

## II.- ANTECEDENTES TEÓRICO-EMPÍRICOS.

En este capítulo se presentará la base teórica la cual soportara el análisis empírico y se presentaran una series de trabajos relativos a las funciones de producción y teoría de dualidad.

La Microeconomía, en particular la teoría de producción y costos, son la base donde se sustenta esta investigación.

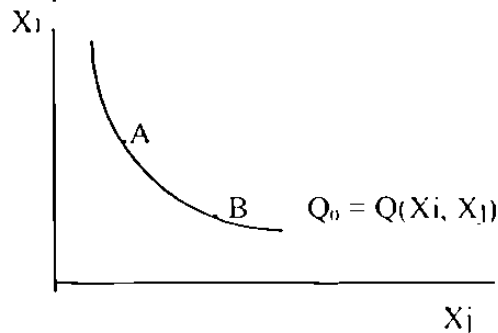
### 1.-LA TEORIA DE LA EMPRESA: LA FUNCION DE PRODUCCION.

Conceptualmente, la función de producción describe la transformación de un conjunto de insumos en productos. Simbólicamente.

$$Q = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1)$$

Donde Q es la producción observada y  $X_i$  es la cantidad necesaria del factor i-ésimo. La teoría señala que en el corto plazo, cuando existen cantidades fijas de algunos insumos, se presentan (en la etapa económica del proceso productivo) rendimientos marginales positivos ( $\delta Q / \delta X_i > 0$ ) y decrecientes ( $\delta^2 Q / \delta X_i^2 < 0$ ) de los insumos cuya cantidad es variable.

ISOCUANTAS: Describen las diferentes combinaciones de  $X_i$  y  $X_j$  con las cuales se producen un mismo nivel de producto ( $Q_0$ ).



GRAFICA # 1. Isocuanta

Al moverse del punto A al punto B implica que se esta agregando más del insumo j-ésimo y menos del insumo i-ésimo sin que el nivel de producto cambie ( $dQ=0$ ). Matemáticamente la ecuación de la Isocuanta es:

$$\frac{\delta Q}{\delta X_i} dX_i + \frac{\delta Q}{\delta X_j} dX_j = dQ = 0 \quad (2)$$

Despejando  $dX_i$  en la ecuación anterior obtenemos *La tasa Marginal de Sustitución Técnica de  $X_i$  por  $X_j$*  ( $=r$ )

- $a_t$  es un índice de crecimiento de la productividad que aumenta el capital:  $a=1$  en  $t = 0$
- $b_t$  es un índice de crecimiento de la productividad que aumenta la mano de obra  $b=1$  en  $t=0$
- $K_t$  y  $L_t$  son flujos de capital y mano de obra medidos en "unidades naturales".
- $t$  se refieren a periodos de tiempo.

Usando la teoría Neoclásica de la demanda de factores se diferencia y manipula algebraicamente para obtener la relación causal entre la tasa de crecimiento del empleo y la tasa de las variables que la explican:

$$r_l = r_k + r_a - r_b + \sigma/k(r_b - r_w)$$

Donde  $r_j$  representan la tasa de crecimiento de la variable  $j$ ésima (por ejemplo  $r_l = dL/dt \cdot 1/L$ ) y su signo el tipo de relación que mantiene la variable con el crecimiento del empleo.

Empíricamente lo primero que hace el autor en este trabajo es estimar la elasticidad sustitución de los factores ( $\sigma_{ij}$ ) de las diferentes ramas industriales del sector manufacturero de diferentes países en desarrollo para los años de 1967-1968. Para lo anterior usa la técnica desarrollada por Arrow-Chenery-Minhas y Solow (ACMS) ajustando la siguiente forma funcional:

$$\text{Log}(Q/L)_t = \log a_t + c \log w_t + p \log (Q/L)_{t-1} - cp \log w_{t-1} + v_{t-1}$$

Encontró que las elasticidades sustitución  $\sigma_{ij} = c$  resultaron significativamente mayores a 0.50 para todas las ramas estudiadas, excepto para la industria de productos metálicos.

Se encontró también empíricamente la relación entre el crecimiento del empleo ( $r_l$ ) y las tasas de crecimiento de la producción ( $r_Q$ ), la tasa salarial ( $r_w$ ) y de la participación del capital en el valor agregado ( $r_k$ ):

$$r_l = R + m r_Q + c r_w + d r_k$$

Se indagó además sobre la relación de causalidad entre la tasa salarial y productividad al considerar el aumento como un pago adelantado, o no, por ( los incrementos en productividad) la inversión en la educación.

Las conclusiones de este trabajo fueron que, bajo ciertos supuestos generales, el crecimiento en el empleo y el alivio a la pobreza extrema requiere en una industria (y en todas para mejorar no solo el nivel de vida de los trabajadores de una industria):

- 1) Una "elevada" elasticidad sustitución entre los factores.
- 2) "bajos" incrementos de los salarios por producto.

- 3) Un "elevado crecimiento de la productividad aumentadora de la mano de obra ( $r_b$ ).
- 4) Un "elevado" crecimiento de la productividad aumentadora del capital ( $r_c$ ) y
- 5) Elevada elasticidad-precio de la demanda del producto.

Gerard K.Boon<sup>4</sup> En una investigación examina la proporción de los factores de algunos sectores claves de la economía mexicana. El objetivo principal del autor consistió en analizar la productividad del trabajo y las tasas salariales. La productividad del trabajo constituye un factor clave en la estructura económica, proporciona una visión sobre la eficiencia de la producción e indirectamente sobre la intensidad del capital, y expresa además la relación con los salarios y los costos. Externamente puede determinar el grado de competitividad internacional.

Carlos Jarque,<sup>5</sup> en este artículo trata de ver como la reducción del gasto público, obligado por las políticas de ajuste de los años 70's y 80's, afecto, en particular, la productividad para el resto de la economía mexicana. La metodología seguida fue el análisis econométrico de los factores de producción y estimar la elasticidad producto sectorial con respecto a los insumos mano de obra y capital. Se buscó contestar las siguientes interrogantes: ¿ Existen diferentes rendimientos a escala entre los diferentes sectores de la producción?, ¿ En qué medida la producción sectorial refleja una asignación de los recursos? ¿Qué grados de sustitución entre los factores de la producción existen?

### III. MODELOS CONSIDERADOS

En el análisis de producción es bastante amplia la literatura teórica y aplicada de las especificaciones de diversas funciones de producción y las funciones de demanda que de ellas se derivan, sin embargo una restricción operativa en cualquiera de ellas es la información disponible<sup>66</sup>

En este análisis de la relación entre productividad laboral y salarios reales, se emplearon el modelo de la función de producción de elasticidad de sustitución constante y la técnica de causalidad de Granger y para la relación entre salarios se estima la demanda derivada el trabajo mediante la teoría de la dualidad.

---

<sup>4</sup> Gerard K.Boon. **Sustitución de capital y trabajo, Comparaciones de Productividad e insumos primarios proyectados.** *Demografía y Economía*, Colegio de Mexico. Vol. VII, No 21, México 1973

<sup>5</sup> Jarque Carlos. **Los Factores de Producción en México. Un estudio Empírico.** INEGI. No 2, Mexico 1994

<sup>6</sup> Para un tratamiento mas formal vease a JAN WAN CHUNG. **UTILITY AND PRODUCTION FUNCTIONS**. Blackwell Publishers, Cambridge, Mass. 1994 y ZELLNER, ARNOLD. **BASIC ISSUES IN ECONOMETRICS**. University of Chicago Press, 1984. Pags de la 3 a la 12

## 1. FUNCION DE PRODUCCION DE ELASTICIDAD DE SUSTITUCION CONSTANTE (C.E.S.)

La función de producción tiene por objetivo establecer la relación tecnológica entre los factores de la producción y de ella se deriva la elasticidad de sustitución, la cual se expresa como el cociente de la razón capital trabajo respecto a los precios relativos de los factores.

La elasticidad de sustitución proporciona una medida de que tan rápido cambia la proporción en el uso de factores debido a una modificación en el precio relativo de los mismos, desde otro punto de vista es una medida de la curvatura de la isocuanta de producción.

El valor que se obtenga, nos indicará la factibilidad de sustituir el uso de capital por trabajo, de esta manera si se tiene un valor de cero no existe posibilidad de sustituir entre los insumos, independientemente de cual sea el cambio en los precios relativos, por tanto las proporciones de su uso son fijas, en términos de función de producción se tiene una del tipo Leontief o de Insumo-Producto

En caso de un valor igual a uno, la sustitución entre los factores será inversamente proporcional, esto es un incremento de un 1% en la razón de precios disminuirá 1% el uso del factor que incrementa su precio, se dice entonces que se comporta como una función de producción del tipo Cobb-Douglas.

En todos los demás casos, el valor que adopte será constante y según se acerque a cero o sea mayor que uno nos indicará la dificultad (menos elástica) o facilidad (mas elástica) de sustituir entre los usos de las cantidades de insumos, ante modificaciones de sus precios relativos.

la función de producción C.E.S se puede escribir:

$$Q = A[\delta L^{-\rho} + (1-\delta)K^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

Q = Producción K= Capital L= Trabajo

A > 0 parámetro de eficiencia o de escala

0 <  $\delta$  < 1 parámetro de distribución

$\rho$  > -1 parámetro de sustitución

v parámetro de homogeneidad

Con v = 1, la elasticidad de sustitución se expresa como:

$$\sigma = \Delta\%(K/L) / \Delta\%(W/R) = 1 / (1+\rho)$$

W = retribución al factor trabajo

wr = W/P

R = retribución al factor capital

$\rho = Q/L$

Para pasar de la especificación original a la formulación empírica sin datos de capital se tiene que:

Suponiendo rendimientos constantes a escala, competencia perfecta y maximización de beneficios, con  $v = 1$

$p =$  precios

$$\partial Q/\partial L = A' (Y/L)^{(1+\rho)} = W/P$$

$$(Q/L) = (W/P)^{(1/(1+\rho))} A''$$

$$\ln(Q/L) = \ln A'' + (1/(1+\rho)) \ln(W/P)$$

$$\ln(Q/L) = \ln A'' + \sigma \ln(W/P)$$

$$\ln(Q/L) = \ln A'' + \beta * \ln(W/P) + \varepsilon$$

$$\ln pme = \ln A'' + \beta \ln wr + \varepsilon$$

De esta especificación se establece que en la regresión de la productividad laboral<sup>7</sup> y las remuneraciones reales promedio, el coeficiente obtenido es la elasticidad de sustitución entre el factor capital y el factor trabajo, la ventaja principal es que no requiere de datos de capital para su estimación.

## 2. CAUSALIDAD DE GRANGER<sup>8</sup>

Se considera que una variable  $Y_{1t}$  es causada en el sentido de Granger por  $Y_{2t}$  si la información actual y pasada de  $Y_{2t}$  ayuda a mejorar la estimación de  $Y_{1t}$ , el proceso inverso también es válido, aclarando que no se debe entender causalidad como relación de causa  $\rightarrow$  efecto, sino como mejoramiento de la estimación por medio de la precedencia de la variable.

Si considera a  $pme =$  productividad laboral y  $wr =$  salario promedio real, se pueden establecer las siguientes situaciones:

1. se presenta causalidad unidireccional de  $pme$  a  $wr$ , si los coeficientes estimados sobre  $pme$  rezagado son estadísticamente diferentes de cero, considerados en su conjunto, y el conjunto de coeficientes estimados sobre  $wr$  rezagado no es estadísticamente diferente de cero.

<sup>7</sup> Se reconoce que la productividad laboral es sesgada al no considerar la participación del factor capital. lo ideal sería obtener la productividad total de los factores, sin embargo esto no es posible debido a las restricciones de información.

<sup>8</sup> La exposición se tomó de Damodar Gujarati, *Basic Econometrics*, McGraw Hill 3ª edición, 1997, pags 62 - 623.

2. de otro lado, la causalidad unidireccional de  $w_r$  a  $p_{m_e}$  se da, si el conjunto de coeficiente de  $p_{m_e}$  rezagados no es estadísticamente diferente de cero, y si el conjunto de coeficientes del  $w_r$  rezagados es estadísticamente diferente de cero (cabe señalar que esta relación de precedencia es la que la teoría presupone)
3. se obtiene causalidad bilateral, cuando los conjuntos de los coeficientes de  $p_{m_e}$  y  $w_r$  son, en términos estadísticos, significativamente diferentes de cero en ambas direcciones.
4. La independencia se presenta cuando los conjuntos de los coeficientes  $p_{m_e}$  y  $w_r$  no son estadísticamente significativos en ambas regresiones.

Las pruebas se realizan empleando el estadístico F, dado que es una prueba que considera el conjunto de los coeficientes.

Para el caso que nos ocupa, el interés de realizar este tipo de prueba es a fin de establecer:

1. ¿Cuál es el tipo de precedencia entre las variables consideradas?
2. ¿De cuántos rezagos es ésta?

Entendiendo que son resultados meramente indicativos del periodo considerado.

#### IV. MODELO A ESTIMAR.

Sobre la base de lo expuesto, se considera conveniente estimar el siguiente modelo:

$$\ln pme = \ln a + \beta_1 * \ln(w/r) + \beta_2 * \text{dummy} + \beta_3 * (\text{dummy} * \ln(w/r)) + \varepsilon$$

Donde:

Ln= logaritmo natural

pme= productividad laboral

W/P= remuneraciones promedio por persona términos reales

DUMMY = variable dicotómica con valores de 1 durante el periodo 1993.01-1994.12 y de 0 en los demás casos

$\varepsilon$ = término de error

$\beta_i$ = coeficientes a estimar

$\beta_1$ = elasticidad de sustitución

A= constante

Se incluyen variables dummy en la forma señalada, a fin de captar el posible cambio estructural que pudiera aparecer, la división del periodo se da precisamente entre los años de 1994 y 1995, que es cuando ocurre la devaluación.

La variable dicotómica en su forma aditiva permitirá captar los movimientos del nivel de la variable en el intercepto, y en su forma multiplicativa nos indicará los cambios en la pendiente.<sup>6</sup>

Para el análisis de causalidad se aplican las especificaciones tradicionales, considerando las variables en forma logarítmica:

$$\ln (Pme_t) = \sum \alpha_i \ln (W/R)_{t-1} + \sum \beta_j \ln (PME)_{t-1} + \mu_{1t}$$

$$\ln (W/R)_t = \sum \gamma_i \ln (W/R)_{t-1} + \sum \delta_j \ln (PME)_{t-1} + \mu_{2t}$$

#### DATOS EMPLEADOS

Los datos empleados provienen de las encuestas de manufactura y estadísticas de la maquiladora de exportación, así como de la construcción.

9 - la exposición se tomo de DAMODAR GUJARATI, *BASIC ECONOMETRICS*, MCGRAW HILL 3ª edición 1995 PAGS 509-516

En el caso de la actividad manufacturera, se tomaron los índices de personal ocupado y remuneraciones promedio por persona reales, así como el índice de volumen físico, con base 1993=100, lo anterior se realizó para el total del sector y los nueve subsectores.

Para la construcción se tomaron los valores reportados en unidades y se convirtió a índices base 1993=100, esto para los datos de remuneraciones, valor de la producción y personal ocupado, en el caso del valor de la producción, a través de los índices correspondientes de precios, se convirtió a un índice de volumen físico.

La producción de la maquiladora de exportación se consideró como la suma de valor agregado e insumos importados, a partir de ello con un procedimiento similar a la industria de la construcción se calculó el índice de volumen físico, en el caso de las demás variables se calcularon los índices correspondientes a partir de los datos originales, todos ellos con base 1993=100.

Adicionalmente, en el caso del grupo XII servicios, se presentan las estimaciones y pruebas correspondientes al igual que los demás grupos, esto es posible debido a la simplicidad de la formulación, no se realizaron análisis con relación a cuánto y cómo impactó en el agregado total de la actividad maquiladora.

Igualmente, al estimar las demandas derivadas de trabajo para construcción, manufactura, la industria maquiladora y sus ramas se utilizaron los índices de la cantidad de personas ocupadas en la rama, el índice del salario normalizado (W C) y el índice del volumen físico de producción, todos ellos en base 1993.

El periodo considerado es de enero de 1993 a diciembre de 1996, con información mensual.

Se consideraron variables dummy con valores de 1 durante el periodo 1993.01-1994.12 y de 0 para el resto de los años.

## **V.- RESULTADOS**

### **1. Causalidad De Granger**

Sobre la base de la metodología planteada por Granger, las preguntas iniciales se pueden plantear como las siguientes hipótesis a prueba:

Ho1: LPME no es causada por LWR

Ha1: LPME es causada por LWR

Ho2: LWR no es causada por LPME

Ha2: LWR es causada por LPME



Emplearemos la magnitud del p-value<sup>7</sup> como criterio para definir si se rechaza o no la hipótesis nula, de acuerdo a los resultados de cada uno de los grupos de hipótesis así como su combinación, se tendrán las cuatro situaciones presentadas en el punto 2.

De esta manera se tiene que:

SITUACION	RECHAZO	NO RECHAZO	RELACION	INFLUENCIA
1	Ho2, Ha1	Ha2, Ho1	LPME → LWR	UNILATERAL
2	Ho1, Ha2	Ha1, Ho2	LPME ← LWR	UNILATERAL
3	Ho1, Ho2	Ha1, Ha2	LPME ↔ LWR	BILATERAL
4	Ha1, Ha2	Ho1, Ho2	LPME <≠> LWR	INDEPENDENCIA

Los criterios son:

Rechazo Ho si  $p\text{-value} < \alpha$  con  $\alpha = 5\% = 0.05$

No rechazo Ho si  $p\text{-value} > \alpha$

Tomando en cuenta que la prueba es sensible al número de rezagos que se considere, se decidió aplicarla a 1 y 3 meses de rezago, lo anterior debido al interés de ubicar el comportamiento en el corto plazo, al final de los resultados se comparan las situaciones y si acaso son iguales sugiere la estabilidad en el comportamiento dentro de los rezagos considerados, en la muestra que se analiza.

#### CUADRO I

#### RESULTADOS DEL ANALISIS DE CAUSALIDAD SEGÚN ACTIVIDAD ECONOMICA CONSIDERANDO UN REZAGO

ACTIVIDAD ECONOMICA	Ho1 NO RECHAZO SI P-VALUE > $\alpha$	Ho2 NO RECHAZO SI P-VALUE > $\alpha$	SITUACION
MANUFACTURA	.0514	.0701	4

10 - Indica la probabilidad de obtener un estadístico de prueba en este caso t, cuyo valor absoluto es mayor o igual que el estadístico calculado si la hipótesis nula es verdadera. De esta manera magnitudes bajas de p-value guían hacia el rechazo de la hipótesis nula.

De acuerdo con Gujarati, el p-value es el nivel de significancia más bajo en el cual una hipótesis nula puede ser rechazada. Por ejemplo, si un p-value se encuentra entre 0.05 y 0.01, la hipótesis nula es rechazada al 5%, pero no al nivel del 1% ( $0.01 < p\text{-value} < 0.05$ ). LA EXPOSICION SE TOMO DE DAMODAR GUJARATI, BASIC ECONOMETRICS, MCGRAW HILL, 3ª EDICION, 1995, PÁGS 132-133.

MAQUILADORA	.3114	.0368	1
CONSTRUCCION	.7244	.3453	4
MANUFACTURA I	.0015	.0074	3
MANUFACTURA II	.0023	.3479	2
MANUFACTURA III	.0317	.0175	3
MANUFACTURA IV	.2068	.8435	4
MANUFACTURA V	.7363	.1692	4
MANUFACTURA VI	.8790	.0110	1
MANUFACTURA VII	.2583	.0008	1
MANUFACTURA VIII	.1428	.1418	4
MANUFACTURA IX	.0377	.3542	2
MAQUILADORA I	.6596	.3766	4
MAQUILADORA II	.0707	.0122	1
MAQUILADORA III	.0675	.1177	4
MAQUILADORA IV	.8604	.7013	4
MAQUILADORA V	.0362	.7409	2
MAQUILADORA VI	.1474	.1897	4
MAQUILADORA VII	.5984	.1571	4
MAQUILADORA VIII	.7991	.0937	4
MAQUILADORA IX	.6942	.0661	4
MAQUILADORA X	.0083	.1898	2
MAQUILADORA XI	.9146	.0378	1

MAQUILADORA XII	.0000	.0240	3
-----------------	-------	-------	---

CUADRO 2

RESULTADOS DEL ANALISIS DE CAUSALIDAD SEGUN ACTIVIDAD ECONOMICA  
CONSIDERANDO TRES REZAGOS

ACTIVIDAD ECONOMICA	Ho1 NO RECHAZO SÍ P-VALUE > $\alpha$	Ho2 NO RECHAZO SÍ P-VALUE > $\alpha$	SITUACION
MANUFACTURA	.0013	.0601	2
MAQUILADORA	.1909	.1103	4
CONSTRUCCION	.1685	.945	4
MANUFACTURA I	.0052	.0603	2
MANUFACTURA II	.0154	.0091	3
MANUFACTURA III	.0897	.0622	4
MANUFACTURA IV	.3973	.9403	4
MANUFACTURA V	.3247	.0224	1
MANUFACTURA VI	.0230	.0486	3
MANUFACTURA VII	.0922	.0151	1
MANUFACTURA VIII	.1754	.2513	4
MANUFACTURA IX	.0581	.0369	1
MAQUILADORA I	.0999	.0325	1
MAQUILADORA II	.0004	.2029	2
MAQUILADORA III	.0877	.0362	1
MAQUILADORA IV	.0234	.0310	3

MAQUILADORA V	.1530	.8385	4
MAQUILADORA VI	.1033	.3713	4
MAQUILADORA VII	.1263	.2422	4
MAQUILADORA VIII	.5343	.6658	4
MAQUILADORA IX	.4460	.2714	4
MAQUILADORA X	.2139	.4259	4
MAQUILADORA XI	.4027	.0907	1
MAQUILADORA XII	.0027	.0781	2

CUADRO 3

COMPARACION DE SITUACIONES DE CAUSALIDAD DE LAS ACTIVIDADES ECONOMICAS CONSIDERANDO UNO Y TRES REZAGOS

ACTIVIDAD ECONOMICA	1 REZAGO	3 REZAGOS	comportamiento E= estable IN= inestable
MANUFACTURA	4	2	IN
MAQUILADORA	1	4	IN
CONSTRUCCION	4	4	E
MANUFACTURA I	3	2	IN
MANUFACTURA II	2	3	IN
MANUFACTURA III	3	4	IN
MANUFACTURA IV	4	4	E
MANUFACTURA V	4	1	IN

MANUFACTURA VI	1	3	IN
MANUFACTURA VII	1	1	E
MANUFACTURA VIII	4	4	E
MANUFACTURA IX	2	1	IN
MAQUILADORA I	4	1	IN
MAQUILADORA II	1	2	IN
MAQUILADORA III	4	1	IN
MAQUILADORA IV	4	3	IN
MAQUILADORA V	2	4	IN
MAQUILADORA VI	4	4	E
MAQUILADORA VII	4	4	E
MAQUILADORA VIII	4	4	E
MAQUILADORA IX	4	4	E
MAQUILADORA X	2	4	IN
MAQUILADORA XI	1	1	E
MAQUILADORA XII	3	2	IN

La evidencia estadística obtenida nos indica que un comportamiento estable de independencia entre los logaritmos naturales del producto medio laboral y los salarios reales, se presenta en 4 grupos de la industria maquiladora de exportación (VI, VII, VIII, IX), en 2 divisiones de la actividad manufacturera (IV y VIII) y en la actividad de la construcción en general.

En la división VII de manufacturas y en el grupo XI de maquiladoras, la relación estable ha sido en la precedencia unilateral del producto medio laboral hacia las remuneraciones reales.

Para el resto de las desagregaciones y actividades en total, se presenta una inestabilidad en el comportamiento, ya que al variar los rezagos considerados, varían las relaciones de precedencia entre las variables.

De acuerdo con la metodología de Granger, los resultados inducen a pensar en una relación no lineal, no necesariamente estable en el tiempo y no inmediata en la interacción existente entre la productividad laboral y sus remuneraciones reales.

De esta manera los argumentos planteados en el sentido que en todo lugar y en todo momento, los salarios reales solo se incrementarían si se incrementa la productividad, no encuentran fundamento amplio en las estimaciones anteriores, lo cual implica que el análisis de estas variables es conveniente visualizarlo sobre la base de consideraciones concretas de tiempo, lugar y actividad económica en específico, así como profundizar en la investigación relacionada con otro tipo de variables y situaciones que puedan ser relevantes en la explicación de los comportamientos de precedencias que se presentaron.

Sin embargo, una posible crítica a esta aplicación puede ser su falta de fundamento económico, así pues se procede a presentar los resultados de las estimaciones de las elasticidades de sustitución, las cuales no solo nos indicarán la relación o no relación estadísticamente significativa entre las variables, ya que nos ofrecen una explicación e interpretación económica de los resultados.

## 2.- ELASTICIDAD DE SUSTITUCIÓN .

Tal como se planteó anteriormente el enfoque de la elasticidad de sustitución permite interpretar cualquier valor que presente la estimación de  $\beta_1$ , de esta manera no importa incluso que adopte un valor de cero.

Las hipótesis aplicadas fueron:

Ho:  $B_i = 0$  rechaza Ho si  $t$  calculado  $> 2.0^8$   
 Ha:  $B_i \neq 0$

Considerando que el  $\beta$  del logaritmo de las remuneraciones reales por persona ocupada nos da una estimación de la elasticidad de sustitución ( los resultados se presentan en el cuadro 4, y su interpretación es la siguiente:

1. si  $\beta = 0$  la función de producción refleja una tecnología tipo insumo producto (I-P), o de Leontief, de proporciones fijas de los factores.
2. si  $0 < \beta < 1$  se presenta una tecnología tipo C.E.S inelástica
3. si  $1 < \beta < \infty$  se presenta una tecnología tipo C.E.S elástica
4. si  $\beta = 1$  se presenta una tecnología del tipo Cobb-Douglas

CUADRO 4

ELASTICIDADES DE SUSTITUCION ESTIMADAS Y FUNCION DE PRODUCCION CORRESPONDIENTE SEGÚN ACTIVIDAD ECONOMICA

ACTIVIDAD ECONOMICA	# de observaciones	$B_i = \sigma_{KL}$	T calculado	FUNCION DE PRODUCCION
MANUFACTURA	46	--0.1115213	--1.5030683	I-P
MAQUILADORA	48	0.0674651	0.2963140	I-P
CONSTRUCCION	47	1.1676439	5.8678432	C.E.S / ELASTICA
MANUFACTURA I	48	0.0334176	0.5161596	I-P
MANUFACTURA II	47	--0.3350966	--2.6713462	C.E.S / INELASTICA
MANUFACTURA III	47	0.4619041	2.6472151	C.E.S / INELASTICA
MANUFACTURA IV	47	0.1972189	1.3374895	I-P
MANUFACTURA V	46	--0.2199498	--2.8994928	C.E.S / INELASTICA

11 -la exposicion se tomo de DAMODAR GUJARATI, *BASIC ECONOMETRICS*, McGRAW HILL, 3ª EDICION, 1995, PAGES 129-130

MANUFACTURA VI	46	0.0005835	0.0056078	I-P
MANUFACTURA VII	46	--0.1210844	--0.8173581	I-P
MANUFACTURA VIII	46	--0.2473469	--1.9042764	I-P
MANUFACTURA IX	47	--0.2325292	--1.5910781	I-P
MAQUILADORA I	47	0.8732729	4.5088533	C.E.S INELASTICA /
MAQUILADORA II	48	0.4286667	2.2131581	C.E.S INELASTICA /
MAQUILADORA III	47	0.2465258	1.0945419	I-P
MAQUILADORA IV	48	0.5553117	1.118846	I-P
MAQUILADORA V	48	--0.0397569	--0.0806274	I-P
MAQUILADORA VI	40	0.3416873	1.4659457	I-P
MAQUILADORA VII	48	0.1454607	0.6417883	I-P
MAQUILADORA VIII	47	0.0716068	0.2338746	I-P
MAQUILADORA IX	47	--0.2225929	--0.6520914	I-P
MAQUILADORA X	48	0.2459904	1.5327669	I-P
MAQUILADORA XI	48	--0.5269257	--1.7564897	I-P
MAQUILADORA XII	48	--0.1480444	--1.3194858	I-P



Los resultados muestran en la mayoría de los casos considerados, que durante el periodo de estudio, los agentes económicos se comportaron como si su planeación del aspecto técnico de la producción se hubiera realizado de acuerdo a una función insumo – producto (70 % en manufactura y 85 en maquiladora), o en algunos casos con una C.E.S inelástica (30 % en manufactura y 15 % en maquiladora). Ninguna rama resultó con una función de producción Cobb-Douglas.

Lo anterior muestra como ante las modificaciones de los precios relativos de los factores, ellos no disminuyeron o aumentaron el empleo de un factor X por el mayor o menor empleo del factor y, sino que en determinado momento reducían o incrementaban el empleo de ambos factores, reflejándose en menos (más) contrataciones de personal, horas trabajadas y en menor (mayor) utilización, medida en horas, de la capacidad instalada de planta.

Algunas hipótesis que se pueden adelantar en la explicación de este comportamiento son:

1. este tipo de respuestas de los agentes es típico del corto plazo y del tipo de periodos que se estudian (expansiones-contracciones sistemáticas), ante la incertidumbre de los movimientos de precios, en lugar de sustituir cantidades de factores buscando una nueva relación tecnológica, optan por reducir el uso de ambos en espera de periodos con mayor estabilidad.

1. Una segunda hipótesis se relaciona con la madurez de los procesos productivos, esto es bajo el esquema de corto plazo y con un insumo variable, según sea la etapa de la producción I o III, se empleará en mayor o menor medida aquel insumo que incremente o decremente el producto marginal de su complemento, mientras que en la etapa II se buscará no modificar, o hacerlo lo menos posible, la relación que exista entre ambos insumos.

El resultado de las estimaciones econométricas de las demandas derivadas del factor trabajo para Construcción, Industria maquiladora y sus ramas, Manufactura y sus ramas se obtuvieron los resultados que se resumen en el cuadro # 5 (para los resultados completos véase el apéndice 2).

La función ajustada, de acuerdo con la teoría de la dualidad (véase ecuación # 22) es de la forma:

$$\ln X_{it} = \beta_1 + \beta_2 \ln(W/C)_{it} + \beta_3 \ln Q_t + \mu_{it}$$

No obstante y de acuerdo con uno de los objetivos de esta tesis se procedió a agregarle una variable Dummy para ver si a partir de la crisis que inicia en Diciembre de 1994 había afectado el mercado laboral; se le dio los valores de 1 para los meses del periodo 1993:01 a 1994:12 y el valor de 0 para los meses restantes del periodo en análisis. De presentarse autocorrelación de errores se procedió a corregirlo haciendo el modelo autorregresivo: AR(1) o AR(2) según fuese el caso.

Finalmente la ecuación a estimar quedó:

$$\ln X_{it} = \beta_1 + \beta_2 \ln(W/C)_{it} + \beta_3 \ln Q_t + \beta_4 \text{ dummy} + \mu_{it}$$

Donde

- $X_{it}$ : es la demanda de trabajo de la rama  $i$ -ésima en el mes  $t$ -ésimo
- $(W/C)_{it}$ : es el porcentaje que los salarios representaron del costo total en la rama  $i$ -ésima en el periodo  $t$ -ésimo.
- $Q_{it}$ : es la producción total de la rama  $i$ -ésima en el periodo  $t$ -ésimo.
- Dummy Toma valores de uno antes de la crisis (1993:01 a 1994:12) y ceros los meses Restantes.
- $\mu_{it}$  Errores estocásticos

Se procedió, de ser necesario, uno o dos términos AR(1) y AR(2) según hubiese autocorrelación de orden uno o dos en los errores.

10 CUADRO # 5  
 RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES DE LAS DEMANDAS DERIVADAS DE TRABAJO EN CONSTRUCCION Y MANUFACTURA.

SECTOR Y RAMA	TIPO DE FUNCION DE PRODUCCION	INTERCEPTO DE LA FUNCION DE LA DEMANDA	COEFICIENTE DEL SALARIO	COEFICIENTE DE PRODUCCION	COEFICIENTE DE LA DEMANDA	MODULO DE LOGARITMO	CONSISTENTE CON LA FUNCION DE PRODUCCION	R <sup>2</sup>	SIENDO ESPERADO DEL SALARIO (-)	SIENDO ESPERADO DE LA FUNCION DE PRODUCCION (+)
Construction P value	CF S Inelastica	4.38 0.0000	0.936 0.1618	0.24138 0.0082	0.0175 0.7071	1.965 1.000	NO	0.98	SI	SI
Manufactura P value	I-P	4.43 0.00	-0.007841 0.1419	0.01333 0.1472	0.02238 0.0011	1.57 0.00	SI	0.99	SI	SI
Manufactura I P value	I-P	4.26 0.00	0.008018 0.4626	0.071432 0.0081	0.0154 0.1717	1.32 0.00	SI	0.89	SI	SI
Manufactura II P value	CF S Inelastica	4.45 0.00	-0.014165 0.0125	0.005271 0.6865	0.0424 0.0000	1.53 0.00	SI	0.99	SI	SI
Manufactura III P value	CF S Inelastica	4.51 0.00	-0.037685 0.0114	-0.00337 0.83	0.0748 0.000	1.31 0.00	SI	0.96	SI	NO
Manufactura IV P value	I-P	4.46 0.00	-0.0102 0.2852	0.004497 0.7895	0.102 0.000	1.09 0.00	SI	0.98	SI	SI
Manufactura V P value	CF S Inelastica	4.52 0.00	-0.013213 0.0036	-0.000373 0.9756	0.0245 0.000	1.54 0.00	SI	0.99	SI	NO
Manufactura VI P value	I-P	4.32 0.00	0.000176 0.3494	0.005997 0.7745	0.035 0.0006	1.4 0.00	SI	0.99	NO	SI
Manufactura VII P value	I-P	4.26 0.00	-0.006659 0.6036	0.0533 0.022	0.031 0.0036	0.97 0.00	SI	0.97	SI	SI
Manufactura VIII P value	I-P	4.35 0.00	0.000374 0.2482	0.026721 0.0406	0.01849 0.0139	1.62 0.00	SI	0.99	NO	SI
Manufactura IX P value	I-P	4.52 0.00	-0.02338 0.0078	0.001129 0.9151	0.0354 0.0358	1.39 0.00	NO	0.95	SI	SI

En el cuadro # 5. La columna "tipo de función de producción" no es más que una transcripción de la última columna del cuadro # 4.

El coeficiente de regresión del salario normalizado resultó como se esperaba con signo negativo, excepto en manufactura: ramas VI ( productos minerales no metálicos) y VIII (productos metálicos, maquinaria y equipo); pese a ello no afectan los resultados pues los coeficientes resultaron no significativos ( $\alpha = 5\%$ ) y siendo consistente con el hecho de que las funciones de producción son Insumo-Producto; es decir los cambios de los salarios, como fracción del costo, no impactan en la contratación de obreros (por ser complementario los factores productivos).

Respecto a el signo del los coeficientes de regresión de la variable producción en construcción, manufactura y todas, excepto dos, ramas resultó positivo (signo teóricamente esperado); sin embargo resultaron no significativos, excepto ramas VII y VIII de manufacturas. Lo anterior implica que los aumentos en la producción no fueron a través de la contratación de más mano de obra.

La devaluación del peso (Diciembre de 1994) y siguiente inflación y recesión si afectaron negativamente la demanda de trabajo en México. Lo anterior se comprueba al resultar positivo y significativo el coeficiente de la variable dummy (1 hasta Diciembre de 1994 y 0 los meses siguientes). Lo anterior nos deja dos ecuaciones:

la de antes de la crisis: Dummy = 1

$$\ln X_{it} = \beta_1 + \beta_2 \ln(W/C)_{it} + \beta_3 \ln Q_{it} + \beta_4 (1) + \beta_5 \ln X_{it-1} + \beta_6 \ln X_{it-2} + \mu_{it}$$

$$\ln X_{it} = (\beta_1 + \beta_4) + \beta_2 \ln(W/C)_{it} + \beta_3 \ln Q_{it} + \beta_5 \ln X_{it-1} + \beta_6 \ln X_{it-2} + \mu_{it}$$

y la de la crisis: dummy = 0

$$\ln X_{it} = \beta_1 + \beta_2 \ln(W/C)_{it} + \beta_3 \ln Q_{it} + \beta_5 \ln X_{it-1} + \beta_6 \ln X_{it-2} + \mu_{it}$$

como  $\beta_4 > 0$  entonces  $(\beta_1 + \beta_4) > \beta_1$

Como los coeficientes de la variable dummy resultaron significativos implica que el empleo cayó significativamente después de la crisis, como realmente sucedió. La excepción fue la rama manufacturera de alimentos y bebidas (rama I).

Analizando la columna titulada "Consistente con la función de producción" se busca probar en la ecuaciones ajustadas de demanda derivada, si la significancia, o no, del coeficiente del salario normalizado ( $\beta_2$ ) es consistente con el tipo de función de producción encontrado para cada rama.

Es de esperarse que si la función de producción resultó una Leontief (es decir los factores no se pueden sustituir aún si cambian los precios relativos de los mismos:  $\sigma = 0$ ) los coeficientes del salario normalizado en dichas ramas manufactureras o construcción resulten *no significativos*; mientras que si la función fue una Cobb-Douglas o una CES los coeficientes sean significativos.

Lo anterior se corroboró. Manufactura total y sus ramas I, IV,VI, VII, VIII y IX resultaron funciones de Producción y, en sus respectivas demandas derivadas los coeficientes del salario resultaron no significativos). En las ramas manufactureras II, III y V las funciones de producción fueron CES (inelásticas) y el coeficiente del salario normalizado resultaron significativos.

Caso aparte resultó la Construcción, pues siendo la función de producción una CES (elástica) el coeficiente resultó no significativo lo cual muestra una inconsistencia (un error de especificación del modelo) .

Por otro lado El signo del coeficiente del salario en las ramas VI y VIII resultó positivo (aumento en los salarios proporcionales inducirían a mayor contratación de trabajadores); no obstante no ofrecen ningún problema empírico al resultar no significativos y consistentes con el hecho de que las funciones respectivas son Leontief.

Respecto al signo esperado, en la función de demanda derivada, del coeficiente de producción debe de ser positivo (más producción : más demanda de trabajo); tal fue el caso para construcción, manufactura total y todas sus ramas excepto la III y la V. Sin embargo; para estas dos últimas ramas, no afecta los resultados toda vez que dichos coeficientes resultaron no significativos. Así mismo también resultaron no significativos el coeficiente en todas las demás ramas, excepto en manufactura I, VII y VIII, lo que implica, con un nivel de significancia de un 5%, que los incrementos en la producción no generan contratación de más mano de obra sino, se deduce, de aumento de productividad y de más horas de trabajo.

En el cuadro # 6 se observan los resultados de ajustar las demandas derivadas del factor trabajo para la industria maquiladora en su conjunto y de cada una de sus ramas.

En la columna "Consistente con la función de producción" anoto **si** cuando en la función ajustada de demanda derivada de trabajo el coeficiente del salario normalizado resultó no significativo para las ramas cuya función de producción es de Insumo-Producto y resultó significativo para aquellas ramas cuya función de producción es una CES.

En 9 de las 13 demandas derivadas ajustadas (maquiladora total y sus ramas) se encontró que la significancia, o no, correspondían al tipo de función de producción respectivo; con excepción de las ramas I, V, VI y VIII

El coeficiente estimado del salario normalizado debe de tener , teóricamente, signo negativo; lo cual ocurre con todas las ramas, excepto la I, V, VI, XI y XII. En las dos

últimas, pese al signo positivo, no constituye ningún problema para el resultado final, toda vez que las funciones de producción son Leontief y resultaron no significativas

Respecto a los signos y significancia de los coeficientes estimados de la variable producción, resalta que la producción no está ligada con la demanda de trabajo en maquiladora total, ramas II, III, IV, VII, VIII y IX al resultar no significativas, lo cual implica que un aumento en la producción no significó un aumento en la demanda de mano de obra.

La crisis de 1994-1995 no impactó la demanda de trabajo pues el coeficiente de la variables dummy resultó no significativo en maquiladora total y todas sus ramas, excepto las ramas II y IX.

CUADRO # 6  
 RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES DE LAS DEMANDAS DERIVADAS DE TRABAJO EN  
 LA INDUSTRIA MAQUILADORA Y SUS RAMAS.

SECTOR Y RAMA	TIPO DE FUNCION DE PRODUCCION	INTERCEPTO DE LA FUNCION DE DEMANDA DERIVADA	COEFICIENTE DEL SALARIO	COEFICIENTE DE LA PRODUCCION	COEFICIENTE DE LA DEMANDA	MODULO DE LA FUNCION DE LA DEMANDA	MODULO DE LA PRODUCCION	CONSISTENTE CON LA FUNCION DE PRODUCCION	R <sup>2</sup>	SI NO SE SEPARO EL SALARIO (*)	SI NO SE SEPARO EL COEFICIENTE DE LA PRODUCCION (**)
Maquiladora P value	I-P	4.02 0.0000	-0.1173 0.406	0.023723 0.1448	0.00256 0.8295	0.01293 0.000	0.7116 0.000	SI	0.90	SI	SI
Maquiladora I P value	CI S inelastica	5.39 0.00	1.132 0.02368	1.043 0.0154	-0.1658 0.0525	0.7116 0.00	1.0149 0.00	SI	0.83	NO	SI
Maquiladora II P value	I-P	1.72 0.00	-0.0213 0.4067	-0.007 0.8457	-0.428 0.0297	0.00 0.00	0.61228 0.00	SI	0.99	SI	SI
Maquiladora III P value	I-P	4.77 0.00	-0.0213 0.4067	0.03589 0.5605	-0.0204 0.1819	0.61228 0.00	0.9718 0.00	SI	0.57	SI	SI
Maquiladora IV P value	I-P	4.76 0.00	-0.00023 0.99	0.03589 0.5605	0.0148 0.58	0.9718 0.00	0.9718 0.00	SI	0.91	SI	SI
Maquiladora V P value	I-P	1.49 0.00	0.111 0.0191	0.1499 0.0057	-0.044 0.076	0.998 0.00	0.998 0.00	NO	0.82	NO	SI
Maquiladora VI P value	I-P	1.40 0.00	0.137 0.004	0.1603 0.00	-0.0303 0.23	0.97 0.00	0.97 0.00	NO	0.94	NO	SI
Maquiladora VII P value	I-P	2561.3 0.99	-0.0399 0.19	0.098 0.7963	-0.0012 0.95	0.999 0.00	0.999 0.00	SI	0.99	SI	SI
Maquiladora VIII P value	I-P	-2920 1.00	-0.0568 0.0377	0.038 0.24	0.0198 0.22	1.00 0.00	1.00 0.00	NO	0.97	SI	SI
Maquiladora IX P value	I-P	2530 0.99	-0.311 0.21	0.0153 0.60	0.0318 0.047	0.999 0.00	0.999 0.00	SI	0.99	SI	SI
Maquiladora X P value	I-P	2083 0.014	-0.005135 0.965	0.3828 0.0103	0.03084 0.55	0.318 0.0659	0.318 0.0659	SI	0.52	SI	SI
Maquiladora XI P value	I-P	1.05 0.00	0.069 0.085	0.179 0.00	0.0195 0.36	0.53 0.00	0.489 0.00	SI	0.97	NO	SI
Maquiladora XII P value	I-P	5.011 0.67	0.024 0.44	0.095 0.00	0.172 0.45	0.996 0.00	0.996 0.00	SI	0.94	NO	SI



## VII. CONCLUSIONES.

Dada la interrogantes iniciales de este trabajo:

1.- ¿Cuál ha sido la relación entre productividad y salarios reales para los sectores Manufacturero, Maquilador y Construcción en México en el periodo de Enero de 1993 a Diciembre de 1996.?

2.- ¿Cuál es la relación entre la demanda de trabajo y los salarios relativos?

Y de acuerdo a las técnicas usadas: Causalidad (Granger), de calcular coeficiente de Elasticidad Sustitución (a través de una CES) y demanda derivada del factor trabajo (usando la teoría de dualidad): marcaré las siguientes conclusiones y recomendaciones:

Al usar la Prueba de Granger (con uno y tres rezagos) se encuentra que a nivel agregado en la Construcción no existe relación estadística en ningún sentido entre productividad y salarios reales. Lo mismo se encuentra en Manufactura, en las industrias de papel e imprenta, metálica básica, productos metálicos-maquinaria y equipo. Sucede lo mismo en las industrias del sector Maquilador: Ensamble de equipo de transporte, herramientas, maquinaria y equipo eléctrico y ensamble de equipos electrónicos y computacionales.

Lo anterior pareciera indicar que por un lado, en este lapso, la política salarial se desligó de los criterios de productividad para apuntar, dada la inflación y la crisis del 1994-1995, la lucha contra la inflación y al abaratamiento relativo de la mano de obra para conservar el empleo. Por otro lado, Si a esto se aúna que las funciones de producción resultaron Leontief de manufactura y 67 % (6 de 9) de sus ramas; maquiladora total y 83 % (10 de 12) de sus ramas. Lo anterior nos indica que aún cuando haya bajado el salario relativo por la devaluación y la política salarial, no se podía sustituir capital por mano de obra, dado que los factores son complementarios. Lo anterior se corrobora con la estimación de las demandas derivadas de trabajo donde construcción, manufactura total y el 55 % (5 de 9) de sus ramas, maquiladora total y el 67 % (8 de 12) de sus ramas resultó que el salario como fracción del costo no afecta, con un  $\alpha = 5\%$ , la cantidad demandada de trabajo.

2) En cuanto a la elasticidad sustitución ( $\sigma_{ij}$ ) se encontró que para manufactura y maquiladora, de manera agregada, su valor fue cero ( $\sigma_{ij}=0$ ); es decir la función de producción se reduce a una FUNCION DE LEONTIEF por lo que los insumos serán *complementarios*. Lo mismo se puede afirmar del 66 % de las industria del sector manufacturero y el 85 % de de las industria del sector maquilador. Lo anterior podría indicar que el aumento del desempleo observado, con excepción de maquiladoras, en 1995-1996 se debió "fundamentalmente" a la crisis). Si la inversión neta fue negativa (reducción del stock del capital) el empleo tenía que disminuir. Aparte del factor señalado anteriormente de que en tiempo de crisis la "incertidumbre" sobre el comportamiento de los precios relativos hará preferible para los empresarios diferir sus proyectos de inversión)

Las industrias donde la elasticidad sustitución fue estadísticamente diferente de cero ( $\sigma_{ij} > 0$ , es decir la función de producción fue una CES: los factores fueron sustitutos), son las siguientes, en Manufactura: Textiles y cuero, madera y subproductos, sustancias químicas, derivados del petróleo, caucho y plástico y en maquiladoras: selección y empaque de alimentos, prendas de vestir.

Concluyendo, una política de contención salarial a nivel agregado no llevará a la utilización de técnicas intensivas en mano de obra y si dañará la capacidad de compra de la población asalariada. Estimular el crecimiento económico, se desprende en esta tesis, resulta una forma más efectiva para aumentar el empleo.

Dado los resultados de esta tesis sobre la relación de salarios y productividad. Se encuentra que, para este periodo, no existe relación entre ambas variables. Sin embargo hay que destacar el fenómeno de la crisis que si afectó la producción y, con ello, la demanda laboral; por tanto es necesario hacer un estudio sobre salarios y productividad con un horizonte más amplio de tiempo.

$$r = - \frac{d X_i}{d X_j} \quad (3)$$

Dicha tasa no es más que la razón de las productividades marginales de dichos insumos.

$$r = - \frac{d X_i}{d X_j} = \frac{\delta Q / \delta X_j}{\delta Q / \delta X_i} \quad (4)$$

Esta ecuación se puede interpretar como una relación entre la proporción de los factores ( $X_i/X_j$ ) y la tasa Marginal de Sustitución técnica entre los factores ( $r$ ). Para Volver independiente a  $r$  de las unidades de medición de  $X_i$  y  $X_j$  se expresan la proporción de los factores en forma relativa. Una medida de ello es *El Coeficiente de la Elasticidad de Sustitución entre los factores* ( $\sigma$ ).

$$\sigma = \frac{\Delta \% (X_i/X_j)}{\Delta \% (P_j/P_i)} \quad (5)$$

La elasticidad Sustitución mide la sensibilidad de las proporciones de los factores a los cambios de los precios relativos de los mismos.

De existir *eficiencia económica* en el uso de los factores la razón de las productividades marginales es igual a los precios relativos de los mismos.

$$\frac{P_j}{P_i} = \frac{\delta Q / \delta X_j}{\delta Q / \delta X_i} \quad (6)$$

Y en este caso  $\sigma$  será:

$$\sigma = \frac{\Delta \% (X_i/X_j)}{\Delta \% [(\delta Q / \delta X_j) / (\delta Q / \delta X_i)]} = \frac{\Delta \% (X_i / X_j)}{\Delta r/r} \quad (7)$$

### LA ELASTICIDAD SUSTITUCION Y LA FUNCION DE PRODUCCION DE ELASTICIDAD DE SUSTITUCION CONSTANTE (CES).

La característica principal de la Función de producción CES es que la elasticidad sustitución entre los diferentes pares de insumos siempre será constante.

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ik} = \sigma_{im} = \sigma_{jk} = \sigma_{jm} = \sigma_{km} = \sigma$$

Para los factores productivos:  $i, j, k, m$ .

Lo anterior mete una restricción fuerte. Sin embargo es menos restrictiva que las Funciones de producción de tecnología Cobb-Douglas ( $\sigma = 1$ ) y Leontief ( $\sigma = 0$ ).

Sea la función CES para dos factores.

$$Q = A [ \delta X_i^{-\rho} + (1-\delta) \delta X_j^{-\rho} ]^{-\frac{1}{\rho}} \quad (8)$$

Donde:

Q es el nivel de producto

$X_i$  la cantidad del factor i

$X_j$  la cantidad del factor j

Y los parámetros:

A de eficiencia

$\delta$  de distribución

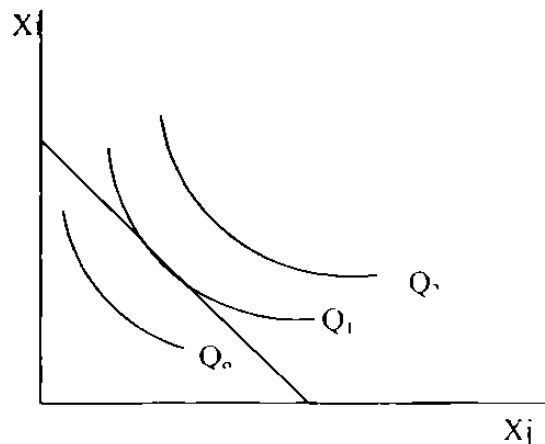
$\rho$  de economías a escala, y

$\sigma$  de sustitución

Teóricamente los empresarios tiene, en términos de producción física, como objetivo *maximizar la producción sujeta a una cantidad fija de factores y costos* (si los precios de los factores no cambian con el nivel de utilización de los insumos).

$$\text{Max } Q_x = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$$\text{Sujeta a } C = h(X_1, P_{X1}, X_2, P_{X2}, \dots, X_n, P_{Xn})$$

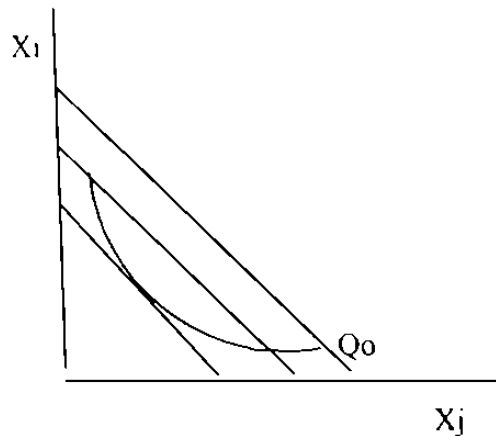


GRAFICA # 2 Maximización de la producción sujeta  
A un costo fijo

O bien su objetivo dual es *minimizar el costo total (C) para un nivel fijo de producción.*

$$\text{Min } C = C(X_1, P_1, X_2, P_2, \dots, X_n, P_n)$$

$$\text{Sujeto a } Q = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$



GRAFICA # 3  
Minimización de costo dado un nivel de producción

Para el análisis de este problema de eficiencia económica hay cuatro formas de abordarlo:

1.- Si tenemos una función de producción directa mediante el **Teorema de Wold** obtendremos una función inversa de demanda ordinaria de factores.

$$Q = f(X_i) \quad \text{T. Wold} \quad W_i/C = h(f(X_i)) = \frac{\delta Q / \delta X_i}{\sum X_i (\delta Q / \delta X_i)}$$

2.- Dada una función de producción indirecta y usando el **Teorema de Roy** se obtendrá una demanda ordinaria de factores.

$$Q = g(W_i, C) \quad \text{T. Roy} \quad X_i = \frac{X_i(W_i, C)}{\sum (W_i/C) [\delta Q / \delta (W_i/C)]}$$

3.- Dada una función de transferencia y utilizando el **teorema de Sheppard** se conseguirá obtener una función inversa de demanda compensada de factores.

$$X = \psi(Q, W_i) \quad \text{T. Sheppard} \quad W_i C = f(X_i) = d(Q, X) = F(Q, X)$$

4.- Tomando una función de costos y a través del **Teorema de Hotelling** resultara una función directa, compensada de demanda de factores

$$C = C(X_1, P_1, X_2, P_2, \dots) \quad \text{T. Hottelling} \quad X_i = X(W_i/C) = \rho(Q, W_i) = C(Q, W_i)$$

En este trabajo se usará, para analizar la sustituibilidad de factores, una función de producción CES. Por tanto anotaré la forma en que procede la *Teoría de la Dualidad* para la estimación de las demandas derivadas de factores.

Sea la función de producción CES

$$Q = F(X_i) = A [\sum \delta X_i^{-\rho}]^{-1/\rho} \quad (9)$$

Donde:

Q el volumen físico de producción  
 $F(X_i)$  es el vector de i-ésimo insumo  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Usando el teorema de Wold

$$\text{Maximizar } Q = f(X_i)$$

$$\text{Sujeta a } \sum(W_i * X_i) = C$$

Donde  $W_i$  es el precio unitario del factor i-ésimo

Reexpresando mi función de costos en forma matricial:

$$C = W_1 X_1 + W_2 X_2 + W_3 X_3 + \dots + W_n X_n \quad (10)$$

$$C = [W_1 \ W_2 \ W_3 \ \dots \ W_n] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}$$

Entonces la ecuación (2) se reexpresa como

$$C = W' X \quad (11)$$

Dividiendo entre C y normalizando (11)

$$\frac{C}{C} = \frac{W' X}{C}$$

$$1 = \frac{W' X}{C}$$

$$\frac{W' X}{C} - 1 = 0$$

Y mi función a optimizar será:

$$\text{Maximizar } Q = f(X_i)$$

$$\text{Sujeta a } \frac{W'}{C} X = 1 = 0$$

Que en forma Langrangeana será:

$$L = f(X_i) + \lambda \left[ \frac{W'}{C} X - 1 \right] \quad (12)$$

Derivando se obtendrá una ecuación vectorial

$$\frac{\delta L}{\delta X} = \frac{\delta f(X)}{\delta X} - \lambda \frac{W'}{C} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\delta f(X)}{\delta X} = \lambda \frac{W'}{C} \quad (14)$$

Despejando  $W'/C$  en la ecuación anterior

$$\frac{W_i}{C} = \frac{\delta f(X_i) / \delta X_i}{\lambda} \quad (15)$$

Si en ambos lados de la ecuación (15) multiplicamos la matriz  $X'$

$$X' \frac{\delta f(X_i)}{\delta X_i} = \lambda X' \frac{W_i}{C} \quad (16)$$

y como  $X'W = W'X$  la ecuación (8) quedará

$$X' \frac{\delta f(X)}{\delta X} = \lambda \frac{W'X}{C}$$

y dado que  $W'X = C$

$$\text{entonces } X' \frac{\delta f(X)}{\delta X} = \lambda \frac{C}{C}$$

$$X' \frac{\delta f(X)}{\delta X} = \lambda \quad (17)$$

Sustituyendo (17) en (15) obtendremos, de acuerdo con el teorema de Wold, la ecuación matricial para obtener la *función inversa de demanda ordinaria de los factores productivos*:

$$\frac{W}{C} = \frac{\delta f(X) / \delta X}{X' \delta f(X) / \delta X} \quad (18)$$

Para estimar la demanda de uno solo de los factores el i-ésimo

$$\frac{W_i}{C} = \frac{\delta f(X_i) / \delta X_i}{\sum X_i [\delta f(X_i) / \delta X_i]} \quad (19)$$

Ahora si usamos el teorema de Wold y la función de Producción de Elasticidad de Sustitución Constante (CES) se deriva la demanda del i-ésimo factor productivo:

La forma específica funcional de la CES es

$$Q = f(X_i) = [\sum \delta_i X_i^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

Donde el numerador de la ecuación (11) es

$$\frac{\delta f(X_i)}{\delta X_i} = \delta Q / \delta X_i = -1/\rho [\sum \delta_i X_i^{-\rho}]^{-(1/\rho)+1} [-\rho \delta_i X_i^{-\rho-1}]$$

y el denominador de la citada ecuación es

$$\sum X_i [\delta f(X_i) / \delta X_i] = -1/\rho [\sum \delta_i X_i^{-\rho}]^{-(1/\rho)+1} \sum X_i [-\rho \delta_i X_i^{-\rho-1}]$$

De tal manera que la función inversa de la demanda derivada del factor i-ésimo será:

$$\frac{W_i}{C} = \frac{d f(X_i) / d X_i}{\sum X_i [d f(X_i) / d X_i]} = \frac{-1/\rho [\sum \delta_i X_i^{-\rho}]^{-(1/\rho)+1} [-\rho \delta_i X_i^{-\rho-1}]}{1/\rho [\sum \delta_i X_i^{-\rho}]^{-(1/\rho)+1} \sum X_i [-\rho \delta_i X_i^{-\rho-1}]}$$

Simplificando

$$\frac{W_i}{C} = \frac{[-\rho \delta_i X_i^{-\rho-1}]}{[-\rho \sum \delta_i X_i X_i^{-\rho-1}]} = \frac{[-\rho \delta_i X_i^{-\rho-1}]}{[-\rho \sum \delta_i X_i^{-\rho}]} = \frac{\delta_i X_i^{-\rho-1}}{\sum \delta_i X_i^{-\rho}}$$

Observese que el denominador es igual a  $Q^{-\rho}$

Entonces la función de demanda del factor i-ésimo será:

$$\frac{W_i}{C} = \frac{\delta_i X_i^{-\rho-1}}{Q^{-\rho}} \quad (20)$$

Ahora si despejo  $X_i$  en (20) obtendré la *función directa de demanda ordinaria del factor i-ésimo*

$$\frac{(W_i/C) Q^{-\rho}}{\delta_i} = X_i^{-\rho-1}$$



Sacando raíz

$$X_i = \left[ \frac{(W_i/C) Q^{-(\rho+v)}}{\delta_i^{-(1-(\rho+1))}} \right]^{1/(1-(\rho+1))}$$

Simplificando exponentes

$$X_i = (W_i/C)^{-1/(\rho+1)} Q^{(\rho/(\rho+1)v)} \delta_i^{1/(\rho+1)}$$

La cual es la función directa de demanda ordinaria del factor  $i$ -ésimo. Para hacer estimable esta ecuación aplicaremos logaritmos.

$$\ln X_i = 1/(\rho+1) \ln \delta_i + (-1/(\rho+1)) \ln (W_i/C) + (\rho/(\rho+1)v) \ln Q_i \quad (21)$$

Y como  $\delta$  para una rama industrial o empresa es una constante (parámetro de distribución) entonces (21) viene a ser la función que se estimara mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO).

$$\ln X_i = \beta_1 + \beta_2 \ln (W_i/C) + \beta_3 \ln Q_i + \mu \quad (22)$$

## FUNCIÓN DE DEMANDA DERIVADA DE FACTORES

Se establece como punto de partida de este análisis que:

la demanda de factores de producción es una demanda derivada de la demanda del producto final que se trate, lo cual implica que dado un nivel de demanda del producto, e identificando la relación tecnológica correspondiente a ese nivel, es posible derivar la forma funcional de demanda de factores.

Considerando tal situación, se derivan diversas formas funcionales de la demanda de factores, de acuerdo a como se establezca la problemática económica que enfrenta la empresa, en términos de beneficios, producción y costos .

Las formulaciones básicas son las siguientes:

### *2.1.-demanda de factor manteniendo la cantidad de los otros factores constantes.*

En ella el problema económico de la empresa es: maximizar sus beneficios totales sujeta a la restricción de que solo uno de los insumos es posible utilizarlo en diferentes cantidades, al resolverse la situación, se tiene que la cantidad demandada del insumo variable está en función del valor del producto marginal de ese insumo.

## *2.2.-demanda de factores marshalliana*

En esta especificación, la empresa enfrenta el problema económico de maximizar la producción sujeta a la restricción de que se opera con un presupuesto determinado, analiza el comportamiento de la empresa al buscar la máxima producción con modificaciones en el precio de un factor, suponiendo que el precio de otros factores permanece constante.

de esta manera se establece una relación entre las cantidades demandadas del factor, sea capital o trabajo, y las razones del precio de ese factor respecto al costo total lo cual representara la función de demanda del factor en cuestión.

## *2.3.-demanda de factor hicksiana*

Aquí la empresa enfrenta el problema económico de obtener una determinada producción con un mínimo costo; bajo esta presentación la demanda de trabajo responde ante dos tipos de efectos: el efecto sustitución originado por modificaciones en los precios relativos de los factores y, el efecto expansión (contracción) que es motivado por cambios en el nivel de producción. Al resolver queda una relación funcional de la demanda de trabajo respecto a la producción y al precio relativo del trabajo respecto al capital.

Existen dos procedimientos, para que a partir de las tres problemáticas establecidas, se deriven las formas funcionales de demanda de factores.

### 1. Directo

Maximiza los beneficios con la restricción de una cierta función tecnológica de producción (Insumo-Producto, Cobb-Douglas, C.E.S, Translog, etc. ), para este procedimiento es necesario contar con información precisa de los precios de los factores capital y trabajo

### 2. Indirecto

Deriva a través de la aplicación de ciertos teoremas de dualidad ( Roy, Wold, Sheppard, Hotteling) a funciones de costo o de producción, las correspondientes funciones de demanda, de tipo hicks o marshall, sean inversas o directas.

En esta técnica es necesario conocer la elasticidad de sustitución entre factores, así de acuerdo a la elasticidad de sustitución que se presente y el teorema que se aplique será la forma funcional de la demanda derivada de factores que corresponda.

En el análisis de producción, es amplia la literatura teórica y aplicada de las especificaciones de diversas funciones de producción y las funciones de demanda que de ellas se derivan, sin embargo una restricción operativa en cualquiera de ellas es la información disponible

En este análisis se empleo el modelo de la función de producción de *elasticidad de sustitución constante* (CES), considerando el mínimo de información requerida para su estimación.

## 2.-EVIDENCIA EMPIRICA

Arrow, Chenery, Minhas y Solow (ACMS) sentaron las bases para una serie de estudios empíricos en su artículo "*Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency*"<sup>1</sup>, donde se encontró una asociación empírica en forma de regresiones lineales entre los logaritmos de la productividad y de los niveles del salario monetario de las mismas industrias de países distintos. Se trataron éstos como si fueran funciones de producción que abarcasen las fronteras nacionales, y se escogió cada punto por la elevación de la ganancia al máximo, las expectativas estáticas y la reacción de los competidores perfectos ante los distintos precios relativos de los factores en cada país. Con estos supuestos se demostró que las pendientes de las líneas de regresión eran estimaciones de las elasticidades sustitución de trabajo por capital ( $\sigma_{ij}$ ) de la función de producción hipotética subyacente; donde se encontró que en general los valores de dichas elasticidades eran mayor que cero pero menor que uno, lo que arrojó dudas sobre la aplicabilidad de dos modelos de crecimiento famosos: el caso de los coeficientes fijos ( $\sigma_{ij} = 0$ ) de las versiones Harrod-Domar y el de las elasticidades unitarias ( $\sigma_{ij} = 1$ ) de Cobb-Douglas.

Jora R. Minasian<sup>2</sup> escribió un artículo donde presentó un método para estimar la elasticidad de la demanda de la fuerza de trabajo cuando la producción permanecía constante. Demanda de trabajo derivada de la demanda de producto. El proyecto original consistió con la investigación de las tendencias comparativas sobre el empleo industrial de diferentes estados de la Unión Americana. Tales tendencias reflejaron una variedad de influencias las cuales pudieron ser separadas por el análisis entre aquellas que afectan el mercado laboral por el lado de la demanda y aquellas que afectaron por el lado de la oferta.

En el trabajo "*El empleo, la productividad y la Distribución del Ingreso*"<sup>3</sup> de Henry J. Bruton siguió una de las líneas de investigación de Hans W Singer: *La Relación entre el empleo y la productividad*. Singer fue de los primeros economistas que apreciaron la, en ciertos casos, incapacidad de la tasa de acumulación del capital y del crecimiento de la producción, aparentemente satisfactoria, para proveer oportunidades de empleo adecuadas y aliviar la masiva pobreza extrema de los países en desarrollo.

En este trabajo elabora Bruton un modelo que muestra la relación existente entre el empleo y el crecimiento de la productividad. Bajo los supuestos de funciones de producción lineales y homogéneas de grado uno del tipo de:

$$Q_t = F(a_t K_t, b_t L_t)$$

Donde:

$Q_t$  representa la producción

<sup>1</sup> Arrow, Chenery, Minhas y Solow **Capital-Labor substitution and Economy Efficiency**. The Review of Economics and Statistics (RES) Volume XLIII, August 1961

<sup>2</sup> Minasian, Jora R **Elasticities Substitution and constant output Demand Curve for Labor**. Economic Review December 1967

<sup>3</sup> Bruton, Henry J **El Empleo, la Productividad y la Distribución del ingreso**. En EL EMPLEO, LA DISTRIBUCION DEL INGRESO Y LA ESTRATEGIA DEL DESARROLLO ECONOMICO, Alec Cairncross y Mohinder Puri (compiladores). FCE, Mexico, 1987