UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

CREACIÓN DE NUEVAS ESTADÍSTICAS PARALELAS A LA FISHERIANA BASADAS EN LOS MOMENTOS ABSOLUTOS

POR

ING. ARTURO BUENO TOKUNAGA

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA ADMINISTRACIÓN CON ESPECIALIDAD EN PRODUCCIÓN Y CALIDAD

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N.L. MAYO DEL 2000

ABT

N DE NUEVAS ESTADÍSTICAS PARALELAS A LA FISHERIANA BASADAS EN LOS MOMENTOS ABSOLUTOS

2000

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

CREACIÓN DE NUEVAS ESTADÍSTICAS PARALELAS A LA FISHERIANA BASADAS EN LOS MOMENTOS ABSOLUTOS

POR

ING. ARTURO BUENO TOKUNAGA

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA ADMINISTRACIÓN CON ESPECIALIDAD EN PRODUCCIÓN Y CALIDAD

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, N.L. MAYO DEL 2000

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO

"CREACCION DE NUEVAS ESTADISTICAS PARALELAS A LA FISHERIANA BASADAS EN LOS MOMENTOS ABSOLUTOS"

POR

ING. ARTURO BUENO TOKUNAGA

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA ADMINISTRACION CON ESPECIALIDAD EN PRODUCCION Y CALIDAD

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, NUEVO LEON
A 29 DE MAYO DEL 2000

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO

"CREACION DE NUEVAS ESTADISTICAS PARALELAS A LA FISHERIANA BASADA EN LOS MOMENTOS ABSOLUTOS"

POR

ING. ARTURO BUENO TOKUNAGA

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA ADMINISTRACION CON ESPECIALIDAD EN PRODUCCION Y CALIDAD

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, NUEVO LEON
A 29 DE MAYO DEL 2000

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis **CREACCION DE NUEVAS ESTADISTICAS PARALELAS A LA FISHERIANA BASADA EN LOS MOMENTOS ABSOLUTOS**, realizada por el alumno **ARTURO BUENO TOKUNAGA**, matrícula **714825** sea aceptada para su defensa como opción al grado de **Maestro en Ciencias de la Administración con especialidad en PRODUCCION Y CALIDAD.**

El Comité de Tesis

Asesor
M.C. Roberto Elizondo Villarreal

Coasesor
M.A. Matías A. Botello Treviño.

Coasesor
M.C. Roberto Villarreal Garza.

Vo.Bo.
M.C. Roberto Villarreal Garza
División de Estudios de Post-grado

San Nicolás de los Garza, N. L. A 29 de Mayo del 2000

DEDICATORIA

A MI ESPOSA,
Sra. Carmelita Yamamoto Chavarría:
Que con su cariño, comprensión, paciencia y sacrificio, me impulsa a realizarme en los objetivos que me trazo.

A MI HIJA,
Yuriko Yarel Bueno Yamamoto:
Que es lo que más quiero en la vida, y que algunas veces por tratar de superarme me alejo un poco de ella, pero sé que me comprende y me quiere, y esto para mí es lo más grande.

A MIS HERMAMOS,
Alma Rosa, Arnoldo, Alfredo, Argentina y Alejandro, a los cuales quiero mucho.

A MI ASESOR,
M.C. ROBERTO ELIZONDO VILLARREAL
A quien agradezco su confianza y apoyo para la realización de este trabajo, y que por su forma de motivarnos tanto en el aula como fuera de ella, es un ejemplo a seguir, por todo esto, le estaré eternamente agradecido.

AGRADECIMIENTOS

A DIOS NUESTRO SEÑOR,

Por darme salud, entendimiento y tenacidad para concluir mis estudios, pero sobre todo por darme la familia que tengo y los amigos con los que cuento.

A MIS PADRES,

Sr. Arnoldo Bueno Esparza y Sra. Cirina Tokunaga Medina:
Que siempre me impulsaron a seguir adelante y con su ejemplo me dieron las mejores enseñanzas.

AL ASESOR Y COASESORES DE ESTA TESIS,
M.C. ROBERTO ELIZONDO VILLARREAL
M.A. MATIAS A. BOTELLO TREVIÑO
M.C. ROBERTO VILLARREAL GARZA

Quienes me dedicaron su tiempo y atención, y que con su gran capacidad y empeño, así como su disponibilidad de maestros y amigos, para ayudarme y dirigirme en estos estudios. Ojalá que las nuevas generaciones tengan la mejor disposición de aprovechar los conocimientos de tan excelentes maestros y valoren en todo lo que vale el esfuerzo y cariño que ustedes ponen a favor de la educación y de la superación, del educando y del México mismo.

A TODOS MIS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

Por su confianza, amistad y apoyo que me brindaron para realizar este trabajo.

A TODOS MIS MAESTROS:

Incalculable valor para mí tiene el conocimiento adquirido, gracias al cual se llega a metas antes insospechadas, no existiendo pago capaz de saldar deuda de tal magnitud, me comprometo a compartir mis conocimientos en forma desinteresada de la misma forma que Ustedes lo hicieron conmigo.

AL M.C. JOSE MARIA FRAUSTRO SILLER.
RECTOR DE LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE COAHUILA

Persona que con hechos ha demostrado su interés en la superación de todos los que laboramos en esta gran Institución, porque su apoyo y confianza fueron factores importantes en la realización de éste logro. Gracias por su amistad.

A TI LECTOR

A TODOS, MUCHAS GRACIAS

PROLOGO

El haber realizado el presente trabajo de tesis en coordinación con mi maestro asesor, M.C. Roberto Elizondo Villarreal, así como de mis coasesores, M.C. Roberto Villarreal Garza y M.A. Matías A. Botello Treviño, ha sido para mí una experiencia gratificante y de gran aprendizaje, pues sus múltiples comentarios e ideas han redondeado y dado forma al presente material de investigación.

Pensar que todo esta inventado ó que todo ya está escrito, esto sería el error más grande que como humanos pudiéramos cometer, ya que frenaríamos nuestro avance.

En el presente trabajo, desarrollamos nuevas fórmulas de estadística, basada en otros momentos, el cual deseamos compartir con todos los lectores, con el fin de que lo analicen y nos hagan llegar sus comentarios, cabe aclarar que posteriores estudios analizaremos otros momentos absolutos k.

INDIC E

CREACION DE NUEVAS ESTADISTICAS PARALELAS A LA FISHERIANA BASADA EN LOS MOMENTOS ABSOLUTOS

CAPITULO I

SINTESIS

En el presente trabajo tratamos de hacer un análisis de cómo se usan las fórmulas de:

a).- La Normal

b).- Chi – cuadrada

c).- La Fisher

d).- La t-Student

Y con el presente trabajo comparar cálculos con una nueva estadística, paralela a la Fisheriana, en diferentes momentos absolutos.

Como nota para el lector, en este escrito solamente se analizará mas afondo el primer momento absoluto, ($k = 1$), pero es nuestro deseo, que en trabajos futuros analizaremos otros momentos absolutos k, ya que cada momento k genera toda una estadística completa, pero se sientan las bases en el presente trabajo para que se formulen dichas estadísticas.

CAPITULO II

BREVIARIO CULTURAL Y GENERALIDADES

2.1. ORIGEN

La palabra statistik proviene de la palabra italiana statista (que significa estadista). Fue utilizada por primera vez por Gotfried Achenwall (1719 -1772), un profesor de Marlboroufh y de Gütingen, y el Dr. E. A. W. Zimmerman.

2.2. DEFINICION

Estadística: Rama de las matemáticas que se ocupa de reunir, organizar, y analizar datos numéricos y que ayuda a resolver problemas como el diseño de experimentos y la toma de decisiones.

La Estadística es una de las ramas de las Matemáticas que más ha contribuido en los últimos años al avance de la técnica. Tiene como fin interpretar los datos cuantitativos procedentes de los distintos campos de la investigación.

Estudia los fenómenos aleatorios, es decir, los fenómenos debidos al azar, como pueden ser: jugar a la lotería, el que un niño que va a nacer sea niño o niña, que de 100 alumnas de una clase puedan suspender, por ejemplo, 35, etc.; de todos estos fenómenos nosotros podemos calcular el resultado, pero no podemos decir cuál será éste antes de que se produzca. La Estadística se basa en el llamado cálculo de probabilidades

2.3. HISTORIA

Desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, pues ya se utilizaban representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas, para contar el número de personas, animales o ciertas cosas.

Hacia el año 3000 a de J.C. los babilonios usaban ya pequeñas tablillas de arcilla para recopilar datos en tablas sobre la producción agrícola y de los géneros vendidos o cambiados mediante trueque.

Los egipcios analizaban los datos de la población, aún mucho antes de construir las pirámides en el siglo XXXI a de J.C. Los libros bíblicos de Números y Crónicas incluyen en algunas partes, trabajos de estadística. El primero contiene dos censos de la población de Israel, y el segundo describe el bienestar material de las diversas tribus judías.

En China existían registros numéricos similares con anterioridad al año 2000 a de J.C.

Los Griegos clásicos realizaban censos cuya información se utilizaba hacia el 594 a de J.C. para cobrar los impuestos

El imperio Romano fue el primer gobierno que recopiló una gran cantidad de datos sobre la población, superficie y renta de todos los territorios bajo su control.

Durante la edad media sólo se realizaron algunos censos exhaustivos en Europa. Los reyes carolingios, Pipino el breve y Carlomagno ordenaron hacer estudios minuciosos de las propiedades de las iglesias en los años 758 y 762 respectivamente.

Después de la conquista normanda de Inglaterra en 1066, el rey Guillermo I de Inglaterra encargó un censo. La información obtenida con este censo, llevado a cabo en 1086, se recoge en el Domesday Book. El registro de nacimientos y defunciones comenzó en Inglaterra a principios del siglo XVI, y en 1662 apareció el primer estudio estadístico notable de población, titulado "Observation on the London Bills of mortality" (comentarios sobre las partidas de defunción en Londres). Un estudio similar sobre la tasa de mortalidad en la ciudad de Bresalau, en Alemania, realizado en 1691, fue utilizado por el astrónomo Inglés Edmund Halley como base para la primera tabla de mortalidad.

En el siglo XIX, con la generalización del método científico para estudiar todos los fenómenos de las ciencias naturales y sociales, los investigadores aceptaron la necesidad de reducir la información a valores numéricos para evitar la ambigüedad de las descripciones verbales.

En nuestros días la estadística se ha convertido en un método efectivo para describir con exactitud los valores de datos económicos, políticos, sociales, psicológicos, biológicos y físicos, y sirve como herramienta para relacionar y analizar dichos datos. El trabajo del experto estadístico no consiste ya sólo reunir y tabular los datos, sino sobre todo en el proceso de interpretación de esa información.

El desarrollo de la teoría de la probabilidad ha aumentado el alcance de las aplicaciones de la estadística. Muchos conjuntos de datos se pueden aproximar, con gran exactitud, utilizando determinadas distribuciones probabilísticas, los resultados de éstas se pueden utilizar para analizar datos estadísticos. La probabilidad es útil para comprobar la fiabilidad de las inferencias estadísticas y para predecir el tipo y la cantidad de datos necesarios en un determinado estudio estadístico.

2.4. METODOS ESTADISTICOS

La materia prima de la estadística consiste en conjuntos de números obtenidos al contar o medir cosas. Al recopilar datos estadísticos se ha de tener especial cuidado para garantizar que la información sea completa y correcta.

El primer problema para los estadísticos reside en determinar que información y cuánta se ha de reunir. En realidad, la dificultad al compilar un censo está en obtener el número de habitantes de forma completa y exacta, de la misma manera que un físico que quiere contar el número de colisiones por segundo entre las moléculas de un gas, debe empezar determinando con precisión la naturaleza de los objetos a contar. Los estadísticos se enfrentan a un complejo problema cuando, por ejemplo, toman una muestra para un sondeo de opinión o una encuesta electoral. El seleccionar una muestra capaz de representar con exactitud las preferencias del total de la población no es tarea fácil.

Para establecer una ley física, biológica o social el estadístico debe de comenzar con un conjunto de datos y modificarlo basándose en la experiencia. Por ejemplo, en los primeros estudios sobre crecimiento de la población los cambios en el número de habitantes se predecían calculando la diferencia entre el número de nacimientos y de fallecimientos en un determinado lapso. Los expertos en estudios de la población comprobaron que la tasa de crecimiento depende sólo del número de nacimientos, sin que el número de defunciones tenga importancia. Por lo tanto, el futuro crecimiento de la población se empezó a calcular basándose en el número anual de nacimientos por cada 1000 habitantes. Sin embargo pronto se dieron cuenta que las predicciones obtenidas utilizando este método no daban resultados correctos. Los estadísticos comprobaron que hay dos factores que limitan el crecimiento de la población. Dado que el número de posibles nacimientos depende del número de mujeres, y no del total de la población, y dado que las mujeres sólo tienen hijos durante parte de su vida, el dato más importante que se ha de utilizar para predecir la población es el número de niños nacidos vivos por cada 1000 mujeres en edad de procrear, el valor obtenido utilizando este dato mejora al combinarlo con el dato del porcentaje de mujeres sin descendencia. Por lo tanto, la diferencia entre nacimientos y fallecimientos sólo es útil para indicar el crecimiento de la población en un determinado período de tiempo del pasado, el número de nacimientos por cada 1000 habitantes sólo expresa la tasa de crecimiento en el mismo período, y sólo el número de nacimientos por cada 1000 mujeres en edad de procrear sirve para predecir el número de habitantes en el futuro.

"Estadística" , Enciclopedia Microsoft® Encarta® 99

2.5. ¿PORQUE DEBEMOS SABER O CONOCER DE ESTADISTICA?

Es la última jugada del partido y los Gigantes se encuentran abajo en el marcador por 4 puntos; tienen el balón en la yarda 20 de los Cargadores. El coordinador defensivo de éstos pide tiempo y acude a la línea que delimita al campo a dialogar con su coach. Éste sabe que un gol de campo no serviría ni para empatar el partido; en consecuencia, los Gigantes lanzará un pase o intentarán una corrida. El asistente de estadística consulta rápidamente su computadora y señala que en las últimas 50 situaciones parecidas, los Gigantes han pasado el balón 35 veces. También le informa al coach de los cargadores que, de esos pases, dos tercios han sido pases cortos sobre el área del centro. El coach le comunica a su coordinador defensivo que espere un pase corto por el centro. El balón es puesto en juego, el mariscal de campo de los Gigantes hace exactamente lo que se ha previsto y los Cargadores hacen un gran esfuerzo para interceptar o impedir el pase. **La estadística sugirió la defensa correcta.**

El Departamento de Alimentos y Medicina está realizando la prueba final de un nuevo medicamento que cura el cáncer de próstata en 80 % de los casos en que es administrado, y con sólo 2 % de incidencia de efectos secundario no deseables. El cáncer de próstata es la segunda causa de mortalidad humana y actualmente no existe una cura. El director de investigación debe decidir si recomienda el medicamento para su uso general; hará la recomendación sólo en el caso de tener la certeza al 99 % de que no habrá diferencias significativas entre los efectos secundarios no deseables en las pruebas clínicas y los que se ocasionarían por el uso generalizado del medicamento. **Existen métodos estadísticos que pueden proporcionarle una buena base para tomar tan importante decisión.**

El Banco Comunitario ha aprendido de la experiencia que existen cuatro factores que influyen en gran medida en la determinación de si un cliente pagará a tiempo el préstamo que se le hizo o si se va a convertir en moroso. Tales factores son:

1).- El número de años que tenga viviendo en la dirección actual

2).- Su antigüedad en el trabajo

3).- El hecho de si el cliente es dueño o no de la casa que habita

4).- El hecho de que el cliente tenga una cuenta de cheques o de ahorros en el mismo banco.

Desgraciadamente, el banco no conoce el efecto individual que tiene cada uno de tales factores sobre el resultado del préstamo. Sin embargo, posee archivos de computadora con información sobre los clientes (tanto de aquellos a los que se les ha concedido un préstamo, como de los rechazados) y tiene conocimiento, también, del resultado de cada préstamo.

Sarah Smith solicita un empréstito. Vive desde hace cuatro años en su dirección actual, es dueña de la casa, sólo tiene una antigüedad de tres meses en su trabajo actual y no es cliente del banco comunitario. Mediante el uso de la estadística, el banco puede calcular la probabilidad de que Sarah Smith pague su préstamo si éste se le otorga.

La palabra estadística significa cosas diferentes para un aficionado al fútbol americano, se trata del número de carreras, pases y anotaciones; para el coach de los Cargadores, en el primer ejemplo, la estadística es la posibilidad de que los Gigantes lancen un pase corto por el centro; para el administrador de una planta de energía es la cantidad de contaminantes que se liberan a la atmósfera. Para el administrador del Departamento de Alimentos y Medicina, de nuestro segundo ejemplo es el porcentaje posible de efectos secundarios no deseados con el uso generalizado de una nueva medicina para curar el cáncer de próstata. En nuestro último ejemplo, el Banco Comunitario, la estadística es la posibilidad de que Sarah Smith pague a tiempo el préstamo. Para el estudiante que toma un curso de estadística se trata de la calificación que obtenga en los tres exámenes parciales y en el final de la materia.

Cada una de estas personas utiliza la palabra de manera correcta, aunque le den un uso diferente. Todos ellos recurren a la estadística para auxiliarse en la toma de decisiones;

En cierta ocasión, Benjamín Disraeli hizo la siguiente aseveración: "Existen tres tipos de mentiras, las mentiras ordinarias, las grandes mentiras y las mentiras estadísticas." Este juicio, tremendamente severo, respecto a la estadística, que fue hecho hace ya varios años, se ha vuelto una descripción bastante acertada de muchos de los fracasos estadísticos que encontramos en la vida diaria. Darrel Huff en su libro, " Cómo mentir con la estadística", anotó que: ***"los bribones ya conocen tales trucos, los hombres honrados deben aprenderlos para defenderse".***

2.6. CONCEPTOS.

2.6.1. FRECUENCIAS

Se llama frecuencia absoluta de un suceso en n pruebas análogas al número n' de veces que se ha producido el suceso, y se llama frecuencia relativa al cociente n'/n, entre la frecuencia absoluta y el número total de pruebas.

Así, por ejemplo, si tiramos 20 veces un dado y 6 de ellas sale un as, la frecuencia absoluta ha sido 6, y la frecuencia relativa 6/20.

2.6.2. PROMEDIOS

Tiene como objeto la representación de una serie de datos por un solo número. Las principales clases de promedios son: la moda, la mediana, la media aritmética y la media geométrica.

2.6.2.1. La moda.- Es el valor de la variable al que corresponde mayor frecuencia. Así, por ejemplo, si en un curso las notas de sus 10 alumnos son respectivamente: 5, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 5, 9 y 6, la moda es «5», ya que hay cuatro alumnos que tienen esa nota, mientras que con las demás notas no hay tantos alumnos que tengan la misma.

2.6.2.2. Mediana. - Es el valor que ocupa el lugar central cuando el conjunto de valores de la variable está ordenado o de forma creciente o decreciente. Si el número de valores es impar la mediana coincide con uno de los datos. Pero si es par, se toma la semisuma de los dos valores centrales.

Ejemplo. Si los valores de la variable son: 5. 8. 3. 4. 9. 7 y 6. colocados en orden creciente: 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. el central es el 6. Luego, la mediana es 6.

2.6.2.3. Media aritmética.- Es el resultado de dividir la suma de todos los valores por el número de ellos.

Ejemplo. La media aritmética de los números 15. 10. 35. 20 es: 20

$$Ma = \frac{15+10+35+20}{4} = 20$$

2.6.2.4. Media geométrica.- Es la raíz enésima del producto de todos los valores, es decir:

$$Me = \sqrt[n]{V1 * V2 * \ldots * Vn}$$

Se emplea mucho menos que la media aritmética. Además de por lo complicado de su cálculo, porque si en una serie de valores. Uno de ellos es cero. El producto será también cero, y lo será la media geométrica.

2.6.3. DESVIACIONES

Se conoce con el nombre de desviación la separación de un valor cualquiera de la serie respecto de su valor promedio. Así, por ejemplo, si M es la media aritmética de una serie de valores y. Y es un valor cualquiera, la «desviación» es: d = x - M.

En ellas conviene considerar el signo positivo o negativo, con lo cual ocurre aveces que al dar la desviación de una serie se suman las desviaciones de todos sus valores y se obtiene el valor cero por lo que se emplean los conceptos de:

2.6.3.1. Desviación media.

Es la media aritmética de los valores absolutos de todas las desviaciones.

Ejemplo. Dada la serie de valores siguiente: 2, 3, 8. 6, 9. 14 y 21, hallamos primero su media aritmética: 63/7 = 9.

Las desviaciones con respecto a esta media de cada uno de los valores son respectivamente: -7, - 6, - 1, - 3, 0, 5, 12.

Desviación de la media = 4.857

2.6.3.2. Desviación típica ó estándar.

Es la raíz cuadrada de la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones.

Se llama también desviación cuadrática media.

En el ejemplo anterior, la desviación estándar será = 6.1

CAPITULO III

SEMBLANZA

3.1. INTRODUCCION.

Con la creación de las nuevas estadísticas paralelas a la Fisheriana, los momentos absolutos (primero, segundo, etc.) se pueden pronosticar con lo desarrollado en el presente trabajo de investigación, éstos estadísticos son:

La distribución (Roberto-k)R^k, esta basada en la distribución de cualquier momento k, por lo tanto, cada momento k será una diferente y completa estadística, la R^k es similar a la χ^2 Chi-cuadrada la cual es una distribución de varianzas, es decir; es una distribución del segundo momento con respecto a la media.

Otra es la distribución (Elizondo-k) E_k relaciona los momentos absolutos k de dos poblaciones. Este tipo de distribución es parecida a la distribución Fisher que relaciona las dos varianzas de dos poblaciones. Si con la Fisher podemos hacer un análisis de varianza, con la E_k podemos hacer un análisis de cualquier momento absoluto k, por lo tanto, cada momento k será una diferente y completa estadística.

La distribución t-Student puede pronosticar μ que es la media de la población, con una muestra, utilizando de la muestra la varianza s^2 y la mediana $\bar{x}$. Con la distribución (Roberto-t) tR_k se puede pronosticar μ de la población, con una muestra, utilizando de la muestra cualquier momento absoluto k r_{ak}^{k} y la media $\bar{x}$, por lo tanto, cada momento absoluto k será una diferente y completa estadística.

Como nota para el lector, en este escrito solamente se analizará más afondo el primer momento absoluto, es decir, cuando k=1, con todas sus estadísticas, en trabajos futuros analizaremos cada momento absoluto k ya que cada uno de ellos genera toda una estadística completa, pero dando en este trabajo las bases para que se formulen dichas estadísticas.

3.2. RESUMEN.

Las estadísticas paralelas a la Fisheriana infieren y pronostican los momentos absolutos k, es decir, que para cada momento absoluto k es una estadística diferente y completa.

En la Fisheriana tenemos las distribuciones:

- NORMAL
- CHI-CUADRADA
- t STUDENT
- FISHER

Las cuales están en función en el segundo momento con respecto a la media, es decir, la varianza.

En las estadísticas paralelas tenemos las distribuciones:

- zR_k GAUSS
- R^k (Roberto-a la k).
- tR_k (Roberto-t)
- E_k (Elizondo-k)

Las cuales están en función del momento absoluto K, que se desea pronosticar.

3.3. OBJETIVO DEL TRABAJO

El objetivo de este trabajo en primera instancia, es referido a pronosticar los momentos absolutos k, dando toda una formulación para cada estadística de cada momento absoluto k, otra visión de análisis y ayuda para los diferentes trabajos científicos, técnicos, de producción y de educación en donde se puede usar.

Para este fin se formularon las siguientes distribuciones, zR_k, R^k, tR_k, E_k (la distribución Gaussiana, Roberto a la k, Roberto-t y Elizondo-k, respectivamente).

Cada una de las distribuciones (zR_k, R^k, tR_k, E_k) tiene su similar o paralela en la estadística que hemos manejado, con las mismas aplicaciones (Z, χ^2, **t-student, F,**) respectivamente.

3.4. JUSTIFICACION

Con la creación de las nuevas estadísticas paralelas a la Fisheriana, los momentos absolutos (primero, segundo, etc.) se pueden pronosticar con lo desarrollado en el presente trabajo de investigación, éstos estadísticos son:

La distribución (Roberto-k)R^k, esta basada en la distribución de cualquier momento k, por lo tanto, cada momento k será una diferente y completa estadística, la R^k es similar a la χ^2 Chi-cuadrada la cual es una distribución de varianzas, es decir; es una distribución del segundo momento con respecto a la media.

Otra es la distribución (Elizondo-k) E_k relaciona los momentos absolutos k de dos poblaciones. Este tipo de distribución es parecida a la distribución Fisher que relaciona las dos varianzas de dos poblaciones. Si con la Fisher podemos hacer un análisis de varianza, con la E_k podemos hacer un análisis de cualquier momento absoluto k, por lo tanto, cada momento k será una diferente y completa estadística.

La distribución t Student puede pronosticar μ que es la media de la población, con una muestra, utilizando de la muestra la varianza s^2 y la media $\bar{x}$. Con la distribución (Roberto-t) tR_k, puede pronosticar μ de la población, con una muestra, utilizando de la muestra cualquier momento absoluto k r_{ak}^{k} y la media $\bar{x}$, por lo tanto, cada momento absoluto k será una diferente y completa estadística.

Como nota para el lector, en este escrito solamente se analizará más a fondo el primer momento absoluto, es decir, cuando k=1, con todas sus estadísticas, en trabajos futuros analizaremos cada momento absoluto k ya que cada uno de ellos genera toda una estadística completa, pero dando en este trabajo las bases para que se formulen dichas estadísticas.

3.5. METODOLOGIA APLICADA.

La metodología utilizada en el presente trabajo, plantea y desarrolla las distribuciones, R^k, tR_k, E_k de una forma matemática con el objetivo de llegar a las fórmulas respectivas para pronosticar los momentos K.

CAPITULO IV

FUNCIONES zR_k, R^k, tR_k, E_k

4.1. INTRODUCCION

El objetivo de este trabajo es inferir y pronosticar en primera instancia el momento tercero en adelante. Estos momentos tienen una distribución R^k que es parecida a la Chi-cuadrada la cual es una distribución de varianzas, y la R^k es una distribución de cualquier momento respecto a la media.

Otra es la distribución E_k con la cual podemos hacer relación de dos poblaciones con sus momentos. Esta distribución es parecida a la distribución Fisher que relaciona a dos poblaciones con sus varianzas, y la distribución E_k lo puede hacer con cualquier momento. Si con la Fisher podemos hacer un análisis de varianzas con la E_k podemos hacer un análisis por ejemplo del primero, cuarto momento, o del sexto momento absoluto k etc.

La distribución t Student puede pronosticar μ la media de la población con una muestra, utilizando la varianza s^2 y la media $\bar{x}$ de la muestra. Con la distribución tR_k, pueden pronosticar también la media de la población μ y lo podemos hacer con cualquier momento no solamente con la varianza de la muestra, es decir, que podemos usar el primero, tercero, cuarto momento absoluto etc. y la media $\bar{x}$ de la muestra para este pronóstico.

A continuación veremos como se efectuaron los cálculos para obtener las distribuciones, zR_k, R^k, tR_k, E_k y ejemplos.

Nota: cuando nos referimos a los momentos, son los momentos absolutos. [1]

[1] Handbook of Probability and Statistics 2nd. Edition pag. 14, Burington/May McGraw Hill.

4.2. DESCRIPCION DE LA FUNCION R^k

La distribución χ^2 Chi-cuadrada, nos dice como están distribuidas las varianzas (segundo momento con respecto a la media) de las muestras de una población.

En este escrito se hace un planteamiento para poder pronosticar los momentos absolutos del primero en adelante.

Una de las curvas más importante y fascinante de la estadística es la curva de gauss $y = e^{-x^2}$, la cual nos servirá de base para las curvas generadas aquí.

Para obtener una función probabilística de la ecuación, que es una función acampanada, reducida, será como variable estandarizada $zR_k = \dfrac{x-\mu}{\rho_{ak}}$ donde μ=media de la población, ρ_{ak}=momento absoluto k de la población.

Nota.- cuando k=2 y a=2, es la distribución normal.

$$f(x) = \frac{k}{2\rho_k \Gamma\left[\frac{1}{k}\right] a^{\frac{1}{k}}} e^{\frac{\left|\left(\frac{x-\mu}{\rho_k}\right)^k\right|}{a}} \qquad -\infty \leq x \leq \infty$$

$$p(-\infty \le x \le \infty) = \frac{k}{2\rho_k \Gamma\left[\frac{1}{k}\right] a^{\frac{1}{k}}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\left|\left(\frac{x-\mu}{\rho_k}\right)^k\right|}{a}} dx \qquad -\infty \le x \le \infty$$

$$p(-\infty \le x \le \infty) = 1$$

4.3. PROCEDIMIENTO PARA ENCONTRAR LAS FUNCIONES PROBABILÍSTICAS, R^k, (Gauss, Roberto-k)

Dada la función de densidad de la variable aleatoria acampanada x con media μ, momento absoluto k igual a ρ_{ak}^k.

$$f(x) = (cte)\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|x^k|}{a}} dx = 1$$

$$p(x) = (cte)(\int_{-\infty}^{0} e^{-\frac{|x^k|}{a}} dx + \int_{0}^{\infty} e^{-\frac{|x^k|}{a}} dx) = 1$$

$p(x) = (cte)2\int_{0}^{\infty} e^{-\frac{|x^k|}{a}} dx = 1$ como la curva es simétrica, cambiamos de variable

$$y = \frac{x^k}{a} \qquad x^k = ay \qquad x = (ay)^{\left(\frac{1}{k}\right)} \qquad dx = a^{\left(\frac{1}{k}\right)} y^{\left(\frac{1}{k}-1\right)}\left(\frac{1}{k}\right)dy$$

$$p(x) = (cte)2\frac{1}{k}a^{\frac{1}{k}}\int_{0}^{\infty} e^{-y} y^{\left(\frac{1}{k}-1\right)} dy = 1 \qquad p(x) = (cte)2\frac{1}{k}a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) = 1$$

$$cte = \frac{k}{a^{\frac{1}{k}} 2\Gamma \frac{1}{k}}$$

la función de densidad reducida de la variable x es igual a:

$$p(x) = \frac{k}{a^{\frac{1}{k}} 2\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)} \int_{-\infty}^{b} e^{-\frac{|x^k|}{a}} dx$$

La función de densidad de la variable x con respecto a μ y a ρ, para distinguirla de la curva normal la llamaremos distribución zR_k donde μ=media de la población, ρ_{ak}^{k} momento k de la población.

$$p(x) = \frac{k}{a^{\frac{1}{k}} 2\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)\rho_k} \int_{-\infty}^{b} e^{-\frac{\left|\left(\frac{x-\mu}{\rho_k}\right)^k\right|}{a}} dx$$

4.4. FUNCION DE DENSIDAD R^k

Teorema: Si r_{ak}^k es el momento absoluto k de una muestra aleatoria de tamaño n de una población acampanada que tiene un momento, entonces el estadístico $R^k = \frac{(n-1)r_{ak}^k}{\rho_{ak}^k}$ tiene una distribución R^k con v=n-1 grados de libertad donde (n-1) es la constante para que r_{ak}^k sea insesgado.

DEMOSTRACION:

Sean $x_1, x_2 + + - - x_n$ n variables aleatorias, acampanadas, reducidas e independientes.

Designamos por $R = |x_1|^k + |x_2|^k + + - - |x_n|^k$ donde para una sola variable acampanada es:

$$f(x_1) = \frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|(x_1)^k|}{a}} dx$$

La ley R^k es la ley de probabilidades de la variable R^k así construida. Según las definiciones de composición de probabilidades, puede verse (Elementos de calculo de probabilidades pagina 43 J.Bass Toray-Masson).

El sistema de variables aleatorias $x_1 + x_2 + + - - x_n$ tienen por densidad de probabilidad el producto de las densidades de n leyes zR_k a una variable, o sea:

$$\left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]}\right)^n e^{-\frac{\left|(x_1)^k\right|+\left|(x_2)^k\right|++--\left|(x_n)^k\right|}{a}}$$

La probabilidad $f_n(R)dR$ para que R^k este comprendida entre R y R+dR se pueda obtener integrando $\left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]}\right)^n e^{-\frac{\left|(x_1)^k\right|+\left|(x_2)^k\right|++--\left|(x_n)^k\right|}{a}}$ en la parte del espacio en n dimensiones definida por las desigualdades $R \leq \left|(x_1)^k\right|+\left|(x_2)^k\right|++--\left|(x_n)^k\right| \leq R+dR$

Sea W_n el valor de la integral $\int dx_1 dx_2 --dx_n$ extendida al dominio $\left|(x_1)^k\right|+\left|(x_2)^k\right|++--\left|(x_n)^k\right| \leq 1$ la misma integral extendida al dominio $\left|(x_1)^k\right|+\left|(x_2)^k\right|++--\left|(x_n)^k\right| \leq R$ tiene por valor $x = R^{\frac{n}{k}}$ $W_n R^{\frac{n}{k}}$ extendida al dominio $R \leq \left|(x_1)^k\right|+\left|(x_2)^k\right|++--\left|(x_n)^k\right| \leq R+dR$ tiene el valor $W_n d\left(R^{\frac{n}{k}}\right) = W_n\left(\frac{n}{k}\right)R^{\frac{n}{k}-1}dR$ como $\left|(x_1)^k\right|+\left|(x_2)^k\right|++--\left|(x_n)^k\right| = R$ es constate en este dominio vemos que $f(R)dR = \left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]}\right)^n e^{-\frac{R}{a}}\left[\frac{n}{k}\right]W_n R^{\frac{n}{k}-1}dR$ donde se obtiene el valor de $f(R)$ si se conoce W_n para calcular W_n integramos la ecuación de R=0 a R=∞ <u>El primer miembro</u> se tiene el valor de la integral

$$\left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]}\right)^n \int e^{-\frac{\left|(x_1)^k\right|+\left|(x_2)^k\right|++--\left|(x_n)^k\right|}{a}} dx_1 dx_2 ---dx_n$$

Extendida al ahora a todo el espacio de n dimensiones ahora bien,

esta integral es igual a $\left(\left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]}\right)\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|x^k|}{a}}dx\right)^n = 1$

El segundo miembro se tiene $\left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]}\right)^n \int_0^{\infty} e^{-\frac{R}{k}}\left[\frac{n}{k}\right]W_n R^{\frac{n}{k}-1}dR$

Hacemos $\frac{R}{a} = y \quad dR = a * dy \quad R = a * y$

$$\left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]}\right)^n \int_0^{\infty} e^{-y}\left[\frac{n}{k}\right]W_n (a * y)^{\frac{n}{k}-1}(a * dy) = 1$$

$$\left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]}\right)^n \left[\frac{n}{k}\right]W_n a^{\frac{n}{k}}\int_0^{\infty} e^{-y}y^{\frac{n}{k}-1}dy = 1$$

$$\left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]}\right)^n \left[\frac{n}{k}\right]W_n a^{\frac{n}{k}}\Gamma\left[\frac{n}{k}\right] = 1$$

$$W_n = \frac{1}{\left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]}\right)^n \frac{n}{k}a^{\frac{n}{k}}\Gamma\left[\frac{n}{k}\right]}$$

tenemos pues la ecuación que define la función R^k (Roberto-k) es:

$$f(R)=\frac{1}{a^{\frac{n}{k}}\Gamma\left[\frac{n}{k}\right]}e^{-\frac{R}{a}}R^{\frac{n}{k}-1} \quad \text{R>0}$$

propiedades de la función R^k

$$p(R\leq\alpha)=\int_0^R f(R)dR=\frac{1}{a^{\frac{n}{k}}\Gamma\left[\frac{n}{k}\right]}\int_0^R e^{-\frac{R}{a}}R^{\frac{n}{k}-1} \quad \text{R>0, 0 en otro lugar}$$

Donde n son los grados de libertad y k el momento para la ley R^k se puede usar a=2 para simplificar los cálculos.

4.5. DISTRIBUCIÓN tR_k

TEOREMA Si $\bar{x}$ es la media de una muestra aleatoria de tamaño n, tomada de una población con media μ y el momento-k ρ_{ak}^{k}, su distribución muestral es una distribución zR_k con media μ y el momento-k $\frac{\rho_{ak}^{k}}{n}$; es decir, $zR_k = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\rho_k}{\sqrt[k]{n}}}$ La dificultad principal que se presenta en la aplicación de usar $zR_k = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\rho_k}{\sqrt[k]{n}}}$ es que en la práctica ρ_{ak}^{k} suele ser incógnita, (ρ_{ak}^{k} momento k de la población) lo que obliga a remplazarla por r_{ak}^{k} de la muestra, r_{ak}^{k} momento k de la muestra.

La teoría que sigue nos lleva a la distribución exacta de $tR_k = \frac{(\bar{x}-\mu)}{\frac{r_{ak}}{\sqrt[k]{n}}}$ para muestras aleatorias de poblaciones acampanadas.

Para obtener esta distribución muestral, primero veremos, el problema más general que se anuncia en el siguiente teorema:

TEOREMA: Si **Y** y zR_k son variables aleatorias, independientes, Y tiene una distribución R^k con grados de libertad y zR_k tiene la distribución acampanada, entonces la distribución $tR_k = \frac{zR_k}{\sqrt[k]{\frac{Y}{v}}}$

está dada por

$$f(tR_k) = \left[k \frac{\Gamma\left[\frac{v+1}{k}\right]}{2\Gamma\left[\frac{v}{k}\right] v^{\frac{1}{k}} \Gamma\left[\frac{1}{k}\right]} \right] \left[\left| \frac{(tR_k)^k}{v} \right| + 1 \right]^{-\left[\frac{v+1}{k}\right]} \qquad -\infty \le tR_k \le \infty$$

Se denomina distribución tR_k con ν grados de libertad.

DEMOSTRACIÓN: Como **Y** y zR_k son independientes, su densidad conjunta está dada por

$$f(Y, zR_k) = \frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]} e^{-\left[\frac{|(zR_k)^k|}{a}\right]} \frac{1}{a^{\frac{v}{k}}\Gamma\left[\frac{v}{k}\right]} Y^{\frac{v}{k}-1} e^{-\frac{Y}{k}} \qquad Y \ge 0 \quad -\infty \le zR_k \le \infty$$ 0 en otra parte

Utilizando la técnica de cambio de variable como sigue:

$$tR_k = \frac{zR_k}{\sqrt[k]{\frac{Y}{v}}} \qquad zR_k = tR_k\left(\sqrt[k]{\frac{Y}{v}}\right) \qquad \frac{d(zR_k)}{d(tR_k)} = \sqrt[k]{\frac{Y}{v}}$$

por lo tanto, utilizando el siguiente **Teorema:**

Sea f(x) el valor de la densidad de probabilidad de la variable continua **X** en x, Si la función dada por y=u(x) es diferenciable y creciente o decreciente para todos los valores contenidos en el rango de **X** para los cuales f(x)≠0, entonces, para estos valores de x, la ecuación y=u(x) puede resolverse de manera única para x con el fin de producir x=w(y) y para los valores de y correspondientes, la densidad de probabilidad **Y**=u(**X**) está dada por g(y)=f[w(y)]*|w´(y)| siempre que u´(x)≠0 en cualquier otra parte, g(y)=0.

la densidad conjunta de **Y** y tR_k está dada por:

$$f(Y,tR_k)=\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{\nu}{k}\right]a^{\frac{\nu}{k}}}e^{-\frac{\left|\left(tR_k\left[\frac{Y}{\nu}\right]^{\frac{1}{k}}\right)^k\right|}{a}}Y^{\frac{\nu}{k}-1}e^{-\left[\frac{Y}{a}\right]}\left[\frac{Y}{\nu}\right]^{\frac{1}{k}}$$

$$f(Y,tR_k)=\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{\nu}{k}\right]a^{\frac{\nu}{k}}\sqrt[k]{\nu}}e^{-\frac{\left|(tR_k)^k\left(\frac{Y}{\nu}\right)\right|}{a}}Y^{\frac{\nu}{k}-1}Y^{\frac{1}{k}}e^{-\left[\frac{Y}{a}\right]}$$

$$f(Y,tR_k)=\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{\nu}{k}\right]a^{\frac{\nu}{k}}\sqrt[k]{\nu}}Y^{\frac{\nu}{k}-1}Y^{\frac{1}{k}}e^{-\frac{Y}{a}\left[\left|\frac{(tR_k)^k}{\nu}\right|+1\right]}$$

$$f(Y,tR_k)=\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{\nu}{k}\right]a^{\frac{\nu}{k}}\sqrt[k]{\nu}}Y^{\frac{\nu+1}{k}-1}e^{-\frac{Y}{a}\left[\left|\frac{(tR_k)^k}{\nu}\right|+1\right]} \qquad -\infty\leq tR_k\leq\infty$$ 0 en otra parte

como $Y\geq 0$ con la ayuda de la sustitución podemos despejar **Y**.

$$w=\frac{Y}{a}\left(\left|\frac{(tR_k)^k}{\nu}\right|+1\right) \qquad Y=\frac{aw}{\left(\left|\frac{(tR_k)^k}{\nu}\right|+1\right)} \qquad dY=\frac{adw}{\left(\left|\frac{(tR_k)^k}{\nu}\right|+1\right)}$$

$$f(Y,tR_k)=\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{\nu}{k}\right]a^{\frac{\nu}{k}}\sqrt[k]{\nu}}e^{-w}\left(\frac{aw}{\left(\left|\frac{(tR_k)^k}{\nu}\right|+1\right)}\right)^{\frac{\nu+1}{k}-1}\frac{adw}{\left(\left|\frac{(tR_k)^k}{\nu}\right|+1\right)}$$

$$f(tR_k) = \frac{ka^{\frac{v+1}{k}-1}(a)}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{v}{k}\right]a^{\frac{v}{k}}\sqrt[k]{v}\left(\left|\frac{(tR_k)^k}{v}\right|+1\right)^{\frac{v+1}{k}}}\int_0^{\infty} e^{-w} w^{\frac{v+1}{k}-1} dw$$

$$f(tR_k) = \frac{ka^{\frac{v+1}{k}}\Gamma\left(\frac{v+1}{k}\right)}{2\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{v}{k}\right]a^{\frac{v+1}{k}}\sqrt[k]{v}\left(\left|\frac{(tR_k)^k}{v}\right|+1\right)^{\frac{v+1}{k}}}$$

obtenemos por ultimo la densidad marginal de tR_k

$$f(tR_k) = \frac{ka^{\frac{v+1}{k}}\Gamma\left(\frac{v+1}{k}\right)}{2\Gamma\left[\frac{1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{v}{k}\right]a^{\frac{v+1}{k}}\sqrt[k]{v}}\left(\left|\frac{(tR_k)^k}{v}\right|+1\right)^{-\left[\frac{v+1}{k}\right]} \qquad -\infty \leq tR_k \leq \infty$$

La llamaremos distribución tR_k para distinguirla de la distribución t de W.S. Gosset que sólo toma en cuenta el segundo momento, o sea, la varianza.

TEOREMA: Si $\bar{x}$ y r_{ak}^k son la media y el momento k de la muestra aleatoria de tamaño n, tomadas de una población acampanada con la media μ y el momento k ρ_{ak}^k entonces:

$$tR_k = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{r_{ak}}{\sqrt[k]{n}}}$$

Tiene la distribución tR_k con n - 1 grados de libertad.

DEMOSTRACIÓN: Por las variables aleatorias tR_k, ZR_k, Y

$$tR_k = \frac{zR_k}{\sqrt[k]{\frac{Y}{v}}} \qquad zR_k = \frac{(\bar{x} - \mu)}{\frac{\rho_{ak}}{\sqrt[k]{n}}} \qquad Y = \frac{(n-1)r_{ak}^k}{\rho_{ak}^k}$$

encontramos

$$tR_k = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{r_{ak}}{\sqrt[k]{n}}}$$

Probabilidad y Estadística para Ingenieros 3era. Edición pag. 226 R.E. Walpole R.H Meyrs Interamericana.

4.6. DISTRIBUCIÓN E_k

En relación con el muestreo de poblaciones acampanadas, otra distribución que desempeña un papel importante es la distribución E_k Definiremos esta como la distribución de la razón de dos variables aleatorias R^k independientes, cada una dividida entre sus respectivos grados de libertad.

TEOREMA: Si u y v son variables independientes, que tienen distribución R^k con ν_1 y ν_2 grados de libertad, entonces la distribución.

$$E_k = \frac{\frac{u}{\nu_1}}{\frac{v}{\nu_2}}$$ esta dada por:

$$g(E_k) = \frac{\Gamma\left[\frac{\nu_1+\nu_2}{k}\right]\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{k}} E_k^{\frac{\nu_1}{k}-1}}{\Gamma\left[\frac{\nu_1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{\nu_2}{k}\right]}\left[\frac{\nu_1}{\nu_2}E_k+1\right]^{-\left[\frac{\nu_1+\nu_2}{k}\right]} \quad E_k \geq 0 \quad 0 \text{ en cualquier otra parte}$$

Y se denomina distribución E_k con ν_1 y ν_2 grados de libertad.

DEMOSTRACIÓN: La densidad conjunta de u y v está dada por

$$f(u,v) = \frac{1}{a^{\frac{\nu_1}{k}}\Gamma\left[\frac{\nu_1}{k}\right]} u^{\left[\frac{\nu_1}{k}-1\right]} e^{-\frac{u}{a}} \frac{1}{a^{\frac{\nu_2}{k}}\Gamma\left[\frac{\nu_2}{k}\right]} v^{\left[\frac{\nu_2}{k}-1\right]} e^{-\left[\frac{v}{a}\right]}$$

Para u>0 y v>o y $f(u,v)=0$ en cualquier otra parte. Después, aplicando la técnica de cambio de variable, se resuelve E_k para determinar u y se obtiene,

$u=\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)\nu E_k$ y, por consiguiente, $\frac{du}{dE_k}=\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)\nu$ por lo tanto, utilizando el siguiente Teorema:

Sea f(x) el valor de la densidad de probabilidad de la variable continua **X** en x, si la función dada por y=u(x) es diferenciable y creciente o decreciente para todos los valores contenidos en el rango de **X** para los cuales f(x)≠0, entonces, para estos valores de x, la ecuación y=u(x) puede resolverse de manera única para x con el fin de producir x=w(y) y para los valores de y correspondientes la densidad de probabilidad **Y**=u(**X**) esta dada por g(y)=f[w(y)]*|w′(y)| siempre que u′(x)≠0 en cualquier otra parte, g(y)=0

La densidad conjunta de E_k y v esta dada por:

$$f(u,\nu)=\frac{1}{a^{\frac{\nu_1+\nu_2}{k}}\Gamma\left[\frac{\nu_1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{\nu_2}{k}\right]}u^{\left[\frac{\nu_1}{k}-1\right]}\nu^{\left[\frac{\nu_2}{k}-1\right]}e^{-\left[\frac{u+\nu}{a}\right]}\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\nu\right)$$

$$g(E_k,\nu)=\frac{1}{a^{\frac{\nu_1+\nu_2}{k}}\Gamma\left[\frac{\nu_1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{\nu_2}{k}\right]}\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\nu E_k\right)^{\left[\frac{\nu_1}{k}-1\right]}\nu^{\left[\frac{\nu_2}{k}-1\right]}e^{-\left[\frac{\frac{\nu_1}{\nu_2}\nu E_k+\nu}{a}\right]}\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\nu\right)$$

$$g(E_k,\nu)=\frac{\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{k}}E_k^{\left(\frac{\nu_1}{k}-1\right)}}{a^{\frac{\nu_1+\nu_2}{k}}\Gamma\left[\frac{\nu_1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{\nu_2}{k}\right]}(\nu)^{\left[\frac{\nu_1+\nu_2}{k}-1\right]}e^{-\left[\frac{\nu}{a}\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}E_k+1\right)\right]}\quad \text{Para } E_k\geq 0\quad \nu\geq 0 \text{ y } g(E_k,\nu)=0$$

en cualquier otra parte. Al integrar v y sustituyendo $w=\frac{\nu}{a}\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}E_k+1\right)$ para obtener la densidad marginal de E_k despejando y derivando se obtiene.

$$v = \frac{aw}{\left(\frac{v_1}{v_2}E_k + 1\right)} \qquad dv = \frac{adw}{\left(\frac{v_1}{v_2}E_k + 1\right)}$$

y usando la función Γ encontramos la siguiente función:

$$g(E_k) = \frac{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{k}} E_k^{\left[\frac{v_1}{k}-1\right]}}{a^{\frac{v_1+v_2}{k}}\Gamma\left[\frac{v_1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{v_2}{k}\right]} \int_0^{\infty} \left(\frac{aw}{\left(\frac{v_1}{v_2}E_k + 1\right)}\right)^{\left(\frac{v_1+v_2}{k}-1\right)} e^{-w} \left(\frac{adw}{\left(\frac{v_1}{v_2}E_k + 1\right)}\right)$$

$$g(E_k) = \frac{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{k}} E_k^{\left[\frac{v_1}{k}-1\right]} a^{\frac{v_1+v_2}{k}}}{a^{\frac{v_1+v_2}{k}}\Gamma\left[\frac{v_1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{v_2}{k}\right]\left(\frac{v_1+v_2}{k}\right)^{\frac{v_1+v_2}{k}}} \int_0^{\infty} \left[(w)^{\frac{v_1+v_2}{k}-1} e^{-w}\right] dw$$

$$g(E_k, v) = \frac{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{k}} E_k^{\left[\frac{v_1}{k}-1\right]}}{\Gamma\left[\frac{v_1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{v_2}{k}\right]\left(\frac{v_1+v_2}{k}\right)^{\frac{v_1+v_2}{k}}} \Gamma\left[\frac{v_{1+v_2}}{k}\right]$$

$$g(E_k) = \frac{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{k}} E_k^{\left[\frac{v_1}{k}-1\right]} \Gamma\left[\frac{v_1+v_2}{k}\right]}{\Gamma\left[\frac{v_1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{v_2}{k}\right]} \left(\frac{v_1}{v_2}E_k + 1\right)^{-\frac{v_1+v_2}{k}} \qquad E_k \geq 0 \quad 0 \text{ en cualquier otro}$$

lugar

Y se denomina distribución E_k con v_1 y v_2 grados de libertad.

TEOREMA: Si $r_{ak(1)}^{k}$ y $r_{ak(2)}^{k}$ son los momentos k de las muestras de tamaño n1 y n2 tomadas de unas poblaciones acampanadas y sus momentos $\rho_{ak(1)}^{k}$ y $\rho_{ak(2)}^{k}$

$$E_k = \frac{\dfrac{r_{ak(1)}^k}{\rho_{ak(1)}^k}}{\dfrac{r_{ak(2)}^k}{\rho_{ak(2)}^k}}$$

Tiene la distribución E_k con ν_1 y ν_2 grados de libertad.

Demostración: Las variables $R_1^k = \frac{(n_1 - 1)r_{ak(1)}^k}{\rho_{ak(1)}^k}$ y $R_2^k = \frac{(n_2 - 1)r_{ak(2)}^k}{\rho_{ak(2)}^k}$ tomadas de dos poblaciones con muestras aleatorias independientes de tamaño n_1 y n_2 son variables aleatorias que tienen una distribución R^k con $n_1 - 1$ y $n_2 - 1$ grados de libertad, de modo que R_1^k y R_2^k también son independientes y su sustitución da el siguiente resultado:

$$E_k = \frac{\dfrac{u}{\nu_1}}{\dfrac{v}{\nu_2}} \qquad E_k = \frac{\dfrac{R_1^k}{\nu_1}}{\dfrac{R_2^k}{\nu_2}} \qquad \text{y como}$$

$$R_1^k = \frac{(n_1 - 1)r_{ak(1)}^k}{\rho_{ak(1)}^k} \text{ y } R_2^k = \frac{(n_2 - 1)r_{ak(2)}^k}{\rho_{ak(2)}^k}$$

$(n_1 - 1) = \nu_1$ y $(n_2 - 1) = \nu_2$ son los grados de libertad

$$E_k = \frac{\dfrac{r_{ak(1)}^k}{\rho_{ak(1)}^k}}{\dfrac{r_{ak(2)}^k}{\rho_{ak(2)}^k}}$$ es la variable estandarizada para la distribución E_k

Para encontrar el área o probabilidad de la función E_k ,usamos la siguiente integral.

$$p(E_k) = \frac{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{k}} \Gamma\left[\frac{v_1+v_2}{k}\right]}{\Gamma\left[\frac{v_1}{k}\right]\Gamma\left[\frac{v_2}{k}\right]} \int_0^{\alpha} \left(E_k^{\frac{v_1}{k}-1} \left(\frac{v_1}{v_2} E_k + 1\right)^{-\frac{v_1+v_2}{k}} \right) dE_k$$

4.7. DEMOSTRACION DE QUE r ES UN ESTIMADOR INSESGADO DE ρ:

Para demostrar que r es un estimador insesgado de ρ, tenemos que encontrar para r el valor esperado de la variable aleatoria como lo indica el siguiente procedimiento:

$r = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \bar{x}\right|$ donde $\bar{x} = \sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{n}$ $\rho = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \mu\right|$ para $i = 1,2,3,4\ldots n$

n>1

x_i es distribuida independientemente idéntica como $E(x_i) = \mu$

$\rho^k(x) = E(\left|x_i - \mu\right|)^k = \rho^k$ $\rho^k(\bar{x}) = E(\left|\bar{x_i} - \mu\right|)^k = \frac{\rho^k}{n^k}$ cuando $\mu = 0$ y

$k = 1$ tenemos

$\rho(x) = E\left|x_i - \mu\right| = E\left|x_i\right| = \rho$ $\rho(\bar{x}) = E\left|\bar{x_i} - \mu\right| = E\left|\bar{x_i}\right| = \frac{E\left|x_i\right|}{n} = \frac{\rho}{n}$

Solución:

$E(r) = E\left(\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \bar{x}\right|\right)$ por definición y usando el truco matemático de

sumar y restar la misma cantidad tenemos:

$$E(r) = E\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left|\left|x_i - \mu\right| - \left|\bar{x_i} - \mu\right|\right|\right]$$

con las siguientes condiciones: $x, \bar{x}, \mu \geq 0$

a.- $\left|(x_i - \mu) - (\bar{x_i} - \mu)\right| \leq 0$

b.- $\left|(x_i-\mu)-(\overline{x_i}-\mu)\right| \geq 0$

$$E(r)=E\left[\frac{1}{n-1}\left\{\sum_{i=1}^{n}|x_i-\mu|-\sum_{i=1}^{n}\left|\overline{x_i}-\mu\right|\right\}\right]$$

y por la propiedad de linealidad del operador E tenemos lo siguiente:

$$E(r)=\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}E|x_i-\mu|-\sum_{i=1}^{n}E\left|\overline{x_i}-\mu\right|\right]$$

$$E(r)=\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}\rho-\sum_{i=1}^{n}\frac{\rho}{n}\right]=\frac{1}{n-1}\left[n\rho-n\left(\frac{\rho}{n}\right)\right]=\frac{n\rho}{n-1}\left[1-\frac{1}{n}\right]=\frac{n\rho}{n-1}\frac{(n-1)}{n}$$

$$E(r)=\rho$$

Debido a que $E(r)=\rho$, entonces r e un estimador insesgado de ρ.

CAPITULO V

CONCLUSIONES.

5.1. CONCLUSION

Los ejemplos realizados en la presente investigación infieren y pronostican el cuarto momento absoluto, pero se pueden utilizar para la solución de problemas en donde se necesite analizar los momentos primero en adelante, ya que estos se acercan mas a la media.

CAPITULO VI

EJEMPLOS

6.1. EJEMPLO # 1

Los contenidos de ácido sulfúrico en 7 recipientes similares son: 9.8, 10.2, 10.4, 9.8, 10, 10.2, 9.6, litros. Obtenga un intervalo de confianza 95% para la media de todos los recipientes, suponiendo una distribución acampanada aproximadamente normal. (utilizando s^2, r_{a1}^1, r_{a4}^4 varianza, primer momento absoluto, cuarto momento absoluto)

a).- Usando la distribución t-Student

b).- Usando la distribución tR

$$n=7,\ \bar{x}=10,\ s=0.283,\ r_{a4}=0.313,\ r_{a1}^1=0.2666$$

$$s^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1} \qquad r_{a4}{}^4=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left|(x_i-\bar{x})^4\right|}{n-1} \qquad r_{a1}^1=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left|(x_i-\bar{x})\right|}{n-1}$$

Donde n= muestra, $\bar{x}$ =media de la muestra, s^2 =varianza de la muestra, r_{a4}^4 =momento 4 absoluto de la muestra, r_{a1}^1 =momento 1 absoluto de la muestra α=0.05

a).- utilizando la t-student $$t_\alpha=\frac{(\bar{x}-\mu)}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$p\{\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right) \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right)\} = 1 - \alpha$$

$$p\{10 - 2.477\frac{(0.283)}{\sqrt{7}} \leq \mu \leq 10 + 2.477\frac{(0.283)}{\sqrt{7}}\} = 1 - 0.05$$

$$p[9.47 \leq \mu \leq 10.26] = 0.95$$

b).- utilizando la distribución tR

Cuarto momento absoluto

$$tR_{\alpha} = \frac{(\bar{x} - \mu)}{\frac{r_4}{\sqrt[4]{n}}}$$

$$p\{\bar{x} - tR_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{r_4}{\sqrt[4]{n}}\right) \leq \mu \leq \bar{x} + tR_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{r_4}{\sqrt[4]{n}}\right)\} = 1 - 0.05$$

$$p\{10 - 1.728\frac{(0.313)}{\sqrt[4]{7}} \leq \mu \leq 10 + 1.728\frac{(0.313)}{\sqrt[4]{7}}\} = 0.95$$ tR= 1.72857 de la tabla #

1A

$$p[9.667 \leq \mu \leq 10.33326] = 0.95$$

Primer momento absoluto

$$tR = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{r_{a1}^{1}}{n}}$$

$$p\left[\bar{x} - tR_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{r_{a1}^{1}}{n}\right) \leq \mu \leq \bar{x} + tR_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{r_{a1}^{1}}{n}\right)\right] = 1 - \alpha$$

$tR = 3.8$ tabla # con ν=6 α=0.05

$$p\left[10 - 3.8\frac{0.2666}{7} \leq \mu \leq 10 + 3.8\frac{0.2666}{7}\right] = 1 - 0.05$$

$$p[8.553 \leq \mu \leq 11.447] = 0.95$$

6.2. EJEMPLO # 2

Del problema anterior encuentre un intervalo de confianza de 95% del segundo momento que es la varianza σ^2, del cuarto momento absoluto ρ_{a4}^4, del primer momento absoluto ρ_{a1}^1

n=7, X=10, s= 0.283, $r_4 = 0.313$, $r_{a1}^1 = 0.2666$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \qquad R^{k=4} = \frac{(n-1)r_{a4}^4}{\rho_{a4}^4} \qquad R^{k=1} = \frac{(n-1)r_{a1}^1}{\rho_{a1}^1}$$

variables estandarizadas para χ^2 y para R^k

a).- **Intervalo para la varianza σ^2 o segundo momento**

$$p\{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi^2}\} = 1-\alpha$$

$$p\{\frac{6(0.283)^2}{14.449} \leq \sigma^2 \leq \frac{6(0.283)^2}{1.237}\} = 1-0.05$$

$$p\lfloor 0.033 \leq \sigma^2 \leq 0.338 \rfloor = 0.95$$

b).- **Intervalo para el cuarto momento k**

1. intervalo de confianza para el cuarto momento absoluto ρ_{a4}^4

$p\left(\frac{(n-1)r_4^4}{R^4} \leq \rho_{a4}^4 \leq \frac{(n-1)r_4^4}{R^4}\right) = 1-\alpha$ de la tabla # 2A $R_{\frac{\alpha}{2}}^4 = 9.666$

$R_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}^4 = 0.1039$

$$p(\frac{6(0.313)^4}{9.666} \leq \rho_{a4}^4 \leq \frac{6(0.313)^4}{0.1039}) = 1-0.05$$

$$p\lfloor 0.006 \leq \rho_{a4}^4 \leq 0.5542 \rfloor = 0.95$$

2. intervalo de confianza para el primer momento absoluto ρ_{a1}^{1}

$R^{k=1} = \dfrac{(n-1)r_{a1}^{1}}{\rho_{a1}^{1}}$ $\quad \nu = 6 \quad$ de la tabla # $\quad R_{1-\frac{\alpha}{2}}^{k=1} = 4.4 \quad R_{\frac{\alpha}{2}}^{k=1} = 23.3$

$$p\left[\frac{(n-1)r_{a1}^{1}}{R_{1-\frac{\alpha}{2}}^{k=1}} \leq \rho_{a1}^{1} \leq \frac{(n-1)r_{a1}^{1}}{R_{\frac{\alpha}{2}}^{k=1}}\right] = 1-\alpha \qquad p\left[\frac{6(0.2666)}{23.3} \leq \rho_{a1}^{1} \leq \frac{6(0.2666)}{4.4}\right] = 1-0.05$$

$$p\left|0.0687 \leq \rho_{a1}^{1} \leq 0.3635\right| = 0.95$$

6.3. EJEMPLO # 3

De una población que tiene $\mu = 10$, $\rho^1_{a1} = 0.32$, $\sigma^2 = 0.3$, $\rho^4_{a4} = 0.25$, sacamos una muestra de 9, encuentre los intervalos de confianza de 95%, para los siguientes

Parámetros de la muestra, el **promedio $\bar{x}$, la varianza s, cuarto momento r_{a4} y primer momento absoluto r_{a1}.**

A). Intervalo de confianza para la media $\bar{x}$

1).- Intervalo de confianza para el promedio de la muestra $\bar{x}$ evaluado con la distribución normal Z.

2).- Intervalo de confianza para el promedio de la muestra $\bar{x}$ evaluado con la distribución zR.

1).- **Usando la distribución normal z**

con $\sigma^2 = 0.3 \quad \sigma = .5477 \qquad Z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$$\left[\mu - Z_\alpha\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \le \bar{x} \le \mu + Z_\alpha\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\right] = 1 - \alpha$$

$$\left[10 - 1.96\left(\frac{.5477}{\sqrt{9}}\right) \le \bar{x} \le 10 + 1.96\left(\frac{.5477}{\sqrt{9}}\right)\right] = 1 - .05$$

$$p\left[9.642 \le \bar{x} \le 10.3578\right] = 0.95$$

2).- Usando la distribución zR

a). <u>Con el cuarto momento absoluto</u> $\rho_{a4}^{4} = 0.25$

$$\rho_{a4} = 0.707 \qquad zR = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\rho_{a4}}{\sqrt[k]{n}}}$$

$$p\left[\mu - zR\left(\frac{\rho_{a4}}{\sqrt[k]{n}}\right) \leq \bar{x} \leq \mu + zR\left(\frac{\rho_{a4}}{\sqrt[k]{n}}\right)\right] = 1 - \alpha$$

$$p\left[10 - 1.25\frac{0.707}{\sqrt[4]{9}} \leq \bar{x} \leq 10 + 1.25\frac{0.707}{\sqrt[4]{9}}\right] = 1 - 0.05$$ de la tabla #4

zR=1.25

$$p\left[9.489 \leq \bar{x} \leq 10.5103\right] = 0.95$$

b).<u>Con el primer momento absoluto</u> $\rho_{a1}^{1} = 0.6$

$$zR = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\rho_{a1}}{\sqrt[k]{n}}}$$

$$p\left[\mu - zR_{1-\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\rho_{a1}}{n}\right) \leq \bar{x} \leq \mu + zR_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\rho_{a1}}{n}\right)\right] = 1 - \alpha$$

$$p\left[10 - (6)\frac{0.6}{9} \leq \bar{x} \leq 10 + (6)\frac{0.6}{9}\right] = 1 - 0.5$$

$$p\left[9.6 \leq \bar{x} \leq 10.4\right] = 0.95$$

B).- <u>Intervalo de confianza para la varianza s</u>

Intervalo de confianza para la varianza evaluado con la distribución χ^2 $\qquad \sigma^2 = 0.3$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \qquad p\left(\frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(\sigma^2)}{n-1} \leq s^2 \leq \frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(\sigma^2)}{n-1}\right) = 1 - \alpha$$

$$p\left(\frac{(2.18)0.3}{9-1} \le s^2 \le \frac{(17.535)0.3}{9-1}\right) = 1-0.05$$

$$p\left[0.08175 \le s^2 \le 0.657\right] = 0.95$$

C).- Intervalo de confianza para los momentos absolutos r_{ak}^k

1).- **Intervalo de confianza para el cuarto momento absoluto** r_{a4}^4 **evaluado con la distribución** R^k $\rho_{a4}^4 = 0.25$

$$R^{k=4} = \frac{(n-1)r_{a4}^4}{\rho_{a4}^4}$$

de la tabla #1B $\nu = 9$ $R_{\frac{\alpha}{2}}^{k=4} = 9.666$ $R_{1-\frac{\alpha}{2}}^{k=4} = 0.1039$

$$p\left[\frac{R_{1-\frac{\alpha}{2}}^{k=4}\left(\rho_{a4}^4\right)}{n-1} \le r_{a4}^4 \le \frac{R_{\frac{\alpha}{2}}^{k=4}\left(\rho_{a4}^4\right)}{n-1}\right] = 1-\alpha$$

$$p\left[\frac{(0.1039)0.25}{9-1} \le r_{a4}^4 \le \frac{(9.666)0.25}{9-1}\right] = 1-0.05$$

$$p\left[0.00324 \le r_{a4}^4 \le 0.30206\right] = 0.95$$

2).- **Intervalo de confianza para el primer momento absoluto** r_{a1}^1 **evaluado con la distribución** R^k $\rho_{a1}^1 = 0.6$

$$R^{k=1} = \frac{(n-1)r_{a1}^1}{\rho_{a1}^1}$$

de la tabla #c $\nu = 9$, $R^{1}_{a1\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} = 8.25$, $R^{1}_{a1\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 31.5$

$$p\left[\frac{\left(R^{k=1}_{a1\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)\rho^{1}_{a1}}{n-1} \leq r^{1}_{a1} \leq \frac{\left(R^{k=1}_{a1\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)}{n-1}\right] = 1-\alpha \qquad p\left[\frac{(8.25)0.6}{10-1} \leq r^{1}_{a1} \leq \frac{(31.5)0.6}{10-1}\right] = 1-0.5$$

$$p\left[0.55 \leq r^{1}_{a1} \leq 2.1\right] = 0.95$$

6.4. EJEMPLO # 4

Nueve laboratorios agrícolas efectuaron una prueba de rendimiento de dos nuevas variedades de trigo. Se planto cada variedad en terreno de igual área en cada institución; Los rendimientos en Kg. por terreno son como sigue:

LABORATORIO

Muestra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\bar{x}$	s	r_{a4}^4	r_{a1}^1
Variedad 1	38	23	35	41	44	29	37	31	38	**35.11**	**6.47**	**7.876**	**5.611**
Variedad 2	45	25	31	38	50	33	36	40	43	**37.88**	**7.656**	**9.114**	**6.640**

Encuentre el intervalo de confianza del 98% para, $\frac{\rho_{a4(1)}^4}{\rho_{a4(2)}^4}$ y $\frac{\rho_{a1(1)}^1}{\rho_{a1(2)}^1}$ donde σ_1^2 y σ_2^2 son las varianzas, $\rho_{a4(1)}^4$, $\rho_{a4(2)}^4$ son los momentos cuartos absolutos, $\rho_{a1(1)}^1$, $\rho_{a1(2)}^1$, son los momentos primeros absolutos.

cuartos:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1} \qquad r_{a4}^4 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \bar{x}\right|^4}{n-1} \qquad r_{a1}^1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \bar{x}\right|^1}{n-1}$$

$$r_{a4(1)}^4 = 3848.459 \qquad r_{a4(1)} = 7.876 \qquad r_{a4(2)}^4 = 6900.77 \qquad r_{a4(2)} = 9.114$$

$$s_1 = 6.47 \qquad s_2 = 7.656$$

$r^{1}_{a1(1)} = 5.611$ $\qquad\qquad$ $r^{1}_{a1(2)} = 6.64$

Para evaluar el intervalo de confianza de $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ usaremos la distribución

Fisher, y para $\frac{\rho^{4}_{a4(1)}}{\rho^{4}_{a4(2)}}$, $\frac{\rho^{1}_{a1(1)}}{\rho^{1}_{a1(2)}}$ usaremos la distribución E_k. Las variables estandarizadas de cada una son:

$$F = \frac{\dfrac{\sigma_1^2}{s_1^2}}{\dfrac{\sigma_2^2}{s_2^2}} \qquad E_{k=4} = \frac{\dfrac{\rho^{4}_{a4(1)}}{r^{4}_{a4(1)}}}{\dfrac{\rho^{4}_{a4(2)}}{r^{4}_{a4(2)}}} \qquad E_{k=1} = \frac{\dfrac{\rho^{1}_{a1(1)}}{r^{1}_{a1(1)}}}{\dfrac{\rho^{1}_{a1(2)}}{r^{1}_{a1(2)}}}$$

$$p\left[\left(\frac{s_1^2}{s_2^2}\right)\frac{1}{F_{\left(\frac{\alpha}{2}\right),\gamma_2,\gamma_1}} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \left(\frac{s_1^2}{s_2^2}\right)F_{\left(\frac{\alpha}{2}\right),\gamma_1,\gamma_2}\right] = 1-\alpha$$

$$p\left[\left(\frac{r_1^1}{r_2^1}\right)\frac{1}{E_{\left(\frac{\alpha}{2}\right),\gamma_2,\gamma_1}} \le \frac{\rho_1^1}{\rho_2^1} \le \left(\frac{r_1^1}{r_2^1}\right)E_{\left(\frac{\alpha}{2}\right),\gamma_1,\gamma_2}\right] = 1-\alpha$$

$$p\left[\left(\frac{r_1^4}{r_2^4}\right)\frac{1}{E_{\left(\frac{\alpha}{2}\right),\gamma_2,\gamma_1}} \le \frac{\rho_1^4}{\rho_2^4} \le \left(\frac{r_1^4}{r_2^4}\right)E_{\left(\frac{\alpha}{2}\right),\gamma_1,\gamma_2}\right] = 1-\alpha$$

$F_{\left(\frac{\alpha}{2}\right),\gamma_1,\gamma_2} = F_{\left(\frac{2}{2}\right),8,8} = 6.03$ $\qquad E_{\left(\frac{\alpha}{2}\right),\gamma_1,\gamma_2} = E_{\left(\frac{2}{2}\right),8,8} = 16$ **de la tabla # 4**

$$p\left[\left(\frac{6.47}{7.656}\right)^2\left(\frac{1}{6.03}\right) \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \left(\frac{6.47}{7.656}\right)^2(6.03)\right] = 1-0.02$$

$$p\left[\left(\frac{5.611}{6.64}\right)\left(\frac{1}{3.35}\right) \leq \frac{\rho_1^1}{\rho_2^1} \leq \left(\frac{5.611}{6.64}\right)(3.35)\right] = 1-0.02$$

$$p\left[\left(\frac{7.876}{9.114}\right)^4\left(\frac{1}{16}\right) \leq \frac{\rho_1^4}{\rho_2^4} \leq \left(\frac{7.876}{9.114}\right)^4(16)\right] = 1-0.02$$

$$p\left[0.118 \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 4.306\right] = 0.98 \qquad p\left[0.0348 \leq \frac{\rho_1^4}{\rho_2^4} \leq 8.923\right] = 0.98$$

$$p\left[0.252 \leq \frac{\rho_1^1}{\rho_2^1} \leq 2.831\right] = 0.98$$

BIBLIOGRAFIA

[1] Elementos de Cálculo de Probabilidades J. Bass
1era. Edición Toray-Masson, S.A. 1970

[2] Probabilidad y Estadística para Ingenieros 3era. Edición
R.E. Walpole R.H. Myers Internacional

[3] Handbook of Probability and Statistics 2nd. Edition
Burington/May McGraw Hill

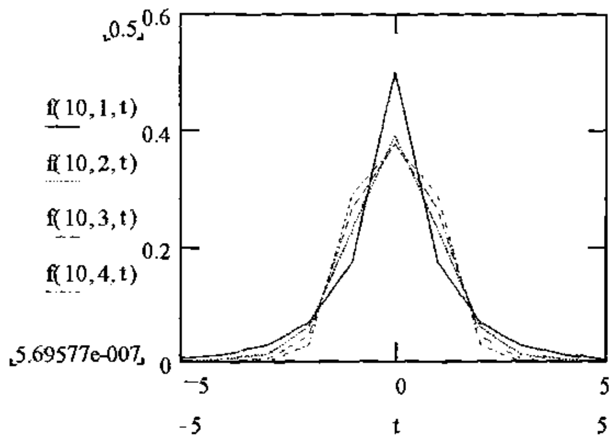
[4] Control de Calidad Carlos González Mcgraw Hill

[5] Paquete Mathcad Versión 2.01 1987 mathsoft Inc

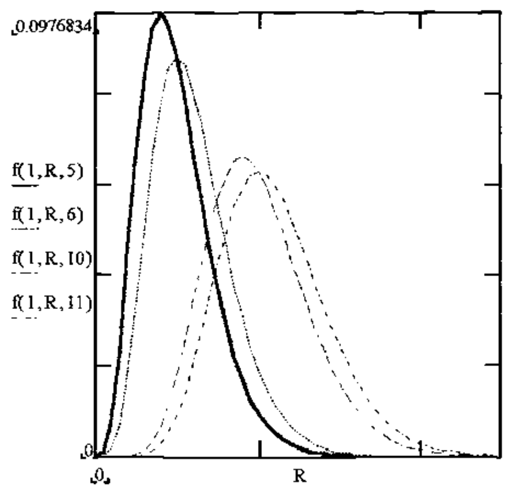
[6] Estadística para Administradores, Richard I Lewin & D. Rubin
Ed. Prentice Hall, sexta edición

[7] Enciclopedia Temática Multimedia, Ed. Grijalbo-Mondadori

tR_k **f(γ,k, tR_k)** donde γ=grados de libertad k= momento absoluto



R^k **f(k, R^k,γ)** donde k=momento absoluto γ=grados de libertad



E_k **f(k, E_k,γ)** donde k=momento absoluto γ=grados de libertad

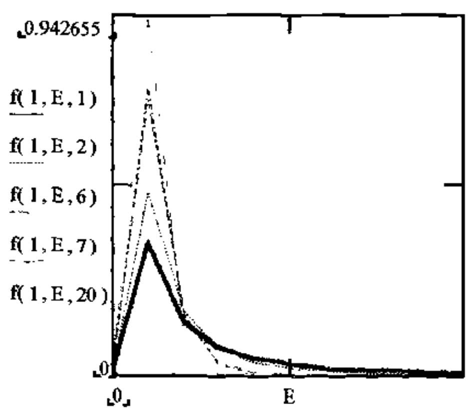


Tabla # 2

R^k cuando k=1 **grados de libertad** 5 6 7 8 9 10 11

$1 - A =$

α_i		0	1	2	3	4	5	6	7
	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1.5	1	1	0.999	1	1	1	1	1	1
2	2	1	0.996	0.999	1	1	1	1	1
2.5	3	1	0.991	0.998	1	1	1	1	1
3	4	1	0.981	0.996	0.999	1	1	1	1
3.5	5	1	0.967	0.991	0.998	1	1	1	1
4	6	1	0.947	0.983	0.995	0.999	1	1	1
4.4	7	1	0.928	0.975	0.993	0.998	1	1	1
5	8	1	0.891	0.958	0.986	0.996	0.999	1	1
5.5	9	1	0.855	0.939	0.978	0.993	0.998	0.999	1
6	10	1	0.815	0.916	0.966	0.988	0.996	0.999	1
6.5	11	1	0.772	0.889	0.952	0.982	0.994	0.998	0.999
6.9	12	1	0.735	0.864	0.938	0.975	0.991	0.997	0.999
7.5	13	1	0.678	0.823	0.914	0.962	0.985	0.995	0.998
8	14	1	0.629	0.785	0.889	0.949	0.979	0.992	0.997
9	15	1	0.532	0.703	0.831	0.913	0.96	0.983	0.993
9.3	16	1	0.504	0.677	0.811	0.901	0.952	0.979	0.992
9.4	17	1	0.495	0.668	0.805	0.896	0.95	0.978	0.991
9.5	18	1	0.485	0.66	0.798	0.891	0.947	0.976	0.99
9.6	19	1	0.476	0.651	0.791	0.887	0.944	0.975	0.99
9.7	20	1	0.467	0.642	0.784	0.882	0.941	0.973	0.989
9.8	21	1	0.458	0.634	0.777	0.877	0.938	0.972	0.988
9.9	22	1	0.449	0.625	0.769	0.872	0.935	0.97	0.987
9.9	23	1	0.449	0.625	0.769	0.872	0.935	0.97	0.987
10	24	1	0.44	0.616	0.762	0.867	0.932	0.968	0.986
11	25	1	0.358	0.529	0.686	0.809	0.894	0.946	0.975
12	26	1	0.285	0.446	0.606	0.744	0.847	0.916	0.957
13	27	1	0.224	0.369	0.527	0.673	0.792	0.877	0.933
14	28	1	0.173	0.301	0.45	0.599	0.729	0.83	0.901
15	29	1	0.132	0.241	0.378	0.525	0.662	0.776	0.862
16	30	1	0.1	0.191	0.313	0.453	0.593	0.717	0.816
17	31	1	0.074	0.15	0.256	0.386	0.523	0.653	0.763
18	32	1	0.055	0.116	0.207	0.324	0.456	0.587	0.706
19	33	1	0.04	0.089	0.165	0.269	0.392	0.522	0.645
20	34	1	0.029	0.067	0.13	0.22	0.333	0.458	0.583
23.3	35	1	0.01	0.025	0.056	0.106	0.179	0.274	0.385
26	36	1	0.004	0.011	0.026	0.054	0.1	0.166	0.252
27	37	1	0.003	0.008	0.019	0.041	0.079	0.135	0.211
28	38	1	0.002	0.006	0.014	0.032	0.062	0.109	0.176
28.9	39	1	0.001	0.004	0.011	0.025	0.05	0.09	0.148
30	40	1	0.001	0.003	0.008	0.018	0.037	0.07	0.118
31	41	1	0.001	0.002	0.006	0.013	0.029	0.055	0.096
31.5	42	1	0	0.002	0.005	0.012	0.025	0.049	0.086
32	43	1	0	0.001	0.004	0.01	0.022	0.043	0.077
33	44	1	0	0.001	0.003	0.007	0.017	0.034	0.062

R^4 cuando k=4 **grados de libertad** 4 5 6 7 8 9 10

1 — A =

α_i		0	1	2	3	4	5	6	7
	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	1	1	0.98	0.992	0.997	0.999	1	1	1
0.2	2	1	0.953	0.978	0.99	0.995	0.998	0.999	1
0.3	3	1	0.924	0.96	0.98	0.99	0.995	0.998	0.999
0.4	4	1	0.894	0.94	0.967	0.982	0.991	0.995	0.998
0.5	5	1	0.864	0.919	0.953	0.974	0.985	0.992	0.996
0.6	6	1	0.834	0.897	0.937	0.963	0.979	0.988	0.993
0.7	7	1	0.804	0.873	0.92	0.951	0.971	0.983	0.99
0.8	8	1	0.774	0.85	0.903	0.938	0.962	0.977	0.986
0.9	9	1	0.745	0.825	0.884	0.925	0.952	0.97	0.982
1	10	1	0.716	0.801	0.864	0.91	0.941	0.963	0.977
1.5	11	1	0.585	0.682	0.763	0.827	0.876	0.913	0.94
2	12	1	0.474	0.572	0.66	0.736	0.798	0.849	0.889
2.5	13	1	0.382	0.475	0.564	0.645	0.716	0.776	0.827
3	14	1	0.306	0.392	0.477	0.558	0.633	0.7	0.759
3.5	15	1	0.245	0.321	0.4	0.478	0.553	0.623	0.687
4	16	1	0.195	0.262	0.333	0.406	0.479	0.549	0.616
4.5	17	1	0.155	0.212	0.276	0.343	0.411	0.48	0.546
5	18	1	0.123	0.172	0.227	0.287	0.351	0.416	0.481
5.5	19	1	0.098	0.139	0.186	0.24	0.297	0.358	0.42
6	20	1	0.078	0.112	0.152	0.199	0.251	0.306	0.364
6.5	21	1	0.061	0.09	0.124	0.165	0.21	0.261	0.314
7.5	22	1	0.038	0.058	0.082	0.112	0.146	0.186	0.23
8	23	1	0.03	0.046	0.066	0.092	0.122	0.156	0.195
9.1	24	1	0.018	0.028	0.042	0.059	0.08	0.105	0.135
9.2	25	1	0.017	0.027	0.04	0.056	0.077	0.101	0.13
9.3	26	1	0.016	0.026	0.038	0.054	0.074	0.098	0.126
9.4	27	1	0.016	0.024	0.036	0.052	0.071	0.094	0.121
9.5	28	1	0.015	0.023	0.035	0.05	0.068	0.091	0.117
9.6	29	1	0.014	0.022	0.033	0.048	0.066	0.087	0.113
9.7	30	1	0.014	0.021	0.032	0.046	0.063	0.084	0.109
9.8	31	1	0.013	0.02	0.031	0.044	0.061	0.081	0.105
9.9	32	1	0.012	0.02	0.029	0.042	0.058	0.078	0.102
9.9	33	1	0.012	0.02	0.029	0.042	0.058	0.078	0.102
10	34	1	0.012	0.019	0.028	0.04	0.056	0.075	0.098
11	35	1	0.007	0.012	0.018	0.027	0.038	0.051	0.068
12	36	1	0.005	0.007	0.012	0.017	0.025	0.035	0.047
13	37	1	0.003	0.005	0.007	0.011	0.017	0.023	0.032
14	38	1	0.002	0.003	0.005	0.007	0.011	0.016	0.022
15	39	1	0.001	0.002	0.003	0.005	0.007	0.01	0.015
16	40	1	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.007	0.01
17	41	1	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.007
18	42	1	0	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004
19	43	1	0	0	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003
20	44	1	0	0	0	0	0.001	0.001	0.002

tR cuando k=1 **grados de libertad** 5 6 7 8 9 10 11

α_i

α_i
1
1.25
1.5
1.75
2
2.25
2.5
2.75
3
3.2
3.4
3.6
3.8
4
4.25
4.5
4.75
5
5.25
5.5
5.75
6
6.25
6.5
6.75
7
7.25
7.5
7.75
8
8.25
8.5
8.75
9
9.25
9.5
9.75

$1 - A =$

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0.201	0.198	0.196	0.195	0.194	0.193	0.192
2	1	0.164	0.161	0.158	0.157	0.155	0.154	0.153
3	1	0.135	0.131	0.128	0.126	0.125	0.124	0.122
4	1	0.112	0.108	0.105	0.103	0.101	0.1	0.099
5	1	0.093	0.089	0.086	0.084	0.082	0.081	0.08
6	1	0.078	0.074	0.071	0.069	0.067	0.066	0.065
7	1	0.066	0.062	0.059	0.057	0.055	0.054	0.053
8	1	0.056	0.052	0.049	0.047	0.045	0.044	0.043
9	1	0.048	0.044	0.041	0.039	0.038	0.036	0.035
10	1	0.042	0.038	0.036	0.034	0.032	0.031	0.03
11	1	0.037	0.034	0.031	0.029	0.028	0.027	0.026
12	1	0.033	0.03	0.027	0.026	0.024	0.023	0.022
13	1	0.03	0.026	0.024	0.022	0.021	0.02	0.019
14	1	0.026	0.023	0.021	0.019	0.018	0.017	0.016
15	1	0.023	0.02	0.018	0.016	0.015	0.014	0.014
16	1	0.02	0.018	0.016	0.014	0.013	0.012	0.012
17	1	0.018	0.015	0.013	0.012	0.011	0.01	0.01
18	1	0.016	0.013	0.012	0.01	0.009	0.009	0.008
19	1	0.014	0.011	0.01	0.009	0.008	0.007	0.007
20	1	0.012	0.01	0.009	0.008	0.007	0.006	0.006
21	1	0.011	0.009	0.008	0.007	0.006	0.005	0.005
22	1	0.01	0.008	0.007	0.006	0.005	0.005	0.004
23	1	0.009	0.007	0.006	0.005	0.004	0.004	0.004
24	1	0.008	0.006	0.005	0.004	0.004	0.003	0.003
25	1	0.007	0.005	0.004	0.004	0.003	0.003	0.003
26	1	0.006	0.005	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002
27	1	0.006	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002
28	1	0.005	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002
29	1	0.005	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002
30	1	0.004	0.003	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001
31	1	0.004	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
32	1	0.004	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
33	1	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001
34	1	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001
35	1	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
36	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
37	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001

tR cuando k=4 grados de libertad 5 6 7 8 9 10 11

α_i
1.15
1.2
1.25
1.3
1.35
1.4
1.45
1.5
1.55
1.6
1.65
1.7
1.75
1.8
1.85
1.9
1.95
2
2.05
2.1
2.15
2.2
2.25
2.3
2.35
2.4
2.45
2.5
2.55
2.6
2.65
2.7
2.75
2.8
2.85
2.9
2.95

$1 - A =$

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0.12	0.115	0.111	0.108	0.105	0.104	0.102
2	1	0.109	0.104	0.099	0.096	0.094	0.092	0.09
3	1	0.099	0.093	0.089	0.086	0.083	0.081	0.08
4	1	0.089	0.084	0.079	0.076	0.073	0.071	0.07
5	1	0.081	0.075	0.07	0.067	0.064	0.062	0.061
6	1	0.073	0.067	0.062	0.059	0.056	0.054	0.053
7	1	0.065	0.059	0.055	0.052	0.049	0.047	0.045
8	1	0.059	0.053	0.048	0.045	0.043	0.041	0.039
9	1	0.053	0.047	0.042	0.039	0.037	0.035	0.033
10	1	0.047	0.041	0.037	0.034	0.032	0.03	0.028
11	1	0.042	0.037	0.033	0.03	0.027	0.025	0.024
12	1	0.038	0.032	0.029	0.026	0.023	0.022	0.02
13	1	0.034	0.029	0.025	0.022	0.02	0.018	0.017
14	1	0.031	0.025	0.022	0.019	0.017	0.016	0.014
15	1	0.028	0.022	0.019	0.016	0.015	0.013	0.012
16	1	0.025	0.02	0.017	0.014	0.012	0.011	0.01
17	1	0.022	0.018	0.014	0.012	0.011	0.009	0.008
18	1	0.02	0.016	0.013	0.011	0.009	0.008	0.007
19	1	0.018	0.014	0.011	0.009	0.008	0.007	0.006
20	1	0.016	0.012	0.01	0.008	0.007	0.006	0.005
21	1	0.015	0.011	0.008	0.007	0.006	0.005	0.004
22	1	0.013	0.01	0.007	0.006	0.005	0.004	0.003
23	1	0.012	0.009	0.006	0.005	0.004	0.003	0.003
24	1	0.011	0.008	0.006	0.004	0.003	0.003	0.002
25	1	0.01	0.007	0.005	0.004	0.003	0.002	0.002
26	1	0.009	0.006	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002
27	1	0.008	0.006	0.004	0.003	0.002	0.002	0.001
28	1	0.007	0.005	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001
29	1	0.007	0.004	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001
30	1	0.006	0.004	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001
31	1	0.006	0.004	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
32	1	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001
33	1	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001	0
34	1	0.004	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001	0
35	1	0.004	0.002	0.001	0.001	0.001	0	0
36	1	0.004	0.002	0.001	0.001	0.001	0	0
37	1	0.003	0.002	0.001	0.001	0	0	0

E cuando k=1 $\nu_2 = 8$ **grados de libertad**

Grados de libertad ν_1 1 2 3 4 5 6 7 8

$1 - A =$

α_i		0	1	2	3	4	5	6	7	8
	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.01	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.05	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	3	1	0.998	1	1	1	1	1	1	1
0.2	4	1	0.979	0.992	0.995	0.997	0.998	0.998	0.999	0.999
0.3	5	1	0.938	0.964	0.975	0.981	0.984	0.987	0.988	0.989
0.4	6	1	0.886	0.916	0.933	0.943	0.95	0.955	0.959	0.962
0.5	7	1	0.832	0.857	0.874	0.887	0.896	0.902	0.908	0.912
0.6	8	1	0.78	0.793	0.807	0.817	0.825	0.832	0.837	0.841
0.7	9	1	0.731	0.73	0.736	0.742	0.747	0.751	0.755	0.758
0.8	10	1	0.687	0.67	0.667	0.666	0.667	0.668	0.669	0.67
0.9	11	1	0.647	0.615	0.601	0.594	0.589	0.586	0.584	0.582
1.5	12	1	0.473	0.376	0.322	0.287	0.261	0.241	0.226	0.213
2	13	1	0.384	0.264	0.201	0.161	0.134	0.114	0.1	0.088
2.5	14	1	0.324	0.194	0.132	0.095	0.072	0.057	0.046	0.038
2.6	15	1	0.314	0.183	0.122	0.086	0.064	0.05	0.04	0.032
2.7	16	1	0.305	0.174	0.113	0.078	0.058	0.044	0.034	0.028
2.75	17	1	0.3	0.169	0.108	0.075	0.054	0.041	0.032	0.025
2.8	18	1	0.296	0.165	0.104	0.071	0.051	0.038	0.03	0.023
2.9	19	1	0.288	0.156	0.097	0.065	0.046	0.034	0.026	0.02
3	20	1	0.28	0.148	0.09	0.059	0.041	0.03	0.022	0.017
3.5	21	1	0.247	0.118	0.064	0.038	0.024	0.016	0.011	0.008
4	22	1	0.221	0.096	0.048	0.026	0.015	0.009	0.005	0.003
4.5	23	1	0.199	0.08	0.037	0.018	0.009	0.005	0.002	0.001
5	24	1	0.181	0.069	0.03	0.014	0.007	0.003	0.001	0

E cuando k=4 y $\nu_2 = 8$ grados de libertad

ν_1 Grados de libertad 1 2 3 4 5 6 7 8

α_i
0.01
0.05
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9
9.5
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25

1 − A =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0.999	0.999	1	1	1	1	1	1
2	1	0.985	0.989	0.991	0.992	0.992	0.993	0.993	0.993
3	1	0.959	0.966	0.97	0.972	0.974	0.975	0.976	0.977
4	1	0.909	0.911	0.915	0.918	0.921	0.923	0.925	0.926
5	1	0.866	0.858	0.858	0.859	0.861	0.862	0.864	0.865
6	1	0.832	0.811	0.805	0.802	0.802	0.801	0.802	0.802
7	1	0.802	0.77	0.757	0.75	0.746	0.744	0.742	0.741
8	1	0.778	0.734	0.714	0.702	0.695	0.69	0.686	0.684
9	1	0.756	0.702	0.676	0.66	0.649	0.641	0.636	0.631
10	1	0.737	0.674	0.641	0.621	0.607	0.597	0.589	0.583
11	1	0.721	0.649	0.611	0.587	0.57	0.557	0.547	0.539
12	1	0.706	0.626	0.583	0.556	0.536	0.521	0.509	0.5
13	1	0.648	0.54	0.479	0.438	0.408	0.385	0.367	0.352
14	1	0.608	0.481	0.409	0.36	0.325	0.298	0.277	0.259
15	1	0.578	0.439	0.359	0.306	0.267	0.239	0.216	0.198
16	1	0.555	0.405	0.321	0.265	0.226	0.197	0.174	0.156
17	1	0.535	0.379	0.291	0.234	0.195	0.166	0.144	0.126
18	1	0.518	0.357	0.267	0.21	0.171	0.142	0.121	0.104
19	1	0.504	0.338	0.247	0.19	0.151	0.123	0.103	0.087
20	1	0.492	0.322	0.23	0.174	0.135	0.109	0.089	0.074
21	1	0.481	0.308	0.216	0.16	0.122	0.096	0.078	0.064
22	1	0.471	0.296	0.204	0.148	0.111	0.086	0.069	0.055
23	1	0.462	0.285	0.193	0.138	0.102	0.078	0.061	0.049
24	1	0.454	0.275	0.183	0.129	0.094	0.071	0.055	0.043
25	1	0.446	0.267	0.175	0.121	0.087	0.065	0.049	0.038
26	1	0.439	0.258	0.167	0.114	0.081	0.06	0.045	0.034
27	1	0.432	0.251	0.16	0.108	0.076	0.055	0.041	0.031
28	1	0.427	0.244	0.154	0.102	0.071	0.051	0.037	0.028
29	1	0.421	0.238	0.148	0.098	0.067	0.047	0.034	0.025
30	1	0.416	0.232	0.143	0.093	0.063	0.044	0.032	0.023
31	1	0.406	0.222	0.133	0.085	0.057	0.039	0.027	0.02
32	1	0.398	0.213	0.125	0.078	0.051	0.034	0.024	0.017
33	1	0.39	0.205	0.118	0.073	0.047	0.031	0.021	0.015
34	1	0.383	0.198	0.112	0.068	0.043	0.028	0.019	0.013
35	1	0.376	0.191	0.107	0.063	0.039	0.025	0.017	0.011
36	1	0.37	0.185	0.102	0.06	0.036	0.023	0.015	0.01
37	1	0.365	0.18	0.098	0.056	0.034	0.021	0.014	0.009
38	1	0.36	0.175	0.094	0.053	0.032	0.02	0.012	0.008
39	1	0.355	0.17	0.09	0.051	0.03	0.018	0.011	0.007
40	1	0.351	0.166	0.087	0.048	0.028	0.017	0.01	0.007
41	1	0.346	0.162	0.084	0.046	0.026	0.016	0.01	0.006
42	1	0.342	0.158	0.081	0.044	0.025	0.015	0.009	0.006
43	1	0.339	0.155	0.078	0.042	0.024	0.014	0.008	0.005
44	1	0.335	0.152	0.076	0.04	0.022	0.013	0.008	0.005
45	1	0.332	0.149	0.074	0.039	0.021	0.012	0.007	0.004

χ^2

$y = e^{-x^2}$ $\quad$ $y = e^{-\frac{|x^k|}{a}}$ $\quad$ $z = \dfrac{x-\mu}{\rho}$

$$f(x,k,a) = \frac{k}{2\rho\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)a^{\frac{1}{k}}} e^{-\frac{\left|\left(\frac{x-\mu}{\rho}\right)^k\right|}{a}}$$

$$p1 = \frac{k}{2\rho\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)a^{\frac{1}{k}}} \int_{-4}^{4} e^{-\frac{\left|\left(\frac{x-\mu}{\rho}\right)^k\right|}{a}} dx$$

$$f(x,k,a) = (cte)\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|x^k|}{a}} dx = 1$$

$$f(x,k,a) = (cte)(\int_{-\infty}^{0} e^{-\frac{|x^k|}{a}} dx + \int_{0}^{\infty} e^{-\frac{|x^k|}{a}} dx) = 1$$

$$f(x,k,a) = (cte)2\int_{0}^{\infty} e^{-\frac{|x^k|}{a}} dx = 1 \qquad y = \frac{x^k}{a} \qquad x^k = ay \qquad x = (ay)^{\left(\frac{1}{k}\right)}$$

$$dx = a^{\left(\frac{1}{k}\right)} y^{\left(\frac{1}{k}-1\right)} \left(\frac{1}{k}\right) dy$$

$$f(x,k,a) = (cte)2\frac{1}{k}a^{\frac{1}{k}}\int_{0}^{\infty} e^{-y} y^{\left(\frac{1}{k}-1\right)} dy = 1 \qquad f(x,k,a) = (cte)2\frac{1}{k}a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) = 1$$

$$cte = \frac{k}{a^{\frac{1}{k}} 2\Gamma\frac{1}{k}}$$

$$f(x,k,a)=\frac{k}{a^{\frac{1}{k}}2\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}\int_{-\infty}^{b}e^{-\frac{|x^k|}{a}}dx \qquad f(x,k,a)=\frac{k}{a^{\frac{1}{k}}2\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)\rho}\int_{-\infty}^{b}e^{-\frac{\left|\left(\frac{x-\mu}{\rho}\right)^k\right|}{a}}dx$$

$$s^k \qquad \rho^k \qquad R^k=\frac{(n-1)s^k}{\rho^k} \qquad R=\left|\left(x1^k\right)\right|+\left|\left(x2^k\right)\right|+---\left|\left(xn^k\right)\right|$$

$$f(x1)=\frac{k}{a^{\frac{1}{k}}2\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{|x^k|}{a}}dx$$

$$f(x1+x2+---xn)=\left(\frac{k}{2a^{\frac{1}{k}}\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}\right)^n e^{-\frac{\left(|x1^k|+|x2^k|+---|xn^k|\right)}{a}}dx1*dx2---dxn$$

$$R<|x1^k|+|x2^k|+----|xn^k|<R+dR \qquad R=|x1^k|+|x2^k|+----|xn^k|$$