido clásico emplea información heurística.

4.7.1 Arbol de fallas

Un árbol de fallas es un modelo de red de propagación de fallas que muestra como es que las mismas se propagan de un componente del sistema a otro.

Definición 4.6 (*Arbol de fallas*). *Un árbol de fallas es un diagrama que muestra la relación causa-*

efecto en un sistema, trazando el curso de los síntomas hasta localizar la causa de los mismos, mediante el uso de símbolos lógicos y bloques de texto.

En éste método los síntomas son denominados eventos.

Definición 4.7 (Evento). *Un evento es un posible estado o condición de un elemento o función del proceso. Este puede ser un evento normal, si su aparición da un resultado deseado, o un evento de falla si su aparición resulta en una degradación o falla del sistema.*

La construcción de un árbol de fallas constituye un análisis deductivo del sistema, procediendo de lo general a lo particular; del resultado o efecto de los eventos a la fuente de los mismos. Por lo tanto, para construir un árbol de fallas es necesario entender como funciona el proceso a monitorear, para así comprender detalladamente como es que una o más fallas se propagan a través del mismo.

Pasos para la construcción de un árbol de fallas:

- (1) La construcción del árbol de fallas comienza con el enunciado de un evento de falla denominado evento principal. La selección del evento principal depende del tipo de análisis que se quiera realizar; por ejemplo, cuando el árbol de fallas va a usarse para analizar la seguridad del sistema, el evento principal es un daño crítico, cuando se realiza el análisis de confiabilidad de un sistema, el evento principal es una falla del mismo, cuando es usado para analizar la operación del sistema, el evento principal puede ser simplemente un suceso no deseado.
- (2) Una vez que se especificó el evento principal, se coloca en la parte superior del diagrama, y se listan en forma jerárquica, los eventos requeridos para que ocurra el evento principal, hasta llegar a la causa de los mismos, formando así las ramas del árbol. Las rutas de falla se refieren a las secuencia de eventos que dan lugar al evento principal.
- (3) Finalmente, se interconectan los eventos que podrían causar el evento principal, empleando conexiones lógicas apropiadas y símbolos estandarizados. Las conexiones utilizadas son las compuertas lógicas del álgebra Booleana AND y OR. Cada compuerta lógica desarrolla una operación discreta bajo la contribución de eventos para lograr una salida lógica de acuerdo a la siguiente regla:
 - AND: Produce un evento de salida si y sólo si los eventos de entrada se presentan al mismo tiempo.
 - OR: Produce un evento de salida si uno o más de los eventos de entrada se presentan.

Los símbolos empleados para la construcción del diagrama se muestran en la Tabla 4.1 (ver [9]).






Nombre	Símbolo	Descripción
Salida de compuerta o evento principal		Un evento resultado de la combinación lógica de dos eventos contribuyentes actuando a través de una compuerta lógica.
Evento base		Un evento que no requiere más desarrollo. Es un evento independiente sólo usado como entrada a una compuerta lógica.
Evento terminal no descubierto		Un evento no descubierto por sus causas. Determinado por falta de información.
Compuerta lógica AND		Compuerta lógica que produce una salida sólo cuando ocurren todos los eventos de entrada.
Compuerta lógica OR		Compuerta lógica que produce una salida cuando uno o más de los eventos de entrada ocurren.

Tabla 4.1. Símbolos del árbol de fallas y su descripción.

Nota 4.1 *Para la construcción de un árbol de fallas, en el sentido clásico, debe seguirse una lógica apropiada para asegurar que todos los eventos cumplan con el criterio de necesidad y suficiencia, es decir, que cada evento sea esencial para la lógica del árbol (necesidad) y que ninguna otra información sea necesaria (suficiencia) para lograr un evento de salida.*

Nota 4.2 *El árbol de fallas ha sido ampliamente utilizado en procesos industriales, para el diagnóstico de fallas abruptas.*

4.8 Nuevo método de detección y localización de fallas

En el caso de los sistemas diseñados para seguir un estado de referencia constante, se puede emplear un método que combina la técnica de generación residual basada en observador y la técnica del árbol de fallas con el propósito de diagnosticar fallas suaves o incipientes.

Los residuos obtenidos de los generadores residuales basados en observador, generalmente se utilizan para detectar, ya que han demostrado ser muy eficaces en la detección de fallas suaves, pero no así en la localización de la fuente de la misma. Este problema es debido a que dos o

más fallas pueden generar el mismo residuo, entonces, si se quiere localizar la fuente de la falla se necesita generar información adicional. Generalmente, la técnica que se emplea para eliminar éste problema, es diseñar un conjunto de residuos estructurados, sin embargo usar esta estrategia no siempre es posible.

En los sistemas que siguen una señal de referencia constante (*i.e.* sistemas con objetivo de regulación), la desviación de los estados medibles del valor de referencia, puede ser usada como información adicional.

A partir de esta información, proporcionada por los residuos y las desviaciones, es posible generar un árbol de fallas basado en residuos, el cual nos permite localizar la fuente de la falla. El diseño de este árbol es esencialmente el mismo que en el árbol de fallas clásico, la diferencia estriba en que el evento principal es la magnitud de un residuo, en lugar de un malfuncionamiento.

La metodología para aplicar éste método es la siguiente:

- (1) Diseñar un generador residual basado en observador para el sistema a monitorear.
- (2) Generar los residuos y desviaciones para cada una de las fallas consideradas.
- (3) Analizar los residuos y las señales de desviación para cada falla.
- (4) Recolectar la información extraída en forma de tabla.
- (5) Elaboración de un sistema de alarma para detectar la presencia de una falla.
- (6) Diseñar el árbol de falla de acuerdo al procedimiento empleado para el árbol clásico, con la diferencia de que el evento principal es la magnitud de un residuo.

Este método integra un método cualitativo y uno cuantitativo, teniendo como ventaja el detectar y localizar fallas suaves o incipientes.

Nota 4.3 *La aplicación de éste método a los sistemas con modelo no lineal, esta condicionada a la existencia de observadores para la clase de sistema a tratar*

El presente método es ilustrado en el capítulo 5, mediante su aplicación a un proceso químico.

4.9 Conclusiones

En éste capítulo se presentaron los principios básicos del diagnóstico de fallas basado en modelo. Se mostró que el método basado en modelo se divide en dos etapas: la generación residual y la toma de

decisión. La generación residual se resumió en una estructura generalizada que puede cubrir todos los métodos de generación residual. Se mostró que en la etapa de toma de decisión se llevan a cabo las tareas de detección y localización de las fallas. Debido a que el método basado en modelo basa su estudio en el modelo matemático del sistema a monitorear y a que no existen modelos matemáticos exactos de los sistemas, se abordó el tema de diagnóstico de fallas robusto. Se mencionaron las principales técnicas utilizadas para lograr robustez a las incertidumbres de modelo. Los métodos de diagnóstico de fallas se pueden dividir, de acuerdo a la información que emplean, en cualitativos y cuantitativos. Se mencionó que éstas técnicas presentan características complementarias y que la tendencia es integrar métodos con los dos tipos de información. En base a éstas observaciones se propuso un nuevo método de diagnóstico de fallas, el cual integra el método basado en modelo (información cuantitativa) con un árbol de fallas (información cualitativa). El método propuesto es aplicable a sistemas controlados para seguir una señal de referencia (regulación), permitiendo detectar y localizar fallas suaves (fallas que en etapa inicial son tolerable pero que pueden llegar a provocar daños graves en el sistema).

Capítulo 5

Nuevo método de detección y localización de fallas

La tendencia en el diagnóstico de fallas es integrar métodos con propiedades complementarias con el propósito de aumentar sus ventajas. En este capítulo se describe un método de detección y localización de fallas, el cual combina un generador residual basado en observador, con un árbol de fallas basado en los residuos extraídos. La descripción del mismo se realiza mediante su aplicación a un proceso químico, con el propósito de diagnosticar fallas suaves o incipientes.

5.1 Descripción del proceso

El proceso consiste en un tanque reactor continuamente agitado (TRCA) (ver [14] ,[18]), en el cual el componente A reacciona irreversiblemente y a una velocidad de reacción específica r para producir producto B ($A \rightarrow B$) (ver figura 5.1).

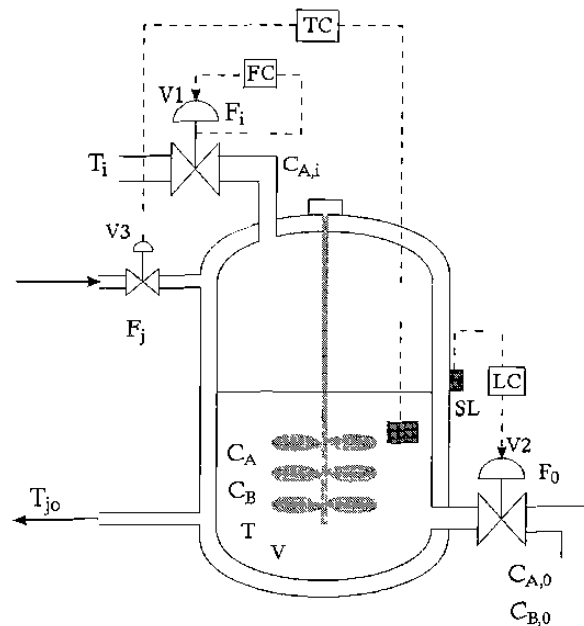


Figura 5.1. TRCA

Un agitador mantiene la homogeneidad de la mezcla en el reactor. La reacción considerada es exotérmica. El calor de reacción es removido por un medio enfriador que fluye a través de una chaqueta alrededor del reactor .

El proceso es controlado para obtener ciertos valores constantes de temperatura, concentración y volumen. Para esto se consideran las válvulas neumáticas V_1 , V_2 y V_3 .

Nomenclatura:

c_B, c_{Bo} =concentración molar del componente B en el sistema y en el flujo de salida, respectivamente.

c_A, c_{Ai}, c_{Ao} =concentración molar del componente A en el sistema, en el flujo de entrada y en el flujo de salida, respectivamente.

ρ, ρ_i, ρ_o =densidad del material en el sistema, en el flujo de entrada y en el flujo de salida, respectivamente.

V =volumen total del sistema.

F_i, F_o =velocidad del flujo volumétrico (*i.e.* volumen por unidad de tiempo) en el flujo de entrada y flujo de salida, respectivamente.

n_A =número de moles de componente A en el sistema.

T, T_i, T_o =temperatura del material en el sistema, en el flujo de entrada y en el flujo de salida, respectivamente.

c_p =capacidad de calor específico de la mezcla reaccionando.

h, h_i, h_o =entalpia específica del material en el sistema, en el flujo de entrada y en el flujo de salida, respectivamente.

$(U, K, \phi), (U, K, \phi)_i, (U, K, \phi)_o$ =energía interna, cinética y potencial del sistema, del flujo de entrada y del flujo de salida, respectivamente.

W =trabajo de la flecha intercambiado entre el sistema y sus alrededores por unidad de tiempo.

r =velocidad de reacción por unidad de volumen del componente A en el sistema.

Q_G =velocidad de generación de calor debido a la reacción.

Q =cantidad de calor intercambiado entre el sistema y sus alrededores por unidad de tiempo.

5.2 Modelado del sistema

El modelo dinámico en variables de estado que describe al sistema se obtiene mediante la aplicación del Principio de la conservación (ver Apéndice A) a la masa total, la masa individual de los componentes y a la energía total. Por convención se considera que lo que sale del sistema es negativo y lo que entra es positivo.

Para propósitos de modelado se asume lo siguiente:

- (1) El trabajo del eje del impulsor del mecanismo agitador es despreciable.
- (2) Las velocidades del flujo de salida y el flujo de entrada no son muy altas.
- (3) Las elevaciones de las tomas del flujo de entrada y del flujo de salida son casi iguales.
- (4) Las densidades del fluido enfriador y de la mezcla reactante, son independientes de la temperatura y constantes.
- (5) Las capacidades de calor específico son constantes.
- (6) Cuando el reactor esta bien agitado $\rho_o = \rho$; $c_{A_o} = c_A$.

- **Balance de masa total.** Aplicando el principio de la conservación a la masa total de la mezcla reaccionando en el tanque, se obtiene

$$\frac{d\rho V}{dt} = \rho_i F_i - \rho_o F_o \quad (5.1)$$

si asumimos (4) y que $\rho_i = \rho$. Entonces la ecuación anterior puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{\rho_i}{\rho} F_i - \frac{\rho_o}{\rho} F_o + F_o - F_o \\ &= F_i - F_o + F_o f_1(t) \end{aligned} \quad (5.2)$$

donde $f_1(t) = 1 - \frac{\rho_o}{\rho}$. Si la mezcla en el tanque está bien agitada, entonces $\rho_o = \rho$ y el último término de la ecuación anterior será igual a cero. Por lo tanto, si éste último término es diferente de cero podemos concluir que el agitador no esta funcionando correctamente.

- **Balance de masa individual de los componentes.** Aplicando el principio de la conservación a la masa del componente A reaccionando en la mezcla, se obtiene

$$\frac{dn_A}{dt} = \frac{dc_A V}{dt} = c_{A_i} F_i - c_{A_o} F_o - rV \quad (5.3)$$

donde r es la velocidad de reacción y su expresión es dada en el Apéndice A. Manipulando algebraicamente la ecuación anterior

$$\frac{dc_A V}{dt} = c_A \frac{dV}{dt} + V \frac{dc_A}{dt} = c_{A_i} F_i - c_{A_o} F_o - rV \quad (5.4)$$

sustituyendo las ecuaciones (5.2) y (5.3) en la ecuación anterior tenemos

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{c_{A_i} F_i}{V} - \frac{c_{A_o} F_o}{V} - r - \frac{c_A}{V} (F_i - F_o + F_o f_1(t)) \quad (5.5)$$

siendo $f_1(t) = 1 - \frac{\rho_o}{\rho}$ y sustituyendo el término de la velocidad de reacción r dado por la ecuación (A2) en el apéndice A, tenemos

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{F_i}{V} (c_{A_i} - c_A) - k_o e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A + \frac{F_o}{V} f_2(t) \quad (5.6)$$

donde $f_2(t) = \frac{\rho_o}{\rho} c_A - c_{A_o}$. Si la mezcla en el tanque está bien agitada $\rho_o = \rho$ y $c_{A_o} = c_A$, y el

último término de la ecuación anterior será igual a cero.

Nota 5.1 La masa del componente B puede obtenerse de la masa total y la masa del componente A. Por lo tanto, no es necesario definir la dinámica de c_B .

- **Balance de energía total.** Aplicando el principio de la conservación a la energía total de la mezcla reaccionando en el tanque se obtiene

$$\frac{d[(U + K + \phi)]}{dt} = F_i \rho_i (U_i + K_i + \phi_i) - F_o \rho_o (U_o + K_o + \phi_o) + Q_G + Q - (W + F_o P_o - F_i P_i) \quad (5.7)$$

donde los términos Q_G y Q son la velocidad de generación de calor y la velocidad de transferencia de calor, respectivamente y su expresión esta dada en el Apéndice A. Si asumimos (1), (2) y (3), entonces $W = 0$; $K = 0$ y $\phi = 0$. Entonces

$$\begin{aligned} \frac{dU \rho V}{dt} &= F_i \rho_i U_i - F_o \rho_o U_o + Q_G + Q - F_o \frac{\rho_o}{\rho_o} P_o + F_i \frac{\rho_i}{\rho_i} P_i \\ &= F_i \rho_i (U_i + \bar{V}_i P_i) - F_o \rho_o (U_o + \bar{V}_o P_o) + Q_G + Q \end{aligned} \quad (5.8)$$

donde $\bar{V} = \frac{1}{\rho}$ es el volúmen específico. La entalpía h es definida como

$$h = U + P\bar{V} \quad (5.9)$$

entonces

$$\frac{dU \rho V}{dt} = F_i \rho_i h_i - F_o \rho_o h_o + Q_G + Q \quad (5.10)$$

Para los líquidos el término $P\bar{V}$ es despreciable comparado con el término U . Entonces, si $h = U$ la ecuación anterior toma la forma:

$$\frac{dh \rho V}{dt} = F_i \rho_i h_i - F_o \rho_o h_o + Q_G + Q \quad (5.11a)$$

Las entalpías son funciones de la composición, temperatura y la presión, pero principalmente de la temperatura. Para representar que la energía es primeramente influenciada por la temperatura, asumimos que la entalpía h puede ser expresada como el producto de la temperatura absoluta y la capacidad calorífica a presión constante c_p , la cual es constante.

$$h = c_p T \quad (5.12)$$

Considerando lo anterior y asumiendo (4) y (5), la ecuación (5.11a) toma la forma:

$$\frac{dT V}{dt} = \frac{1}{\rho} (F_i \rho_i T_i - F_o \rho_o T_o) + \frac{1}{c_p \rho} Q_G + \frac{1}{c_p \rho} Q \quad (5.13)$$

Manipulando algebraicamente la ecuación anterior

$$\frac{dT}{dt} = T \frac{dV}{dt} + V \frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho} (F_i \rho_i T_i - F_o \rho_o T_o) + \frac{1}{c_p \rho} Q_G + \frac{1}{c_p \rho} Q \quad (5.14)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.2) y (5.13) en la ecuación anterior y asumiendo que $\rho_i = \rho$ se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= \frac{1}{V} F_i T_i - F_o \frac{\rho_o}{V \rho} T_o + \frac{1}{V c_p \rho} Q_G + \frac{1}{V c_p \rho} Q - \frac{1}{V} T (F_i - F_o + F_o f_1(t)) \\ &= \frac{F_i}{V} (T_i - T) + \frac{1}{V c_p \rho} Q_G + \frac{1}{V c_p \rho} Q + \frac{F_o \rho_o}{V \rho} (T - T_o) \end{aligned} \quad (5.15)$$

Si asumimos que $T = T_o$ bajo cualquier condición, entonces:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F_i}{V} (T_i - T) + \frac{1}{V c_p \rho} Q_G + \frac{1}{V c_p \rho} Q \quad (5.16)$$

Si $\gamma = \frac{\rho_o}{\rho}$ entonces $\rho = \frac{\rho_o}{\gamma}$. Sustituyendo $\rho = \frac{\rho_o}{\gamma}$ en la ecuación anterior se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= \frac{F_i}{V} (T_i - T) + \frac{\gamma}{V c_p \rho_o} Q_G + \frac{\gamma}{V c_p \rho_o} Q + \\ &\quad + \frac{1}{V c_p \rho_o} Q - \frac{1}{V c_p \rho_o} Q + \frac{1}{V c_p \rho_o} Q_G - \frac{1}{V c_p \rho_o} Q_G \\ &= \frac{F_i}{V} (T_i - T) - \frac{1}{V c_p \rho_o} Q + \frac{1}{V c_p \rho_o} Q_G + \left[-\frac{1}{V c_p \rho_o} Q_G + \frac{1}{V c_p \rho_o} Q \right] f_1(t) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Sustituyendo los términos de la cantidad de calor intercambiado entre el sistema y sus alrededores Q y el de la velocidad de generación de calor Q_G , dados por las ecuaciones (A3) y (A4) del apéndice A, tenemos

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= \frac{F_i}{V} (T_i - T) - \frac{k_o}{(\rho_o c_p)} \Delta H e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A - \frac{U_H A_H}{(\rho_o c_p V)} (T - T_{jo}) \\ &\quad + \left[\frac{k_o}{\rho_o c_p} \Delta H e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A + \frac{U_H A_H (T - T_{jo})}{(\rho_o c_p V)} \right] f_1 \end{aligned}$$

5.2.1 Modelo bajo condiciones anormales

En resumen, las ecuaciones que describen al reactor son:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= F_i - F_o + F_o f_1 \\ \frac{dc_A}{dt} &= \frac{F_i}{V}(c_{Ai} - c_A) - k_o e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A + \frac{F_o}{V} f_2 \\ \frac{dT}{dt} &= \frac{F_i}{V}(T_i - T) - \frac{k_o}{(\rho_o c_p)} \Delta H e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A - \frac{U_H A_H}{(\rho_o c_p V)} (T - T_{jo}) + G(T, c_A) f_1\end{aligned}\quad (5.18)$$

$$\text{donde } G(T, c_A) = \frac{k_o}{\rho_o c_p} \Delta H e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A + \frac{U_H A_H (T - T_{jo})}{(\rho_o c_p V)}.$$

5.2.2 Modelo bajo condiciones normales

En el caso libre de falla (i.e., $\rho_o = \rho$; $c_{Ao} = c_A$) las ecuaciones que describen al reactor son:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= F_i - F_o \\ \frac{dc_A}{dt} &= \frac{F_i}{V}(c_{Ai} - c_A) - k_o e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A \\ \frac{dT}{dt} &= \frac{F_i}{V}(T_i - T) - \frac{k_o}{(\rho_o c_p)} \Delta H e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A - \frac{U_H A_H}{(\rho_o c_p V)} (T - T_{jo})\end{aligned}\quad (5.19)$$

Estas son las ecuaciones clásicas de un TRCA (ver [14]).

Nota 5.2 *Los valores numéricos con los que se realizaron las simulaciones mostradas en éste capítulo son dados en el apéndice A.*

Simulación del sistema en lazo abierto bajo condiciones normales. Las figuras 5.2, 5.3, y 5.4 muestran el desempeño de el volumen, la concentración y la temperatura para un TRCA ideal.

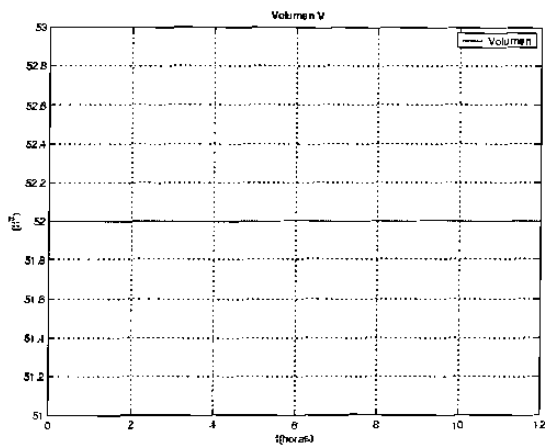
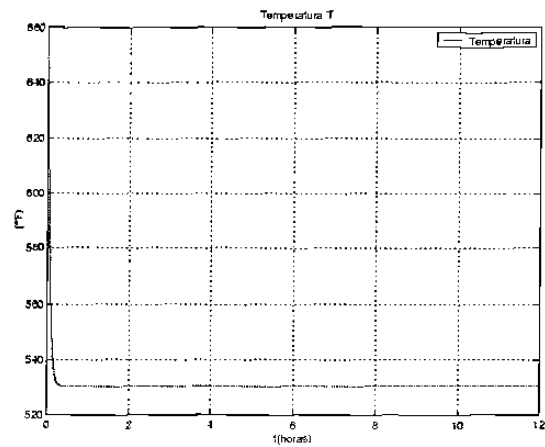
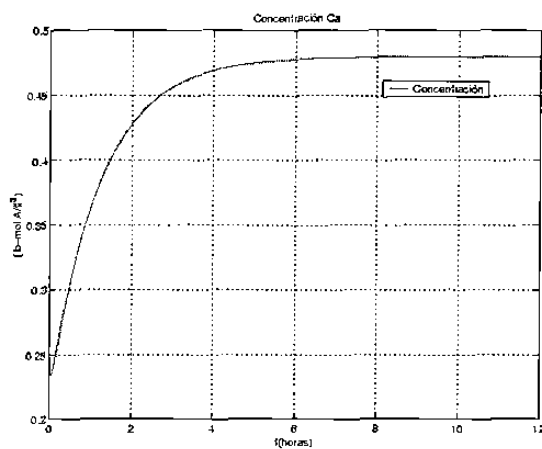


Fig. 5.2. Volumen en lazo abierto



5.3 Temperatura en lazo abierto



5.4 Concentración en lazo abierto

5.3 Control de la temperatura, nivel y composición bajo condiciones normales

Un objetivo de control normalmente requerido en un TRCA es el regular las variables V , c_A y T a valores constantes V_s , c_{As} y T_s , en estado estacionario. En esta sección mostraremos un control de nivel, composición y temperatura para el sistema (5.19). Consideramos que las variables manipulables (entradas) son el flujo de entrada F_i , el flujo de salida F_o , y la temperatura del fluido enfriador T_{jo} .

1020130076

En los procesos químicos generalmente se emplean lazos independientes para controlar las variables del sistema, entonces aquí utilizaremos un lazo para cada variable a controlar.

El proceso de diseño para las leyes de control que se dan a continuación se muestra en el Apéndice B.

• Control de volumen

La ley de control aplicada aquí es dada por

$$F_o = F_i + k_1(V - V_s) \quad (5.20)$$

donde k_1 es una constante positiva.

• Control de concentración

La ley de control aplicada aquí es dada por

$$F_i = \left[-k_2(c_A - c_{As}) + k_o e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A \right] \frac{V}{(c_{Ai} - c_A)} \quad (5.21)$$

donde k_2 es una constante positiva.

Nota 5.3 Para la aplicación de la ley de control anterior es necesario que se cumpla la siguiente condición: $c_{Ai} \neq c_A$ para todo tiempo. Puesto que $c_{Ai} - c_A = c_B$, la condición anterior siempre se cumple.

• Control de temperatura

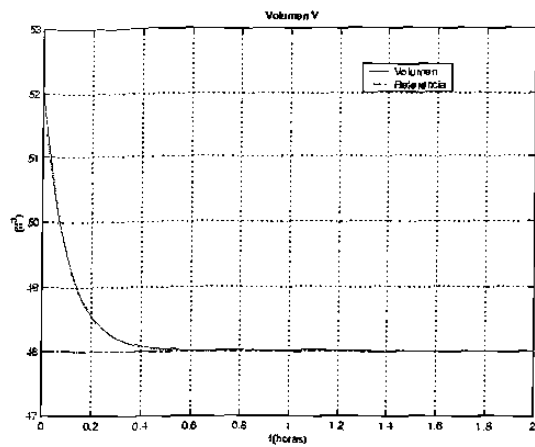
La ley de control aplicada aquí es dada por

$$T_{jo} = \left[-k_3(T - T_s) - \frac{F_i}{V}(T_i - T) + \frac{k_o}{(\rho_o c_p)} \Delta H e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A \right] \frac{\rho_o c_p V}{U_H A_H} + T \quad (5.22)$$

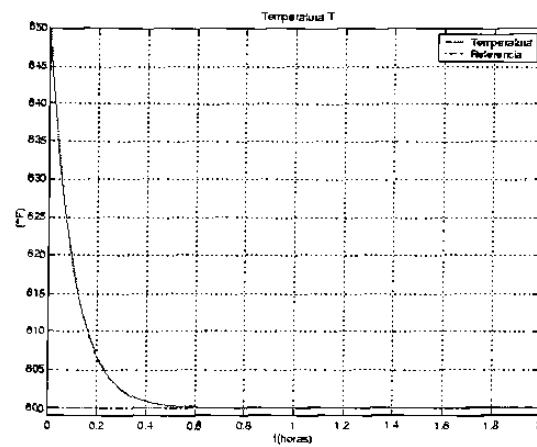
donde k_3 es una constante positiva.

Nota 5.4 En la práctica la variable T_{jo} no es manipulable directamente, sino a través de la variable de control F_j , es decir a través del flujo de entrada del enfriador

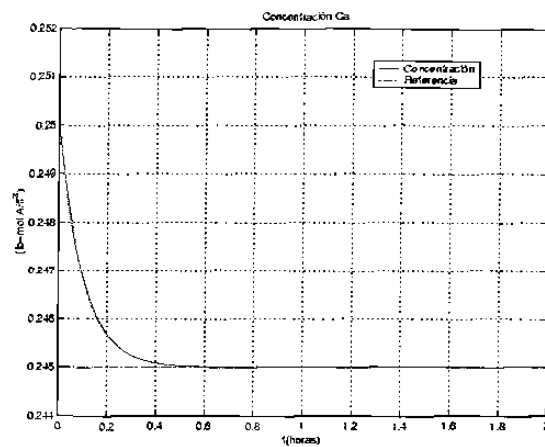
Simulación del sistema en lazo cerrado bajo condiciones normales. Las figuras 5.5, 5.6 y 5.7 muestran las variaciones de el volumen, concentración y la temperatura del sistema en lazo cerrado en el caso libre de falla. Como puede verse el sistema converge rápidamente a los valores de referencia V_s , c_{As} y T_s .



5.5 Volumen en lazo cerrado



5.6 Temperatura en lazo cerrado



5.7 Concentración en lazo cerrado

5.4 Estimación de falla

En esta sección se muestra un observador para estimar la falla f_1 . Puesto que f_1 es constante entonces la dinámica que la gobierna es:

$$\frac{df_1}{dt} = 0 \quad (5.23)$$

Entonces, se tiene el siguiente sistema incrementado en base al cual se construye un observador

asumiendo que V es medible.

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = F_i - F_o + F_o f_1 \\ \frac{df_1}{dt} = 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

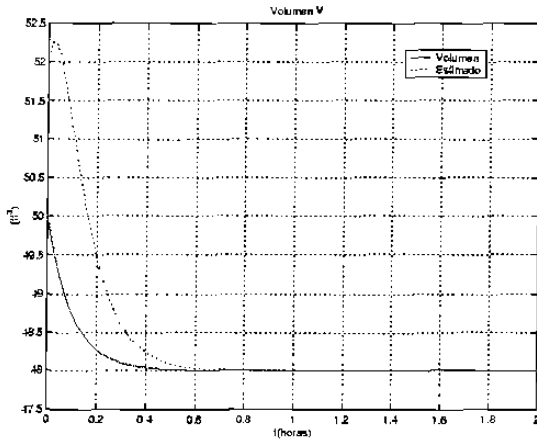
Basados en el diseño dado en el Apéndice C, un observador para f_1 es

$$\begin{cases} \frac{d\hat{V}}{dt} = F_i - F_o + F_o \hat{f}_1 - 2\theta_1 (\hat{V} - V) \\ \frac{d\hat{f}_1}{dt} = -\frac{\theta_1^2}{F_o} (\hat{V} - V) \end{cases} \quad (5.25)$$

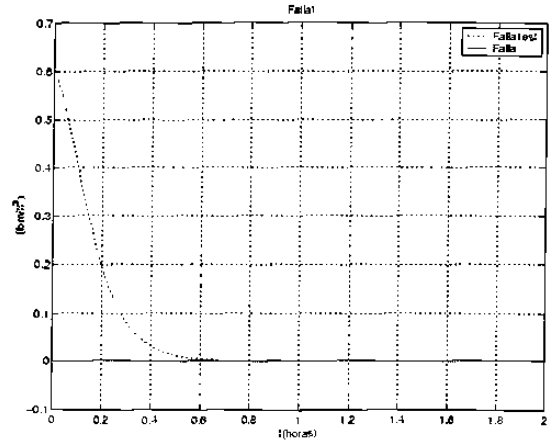
donde $\theta_1 > 0$ es un parámetro.

Nota 5.5 La falla f_1 del sistema (5.24) es observable si y sólo si $F_o \neq 0$. Esta condición se cumple en éste caso por consideraciones prácticas.

Simulación del observador para f_1 . Las figuras 5.8 y 5.9 muestran el desempeño del observador para la estimación de f_1 .



5.8 Estimación de volumen



5.9 Estimación de falla f_1

Nota 5.6 En éste caso particular podemos estimar el tamaño de la falla f_1 , es decir, que podemos detectar, localizar e identificar la misma.

5.5 Estimación de la temperatura

Ahora, se construye un observador para la temperatura, considerando que T, T_{jo}, T_i, V y c_A son

medibles.

Consideramos la ecuación:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F_i}{V}(T_i - T) - \frac{k_o}{(\rho_o c_p)} \Delta H e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A - \frac{U_H A_H}{(\rho_o c_p V)} (T - T_{j_o}) \quad (5.26)$$

Entonces, el siguiente sistema es un observador exponencial de la temperatura

$$\frac{d\hat{T}}{dt} = \frac{F_i}{V}(T_i - \hat{T}) - \frac{k_o}{(\rho_o c_p)} \Delta H e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} c_A - \frac{U_H A_H}{(\rho_o c_p V)} (\hat{T} - T_{j_o}) + k(T - \hat{T}) \quad (5.27)$$

donde k es una constante positiva.

Prueba:

Siendo el error de estimación $e = T - \hat{T}$ y considerando la siguiente función de Lyapunov candidata $V_L = e^2$, tenemos:

$$\begin{aligned} \dot{V}_L &= 2e\dot{e} = -2e \left(\frac{F_i}{V} + \frac{U_H A_H}{(\rho_o c_p V)} + k \right) e \\ &= -2e^2 \left(\frac{F_i}{V} + \frac{U_H A_H}{(\rho_o c_p V)} + k \right) \end{aligned}$$

Puesto que U_H, A_H, ρ_o, c_p son parámetros constantes positivos, el volumen V es una variable controlada para seguir un valor de referencia constante y $F_i(t)$ es una variable, que por consideraciones prácticas, es positiva para todo tiempo, entonces

$$\dot{V}_L = -2e^2 cte$$

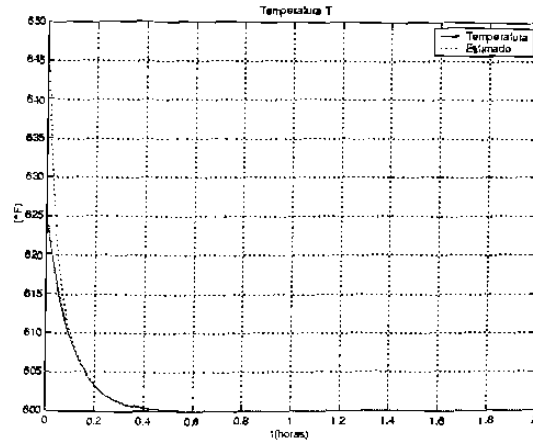
donde cte es una constante positiva. Entonces

$$\dot{V}_L < 0$$

Por lo tanto la ecuación (5.27) es un observador exponencial para la temperatura del reactor. ■

Nota 5.7 Debido a que T es medible, es más conveniente llamar al sistema (5.27) un generador residual, en vez de nombrarlo observador.

Simulación del observador para T . La figura 5.10 muestra el desempeño del observador para la estimación de T .



5.10 Estimación de temperatura

5.6 Descripción de las fallas

Las fallas que se consideran en éste trabajo son las siguientes:

- (1) Desviación positiva del flujo de salida: $F_o(t) := F_o(t) + \Delta F_o$.
- (2) Desviación negativa del flujo de salida: $F_o(t) := F_o(t) - \Delta F_o$.
- (3) Desviación positiva del flujo de entrada: $F_i(t) := F_i(t) + \Delta F_i$.
- (4) Desviación negativa del flujo de entrada: $F_i(t) := F_i(t) - \Delta F_i$.
- (5) Desviación positiva de la temperatura del fluido enfriador: $T_{jo}(t) := T_{jo}(t) + \Delta T_{jo}$.
- (6) Desviación negativa de la temperatura del fluido enfriador: $T_{jo}(t) := T_{jo}(t) - \Delta T_{jo}$.
- (7) Válvula de control del flujo de entrada V_1 bloqueada $F_i(t) := \alpha F_i(t)$.
- (8) Válvula de control del flujo de salida V_2 bloqueada $F_o(t) := \alpha F_o(t)$.
- (9) Válvula de control del flujo de entrada del enfriador V_3 bloqueada $T_{jo}(t) = \alpha T_{jo}(t)$.
- (10) Falla de componente considerada como el malfuncionamiento del agitador. Si en el caso libre de falla $\rho_o = \rho$ y $c_{A_o} = c_A$. Entonces, para representar la falla asumimos que las variables de salida ρ_o y c_{A_o} aumentan i.e. $\rho_o = \gamma\rho$ y $c_{A_o} = \gamma c_A$ donde $\gamma > 1$ para el caso con falla.

Nota 5.8 Para representar el bloqueo en la válvula V_3 , mediante la temperatura T_{jo} , se asume que existe una relación lineal entre el porcentaje de apertura de la válvula V_3 y el valor de la temperatura T_{jo} .

Nota 5.9 Generalmente los errores de cuantificación, calibración y desviación son representados

por las fallas 1) a 6).

5.7 Descripción del nuevo método de diagnóstico de fallas

Como se mostró anteriormente, el sistema del tanque reactor continuamente agitado posee un control para que las señales de salida sigan una referencia constante. Entonces, utilizaremos este sistema para mostrar el desarrollo de la estrategia dada en la Sección 4.8, para diseñar un sistema de diagnóstico de fallas, basándose en la información dada por los residuos y las desviaciones, $desT$ y $desV$, de las variables controladas T y V de sus señales de referencia T_s y V_s .

El diseño del sistema se realiza considerando las siguientes hipótesis:

Hipótesis:

- C1)** Las fallas a diagnosticar son las descritas en la Sección 5.6.
- C2)** Dos o más fallas no ocurren al mismo tiempo.
- C3)** Se asume que podemos tolerar un error del 5%, tanto en las desviaciones, como en el porcentaje de apertura de las válvulas V_1 , V_2 y V_3 .
- C4)** Puesto que en la práctica es más fácil medir la temperatura o el volumen, que medir la concentración entonces, consideramos que las únicas variables del sistema para las cuales tenemos disponible su medición real y su estimado son la temperatura y el volumen.
- C5)** El sistema de diagnóstico de fallas entra en operación después de terminado el transitorio.

5.7.1 Diseño del generador residual basado en observador

Como generador residual empleamos los observadores de la falla f_1 , dado por el sistema (5.25) y el observador de la temperatura T , dado por el sistema (5.27). De acuerdo a C4) se tienen dos residuos, el de la temperatura T y el del volumen V . De acuerdo a la definición 4.3, un residuo es definido como

$$r(t) = F_2(z(t), y(t)) \quad \text{donde} \quad (5.28)$$

$$r(t) = F_2(z(t), y(t)) = 0 \quad \text{para el caso libre de falla.}$$

En éste caso en particular, tomaremos

$$F_2(z(t), y(t)) = y(t) - z(t)$$

donde $y(t)$ son las salidas del sistema a monitorear y $z(t)$ son las estimaciones de las salidas.

Entonces el vector residual está dado como

$$r(t) = \begin{bmatrix} resT \\ resV \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T - \hat{T} \\ V - \hat{V} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Nota 5.10 La demostración de que los observadores dados por (5.25) y (5.27), cumplen como generadores residuales (condición (5.28)) se hace mediante simulación.

Simulación de los residuos en el caso libre de falla. Las figuras 5.11 y 5.12 muestran el desarrollo de los residuos, cuando el sistema esta libre de falla.

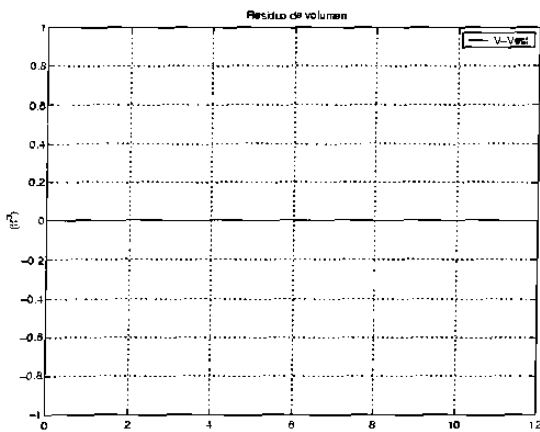


Fig.5.11 Residuo de volumen

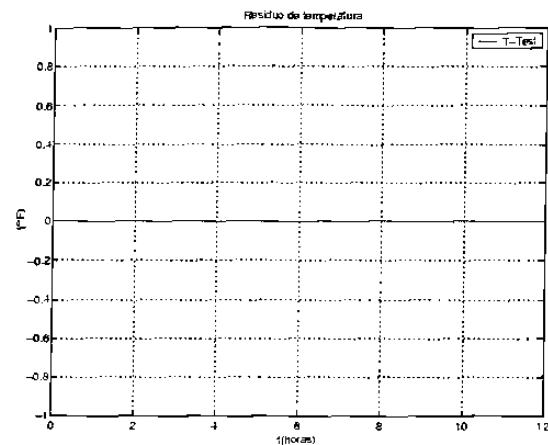


Fig.5.12 Residuo de temperatura

5.7.2 Generación de residuos y desviaciones

De acuerdo a C3), la generación de los residuos $resT$ y $resV$, y las desviaciones $desV$ y $desT$ se realizan considerando un error del 5%, en cada una de las fallas, es decir para:

$$\begin{aligned} F_o(t) &= F_o(t) \pm 5\%F_o. \\ F_i(t) &= F_i(t) \pm 5\%F_i. \\ T_{jo}(t) &= T_{jo}(t) \pm 5\%T_{jo}. \\ F_i(t) &= 0.95F_i(t). \\ F_o(t) &= 0.95F_o(t). \\ T_{jo}(t) &= 1.05T_{jo}(t). \\ \rho_o &= 1.05\rho \text{ y } c_{A_o} = 1.05c_A \end{aligned}$$

Las gráficas que describen el desarrollo de las variables del sistema, así como de los residuos y desviaciones, para cada una de las condiciones de fallas se muestran en el Apéndice D.

5.7.3 Análisis y recolección de información

Ahora, la información característica extraída de los residuos y las desviaciones se recolecta en forma de tabla.

El propósito de extraer información es ver si éstas variables tienen una característica principal: magnitud, forma negativa o positiva, constante. La Tabla 5.1 resume la información característica obtenida de las simulaciones realizadas para errores del 5%.

La tabla reporta la máxima variación de los residuos $resT$ y $resV$, así como la magnitud de las desviaciones $desV$ y $desT$.

$Fallas$	$max resT $	$max resV $	$T_s - T$	$V_s - V$
$\Delta F_o = 5\%F_o$	0	0.091	0	0.2
$\Delta F_o = -5\%F_o$	0	0.091	0	-0.2
$\Delta F_i = 5\%F_i$	0.078	0.091	0.29	-0.2
$\Delta F_i = -5\%F_i$	0.078	0.091	-0.29	0.2
$\Delta T_{jo} = 5\%T_{jo}$	15.7	0	-62.7	0
$\Delta T_{jo} = -5\%T_{jo}$	17	0	62.7	0
$\alpha F_o = 0.95F_o$	0	0.094	0	-0.21
$\alpha F_i = 0.95F_i$.082	0.094	-0.3	0.21
$\alpha T_{jo} = 1.05T_{jo}$	15.7	0	-63	0
$\rho_o = 1.05\rho; c_{A_o} = 1.05c_A$.079	0.091	-0.028	0.19

Tabla 5.1. Valores para un error del 5%.

De ésta tabla puede verse que si

$$resV = 0.091 > 0 \text{ y } V_s - V = -0.2 < 0 \text{ y } T_s - T = 0.29 > 0$$

entonces, se puede concluir que se tiene una desviación positiva en el flujo de entrada $F_i(t)$; *i.e.*

$$F_i(t) = F_i(t) + \Delta F_i$$

si no se tuvieran las desviaciones $V_s - V$ y $T_s - T$ no se podría hacer la conclusión anterior. De hecho, basándose solamente en la información dada por los residuos, se tendrían cuatro posibilidades:

$$\Delta F_o > 0; \Delta F_o < 0; \Delta F_i < 0 \text{ y } \Delta F_i > 0.$$

Entonces, el hecho de apoyarse en las desviaciones $V_s - V$ y $T_s - T$, permite dar una mejor discriminación de las fallas.

Es importante destacar que en la práctica, el problema de localización de fallas no es el de dar la causa exacta de la falla (caso ideal), sino el de dar varias posibles causas de una falla cercanas a la real; *i.e.* disminuir las varias posibles causas de una falla al mínimo.

Nota 5.11 *Si se obtuvieran las mismas simulaciones con una desviación del 10%, o más, se obtendría una tabla similar; i.e. con las mismas características. Por lo anterior es que basándose en la tabla 5.1, es posible construir un sistema de alarmas.*

5.7.4 Sistema de alarma para detección de falla

De acuerdo a C3) existe una falla cuando los residuos $resT$ y $resV$ sobrepasan sus valores correspondientes a errores del 5%. Entonces, si

$$\begin{aligned} |resV| &> 0.094 \\ &\text{ó} \\ |resT| &> 17 \end{aligned} \tag{5.30}$$

podemos concluir que existe una falla.

Considerando sólo la información dada por el residuo del volumen $resV$, tenemos que para detectar la condición de falla es necesario diseñar un valor de umbral. En este caso, utilizaremos valores de umbral fijos, entonces el valor de umbral para el residuo de volumen

$$Th_v = 0.094 \tag{5.31}$$

De acuerdo a la siguiente regla

$$\text{si } |resV| > Th_v \text{ entonces existe falla.}$$

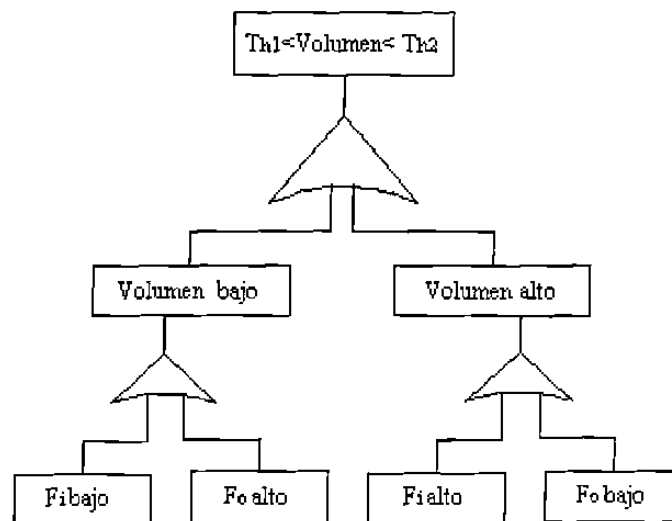
Mediante el árbol de fallas se diseñará un sistema de alarmas que indique la presencia de una falla.

5.7.5 Construcción del árbol de fallas

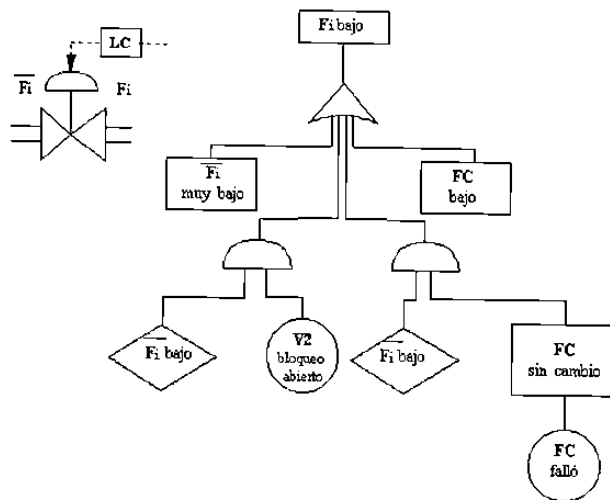
El siguiente paso es construir un árbol de fallas mediante el empleo de la información dada en la tabla 5.1. Para dar una idea de la metodología a seguir primero construiremos un árbol de falla en el sentido clásico, utilizando la simbología de la Tabla 4.1.

5.7.5.1 Clásico

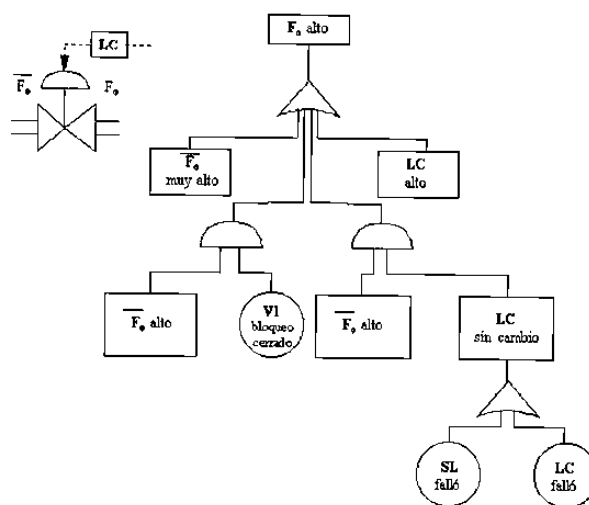
Un árbol de fallas clásico para el sistema de un TRCA, en el caso de una variación anormal del volumen se muestra en la Figura 5.13 (a), (b), (c), (d) y (e). Considerando como evento principal que el volumen es anormal, se colocan en forma jerárquica los eventos que podrían causarlo, hasta llegar a la fuente de la falla, y posteriormente los eventos se unen en forma lógica.



(a) Evento principal



(b) Rama Fi bajo



(c) Rama Fo alto

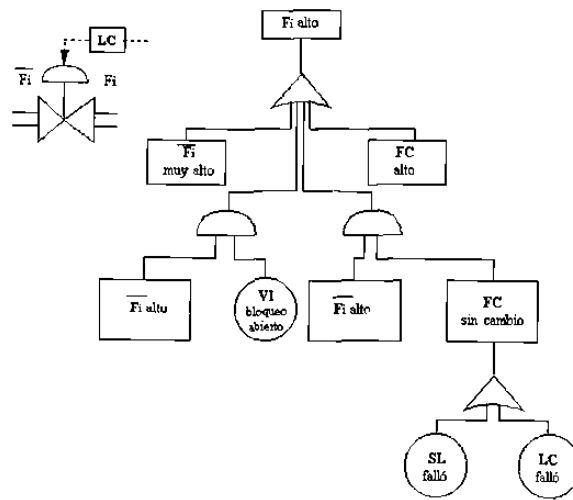
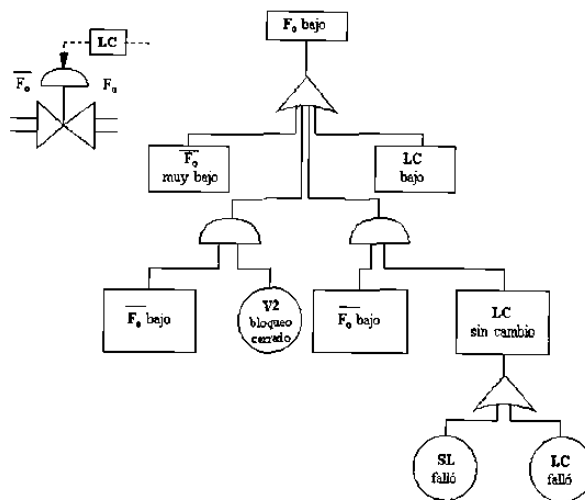
(d) Rama F_i alto(e) Rama F_o bajo

Figura 5.13. Árbol de fallas clásico.

El árbol de fallas dado en la figura 5.13 no está completo. La finalidad de mostrarlo es dar una idea de la metodología que se sigue para construir un árbol de fallas clásico.

En la siguiente sección se hará una comparación de este árbol de fallas, con el árbol de fallas basado en residuos.

Nota 5.12 Puede notarse que con el empleo de éste árbol de fallas, las fallas parciales no pueden

ser distinguidas. Similarmente, el origen de una posible desviación no puede ser identificada.

5.7.5.2 Basado en residuos

Igual que el en sentido clásico, una vez analizado el sistema, lo siguiente es determinar el evento principal. En el caso del árbol de fallas basado en residuos, el evento principal es una cantidad residual.

Por lo tanto, podemos considerar como evento principal el sobrepaso del valor de umbral $Th_v = 0.094$ lo cual generará una alarma (ver figura 5.14).

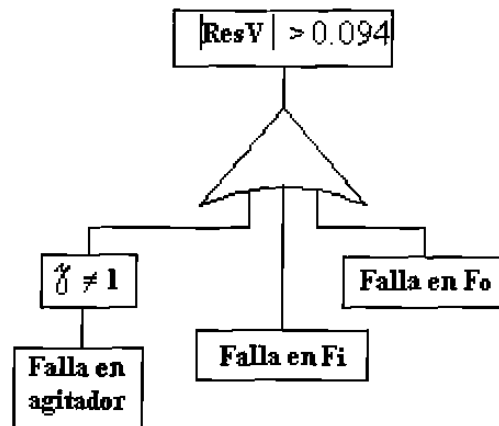
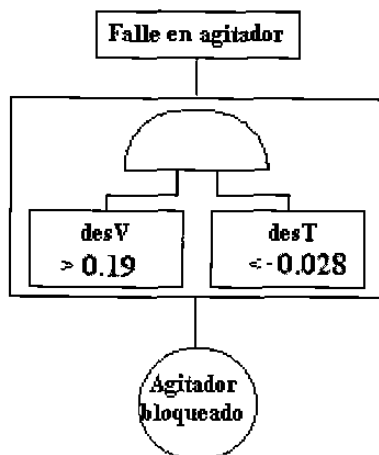
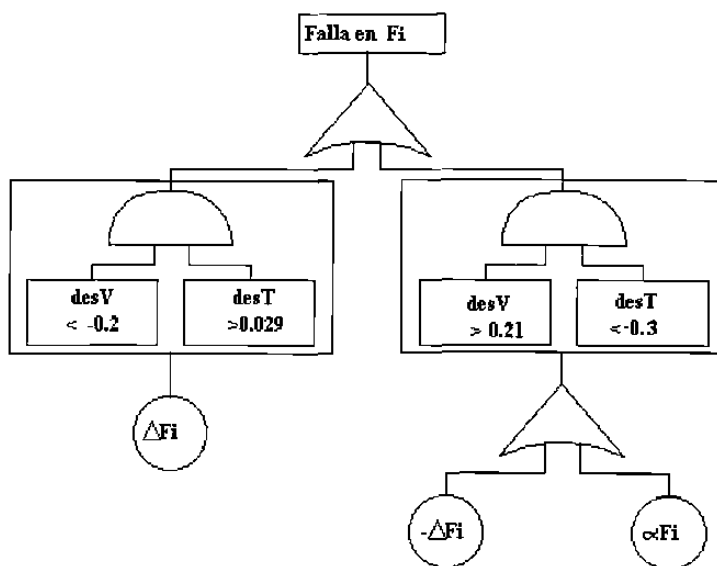


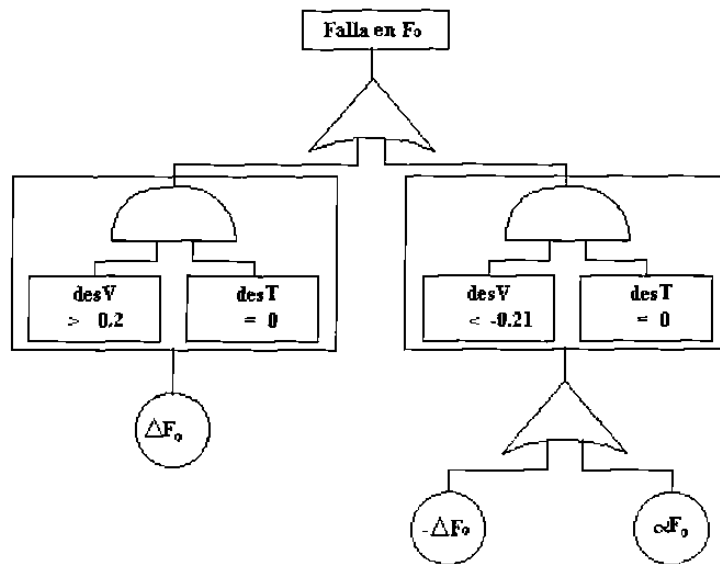
Fig. 5.14 Sobrepaso de $resV$

Lo siguiente es determinar que pudo haber causado el evento principal, es decir localizar la fuente de la falla. Como puede verse en la Tabla 5.1, la información del residuo $resV$ no es suficiente para distinguir entre los diferentes tipos de falla, entonces para lograrlo haremos uso de la información adicional dada por las desviaciones $desV$ y $desT$. La ramas del árbol generadas por el sobrepaso del residuo $resV$, se muestra en la figura 5.15 (a),(b) y (c)



(a) Rama de falla en agitador

(b) Rama de falla en F_i



(c) Rama de falla en Fo

Figura 5.15. Ramas generadas por sobrepaso de $resV$

Ahora, puesto que las fallas del lazo de temperatura no se reflejan en el residuo del volumen, para localizar éstas fallas podemos apoyarnos en la información dada por el residuo de temperatura $resT$.

En la tabla 5.1, puede verse que cuando existe una falla en el lazo de temperatura, el residuo $resT$ presenta un valor alto *i.e.*, $resT > 17$. Basados en el sobrepaso del residuo de temperatura se construye el árbol de la figura 5.16, de acuerdo al mismo procedimiento presentado para el árbol del sobrepaso del residuo del volumen.

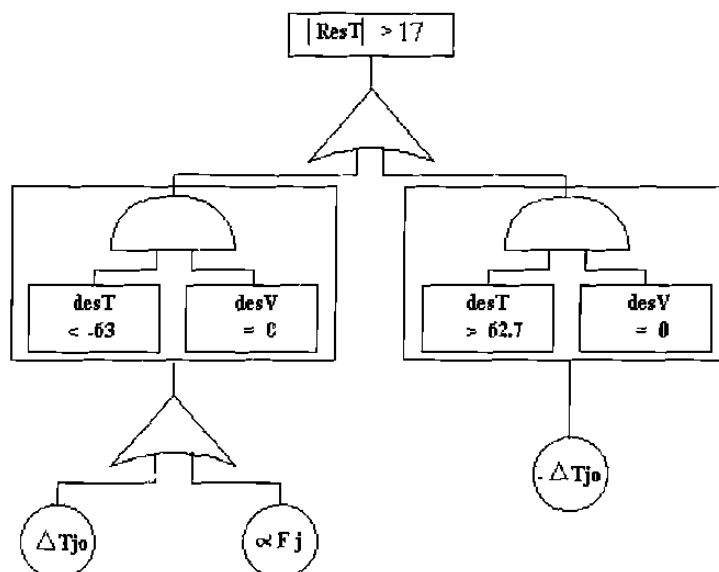


Fig. 5.16. Sobrepasso de $resT$

Al comparar el árbol de fallas clásico y el árbol de fallas basado en residuos, puede verse que en el árbol de fallas basado en residuos se discriminan las fallas suaves, a diferencia del árbol de fallas clásico donde se discriminan fallas abruptas.

Nota 5.13 *El método presentado para diagnosticar fallas, depende del observador utilizado como generador residual. Lo anterior en el sentido de que el empleo de otro observador puede dar valores diferentes de los residuos.*

5.8 Conclusiones

En éste capítulo se describió el nuevo método de detección y localización de fallas que se presentó en el capítulo 4. La ilustración del método se hizo mediante su aplicación a un tanque reactor continuamente agitado (TRCA), en el cual se lleva a cabo una reacción exotérmica irreversible ($A \rightarrow B$). Se realizó el modelo matemático del TRCA. Se diseñó una ley de control para regular las variables de temperatura, concentración del componente A y del volumen en el reactor. Se diseñó un observador para estimar una falla en el agitador, así como, un observador para la temperatura en el

reactor. Se consideraron varias fallas, como son, las desviaciones en el flujo de salida, en el flujo de entrada y en la temperatura del fluido enfriador. Así también, el bloqueo en las válvulas de control del flujo de entrada, del flujo de salida y del flujo de entrada del fluido enfriador. Considerando éstas fallas, se analizó y recolectó en forma de tabla la información generada por los residuos y las desviaciones de las respectivas señales de referencia, de las variables de temperatura y de volumen. En base a la información de la tabla, se elaboró un árbol de fallas que tiene como evento principal un residuo. El árbol de fallas generado, permite discriminar fallas parciales (suaves), a diferencia del árbol de fallas tradicional el cual sólo permite discriminar fallas totales (abruptas).

Capítulo 6

Conclusiones

La finalidad del presente trabajo fué mostrar sistemas de diagnóstico de fallas mediante el empleo de observadores. El contenido se dividió en dos partes.

En la primera se mostro el algoritmo de diseño de un observador para una clase de sistemas no lineales multisalidas uniformemente observables.

El algoritmo de diseño fué aplicado al modelo de un motor de inducción en coordenadas $\alpha - \beta$ de Park para estimar el flujo y el torque de carga del mismo, bajo la suposición de que la velocidad angular del rotor es medible. Los resultados mostraron una buena convergencia para el observador propuesto. La suposición de que la velocidad angular del rotor es medible constituye una seria desventaja del observador propuesto. Es conocido que la tendencia es diseñar observadores de flujo sin las medición de la velocidad. Sin embargo, se mostró como el observador puede aplicarse al motor de inducción con el propósito de diagnosticar fallas. En éste caso se mostró como emplearlo para la supervisión de carga.

En la segunda parte de éste trabajo se propuso un nuevo método de diagnóstico de fallas suaves aplicable a sistemas diseñados para seguir una señal de referencia constante. El método integra la técnica de generación residual basada en observador con un árbol de fallas basado en residuo. La localización de las fallas se realiza con la información adicional proporcionada por las desviaciones de las variables controladas, de la señal de referencia.

La estrategia de diseño del sistema de diagnóstico propuesto se mostró mediante su aplicación a un tanque reactor continuamente agitado. Para esta aplicación se consideraron varios tipos de fallas representadas en forma multiplicativa y aditiva así también como una falla de componente.

Los generadores residuales basados en observador pertenecen a los métodos basados en modelo. La aplicación de los métodos basados en modelo a los procesos reales esta condicionada a la posibilidad de aplicar técnicas de robustez al modelo del sistema a monitorear. Entonces, como trabajo futuro esta el combinar el método propuesto, con técnicas de robustez, como pueden ser el empleo de un observador a entrada desconocida o valores de umbral adaptables.

Como trabajo futuro, en referencia al observador, se propone discretizar el algoritmo mostrado en el capítulo 3.

Apéndice A

En éste apéndice se describe el principio de conservación, bajo el cual se realiza el modelado del tanque reactor continuamente agitado. Así también se muestran elementos adicionales del modelo matemático presentado en la sección 5.2. Además se muestran los valores numéricos usados durante las simulaciones del TRCA del capítulo 5.

Principio de conservación

El *principio de conservación* de una cantidad S establece que:

$$S_{acumulado} = S_{flujo_in} - S_{flujo_out} + S_{generado} - S_{consumido} \quad (A1)$$

donde:

$S_{acumulado}$ =acumulación de S en el sistema por periodo de tiempo

S_{flujo_in} =flujo de S entrando el sistema por periodo de tiempo

S_{flujo_out} =flujo de S saliendo del sistema por periodo de tiempo

$S_{generado}$ =cantidad de S generada dentro del sistema

$S_{consumido}$ =cantidad de S consumida dentro del sistema

Velocidad de reacción por unidad de volúmen

$$r = k_o e^{\frac{-E}{RT}} \quad (A2)$$

donde

k_o =constante preexponencial cinética

E =activación de energía para la reacción

R =constante de gas ideal

Velocidad de generación de calor debida a reacción

$$Q_G = -\Delta H V c_A r \quad (\text{A3})$$

donde:-

ΔH = calor de reacción exotérmica

r = velocidad de reacción por unidad de volumen

Cantidad de calor intercambiado entre el sistema y sus alrededores

Asumimos que la temperatura en cualquier lugar de la chaqueta es T_{jo} .

El calor transferido entre la temperatura T y la temperatura del fluido enfriador T_j es

$$Q = U_H A_H (T - T_{jo}) \quad (\text{A4})$$

donde:

U_H = coeficiente de transferencia de calor total

A_H = área total de transferencia de calor

T_{jo} = temperatura del fluido enfriador

**VALORES NUMERICOS USADOS EN LAS SIMULACIONES DEL TRCA
PRESENTADO EN EL CAPITULO 5:**

Parámetros

$$\rho = 50(\text{lb}_m/\text{ft}^3)$$

$$\rho_o = 50 (\text{lb}_m/\text{ft}^3)$$

$$c_{Ai} = 0.5 (\text{lb} \cdot \text{mol } A/\text{ft}^3)$$

$$T_i = 530(^\circ R)$$

$$c_p = 0.75(\text{Btu}/\text{lb}_m \cdot ^\circ R)$$

$$\Delta H = -30000 (\text{Btu}/\text{lb} \cdot \text{mol})$$

$$A_H = 250(\text{ft}^2)$$

$$E = 30000(\text{Btu}/\text{lb} \cdot \text{mol})$$

$$k_o = 7.08 \times 10^{10}(\text{h}^{-1})$$

$$R = 1.99(\text{Btu}/\text{lb} \cdot \text{mol } ^\circ R)$$

$$U_H = 150(\text{Btu}/\text{h } \text{ft}^2 \cdot ^\circ R)$$

Señales de referencia

$$V_s = 48(\text{ft}^3)$$

$$c_{As} = 0.245(\text{lb} \cdot \text{mol } A/\text{ft}^3)$$

$$T_s = 600(^\circ R)$$

Ganancias de los controles

$$k_1 = 10$$

$$k_2 = 10$$

$$k_3 = 10$$

Ganancias de los observadores

$$\theta_1 = 8$$

$$k = 15$$

Apéndice B

En éste apéndice se presenta el diseño de una ley de control para una clase de sistemas no lineales.

Control de seguimiento para sistemas no lineales afines en el control de una dimensión

Sea,

$$\dot{y}(t) = \psi(x) + \varphi(x)u(t) \quad (\text{B1})$$

$y \in R$ y $u \in R$.

El problema básico es diseñar un control de retroalimentación $u(y)$ tal que la salida y del sistema (B1) sea igual a una señal de referencia $y_R(t)$ *i.e.*

$$e(t) = y(t) - y_R(t) \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty$$

Cuando la señal de referencia $y_R(t)$ es una constante, entonces al problema se le llama regulación y a la constante y_R se le llama punto de referencia.

Diseño de la ley de control

Se requiere que la salida y de este sistema siga una señal de referencia constante y_R .

Solución: Primero se linealiza el sistema (B1) mediante la siguiente ley de control

$$u(y) = -\frac{\psi(y) + v}{\varphi(y)} \quad (\text{B2})$$

obteniéndose así el sistema lineal controlable

$$\dot{y} = v \quad (\text{B3})$$

Ahora, para que la salida y del sistema (B3) siga la referencia y_R , se propone una dinámica del error proporcional *i.e.*

$$\dot{e} = \dot{y} - \dot{y}_R = v = -ke \quad (\text{B4})$$

donde k es una constante positiva. Entonces la ley de control que linealiza y regula al sistema (B1) es

$$u(y) = -\frac{\psi(y) - k(y - y_R)}{\varphi(y)} \quad (\text{B5})$$

permitiendo así que

$$e(t) = \exp^{-kt} \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty$$

y la velocidad de convergencia puede hacerse arbitrariamente mayor eligiendo una k suficientemente alta.

Para más detalles ver [12].

Apéndice C

Diseño de observador .

Sea el sistema de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= f_1(u, y)z_2 + g_1(u, y) \\ \dot{z}_2 &= g_2(u, y, z_2) \\ y &= z_1\end{aligned}\tag{C1}$$

donde $z_1 \in R, z_2 \in R; u \in R^m, y \in R; y f_1(u, y) \in R$.

Asumimos que:

- A1) Existen constantes positivas $0 < \alpha \leq |f_1(u, y)| \leq \beta > 0$.
- A2) La función f_1 y $\frac{df_1}{dt}$ son regulares y acotadas.
- A3) La función $g_2(u, y, z_2)$ es globalmente lipschitz con respecto a z_2 uniformemente en u .
- A4) La salida y y la entrada u son al menos funciones C^1

Teorema 6.1 *Bajo las suposiciones A1), A2), A3) y A4) el siguiente sistema*

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}_1 &= f_1(u, y)\hat{z}_2 + g_1(u, y) - 2\theta(\hat{z}_1 - z_1) \\ \dot{\hat{z}}_2 &= g_2(u, y, \hat{z}_2) - \theta^2 f_1^{-1}(u, y)(\hat{z}_1 - z_1) \\ \hat{y} &= \hat{z}_1\end{aligned}\tag{C2}$$

donde el parámetro $\theta > 0$ es suficientemente grande, es un observador exponencial para el sistema (C1).

Para más detalles ver [2].

Apéndice D

Resultados de simulación para una desviación positiva del 5% en el flujo de salida $F_o + \Delta F_o$.

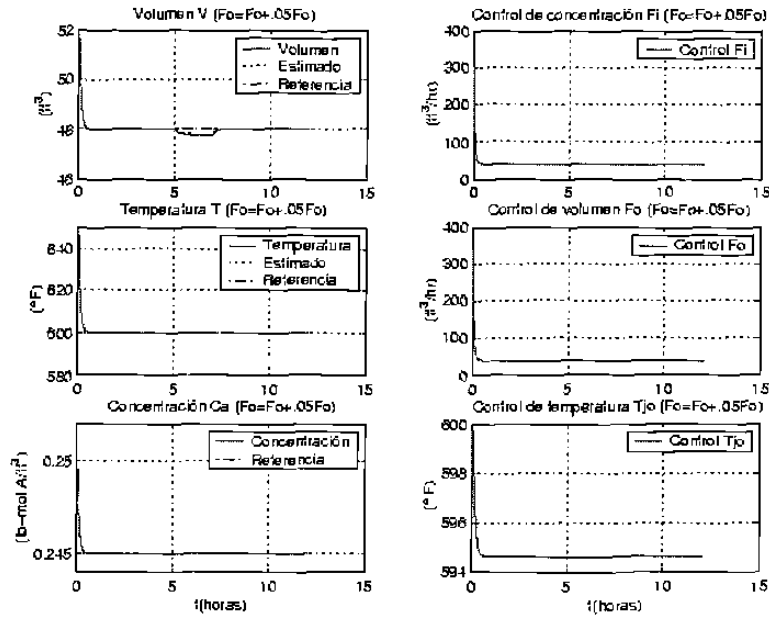


Figura D1. Variables y controles (ΔF_o)

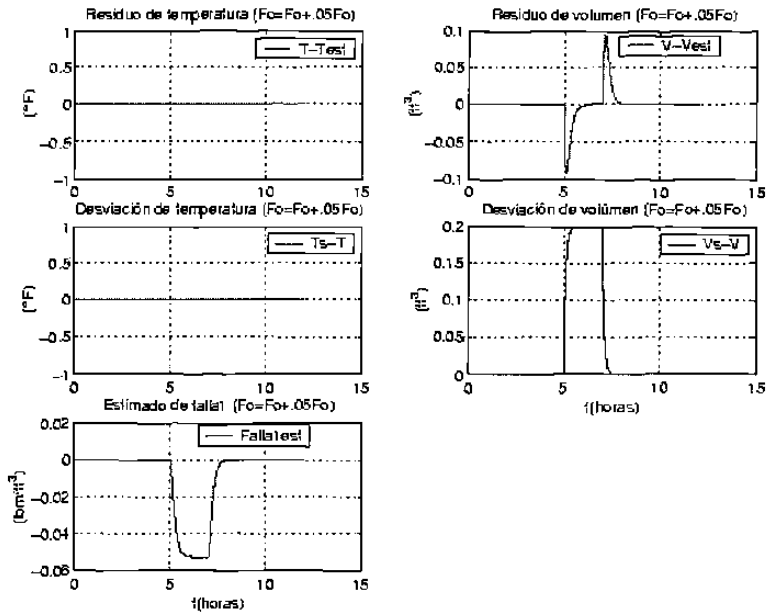


Figura D2. Residuos y desviaciones (ΔF_o)

Resultados de simulación para una desviación negativa del 5% en el flujo de salida $F_o - \Delta F_o$.

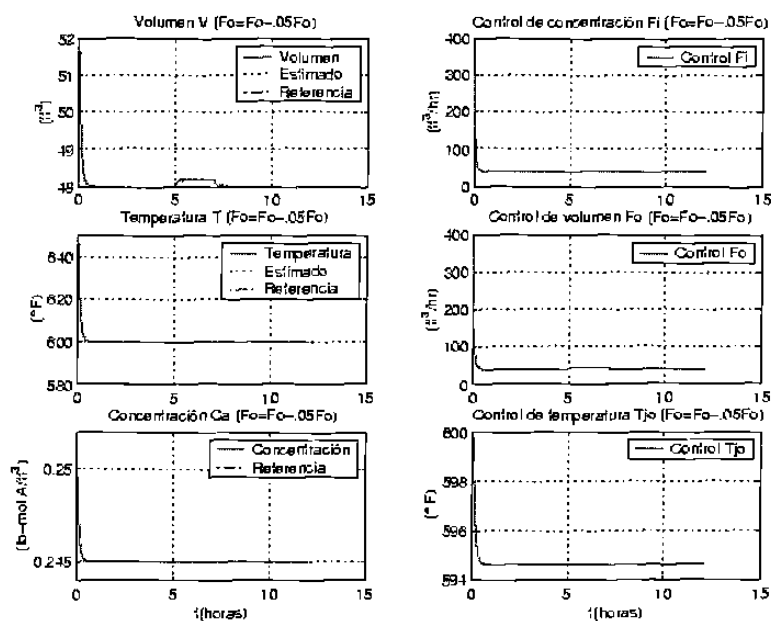


Figura D3. Variables y controles ($-\Delta F_o$)

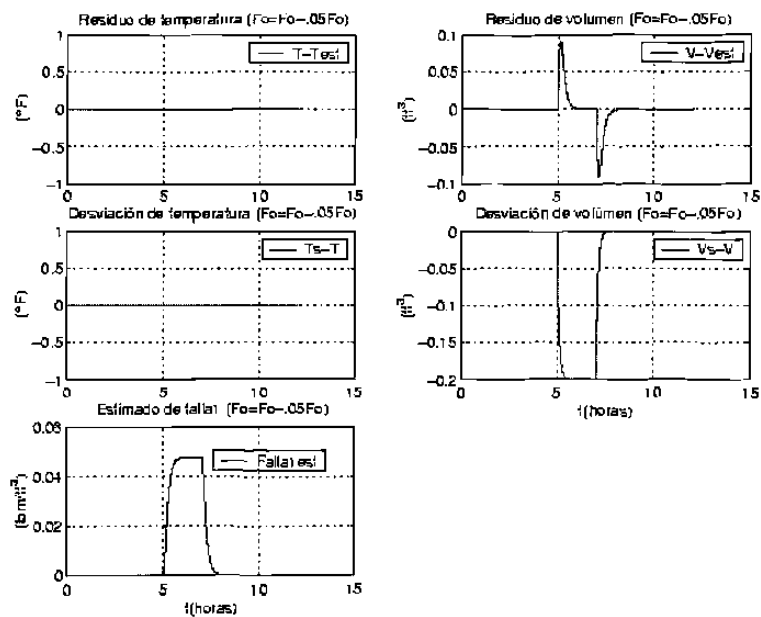


Figura D4. Residuos y desviaciones ($-\Delta F_o$)

Resultados de simulación para una apertura del 95% de la válvula del flujo de salida V_2 .

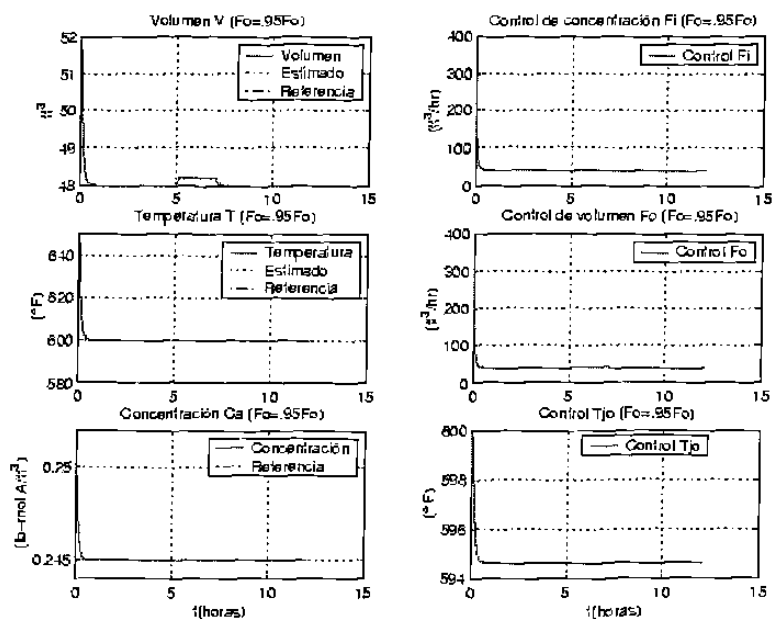


Figura D5. Variables y controles (αF_o)

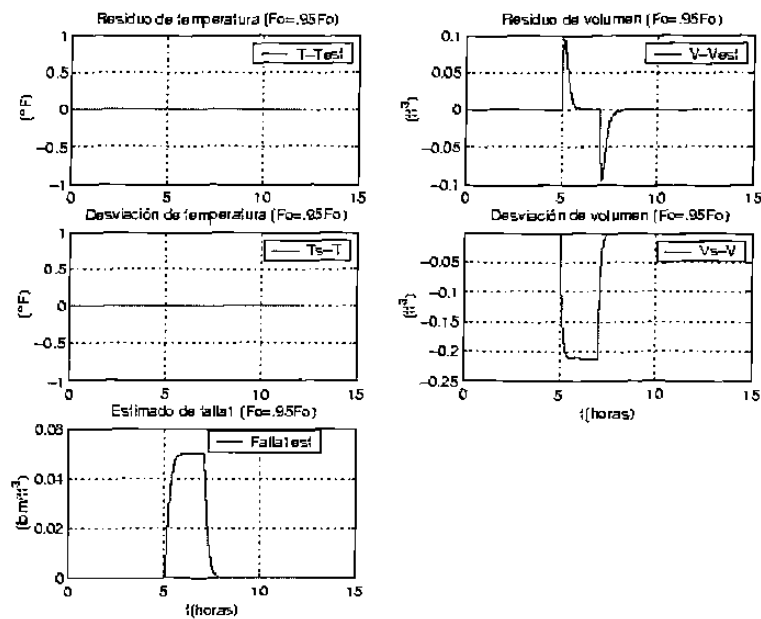


Figura D6. Residuos y desviaciones (αF_o)

Resultados de simulación para una desviación positiva del 5% del flujo de entrada $F_i + \Delta F_i$.

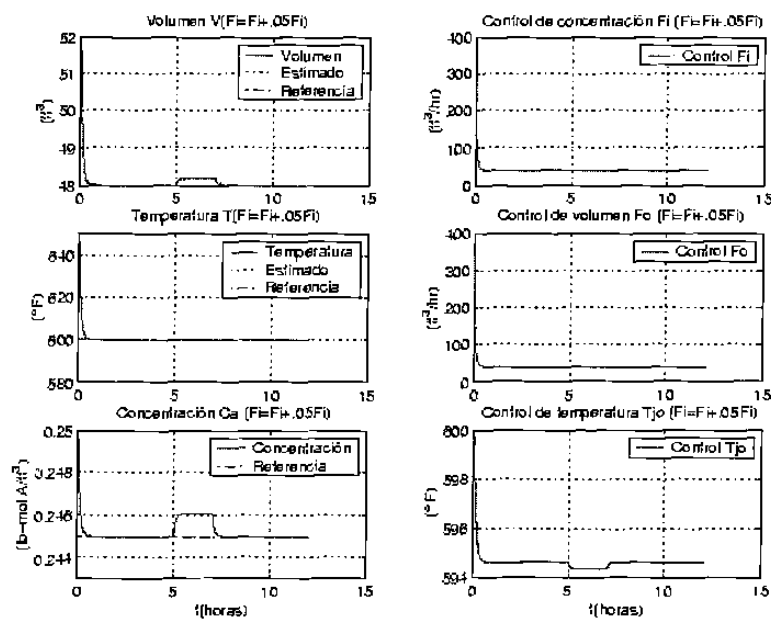


Figura D7. Variables y controles ($-\Delta F_i$)

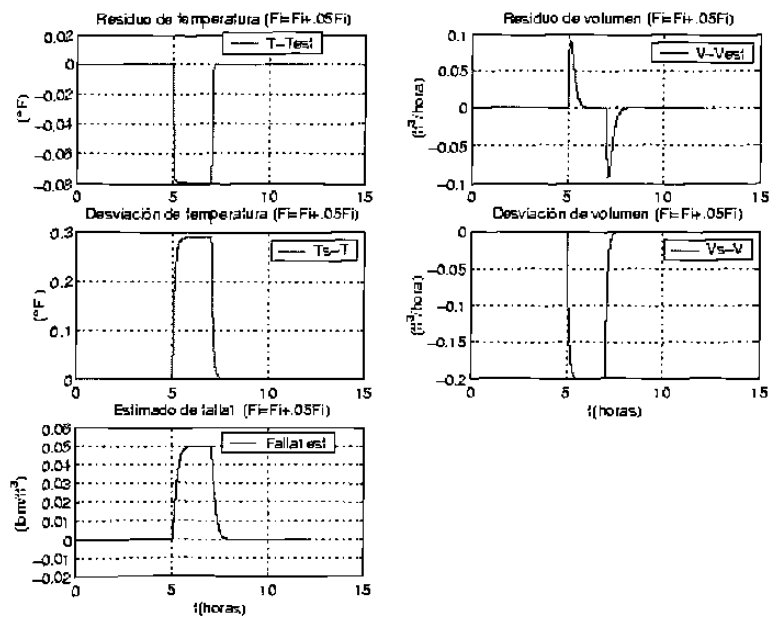


Figura D8. Residuos y desviaciones (ΔF_i)

Resultados de simulación para una desviación negativa del 5% del flujo de entrada $F_i - \Delta F_i$.

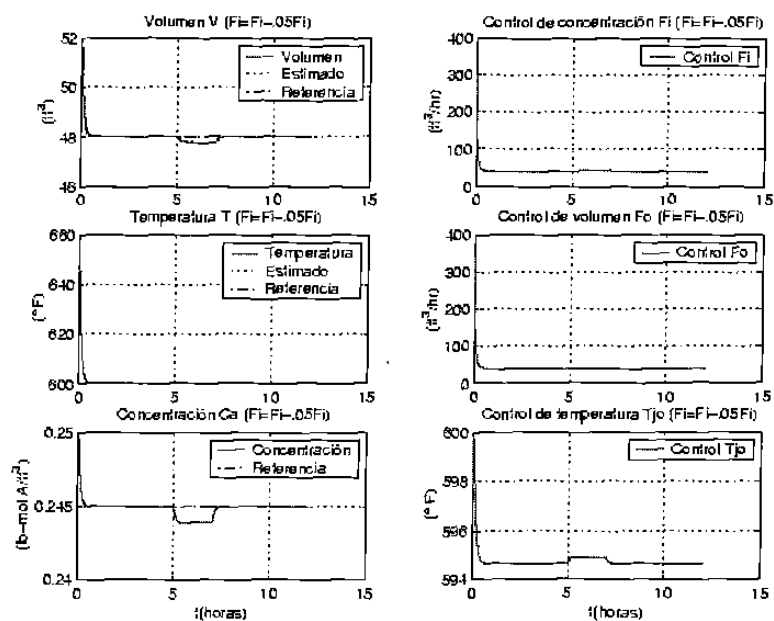


Figura D9. Variables y controles ($-\Delta F_i$)

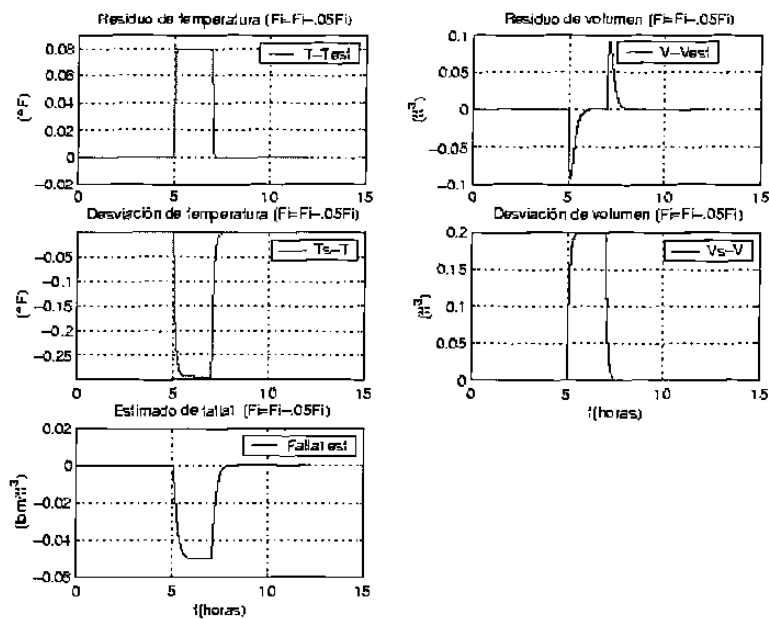


Figura D10. Residuos y desviaciones ($-\Delta F_i$)

Resultados de simulación para una apertura del 95% de la válvula del flujo de entrada V_1 .

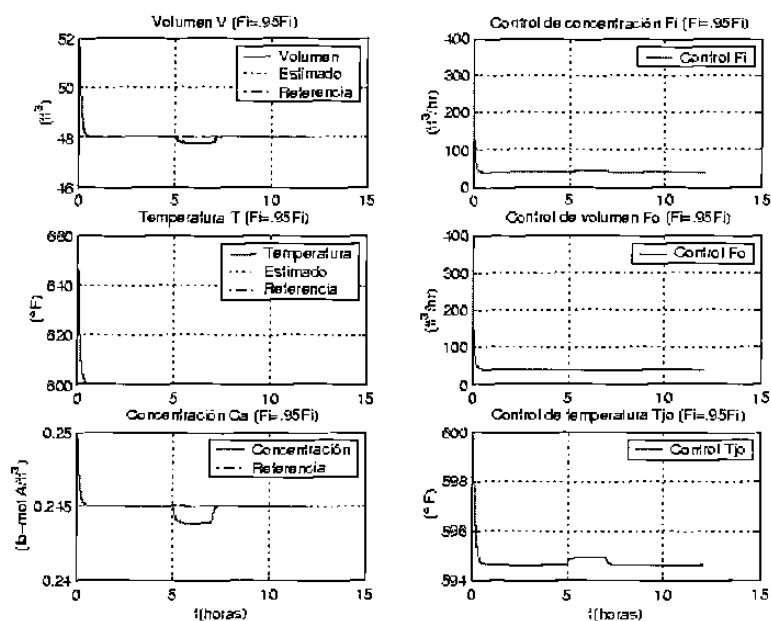


Figura D11. Variables y controles (αF_i)

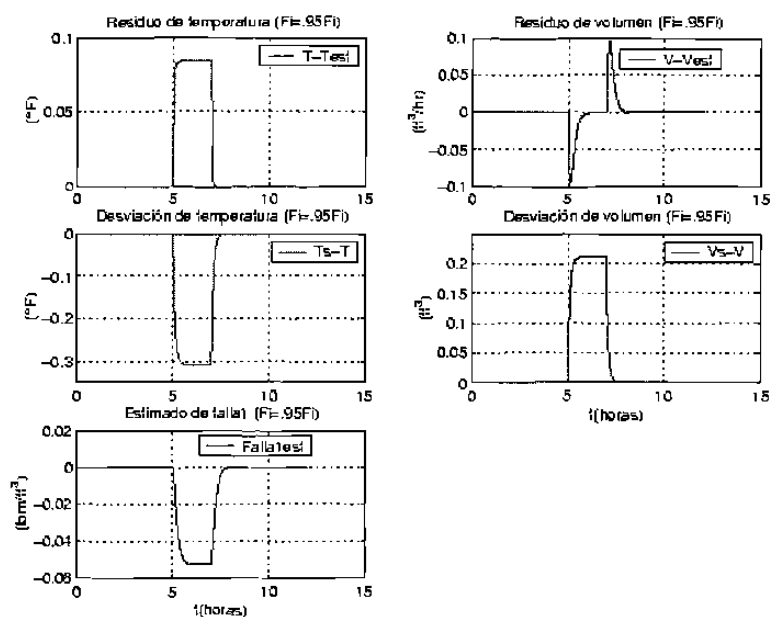


Figura D12. Residuos y desviaciones (αF_i)

Resultados de simulación para una desviación positiva del 5% del flujo del enfriador $T_{j0} + \Delta T_{j0}$.

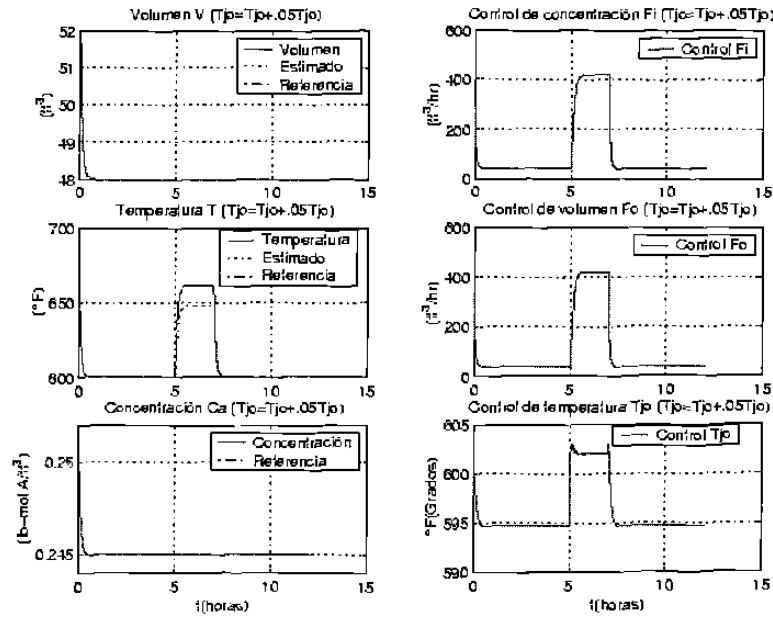


Figura D13. Variables y controles (ΔT_{j0}).

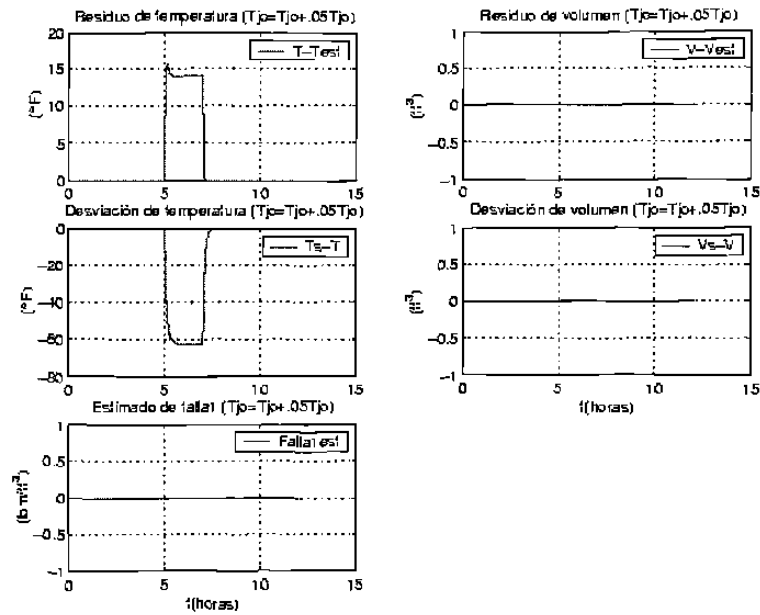


Figura D14. Residuos y desviaciones (ΔT_{j0}).

Resultados de simulación para una desviación negativa del 5% del flujo del enfriador $T_{jo} - \Delta T_{jo}$.

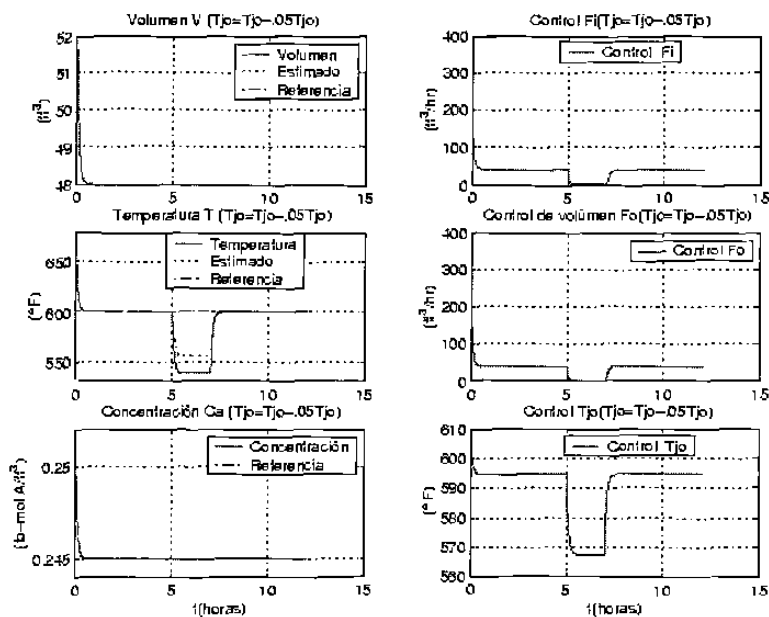


Figura D15. Variables y controles ($-\Delta T_{jo}$).

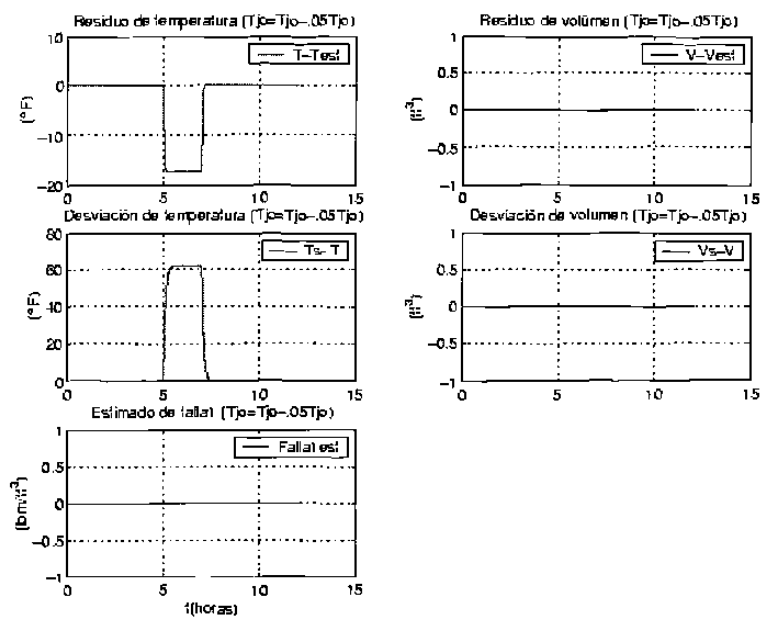


Figura D16. Residuos y desviaciones ($-\Delta T_{jo}$).

Resultados de simulación para una apertura del 95% de la válvula V_3 .

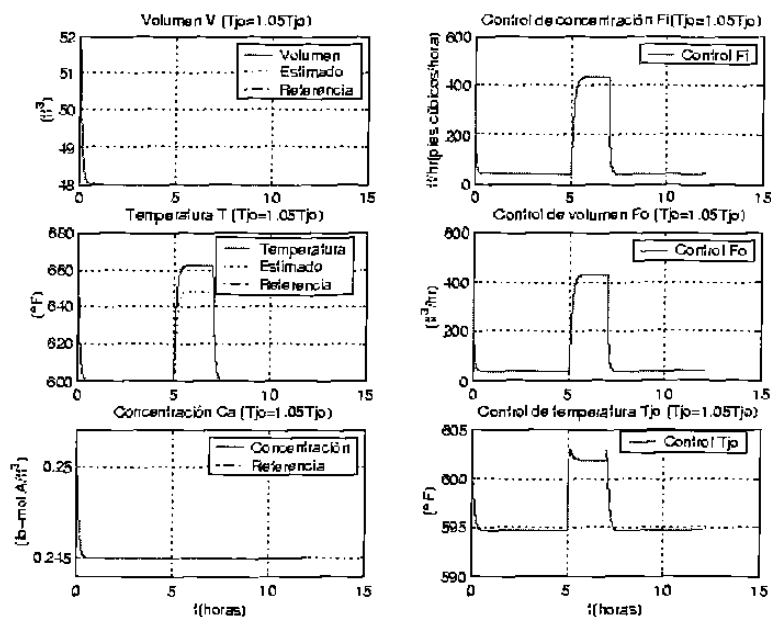


Figura D17. Variables y controles (αT_{j0}).

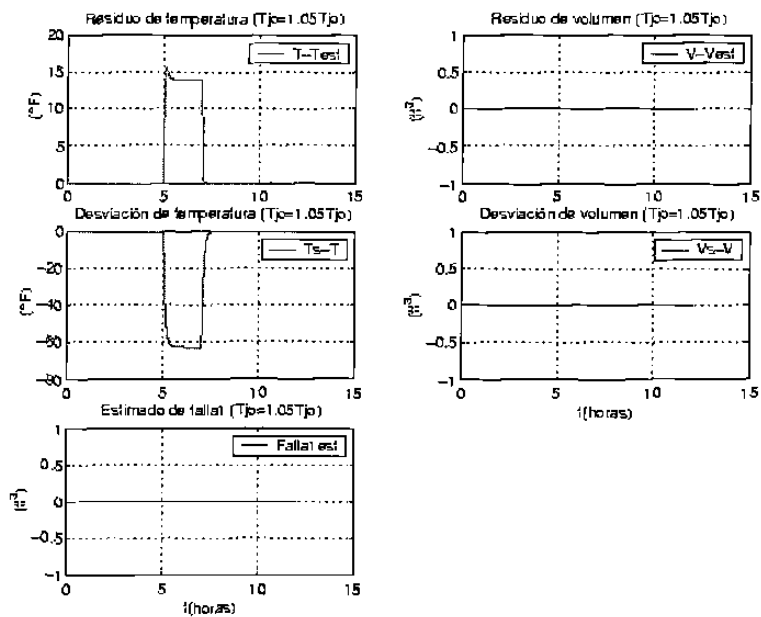


Figura D18. Residuos y desviaciones (αT_{j0}).

Resultados de simulación para agitador bloqueado $\gamma > 1$.

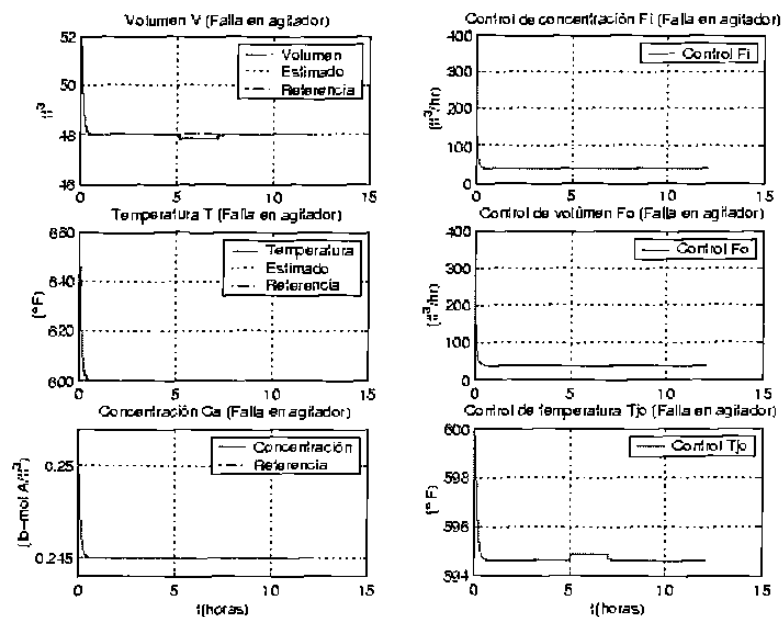


Figura D19. Variables y controles ($\gamma > 1$).

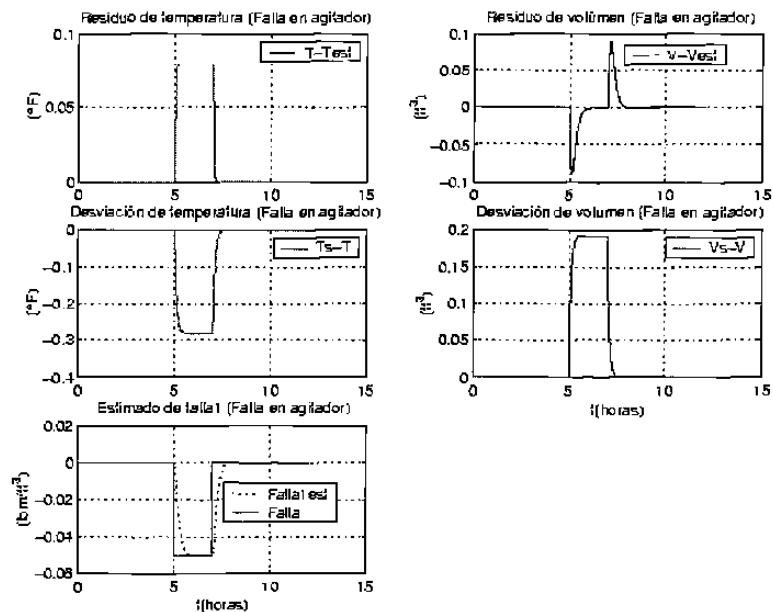


Figura D20. Residuos y desviaciones ($\gamma > 1$).

Referencias

- [1] Busawon, K., De Leon-Morales, J and Aguilera-Hernández, M., "A new Observer Design for Uniformly Observable Systema", IASTED, Austria, Feb, 1999.
- [2] Busawon, K., Farza, M. and Hammouri, H., "An observer design for a special class of nonlinear systems", Int. J. Control, Vol. 71, No. 3, pp.405-418, 1998.
- [3] Chen, Jie and Patton, R. J. "*Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*" Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [4] Frank, P.M., "Enhancement of robustness in observer-based fault detection", IFAC/IMACS Sympo. SAFEPROCESS'91 Baden-Baden, Vol. 1, pp. 275-287, 1991.
- [5] Frank, P.M., "Robust Model-Based fault detection in dynamic systems", Preprints of IFAC Int. Sympo. "On-line fault detection ans supervision in the chemical process industries", Delaware, USA, pp 1-13, 1992..
- [6] Gauthier, J. P. and Bornard, G. "Observability for any $u(t)$ of a class of Nonlinear Systems", IEEE Trans. Aut. Control, Vol.AC-26, No.4, 1981.
- [7] Gauthier, J. P., Hammouri and Othman, S. "A simple observer for nonlinear system. Application to bioreactors," IEEE Trans. Aut. Control, Vol.37, No.6, pp. 875-880, 1992.
- [8] Gertler, J. "Analitical redundancy methods in fault detection and isolation", Preprints of IFAC/IMACS Sympo. SAFEPROCESS'91 Baden-Baden, Vol. 1, pp. 9-21, 1991.
- [9] Himmelblau, D. M. "*Fault detection and diagnosis in chemical and petrochemical process*", Chemical Engineering Monograph 8, Elsevier, 1978.
- [10] Isermann, R., "Fault diagnosis of machines via parameter estimation and knowledge processing", Preprints of IFAC/IMACS Sympo.: SAFEPROCESS'91 Baden-Baden, Vol. 1, pp. 121-133, 1991.
- [11] Isermann, R. *et. al*, "Model based fault diagnosis and supervision of machines and drives", IFAC 11th Triennial World Congress, Tallin, Estonia, USSR, pp. 1-12, 1990.
- [12] Khalil, H. K. "*Nonlinear systems*", Second edition, Prentice Hall, 1996.
- [13] Krener, A.J.and Respondek, W., "Nonlinear Observers with Linealizable Error Dynamic" , SIAM J. Control and Optimization, Vol.23, No. 2, pp. 197-216, 1985.

- [14] Luyben, W. L. "*Process modeling, simulation and control for chemical engineers*", Second edition, McGraw-hill International Editions Chemical engineering series, 1990.
- [15] Marino, R. and Tomei, P., "*Nonlinear control design*", Prentice Hall, 1995.
- [16] Ogata, K. "*Discrete-time control systems*", Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.
- [17] Patton, R.J. and Chen, J., "A review of parity space approaches to fault diagnosis", Preprints of IFAC/IMACS Sympo.: SAFEPROCESS'91 Baden-Baden, Vol. 1, pp. 239-255, 1991.
- [18] Stephanopoulos, G. "*Chemical process control*", Prentice-Hall Physical and chemical engineering science, 1984.
- [19] Williamson, D. "Observation of bilinear Systems with Application to biological Control", *Automatica*, Vol. 13, pp. 243-254, 1977.

