

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



MODELADO Y CONTROL DE RECIRCULACION DE GASES DE
ESCAPE EN MOTORES A INYECCION DE COMBUSTIBLE

POR

ING. DAVID ALEJANDRO DIAZ ROMERO

T E S I S

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO
EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA
CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

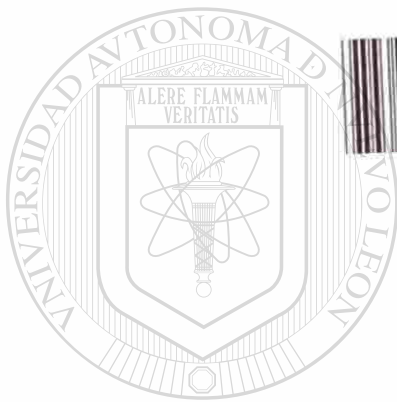
ABRIL, 2000

LIANL
FIME

MODERADO Y CONTINUA DE RECICLACION DE GASES DE
MOTOR. ESCAPE EN MOTORES A INYECCION DE COMBUSTIBLE

TM
Z5853
.M2
FIME
2000
D5

D.A.



1020130078

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

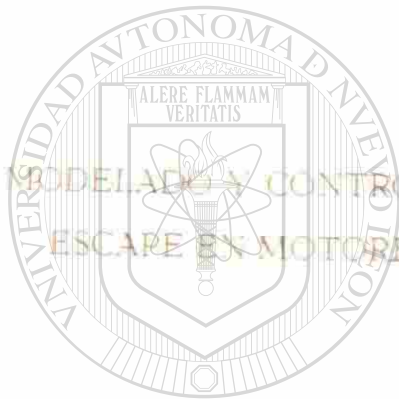


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



MODELADO Y CONTROL DE RECIRCULACION DE GASES DE
ESCAPE EN MOTORES A INYECCION DE COMBUSTIBLE

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

ING. DAVID ALEJANDRO DIAZ ROMERO
DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS

T E S I S

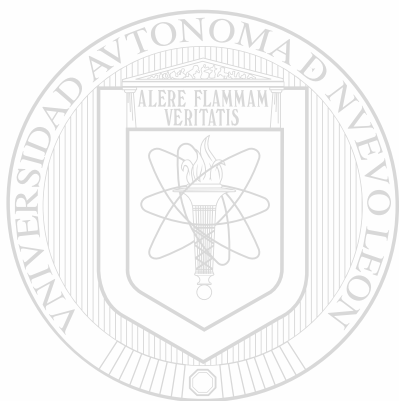
EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO
EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA
CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

ABRIL 2000

TM
25853
.M2
FINE
2000
D5

0124-12860



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

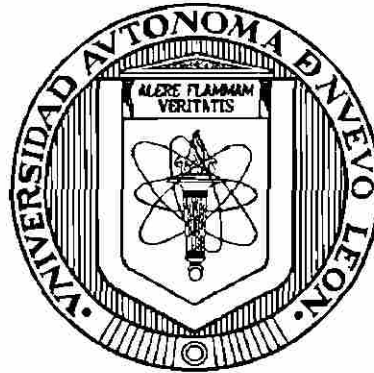
®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO
TESIS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



MODELADO Y CONTROL DE RECIRCULACION DE GASES DE ESCAPE
EN MOTORES A INYECCION DE COMBUSTIBLE

POR

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

ING. DAVID ALEJANDRO DIAZ ROMERO
DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS

®

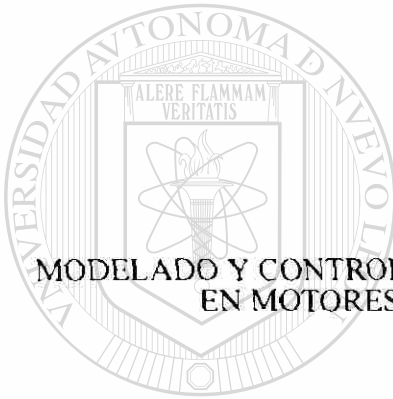
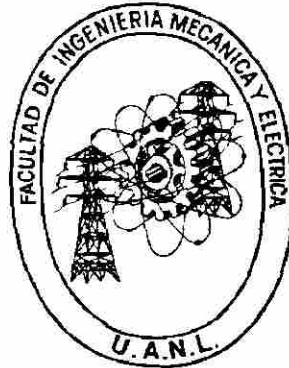
TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA
ELECTRICA CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

SAN NICOLAS DE LOS GARZA N. L.

ABRIL DEL 2000

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



MODELADO Y CONTROL DE RECIRCULACION DE GASES DE ESCAPE
EN MOTORES A INYECCION DE COMBUSTIBLE

POR

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

ING. DAVID ALEJANDRO DIAZ ROMERO

DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA
ELECTRICA CON ESPECIALIDAD EN CONTROL

SAN NICOLAS DE LOS GARZA N. L.

ABRIL DEL 2000

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERIA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis *Modelado y Control de Recirculación de Gases de Escape en Motores a Inyección de Combustible* realizada por el alumno Ing. David Alejandro Díaz Romero, matrícula 631526 sea aceptada para su defensa como opción al Grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Control.



El comité de tesis:

Asesor

Dr. Krishna K. Busawon

Coasesor

Dr. Joaquín Collado Moctezuma

Coasesor

Dr. Francisco De la Rosa Costilla

Vo. Bo.

M.C. Roberto Villarreal Garza
División de Estudios de Postgrado



© Copyright 2000
por David Alejandro Díaz Romero.
Reservados Todos los Derechos.

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Dedicatoria

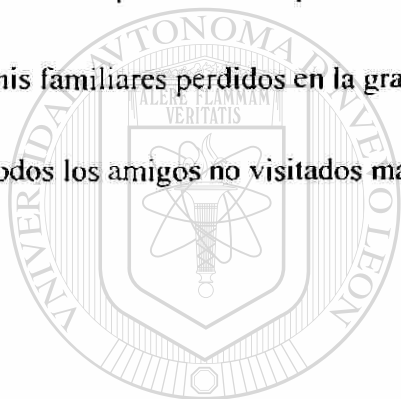
A la naturaleza, por su infinita sabiduría y soporte.

A mi madre por su interminable paciencia.

A mis hermanos Diana, Pablo y Julio por su apoyo y comprensión durante este periodo tan especial de mi vida.

A mis familiares perdidos en la gran ciudad.

A todos los amigos no visitados mas no olvidados.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Agradecimientos

Al Dr. Krishna K. Busawon por la orientación que me brindó para realizar la presente tesis.

A los revisores de tesis, Dr. Joaquín Collado Moctezuma y Dr. Francisco de la Rosa Costilla por sus valiosos comentarios para el mejoramiento de este trabajo.

A todos los profesores del Programa Doctoral por compartir sus conocimientos durante la realización de mis estudios, al Dr. Jesús de León Morales, al Dr. Mikhail Basin y al Dr. Juan M. Ramírez Arredondo.

A todos los compañeros del Doctorado por la cordialidad y amabilidad con la que siempre me trataron, Martha Aguilera Hernández, Guadalupe Acosta Villarreal, Cesar Elizondo, Ma. de los Angeles Carrera González, Irma R. Valadez Guzmán, Gustavo Pérez Hernández, Mario Ariel Villanueva Llanes, Oscar F. Huerta Guevara, Francisco H. Florenzano Lara, César Guerra Torres y Anand Sanchez Orta.

A la gran cantidad de personas que me han apoyado ya sea con su amistad o consejos, y sin las cuales estos dos años habrían sido completamente vacuos, entre ellos a Lorena Cantú, Aarón Moreno, y Alfredo Avilés.

Al CONACyT.

Gracias.

Resumen

Modelado y control de recirculación de gases de escape en motores a inyección de combustible

Publicación No. _____

David Alejandro Díaz Romero

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Profesor Asesor: Dr. Krishna Kumar Busawon

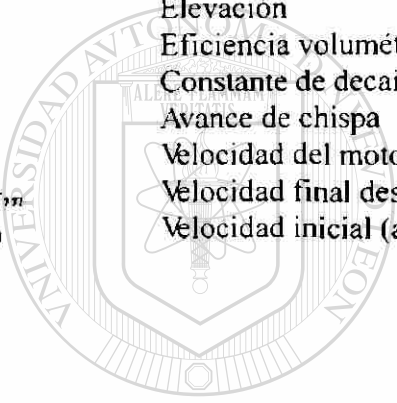
Abril, 2000.

El presente trabajo aborda la problemática de control y reducción de contaminantes principalmente los óxidos de nitrógeno (NO_x) en motores de combustión interna con sistema de inyección de combustible, como ejemplo tenemos los motores diesel, el tipo de mezcla utilizada por estos sistemas y la falta de tecnología, hace poco eficiente la utilización de convertidores catalíticos para controlar la generación de subproductos. La utilización de gases de escape para disminuir la temperatura de reacción en el cilindro, técnica que es llamada recirculación de gases (EGR por sus siglas en inglés), ha dado resultados satisfactorios en los sistemas de inyección de combustible, sin embargo el logro es parcial debido a la falta de un control eficiente de la recirculación y problemas de *manejabilidad*. La tendencia actual es utilizar controles digitales basados en modelos matemáticos, sin embargo, la mayoría de estos modelos no incluyen la dinámica de temperatura, por lo que se pierden propiedades intrínsecas del sistema. En este trabajo se presenta un modelo matemático en el cual se incluye la dinámica de temperatura en los múltiples del motor, a partir de este se utilizan observadores para identificación en línea de parámetros sensibles del sistema, (la forma actual para aplicar parámetros del sistema son mapeos estáticos del motor obtenidos en laboratorio), y un control EGR para disminuir la producción de NO_x .

Notación y acrónimos

\in	Pertenece a
\notin	No pertenece a
\exists	Existe
\forall	Para toda
\Rightarrow	Implica que
\rightarrow	Tiende a
\cdot	Norma q de
\mathbb{R}^q	Conjunto de los números reales
\mathbb{R}^n	Espacio vectorial de dimensión n con componentes reales
A	Matriz
A^{-1}	Matriz inversa de A
$\det A$	Determinante de A
x	Derivada de x con respecto al tiempo
A/F	Relación aire - combustible
BDC	Bottom dead center
$CAAA$	Clean air act amendments
$CARB$	California air resource board
CI	Compression ignition
C_p	Calores específicos
E_c	Energía, energía específica
EGR	Exhaust gas recirculation
EPA	Environmental protection agency
$EUROII$	Norma europea de contaminación V2
$FTP75$	Federal test procedure 75
g	Constante de gravedad
H, h	Entalpia, entalpía específica
J	Inercia de la flecha del motor
M, M_{egr}	Masa total en el múltiple de entrada y salida respectivamente
M, M_{egr}	Masa total en el múltiple de entrada y salida respectivamente
\dot{m}_{air}	Razón de flujo de aire al múltiple de entrada
\dot{m}_c	Razón de flujo de gas de salida del pistón
\dot{m}_{egr}	Razón de flujo de gas de recirculación
\dot{m}_c	Razón de flujo de gas a los pistones
\dot{m}_{out}	Razón de flujo de gas de escape a la atmósfera
N	Velocidad en RPM
NO_x	Oxidos de nitrógeno
P	Presión
P_{egr}	Presión en el múltiple de salida
Q	Calor
R	Constante de un gas

R	Constante universal de los gases ideales
S	Entropía
SI	Spark ignition
T	Temperatura, Temperatura en el múltiple de entrada
$T_{\epsilon_{qr}}$	Temperatura en el múltiple de salida
TDC	Top dead center
$TIER$	Fase de aplicación de un estandar
$Torque_{\epsilon_{ng}}$	Torque del motor
$Torque_L$	Torque de carga
V / v	Volumen, volumen específico
V'	Volumen en el múltiple de salida
W'	Trabajo
Z	Elevación
η_v	Eficiencia volumétrica
δ	Constante de decaimiento
σ	Avance de chispa
ω	Velocidad del motor en $rad \text{ seg}$
ω_{fin}	Velocidad final deseada
ω_0	Velocidad inicial (al momento de aplicar el control)



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Indice

1) Introducción

1.1) Motivación	1
1.2) El Problema del modelado	3
1.3) Antecedentes	4
1.4) Aportaciones	5
1.5) Organización de la Tesis	6

2) Termodinámica

2.1) Introducción	7
2.2) Primera ley de la termodinámica	7
2.2.1) Energía y entalpía	8
2.2.2) Calor específico a presión y volumen constantes	9
2.3) Ley de gases ideales	9
2.3.1) Relación entre energía interna y temperatura	10
2.3.2) Relación entre entalpía y temperatura	10
2.4) Primera ley de la termodinámica para un volumen de control	11
2.4.1) Procesos de flujo y estado constantes	13
2.5) Segunda ley de la termodinámica	14
2.5.1) Máquinas de calor	14
2.5.2) El ciclo de Carnot	15
2.5.3) Entropía	17

3) Funcionamiento y clasificación de motores

3.1) Introducción	19
3.2) Clasificación de los motores	20

Índice (continuación)

3.3) Ciclos de operación del motor	20
3.3.1) Ciclo de cuatro tiempos	21
3.3.2) Ciclo de dos tiempos	23
3.4) Operación de un motor de ignición por compresión	24
3.5) Componentes de una máquina de combustión interna	25
4) Modelado del motor de inyección de combustible	
4.1) Introducción	27
4.2) Consideraciones necesarias para el modelado	27
4.2.1) Conservación de la masa	27
4.2.2) Conservación de la energía	28
4.2.3) Modelos cuasi - estáticos	28
4.2.4) Modelos de llenado - vaciado	29
4.2.5) Modelos de dinámica de gases	30
4.3) Modelo propuesto	30
4.3.1) Balance de masa y energía en el múltiple de entrada	31
4.3.2) Balance de masa y energía en el múltiple de salida	32
4.3.3) Modelo para control y observación	32
4.3.4) Modelo simplificado para control y observación	33
4.4) Justificación	34
4.5) Conclusiones	35
5) Identificación de la función de bombeo m_a	
5.1) Introducción	37
5.1.1) Observadores lineales	37
5.1.2) Observadores no lineales	39

Índice (continuación)

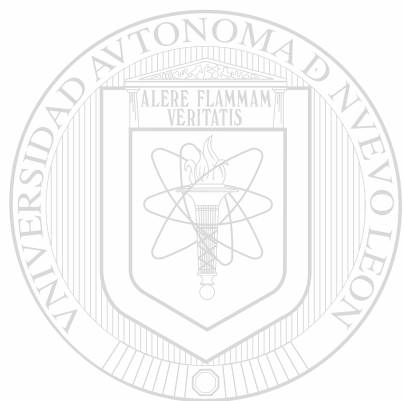
5.2) Identificación utilizando un observador	40
5.3) Observador utilizado en este trabajo	40
5.3.1) Aplicación para la estimación de la función de bombeo \dot{m}_o	42
5.3.1.1) Caso 1, $\dot{m}_o = k_0$	43
5.3.1.2) Caso 2, $\dot{m}_o = \gamma PN$	44
5.3.1.3) Caso 3, $\dot{m}_o = k_0 + \gamma PN$	45
5.4) Simulaciones	46
6) Control	
6.1) Introducción	49
6.2) Diseño del controlador	49
6.3) Síntesis	51
6.4) Simulaciones	52
7) Conclusiones y trabajo futuro	
7.1) Conclusiones	55
7.2) Trabajo futuro	56
Apéndice A, Definiciones y conceptos de termodinámica	57
Apéndice B, Eficiencia volumétrica	64
Apéndice C, Algunos conceptos de control	69
Apéndice D, Artículos publicados	79
Referencias	90

Índice de Figuras

Figura 2.1. Procesos termodinámicos entre estados 1 y 2	8
Figura 2.2. Volumen de control en el instante de tiempo t y en $t + \delta t$	11
Figura 2.3. Máquina de calor básica	14
Figura 2.4. Ilustración de un ciclo de Carnot.	16
Figura 2.5. Ciclos reversibles e irreversibles	17
Figura 3.1. Diagrama básico de un pistón	21
Figura 3.2. Ilustración de un ciclo de 4 tiempos	22
Figura 3.3. Ciclo de 2 tiempos	23
Figura 4.1. Diagrama del modelo	30
Figura 4.2. Variación de presiones debido a temperaturas distintas en el múltiple de entrada.	34
Figura 4.3. Variación de velocidad debido a temperaturas distintas en el múltiple de entrada.	35
Figura 5.1. Diagrama básico de un observador	37
Figura 5.2. \dot{m}_o estimada caso 1	46
Figura 5.3. \dot{m}_o estimada caso 2	47
Figura 5.4. \dot{m}_o estimada caso 3	47
Figura 5.5. \dot{m}_o estimada comparación de casos	48
Figura 6.1. Régimen de trabajo de un automotor	49
Figura 6.2. Parámetros de activación del control	53
Figura 6.3. Señal de control	53
Figura 6.4. Señal de velocidad regulada	54
Figura A.1. Volumen de control en el tiempo t	62
Figura A.2. Diagrama de un volumen de control en el tiempo $t + \delta t$	62
Figura B.1. Bosquejo de un pistón	67
Figura B.2. Diagrama de sistema de circulación de gases en motores SI y CI	68

Indice de Tablas

Tabla 1.1 Concentración anual de algunos contaminantes	1
Tabla 1.2 Mediciones TierI para automotores diesel de alto desempeño	4



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Capítulo 1

Introducción

1.1 Motivación

En años recientes se ha incrementado el interés en los problemas de contaminación del aire en el mundo, debido al impacto en el calentamiento global, la destrucción de los bosques, la lluvia ácida y el deterioro de la capa de ozono. Uno de los factores responsables de esto son los gases de escape de los motores de combustión interna. Por esta razón, varios países están tomando medidas estrictas para reducir los contaminantes del aire debidos al autotransporte.

Los principales gases post combustión son los óxidos de nitrógeno (NO_x), óxidos de carbono (CO , CO_2), óxidos de azufre (SO_2) hidrocarburos no quemados (HC), aldehidos y vapor de agua. Asumiendo que la masa de la atmósfera es de aproximadamente 5.7×10^{15} toneladas, la concentración anual de algunos contaminantes y sus propiedades son resumidas en la siguiente tabla.

Tabla 1.1

Constituyentes	Propiedades	Concentración anual
NO_x	tóxico	2×10^7 ton
CO , CO_2	asfixiante	2×10^8 ton
SO_2	irritante de la mucosa	2×10^6 ton
HC	cancerígeno	5×10^9 ton

No es sorpresa para nadie el ver que muchas ciudades grandes, como México D.F., han adoptado políticas para controlar movimientos de tráfico. Sin embargo, muchos países están siguiendo las regulaciones impuestas por el consejo de recursos aéreos de California (California Air Resource Board, CARB) cuyo objetivo es alcanzar emisiones cero o ultra - bajas para inicios de 1998. Los países europeos también han impuesto sus propias regulaciones con respecto a la contaminación del aire proveniente de automotores. De esta forma, la norma EURO II especifica que para el año 2000

la cantidad de partículas en el gas de escape por kilómetro no deberá exceder 0.8 gr. en automóviles diesel en particular.

Es importante notar que los automóviles eléctricos son los únicos vehículos cero-emisión hasta el momento, sin embargo, sus precios son muy altos, y su eficiencia baja. Un número de investigaciones continúan en marcha para mejorar el control y la eficiencia de estos automóviles. También se presume que los automóviles híbridos tienen la habilidad de alcanzar los requerimientos de emisiones ultra-bajas de la CARB. Sin embargo no se encuentran aun en su desempeño óptimo y sin duda tomará varios años antes de que lleguen al mercado. Hasta el momento, varias compañías automotrices están también investigando la posibilidad de utilizar células de combustible para mover automotores.

Los convertidores catalíticos, por otro lado, han probado ser eficientes en la reducción de emisiones en motores de ignición por bujía solamente bajo un control efectivo de la relación Aire/Combustible (A/F por sus siglas en inglés), por lo tanto, los convertidores catalíticos trabajan bien bajo condiciones químicas de equilibrio, es decir estequiométricas. Por otra parte los motores diesel o de inyección de combustible trabajan inherentemente bajo mezclas pobres. Consecuentemente, el convertidor catalítico no puede trabajar en estos sistemas. Por lo tanto, es importante encontrar otra solución al control de emisiones de escape para los motores diesel. Una de estas soluciones consiste en recircular parte del gas de escape en el pistón con el fin de completar la mezcla de combustión y quemar los hidrocarburos residuales de los procesos anteriores (vease [1]). Este control es llamado comúnmente control EGR (Recirculación de Gases de Escape). El control EGR equivale a agregar un gas inerte a la mezcla A/F y por lo tanto se reduce la temperatura de combustión, lo que nos conduce a una reducción en la formación de NO_x hasta en un 60%. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el objetivo práctico del motor no solamente se encuentra en un control de emisiones eficiente, sino también en la economía del combustible. La única tecnología que nos permite al mismo tiempo una economía en el combustible y una reducción de emisiones, consiste en un control completo de los fenómenos involucrados en la dinámica del automóvil; inyección de combustible, inyección de aire y parámetros termodinámicos para una combustión óptima. Para que esto sea apropiadamente evaluado es necesario un modelado eficiente del motor.

Un motor de combustión debe funcionar de manera regular sin ningún contratiempo en el rango de utilización desde motor al vacío, hasta regímenes de alta velocidad. Debe ser de esta manera sin importar las numerosas variaciones de carga, perturbaciones externas y las continuas demandas del conductor por medio del acelerador. Además del amplio rango de variación del dominio de funcionamiento del motor, las no-linealidades intrínsecas, la naturaleza cíclica del torque del motor, la ausencia de sensores para medir la contaminación que es producida, complica sobremanera los procesos de inyección y emisión de gases.

1.2 El problema de modelado

El problema de reducción del consumo de combustible y la minimización de la contaminación son principalmente importantes durante el modo transitorio de motores diesel. A este respecto, tal como se mencionó arriba, es importante derivar un modelo lo suficientemente bueno del motor que tome en cuenta las variaciones de temperatura de los variados componentes del motor. Es importante notar que, un modelado preciso de la dinámica del múltiple que considere los fenómenos físicos involucrados dentro de este, tales como el fenómeno acústico caracterizado por la geometría de tubería y temporizado de la válvula normalmente estarán dados en términos de una representación de un sistema de parámetros distribuidos. Sin embargo, esta representación no puede utilizarse con propósitos de control en tiempo real. Consecuentemente, la búsqueda de modelos más simples bajo hipótesis razonables ha sido el objetivo de muchos trabajos (véase por ejemplo [2], [3], [13], [14] y [18]). La mayoría de estos trabajos consideran solamente la ecuación de estados en el múltiple de entrada despreciando los cambios de temperatura. Esto es debido, a que en general, la transferencia de calor en el múltiple de entrada se asume pequeña para casi todos los modos operativos. Además, los tiempos de cambio en la presión relativa del múltiple son mucho mayores que los cambios en la temperatura relativa. Sin embargo, en algunos casos, especialmente durante las condiciones de arranque y cuando el gas de recirculación es considerado, el efecto de la temperatura del múltiple de entrada no debería ser despreciado.

1.3 Antecedentes

Debido a los graves problemas generados por la contaminación del aire, se han desarrollado estándares de emisión de contaminantes alrededor del mundo, tales como los impuestos por la EPA y el estado de California en los Estados Unidos. Existen dos estándares que serán aplicados progresivamente en los E.U.A. en dos etapas, los estándares son el Tier1 y Tier2, definidos en el acta de acuerdos sobre la limpieza del aire (CAAA por sus siglas en inglés) de 1990. La fase Tier1 fue publicada como regla final el 5 de junio de 1991, la fase Tier2 ha sido pospuesta para el año 2004.

Las mediciones de emisiones de automotores son hechas de acuerdo a la prueba de los procedimientos federales No. 75 (FTP75 por sus siglas en inglés), expresados en gramos/milla. A continuación se da una tabla de mediciones y estándares de emisión Tier1 de algunos contaminantes para automotores diesel de alto desempeño, (para mayor detalle ver [10]).

Tabla 1.2

Contaminante	Año	Nivel de emisión cero millas	Nivel de emisión 50,000 millas	Nivel de emisión 100,000 millas
NO _x	Pre-1967	22.990	23.840	24.690
	1980-1981	21.470	21.470	21.470
	1991-1997	8.130	8.130	8.130
	2001+	6.490	6.490	6.490
HC	Pre-1967	3.540	3.840	4.140
	1980-1981	3.170	3.170	3.170
	1991-1997	2.100	2.100	2.100
	2001+	2.100	2.100	2.100
CO	Pre-1967	10.320	11.020	11.720
	1980-1981	12.670	13.220	13.770
	1991-1997	9.540	9.940	10.340
	2001+	9.520	9.920	10.320

Los estándares Tier2

La CAAA de 1990 pidió a la EPA investigar reducciones futuras a las emisiones hechas por vehículos de trabajo no pesado, a los estándares derivados de esta investigación se les llamó *estándares Tier2*, que tomarán efecto en el año 2004. Bajo estas proposiciones se aplicarán los mismos criterios a todos los vehículos, sin importar el tipo de combustible que utilicen. Las propuestas están estructuradas en 7 niveles de certificación con distintas restricciones (llamadas EPA-bins), y un estándar promedio para las emisiones de NO_x , en general se desea llegar en el año 2004 a emisiones cero o ultra bajas.

Una comparación entre el desempeño actual, y los estándares impuestos, nos da idea del trabajo por hacer. Entre las medidas tomadas por las armadoras de autos, están los cambios físicos de los motores, pero aunado a esto es imprescindible el uso de técnicas sofisticadas de control del desempeño del automóvil, con lo cual se podrán alcanzar los objetivos propuestos.

1.4 Aportaciones

El objetivo de este trabajo es desarrollar elementos metodológicos y técnicas para optimizar el desempeño de sistemas a inyección de combustible en términos de consumo de combustible y reducción de contaminantes. Se tienen los siguientes resultados.

- 1) Modelización del motor a inyección de combustible tomando en cuenta la dinámica de temperatura.
- 2) Parámetros sensibles, como la función de bombeo, son estimados utilizando el modelo.
- 3) Un control de recirculación de gases (EGR) es diseñado a partir del modelo.

La principal contribución de este trabajo es proveer un modelo global de la temperatura y presión del múltiple para un sistema de inyección de combustible cuando el gas de recirculación es tomado en cuenta. Los múltiples de entrada y salida son vistos como dos *reactores* interconectados a través de los cuales fluyen gases a temperaturas diferentes. El modelo se obtiene calculando los balances de masa y energía en los reactores asumiendo las leyes de gases ideales y una presión y temperatura uniformes.

1.5 Organización de la tesis

En el segundo capítulo se presentan conceptos básicos de termodinámica, que serán utilizados en los capítulos subsecuentes; tales como la primera y segunda ley de la termodinámica, la ley de gases ideales, el ciclo de Carnot y la entropía.

En el tercer capítulo se introduce el funcionamiento y clasificación de motores de combustión interna, las diferencias entre los motores de *ignición por bujía* y por *compresión* (*SI* y *CI* por sus siglas en inglés respectivamente), y los componentes principales de una máquina de combustión interna.

En el cuarto capítulo se da el modelo de motores a inyección de combustible, las consideraciones utilizadas y los cálculos realizados para su obtención, así como el modelo para su utilización en fines de control u observación por último se da la justificación del modelo.

En el quinto capítulo se construyen observadores con el fin de identificación en línea de la función de bombeo \dot{m}_o , utilizando como base el modelo del motor con dinámica de temperatura.

En el sexto capítulo se construye un control de recirculación de gases utilizando el modelo con dinámica de temperatura.

En el séptimo capítulo se presenta un resumen del trabajo y se dan conclusiones.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Capítulo 2

Termodinámica

2.1 Introducción

En este capítulo se presentan conceptos básicos de termodinámica¹. La termodinámica es la herramienta básica sobre la cual descansa el desarrollo del modelo del motor que se expondrá en el siguiente capítulo, además, algunas de sus leyes serán utilizadas en los capítulos subsecuentes con el propósito de simplificar expresiones que de otra forma serían difíciles de manejar.

2.2 Primera ley de la termodinámica

La primera ley de la termodinámica establece que durante cualquier ciclo por el cual atreviese un sistema, la integral cíclica del calor es proporcional a la integral cíclica del trabajo [22], en su expresión matemática esto es:

$$\oint \delta Q - \oint \delta W \quad (2.1)$$

donde $\oint \delta Q$ es la integral cíclica del calor y representa la transferencia neta de calor durante el ciclo, $\oint \delta W$ es la integral cíclica del trabajo y representa el trabajo neto realizado durante el ciclo. La expresión (2.1) está dada para un ciclo, haremos uso de la gráfica (2.1) de presión contra volumen, para ayudarnos a entender una idea muy importante en la termodinámica.

Un proceso llevado a cabo entre dos estados, puede describirse como:

$$\int \delta Q_A + \int \delta Q_B - \int \delta W_A + \int \delta W_B \quad (2.2)$$

Tomando un segundo proceso

$$\int \delta Q_C + \int \delta Q_B = \int \delta W_C + \int \delta W_B \quad (2.3)$$

¹ Para definiciones y otros conceptos básicos de termodinámica vease apéndice A.

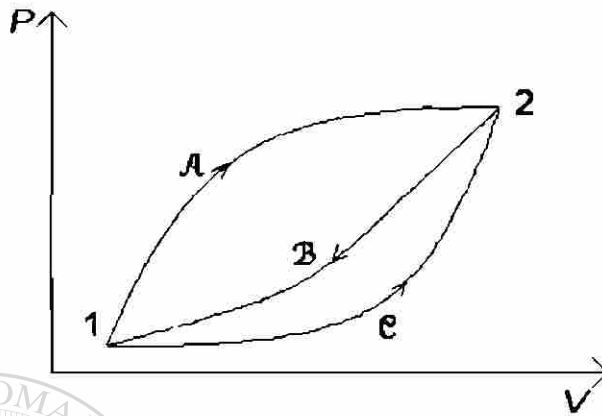


Figura 2.1. Procesos termodinámicos entre estados 1 y 2.

Substituyendo (2.3) en (2.2) y arreglando obtenemos:

$$\int (\delta Q - \delta W)_A - \int (\delta Q - \delta W)_C \quad (2.4)$$

donde se puede apreciar que la expresión $\delta Q - \delta W$ no depende del proceso tomado entre los estados 1 - 2, i.e. $\delta Q - \delta W$ solo depende de los estados inicial y final, por lo que es una función de estado.

2.2.1 Energía y entalpía

La ecuación (2.4) describe una propiedad de la masa llamada *energía total de la masa* y se le asigna el símbolo E por lo que podemos escribir:

$$dE = \delta Q - \delta W \quad (2.5)$$

El significado físico de la propiedad E es la representación de toda la energía presente en el sistema en el estado actual. Esta energía puede presentarse de distintas maneras, es decir, potencial, cinética e interna entre otras. En el estudio de la termodinámica se acostumbra considerar a la energía de manera separada, de esta manera toma la forma:

$$E = U + KE + PE \quad (2.6)$$

$E =$ Energía interna + Energía cinética + Energía potencial. Contando con el concepto de energía

podemos llegar a otro muy utilizado en este trabajo:

$$H = U + PV$$

que es una propiedad extensiva a la cual se le da el nombre de *entalpía*. Por ejemplo, la transferencia de calor en un proceso a presión constante y en cuasi-equilibrio, es igual al cambio en su entalpía.

2.2.2 Calor específico a presión y volumen constantes

Definición: *El calor específico es el calor necesario para elevar una cantidad de masa en un grado de temperatura.*

Por ejemplo, en el sistema internacional el calor específico del agua es de $4186 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$

Descartando cambios en la energía cinética y potencial de un sistema y asumiendo características ideales del mismo tenemos la siguiente expresión:

$$\delta Q = dU + \delta W = dU + PdV$$

que puede ser evaluada para dos casos distintos:

(1) Volumen constante ($PdV = 0$),

$$C_v = \frac{1}{m} \left(\frac{\delta Q}{\delta T} \right)_v = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (2.7)$$

donde $u = U/m$.

(2) Presión constante, en este caso la transferencia de calor puede expresarse en términos de su entalpía

$$C_p = \frac{1}{m} \left(\frac{\delta Q}{\delta T} \right)_p = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (2.8)$$

donde $h = H/m$. Debido a que solo contienen propiedades termodinámicas, i.e. funciones de estado, se puede decir que el calor específico es una función de estado a su vez.

2.3 Ley de gases ideales

En este trabajo se modelan los gases del motor de manera ideal, por lo tanto se utiliza al gas ideal

como sustancia de trabajo: el gas ideal tiene la ecuación de estado

$$Pv = RT$$

donde $v = V/m$ y R es la constante universal de los gases.

2.3.1 Relación entre energía interna y temperatura

La relación entre energía interna y temperatura puede establecerse a su vez a partir de la ecuación (2.7),

$$du = C_{v0}dT \quad (2.9)$$

donde el subíndice cero denota que es calor específico de un gas ideal.

2.3.2 Relación entre entalpía y temperatura

La relación entre entalpía y temperatura se desarrolla a partir de la ecuación (2.8)

$$dh = C_{p0}dT \quad (2.10)$$

lo cual muestra que son cantidades que están en función de la temperatura.

Existen ciertas circunstancias bajo las cuales podemos tomar al calor específico como una constante, i.e. independiente de la temperatura. Una relación muy importante entre calores específicos a presión y volumen constante de un gas ideal esta dada por la definición de entalpía.

$$h = u + Pv = u + RT$$

donde los términos en minúscula son cantidades extensivas específicas², diferenciando la expresión anterior y sustituyendo con las ecuaciones (2.9) y (2.10) obtenemos

$$dh = du + RdT$$

$$C_{p0}dT = C_{v0}dT + RdT$$

por lo tanto:

$$C_{p0} - C_{v0} = R$$

² Vease apéndice A.

Analizando para C_{p0} , de una temperatura arbitraria a cualquier otra temperatura y definiendo la función:

$$h_f = \int_{T_0}^T C_{p0} dT$$

entonces entre cualesquiera dos estados:

$$h_2 - h_1 = \int_{T_0}^{T_2} C_{p0} dT - \int_{T_0}^{T_1} C_{p0} dT = h_{f2} - h_{f1}$$

se puede ver que la temperatura de referencia se cancela, dando una expresión independiente de esta.

Básicamente, la termodinámica clásica trabaja con sistemas que están en equilibrio, por lo tanto, el tiempo no es un parámetro relevante para los sistemas termodinámicos, tomando esto en cuenta y la idea de volumen de control, se presenta la siguiente sección.

2.4 Primera ley de la termodinámica para un volumen de control.

Considérese los cambios que tienen lugar en la masa y volumen de control mostrados en la figura 2.2 durante el intervalo de tiempo δt , durante este tiempo la masa δm_i entra al sistema a través del área discreta \mathcal{A}_i y la masa δm_e lo deja a través del área \mathcal{A}_e . En este análisis se supone que los incrementos de masa δm_i , tienen propiedades uniformes, de la misma manera δm_e . El trabajo total hecho por la masa de control durante el proceso δW , es aquel asociado a las masas δm_i y δm_e , llamado trabajo de flujo y el resultante de otros fenómenos nombrado δW_{cv} (asociado al volumen de control). Una cantidad de calor δQ cruza la frontera durante δt .

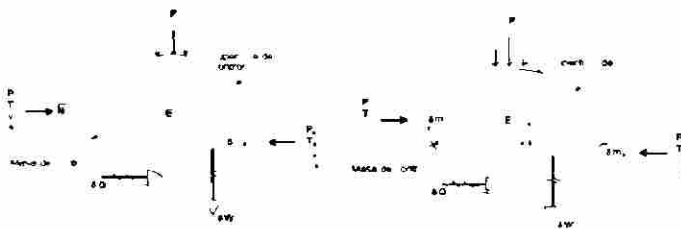


Figura 2.2. Volumen de control en el instante de tiempo t y en $t + \delta t$.

Considérese los términos a partir de la primera ley de la termodinámica (2.5) escritos para la masa de control y transformando de manera que se aplique al volumen de control, sea

E_t Energía en el volumen de control en el tiempo t .

$E_{t+\delta t}$ Energía en el volumen de control en el tiempo $t + \delta t$.

por lo tanto

$$E_1 = E_t + e_i \delta m_i$$

$$E_2 = E_{t+\delta t} + e_e \delta m_e$$

por lo tanto:

$$E_2 - E_1 = (E_{t+\delta t} - E_t) + (e_e \delta m_e - e_i \delta m_i) \quad (2.11)$$

donde: $(e_e \delta m_e - e_i \delta m_i)$ representa el flujo neto de energía que cruza la superficie de control.

Suponiendo que el trabajo hecho en la masa δm_i cuando entra en el volumen de control es $P_i v_i \delta m_i$, y el trabajo hecho por la masa δm_e conforme deja al volumen de control $P_e v_e \delta m_e$, a estos términos se les conoce como trabajo de flujo, entonces el trabajo total hecho por el sistema durante δt es:

$$\delta W = \delta W_{cv} + (P_e v_e \delta m_e - P_i v_i \delta m_i) \quad (2.12)$$

dividiendo las ecuaciones (2.11) y (2.12) por δt y sustituyendo en la primera ley también dividida entre δt i.e. la ecuación

$$\frac{\delta Q}{\delta t} = \frac{E_2 - E_1}{\delta t} + \frac{\delta W}{\delta t}$$

obtenemos

$$\frac{\delta Q}{\delta t} + \frac{\delta m_i (e_i + P_i v_i)}{\delta t} = \frac{E_{t+\delta t} - E_t}{\delta t} + \frac{\delta m_e (e_e + P_e v_e)}{\delta t} + \frac{\delta W_{cv}}{\delta t}$$

donde los términos que expresan flujo de energía pueden reescribirse como

$$e + Pv = u + Pv + \frac{\mathbf{V}^2}{2} = h + \frac{\mathbf{V}^2}{2} + gZ \quad (2.13)$$

la última expresión utilizando el concepto de entalpía, reescribiendo todo conforme a lo anterior

$$\frac{\delta Q}{\delta t} + \frac{\delta m_i (h_i + \frac{\mathbf{V}_i^2}{2} + gZ_i)}{\delta t} = \frac{E_{t+\delta t} - E_t}{\delta t} + \frac{\delta m_e (h_e + \frac{\mathbf{V}_e^2}{2} + gZ_e)}{\delta t} + \frac{\delta W_{cv}}{\delta t}$$

haciendo que $\delta t \rightarrow 0$ resulta:

$$\dot{Q}_{c.v.} + \sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{V_i^2}{2} + gZ_i \right) - \frac{dE_{c.v.}}{dt} + \sum \dot{m}_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gZ_e \right) + \dot{W}_{c.v.}$$

que es la expresión de la primera ley de la termodinámica para un volumen de control, donde:

$\dot{Q}_{c.v.}$ = Razón de flujo de calor del volumen de control.

V_i, V_e = Velocidad de la masa entrante y saliente.

$\dot{W}_{c.v.}$ = Razón de flujo de trabajo en el volumen de control.

\dot{m}_i, \dot{m}_e = Razón de flujo de masa entrante y saliente al volumen de control.

h_i, h_e = Entalpías de la masa entrante y saliente al volumen de control.

Z_i, Z_e = Elevación de la masa entrante y saliente al sistema.

g = Constante de gravedad.

$\frac{dE_{c.v.}}{dt}$ = Cambio neto de energía en el volumen de control.

2.4.1 Procesos de flujo y estado constantes

Estos modelos se utilizan en el periodo de aplicación de los sistemas, no durante los transitorios de puesta en marcha y apagado, lo que se asume para este tipo de modelos es:

- 1) El volumen de control no se mueve en relación al eje de coordenadas.
- 2) El estado de la masa en cada punto en el volumen de control no varía con el tiempo.
- 3) Conforme la masa que fluye a través de la superficie de control, el flujo y estado de esta masa

en cada área discreta de flujo en la superficie de control, no varía en el tiempo. Las razones con las que el calor y el trabajo cruzan la superficie de control, permanecen constantes.

Lo asumido en el primer punto, significa que las velocidades medidas, relativas al eje de coordenadas lo son de la superficie de control, por lo tanto no hay trabajo asociado con la aceleración del volumen de control.

El segundo punto requiere que:

$$\frac{dm_{c.v.}}{dt} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{dE_{c.v.}}{dt} = 0$$

por lo que la ecuación de continuidad

$$\sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_e$$

y la primera ley

$$\dot{Q}_{c.v} + \Sigma \dot{m}_i (h_i + \frac{V_i^2}{2} + gZ_i) = \Sigma \dot{m}_e (h_e + \frac{V_e^2}{2} + gZ_e) + \dot{W}_{c.v}$$

Lo asumido en el tercer punto significa que lo anterior es independiente del tiempo.

2.5 Segunda ley de la termodinámica

La primera ley indica que durante cualquier ciclo, la integral cíclica del calor es igual a la integral cíclica del trabajo, sin embargo no propone ninguna restricción en la dirección del flujo del calor o del trabajo. En forma burda, la segunda ley reconoce que los procesos siguen cierta dirección pero no la opuesta. Por ejemplo, suponga dos sistemas, uno a alta temperatura y otro a baja, es bien sabido que puede ocurrir un proceso en el cual, el calor del objeto a alta temperatura sea transferido al de baja temperatura, sin embargo no se puede tomar calor del objeto a baja temperatura y cederlo al de alta temperatura tan solo por transferencia (sin aplicarle trabajo al sistema).

2.5.1 Máquinas de calor

Una máquina simple de calor es la mostrada en la figura 2.3.

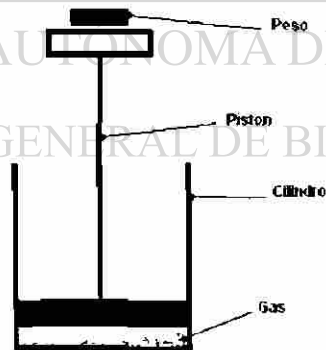


Figura 2.3. Máquina de calor básica.

Consiste de un pistón ajustado a un cilindro lleno de gas. Si se aplica calor al sistema, el gas se expande y eleva al pistón con el peso asociado a este, una vez alcanzado el volumen máximo se quita el peso y se retira la fuente de calor, ahora el calor del sistema se mueve del gas en el pistón

hacia el medio circundante que se considera a una temperatura menor, perdiendo el sistema calor y disminuyendo el gas su volumen, reiniciando de esta manera el ciclo.

Por la primera ley se deduce que se produjo trabajo positivo y hubo una transferencia de calor positiva. Una máquina de calor puede definirse como un dispositivo que opera en un ciclo termodinámico y hace cierta cantidad de trabajo positivo en la transferencia de calor entre los cuerpos de diferente temperatura.

Hay dos formas de plantear la segunda ley de la termodinámica:

Proposición 2.1 – Planteamiento de Kelvin - Plank: *Es imposible construir un sistema que opere en un ciclo y no produzca efecto diferente al de levantar un peso y el intercambio de calor con un solo receptáculo térmico.*

Por lo tanto el trabajo puede hacerse por la transferencia de calor, solo si hay dos niveles de temperatura y el calor se transfiere del cuerpo de alta temperatura hacia la máquina de calor y de la máquina de calor al cuerpo de baja temperatura, por lo tanto, no es posible construir una máquina de calor con una eficiencia del 100 %.

Proposición 2.2 Planteamiento de Clsius: *Es imposible construir un dispositivo que opere en un ciclo y que no produzca efecto alguno mas que la transferencia de calor de un cuerpo frío a uno caliente.*

Si es imposible tener una máquina de calor con una eficiencia de 100 %, entonces, ¿Cual es la máxima eficiencia que se puede alcanzar?

2.5.2 El ciclo de Carnot

El ciclo de Carnot, sin importar cual sea la substancia de trabajo, siempre consta de los mismos

cuatro procesos básicos mostrados en la figura 2.4

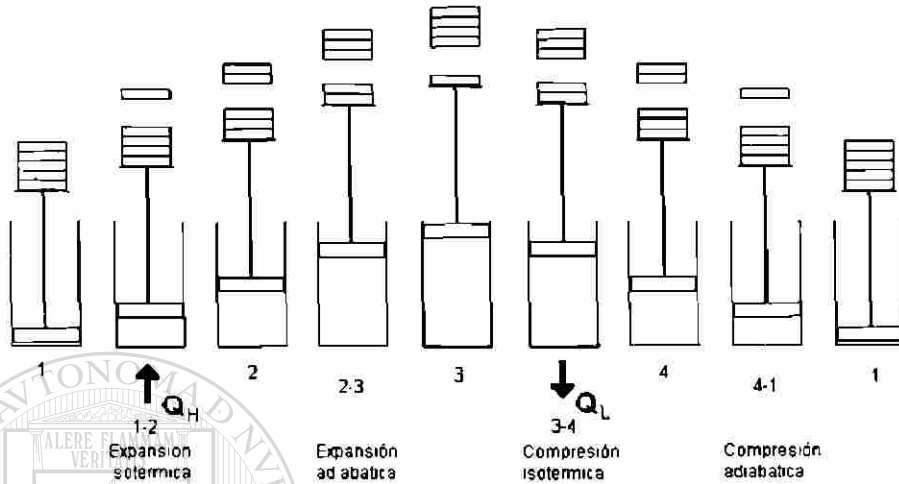


Figura 2.4. Ilustración de un ciclo de Carnot.

los cuales son:

- (1) Un proceso isotérmico reversible en el que el calor es transferido desde o hacia la fuente de baja temperatura
- (2) Un proceso adiabático reversible en el que el calor es transferido hacia o desde la fuente de baja temperatura.
- (3) Un proceso isotérmico reversible en el que el calor es transferido hacia o desde la fuente de baja temperatura.
- (4) Un proceso adiabático reversible en el cual la temperatura del fluido de trabajo incrementa de la baja temperatura a la alta.

Del ciclo de Carnot se desprenden dos proposiciones muy importantes.

- Es imposible crear una máquina que opere entre dos fuentes de calor, y que esta sea más eficiente que una máquina *reversible* que opere entre las mismas fuentes de calor.
- Todas las máquinas que operan en el ciclo de Carnot entre dos fuentes de calor constantes, tienen la misma eficiencia.

2.5.3 Entropía

Desigualdad de Clausius:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0 \quad (2.14)$$

La desigualdad de Clausius es un corolario de la segunda ley de la termodinámica

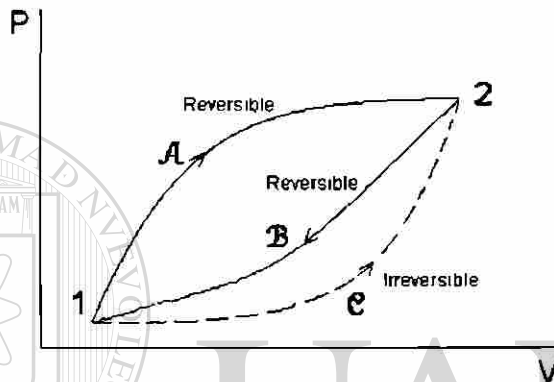


Figura 2.5. Ciclos reversibles e irreversibles.

Suponga que un sistema (o masa de control) sufre un proceso reversible del estado 1 al estado 2 a través de la trayectoria A como se muestra en la figura 2.5, y suponga que el ciclo sea completado a lo largo de la trayectoria B la cual también es reversible.

Debido a que es un proceso reversible se escribe:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_A + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_B \quad (2.15)$$

Si se considera otro proceso con trayectoria C y luego B:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_C + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_B \quad (2.16)$$

haciendo operaciones entre (2.15) y (2.16) se determina que:

$$\int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_A = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_C$$

debido a que $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ es igual en ambos casos se concluye que esta cantidad es independiente de la trayectoria y es función de los estados finales únicamente, por lo tanto es una propiedad del sistema.

Esta cantidad es llamada *entropía* y se designa con la letra S

$$dS \equiv \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev}$$

el subíndice *rev* significa que es tomada en un ciclo reversible.

El cambio neto de entropía es la suma de un número de términos positivos, debidos a causas específicas de generación de entropía irreversible, tales que:

$$dS_{net} = dS_{c.m.} + dS_{surr} - \sum \delta S_{gen} \geq 0 \quad (2.17)$$

donde

dS_{net} representa el cambio de entropía neto.

$dS_{c.m.}$ representa el cambio de entropía en la masa de control.

dS_{surr} representa el cambio de entropía en el medio circundante.

δS_{gen} representa los cambios de entropía parciales de todos los componentes del sistema.

En el caso anterior la igualdad se cumple para procesos reversibles y la desigualdad para los irreversibles. La ecuación (2.17) es conocida como el principio de incremento de entropía.

Los únicos procesos que tienen lugar son aquellos en los que el cambio neto de entropía del sistema y sus alrededores ocurre. El proceso inverso i.e. regresar al sistema y sus alrededores al estado inicial, nunca tendrá lugar, por lo que esta ecuación señala el sentido en el cual un proceso puede ocurrir.

Capítulo 3

Funcionamiento y clasificación de motores

3.1 Introducción

Las máquinas térmicas han evolucionado lentamente desde la aeolipila de Hero de Alejandría la cual consistía de una esfera impulsada por vapor, a los motores a chorro, los motores más utilizados actualmente son los motores de combustión interna. El motor de combustión interna como lo conocemos se desarrolló durante el siglo pasado, y su evolución sigue aún en nuestros días.

El ingeniero alemán Nicolaus A. Otto (1832 - 1891), propuso un ciclo de motor con 4 carreras de pistón, una de entrada, una de compresión antes de ignición, una de expansión o de poder, donde el trabajo sería entregado a la flecha motora, y finalmente una de exhaustión o salida.

Alphonse Beau de Rochas (1815 - 1893) describió por primera vez los principios del ciclo de 4 tiempos, así como las condiciones bajo las cuales se obtiene la máxima eficiencia en un motor de combustión interna, estos son:

- El máximo volumen de cilindro posible, con el mínimo de área de frontera.
- La mayor velocidad de trabajo posible.
- La mayor tasa de expansión.
- La presión mas alta posible al inicio de la expansión.

Las primeras dos condiciones mantienen las pérdidas en la carga a un mínimo, la tercer condición establece que la mayor expansión de los gases de postcombustión, generará mayor trabajo en el proceso. La cuarta condición reconoce que las presiones más altas al inicio de la combustión crea la mayor expansión posible, y dan mayor presión a través del proceso, lo cual resulta en mayor trabajo transferido.

En 1892, el ingeniero alemán Rudolf Diesel (1852 - 1913) describió en su patente, un nuevo tipo de motor de combustión interna. Su concepto de iniciar la combustión al momento de inyectar combustible en aire calentado solo por la compresión, permitía doblar la eficiencia de este sobre otros motores. A partir de este invento, fueron posibles mayores razones de compresión sin

detonaciones previas o pateo.

3.2 Clasificación de los motores

Los motores de combustión interna se clasifican según los siguientes criterios:

- Por su aplicación: Automotriz, aviación ligera, marinos, generación de energía eléctrica, etc.
 - Por el diseño básico del motor: Motores reciprocantes, motores rotatorios.
 - Por los ciclos de trabajo: Dos y cuatro ciclos, que a su vez se dividen en normalmente aspirados, supercargados, turbocargados etc.
 - Por el diseño de sus válvulas y localización: Válvulas sobre y debajo del cabezal, válvulas rotatorias, etc.
 - Tipo de combustible: Gasolina, diesel, gas natural, etc.
 - Por el método de preparación de la mezcla: carburador, fuel injection (en puertos de entrada y dentro del cilindro).
 - Por el método de ignición: Por bujía, por compresión.
 - Por el diseño de la cámara de combustión: Cámara abierta, cámara dividida.
 - Por el método de control de carga: Control de relación Aire/Combustible a través de la mezcla, control de combustible solamente, combinación de estos métodos.
 - Por el método de enfriamiento: Por agua, por aire, sin enfriamiento (radiación y convección).
- El método de clasificación más utilizado es el de ignición, i.e. Por bujía (SI por sus siglas en inglés) o por compresión (CI por sus siglas en inglés).

3.3 Ciclos de operación del motor

Los motores reciprocantes se clasifican según el ciclo utilizado para generar energía mecánica, es decir, en dos y cuatro tiempos, en cada uno de estos ciclos la conversión se lleva a cabo dentro de cilindros y la energía es entregada a una flecha motora, en seguida se presenta una breve descripción del cilindro y términos comúnmente utilizados en su tratamiento. La figura 3.1 muestra un diagrama

básico de un cilindro y pistón, que es el sistema donde se lleva a cabo la conversión de energía:

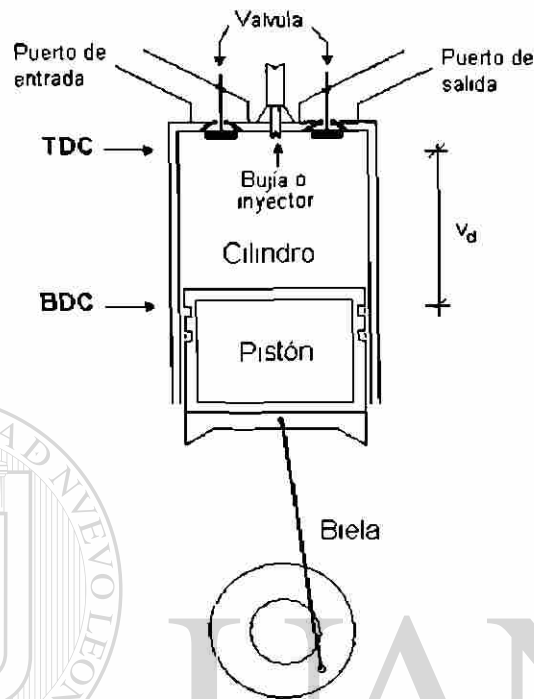


Figura 3.1. Diagrama básico de un pistón.

La rotación continua de la flecha produce un movimiento cíclico del pistón. El movimiento del pistón llega a puntos de "descanso" en las posiciones superior e inferior (*Top Dead Center* TDC, *Bottom Dead Center* BDC) cuando el volumen del cilindro es un mínimo y un máximo respectivamente. El volumen mínimo del cilindro es llamado "*clearance volumen*" o volumen de paso V_c , la diferencia entre el volumen máximo o total y el de paso, es llamado *volumen de desplazamiento* V_d . La razón entre el máximo volumen y el mínimo es llamada *razón de compresión*. Los valores típicos de esta relación son de ocho a doce para motores SI y de doce a veinticuatro para los CI [15].

3.3.1 Ciclo de cuatro tiempos

La mayoría de los motores recíprocos trabajan en lo que es llamado ciclo de cuatro tiempos. Cada cilindro requiere de cuatro carreras de su pistón i.e. dos revoluciones de la flecha, para completar

la secuencia de eventos que producen una carrera de potencia.

En seguida se enumeran las carreras que conforman un ciclo y los procesos involucrados en cada una de ellas y se muestra una explicación gráfica en la figura 3.2.

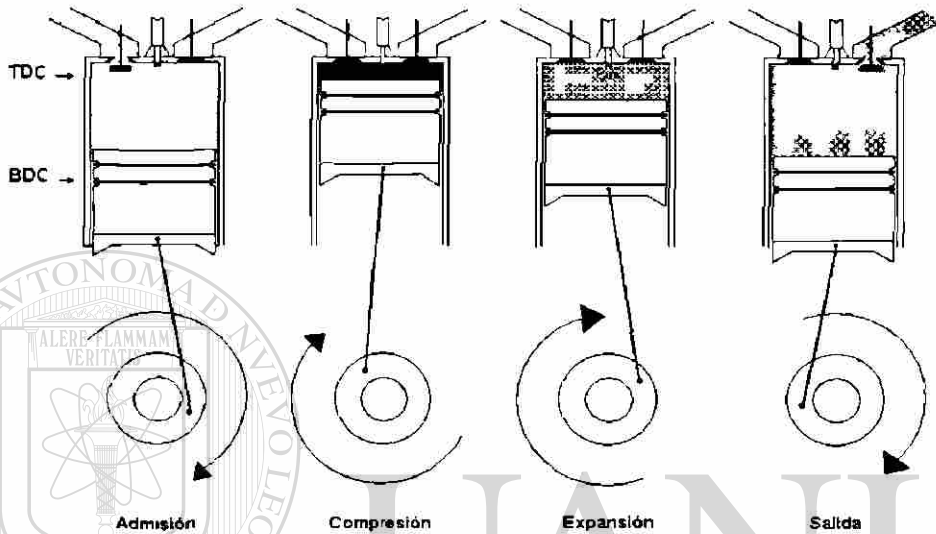


Figura 3.2. Ilustración de un ciclo de 4 tiempos.

(1) Carrera de entrada o admisión, inicia con el pistón en TC y finaliza con el pistón en BC, durante esta carrera se lleva mezcla fresca al cilindro, para incrementar la masa inducida, la válvula de admisión abre un poco antes de que la carrera inicie y cierra después de que termina.

(2) Carrera de compresión, ambas válvulas se cierran y la mezcla dentro del cilindro es comprimida a una pequeña fracción de su volumen inicial, al final de la carrera de compresión, la combustión se inicia y la presión del cilindro se incrementa rápidamente.

(3) Carrera de potencia o expansión, esta carrera inicia con el pistón en TC y finaliza en BC, conforme los gases a alta temperatura y presión empujan al pistón hacia abajo y forzan a la flecha de par a rotar, esta carrera provee cerca de cinco veces el trabajo realizado por el pistón para comprimir. Cuando el pistón se aproxima a BC, la válvula de escape se abre e inicia el proceso de exhaustión y la presión dentro del cilindro decremента a un valor aproximado al del múltiple de salida.

(4) Una carrera de exhaustión, limpieza o salida, donde los restos de gases quemados salen del

cilindro, primero debido a que la presión en el cilindro es sustancialmente mayor que la de salida; y después conforme el pistón se mueve hacia TC, barriendo el contenido de este, justo cuando el pistón se aproxima a TC, la válvula de admisión se abre, la válvula de exhaustión se cierra y el ciclo inicia nuevamente.

El ciclo otto (o de cuatro tiempos) requiere de dos revoluciones de la flecha por carrera de trabajo, se han desarrollado motores de tan solo dos carreras por ciclo, i.e. una revolución de la flecha por carrera de trabajo, a este ciclo se le llama de dos tiempos.

3.3.2 Ciclo de dos tiempos.

A continuación se describen los fenómenos que ocurren dentro del pistón durante un ciclo de dos tiempos.

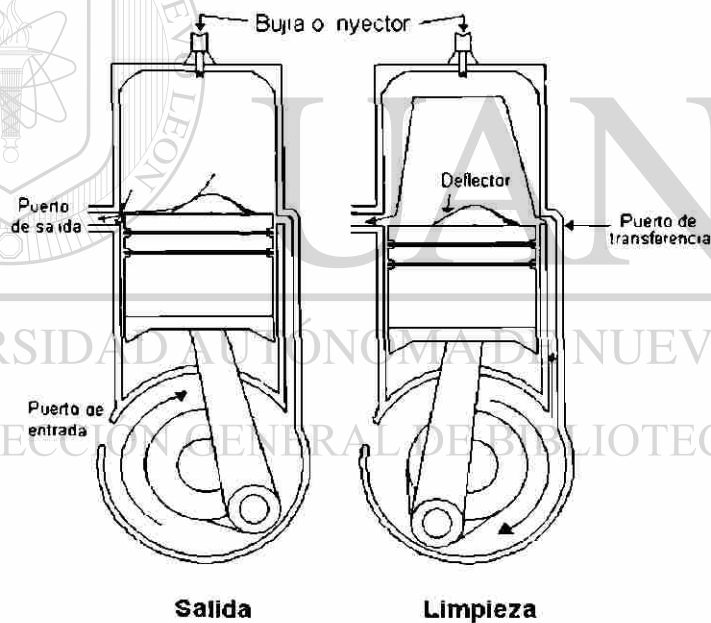


Figura 3.3. Ciclo de 2 tiempos.

(1) Una carrera de compresión, que inicia por cerrar los puertos de entrada y salida, mientras se comprime el contenido del cilindro e introduce una carga de mezcla fresca dentro de la caja del cranc, conforme el pistón llega a TC, la ignición se inicia.

(2) Una carrera de potencia o expansión, similar a la de un motor de cuatro tiempos hasta que el pistón se acerca a BC, cuando el puerto de exhaustión es abierto y seguidamente el de admisión, la mayor parte de los gases de combustión abandonan el cilindro en un proceso denominado de *avalancha* de salida, cuando el puerto de entrada es abierto, una carga fresca que ha sido comprimida en la caja de la flecha de torsión, fluye dentro del cilindro. Tanto el pistón como el puerto son formados de manera que previenen la pérdida de la carga fresca de fluir directamente al puerto de salida, desviando el flujo y evitando a su vez la mezcla de gases de exhaustión y entrada.

De esta manera, cada ciclo de motor es completado en una vuelta al crank, dando una carrera de poder por revolución.

3.4 Operación de un motor de ignición por compresión

En los motores a compresión, se induce solamente aire en los cilindros. el combustible es inyectado directamente dentro del cilindro, justo antes de que se requiera el inicio de la combustión, el control de carga se logra regulando la cantidad de combustible inyectada en cada ciclo, el flujo de aire a una velocidad dada del motor es constante. La razón de compresión de los motores diesel es mayor que el de los motores SI, esta en el rango de los doce a los veinticuatro dependiendo del tipo de motor diesel y si el motor es naturalmente aspirado, o turbo - cargado.

Se introduce aire a presión atmosférica durante la carrera de admisión y es comprimido a una presión cercana a los 4MPa y a una temperatura de 800 K, durante la carrera de compresión, cerca de 20° antes de TC, inicia la inyección de combustible a la cámara, el combustible líquido es atomizado en el aire, es entonces cuando el combustible se evapora y mezcla de manera proporcional con el aire, debido a que tanto la temperatura como la presión están por encima del punto de ignición del combustible, este se enciende de manera espontánea (autoignición) y la flama se propaga a través de todo el cilindro elevando su temperatura y presión, iniciando en el sistema la fase de expansión, durante este proceso, la combustión continúa llevándose a cabo, por lo cual estos motores son llamados también de combustión lenta.

Un motor de combustión interna, no es una máquina de calor en la definición de termodinámica, ya que no es un sistema cerrado, por lo tanto el fluido de trabajo no ejecuta un ciclo termodinámico.

Los cambios de *temperatura* que ocurren alrededor de los volúmenes máximo y mínimo, son un resultado primordial de intercambio de calor. Un motor puede analizarse mejor como un sistema abierto, el cual intercambia calor y trabajo con su medio circundante, (la atmósfera), los reactantes (combustible y aire) fluyen dentro del sistema; los productos (gases de exhaustión) fluyen del sistema. Por lo tanto, los ciclos discutidos no son termodinámicos, sin embargo cada uno es una secuencia consecutiva de procesos a través de los cuales podemos seguir el estado del fluido de trabajo conforme el motor ejecuta un ciclo operativo completo.

3.5 Componentes de una máquina de combustión interna

A continuación se hace un recuento de los principales componentes de una máquina de combustión interna.

El principal componente de una máquina de combustión interna, es el bloque del motor, ya que en este se encuentra embonada la mayor parte de sus componentes.

Los cilindros del motor están contenidos en el bloque principal, este elemento ha sido tradicionalmente hecho de acero vaciado debido a su buena resistencia al desgaste y bajo costo. Los conductos para el agua de enfriamiento están moldeados en el bloque. El aluminio es un material que en los últimos tiempos ha sustituido al acero, es utilizado en motores SI pequeños, para reducir el peso de la maquinaria, generalmente la flecha de par es integrada al bloque de cilindros. ®

Los pistones están hechos de aluminio en motores pequeños, o de acero vaciado en los motores mayores y de poca velocidad. El pistón tiene dos funciones, sellar y transmitir la presión generada en la combustión a la flecha, vía una biela de transmisión la cual esta hecha generalmente de aleaciones de forja.

El pistón es ajustado con anillos que son montados en *estrias* hechas en la cabeza del pistón, esto con el propósito de sellar contra escapes de gas y control del flujo del aceite. Los cilindros superiores son de compresión, y son forzados contra las paredes del cilindro. Los anillos inferiores retiran el exceso de aceite de las paredes del cilindro y lo regresan al depósito del aceite, que esta por lo general en la caja de la flecha.

La cabeza del cilindro sella finalmente los cilindros y esta hecha de acero vaciado o aluminio,

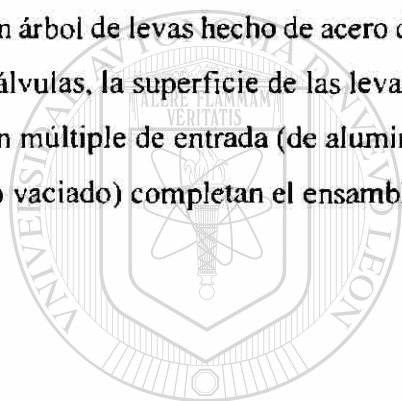
debe ser lo suficientemente fuerte y rígido para distribuir las fuerzas del gas que actúan sobre esta de una manera uniforme sobre el bloque del motor.

La cabeza del cilindro contiene a las bujías en el caso de los motores SI y un inyector de combustible para los CI, y en algunos motores el mecanismo de las válvulas.

Las válvulas son hechas de acero de aleación, el enfriado de la válvula de exhaustión que opera al rededor de los $700\text{ }^{\circ}\text{C}$ debe incrementarse utilizando una válvula hueca rellena parcialmente de sodio, que por medio de su evaporación y condensación transporta el calor de la válvula caliente al sistema de enfriamiento.

Un árbol de levas hecho de acero de forja con una leva por válvula es utilizado para abrir y cerrar las válvulas, la superficie de las levas es endurecida para obtener una vida útil prolongada.

Un múltiple de entrada (de aluminio o acero vaciado) y un múltiple de salida (generalmente de acero vaciado) completan el ensamble del motor.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Capítulo 4

Modelado del motor de inyección de combustible

4.1 Introducción

En este capítulo se hará un breve recuento de los diferentes tipos de modelos actualmente utilizados en la industria automotriz, además se presenta el desarrollo del modelo sobre el cual se trabajará en los capítulos subsecuentes, este modelo está basado en la ley de gases ideales y leyes básicas de la termodinámica, tratadas en el capítulo 2.

4.2 Consideraciones necesarias para el modelado

Muchas veces es requerido modelar una región del motor como un sistema termodinámico abierto. Algunos ejemplos son el volumen del cilindro y los múltiples de entrada y salida.

Tales modelos, son apropiados cuando el gas dentro de las fronteras del sistema se asumen uniformes en su composición y estado en cada instante en el tiempo, y aun cuando el estado y composición varían debido a la transferencia de calor, de trabajo o de flujo de masa a través de la frontera, así como un desplazamiento de esta.

Las ecuaciones importantes en este tipo de sistemas son las leyes de conservación de la masa y energía.

4.2.1 Conservación de la masa

La razón de intercambio total de masa de un sistema abierto es igual a la suma de flujos de masa hacia y desde el sistema:

$$\dot{m} = \sum_j \dot{m}_j$$

Los flujos de masa hacia el sistema se toman como cantidades positivas, los que salen de este como negativas.

4.2.2 Conservación de la energía

La primera ley de la termodinámica para un sistema abierto puede escribirse como

$$\dot{E} = \dot{Q}_w - \dot{W} + \sum_j \dot{m}_j h_j$$

\dot{Q}_w es la razón de intercambio total de calor del sistema a través de las fronteras del mismo, y es igual a la suma de las razones de la transferencia de calor a través de cada parte de la frontera, $\sum_i \dot{Q}_{w,i}$. \dot{W} es la tasa de transferencia de trabajo. El objetivo es definir la razón de cambio de estado del sistema abierto en términos de \dot{T} y \dot{P} . El comportamiento de los sistemas de admisión y exhaustión son importantes debido a que gobiernan el flujo de aire hacia los cilindros del motor.

Inducir la mayor cantidad de aire a máxima carga (carga plena) a cualquier velocidad y retener la masa en los cilindros es un objetivo primordial de diseño. Mientras mayor sea el flujo de aire, mayor será la cantidad de combustible que puede ser quemada y mayor la energía liberada. Los parámetros importantes son la eficiencia volumétrica, así como flujos iguales a cada cilindro del sistema.

Existen tres tipos de modelos desarrollados para calcular los detalles de los flujos de admisión y expulsión.

(1) Modelos Cuasi - estáticos, para flujos a través de restricciones cuyas válvulas y puertos proveen.

(2) Modelos de llenado - vaciado, para volúmenes pequeños o finitos de componentes críticos del múltiple.

(3) Modelos de la dinámica de gases que describen las variaciones espaciales en el flujo y presión a través de los múltiples.

4.2.3 Modelos Cuasi - estáticos

Aquí, los múltiples se consideran como una serie de componentes interconectados, cada uno constituye una restricción del flujo significativa, i.e. el filtro de aire, la garganta, los puertos y las válvulas de admisión. La restricción que cada uno de estos componentes representa es definida bajo condiciones de estado estable. La razón de flujo de gas a través de cada componente es calculada

utilizando ecuaciones de flujo unidimensionales, el flujo actual se asume cuasi - estático. Estos componentes están conectados por el flujo que pasa por ellos y los cambios de presión a través de ellos. La acumulación de masa entre componentes es despreciada.

Estos modelos son utilizados generalmente para calcular el flujo hacia y desde los cilindros a través de sus válvulas de admisión.

Si la variación de presión antes de la válvula es conocida o pequeña, como ocurre generalmente con las *precamaras* grandes, y múltiples cortos, tales métodos resultan lo suficientemente exactos para utilizarse. Esta forma de trabajo ha sido utilizada extensamente con simulaciones de ciclos de motor que predicen las características del desempeño del motor de un análisis basado en termodinámica, para calcular el flujo de masa desde y hacia el cilindro. Tales métodos no son útiles para calcular la variación de eficiencia volumétrica con la velocidad del motor.

4.2.4 Modelos de llenado - vaciado

En los modelos de *llenado - vaciado*, los múltiples (o secciones de estos) son representados por volúmenes finitos donde la masa del gas puede incrementar y disminuir con el tiempo.

Tales modelos varían desde tratar a todo el sistema de admisión expulsión como un solo volumen, hasta dividir estos sistemas en muchas secciones, con restricciones tales como el filtro de aire, la válvula de mariposa o válvula de admisión al inicio etc., cada volumen es entonces tratado como un volumen de control, el cual contiene gas en un estado uniforme. Para los flujos de entrada y salida, estas funciones que describen el proceso pueden ser simplificados, ya que el volumen es constante, y por lo tanto $\dot{V} = 0$, la composición del gas puede considerarse estática a menos que ocurran reflujos o sea utilizado gas de recirculación con propósitos de control de emisiones, además para los sistemas de entrada, las pérdidas a través de las paredes del motor pueden despreciarse.

Tales métodos caracterizan los contenidos del múltiple (o sus regiones) con una sola temperatura, presión y composición de sus gases. Además, bajo condiciones transitorias, cuando el motor cambia de carga o velocidad con respecto al tiempo, las condiciones del múltiple variarán hasta que nuevas condiciones de estado estacionario sean establecidas.

4.2.5 Modelos de dinámica de gases

Los modelos de dinámicas de gases han sido utilizados durante algunos años para estudiar procesos de intercambio de gases en los motores. Estos modelos utilizan la masa, el momento, y la conservación de la energía, para flujos no laminares compresibles en la admisión y expulsión. Generalmente utilizan análisis termodinámico de procesos dentro del cilindro, para unir los flujos de entrada y salida.

4.3 Modelo propuesto

El modelo desarrollado en este trabajo está basado en la figura 4.1, en el se consideran los múltiples de entrada y salida como dos reactores separados a través de los cuales fluyen gases a distintas temperaturas.

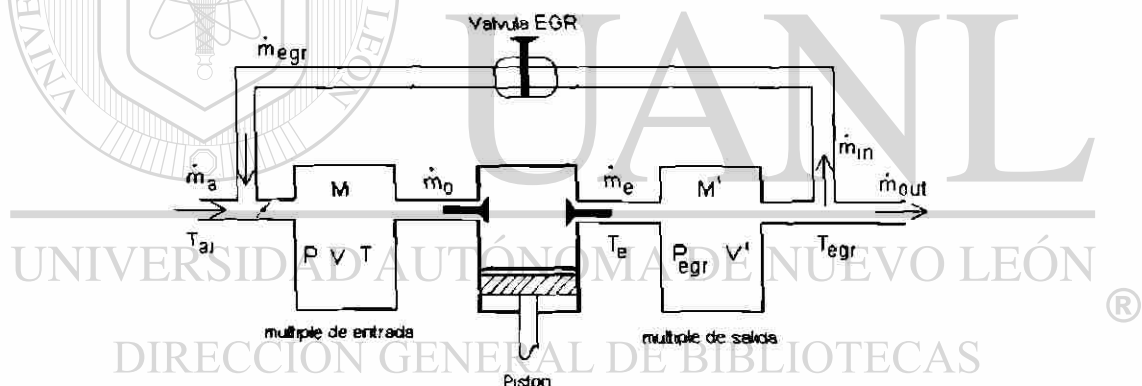


Figura 4.1. Diagrama del modelo.

Donde:

P, T, V : presión, temperatura y volumen del múltiple de entrada.

P_{egr}, T_{egr}, V' : presión, temperatura y volumen del múltiple de salida.

M, M' : masa de los gases en los múltiples de entrada y salida respectivamente.

\dot{m}_a : promedio de masa de aire ingresando al múltiple de entrada (promedio de flujo en la garganta).

\dot{m}_o : flujo de gas que deja al múltiple de entrada (engine flow rate)

\dot{m}_{egr} : flujo de gas de recirculación (EGR) que ingresa al múltiple de entrada.

\dot{m}_e : flujo de gases que entran al múltiple de salida.

\dot{m}_m : flujo de gases de escape que ingresan al conducto de recirculación, i.e. gas EGR.

\dot{m}_{out} : masa de gases que dejan al múltiple de salida.

$h_{ai}, h_o, h_{egr}, h_e, h_m, h_{out}, h', h$ son las entalpías asociadas a los respectivos flujos de gases.

4.3.1 Balance de masa y energía en el múltiple de entrada

Debido a que se desea saber la fenomenología en el múltiple de entrada, se hace un balance de masa y energía en el mismo, de esta manera se obtienen ecuaciones que describen el comportamiento de la temperatura y presión dentro de este.

Balance de energía:

$$\dot{m}_{ai}h_{ai} + \dot{m}_{egr}h_{egr} - \phi_p + \dot{m}_o h_o + \frac{d}{dt}(Mh) \quad (4.1)$$

donde ϕ_p representa las pérdidas de calor a través de las paredes del múltiple de entrada y $\frac{d}{dt}(Mh)$ representa el cambio de energía de la masa existente en el múltiple de entrada.

Balance de masa:

$$\dot{m}_{ai} + \dot{m}_{egr} = \dot{m}_o + \frac{dM}{dt} \quad (4.2)$$

Combinando (4.1) y (4.2) obtenemos:

$$\dot{m}_{ai}(h_{ai} - h) + \dot{m}_{egr}(h_{egr} - h) = \phi_p + \dot{m}_o(h_o - h) + M \frac{dh}{dt}$$

Asumimos lo siguiente:

i) Los gases son ideales: $dh = c_p(T)dT$

ii) La mezcla es perfecta y uniforme: $h_o = h, h_{out} - h_m = h'$.

iii) La mezcla tiene un calor específico global c_p y es independiente de la temperatura.

Lo asumido en (i) combinado con (iii) implica que $dh = c_p dT$ por lo tanto:

$$(h_{ai} - h) = \int_T^{T_{ai}} c_p dT = c_p(T_{ai} - T) \text{ y } (h_{egr} - h) = c_p(T_{egr} - T)$$

entonces,

$$\dot{m}_{ai}c_p(T_{ai} - T) + \dot{m}_{egr}c_p(T_{egr} - T) = \phi_p + M c_p \frac{dT}{dt}$$

donde eventualmente a partir de la definición de calor específico y tomando la temperatura inicial del material del múltiple como T_{ai} , entonces ϕ_p puede modelarse como $\phi_p = k(T - T_{ai})$ donde k es una constante que depende de la conductibilidad térmica de las paredes del múltiple.

4.3.2 Balance de masa y energía en el múltiple de salida

Balance de energía:

$$\dot{m}_e h_e = \dot{m}_{in} h_{in} + \dot{m}_{out} h_{out} + \phi'_p + \frac{d}{dt}(M' h') \quad (4.3)$$

donde ϕ'_p representa las pérdidas de calor en las paredes del múltiple de salida.

Balance de masa:

$$\dot{m}_e - \dot{m}_{in} + \dot{m}_{out} + \frac{dM'}{dt} \quad (4.4)$$

Combinando (4.3) y (4.4) obtenemos:

$$\dot{m}_e (h_e - h') = \dot{m}_{in} (h_{in} - h') + \dot{m}_{out} (h_{out} - h') + \phi'_p + M' \frac{dh'}{dt}$$

Utilizando nuevamente lo asumido en el múltiple de entrada obtenemos:

$$(h_e - h') = \int_{T_{egr}}^{T_e} c_p dT = c_p (T_e - T_{egr})$$

por lo tanto

$$\dot{m}_e c_p (T_e - T_{egr}) = \phi'_p + M' c_p \frac{dT_{egr}}{dt}$$

al igual que en la entrada, ϕ'_p puede modelarse como $\phi'_p = k'(T_{egr} - T_{ai})$ donde k' depende de la conductibilidad térmica del múltiple de salida.

4.3.3 Modelo para control y observación

Debido a lo asumido en (i), $PV = MrT$, con r la constante del gas, entonces obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \frac{Mr}{V} \frac{dT}{dt} + \frac{rT}{V} \frac{dM}{dt} \\ &= \frac{r}{V} \left(\dot{m}_{ai} (T_{ai} - T) + \dot{m}_{egr} (T_{egr} - T) - \frac{\phi_p}{c_p} \right) + \frac{rT}{V} (\dot{m}_{ai} + \dot{m}_{egr} - \dot{m}_o) \end{aligned} \quad (4.5)$$

De manera similar, $P_{egr}V' - M'rT_{egr}$ y:

$$\begin{aligned} \frac{dP_{egr}}{dt} &= \frac{M'r}{V'} \frac{dT_{egr}}{dt} + \frac{rT_{egr}}{V'} \frac{dM'}{dt} \\ &= \frac{r}{V'} \left(\dot{m}_e (T_e - T_{igr}) - \frac{\phi'_p}{c_p} \right) + \frac{rT_{egr}}{V'} (\dot{m}_e - \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

además:

$$\frac{dT_{igr}}{dt} = \frac{\dot{m}_e (T_e - T_{egr})}{M'} - \frac{\phi'_p}{M'c_p}$$

y

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\dot{m}_{ai}(T_{ai} - T)}{M} + \frac{\dot{m}_{egr}(T_{igr} - T)}{M} - \frac{\phi_p}{Mc_p}$$

por lo que en resumen, tenemos el siguiente grupo de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \frac{r}{V} \left(\dot{m}_{ai}T_{ai} + \dot{m}_{egr}T_{egr} - \dot{m}_oT - \frac{\phi_p}{c_p} \right) \\ \frac{dP_{egr}}{dt} = \frac{r}{V'} \left(\dot{m}_eT_e - T_{egr}\dot{m}_{in} - T_{egr}\dot{m}_{out} - \frac{\phi'_p}{c_p} \right) \\ \frac{dT_{egr}}{dt} = \frac{\dot{m}_e(T_e - T_{egr})}{M'} - \frac{\phi'_p}{M'c_p} \\ \frac{dT}{dt} = \frac{\dot{m}_{ai}(T_{ai} - T)}{M} + \frac{\dot{m}_{egr}(T_{egr} - T)}{M} - \frac{\phi_p}{Mc_p} \end{cases}$$

4.3.4 Modelo simplificado para control y observación

Para propósitos de control y observación, asumimos lo siguiente:

iv) La pérdida de calor a través de las paredes de los múltiples es despreciable, entonces $\phi_p - \phi'_p = 0$.

v) La temperatura del gas que deja el cilindro es la del gas de recirculación, $T_e = T_{egr}$. así:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \frac{r}{V} (\dot{m}_{ai}T_{ai} + \dot{m}_{egr}T_{egr} - \dot{m}_oT) \\ \frac{dT}{dt} = \frac{rT\dot{m}_{ai}(T_{ai} - T)}{PV} + \frac{rT\dot{m}_{egr}(T_{egr} - T)}{PV} \\ \frac{dP_{egr}}{dt} = \frac{rT_{egr}}{V'} (\dot{m}_e - \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}) \\ \frac{dT_{egr}}{dt} = 0. \end{cases} \quad (4.7)$$

4.4 Justificación

En los modelos obtenidos con anterioridad [2][3][18], la falta de dinámica de la temperatura de los múltiplos da como resultado una descripción pobre de los demás fenómenos que ocurren dentro de estos, es decir, la dinámica de la presión se ve disminuida, y por lo tanto se presenta información poco precisa. En consecuencia, los controles generados a partir de estos modelos, pueden ser mejorados si se incluye la dinámica de la temperatura.

Pequeñas variaciones en la temperatura crean cambios notorios en el comportamiento de la dinámica de presión. Por ejemplo, un cambio en la temperatura del múltiple de entrada, da como resultado un cambio en la presión del mismo, en la gráfica 4.2 de presión contra tiempo, se muestran las diferentes curvas resultantes de variaciones en la temperatura en el múltiple de entrada. Esta simulación (4.2), así como la siguiente (4.3), se obtuvo agregando la dinámica de temperatura al modelo presentado en los demos de Simulink "Engine Timing Model", el cual está basado en [8]

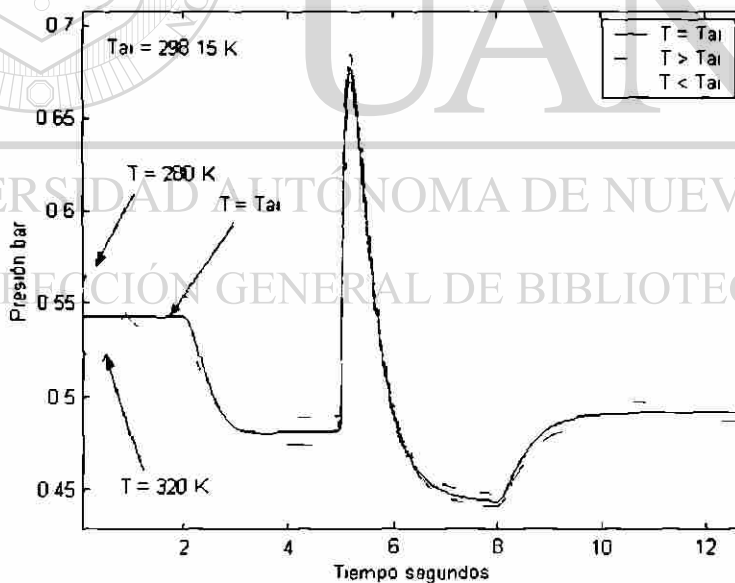


Figura 4.2. Variación de presiones debido a temperaturas distintas en el múltiple de entrada.

Estos cambios en la presión de los múltiplos afectan de manera importante el desempeño del

motor, por ejemplo la velocidad y el torque del motor se pueden modificar con un cambio en la presión del múltiple, y debido a que este es afectado por la temperatura, un cambio en la temperatura modifica el desempeño de todo el sistema. Esto es mostrado en la gráfica 4.3, en la cual se reflejan tres comportamientos de la velocidad angular del motor debidos a temperaturas diferentes en el múltiple de entrada.

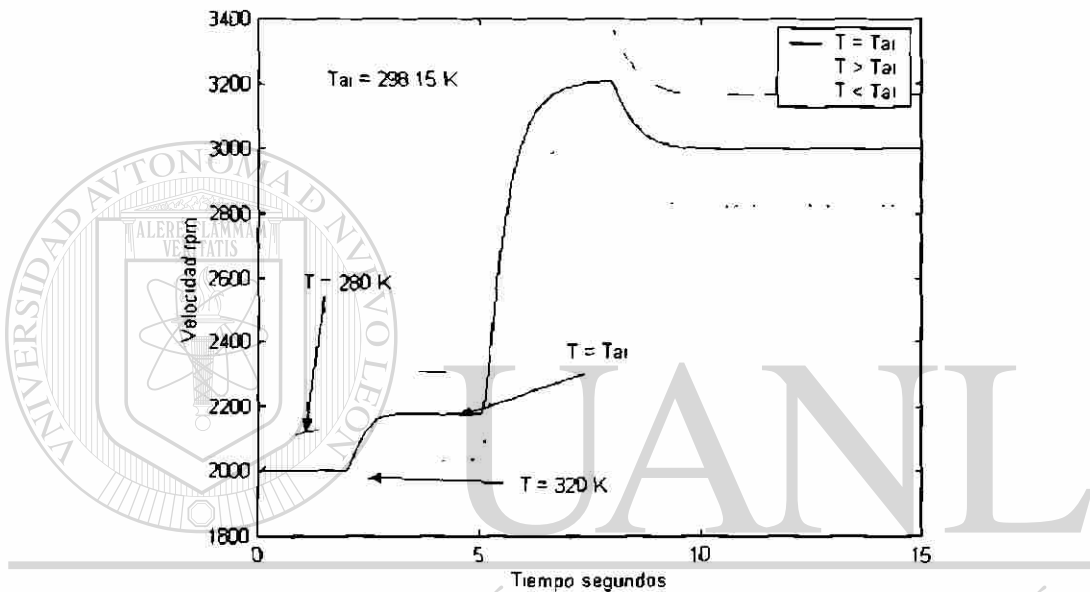
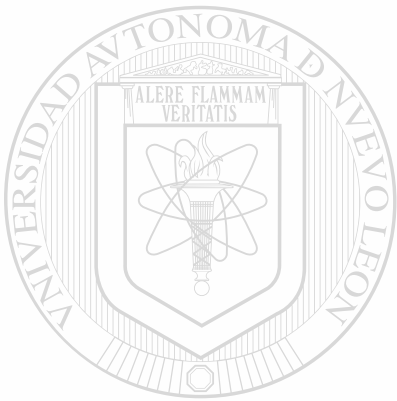


Figura 4.3. Variación de velocidad debido a temperaturas distintas en el múltiple de entrada.

4.5 Conclusiones

El modelado de motores de combustión interna se ve enriquecido al momento de agregar la dinámica de temperatura en los múltiplos, de esta manera logramos una mayor cantidad de información del sistema que puede ser utilizada con propósitos de observación o control del dispositivo. Es notorio que una pequeña variación de temperatura crea cambios importantes en el funcionamiento del motor, esto se puede notar al momento de encender un automóvil en un día frío, el tiempo de establecimiento de una buena combustión es el necesario para tener una temperatura de operación en la cámara del motor.

Sin embargo debe hacerse notar que para la obtención de las lecturas de temperatura es necesario un sensor que puede ser muy costoso y muchas veces la vida útil de estos elementos es limitada, esto representa además rediseño del motor y otras variables, lo cual puede resultar caro para las armadoras. Aun así, la relación costo beneficio debido a las posibilidades que esto acarrearía son fascinantes en lo relativo al control del desempeño de las variables del motor.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Capítulo 5

Identificación de la función de bombeo \dot{m}_o

5.1 Introducción

Generalmente, cuando se desea saber el valor de alguna variable en un sistema dinámico, es necesario que ésta sea medible físicamente, es decir, que existan sensores capaces de detectar y medir su valor. Sin embargo en la naturaleza existen muchas variables que no poseen esta propiedad o el sensor existente y rediseño de la planta representan un alto costo, aunado a esto el dispositivo puede introducir ruido no deseado al proceso.

La teoría de observadores ofrece la posibilidad de que, a partir de algunas variables medibles, se puedan obtener valores aproximados de parámetros involucrados en el sistema sin la necesidad de sensores extras, esto reduce de manera importante el costo de implementación de sistemas de control y monitoreo, además de una mayor cantidad de información que puede utilizarse para los mismos propósitos.

5.1.1 Observadores lineales

Una aplicación importante de la noción de retroalimentación en teoría de sistemas lineales ocurre en la teoría de observadores. En términos burdos, la observación de estado involucra la utilización de valores presentes y pasados de las señales de entrada y salida de la planta, para generar un estimado del estado actual. No todos los sistemas poseen la característica de observabilidad, (véase apéndice C), pero cuando la tienen puede construirse un observador para la planta en cuestión.

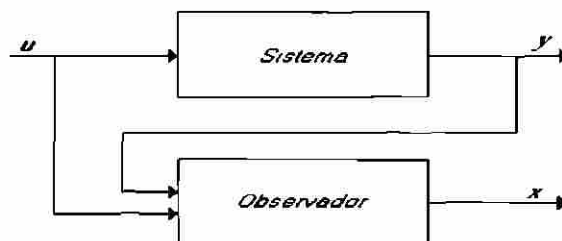


Figura 5.1. Diagrama básico de un observador.

La figura 5.1 muestra la configuración clásica de un sistema con observador, se puede apreciar como las entradas que utiliza el observador son la entrada y salida del sistema original.

Obviamente, mientras mayor sea el tiempo t , existe más información y se espera un mejor estimado. Dada una ecuación de estado lineal

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), & x(t_0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (5.1)$$

Con estado inicial x_0 desconocido, el objetivo es generar un vector función $n \times 1$ $\hat{x}(t)$ tal que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - \hat{x}(t)\| = 0 \quad (5.2)$$

El tratamiento estandar de observadores, es generar un estimado asintótico utilizando otra ecuación de estado lineal que acepte como entradas, la entrada y salida de la planta, i.e. $u(t)$ y $y(t)$.

$$\dot{\hat{x}}(t) = F\hat{x}(t) + Gu(t) + Hy(t), \quad x(t_0) = \hat{x}_0 \quad (5.3)$$

con la propiedad de que (5.2) se mantenga para cualquiera estados iniciales x_0 y \hat{x}_0 , un requerimiento natural a imponer es que si $x_0 = \hat{x}_0$, entonces $x(t) = \hat{x}(t) \quad \forall t \geq t_0$, esto es logrado si los coeficientes de (5.3) se escogen como:

$$F = A - HC$$

$$G = B$$

entonces (5.3) puede escribirse como:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + H[y(t) - y(t)], & \hat{x}(t_0) &= \hat{x}_0 \\ y(t) &= C(t)x(t)\end{aligned}\quad (5.4)$$

de (5.1) y (5.4) el error de estimación:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

satisface la ecuación de estado:

$$\dot{e}(t) = [A - HC]e(t), \quad e(t_0) = x_0 - \hat{x}_0 \quad (5.5)$$

entonces (5.2) se satisface si H puede escogerse tal que (5.5) es uniforme y exponencialmente estable. Tal selección de H especifica completamente la ecuación de estado (5.4) que genera el estimado, y (5.4) es llamada entonces *observador de estado* de la planta [19].

5.1.2 Observadores no lineales

Los observadores no lineales han tenido un desarrollo fuerte a partir de la existencia de dispositivos que pueden realizar los cálculos de sus algoritmos de manera rápida, tales como las computadoras digitales. Originalmente se manejaban técnicas como inyección de salida o de estado como los presentados en [17] y modos deslizantes [9], posteriormente se utilizaron técnicas de alta ganancia como en los desarrollados por Gauthier [12] el observador utilizado en este trabajo es una mejora al observador de alta ganancia mostrado por Gauthier *et. al.*, y es similar a los presentados por K. K. Busawon *et. al* en [4] y [5] los cuales no amplifican el ruido del sistema de manera significativa como sucede en el observador de alta ganancia clásico.

Hablando a grosso modo, un sistema es localmente observable si cada estado x_0 puede distinguirse de sus vecinos utilizando trayectorias del sistema que sean cercanas a x_0 . En general los sistemas no-lineales, tienen entradas singulares que los hacen no observables, por lo tanto, cuando los sistemas tienen entradas iguales a estas "malas" entradas, la observación se hace imposible, y cuando las entradas están cerca de las mismas, la observación se vuelve difícil [11][12]. Es por esta razón que no existe un método general de diseño de observadores no lineales. En este trabajo vamos a utilizar el observador dado en [6] por las siguientes razones:

i) La ganancia es "constante", es decir la ganancia del observador no necesita la solución de una ecuación diferencial.

ii) El diseño no requiere de transformaciones de coordenadas, i.e. se realiza directamente sobre la estructura del sistema.

Posteriormente se presentará el diseño del observador citado, antes se explicará como se va a utilizar un observador en el procedimiento de identificación

5.2 Identificación utilizando un observador

Aparte de su uso principal para estimar el estado de un sistema, el observador puede también utilizarse para la identificación de los parámetros en algunos casos particulares.

La idea principal es considerar los parámetros como una variable de estado del sistema y aumentar la dimensión del mismo a través de este nuevo estado. Por supuesto se debe especificar la dinámica de los parámetros que se desean estimar. De esta forma si los parámetros son constantes o se comportan de manera lenta entonces la derivada de estos parámetros puede tomarse como cero.

Considerese el siguiente ejemplo sencillo.

$$\dot{r} = r + a$$

donde a es el parámetro desconocido.

Si a es constante o tiene una variación lenta, entonces se puede decir que

$$\dot{a} = 0$$

Ahora sea $x = x_1$ y $a = x_2$; entonces se obtiene el sistema

$$\dot{x}_1 = x_1 + x_2 \tag{5.6}$$

$$\dot{x}_2 = 0$$

Si x_1 es medible entonces el sistema (5.6) es observable. Entonces es posible construir un observador del sistema (5.6) para estimar x_2 i.e. el parámetro a .

En este trabajo usaremos esta técnica para estimar algunos parámetros del modelo del motor.

5.3 Observador utilizado en este trabajo

En esta sección vamos a recordar el diseño del observador dado en [6] posteriormente se utilizará para estimar algunos parámetros del motor.

Considere al sistema de una salida de la forma

$$\dot{z}(t) = F(s(t), y(t))z(t) + G(u(t), s(t), z(t)) \tag{5.7}$$

$$y(t) = Cz(t) \tag{5.8}$$

donde $z \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, y $y \in \mathbb{R}$, s es una señal conocida.

$$F(s, y) = \begin{bmatrix} 0 & f_1(s, y) & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & f_{n-1}(s, y) \\ 0 & \cdots & & 0 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$G(u, z) = \begin{bmatrix} g_1(u, s, z_1) \\ g_1(u, s, z_1, z_2) \\ \vdots \\ g_n(u, s, z) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$C = (1, 0, \dots, 0)$$

Se asume lo siguiente:

A1) Existe una clase U de controles acotados admisibles, un conjunto compacto $\mathbb{K} \subset \mathbb{R}^n$ y dos constantes positivas α, β , tales que para cada $u \in U$ y cada salida $y(t)$ asociada a u y a un estado inicial $z(0) \in \mathbb{K}$ tenemos $0 < \alpha \leq |f_i(s, y)| \leq \beta, i = 1, \dots, n-1$.

A2) $s(t)$ y su derivada con respecto al tiempo $\frac{ds(t)}{dt}$ son acotadas.

A3) Las funciones $f_i, i = 1, \dots, n-1$ son de clase $C^r, r \geq 1$, con respecto a sus argumentos.

A4) Las funciones $g_i, i = 1, \dots, n$ son globalmente Lipschitz, con respecto a z uniformemente en u y s .

Ahora considérese la matriz S_θ , que es la única solución a la ecuación algebraica de Lyapunov.

$$\theta S_\theta + A^T S_\theta + S_\theta A - C^T C = 0 \quad (5.11)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & 1 \\ 0 & \cdots & & 0 \end{bmatrix}, C = (1, 0, \dots, 0)$$

y θ es un parámetro.

La solución explícita de (5.11) esta dada por

$$S_\theta(i, j) = \frac{(1)^{i+j} C_{i+j}^{j-1}}{\theta^{i+j-1}}, 1 < i, j < n$$

donde $C_n^p = \binom{n}{p}$, S_θ es simétrica positiva para todo $\theta > 0$.

Sea

$$\Lambda(s, y) = \begin{bmatrix} C \\ CF(s, y) \\ \vdots \\ CF^{n-1}(s, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ f_1(s, y) & & \\ \vdots & f_1(s, y)f_2(s, y) & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & f_1(s, y)\dots f_{n-1}(s, y) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Teorema 5.1 *Asuma que el sistema (5.7) satisface lo asumido en A1) a A4), entonces $\exists \theta_0 > 0$ tal que $\forall \theta > \theta_0, \forall u \in U, \forall z(0) \in \mathbb{K}, \forall z(0) \in \mathbb{R}^n$ el siguiente sistema*

$$\dot{z} = F(s, y)z + G(u, s, z) - \Lambda^{-1}(s, y)S_\theta^{-1}C^T(cz - y)$$

con S_θ que satisface (5.11) es un observador exponencial para el sistema (5.7), más aún, la dinámica del observador puede hacerse arbitrariamente rápida.

5.3.1 Aplicación para la estimación de la función de bombeo \dot{m}_o

Los siguientes son tres observadores del gas de salida del múltiple de entrada \dot{m}_o , cada uno esta basado en un modelo diferente de \dot{m}_o variando la cantidad de información del mismo. Esta variable es necesaria en algoritmos de control de velocidad de un motor de combustión interna, para lograr su construcción se hizo uso del modelo presentado en el capítulo anterior y el observador presentado.

γ es una función que se desea identificar en línea, a continuación se presentan 3 modelos de \dot{m}_o , en cada uno de ellos se agrega un factor de corrección basado en la expresión dada por [8], con

lo que se intenta mejorar la estimación del parámetro. En estos observadores se utiliza la técnica de identificación descrita arriba para estimar el valor de la función desconocida γ y así obtener la función de bombeo.

5.3.1.1 Caso 1, $\dot{m}_o = k_0$

Utilizando la ecuación de presión en el múltiple de entrada, y considerando $T_{egr} = \text{constante}$, $P_{tqr} = \text{constante}$, y $m_{tqr} = 0$, i.e. condiciones de velocidad promedio; se obtiene:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= \frac{r}{V}[\dot{m}_{at}T_{at} - k_0T] \\ \dot{k}_0 &= 0\end{aligned}$$

donde k_0 es la función a identificar relacionada a \dot{m}_o y se considera constante. haciendo uso del algoritmo de síntesis del observador se construyen la siguiente matriz y vectores:

$$\begin{aligned}F &= \begin{bmatrix} 0 & -T\frac{r}{V} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \frac{r}{V}\dot{m}_{at}T_{at} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Lambda &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -T\frac{r}{V} \end{bmatrix}, \Delta_\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta^2} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

y obtenemos

$$\Lambda^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -T^{-1}\frac{V}{r} \end{bmatrix}, \Delta_\theta^{-1} = \begin{bmatrix} \theta & 0 \\ 0 & \theta^2 \end{bmatrix}$$

considerando los polos en -1 se obtienen las constantes $k_1 = 2, k_2 = 1$.

Entonces el algoritmo de observación:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{\hat{k}}_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -T\frac{r}{V} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{P} \\ \hat{k}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{r}{V}\dot{m}_{at}T_{at} \\ 0 \end{bmatrix} - \\ &- \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -T^{-1}\frac{V}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta & 0 \\ 0 & \theta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{P} \\ \hat{k}_0 \end{pmatrix} - P \right]\end{aligned}$$

dando la siguiente expresión final para el observador:

$$\frac{d\hat{P}}{dt} = \frac{r}{V}[\dot{m}_{at}T_{at} - \hat{k}_0T] - 2\theta(\hat{P} - P)$$

$$\hat{k}_0 = T^{-1} \frac{V}{r} \theta^2 (\hat{P} - P)$$

5.3.1.2 Caso 2, $\dot{m}_o = \gamma PN$

En este caso se asume lo mismo respecto al múltiple de entrada, como en el primer caso, i.e. las condiciones de operación del motor están en estado estable, ahora consideremos $\dot{m}_o = \gamma PN$ como la expresión del gas que abandona al múltiple de entrada, donde γ es una función desconocida que queremos identificar, y se comporta como una constante, i.e. $\dot{\gamma} \approx 0$. Así que tenemos la siguiente expresión para el múltiple de entrada:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{r}{V} (\dot{m}_{a1} T_{a1} - \gamma P N T)$$

$$\dot{\gamma} = 0$$

con el propósito de aplicar el algoritmo de diseño del observador, se construyen las siguientes matrices:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -TPN \frac{r}{V} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \frac{r}{V} \dot{m}_{a1} T_{a1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -TPN \frac{r}{V} \end{bmatrix}, \Delta_\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta^2} \end{bmatrix}$$

así obtenemos:

$$\Lambda^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -(TPN)^{-1} \frac{V}{r} \end{bmatrix}, \Delta_\theta^{-1} = \begin{bmatrix} \theta & 0 \\ 0 & \theta^2 \end{bmatrix}$$

Aplicando el algoritmo de construcción para el observador:

$$\begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{\hat{\gamma}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & TPN \frac{r}{V} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{P} \\ \hat{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{r}{V} \dot{m}_{a1} T_{a1} \\ 0 \end{bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -(TPN)^{-1} \frac{V}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta & 0 \\ 0 & \theta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{P} \\ \hat{k}_0 \end{pmatrix} - P \right]$$

resultando la siguiente expresión para el mismo:

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{P}}{dt} &= \frac{r}{V}[\dot{m}_{ai}T_{ai} - \hat{\gamma}TPN] - 2\theta(\hat{P} - P) \\ \dot{k}_0 &= (TPN)^{-1}\frac{V}{r}\theta^2(\hat{P} - P)\end{aligned}$$

5.3.1.3 Caso 3, $\dot{m}_o = \gamma PN + k_0$

En este caso, se toman las mismas consideraciones que prevalecen en los casos previos. ahora el gas que abandona al múltiple de salida tiene la expresión $m_o = \gamma PN + k_0$, donde al igual que antes γ es una función desconocida que se comporta como una constante ($\dot{\gamma} \approx 0$) y k_0 es un parámetro desconocido del motor, nuevamente, la función que se desea estimar es γ así que el múltiple de entrada se expresa como

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= \frac{r}{V}(\dot{m}_{ai}T_{ai} - \gamma PNT - k_0T) \\ \dot{\gamma} &= 0\end{aligned}$$

y las matrices utilizadas en la construcción del observador son:

$$\begin{aligned}F &= \begin{bmatrix} 0 & -TPN\frac{r}{V} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \frac{r}{V}(\dot{m}_{ai}T_{ai} - k_0T) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Lambda &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -TPN\frac{r}{V} \end{bmatrix}, \Delta_\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta^2} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

por lo tanto

$$\Lambda^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -(TPN)^{-1}\frac{V}{r} \end{bmatrix}, \Delta_\theta^{-1} = \begin{bmatrix} \theta & 0 \\ 0 & \theta^2 \end{bmatrix}$$

Aplicando el algoritmo de construcción del observador:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} P \\ \hat{\gamma} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -TPN\frac{r}{V} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{P} \\ \hat{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{r}{V}(\dot{m}_{ai}T_{ai} - k_0T) \\ 0 \end{bmatrix} - \\ &- \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -(TPN)^{-1}\frac{V}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta & 0 \\ 0 & \theta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{P} \\ \hat{k}_0 \end{pmatrix} - P \right]\end{aligned}$$

resultando la siguiente expresión para el observador:

$$\frac{d\hat{P}}{dt} = \frac{r}{V}[\dot{m}_{a1}T_{a1} \quad \hat{\gamma} TPN \quad Tk_0] - 2\theta(\hat{P} - P)$$

$$\dot{\hat{k}}_0 = (TPN)^{-1} \frac{V}{r} \theta^2 (\hat{P} - P)$$

5.4 Simulaciones

Las siguientes son gráficas obtenidas a partir de las simulaciones de los casos expuestos anteriormente, estas fueron realizadas en base a un demo de Simulink³ el cual simula a un motor. El modelo original no posee dinámica de temperatura, por lo que fué modificado para simular la temperatura en el múltiple de entrada.

En la gráfica 5.2 la trayectoria de la función de bombeo del primer caso, se puede observar un sobrepaso y una aproximación lenta a la variable a identificar, como se recordará, en el primer caso se supone que la función de bombeo es constante ($\dot{m}_o = k_0$), debido a esto, el sistema trabaja con poca información y el error de estimación es relativamente grande.

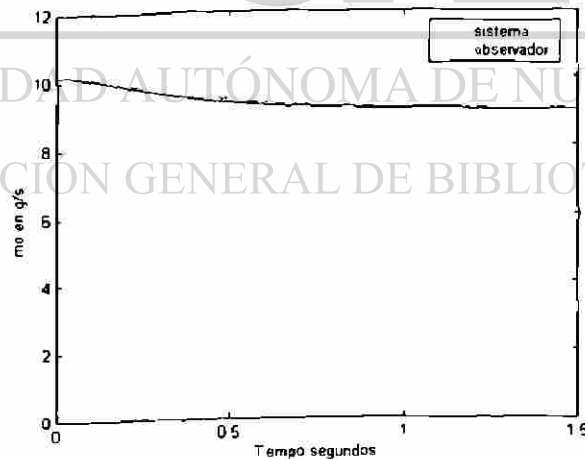


Figura 5.2. \dot{m}_o estimada caso 1

En el segundo caso (ver figura 5.3) se agrega un término a la función de bombeo tomado del

³ Matlab y Simulink son marcas registradas de *The MathWorks, Inc.*

modelo de [8], ahora la función de bombeo no es una constante ($\dot{m}_o = \gamma PN$) por lo que la trayectoria mejora, de manera que se aproxima de manera mas rápida al sistema original. Ahora la estructura de la función de bombeo es mas rica en información y el error disminuye.

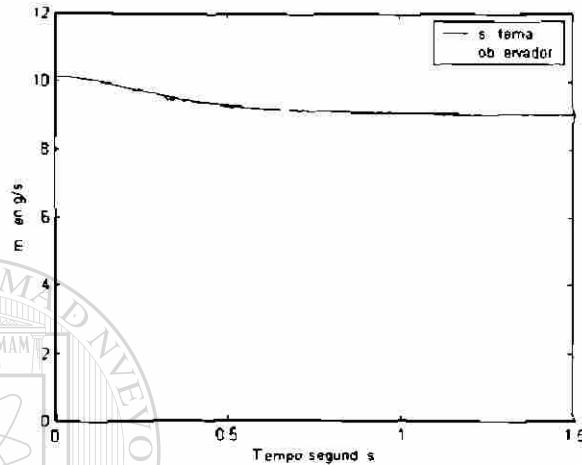


Figura 5.3. \dot{m}_o estimada caso 2.

Cuando se agrega mayor información a la estructura de la función de bombeo ($\dot{m}_o = \gamma PN + k_0$), se observa que la diferencia entre el caso 2 y el caso 3 es muy pequeña como se muestra en la gráfica 5.4. por lo que se puede suponer que el caso 2 es suficiente para propósitos de implementación.

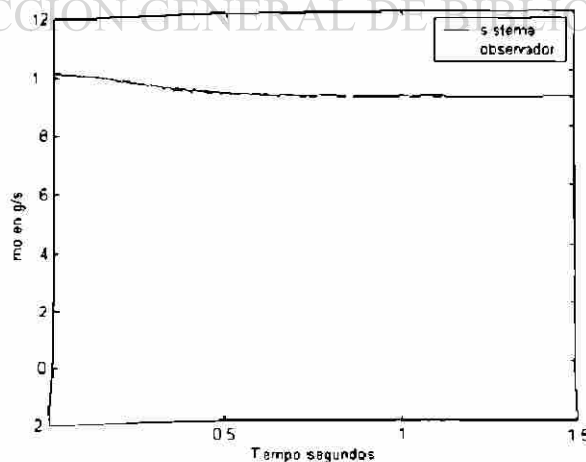


Figura 5.4. \dot{m}_o estimada caso 3.

La gráfica de la figura 5.5 muestra una comparación de la manera en que los observadores se aproximan al sistema original, se puede ver que la diferencia entre el caso 2 y 3 es mínima, y que el caso 1 tarda más tiempo en alcanzar a la función observada.

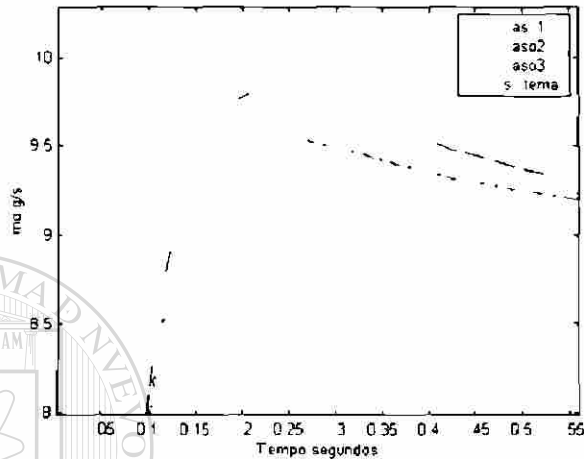
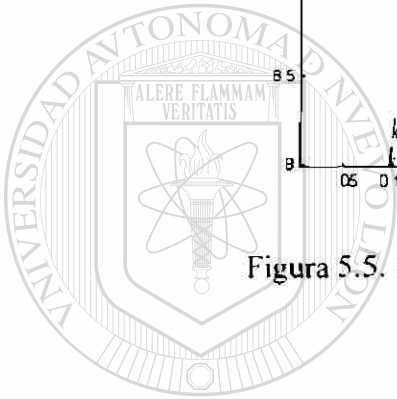


Figura 5.5. m_0 estimada comparación de casos.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Capítulo 6

Control

6.1 Introducción

En este capítulo se presenta el diseño de un control de gases de recirculación, utilizando para esto un demo de Simulink modificado, el cual está basado en el modelo de [8] y posee la dinámica de temperatura obtenida del modelo propuesto. El objetivo de control es regular la velocidad angular del motor de una manera suave, aplicando para esto el gas de recirculación. la velocidad final puede estar dado de acuerdo a un criterio de seguridad vial o especificaciones del motor. Con este control se modifica el par de torsión generado por el motor usando gas de recirculación, logrando de esta manera variar la velocidad de rotación del motor. a su vez, al inyectar el gas de recirculación se controla la cantidad de óxidos de nitrógeno liberados a la atmósfera, el rango de volumen de gas de recirculación el la mezcla fresca está entre un 10 y un 25% del total, con estas proporciones se logra reducir entre un 50 y 60% la cantidad de NO_x en el gas de escape.

6.2 Diseño del controlador

Tratando el problema de contaminación y regulación de velocidad de un motor, se introduce la figura 6.1, en la cual esta basado el criterio de actuación del control, la figura representa singularidades del terreno a las cuales es sometido un automotor.

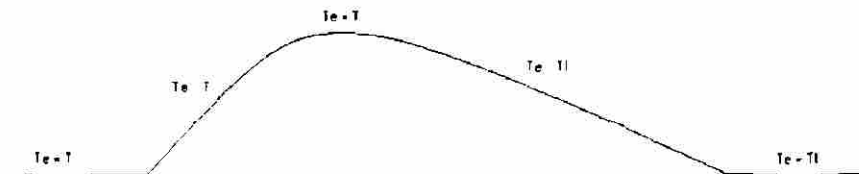


Figura 6.1. Régimen de trabajo de un automotor.

En la figura 6.1 se aprecian 3 distintos tipos de demanda típica de carga que se puede presentar en un automotor, estos son:

- Demanda de carga igual a la suplida por el motor, en este caso se puede alcanzar una velocidad estable o crucero continua, así $Torque_{eng} \approx Torque_L$, en este punto, el operario mantiene una aceleración constante con aplicar un ángulo pequeño al pedal del acelerador.

- Torque requerido mayor al proporcionado por el motor, en este caso el operario aplica un ángulo mayor al pedal del acelerador para compensar la falta de potencia en la máquina.

En los puntos anteriores, no se puede utilizar con confianza el gas de recirculación, debido a que se presentan fenómenos que afectan la *manejabilidad*, por ejemplo el *pateo*, que es causado por una mala combustión, significando esto un peligro para el usuario.

El gas de recirculación se aplica en proporciones que oscilan entre un 10 y un 25% del total de la mezcla de gases entrante a los cilindros, pero generalmente se utiliza menos del 10%. Cuando se agrega el gas de recirculación se considera que la mezcla contiene gas *inerte* el cual retarda la combustión, es por esto que la fase de potencia se ve disminuida y pueden presentarse problemas de manejabilidad.

- Torque del motor mayor que el torque requerido. En este punto de operación es posible aplicar el gas de recirculación, ya que no es necesaria una combustión óptima.

Por otro lado, el usuario influye decisivamente en el torque requerido, es decir, depende del comando de velocidad aplicado por el usuario reflejado en el ángulo de la mariposa de la garganta de admisión, así, cuando el ángulo es mayor a un valor dado, la demanda de potencia se incrementa y por lo tanto la combustión debe ser óptima.

Con lo anterior el criterio de control queda conformado de la siguiente manera, el control se aplica cuando se cumplen las siguientes propiedades:

- i) El torque del motor es mayor que el torque requerido, y
- ii) El ángulo de la mariposa de admisión tiene un valor de cero o menor a uno dado, con esto se simula la no acción del operador sobre el acelerador (Para fines de simulación, el ángulo en la garganta se considera cero).

6.3 Síntesis

Los siguientes son los cálculos realizados con el propósito de encontrar la ley de control. Del análisis de regresión para el modelo de torque generado por un motor dado en [8]

$$\begin{aligned} Torque_{eng} = & -181.3 + 379.36m_a + 21.91 \left(\frac{A}{F} \right) - .085 \left(\frac{A}{F} \right)^2 + 0.26\sigma - \\ & -0.0028\sigma^2 + 0.027\omega - 0.000107\omega^2 + 0.00048\omega\sigma + 2.55\sigma m_a - \\ & 0.05\sigma^2 m_a + 2.36\sigma m_{cqr} \end{aligned} \quad (6.1)$$

y del mismo trabajo la forma de velocidad angular ω

$$\dot{\omega} = \frac{(Torque_{eng} - Torque_L)}{J} \quad (6.2)$$

donde:

$\frac{A}{F}$; Relación aire - combustible, sin unidades.

m_a ; Masa de aire atmosférico entrante en .g

m_{cqr} u; Masa de gas de recirculación masa en g/s.

ω ; Velocidad angular en rad /seg.

σ ; Avance de chispa en grados BTDC (antes de TDC).

$Torque_{eng}$; Torque generado por el motor Nm.

$Torque_L$; Torque de carga Nm.

J ; Momento polar de inercia de la flecha del motor en $kg\ m^2$.

Considere la ecuación de la velocidad

$$\dot{\omega} = \frac{\varphi_{eng} - T_L + 2.36\sigma u}{J}$$

se desea que la velocidad del motor siga una señal de referencia ω_{ref} , debido a la expresión de error

$$\dot{e} = -ke \quad (6.3)$$

donde $e = \omega - \omega_{ref}$ es el error, se busca u tal que:

$$\frac{\varphi_{eng} - T_L + 2.36\sigma u}{J} = -k(\omega - \omega_{ref}) + \dot{\omega}_{ref}$$

es decir:

$$u = \left[-k(\omega - \omega_{ref}) + \dot{\omega}_{ref} - \frac{\varphi_{eng} T_L}{J} \right] \frac{J}{2.36\sigma} \quad (6.4)$$

Debido a que deseamos que el error sea asintótico se tiene

$$\dot{\omega} - \dot{\omega}_{ref} = k(\omega - \omega_{ref}) \quad (6.5)$$

es decir

$$\omega(t) - \omega_{ref}(t) = (\omega(0) - \omega_{ref}(0)) \exp(-kt)$$

entonces $\omega(t) \rightarrow \omega_{ref}(t)$ cuando $t \rightarrow +\infty$

Suponiendo que

$$\omega_{ref} = \omega_{fin} + \omega_0 \exp(-\delta t) \quad (6.6)$$

donde

ω_{fin} = velocidad de seada.

ω_0 = velocidad al inicio de la aplicación del control.

δ = velocidad de decaimiento.

Por lo tanto la expresión (6.4)

$$u = \left[-k(\omega - \omega_{ref}) - \omega_0 \exp(-\delta t) - \frac{\varphi_{eng} T_L}{J} \right] \frac{J}{2.36\sigma}$$

que es el control deseado ya que satisface (6.3) y (6.6).

6.4 Simulaciones

Las siguientes son las simulaciones del sistema aplicando el control de recirculación de gases, el banco de pruebas sobre el que se trabajó es el demo de Simulink, el cual fue modificado para incluir la dinámica de la temperatura en el múltiple de entrada, y la ecuación de torque generado de una manera completa, incluyendo así la dinámica del gas de recirculación.

En la figura 6.2, se muestra la señal del sistema donde se ve el lapso de tiempo de aplicación de la señal de permiso de control, cuando se activa la señal de permiso (valor igual a 1), el control se dispara regulando la inyección de \dot{m}_{egr} al múltiple de entrada y modificando el torque generado

por el motor.

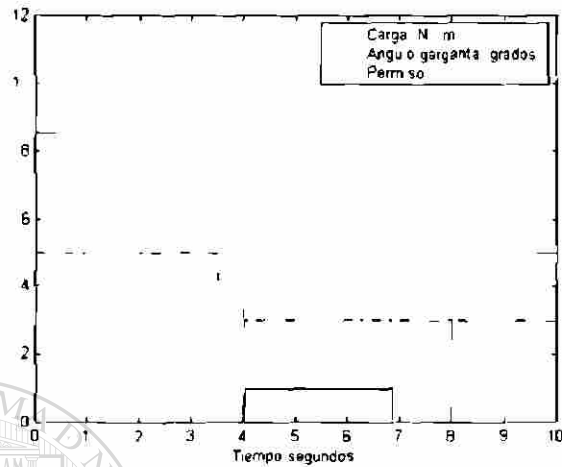


Figura 6.2. Parámetros de activación del control.

En la figura 6.3 se observa la señal de control, (el gas de recirculación inyectado), que se aplica al motor para lograr un cambio de torque y velocidad en este.

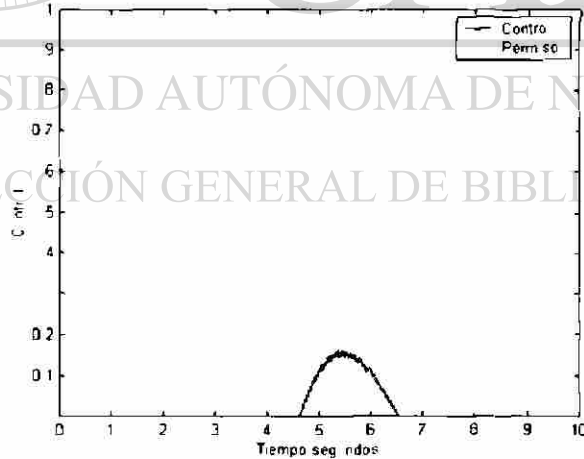


Figura 6.3. Señal de control.

En la figura 6.4 se muestra la trayectoria de velocidad que sigue el motor una vez aplicada la señal de control, se observa que aun cuando se deja de aplicar el control al sistema, este sigue

disminuyendo su velocidad, esto sucede debido a que las condiciones de disparo del control no se cumplen, tales condiciones pueden ser el torque o la apertura de garganta.

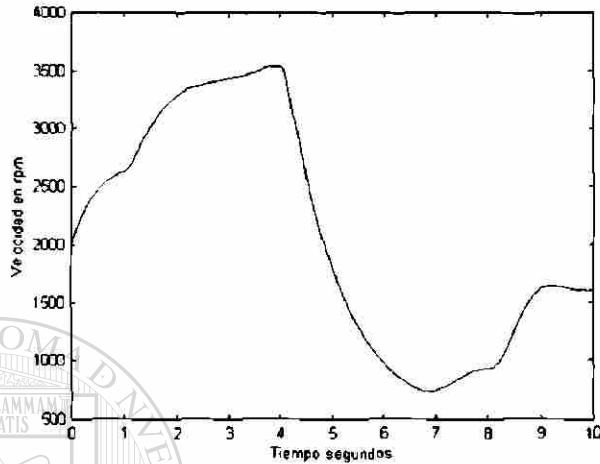
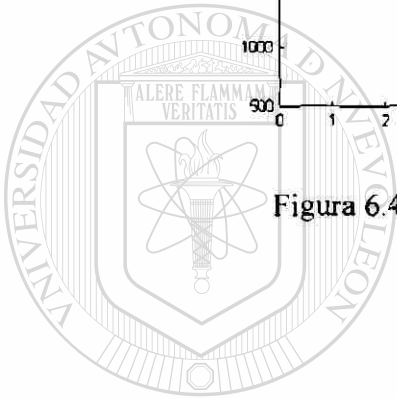


Figura 6.4. Señal de velocidad regulada.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Capítulo 7

Conclusiones y trabajo futuro

7.1 Conclusiones

Se desarrolla un modelo de sistemas de inyección de combustible, el cual posee la dinámica de la temperatura, además, se divide al motor en *reactores*, y se describe en dos partes principales: *múltiple de entrada y salida* de esta forma se evita la dificultad que representa el comportamiento de los gases dentro del cilindro. Los modelos presentados en la literatura clásica de motores, no incorpora dinámica de temperatura, por lo mismo, los controles y observadores que se desarrollan a partir de estos modelos poseen menos información que el presentado en este trabajo.

Se presentan variables que generalmente es necesario tener en una base de datos a bordo del automóvil, estas son mapeos del motor en condiciones de régimen estable, la aplicación de observadores para su identificación en línea tiene por consecuencia operación fiable del sistema, un control más exacto, y la sencillez de los cálculos lo hace un buen candidato para implementarse, los observadores de otras variables del motor incorporando la temperatura en su dinámica, generan datos confiables para su aplicación en algoritmos de control, por lo que se hace posible la aplicación de controladores sofisticados de las variables que describen a un motor de inyección de combustible.

El control presentado, facilita la operación de automóviles al no hacerse imprescindible la supervisión del operario en tareas de manejo tediosas, sin significar la pérdida de decisión y control del automóvil por parte del usuario, además, el control propuesto al utilizar gases de recirculación, disminuye la cantidad de contaminantes generados hasta en un 60% durante los transitorios suaves que representan las pendientes negativas y otras situaciones en las que la velocidad se comporta como fue discutido (ver figura 6.1) logrando con esto el objetivo de control de emisiones de óxidos de nitrógeno (NO_x).

7.2 Trabajo futuro

La incorporación de ecuaciones que describen la dinámica del múltiple de salida y sobre todo los gases de escape a la atmósfera, presentan un reto a tomar, logrando esto la implementación de un control eficiente y dedicado por completo a las emisiones de óxidos de nitrógeno, esto nos da como resultado el control y observación de una gran cantidad de variables del motor, con lo que se pueden controlar de manera eficiente otros contaminantes, eficiencias más altas, combustión completa y segura, etc.

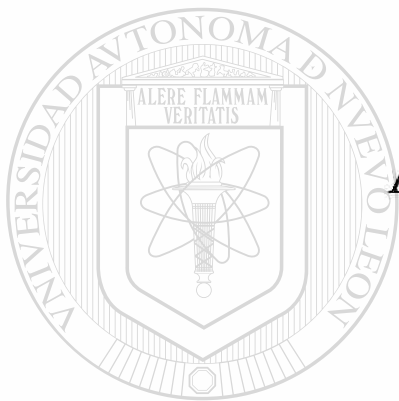
La incorporación de la dinámica de mecánica del motor en el sistema traerá como consecuencia un control más fino del torque generado por el motor y una operación segura del dispositivo, así como una respuesta rápida a las demandas de carga.

El desarrollo de algoritmos de detección e identificación de fallas en los sistemas del motor es una buena aplicación del modelo presentado.

La calibración de la computadora de abordó así como el sistema se puede agilizar.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Apéndice A

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Definiciones y conceptos de termodinámica

La principal herramienta utilizada a lo largo de este trabajo es la termodinámica, la termodinámica es la disciplina que se dedica al estudio de las transformaciones de la energía, en este trabajo se hace uso únicamente de la teoría de la termodinámica clásica, es decir, aquella que trata de las propiedades y cambios de un sistema desde un punto de vista macroscópico. A continuación se presentan algunos conceptos básicos de la termodinámica.

Sistema termodinámico: Por sistema termodinámico se entiende un conjunto de cuerpos interactuando entre sí y el medio circundante, en todo caso, aquello que no forma parte del conjunto de cuerpos estudiado, es llamado medio circundante [22].

Estado: Se dice que cuando un sistema alcanza una condición de equilibrio interno, puede ser descrito por un número de propiedades identificables, al conjunto de estas propiedades que describen al sistema en ese momento se le llama estado termodinámico del sistema o coordenadas termodinámicas del sistema.

Las cantidades termodinámicas que caracterizan a un sistema se clasifican de dos maneras, dependiendo de su naturaleza.

Cantidades intensivas: Son aquellas cuyos valores no dependen de la cantidad de sustancia presente en el sistema, algunos ejemplos son la presión y la temperatura. Las cantidades intensivas que caracterizan el estado de un sistema, son llamadas parámetros termodinámicos del estado de un cuerpo. Las cantidades *extensivas* por el contrario, son aquellas cuyos valores dependen de la cantidad de materia existente en el sistema, un caso típico es el volumen.

Cantidades específicas extensivas: son aquellos valores dados por unidad de materia, de esta manera, estos valores se comportan como propiedades intensivas. Dado lo anterior, las principales cantidades termodinámicas intensivas son Temperatura (T), Presión (P) y Volumen específico (v).

Las cantidades termodinámicas a su vez son diferenciadas en dos, según su dependencia al proceso llevado a cabo, es decir, pueden dividirse en *funciones de estado* o *funciones de proceso* [21].

Proceso: Supongamos que un sistema puede existir en dos estados distintos (no simultáneos),

a los cuales llamaremos estado 1 o inicial y estado 2 o final. En cada uno de estos estados, los parámetros termodinámicos son fijos puesto que está en equilibrio, si uno de estos parámetros cambia, del estado 1 al estado 2 se dice que un *proceso termodinámico* ha tenido lugar. Un proceso es una colección de variaciones del estado del sistema considerado, es decir, un proceso se da cuando un *sistema cerrado* se aparta del equilibrio.

Ahora bien, las cantidades termodinámicas cuyos valores dependen de la trayectoria del proceso 1 - 2 son llamadas *funciones de proceso*, i.e., si v es una función de proceso, la cantidad por la cual ésta función cambia en el proceso 1 - 2 (v_{1-2}) definida por la relación:

$$v_{1-2} = \int_{(1-2)} dv \quad (\text{A.1})$$

se definirá dependiendo de la trayectoria a través de la cual la integral (A.1) sea calculada. Los principales ejemplos de cantidades cuyo valor es función de un proceso, son el calor y el trabajo.

Las cantidades termodinámicas cuyos valores no dependen de la trayectoria del proceso 1 - 2, y son definidas solo por la diferencia de los valores de la función dada en los estados inicial y final, son llamados *funciones de estado*, i.e. si μ es una función de estado, entonces:

$$\int_{(1-2)} d\mu = \int d\mu = \mu_2 - \mu_1 \quad (\text{A.2})$$

La energía interna, la entalpía y la entropía son ejemplos de función de estado.

Ciclo: Un ciclo en termodinámica es entendido como la suma de al menos dos procesos que sufre una masa o sistema, tales que partiendo de un estado inicial, experimenta una serie de transformaciones y regresa al mismo estado inicial.

Gas ideal. El gas ideal es definido como aquel que cumple la ecuación de estado:

$$Pv = RT$$

desde el punto de vista microscópico, tal ecuación resulta cuando no hay fuerzas intermoleculares, i.e. cuando las moléculas están muy separadas entre sí.

La energía interna de un gas ideal es una función solo de la temperatura.

$$P = \frac{RT}{v}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\delta P}{\delta T} \right)_v = \frac{R}{v}$$

sustituyendo en

$$du_T - \left[T \left(\frac{\delta P}{\delta T} \right)_v - P \right] dv_T$$

obtenemos:

$$du_T = \left[T \left(\frac{\delta P}{\delta T} \right)_v - P \right] dv_T = \left[T \left(\frac{R}{v} \right) - P \right] dv_T = 0$$

y por lo tanto no hay variación en la energía interna a lo largo de una *isoterma*, i.e.

$$du = C_{v0} dt$$

Proceso reversible: es aquel que puede llevarse a cabo en un sentido y regresar al original, sin tener cambios en el sistema o sus alrededores.

Los principales factores que afectan a un proceso haciéndolo irreversible son cuatro principalmente.

- Fricción
- Expansión no restringida.
- Transferencia de calor en una diferencia de temperatura finita.
- Mezcla de dos sustancias diferentes.

Fuente térmica: Una fuente térmica es un cuerpo al cual y del cual el calor puede ser *transferido indefinidamente* sin cambio aparente en la temperatura de este cuerpo.

Masa de control: Una masa de control es definida como una *cantidad fija de masa sujeta a estudio*.

Debido a los pequeños cambios en masa sufridos durante los procesos ocurridos en un sistema, se puede considerar la cantidad de masa en el sistema como una constante, por lo tanto, si se utilizan las leyes de conservación de la masa y la energía como leyes separadas, no se introducirá un error significativo en los problemas de termodinámica, y el concepto de masa de control, como una cantidad fija puede utilizarse aún a través de los cambios de energía.

Volumen de control: Un volumen de control es un volumen en el espacio, en el cual uno tiene interés particular en su estudio o análisis. Su tamaño y forma son totalmente arbitrarios (ver figuras

A.1 y A.2) y están definidos como mejor convenga para su análisis. Su superficie es referida como *superficie de control* y siempre es cerrada. Esta superficie puede ser fija o variable, sin embargo siempre debe estar referida a alguna coordenada del sistema. La masa así como el calor y el trabajo pueden cruzar la superficie de control, por lo tanto, las propiedades de esta masa pueden cambiar con el tiempo.

Considérese la ley de la masa en su relación al volumen de control. Primero se considerará el flujo de masa hacia y desde el volumen de control y el incremento neto de masa en dentro de este, para apreciar la explicación refierase a las figuras A.1 y A.2 mostradas más adelante. Durante un tiempo interno δt sea la masa δm_i , una cantidad de masa entrante al volumen de control y la masa δm_e una cantidad de masa que sale. Si se designa la masa en el sistema al inicio de este intervalo de tiempo como m_t y la masa después de este intervalo como $m_{t+\delta t}$ de la ley de la conservación de la masa se puede escribir como:

$$m_t + \delta m_i = m_{t+\delta t} + \delta m_e$$

desde el punto de vista de flujo neto a través de la superficie de control, y el cambio de masa en el volumen de control :

El flujo neto hacia el volumen de control durante δt – incremento de masa en el volumen de control durante δt , i.e.

$$\delta m_i - \delta m_e = m_{t+\delta t} - m_t \quad \text{®}$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$(m_{t+\delta t} - m_t) + (\delta m_e - \delta m_i) = 0 \quad \text{(A.3)}$$

lo cual muestra que el cambio de masa durante δt , $(m_{t+\delta t} - m_t)$ y el flujo neto hacia el volumen

de control durante δt , $(\delta m_e - \delta m_i)$ son iguales.

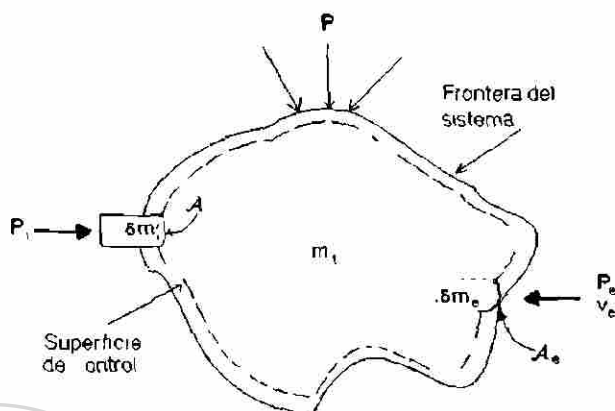


Figura A.1. Volumen de control en el tiempo t .

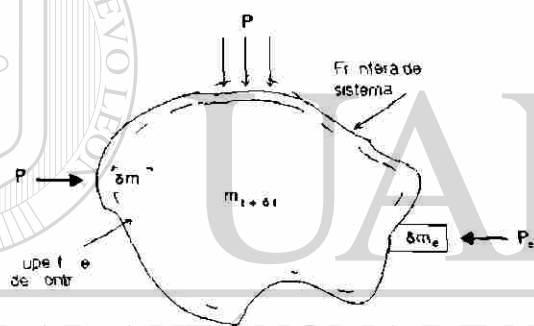


Figura A.2. Volumen de control en $t + \delta t$.

En diversos problemas donde el análisis termodinámico es requerido, es conveniente la ley de la conservación de la masa expresada de esta manera, esto involucra cambios instantáneos de flujo de masa a través de la superficie de control y el cambio instantáneo de masa en el volumen de control.

Dividiendo (A.3) entre δt escribimos

$$\left(\frac{m_{t+\delta t} - m_t}{\delta t} \right) + \left(\frac{\delta m_e - \delta m_i}{\delta t} \right) = 0$$

para obtener la ecuación de la razón de cambio para el volumen, calculamos el límite de cada término

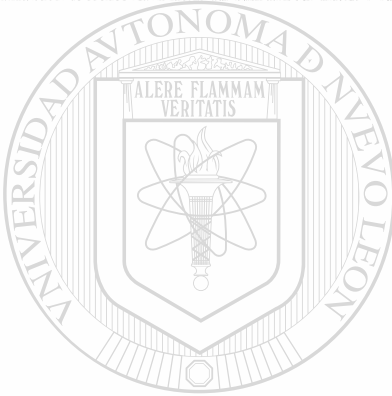
conforme δt se hace tender a cero, en dicho punto, el sistema y el volumen de control coinciden

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left(\frac{m_{t+\delta t} - m_t}{\delta t} \right) = \frac{dm_{cv}}{dt}$$

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left(\frac{m_e}{\delta t} \right) = \dot{m}_e$$

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left(\frac{m_i}{\delta t} \right) = \dot{m}_i$$

donde $m_{t+\delta t}$ denota la masa instantánea dentro del volumen de control, \dot{m}_i es la razón instantánea de flujo entrante al volumen de control a través del área seccional A_i y \dot{m}_e es la masa que abandona al volumen de control a través del área A_e

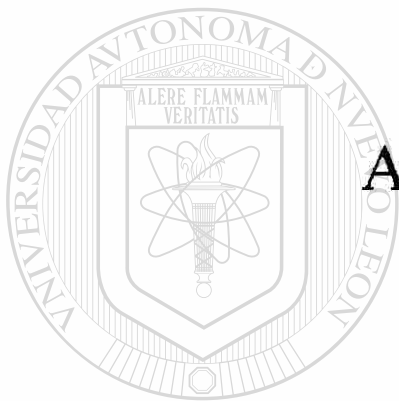


UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Apéndice B

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Introducción

Los procesos de intercambios de gases en un motor de combustión interna juegan un papel muy importante debido a que de ellos depende el correcto funcionamiento del motor, a continuación se presentan a grandes rasgos conceptos que ayudan a su entendimiento.

Eficiencia volumétrica

El filtro de aire, el carburador, la válvula de la garganta, el múltiple de entrada, el puerto de entrada y su válvula, son elementos que restringen la cantidad de aire que un motor de un desplazamiento dado puede inducir. La eficiencia volumétrica es utilizada como una medida general de la efectividad de un ciclo de cuatro tiempos, y sus sistemas de admisión y exhaustión, como dispositivos de bombeo

$$\eta_v = \frac{2m_a}{\rho_{a,i} V_d N}$$

La densidad del aire $\rho_{a,i}$ puede evaluarse en condiciones atmosféricas; η_v es entonces la eficiencia volumétrica general o puede evaluarse en condiciones de puertos de entrada, (múltiple de entrada), en cuyo caso η_v es entonces la medida del desempeño de bombeo del cilindro, puerto de admisión, y válvula solamente.

La eficiencia volumétrica es afectada por las siguientes variables en el combustible, diseño del motor y variables operativas.

- (1) Temperatura de la mezcla.
- (2) Relación de presiones de exhaustión y admisión.
- (3) Velocidad del motor.
- (4) Diseño de los puertos y múltiple de admisión.
- (5) Geometría de las válvulas de admisión y salida, tamaño de las mismas y temporizado.

Los efectos de varias de las variables anteriores, es esencialmente cuasi - estático en su naturaleza, es decir, su impacto es ya sea independiente de la velocidad o puede describirse adecuadamente en términos de la velocidad media del motor. Sin embargo, muchas de estas

variables tienen efectos que dependen del flujo turbulento y fenómenos de presión que acompañan la naturaleza variable de los procesos de intercambios de gases.

Proceso de intercambio de gases(\dot{m}_o)

El flujo de masa de aire que entra a los pistones se relaciona con variables difíciles de modelar [20], entre ellas están la presión en el múltiple de entrada, la velocidad del motor, y el desplazamiento del motor, la siguiente es una ecuación que describe este proceso en condiciones estables:

$$\dot{m}_o = \frac{\eta_v V_d P \omega}{4\pi R_m T}$$

donde

R_m es una función relacionada a constantes y temperaturas de los gases en el múltiple.

V_d = Desplazamiento del motor.

ω Velocidad del motor.

η_v – Eficiencia volumétrica del motor, que se describió en párrafos anteriores.

Procesos de admisión y exhaustión en un motor SI

En un motor SI, el sistema de admisión típicamente consiste de un filtro de aire, un carburador y una garganta, o una garganta e inyector de combustible, o garganta con inyectores individuales en cada puerto de admisión, y un múltiple de entrada (véase figura B.2).

Durante los procesos de inducción, las pérdidas de presión ocurren según la mezcla pasa por cada uno de estos componentes, hay una caída de presión adicional a través del puerto y válvula de admisión. El sistema de salida típicamente consiste de un múltiple de salida, una tubería de escape de un convertidor catalítico para el control de emisiones y un mofle o silenciador. Los flujos en el motor por lo general son pulsantes, sin embargo muchos aspectos de estos flujos pueden ser analizados en un régimen cuasi - estático. La caída de presión en el sistema de admisión depende de la velocidad del motor, la resistencia al flujo de los elementos en el sistema, el área transversal

por la que se mueve la carga y la densidad de la carga. Es práctica general el extender el tiempo de apertura de las válvulas de admisión y salida un intervalo de tiempo de manera que el intercambio de gases sea más eficiente.

La figura B.1 representa un pistón y los términos utilizados en este, será útil en la siguiente explicación.

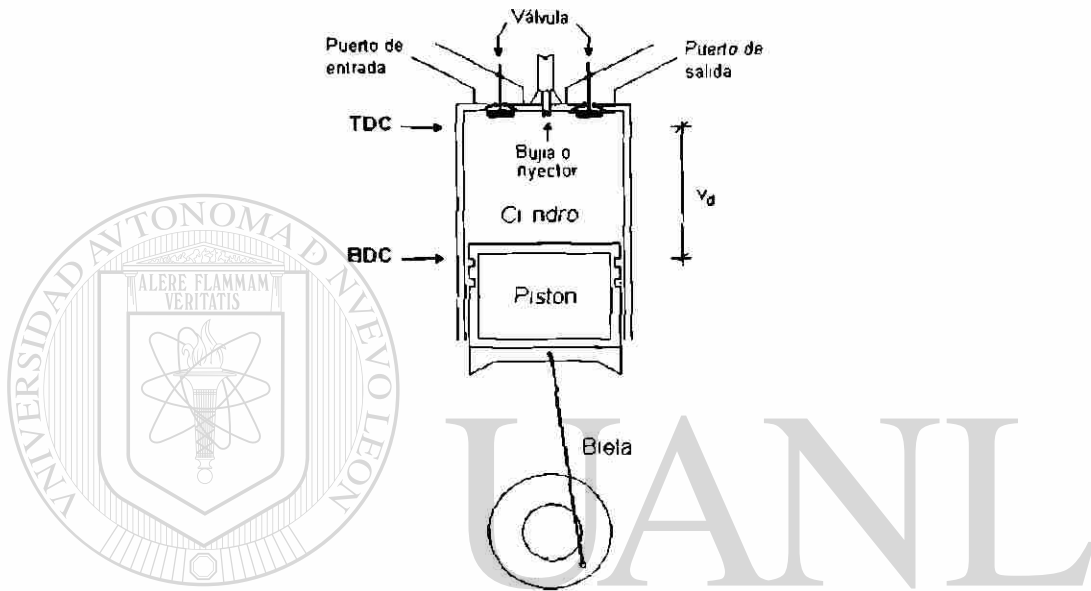


Figura B.1. Bosquejo de un pistón.

El proceso de exhaustión, usualmente inicia entre 40° y 60° antes de *BDC*. Cuando se llega a *BDC*, los gases quemados son descargados del cilindro debido a la diferencia de presión entre el cilindro y el sistema de exhaustión. Después de *BDC*, el cilindro es barrido por el pistón conforme este se mueve hacia *TDC*, los términos *descarga* y *desplazamiento* son utilizados para denotar estas dos fases del proceso de exhaustión.

Típicamente, la válvula de salida cierra entre 15° y 30° después de *TDC*, y la válvula de entrada abre entre 10° y 20° antes de *TDC*. Ambas válvulas se mantienen abiertas durante un periodo de *empalme*, y cuando $\frac{P_c}{P_e} < 1$, el reflujo de gases de salida hacia el cilindro y el flujo del cilindro hacia el múltiple de admisión puede ocurrir.

Conforme el pistón se mueve y sobrepasa *TDC* y la presión del cilindro cae debajo de la presión

de admisión, el gas fluye del múltiple de entrada al cilindro. La válvula de admisión se mantiene abierta hasta 50 a 70° después de *BDC*, de esta manera carga fresca continua fluyendo dentro del cilindro después de *BDC*.

En un motor diesel, el carburador o sistema electrónico de inyección (EFI por sus siglas en inglés) y garganta variable están ausentes.

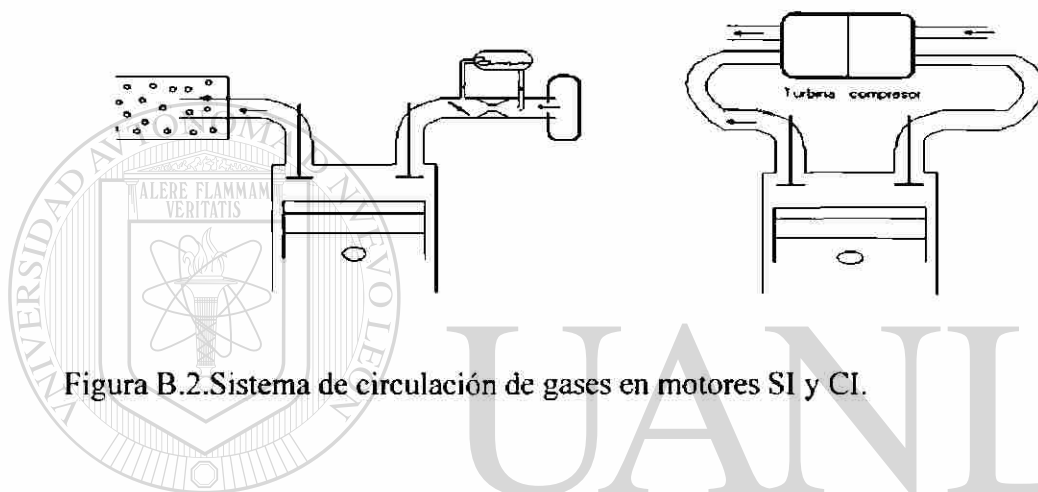
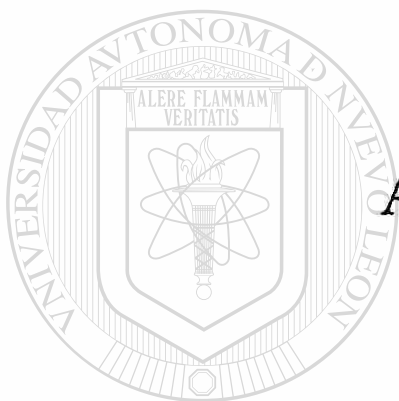


Figura B.2. Sistema de circulación de gases en motores SI y CI.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Apéndice C

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Controlabilidad

La controlabilidad involucra la influencia de la señal de entrada al vector de estado, en controlabilidad no se utiliza la ecuación de salida del sistema.

Sistemas lineales

Sea el sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t), & x(t_0) &= x_0 \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t)\end{aligned}\quad (C.1)$$

Definición: La ecuación de estado (C.1) se llama controlable en $[t_0, t_f]$ si dado cualquier x_0 existe una señal de entrada continua $u(t)$ definida sobre $[t_0, t_f]$ tal que la correspondiente solución de (C.1) satisface

$$x(t_f) = 0.$$

Para un sistema invariante en el tiempo la ecuación (C.1) se transforma en

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (C.2)$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Teorema: La ecuación de estado lineal invariante en el tiempo (C.2) es controlable en $[t_0, t_f]$ \Leftrightarrow la matriz de controlabilidad de dimensiones $n \times nm$ satisface

$$\text{rango} [B, AB, \dots, A^{n-1}B] = n.$$

La teoría de sistemas lineales involucra la modificación del comportamiento de una ecuación de estado de m entradas y p salidas de dimension n (C.1) que es llamada planta o ecuación de lazo abierto, aplicando retroalimentación. La retroalimentación de estado reemplaza la entrada de la planta $u(t)$ por una expresión de la forma

$$u(t) = Kx(t) + Nr(t) \quad (C.3)$$

donde $r(t)$ es el nuevo nombre para la señal de entrada de dimensiones $m \times 1$. Si se substituye (C.3) en (C.1) da una nueva ecuación de estado lineal llamada ecuación de estado de lazo cerrado descrita por

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= [A + BK]x(t) + BNr(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}$$

La ecuación de retroalimentación de salida tiene la forma:

$$u(t) = Ly(t) + Nr(t).$$

Los coeficientes se asumen continuos para todo t y la ecuación de estado en lazo cerrado toma la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= [A + BLC]x(t) + BNr(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{C.4}$$

Uno de los primeros objetivos específicos que surge al considerarse las capacidades que representa la retroalimentación es la estabilización de una planta dada.

El problema básico es escoger una ganancia de retroalimentación K tal que la ecuación de estado de lazo cerrado resultante es uniformemente exponencialmente estable.

Cuando se analiza la controlabilidad o control de un sistema se toma en cuenta la estabilidad de este. En los sistemas lineales invariantes en el tiempo la estabilización se puede dar de un modo sencillo. Dado un conjunto de eigenvalores deseados, el objetivo es calcular una ganancia de retroalimentación constante K tal que la ecuación de estado en lazo cerrado

$$\dot{x}(t) = [A + BK]x(t)$$

tenga precisamente esos eigenvalores. En la mayoría de las situaciones los eigenvalores especificados se procura que tengan parte real negativa para garantizar una estabilidad exponencial.

Teorema: *Suponga que la ecuación invariante en el tiempo*

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{C.5}$$

es controlable y el rango de $B = m$, dado cualquier polinomio mónico de grado n , $p(\lambda)$, existe una ganancia constante de retroalimentación K tal que $\det(\lambda I - A - BK) = p(\lambda)$.

Seguimiento

Se tiene un sistema modelado por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(t, x, u, w) \\ y &= h(t, x, u, w) \\ y_m &= h_m(t, x, u, w)\end{aligned}$$

donde x es el estado, u es la entrada de control, w es la entrada desconocida de disturbio y es la salida controlada y y_m es la salida medida. El objetivo básico del control es diseñar la entrada u de control tal que la salida controlada y siga la señal de referencia y_R i.e.

$$e(t) = y(t) - y_R(t) \approx 0, \forall t \geq t_0$$

donde t_0 es el tiempo de inicio del control.

Generalmente se busca obtener una salida asintótica a la de referencia, donde el error de seguimiento e se aproxima a cero conforme t tiende a infinito, esto es $e(t) \rightarrow 0$. Una clase importante de problemas de seguimiento es aquella en la que la referencia y_R es constante. En tales casos es común referirse a y_R como el punto de operación (set point) y el problema se denomina problema de regulación [16].

Considere un sistema linealizable entrada - salida, de una entrada - una salida presentado de la forma normal

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= f_0(\eta, \xi) \\ \dot{\xi} &= A_c \xi + B_c \beta^{-1}(x) [u - \alpha(x)] \\ y &= C_c \xi\end{aligned}$$

donde $\xi \in R^r$, $\eta \in R^{n-r}$, (A_c, B_c, C_c) es una representación en forma canónica de una cadena de integradores y r es el grado relativo.

Sin pérdida de generalidad se asume que $f_0(0, 0) = 0$. Se desea diseñar un control de seguimiento tal que la salida y siga asintóticamente una señal de referencia $y_R(t)$.

Se asume que:

- $y_R(t)$ y sus derivadas hasta $y_R^{(r)}(t)$ son acotadas $\forall t \geq 0$, y la R ésima derivada $y_R^{(r)}(t)$ es una función de t continua a pedazos.

- Las señales $y_R(t), \dots, y_R^{(r)}(t)$ están disponibles en línea.

Cuando el sistema tiene un grado relativo $r = n$, no tiene dinámica cero no-trivial. En este caso la variable η y su ecuación son eliminadas pero el resto del desarrollo es igual. Suponga

$$y_R = \begin{pmatrix} y_R \\ \vdots \\ y_R^{(r-1)} \end{pmatrix}, e = \begin{pmatrix} \xi_1 - y_R \\ \vdots \\ \xi_r - y_R^{(r-1)} \end{pmatrix} = \xi - y_R$$

El cambio de variables $e = \xi - y_R$ da como resultado:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= f_0(\eta, e + y_R) \\ \dot{e} &= A_c e + B_c \left\{ \frac{1}{\beta(x)} [u - \alpha(x)] - y_R^{(r)} \right\} \end{aligned}$$

El control de retroalimentación de estado

$$u = \alpha(x) + \beta(x) [v + y_R^{(r)}]$$

reduce la forma normal al sistema en cascada

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= f_0(\eta, e + y_R) \\ \dot{e} &= A_c e + B_c v \end{aligned}$$

El objetivo de control puede lograrse diseñando v tal que la ecuación de \dot{e} sea estable mientras η se mantiene acotada $\forall t \geq 0$. Con el control lineal $v = K e$, donde K es diseñado tal que $A_c + B_c K$ es Hurwitz.

Observabilidad

La observabilidad se desprende del concepto de indistinguibilidad.

Definición: Indistinguibilidad, considerese al sistema no lineal siguiente

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

$$y(t) = h(x(t))$$

dos estados x_0 y x'_0 son indistinguibles si, para cualquier función de entrada $u(t)$ y para todo $t \geq 0$, las salidas correspondientes $h(x_0, t)$ y $h(x'_0, t)$ son iguales [11].

Definición: Observabilidad, El sistema anterior se dice observable si no involucra pares indistinguibles $\{x_0, x'_0\}$ de estados iniciales distintos.

Teorema: El sistema lineal C.5 es observable \Leftrightarrow el rango de la matriz

$$\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

es igual a la dimensión del espacio de estados.

Estabilidad

La estabilidad significa permanencia, este concepto fue introducido como tal en la mecánica, donde se aplica sobre todo a la posición de una partícula o sistema mecánico [7]. Una posición de equilibrio se denomina estable si el cuerpo o partícula retorna a la posición original después de moverlo separándolo del mismo.

A.M. Lyapunov desarrolló un método fundamental para determinar la estabilidad de un sistema dinámico basado en la generalización del concepto de energía. Lyapunov dividió el problema general de análisis de estabilidad de un sistema lineal en dos casos.

La primera clase consiste de todos aquellos métodos en los cuales la ecuación diferencial del sistema puede ser resuelta, por lo tanto la estabilidad del sistema es determinada de ésta solución. El segundo método determina la estabilidad del sistema sin la necesidad de resolver la ecuación diferencial.

En pocas palabras en este método, la función de estado del sistema es comparada con la suma de energía potencial y cinética, y la derivada de la función con respecto al tiempo es calculada; si la derivada es negativa a través de las trayectorias del sistema, se puede mostrar que el sistema es asintóticamente estable.

Para entender un poco más el concepto de estabilidad, se presentan las siguientes definiciones y conceptos necesarios para su entendimiento.

Definición: *Un punto $x = x^*$ en el espacio de estados se dice es un punto de equilibrio de la función*

$$\dot{x} = f(t, x)$$

si tiene la propiedad de que siempre que el estado del sistema inicie en el punto x^ este permanecerá en x^* para todo tiempo futuro.*

Existen muchas características que hacen diferentes a los puntos de equilibrio de cada sistema, por ejemplo: un punto de equilibrio es estable si todas las soluciones que inician en puntos cercanos a el, permanecen cercanas a este, de otra manera, se dice que es inestable. Se dice que un punto de equilibrio es asintóticamente estable, si todas las soluciones que inician en puntos cercanos no solamente permanecen cerca, sino que tienden al punto de equilibrio conforme el tiempo tiende a infinito, estas y otras propiedades de los sistemas serán descritas con un poco más de detalle en los párrafos siguientes.

Sistemas autónomos

Sea el sistema

$$\dot{x} = f(x) \tag{C.6}$$

$f : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}^n$ mapeo localmente Lipschitz de $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^n$ en \mathbb{R}^n .

Suponga $x^* \in \mathbb{D}$ es un punto de equilibrio de (C.6) es decir

$$f(x^*) = 0$$

Definición [16]:

El punto de equilibrio $x = 0$ de (C.6) es:

- *Estable si, $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta(\varepsilon) > 0$ tal que $\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq 0$.*

- *Inestable si no es estable.*

- *Asintóticamente estable si es estable y además δ puede ser elegida de tal manera que:*

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

Teorema: *Sea $x = 0$ un punto de equilibrio para (C.6) y $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^n$ un dominio que contenga a $x = 0$. Sea $V : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}$ una función continuamente diferenciable tal que:*

$$V(0) = 0 \text{ y } V(x) > 0 \text{ en } \mathbb{D} - \{0\} \quad (\text{C.7})$$

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ en } \mathbb{D} \quad (\text{C.8})$$

entonces $x = 0$ es asintóticamente estable.

Una función $V(x)$ continuamente diferenciable que satisface (C.7) y (C.8) es llamada una función de Lyapunov. La superficie $V(x) = c$ para alguna $c > 0$ es llamada superficie de Lyapunov o superficie de nivel.

La condición $\dot{V}(x) \leq 0$ implica que cuando una trayectoria cruza una superficie de Lyapunov $V(x) = c$ ésta se mueve dentro de un conjunto $\theta_c = \{x \in \mathbb{R}^n | V(x) \leq c\}$ y no sale de él.

Cuando $\dot{V}(x) < 0$ la trayectoria se mueve de una superficie de Lyapunov a una superficie de Lyapunov interna, con una c menor.

Conforme c se hace menor, la superficie de Lyapunov $V(x) = c$ decrece hasta el origen, mostrando que la trayectoria se aproxima al origen conforme transcurre el tiempo.

El origen es estable si existe una función positiva definida continuamente diferenciable $V(x)$ tal que $\dot{V}(x)$ es negativa semidefinida, y es asintóticamente estable si $\dot{V}(x)$ es negativa definida.

El teorema de Lyapunov puede ser aplicado sin necesidad de resolver la ecuación diferencial (C.6), sin embargo, no existe un método sistemático para encontrar funciones de Lyapunov. En algunos casos, existen ecuaciones de Lyapunov candidato naturales, como las funciones de energía en los sistemas electromecánicos. En otros casos, es una cuestión de experiencia.

Cuando el origen $x = 0$ es asintóticamente estable, generalmente se encuentra interesado en determinar cuan lejos del origen la trayectoria sigue convergiendo a este conforme t se aproxima a ∞ .

Sea $\Phi(t, x)$ la solución de (C.6) que empieza en el estado inicial x en el tiempo $t = 0$. Entonces la región de atracción se define como el conjunto de todos los puntos x tales que $\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t, x) = 0$.

Las funciones de Lyapunov pueden utilizarse para estimar la región de atracción, i.e. encontrar los conjuntos contenidos en la región de atracción.

Teorema: Sea $x = 0$ un punto de equilibrio para (C.6). Sea $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función continuamente diferenciable tal que:

$$V(0) = 0 \text{ y } V(x) > 0, \forall x \neq 0$$

además $V(x)$ es radialmente no acotada, es decir satisface

$$\|x\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(x) \rightarrow \infty$$

entonces, si

$$\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0 \Rightarrow x = 0 \text{ es Global y asintóticamente estable.}$$

Caso particular, sistema lineal invariante en el tiempo

Teorema: El punto de equilibrio $x = 0$ de $\dot{x} = Ax$ es estable \iff todos los eigenvalores de A satisfacen $\text{Re } \lambda_i \leq 0$ y todo eigenvalor tal que $\text{Re } \lambda_i = 0$ tiene un bloque de Jordan asociado de orden uno. El punto de equilibrio $x = 0$ es globalmente asintóticamente estable \iff todos los eigenvalores de A satisfacen $\text{Re } \lambda_i < 0$.

Sistemas no autónomos

Sea el sistema

$$\dot{x} = f(t, x) \tag{C.9}$$

donde $f : [0, \infty) \times \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}^n$ es continua por partes en t localmente Lipschitz en x sobre $[0, \infty) \times \mathbb{D}$, y $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^n$ es un dominio que contiene al origen $x = 0$.

El origen es un punto de equilibrio para (C.9), en $\forall t \geq 0$.

Definición: El punto de equilibrio $x = 0$ de (C.9) es:

- Estable si,

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0 \quad \text{tal que} \quad \|x(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq t_0 \geq 0 \quad (\text{C.10})$$

- Uniformemente estable si, $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ independiente de t_0 , tal que (C.10) se satisface.

- Inestable, si no es estable.

- Asintóticamente estable si es estable y

$$\exists c = c(t_0) > 0 \text{ tal que } x(t) \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty, \forall \|x(t_0)\| < c$$

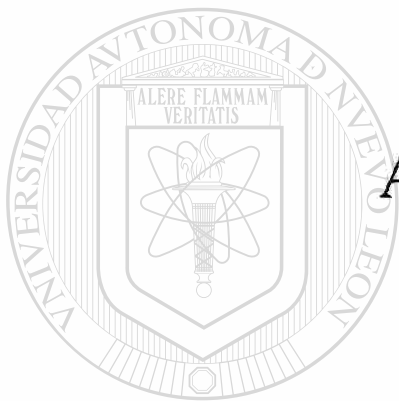
- Uniforme y asintóticamente estable si es uniforme y existe $c > 0$ independiente de t_0 , tal que $\forall \|x(t_0)\| < c, x(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$ uniformemente en t_0 ; i.e. para cada $c > 0$, existe $T = T(\varepsilon) > 0$ tal que

$$\|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq t_0 + T(\varepsilon), \forall \|x(t_0)\| < c.$$

- Global, uniforme y asintóticamente estable si es uniformemente estable y, para cada par de números positivos ε y c , existe $T = T(\varepsilon, c) > 0$ tal que

$$\|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq t_0 + T(\varepsilon, c), \forall \|x(t_0)\| < c.$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Apéndice D

UANL

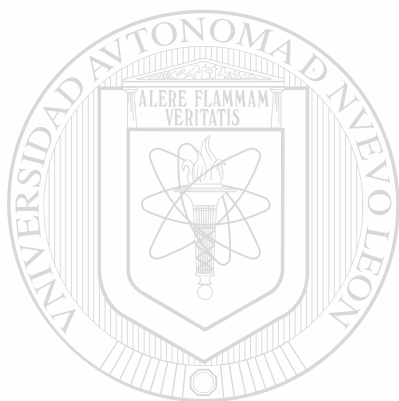
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Publicaciones

- 1) D. Díaz & K. Busawon, "On the modeling of fuel injected engines," Artículo aceptado en la 5ª conferencia de ingeniería eléctrica CIE99, Septiembre de 1999.
- 2) K. BUSAWON & D. DIAZ-ROMERO "Modeling and parameter estimation of fuel injected systems". Artículo aceptado en IASTED, Cancún 2000.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

On the modeling of fuel injected engines

D. Díaz and K. Busawon

University of Nuevo Leon,

Department of Electrical Engineering, P.O. Box 7F,

66450 San Nicolas de Los Garza, N. L., Mexico.

email: ddiaz@die.fime.uanl.mx kbusawon@gama.fime.uanl.mx.

Abstract

In this paper we give a new model for a fuel injected engine. The model incorporates the effect heat exchanges between the gas mixtures and other physical parts of the system. The intake and exhaust manifolds are viewed as two interconnected reactors through which gases at different temperatures flow. The model is obtained by computing mass and energy balances in the "reactors" under usual assumptions of ideal gases and uniform pressure and temperature. It is shown that the obtained model coincides with the classical engine model when the exhaust gas, the manifold and the ambient temperature are equal. A discussion of other modeling issues is made in the complete range of functioning of the engine.

Keywords

Intake manifold, fuel injection, NO_x reduction, Air-Fuel, Exhaust Gas Recirculation.

1 Introduction

During the past two decades dynamic engine modeling has been a subject of intensive research. This is due to the various exhaust emission legislation and fuel economy regulations which has required more complex engine control policies.

It is well-known that air-fuel ratio (A/F), ignition and exhaust gas recirculation control directly affects emissions and fuel economy in automotive engines. In this respect, a suitable modeling of the intake manifold dynamics is of particular importance. An accurate modeling of the manifold dynamics which considers the various physical phenomena involved inside the manifold, such as acoustic phenomena characterized by the pipe geometry and valve timing, will normally be given in terms of a distributed parameter system representation. However, this representation cannot be used in real time for control purposes.

Consequently, a search for simpler models under reasonable hypotheses has been the concern of several works (see list of references herein). Most of these works considers only the manifold pressure state equation and neglect the changes in manifold temperature. This is because, in general, heat transfer in the intake manifold is assumed to be small for nearly all operational modes. In addition, the relative manifold pressure time changes are much larger than the relative temperature time changes. However, in certain cases especially during start up conditions and when exhaust gas recirculation is considered, the intake manifold temperature effect may not necessarily be considered to be negligible.

In this paper, we give a global model of the manifold temperature and pressure for a fuel injected system when exhaust gas recirculation is considered. The intake and exhaust manifolds are viewed as two interconnected reactors through which gases at different temperatures flow. The model is obtained by computing mass and energy balances in the "reactors" under usual assumptions of ideal gases and uniform pressure and temperature. It is shown that when the exhaust gas, the manifold and the ambient temperature are all the same, the classical manifold pressure equation employed in several works (see e.g. [4, 6, 7]) is obtained. This paper is organized as follows: In the next section, we first of all give a general model for the intake and exhaust manifold temperature and pressure respectively. Then, some simplifications is made in order to derive a reasonable model for control and observation purposes.

2 Modeling of the intake manifold

The aim of this section is to give a dynamic relationship for the intake and exhaust manifolds pressure and temperature without considering the dynamics of the combustion process inside the cylinders. We consider the intake and exhaust manifolds as two separate reactors in which gases at different temperature is flowing. The model is derived from the schematic representation illustrated in figure 1.

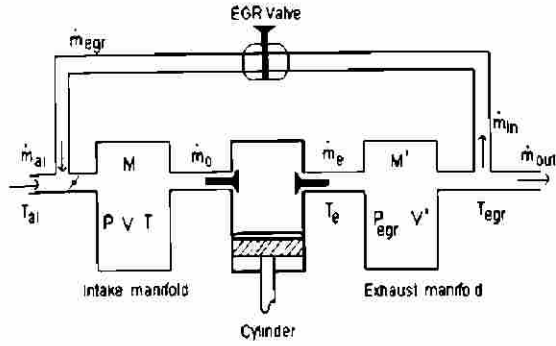


Fig. 1: Schematic representation of the engine

where :

P, T, V are the intake manifold pressure, temperature and volume respectively

P_{egr}, T_{egr}, V' are the exhaust manifold pressure, temperature and volume respectively

M, M' : masses of gases in the intake and exhaust manifolds respectively

\dot{m}_{ai} : mass flow rate of air entering the intake manifold (throttle flow rate)

\dot{m}_o : mass flow rate of gas leaving the intake manifold engine flow rate

\dot{m}_{egr} : mass flow rate of exhaust gas entering the intake manifold

\dot{m}_e : mass flow rate of gas entering the exhaust manifold

\dot{m}_{in} : mass flow rate of exhaust gas entering the EGR valve

\dot{m}_{out} : mass flow rate of exhaust gas leaving the exhaust manifold

$h_a, h_o, h_{egr}, h_e, h_{in}, h_{out}, h', h$ are the associated enthalpies to the respective flow of gases.

We write the energy and mass balance of the respective parts of the model :

Energy and mass balance in the intake manifold

Energy balance :

$$\dot{m}_{ai}h_{ai} + \dot{m}_{egr}h_{egr} - \phi_p + \dot{m}_oh_o + \frac{d}{dt}(Mh) \quad (1)$$

where ϕ_p represent the heat losses from the walls of the intake manifold.

Mass balance :

$$\dot{m}_{ai} + \dot{m}_{egr} - \dot{m}_o + \frac{dM}{dt} \quad (2)$$

Combining these two equation yields :

$$\begin{aligned} & \dot{m}_{ai}(h_{ai} - h) + \dot{m}_{egr}(h_{egr} - h) \\ & - \phi_p + \dot{m}_o(h_o - h) + M \frac{dh}{dt} \end{aligned}$$

We make the following assumptions :

i) the gases are ideal: $dh = c_p(\Gamma)dT$

ii) the mixture is perfect and uniform : $h_o - h; h_{out} - h_{in} = h'$.

iii) the mixture has a global specific heat capacity c_p and is independent of temperature.

The assumption i combined with assumption iii implies that : $dh = c_p dT$.

Consequently,

$$\begin{aligned} (h_{ai} - h) &= \int_{T_a}^{\Gamma} c_p dT \\ &= c_p(T_{ai} - T) \\ \text{and } (h_{egr} - h) &= c_p(T_{egr} - T). \end{aligned}$$

Hence,

$$\begin{aligned} & \dot{m}_{ai}c_p(T_{ai} - T) + \dot{m}_{egr}c_p(T_{egr} - T) \\ & - \phi_p + Mc_p \frac{dT}{dt} \end{aligned} \quad (3)$$

The function ϕ_p can eventually be modeled as $\phi_p = k(T - T_{ai})$ where k is a constant which depends on the thermal conductivity of the intake manifold walls.

Energy and mass balance in the exhaust manifold

Energy balance :

$$\dot{m}_eh_e - \dot{m}_{in}h_{in} + \dot{m}_{out}h_{out} + \phi'_p + \frac{d}{dt}(M'h') \quad (4)$$

where ϕ'_p represent the heat losses from the exhaust manifold walls to the exterior medium.

Mass balance :

$$\dot{m}_e = \dot{m}_{in} + \dot{m}_{out} + \frac{dM'}{dt} \quad (5)$$



Combining equation (4) and (5), we get :

$$\begin{aligned} & \dot{m}_e (h_e - h') \\ &= \dot{m}_{in} (h_{in} - h') + \dot{m}_{out} (h_{out} - h') + \phi'_p + M' \frac{dh'}{dt} \end{aligned}$$

Using again the above assumptions, we obtain :

$$(h_e - h') = \int_{T_e}^{T_{egr}} c_p dT = c_p (T_e - T_{egr}).$$

Hence,

$$\dot{m}_e c_p (T_e - T_{egr}) = \phi'_p + M' c_p \frac{dT_{egr}}{dt} \quad (6)$$

As before ϕ'_p can be modeled as $\phi'_p = k' (T_{egr} - T_{a1})$ where k' depends on the thermal conductivity of the exhaust manifold walls.

2.1 A simplified control based model

In this section, we shall use the above equations to derive a model for control and observation purposes by making some further hypotheses. These hypotheses are motivated by practical realities.

By assumption (i) above, $PV = MrT$, with r being the gas constant. Therefore,

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \frac{Mr}{V} \frac{dT}{dt} + \frac{rT}{V} \frac{dM}{dt} \\ &= \frac{r}{V} \left(\dot{m}_{a1} (T_{a1} - T) + \dot{m}_{egr} (T_{egr} - T) - \frac{\phi_p}{c_p} \right) \\ &\quad + \frac{rT}{V} (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{egr} - \dot{m}_o) \end{aligned} \quad (7)$$

In a similar fashion, $P_{egr} V' = M' r T_{egr}$, and

$$\begin{aligned} \frac{dP_{egr}}{dt} &= \frac{M' r}{V'} \frac{dT_{egr}}{dt} + \frac{r T_{egr}}{V'} \frac{dM'}{dt} \\ &\quad - \frac{r}{V'} \left(\dot{m}_e (T_e - T_{egr}) - \frac{\phi'_p}{c_p} \right) + \\ &\quad \frac{r T_{egr}}{V'} (\dot{m}_e - \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}). \end{aligned} \quad (8)$$

We also have :

$$\frac{dT_{egr}}{dt} = \frac{\dot{m}_e (T_e - T_{egr})}{M'} - \frac{\phi'_p}{M' c_p}$$

and

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\dot{m}_{a1} (T_{a1} - T)}{M} + \frac{\dot{m}_{egr} (T_{egr} - T)}{M} - \frac{\phi_p}{M c_p}$$

Summarizing the result, we obtain :

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \frac{r}{V} \left(\dot{m}_{a1} T_{a1} + \dot{m}_{egr} T_{egr} - \dot{m}_o T - \frac{\phi_p}{c_p} \right) \\ \frac{dP_{egr}}{dt} = \frac{r}{V'} \left(\dot{m}_e T_e - T_{egr} \dot{m}_{in} - T_{egr} \dot{m}_{out} - \frac{\phi'_p}{c_p} \right) \\ \frac{dT_{egr}}{dt} = \frac{\dot{m}_e (T_e - T_{egr})}{M'} - \frac{\phi'_p}{M' c_p} \\ \frac{dT}{dt} = \frac{\dot{m}_{a1} (T_{a1} - T)}{M} + \frac{\dot{m}_{egr} (T_{egr} - T)}{M} - \frac{\phi_p}{M c_p} \end{cases} \quad (9)$$

Now, if we assume further that :

iv) the heat losses through the walls are negligible, so that $\phi'_p = \phi_p = 0$.

v) the gas mixture temperature leaving the cylinders is equal to the exhaust gas temperature, $T_e = T_{egr}$.

We then obtain :

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \frac{r}{V} [\dot{m}_{a1} T_{a1} + \dot{m}_{egr} T_{egr} - \dot{m}_o T] \\ \frac{dT}{dt} = \frac{r T \dot{m}_{a1} (T_{a1} - T)}{P V'} + \frac{r T \dot{m}_{egr} (T_{egr} - T)}{P V'} \\ \frac{dP_{egr}}{dt} = \frac{r T_{egr}}{V'} (\dot{m}_e - \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}) \\ \frac{dT_{egr}}{dt} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Remarks :

1) Assumption iv) and v) above are made here only for practical convenience. Indeed, if the value of a mean c_p of the gas mixture and the thermal conductivities are known, then a better accuracy of the model can be achieved. It is also interesting to note that the combustion process is taken into account in the model via the temperature T_e . Therefore, the accuracy of the model is further improved by measuring the temperature T_e , but this would imply the requirement of another temperature sensor. It is basically of this constraint that Assumption v) is made.

2) It is clear that when $T_{a1} = T = T_{egr}$, then we obtain the classical manifold pressure equation employed in several works (see e.g. [5, 6]). It is well-known that in idle operating conditions, the EGR is not considered. In this case, a closer analysis of equation 10) shows that the manifold temperature tends to the ambient temperature in steady state conditions. In such a case the assumption that the temperature is uniform throughout the engine is quite reasonable. However, when the EGR is considered this latter assumption may



not necessarily be true.

3 Some remarks

In many existing classical electronic automotive control systems, the only sensor available are the manifold pressure sensor, the exhaust gas oxygen sensor and the speed sensor. On the other hand, establishing suitable expressions for the various flow rates, \dot{m}_o , \dot{m}_{egr} , \dot{m}_{a1} is not so obvious since their expression vary according to the range of functioning of the engine. In most cases, approximate relationships are derived from quasi static engine models and static engine maps. Because of these measurements and modeling constraints, the estimation of the unmeasured engine states and unknown parameters is a rather difficult task.

References

- [1] Chaumerliac, V., Bidan, P., and Boverie, S., "Control-oriented spark engine model", Control Eng. Practice, No. 3, pp. 381-387, 1994.
- [2] Cho, D., and Hedrick, J., "A nonlinear controller design method for fuel-injected automotive engines" Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 110, July 1988.
- [3] Crossley, P.R., and Cook, J. A., "A nonlinear engine model for drivetrain system development," IEEE International Conference "Control 91", Conference publication No. 332, Vol. 2, Edinburgh, U.K., 1991.
- [4] Dobner, D. J., "An engine model for dynamic engine control development", ASME Paper No. WA-11:15, 1986.
- [5] Grizzle, J. W., Cook, J.A., and Milam, W.P., "Improved cylinder air charge estimation for transient air fuel ratio control" in Proc. 1994 Am. Control Conf., Baltimore, MD, 1568-1573, June 1994.
- [6] Hendricks, B. and Sorenson, S. C., " Mean value modeling of Spark Ignition Engines", SAE Technical Paper No. 900616, 1990.
- [7] Powell B.K "A dynamic model for automotive engine control analysis", Proc. of the 18th IEEE CDC, Florida, 1979.



MODELING AND PARAMETER ESTIMATION OF FUEL INJECTED SYSTEMS

K BUSAWON & D. DIAZ-ROMERO

University of Nuevo Leon,

Department of Electrical Engineering, P.O. Box 7F,

66450 San Nicolas de Los Garza, N. L., Mexico.

email: kbusawon@gama.fime.uanl.mx.

Abstract

In this paper we give a new model for a fuel injected system. The model incorporates the effect of heat exchanges between the gas mixtures and other physical parts of the system. Finally, an estimator is designed in order to provide an estimation of the engine flow rate. Simulations are provided to show the validity of the model and the performance of the observer.

Key words : Fuel injected systems, parameter estimation.

1 Introduction

During the past two decades dynamic engine modeling has been a subject of intensive research. This is due to the various exhaust emission legislation and fuel economy regulations which has required more complex engine control policies.

It is well-known that air-fuel ratio (A/F), ignition and exhaust gas recirculation control directly affects emissions and fuel economy in automotive engines. In this respect, a suitable modeling of the intake manifold dynamics is of particular importance.

An accurate modeling of the manifold dynamics which considers the various physical phenomena involved inside the manifold, such as acoustic phenomena characterized by the pipe geometry and valve timing, will normally be given in terms of a distributed parameter system representation. However, this representation cannot be used in real time for control purposes.

Consequently, a search for simpler models under reasonable hypotheses has been the concern of several works (see eg. 3, 5, 6, 8, [9]). Most of these works considers only the manifold pressure state equation and neglect the changes in manifold temperature. This is because, in general, heat transfer in the intake manifold is assumed to be small for nearly all operational modes. In addition, the relative manifold pressure time changes are much larger

than the relative temperature time changes. However, in certain cases especially during start up conditions and when exhaust gas recirculation is considered, the intake manifold temperature effect may not necessarily be considered to be negligible.

In this paper, we give a global model of the manifold temperature and pressure for a fuel injected system when exhaust gas recirculation is considered. The intake and exhaust manifolds are viewed as two interconnected reactors through which gases at different temperatures flow. The model is obtained by computing mass and energy balances in the "reactors" under usual assumptions of ideal gases and uniform pressure and temperature. It is shown that when the exhaust gas, the manifold and the ambient temperature are all the same, the classical manifold pressure equation employed in several works (see eg. [5, [6, 9]) is obtained.

This paper is organized as follows : In the next section, we first of all give a general model for the intake and exhaust manifold temperature and pressure respectively. Then, some simplifications is made in order to derive a reasonable model for control and observation purposes. In section 3, we use the derived model to design an estimator for the engine flow rate. Finally, some simulations are carried out to illustrate the performance of the designed estimators.

2 Modeling of the intake manifold

The aim of this section is to give a dynamic relationship for the intake and exhaust manifolds pressure and temperature without considering the dynamics of the combustion process inside the cylinders. We consider the intake and exhaust manifolds as two separate reactors in which gases at different temperatures are flowing. The model is derived from the schematic representation illustrated in figure 1, where

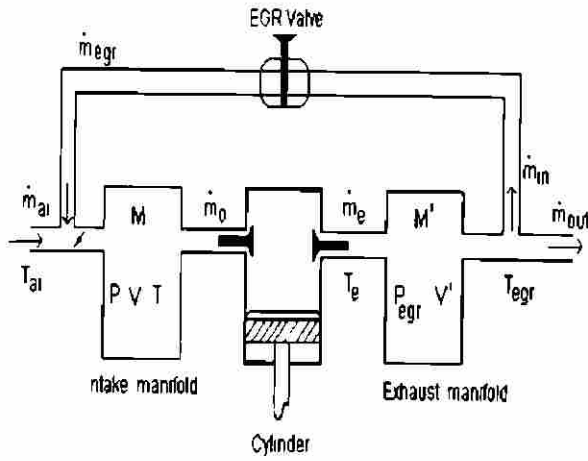


Figure 1: Schematic representation of the engine

P, T, V are the intake manifold pressure, temperature and volume respectively

P_{egr}, T_{egr}, V' are the exhaust manifold pressure, temperature and volume respectively

M, M' : masses of gases in the intake and exhaust manifolds respectively

\dot{m}_{ai} : mass flow rate of air entering the intake manifold (throttle flow rate)

\dot{m}_e : mass flow rate of gas leaving the intake manifold (engine flow rate)

\dot{m}_{egr} : mass flow rate of exhaust gas entering the intake manifold

\dot{m}_e : mass flow rate of gas entering the exhaust manifold

\dot{m}_{in} : mass flow rate of exhaust gas entering the EGR valve

\dot{m}_{out} : mass flow rate of exhaust gas leaving the exhaust manifold

$h_{ai}, h_o, h_{egr}, h_e, h_{in}, h_{out}, h', h$ are the associated enthalpies to the respective flow of gases.

We write the energy and mass balance of the respective parts of the model :

Energy and mass balance in the intake manifold

Energy balance :

$$\dot{m}_{ai}h_{ai} + \dot{m}_{egr}h_{egr} = \phi_p + \dot{m}_e h_o + \frac{d}{dt}(Mh) \quad (1)$$

where ϕ_p represent the heat losses from the walls of the intake manifold.

Mass balance :

$$\dot{m}_{ai} + \dot{m}_{egr} = \dot{m}_e + \frac{dM}{dt} \quad (2)$$

Combining these two equation yields :

$$\dot{m}_{ai}(h_{ai} - h) + \dot{m}_{egr}(h_{egr} - h) = \phi_p + \dot{m}_e(h_o - h) + M \frac{dh}{dt}$$

We make the following assumptions :

i) the gases are ideal: $dh = c_p(T)dT$

ii) the mixture is perfect and uniform : $h_o = h; h_{out} = h_{in} = h'$.

iii) the mixture has a global specific heat capacity c_p and is independent of temperature.

The assumption (i) combined with assumption (iii) implies that : $dh = c_p dT$.

Consequently,

$$(h_{ai} - h) = \int_T^{T_{ai}} c_p dT = c_p(T_{ai} - T)$$

and

$$(h_{egr} - h) = c_p(T_{egr} - T).$$

Hence,

$$\dot{m}_{ai}c_p(T_{ai} - T) + \dot{m}_{egr}c_p(T_{egr} - T) = \phi_p + M c_p \frac{dT}{dt} \quad (3)$$

The function ϕ_p can eventually be modeled as $\phi_p = k(T - T_{ai})$ where k is a constant which depends on the thermal conductivity of the intake manifold walls.

Energy and mass balance in the exhaust manifold

Energy balance :

$$\dot{m}_e h_e = \dot{m}_{in} h_{in} + \dot{m}_{out} h_{out} + \phi'_p + \frac{d}{dt}(M'h') \quad (4)$$

where ϕ'_p represent the heat losses from the exhaust manifold walls to the exterior medium.

Mass balance :

$$\dot{m}_e = \dot{m}_{in} + \dot{m}_{out} + \frac{dM'}{dt} \quad (5)$$

Combining equation (4) and (5), we get :

$$\dot{m}_e(h_e - h') = \dot{m}_{in}(h_{in} - h') + \dot{m}_{out}(h_{out} - h') + \phi'_p + M' \frac{dh'}{dt}$$

Using again the above assumptions, we obtain :

$$(h_e - h') = \int_T^{T_{in}}, c_p dT = c_p(T_e - T_{egr}).$$

Hence,

$$\dot{m}_e c_p (T_e - T_{egr}) = \phi'_p + M' c_p \frac{dT_{egr}}{dt} \quad (6)$$

As before ϕ'_p can be modeled as $\phi'_p = k'(T_{egr} - T_{ai})$ where k' depends on the thermal conductivity of the exhaust manifold walls.

2.1 A simplified control based model

In this section, we shall use the above equations to derive a model for control and observation purposes by making some further hypotheses. These hypotheses are motivated by practical realities.

By assumption (i) above, $PV = MrT$, with r being the gas constant. Therefore,

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \frac{Mr}{V} \frac{dT}{dt} + \frac{rT}{V} \frac{dM}{dt} \\ &= \frac{r}{V} \left(\dot{m}_{ai}(T_{ai} - T) + \dot{m}_{egr}(T_{egr} - T) \right) \left(\frac{\phi_p}{c_p} \right) \\ &\quad + \frac{rT}{V} (\dot{m}_{ai} + \dot{m}_{egr} - \dot{m}_o) \end{aligned}$$

In a similar fashion, $P_{egr} V' = M' r T_{egr}$, and

$$\begin{aligned} \frac{dP_{egr}}{dt} &= \frac{M' r}{V'} \frac{dT_{egr}}{dt} + \frac{r T_{egr}}{V'} \frac{dM'}{dt} \\ &= \frac{r}{V'} \left(\dot{m}_e (T_e - T_{egr}) \right) \left(\frac{\phi'_p}{c_p} \right) \\ &\quad + \frac{r T_{egr}}{V'} (\dot{m}_e - \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}). \end{aligned}$$

We also have :

$$\frac{dT_{egr}}{dt} = \frac{\dot{m}_e (T_e - T_{egr})}{M'} \left(\frac{\phi'_p}{M' c_p} \right)$$

and

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\dot{m}_{ai} (T_{ai} - T)}{M} + \frac{\dot{m}_{egr} (T_{egr} - T)}{M} \left(\frac{\phi_p}{M c_p} \right)$$

Summarising the result, we obtain :

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \frac{r}{V} \left(\dot{m}_{ai} T_{ai} + \dot{m}_{egr} T_{egr} - \dot{m}_o T \right) \left(\frac{\phi_p}{c_p} \right) \\ \frac{dP_{egr}}{dt} = \frac{r}{V'} \left(\dot{m}_e (T_e - T_{egr}) \right) \left(\frac{\phi'_p}{c_p} \right) \\ \frac{dT_{egr}}{dt} = \frac{\dot{m}_e (T_e - T_{egr})}{M'} \left(\frac{\phi'_p}{M' c_p} \right) \\ \frac{dT}{dt} = \frac{\dot{m}_{ai} (T_{ai} - T)}{M} + \frac{\dot{m}_{egr} (T_{egr} - T)}{M} \left(\frac{\phi_p}{M c_p} \right) \end{cases} \quad (7)$$

Now, if we assume further that :

iv) the heat losses through the walls are negligible, so that $\phi'_p = \phi_p = 0$.

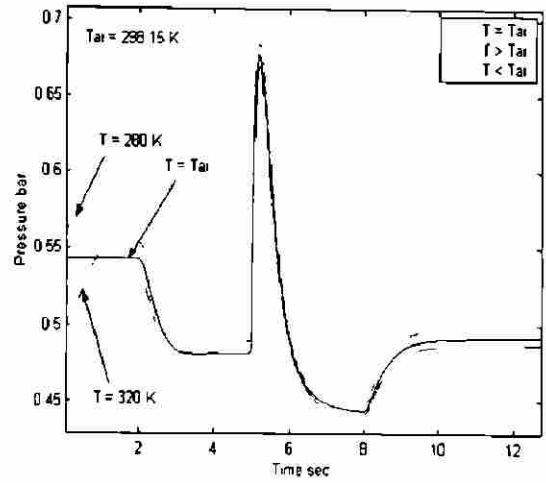


Figure 2: Temperature influence

v) the gas mixture temperature leaving the cylinders is equal to the exhaust gas temperature, $T_e = T_{egr}$.

We then obtain :

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \frac{r}{V} [\dot{m}_{ai} T_{ai} + \dot{m}_{egr} T_{egr} - \dot{m}_o T] \\ \frac{dT}{dt} = \frac{r T \dot{m}_{ai} (T_{ai} - T)}{PV} + \frac{r T \dot{m}_{egr} (T_{egr} - T)}{PV} \\ \frac{dT_{egr}}{dt} = \frac{r T_{egr}}{V'} (\dot{m}_e - \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}) \\ \frac{dT_e}{dt} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Validation of the model

A simulation of the above model was done for the first two equations using a modified bench mark from the Simulink demos. Figure 2 shows the influence of the temperature variations on the intake manifold pressure. It can be seen that the pressure vary considerably with temperature which in turn will also affect the speed.

Remarks :

1) Assumption iv) and v) above are made here only for practical convenience. Indeed, if the value of a mean c_p of the gas mixture and the thermal conductivities are known, then a better accuracy of the model can be achieved. It is also interesting to note that the combustion process is taken into account in the model via the temperature T_e . Therefore, the accuracy of the model is further improved by measuring the temperature T_e , but this would imply the requirement of another temperature sensor. It is basically of

this constraint that Assumption v) is made.

- 2) It is clear that when $T_{a1} = T = T_{egr}$, then we obtain the classical manifold pressure equation employed in several works (see eg. [5], [6], [8], [9]). It is well-known that in idle operating conditions, the EGR is not considered. In this case, a closer analysis of equation (12) shows that the manifold temperature tends to the ambient temperature in steady state conditions. In such a case the assumption that the temperature is uniform throughout the engine is quite reasonable. However, when the EGR is considered this latter assumption may not necessarily be true.

3 Estimation of the mass flow rate

In many existing classical electronic automotive control systems, the only sensor available are the manifold pressure sensor, the exhaust gas oxygen sensor and the speed sensor. On the other hand, establishing suitable expressions for the various flow rates, \dot{m}_o , \dot{m}_{egr} , \dot{m}_{a1} is not so obvious. In most cases, approximate relationships are derived from quasi static engine models and static engine maps. Because of these measurements and modeling constraints, the estimation of the unmeasured engine states and unknown parameters is a rather difficult task.

In this work, we shall assume that the throttle flow rate is given by :

$$\dot{m}_{a1} = f(\theta)g(P) \quad (9)$$

where

$$f(\theta) = 2.821 - 0.05231\theta + 0.10299\theta^2 - 0.0063\theta^3$$

and

$$g(P) = \begin{cases} 1 & \text{if } P < \frac{P_0}{2} \\ \frac{2}{P_0} \sqrt{PP_0} & \text{if } P > \frac{P_0}{2} \end{cases}$$

with P_0 is the atmospheric pressure.

In general, the EGR mass rate depend on the nature of the valve used. For a sonic EGR valve, EGR mass rate is a function of the area of the throat of the valve, the exhaust gas pressure and temperature (see eg. [9]). A suitable static model for the engine mass flow rate can be modelised as:

$$\dot{m}_o = c(t) \frac{P\omega}{T}$$

where $c(t)$ is a function to be determined and ω is the engine speed. Notice that the function $c(t)$ is related

to the volumetric efficiency. It is well-known that the volumetric efficiency is a very sensitive parameter and is difficult to quantify. In fact, the volumetric efficiency depends on factors such as valve overlap, engine speed, the manifold design.

In this section, we shall consider the estimation of $c(t)$ based on the manifold pressure equation derived in the previous section. To this aim, we shall consider the throttle angle as the control variable; the engine speed and the manifold pressure as the outputs. It is also important to note that, owing to the expression of \dot{m}_o , the measurement of the manifold temperature is not necessary because it is cancelled out in the manifold pressure equation.

The observer used here is that given in [1]. The basic motivation in using such observer is that some time-varying parameters can be estimated, with reasonable precision, without any assumption on their particular structure. Furthermore, the gain of this observer can be explicitly calculated and does not obey any differential equation. It is also shown in [2] that a digital implementation of such observer is also possible and, as a result, it is quite suitable for real time applications.

We shall assume no particular structure of the volumetric efficiency except that it possess a bounded unknown time derivative, i.e $\dot{c}(t) = \phi(t)$ where $\phi(t)$ is an unknown function with $|\phi(t)| < M$; $M > 0$.

Consequently, we obtain the following equation

$$\begin{cases} \dot{P} = -P\omega c + \frac{r}{V} \dot{m}_{a1} T_{a1} + \frac{r}{V} \dot{m}_{egr} T_{egr} \\ \dot{c} = \phi(t) \\ y = P \end{cases} \quad (10)$$

Using the design technique given in [1], the observer which allows to provide an estimate for $c(t)$ is given by:

$$\begin{cases} \dot{\hat{P}} = -P\omega \hat{c} + \frac{r}{V} \dot{m}_{a1} T_{a1} + \frac{r}{V} \dot{m}_{egr} T_{egr} - \alpha k_1 (\hat{P} - P) \\ \hat{c} = \frac{\alpha^2 k_2}{P\omega} (\hat{P} - P) \end{cases} \quad (11)$$

3.1 Simulation results

The simulation is done with a bench mark available in the Simulink Demos. The design values of the observer are $k_1 = 2$, $k_2 = 1$, $\alpha = 8$ and $\theta = 8.22$ deg. Figure 3 shows the estimate and the real trajectories of the parameter $c(t)$. As it can be seen the estimate $\hat{c}(t)$ converges rapidly to its true value which demonstrate the good performance of the observer.

4 Conclusion

In this paper, we have derived a new model for a fuel injected engine. When the temperature is assumed

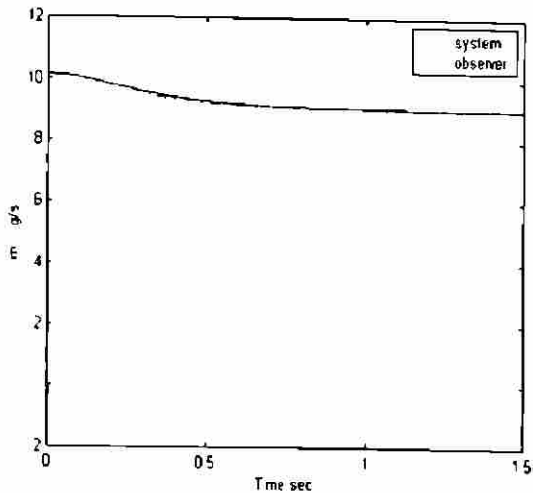


Figure 3: Estimation of $c(t)$

uniform throughout the engine, the model coincides with the classical engine model used in several previous works. The proposed model is then used to estimate some important parameters such as the engine flow rate.

Acknowledgement: This work was supported by the PAICYT under grant CA220-99.

References

- 1 Busawon, K., M. Farza and H. Hammouri. "An observer for a special class of nonlinear systems". *International Journal of Control*, Vol. 71, n0 3, pp. 405-418, 1998.
- 2 K. Busawon, M. Saif and M. Farza, "A Discrete Time Observer for a Class of Nonlinear Systems", *Proceedings of the 36th IEEE CDC*, pp. 4796-4802, Dec. 1997.
- 3 Chaumierhat, V., Bidan, P., and Boverie, S., "Control-oriented spark engine model", *Control Eng Practice*, No. 3, pp. 381-387, 1994.
- 4 Cho, D., and Hedrick, J., "A nonlinear controller design method for fuel-injected automotive engines" *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 110, July 1988.
- 5 Crossley, P.R., and Cook, J. A., "A nonlinear engine model for drivetrain system development," *IEEE International Conference "Control 91"*, Conference publication No. 332, Vol. 2, Edinburgh, U.K., 1991.

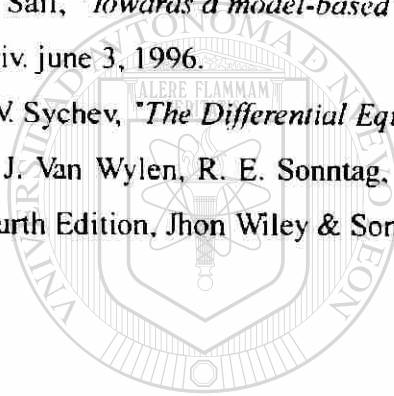
- 6 Dobner, D. J., "An engine model for dynamic engine control development", *ASME Paper No. WA-11:15*, 1986.
- 7 Grizzle, J. W., Cook, J.A., and Milam, W.P., "Improved cylinder air charge estimation for transient air fuel ratio control" in *Proc. 1994 Am. Control Conf.*, Baltimore, MD, 1568-1573, June 1994,
- 8 Hendricks, E. and Sorenson, S. C., "Mean value modeling of Spark Ignition Engines", *SAE Technical Paper No. 900616*, 1990.
- 9 Powell B.K. "A dynamic model for automotive engine control analysis", *Proc. of the 18th IEEE CDC*, Florida, 1979.

Referencias

- [1] A. Amstutz and L. R. Del Re, "EGO Sensor Based Robust Output Control of EGR in Diesel Engines", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 3, No. 1, March 1995.
- [2] C. F. Aquino, "Transient A/F Control Characteristics of the 5 Liter Central Fuel Injection Engine," SAE Technical paper series 810494.
- [3] P. Bidan, S. Boverie, and V. Chumerliac, "Nonlinear Control of a Spark - Ignition Engine," IEEE Transactions on control systems technology, Vol. 3, No.1, Marzo de 1995.
- [4] K. K. Busawon and J. De Leon-Morales, "An Improved High Gain Observer For Single-Output Uniformly Observable Systems," ECC 1999.
- [5] K. K. Busawon, J. De Leon-Morales and M. Aguilera-Hernandez, "A New High Gain Observer For Uniformly Observable Systems," IASTED Austria 1999.
- [6] K.K. Busawon, M. Farza and H. Hammouri "Observer design for a special class of nonlinear systems," Int. J. Control 1998, Vol 71. No. 3, 405 - 418.
- [7] A. R. Castro Figueroa, "Estabilidad de las ecuaciones diferenciales ordinarias y de las ecuaciones funcionales con sus aplicaciones," Instituto Politécnico Nacional, 1998.
- [8] P. R. Crossley, J.A. Cook "A nonlinear model for drivetrain system development,"
- [9] S. Drakunov, V. Utkin "Sliding mode observers tutorial," Proceedings of the 34th CDC, New Orleans, USA 1995.
- [10] U. S. Environmental Protection Agency, Office of Mobile Sources, "AP-42, Air Pollutant Emission Factors," EPA 1998.
- [11] A. J. Fossard and D. Normand-Cyrot, "Modelling And Estimation," Nonlinear systems series, Chaptman & Hall, France. 1995.
- [12] J. P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman, "A Simple Observer for Nonlinear Systems Applications to Bioreactors," IEEE Transactions on automatic control, Vol. 37, No. 6, Junio de 1992
- [13] L. Guzzella and A. Amstutz, "Control of Diesel Engines," IEEE Control systems proc. Vol. 8.No. 9 October, pp 57 - 71, 1998.
- [14] E. Hendricks, and S. C. Sorenson, "SI Engine Controls and Mean Value Engine Modelling," SAE

Technical paper No. 910258.

- [15] J. B. Heywood, "*Internal Combustion Engine Fundamentals*," Mechanical engineering series, McGraw Hill, USA, 1998.
- [16] H. K. Khalil, "*Nonlinear Systems*," 2nd Ed., Prentice Hall, 1996.
- [17] R. Marino, P. Tomei, "*Nonlinear Control Design*," Prentice Hall, 1995.
- [18] B. K. Powell, "*A Dynamic Model For Automotive Engine Control Analysis*," In Proc. of 18th IEEE CDC, Fort Lauderdale, Florida, USA, 1979.
- [19] W. J. Rugh, "*Linear System Theory*," Prentice Hall Inc., 1993.
- [20] M. Saif, "*Towards a model-based strategy to automotive engine diagnostics*," Internal report SFS Univ. June 3, 1996.
- [21] V. V. Sychev, "*The Differential Equations of Thermodynamics*," Mir Publishers, 1983.
- [22] G. J. Van Wylen, R. E. Sonntag, C. Borgnakke, "*Fundamentals of Classical Thermodynamics*," Fourth Edition, Jhon Wiley & Sons, Inc. 1994.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

