

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS



Propuesta didáctica:

DESARROLLO DE LA HABILIDAD DE ELABORAR  
GRAFICAS, ESQUEMAS Y DIAGRAMAS EN EL  
APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS

Que para obtener el grado de  
Maestría en la Enseñanza de las Ciencias  
con Especialidad en Matemáticas

PRESENTA:  
JOSE ELEAZAR LUNA VALDES

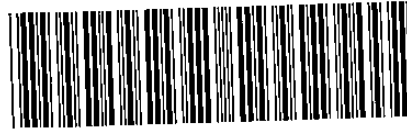
SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L., NOV. DE 1999



MAINTENANCE  
FLY

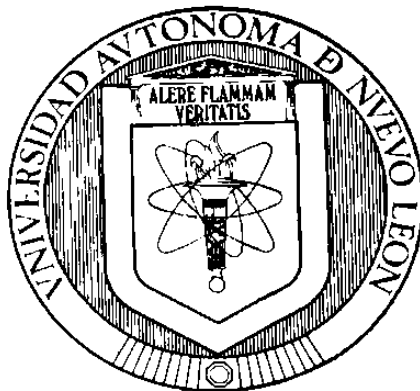
TM  
Z7125  
FFL  
1999  
L86

IO



1020130141

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS**



**Propuesta didáctica:**

**DESARROLLO DE LA HABILIDAD DE ELABORAR**  
**GRÁFICAS, ESQUEMAS Y DIAGRAMAS EN EL**  
**APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

**Que para obtener el Grado en la Maestría en la Enseñanza de**  
**las Ciencias con especialidad en Matemáticas**

**Presenta:**

**JOSÉ ELEAZAR LUNA VALDES**

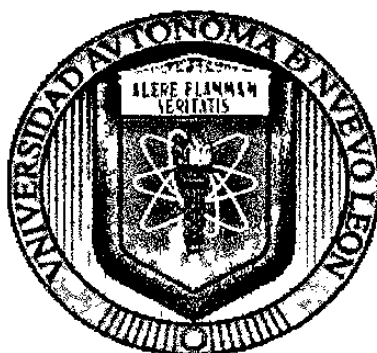
**San Nicolás de los Garza, N.L.**

**Noviembre de 1999**

TM  
Z7125  
FFL  
1999  
L86

0134 45060

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS**



**Propuesta didáctica:**

**DESARROLLO DE LA HABILIDAD DE ELABORAR**  
**GRÁFICAS, ESQUEMAS Y DIAGRAMAS EN EL**  
**APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

**Que para obtener el Grado en la Maestría en la Enseñanza de**  
**las Ciencias con especialidad en Matemáticas**

**Presenta:**

**JOSÉ ELEAZAR LUNA VALDES**

**San Nicolás de los Garza, N.L.**

**Noviembre de 1999**

INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS  
INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS  
INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS



INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS  
INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS  
INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS  
INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS  
INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS  
INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS

INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS  
INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS



FONDO  
TESIS

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO- MATEMÁTICAS**



**DESARROLLO DE LA HABILIDAD DE ELABORAR**  
**GRÁFICAS, ESQUEMAS Y DIAGRAMAS EN EL**  
**APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

Propuesta didáctica que presenta José Eleazar Luna Valdes, como requisito parcial para obtener el grado de: Maestro en la Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en Matemáticas.

El presente trabajo surge de las experiencias y conocimientos durante las actividades desarrolladas en los distintos cursos que integran el plan de estudios de la maestría, ha sido revisado y autorizado por:

---

DR. ROBERTO NÚÑEZ MALHERBE.

---

M.C. LILIA LÓPEZ VERA.

---

DR. JESÚS ALFONSO FERNÁNDEZ DELGADO.

San Nicolás de los Garza, N.L.

Noviembre de 1999



## AGRADECIMIENTOS

Al *Dr. ROBERTO NÚÑEZ MALHERBE*, por su apoyo incondicional e interés para la terminación de este trabajo.

A la *M.C. LILIA LÓPEZ VERA*, por su entusiasmo en la coordinación de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias con especialidad en Matemáticas y en la realización de esta propuesta.

Al *Dr. JESÚS ALFONSO FERNÁNDEZ DELGADO*, por la revisión de este trabajo.

Al *Mtro. HÉCTOR GRACIA LEAL*, Director de la Preparatoria No. 23 por todas las facilidades para la realización y culminación de mis estudios.

A mis **amigos y compañeros** de trabajo.

## **DEDICATORIA**

**A MIS PADRES.**

**A mi abuela HERMINIA SÁNCHEZ DE VALDEZ ( QEPD )**

**A MIS HERMANOS.**

## INDICE

|   |    |
|---|----|
| Introducción.....   | 1  |
| Capítulo 1  |    |
| Marco Teórico.....  | .6 |
| Capítulo 2  |    |
| 2.1. Propuesta Didáctica.....   | 14 |
| 2.2 Alternativas para el Desarrollo<br>de la Habilidad de Graficar en las Asignaturas<br>de Matemáticas del Nivel Medio Superior de<br>la U. A. N. L..... | 21 |
| 2.2.1. Graficación de Funciones.....  | 22 |
| 2.2.2 Elaboración de Esquemas<br>Asociados a Procedimientos.....  | 33 |
| 2.2.3 Ilustración gráfica de Conceptos ó<br>Relaciones Aritméticas o Algebraicas.....   | 35 |
| 2.2.4 Estructuración de Algoritmos<br>a Través de Diagramas.....  | 37 |
| Conclusiones.....   | 39 |
| Referencias Bibliográficas y<br>Bibliografía.....   | 40 |

## INTRODUCCIÓN

Nadie puede negar que es importante que un profesor de matemáticas imparta sus clases de manera efectiva. Sin embargo, todavía estamos más bien lejos del éxito en lo que respecta a la enseñanza eficaz de esta ciencia, sobre todo a quienes no están destinados a convertirse en matemáticos profesionales, los cuales constituyen, por supuesto, la casi totalidad de la población académica para los profesores de matemáticas del nivel medio superior en la U.A.N.L. Debemos ciertamente considerar a los usuarios potenciales de las matemáticas, ya que el argumento principal sobre la importancia de la ciencia matemática en la actualidad, es precisamente la ubicuidad de sus aplicaciones. Por consiguiente, los futuros biólogos, economistas, arquitectos, planificadores, ecólogos (al igual que los físicos, químicos, estadísticos), necesitan saber matemáticas y ser capaces de aplicarlas en sus propias disciplinas. Ello significa que deben aprender a pensar matemáticamente, lo que es algo muy diferente a resolver de problemas matemáticos comunes por el uso de una técnica específica, y deben saber cómo establecer los modelos matemáticos de situaciones no matemáticas, además de cómo juzgar las propiedades de dichos modelos.

Cuando se considera el problema de impartir clases a quienes no están orientados profesionalmente hacia las matemáticas, nuestra tarea se vuelve más complicada debido a que tenemos que prepararnos para responder a preguntas más amplias sobre la trascendencia de los temas particulares en discusión. Esto claramente requiere una comprensión más profunda por parte del profesor.

También implica, por supuesto, comprensión de la naturaleza de las dificultades de los estudiantes, reales y potenciales, y la idoneidad para alentar al alumno a expresar sus inquietudes sin timidez o temor al ridículo.

No es tarea fácil, aun si se entiende por qué el estudiante no aprende, encontrar una forma para mejorar su aprovechamiento. Como no es probable que la mera repetición sea eficaz, se impone la introducción de modificaciones sustanciales en



la concepción general del proceso de enseñanza – aprendizaje de esta disciplina que, de algún modo, repercutan en más alto nivel de asimilación de sus contenidos por parte de los alumnos.

Los resultados de los análisis de la problemática educativa existente en el estado de Nuevo León al comienzo de la presente década indicaban la necesidad de transformar el nivel medio superior para superar su rezago, atender eficientemente la demanda estudiantil y lograr la integración de las ciencias y las humanidades de tal forma que permitiera afrontar con éxito el dinamismo de los avances científicos y tecnológicos.

Así, la Universidad Autónoma de Nuevo León implanta el Plan de la Reforma Académica en el nivel medio superior aprobado por el H. Consejo Universitario el 28 de mayo de 1993, el cual persigue fortalecer el proceso enseñanza – aprendizaje, estando sustentado en el Programa de Mejoramiento Académico aprobado por este máximo organismo rector en diciembre de 1991.

Como parte de la Reforma se revisaron los objetivos requeridos en este nivel, las asignaturas y sus contenidos. Se realizó, además, el análisis de los programas de aprendizaje para normar el desarrollo de cada una de las áreas de conocimiento y orientar la actividad de maestros y alumnos respecto a la secuencia, objetivos particulares, lineamientos didácticos y técnicos de evaluación.

En la práctica no obstante, los altos índices de reprobación en matemáticas de los estudiantes del nivel medio superior muestra que aún subsisten deficiencias en la forma en que se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje de esta disciplina.

Así, por ejemplo, actualmente en la mayor parte de las clases de matemáticas los estudiantes sólo hacen intentos de resolver todos los problemas con el método que aprendieron ese día y casi no se da la situación en la cual los alumnos utilicen varios métodos o estrategias para resolver problemas teniendo en consideración sus respectivas ventajas y desventajas.

Entre los problemas que más comúnmente se presentan en el aula se encuentra la dificultad que presentan los alumnos para la representación gráfica, en la más alta concepción del término, habilidad que se hace necesaria en el tratamiento de diversos contenidos contemplados en los programas de las asignaturas de matemáticas en el nivel medio superior. Por ello resulta importante la búsqueda de estrategias didácticas que permitan sentar las bases del desarrollo de esta habilidad.

Siendo uno de los objetivos de la educación media superior en la U. A. N. L. formar en el estudiante una actitud crítica consciente que lo lleve progresivamente a conocer más, a desarrollar en mayor grado sus capacidades y a comprender sus limitaciones, buscando de esta manera que permanezca en el camino de la superación constante, se desprende con facilidad que el desarrollo de habilidades generales para el trabajo en matemáticas (entre ellas la de representación gráfica ) resulta de primordial importancia.

Estas consideraciones nos conducen a plantearnos el siguiente **problema de investigación**.

¿Bajo qué estrategia didáctica es posible contribuir a superar los bajos niveles de desarrollo de la habilidad de representación gráfica en los alumnos que cursan las asignaturas de Matemáticas en el nivel medio superior de la U.A.N.L.

Esté problema se plantea en el **objeto de estudio**:

Proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en el nivel medio superior en la U.A.N.L.

**Y su campo de acción se enmarca:**

en el desarrollo de las habilidades matemáticas generales propicias del nivel medio superior de enseñanza.

Esta propuesta pretende contribuir a la solución del problema planteado a través de la consecución de su **objetivo general** el cual se formula en los siguientes términos:

Elaborar un conjunto de indicaciones metodológicas que contribuya al desarrollo de la habilidad de representación gráfica en los alumnos del nivel medio superior de la U.A.N.L.

**Como hipótesis de investigación se plantea que:**

“Si se aplica una estrategia didáctica fundamentada en indicaciones metodológicas adecuadamente dirigidas al desarrollo de la habilidad de representación gráfica en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en el nivel medio general, entonces probablemente mejore el desempeño de los estudiantes en la resolución de tareas docentes en lo que a la ejecución de esta habilidad se refiere ”

**Para alcanzar el objetivo propuesto se realizaron las siguientes Tareas de Investigación:**

- **Revisión de la literatura especializada relacionada con el campo de acción de la investigación.**
- **Conceptualización de la habilidad de representación gráfica.**
- **Análisis del contenido del programa de la asignatura con vistas a detectar aquellos contenidos que mejor puedan contribuir al desarrollo de la habilidad de graficación.**

- Elaboración de la propuesta didáctica.

Los **métodos** utilizados en el desarrollo del trabajo fueron:

- De carácter **teórico**, como el de análisis y síntesis y de inducción y deducción.
- De carácter **empírico**, como el de observación.

La propuesta consta de dos capítulos, conclusiones y recomendaciones, bibliografía y anexos.

En el capítulo 1 se establecen las posiciones teóricas en relación con el desarrollo de habilidades sobre las cuales se sustentará la propuesta didáctica.

En el Capítulo 2 se presenta la propuesta, la cual se fundamenta teóricamente y se ejemplifica tomando como base contenidos específicos de las asignaturas de matemáticas del nivel medio superior en la U.A.N.L.



**CAPITULO 1.-  
MARCO TEORICO  
EL DESARROLLO DE HABILIDADES COMO OBJETIVO EDUCATIVO**

Una de las formas más comunes de hacer referencia a objetivos educacionales es en términos de lo que se pretende que un individuo pueda alcanzar a través de la acción educadora: la construcción de conocimientos, el desarrollo de habilidades, la formación de hábitos y actitudes, la internalización de valores, entre otros.

A través de los años, en forma muy relacionada con las características y la evolución de los grupos sociales, algunos de los posibles logros antes mencionados han ido ocupando el foco de atención. Durante un largo periodo, la adquisición de conocimientos fue considerada como el objetivo prioritario de la acción educativa, de tal manera que la mayoría de los programas de formación en esa época fueron construidos con base en una lógica de inclusión y organización de los contenidos a aprender.

El desarrollo de la ciencia y de la tecnología, caracterizado por un ritmo de crecimiento que va más allá de lo que el más amplio programa de formación puede incluir, así como la evaluación, tanto de los límites que pone al educando una educación centrada sólo en el dominio de los contenidos de aprendizaje como el potencial de desarrollo que el individuo tiene y con el cual puede convertirse en gestor de una vida de mayor calidad para sí mismo y para los grupos sociales a los que pertenece, han desplazado la atención de los educadores hacia objetivos educativos como el desarrollo de habilidades, la formación de actitudes y la internalización de valores.

El interés por construir una aproximación al concepto de desarrollo de habilidades como objetivo educativo está determinado por múltiples razones:

- Al ponerse " de moda " en los diversos ambientes educativos los programas de desarrollo de habilidades de pensamiento, empezó a darse el fenómeno de que la expresión " desarrollo de habilidades " fuera asociada, por un buen número de personas, sólo con el tipo de programas mencionado.

- Algunas tendencias internacionales han enfatizado en los últimos años la educación basada en competencias, en ocasiones sin una clara explicitación acerca de cómo se conciben estas últimas y su diferenciación, similitud y vinculación con el desarrollo de habilidades.

- Algunas instituciones educativas solicitan a su personal académico la elaboración de programas de cursos para los que se demanda precisar los conocimientos, aptitudes, actitudes, valores, capacidades y habilidades que el alumno deberá construir, adquirir, desarrollar, internalizar, etc. Esto puede producir una confusión importante en quienes pretenden elaborar este tipo de programas, porque se dificulta una clara distinción o relación entre conceptos como aptitud, capacidad y habilidad.

- Es común que, cuando algunos de los objetivos de un programa educativo se especifican en términos de destrezas, éstas se relacionen con desempeños eficientes originados en el buen manejo de movimientos físicos o de coordinación neuromuscular. Así, para algunos, las destrezas tienen que ver sólo con este tipo de desempeños.

- La consulta a diccionarios acerca del significado de términos como aptitud, capacidad, habilidad, destreza y competencia, suele originar un problema que podría llamarse " de circularidad ": Algunos de los términos mencionados son definidos recurriendo a los otros y es difícil lograr establecer una clara diferenciación entre ellos, o explicitar la forma en que se vinculan y/o se complementan.

Situaciones como las mencionadas en los párrafos anteriores hacen percibir la necesidad de un trabajo de conceptualización como el que se intenta en estas líneas, y que se abre a la discusión y complementación con las propuestas de quienes comparten este interés.

Para conceptualizar el término "habilidad" es necesario partir del hecho de que, en la acepción más común, los términos capacidad, aptitud, competencia, destreza, y habilidad son manejados como sinónimos; sin embargo, existe también el planteamiento de que, entre estos conceptos, hay una vinculación estrecha, mas no una identidad.

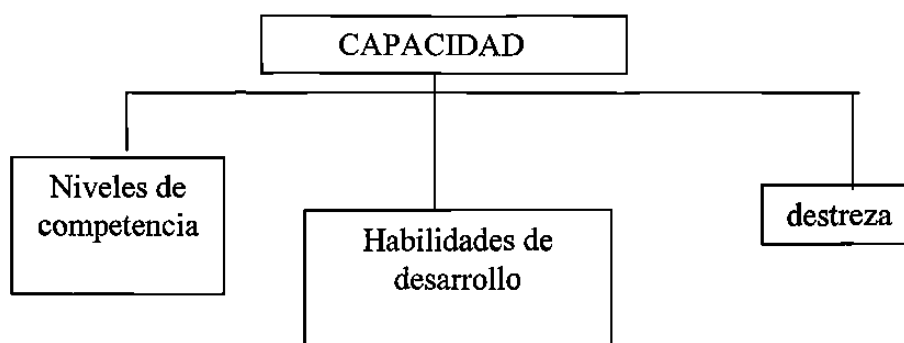
Si se entiende la aptitud como una disposición innata, como un potencial natural con el que cuenta la persona y que puede ser puesto en acción, que puede ejercerse, que puede ponerse en movimiento, se afirma entonces que la aptitud es la **materia prima** a partir de la cual es posible el desarrollo de habilidades, pero se acepta que el punto de partida no es exactamente el mismo para todos los sujetos. Esto significa que, aunque se asuma que un individuo normalmente dotado es apto para la amplia gama de desempeños que el ser humano puede llegar a tener, hay acentuaciones en cada persona, esto es, puede tener un potencial natural más rico para algunos desempeños que para otros.

Los diversos desempeños en los que se manifiesta el desarrollo de una habilidad pueden ser designados como competencias, pero estas últimas no constituyen la habilidad en sí, únicamente la evidencian. Alcanzar cierto nivel de calidad en un tipo de desempeño, puede designarse también como haber alcanzado determinado nivel de competencia para una tarea o grupo de tareas específicas.

El despliegue de una habilidad puede ir desde grados mínimos hasta grados cada vez mayores, es posible plantear que el desarrollo de habilidades hace referencia a un proceso cuya finalidad es precisamente facilitar que determinado tipo de habilidades alcance mayor nivel de despliegue en un individuo. Desde esta perspectiva, cuando una habilidad evoluciona alcanzando diversos grados en su tendencia hacia lo óptimo, puede hablarse de que la evidencia de su desarrollo es el logro de niveles de competencia cada vez mayores, hasta llegar, en el mejor de los casos, al nivel de destreza, entendida no como mera actuación aceptable de carácter técnico o de coordinación neuromuscular.

Las destrezas son conceptualizadas como aquellas habilidades que la persona ha desarrollado con un alto nivel de eficiencia, lo que remitirá en trabajos posteriores a la necesidad de contestar a la pregunta de cómo establecer niveles de eficiencia en un desempeño.

La forma de vinculación entre los conceptos de habilidad, aptitud, competencia y destreza, que se ha venido explicando en párrafos anteriores, se propone además como una explicación del concepto de capacidad como potencial de acción en el ser humano. Esta vinculación puede simbolizarse de la siguiente manera:



El esquema anterior hace uso de líneas orientadas exclusivamente con el fin de señalar tanto la existencia de un punto de partida como el logro gradual de niveles de mayor competencia que caracteriza el desarrollo de una habilidad; no pretende establecer que el proceso de desarrollo de cierta habilidad en un individuo sea estático y lineal. Como casi todo lo que tiene que ver con los procesos humanos, el proceso de desarrollo de habilidades tiene una dinámica cuya representación simbólica se asemejaría más a una espiral que a una línea recta, porque no se desarrolla una habilidad a través de una serie de etapas sucesivas unívocamente alcanzables; cada individuo vive el proceso de desarrollo en circunstancias únicas que suponen avances y retrocesos hasta llegar a alcanzar el nivel de competencia deseado.



Al proponer la explicación del concepto de capacidad recurriendo a la vinculación de los conceptos de aptitud, habilidad, competencia, destreza y desarrollo de habilidades, se trata de enfatizar que la capacidad es un rasgo intrínseco del ser humano que hace posible, a partir de un potencial inicial, un ejercicio del mismo que lleva a desempeños cualitativamente diferentes a medida que el individuo aprende interactuando, tanto con su entorno familiar y social, como en los procesos educativos formales.

Se puede afirmar, entonces, que las habilidades son **educables** en el sentido en que es posible contribuir a su desarrollo de diversas maneras; se habla, por ejemplo, de que el conocimiento del proceso a seguir, de las técnicas para llevarlo a cabo, el acceso a información sobre cómo deben manejarse los recursos y materiales precisos, la comprensión del problema a resolver, etcétera, concurren al desarrollo de las habilidades, y por lo tanto, de las competencias.

Sin embargo, no se puede afirmar que el desarrollo de una habilidad sea consecuencia exclusivamente de procesos cognitivos complementados con la ejercitación en el desempeño de ciertas tareas; el ser humano no es compartimentalizado, no se pueden considerar las habilidades como elementos aislables explicables por sí mismos; es un hecho que las actitudes del individuo son un factor de suma importancia que está presente en el proceso mediante el cual se pretende que éste desarrolle una habilidad, estimulando o inhibiendo los avances en el proceso mencionado; inclusive los valores que el individuo ha internalizado, lo llevan a establecer prioridades en su vida que pueden estimular o desestimular el interés por el desarrollo de determinadas habilidades.

El desarrollo de habilidades tiene además, como nota característica, la posibilidad de transferencia en el sentido en que una habilidad no se desarrolla para un momento o acción determinados, sino que se convierte en una cualidad, en una forma de respuesta aplicable a múltiples situaciones que comparten esencialmente la misma naturaleza; de allí que se hable de que las habilidades desarrolladas por un individuo

configuran una forma peculiar de resolver tareas o resolver problemas en áreas de actividad determinadas.

La habilidad, en cualquiera de sus grados de desarrollo, se manifiesta en la ejecución del tipo de desempeños a los que dicha habilidad está referida; en otras palabras, las habilidades son constructos que se asocian a la realización de determinadas acciones que pueden ejecutar el sujeto hábil; de allí que frecuentemente se utilicen de manera indistinta las expresiones **desarrollo de competencias y desarrollo de habilidades**.

Sin embargo, conviene precisar que alcanzar cierto nivel de competencia en un desempeño supone necesariamente el desarrollo de la o las habilidades que lo sustentan; como se ha expresado antes, las competencias son evidencia o manifestación de habilidades desarrolladas, pero no constituyen la habilidad en si. Una tarea importante de los estudiosos del desarrollo de habilidades es, por lo tanto, la especificación de las acciones o desempeños eficientes que son característicos de sucesivos niveles o logros en el desarrollo de cierta habilidad.

Es posible hablar de una gran variedad de habilidades: para argumentar lógicamente, para expresar con orden las ideas, para pensar racionalmente, para simbolizar situaciones, para realizar síntesis, para destacar situaciones problemáticas, para recuperar experiencias, para manejar herramientas tecnológicas de determinado tipo, etcétera; en todos los casos, la habilidad en cuestión puede describirse en términos de los desempeños que puede tener el sujeto que ha desarrollado.

Es importante considerar el señalamiento de Elliot (1993) en el sentido en que **las habilidades no son elementos aislados independientes, sino que están vinculados a una estructura**; esto implica que el desarrollo de una habilidad determinada no se da desconectado de los procesos paralelos mediante los cuales ocurre el desarrollo de otras habilidades, aunque algunas experiencias se propicien con la

intencionalidad de contribuir al desarrollo de una habilidad en particular; más que una habilidad específica, una estructura de habilidades.

El desarrollo de habilidades como objetivo de los procesos educativos demanda entonces no sólo claridad en la conceptualización de las habilidades que se pretende desarrollar, sino también precisión en los desempeños que se considerarán como manifestación de cierto nivel de desarrollo, y sobre todo, la plena conciencia de que no es lo mismo proponer el dominio de contenidos que generar experiencias facilitadoras del desarrollo de habilidades.

Queda entonces el reto para los formadores que expresan la intencionalidad de propiciar el desarrollo de habilidades en los educandos; no se trata de entrar a una moda en la que se pueden utilizar básicamente las mismas estrategias didácticas que se han puesto en práctica cuando los objetivos consistían básicamente en lograr el buen manejo de los contenidos de aprendizaje; se trata de modificar estructuralmente dichas estrategias, en forma acorde con el nuevo objetivo educativo, y para eso habrá que comenzar por realizar un fuerte trabajo de conceptualización.

La habilidad es el componente del contenido que refleja las realizaciones del hombre, en una rama del saber propia de la cultura de la humanidad. Es, desde el punto de vista psicológico, el sistema de acciones y operaciones dominados por el sujeto, y que responden a un objetivo.

Las habilidades, formando parte del contenido de una asignatura, caracterizan en el plano didáctico las acciones que el estudiante realiza al interactuar con su objeto de estudio.

La habilidad, como acción que es, se puede descomponer en operaciones, cuya integración, a su vez, permite el dominio por el estudiante de un modo de actuación.

Al igual que los conocimientos, las habilidades más generales se tienen que conformar y desarrollar mediante la actuación conjunta y coordinada de todas las disciplinas docentes que forman parte del plan de estudio.

Las habilidades no se desarrollan sin los conocimientos, los conocimientos y habilidades se logran en un proceso único. La actividad creadora del estudiante sólo se desarrollará teniendo como base los conocimientos y habilidades adquiridos por él en el proceso docente educativo.

## CAPITULO 2

### PROPUESTA DIDACTICA

#### 2.1. FUNDAMENTACION TEORICA

Entre las categorías didácticas, la categoría " contenido " reviste una importancia fundamental, porque de ella en gran medida depende la concepción del mundo que se forme en el educando, las potencialidades reales que en él se desarrollen para enfrentar los problemas y la formación, tanto integral como profesional, del estudiante.

Cuando de elaborar programas de asignaturas se trata, no es extraño encontrar que el primer pensamiento de un docente pueda dirigirse hacia la enumeración de contenidos que encajan en su armazón lógica y que estos contenidos se refieran sólo a los conceptos, definiciones, teoremas, etc. Esta reacción podría explicarse por una tradición, donde generalmente han primado los conocimientos, el sistema conceptual y estos no se han visto en su relación indisoluble con los modos de actuación, es decir, con las habilidades.

En palabras de la profesora N.F. Talizina ( 1984 ) " no se puede separar el saber del saber hacer, porque saber siempre es saber hacer algo, no puede haber un conocimiento sin una habilidad, sin un saber hacer ".

Por evidente que hoy nos parezca, no siempre ha saltado a la vista y no se ha considerado el esquema de contenido como el sistema indisoluble de conocimientos y habilidades. En otras palabras, en la estructuración de los programas, para el desarrollo de un profesional poseedor de un pensamiento creativo, se hace imprescindible la determinación de los sistemas de habilidades, gracias a las cuales funcionan, se expresan los conocimientos.

El aprendizaje presupone la apropiación del conocimiento necesario para ejecutar una o varias acciones y ejercitarlas con la finalidad de que éstas se transformen en una habilidad, en correspondencia con el conocimiento adquirido. El resultado de esta transformación depende del conocimiento que se tenga sobre la acción en sí. No es posible que se logre un aprendizaje eficiente sin tener un conocimiento de cómo actuar. Si un estudiante no tiene idea de las acciones que debe realizar para resolver un ejercicio que se le proponga, hará muchos intentos fallidos al procurar resolverlo si no dispone de manera consciente de la orientación para ello.

Diferentes investigaciones pedagógicas han estado dirigidas en los últimos años a la identificación de un conjunto de habilidades matemáticas básicas que de un modo u otro se ponen de manifiesto en la ejecución de las tareas vinculadas con esta ciencia. En su tesis doctoral H. Hernández ( 1989 ) reveló un sistema básico de tales habilidades conformado por :

- Definir
- Demostrar
- Identificar
- Interpretar.
- Recodificar.
- Calcular.
- Algoritmizar.
- Graficar.

En trabajos posteriores este sistema básico de habilidades matemáticas, ha sido enriquecido a través de la inclusión de nuevas habilidades o del redimensionamiento de las ya existentes.

Así, por ejemplo, T. Rodríguez ( 1991 ) incluye en el sistema la habilidad “modelar ”, L. Valverde ( 1994 ) adiciona la habilidad “fundamentar ” y R. Delgado (1999 ) incorpora como nuevas habilidades “controlar ”, “ aproximar ” y “ optimizar ”.

Por su parte, R. Nuñez ( 1999 ) reconceptualiza algunas de estas habilidades a la luz de sus manifestaciones en la actividad de investigación científica en matemáticas.

Siguiendo a H. Hernández (1994) “ graficar ” es representar relaciones entre objetos matemáticos, tanto desde el punto de vista geométrico, como de diagramas o tablas y, recíprocamente, colegir las relaciones existentes, a partir de su representación gráfica. Esta es una habilidad que permite al hombre comunicar información e ideas de manera visual y sucinta, así como representar objetiva y materialmente objetos mentales.

La habilidad de graficar cobra especial importancia en la etapa de motivación de un concepto y sirve de apoyo para la conformación de la base orientadora de la acción, en la elaboración de las tarjetas de estudio sobre las que esta base se apoya. Toda vez que es posible la representación visual de los espacios euclídeos hasta la dimensión 3, ello permite una representación gráfica de los conceptos estudiados, aunque restringido a casos particulares y ofrece al estudiante un soporte material para la formación del concepto, al cual puede acudir en caso de duda u olvido. De aquí que concedamos una importancia particular al desarrollo de esta habilidad en los estudiantes.

El graficar es una vía mediante la cual el docente cumple con el principio didáctico que en la literatura se recoge como: “ **unidad de lo concreto y lo abstracto** ” o como principio de la “ **visualización** ” . Asimismo, el desarrollo de esta habilidad presupone que a partir de la representación gráfica de un modelo, el estudiante sea capaz de encontrar las relaciones matemáticas existentes en el mismo.

A través de este principio se trata de hacer una objetivación adecuada, que corresponda al objeto del conocimiento y al nivel en cuanto a capacidad de abstracción de los estudiantes.

La visualización puede servir de base a una abstracción o como elemento heurístico, pero también puede ayudar a comprender más profundamente una relación abstracta.

Este principio facilita que los estudiantes:

Capten por la vía sensorial las representaciones gráficas de determinados conceptos.

Establezcan las soluciones y regularidades mediante esquemas, diagramas y modelos.

Utilicen los procedimientos algorítmicos.

Visualizar presupone:

Orientar la percepción de los estudiantes para facilitar la penetración en la esencia de las cosas, a partir de visualizar los fenómenos.

Proporcionar a los estudiantes tantos hechos como sean necesarios para llegar a una generalización

EL desarrollo de la habilidad "graficar", por otra parte, predispone que, a partir de la representación gráfica de un modelo, el estudiante sea capaz de encontrar las relaciones matemáticas existentes en el mismo.

En su tesis doctoral, R. Nuñez (1999) considero la graficación como una manifestación particular de una habilidad más general, a saber, la habilidad "recodificar"



Este autor considera la recodificación como el cambio de representación de las componentes de un fenómeno dado, como recurso que facilite su estudio, o la reformulación de sus características de un lenguaje (código) a otro, con vistas a su transferencia al estudio de otro fenómeno.

Al resolver problemas matemáticos la recodificación aparece en muchas ocasiones cuando la aplicación de diferentes estrategias de solución ha sido infructuosa, supeditada a la intención de la transferencia de las características de una calidad matemática dada el estudio de las características de otra. Dicho de modo más sencillo: se acude a la recodificación buscando que el planteamiento del problema en el nuevo código permita procesos de transferencia exitosos.

La habilidad para recodificar se apoya en la importante función que las representaciones, como imágenes de los objetos matemáticos, desempeñan dentro de la actividad matemática.

Cuando se habla o se piensa en cualquier objeto o proceso matemático, se hace referencia a algo que, de algún modo, está representado en la mente. De este modo, el trabajo, digamos con funciones pasa necesariamente por la o las representaciones mentales del concepto de función que posea el sujeto que lo realiza. Esta puede ser una representación geométrica ( por ejemplo, como una curva en el plano cartesiano ) o una representación tabular ( susceptible también de ser graficada ), pero puede ser también una representación dinámica, como un determinado proceso de transformación de su conjunto de partida en su conjunto llegada. Las representaciones mentales tienen que ver con esquemas internos a través de los cuales el especialista interactúa con el mundo exterior y que se activan en la mente cuando se piensa en una u otra parte específica de ese mundo exterior.

En general, estas representaciones difieren de una persona a otra, del mismo modo que en la mente de un mismo individuo pueden coexistir simultáneamente varias representaciones mentales de un mismo objeto. Esta simultaneidad de representaciones,

en principio, resulta beneficiosa, al permitir recurrir a una u otra en dependencia de las características de la situación que se aborda. Sin embargo, su existencia no siempre es sinónimo de mayor probabilidad de éxito a la hora de resolver un problema determinado.

En muchas ocasiones puede comprobarse que un estudiante conoce las diferentes caracterizaciones de un determinado concepto matemático no obstante lo cual es incapaz de utilizarlas correctamente en la resolución de problemas. Esta situación se produce cuando las diferentes representaciones mentales aparecen aisladas unas de las otras y, por tanto, cada una en sí misma deviene una pobre representación mental del objeto.

De la mayor o menor riqueza que posean las representaciones mentales que tenga el especialista de los diferentes conceptos, propiedades y procesos matemáticos dependerá el éxito y la eficiencia de su desempeño profesional.

Una representación mental será más o menos rica en dependencia de la mayor o menor cantidad de los diferentes aspectos sintetizados en el concepto que en ella se integran.

En consecuencia con lo planteado anteriormente, se concluye que disponer de representaciones con alto grado de riqueza aparece como una condición necesaria para lograr la flexibilidad mental que generalmente precisa la resolución de los problemas matemáticos.

Sin embargo, la sola existencia de estas representaciones no son suficientes para lograr tal flexibilidad. Para manejar con éxito el caudal de información que se utiliza en la resolución de un determinado problema es preciso que tales representaciones sean correcta y fuertemente conectadas. La necesidad de conectar una representación con otra viene dada cuando la segunda resulta más eficiente que la primera en relación con el paso que queremos dar en el proceso de solución del

problema. Es precisamente a través de la recodificación que se establecen en la práctica estas conexiones.

Parra ( 1990 ) discute el papel de la representación en la solución de problemas, argumentando que la representación gráfica debiera entenderse como organizadora de las representaciones mentales que los estudiantes hacen en situaciones de problemas. La representación debería ser un recurso habitual que se utiliza no solo para ilustrar conceptos nuevos, sino para desarrollar en el estudiante la capacidad para buscar relaciones y reconocer patrones, cuestión primordial en matemáticas.

En el proceso de resolución de problemas la versión o representación gráfica facilita la estructuración del espacio del problema haciendo menor uso de heurísticas.

## **2.2 ALTERNATIVAS PARA EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD DE GRAFICAR EN LAS ASIGNATURAS DE MATEMATICAS DEL NIVEL MEDIO SUPERIOR EN LA U.A.N.L.**

Como se señalo antes, la concepción asumida sobre la habilidad para la graficación no solamente incluye el tradicional empleo de las curvas en el plano o las superficies en el espacio para representar gráficamente el comportamiento de funciones reales y de variable real, sino que excede esta concepción limitada, incluyendo en la misma cualquier tipo de representación gráfica o visual a la que se acuda para facilitar el proceso de asimilación de un contenido determinado.

A continuación mostraremos algunas alternativas en la cual esta concepción amplia de la habilidad "graficar" se pone de manifiesto. En correspondencia en cada una de estas alternativas se propondrá un conjunto de tareas docentes dirigidas al desarrollo de esta habilidad. Como podrá observarse, en estas tareas la ejecución de la graficación se manifiesta en su doble significación: el de la graficación propiamente dicha del objeto analizado y viceversa, el de la derivación de relaciones en el objeto a partir de las características de su representación gráfica.

### 2.2.1. GRAFICACION DE FUNCIONES

El concepto de función se ha convertido en una de las principales ideas de las matemáticas modernas, permeando virtualmente todas las áreas de esta disciplina. Sin embargo, a pesar de constituir un poderoso cimiento del edificio final de las matemáticas organizado en el estilo formal de Bourbaki, ha demostrado ser uno de los conceptos de más difícil asimilación por parte de los alumnos en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas.

Esto se debe, en parte, a los niveles de complejidad y a las numerosas subnociones asociadas con este concepto. Además, aún las funciones más elementales pueden ser enfocadas en una amplia diversidad de contextos que pueden dar origen a diferentes tipos de dificultades en dependencia del punto de vista adoptado.

En la década de los años 60 se generalizó la idea de utilizar el concepto de función como factor unificador en la estructuración de los contenidos de las matemáticas escolares. Con la introducción en los currícula de las denominadas “ matemáticas modernas ” en casi todos los países un enfoque formalista de este concepto se abrió paso, a pesar de los señalamientos en contra de ilustres personalidades de la comunidad matemática como Kline, MacLane, Wilder y Buck. Sólo cuando este supuestamente lógico enfoque mostró su ineficiencia, se tomaron en consideración estas observaciones.

A nivel de definición, el concepto de función puede ser introducido en una amplia variedad de contextos, desde lo que se formula en términos de pares ordenados (que pedagógicamente, ha demostrado imponer serias limitaciones al estudiante en cuanto a su preparación para el trabajo futuro con funciones, en la escuela o fuera de ella ) hasta los que utilizan contextos menos formales pero más operantes desde el punto de vista de las aplicaciones.

El autor se pronuncia en esta propuesta por la explotación del recurso gráfico para la ilustración del concepto de función en el nivel medio superior como alternativa

didáctica que propicie simultáneamente la interiorización de este concepto y el desarrollo de la habilidad para la graficación.

Como es conocido, en términos informales una función del conjunto A en el conjunto B puede concebirse como una " correspondencia " o " relación " que a cada elemento del conjunto A asigna un único elemento del conjunto B.

La graficación de la idea que subyace en esta conceptualización puede lograrse a través de diagramas tipo Venn.

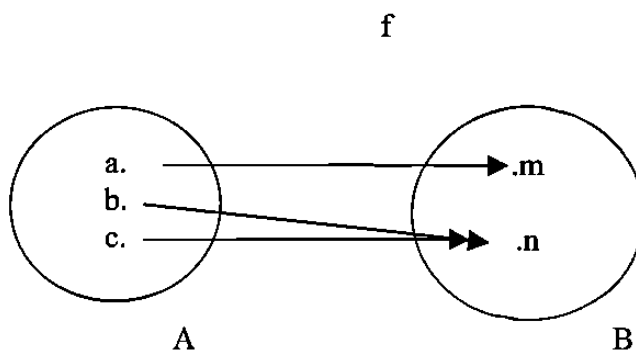
Por ejemplo, si  $A = \{ a, b, c \}$  y  $B = \{ m, n \}$ , entonces la función de A en B definida por:

$$f(a) = m$$

$$f(b) = n$$

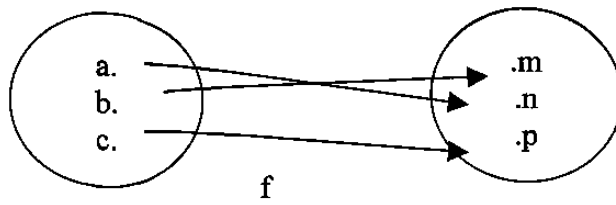
$$f(c) = n$$

Puede ser visualizada a través del diagrama:

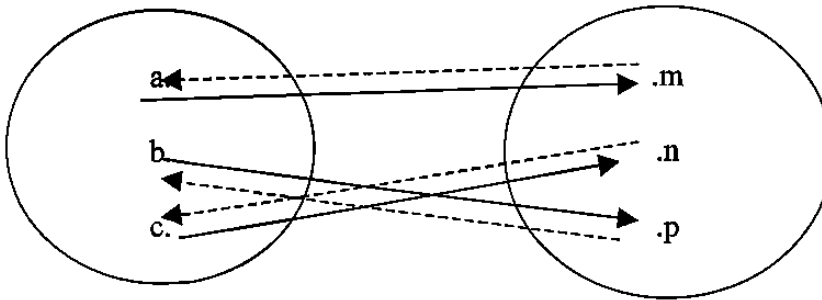


Este tipo de representaciones gráficas del concepto de función, facilita la asimilación de algunos sub – conceptos que se relacionan con el mismo, como son los de dominio, codominio y rango de una función, imagen y pre imagen de un elemento, etc.

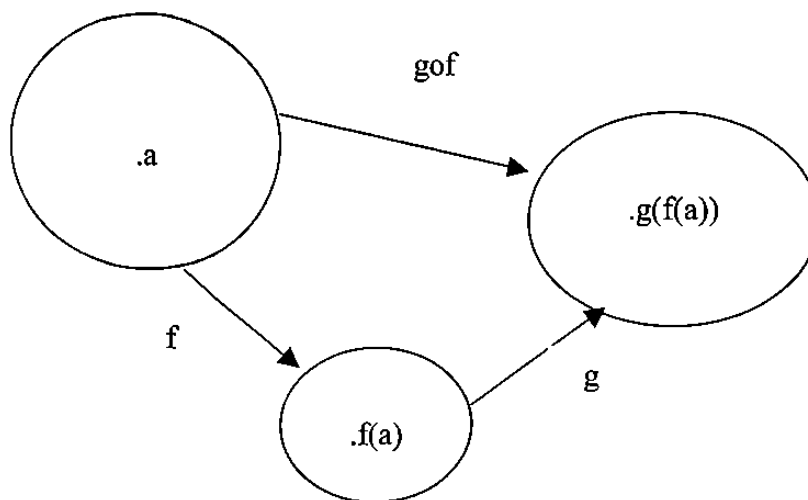
De igual forma, permite visualizar la esencia que subyace en conceptos como los de función biyectiva,



función inversa de una función biyectiva:



Y composición de funciones:



## Tareas propuestas:

Si  $A = \{ 1, 2, 3 \}$  y  $B = \{ a, b, c, d \}$

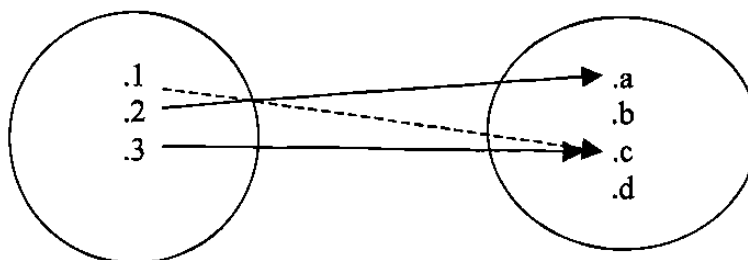
a) Represente a través de un diagrama de Venn la función  $f$  de  $A$  en  $B$  definida por

$$F(1) = b$$

$$F(2) = d$$

$$F(3) = a$$

b) ¿A qué función  $g$  de  $A$  en  $B$  corresponde el diagrama:



c) ¿Existe la función inversa para la función  $g$  y definida en b)?

Otro recurso gráfico al cual puede apelarse en el trabajo con funciones es la construcción de tablas que reflejen la relación de dependencia entre las variables involucradas en la relación funcional.



Así, por ejemplo, la función del conjunto  $A = \{ 1,2,3,4,\}$  en el conjunto de los números reales que a cada elemento de A asigna su cuadrado se grafica " en la tabla:

|   |    |
|---|----|
| 1 | 1  |
| 2 | 4  |
| 3 | 9  |
| 4 | 16 |

#### Tareas propuestas:

1) Representa a través de una tabla la función del conjunto  $A = \{ -3, 1, 2, 3 \}$  en el conjunto  $B = \{ 1, 16, 81 \}$  que a cada elemento de A asocia su cuarta potencia.

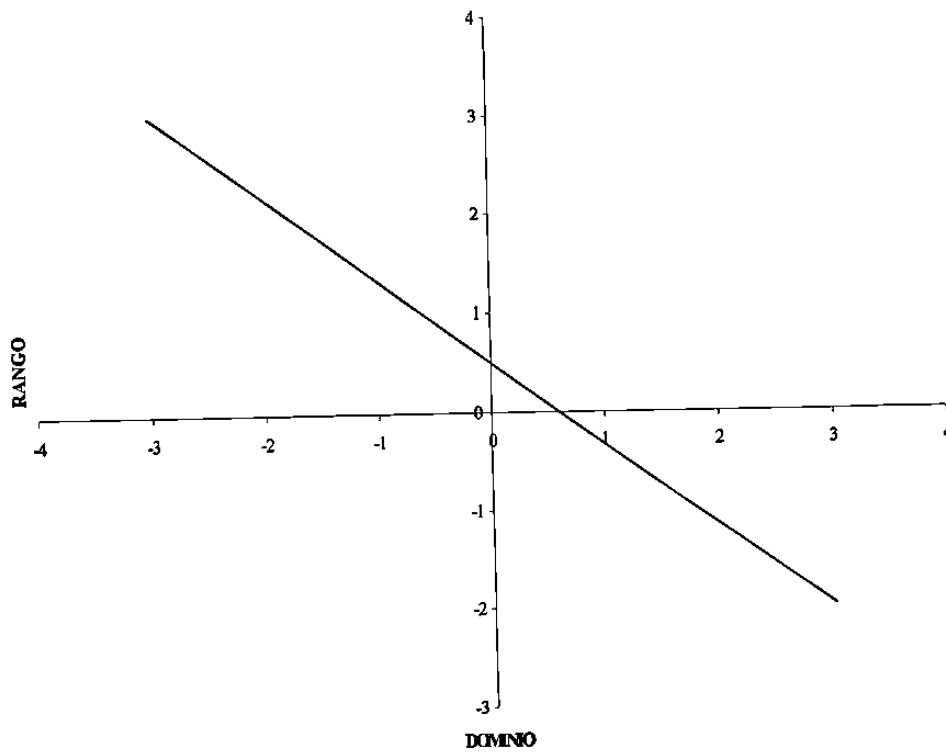
2) ¿A qué función puede corresponder la siguiente tabla:

|    |   |   |   |    |
|----|---|---|---|----|
| -2 | 1 | 3 | 7 | 9  |
| 0  | 3 | 5 | 9 | 11 |

Es el uso de funciones reales de una variable real, la representación tabular es la más próxima a la representación mediante gráficas dadas por curvas en el plano cartesiano.

Como es conocido en este caso, los puntos  $(x, y)$  pertenecientes a la curva que representa gráficamente a la función "f" son aquellas para las cuales  $y = f(x)$ .

De este modo la función de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$  definida por la relación  $f(x) = 5/6x + 0.5$  se representará por la curva constituida por los puntos  $(x, y)$  del plano tales que  $y = 5/6x + 0.5$ , los cuales pueden ser identificados por el alumno a partir de sus conocimientos de Geometría Analítica ( Matemáticas III, Modulo 2 ) como pertenecientes a la recta que se muestra en la siguiente figura

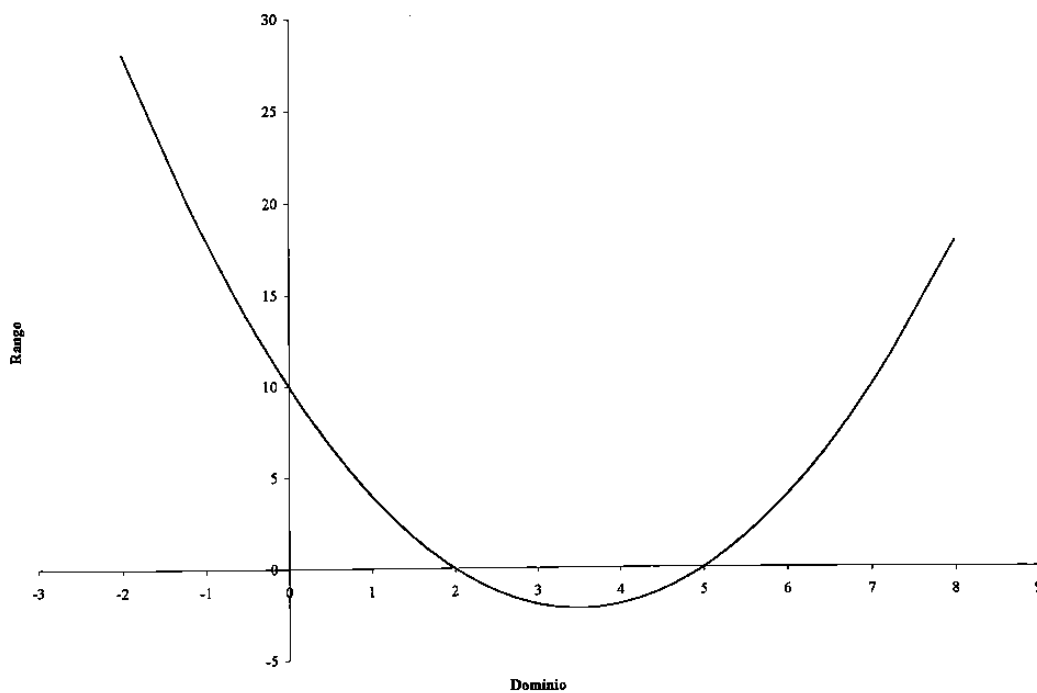
**REPRESENTACION GRAFICA DE UNA FUNCION LINEAL****FUNCION LINEAL**

$$Y = \frac{5}{6}x + 0.5$$

Similarmente, la función  $f(x) = x^2 - 7x + 10$  se representará por la parábola de ecuación  $y = x^2 - 7x + 10$ , que se muestra a continuación:

### FUNCION CUADRATICA

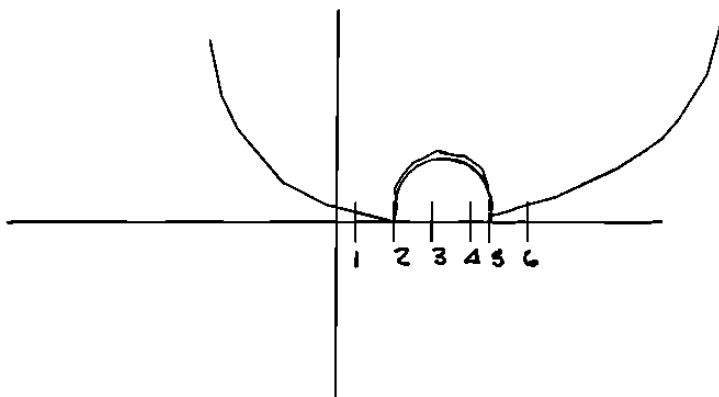
$$Y=X^2-7X+10$$



Hay que señalar que aunque muchos alumnos pueden graficar funciones sencillas, generalmente consideran el gráfico de una función como algo externo a la función en sí misma y no como parte de su esencia. Incluso, en ocasiones utilizan incorrectamente las gráficas de funciones que ellos mismas han dibujado correctamente.

La conveniencia de la visualización de las funciones a partir de sus gráficas se manifiesta no solamente en las aplicaciones de este concepto como modelos para interpretar situaciones diversas, sino para la propia manipulación de estos objetos matemáticos. Por ejemplo, las transformaciones  $(f(x) + k)$ ,  $(k f(x))$ ,  $f(kx)$ ,  $f(x + k)$ ,  $|f(x)|$ ,  $f(|x|)$ , admiten representaciones gráficas sumamente esclarecedoras a la hora de analizar ciertas relaciones funcionales construidas a partir de alguna función conocida mediante estas transformaciones.

Así, por ejemplo, partiendo de la gráfica de la función  $f(x) = x^2 - 7x + 10$  se obtiene que la gráfica de la función  $g(x) = |x^2 - 7x + 10|$  es :



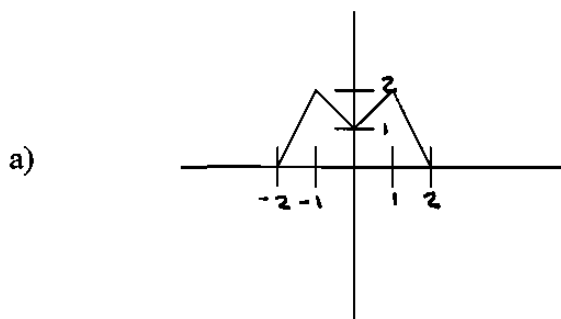
## Tareas propuestas

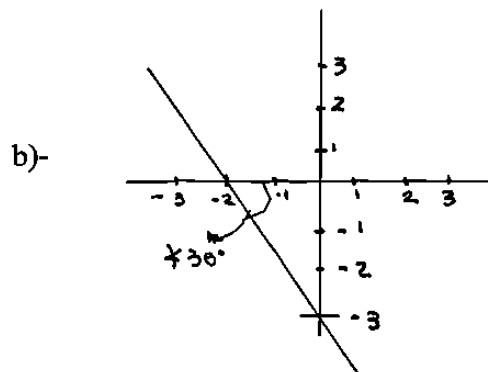
1) Represente gráficamente las funciones:

$$\text{a) } F(X) = \begin{cases} 6x + 7 & \text{si } x \leq -2 \\ 4 - x & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$$

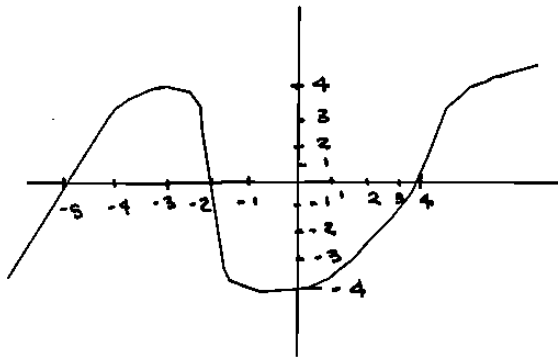
$$\text{b) } g(x) = \begin{cases} X - 2 & \text{si } x \leq 0 \\ X^2 + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

2) Defina explícitamente las funciones cuyas gráficas aparecen a continuación;





3) Si la función  $f(x)$  se representa por la gráfica :

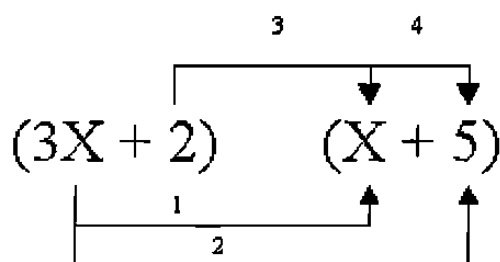


- ¿ Cual es el valor de  $f(0)$
- ¿ Cual es el mínimo valor de  $x$  tal que  $f(x) = 0$
- ¿ Cual es el gráfico de la función  $g(x) = f(x) - 4$

### 2.2.2 ELABORACION DE ESQUEMAS ASOCIADOS A PROCEDIMIENTOS.

Los esquemas y diagramas no sólo permiten gráficar las relaciones esenciales que caracterizan un objeto si no que también facilitan la asimilación de determinados procedimientos.

Por ejemplo, el procedimiento para la multiplicación de dos binomios puede ser graficado en la forma:



$$\begin{aligned}
 &= (3X)(X) + (3X)(5) + (2)(X) + (2)(5) \\
 &= 3X^2 + 17X + 10
 \end{aligned}$$

Como es bien conocido, este procedimiento se fundamenta en la aplicación reiterada de la propiedad distributiva del producto de números reales con respecto a la suma.



Tarea propuesta:

Elabora un esquema gráfico para el procedimiento de cálculo de la expresión:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$$

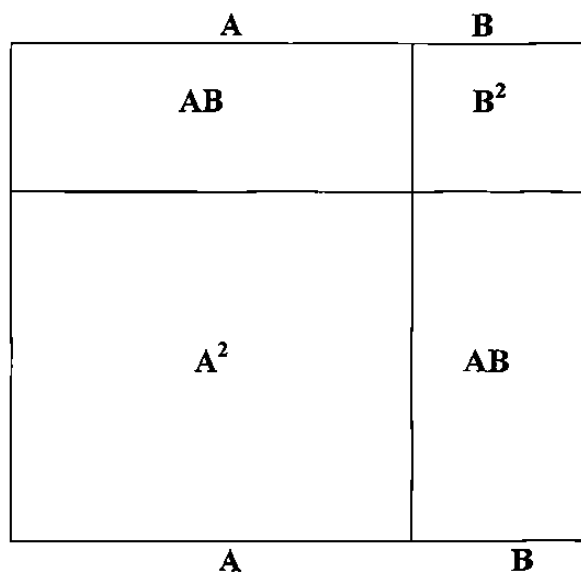
### 2.2.3. ILUSTRACION GRAFICA DE CONCEPTOS O RELACIONES ARITMETICAS O ALGEBRAICAS.

Algunas conocidas e importantes identidades algebraicas pueden ser interpretadas a través de representaciones gráficas que contribuyen de modo muy eficiente al proceso de enseñanza – aprendizaje.

Por ejemplo, la conocida identidad algebraica:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

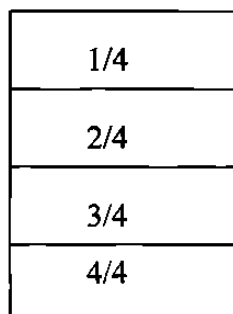
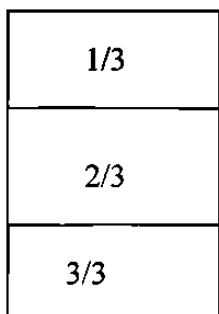
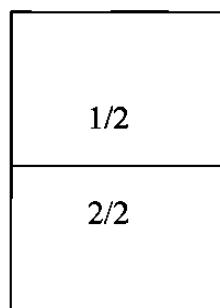
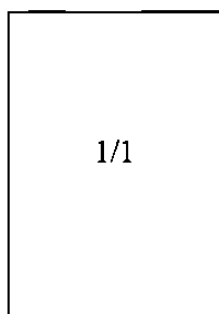
puede ser gráfica a través de una yuxtaposición de cuadrados y rectángulos de la siguiente forma:



Una aplicación de la representación gráfica en función de la asimilación de un concepto se tiene al introducir los números racionales.

Así, el maestro puede hacer notar mediante una ilustración el significado de un número de la forma  $a/b$ ; enfatizando cómo un entero se puede dividir en las partes que se desee.

Por ejemplo:



Tarea propuesta:

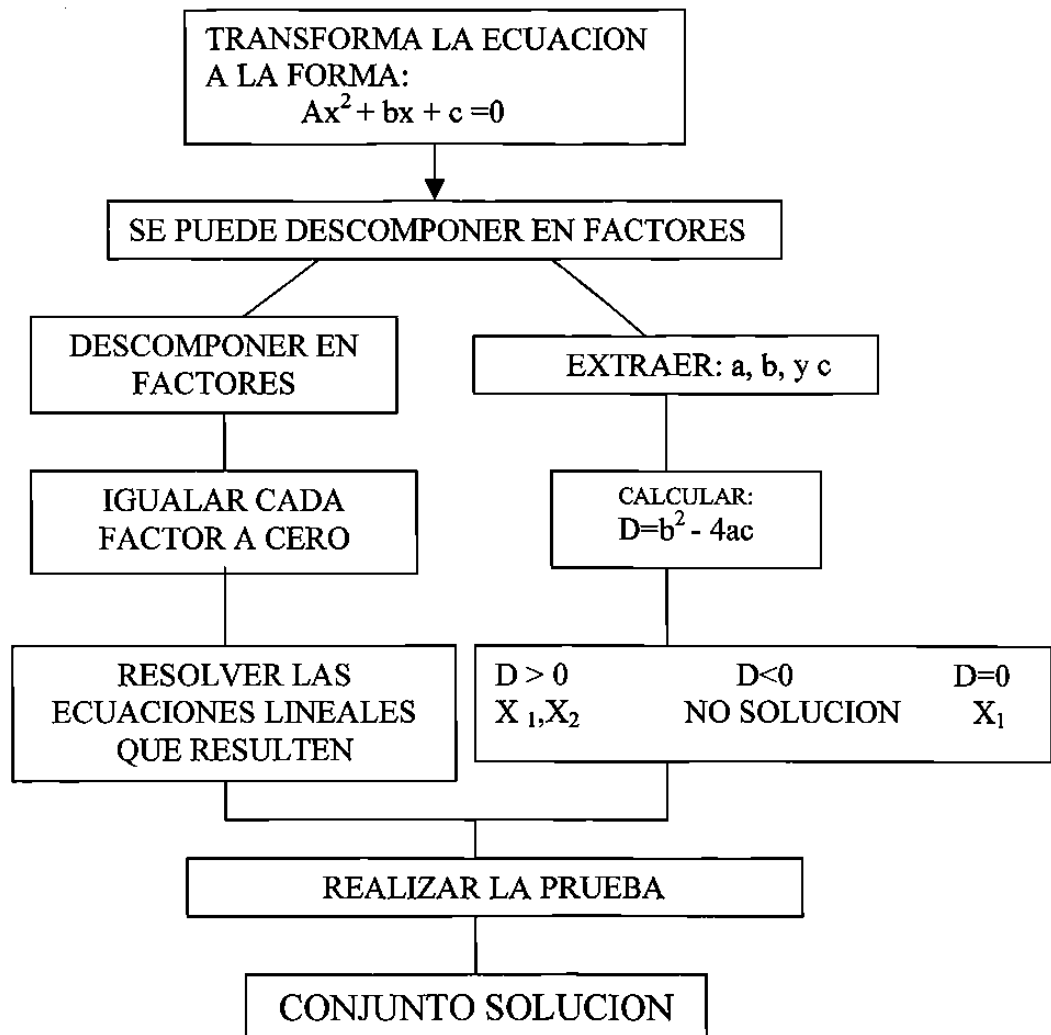
Elabore una gráfica que ilustre porque los números cuadrados perfectos poseen tal determinación.

## **2.2.4 ESTRUCTURACION DE ALGORITMOS A TRAVES DE DIAGRAMAS**

Como es conocido, un algoritmo es una sucesión estricta de operaciones matemáticas que describen un procedimiento que conduce a la solución de un problema. En el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas los algoritmos tienen una doble significación: cognoscitiva y metodológica. Cognoscitiva, porque el algoritmo constituye el soporte material que expresa la secuencia lógica y estricta de la dinámica del modelo, y metodológica, porque la sucesión de operaciones planteada en el algoritmo puede servir como base de orientación para la realización de la acción, tarea o problema que exige el modelo para su resolución.

Los diagramas permiten al alumno graficar el ordenamiento lógico que subyace en un algoritmo, lo cual ayuda a su asimilación y a que trabaje independientemente.

Por ejemplo, el procedimiento de análisis y de resolución de ecuaciones cuadráticas en el dominio de los números reales puede ser graficado en la forma siguiente:



## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Desde temprana edad hacemos uso de representaciones e ilustraciones para la mejor comprensión de la realidad que nos rodea.

En la tarea educativa las representaciones, y muy particularmente las representaciones gráficas resultan ser de mucha utilidad. En particular, en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas las representaciones gráficas juegan un papel determinante en la formación y asimilación de conceptos u operaciones matemáticas por parte de los alumnos.

En esta propuesta, dentro del marco general del desarrollo de las habilidades generales que se ejecutan dentro del trabajo en matemáticas, se centra la atención en la habilidad de graficar, la cual se conceptualiza en su sentido más amplio.

De este modo, se proporcionan diferentes alternativas a través de las cuales la ejecución de esta habilidad puede ser ilustrada y desarrollada en los estudiantes del nivel medio superior en su tránsito por las asignaturas de matemáticas de este nivel de enseñanza.

A modo de recomendaciones, se propone que:

- 1) Se estudie la posibilidad de aplicar en la práctica la presente propuesta y que se validen los resultados de esta aplicación.
- 2) Analizar la posible transferencia de las alternativas propuestas a la enseñanza de las matemáticas en otros niveles ó a la enseñanza de otras disciplinas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Y

## BIBLIOGRAFIA

- Bruner, J. ( 1987 ), La importancia de la educación, Paidós Ecuador, España, p.124
- Coulon, A. ( 1999 ), Etnometodología y Educación, Paidós Ecuador, España, p.p.155, 180.
- Elliot, J. ( 1993 ), El Cambio Educativo desde la Investigación – Acción, Editorial Morata, Madrid, p. 145.
- Nuñez, R. (1999 ), La Problematicación del Contenido en el Proceso de Formación del Licenciado en Matemáticas en Cuba, Tesis en opción al Título de Doctor en Ciencias Pedagógicas, La Habana, Cuba.
- Saenz, E. ( 1994 ), Historia de las Matemáticas, Fac. Ciencias Físico – Matemáticas, CD. Universitaria, Nuevo León, México.
- U. A. N. L. ( 1993 ), Reforma Académica, Secretaría Académica.
- U. A. N. L. ( 1997 ), Visión 2006, Monterrey, Nuevo León, México.
- Verdugo Alonso, M. ( 1990 ), Evaluación Curricular, Siglo XXI Editores, España, p. 426.



