UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

PRACTICAS DEL LABORATORIO DE TEORIA DE CONTROL I

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA CON ESPECIALIDAD CON ELECTRONICA

QUE PRESENTA EL

ING. JOSE GUADALUPE RIOS MARTINEZ

CD. UNIVERSITARIA DICIEMBRE DE 2000

IGRM

PRACTICAS DEL LABORATORIO DE TEORIA DE CONTROL I

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

PRACTICAS DEL LABORATORIO DE TEORIA DE CONTROL I

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE
LA INGENIERIA ELECTRICA CON ESPECIALIDAD
CON ELECTRONICA

QUE PRESENTA EL

ING. JOSE GUADALUPE RIOS MARTINEZ

CD. UNIVERSITARIA DICIEMBRE DE 2000

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

PRACTICAS DEL LABORATORIO DE TEORIA DE CONTROL I

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA CON ESPECIALIDAD EN ELECTRÓNICA

QUE PRESENTA EL

ING. JOSE GUADALUPE RIOS MARTINEZ

CD. UNIVERSITARIA DICIEMBRE DE 2000

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

PRACTICAS DEL LABORATORIO DE TEORIA DE CONTROL I

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA CON ESPECIALIDAD EN ELECTRÓNICA

QUE PRESENTA EL

ING. JOSE GUADALUPE RIOS MARTINEZ

CD. UNIVERSITARIA DICIEMBRE DE 2000

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "PRACTICAS DEL LABORATORIO DE TEORIA DE CONTROL I", realizada por el alumno Ing. José Guadalupe Ríos Martínez, matricula 122596 sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Electrónica.

El Comité de Tesis

M.C. José Manuel Rocha Nuñez
Asesor

M.C. Juan Angel Garza Garza
Coasesor

M.C. Guadalupe I. Cantú Garza
Coasesor

Vo.Bo.
M.C. Roberto Villarreal Garza
División de Estudios de Postgrado

San Nicolás de los Garza, N.L. a 7 de junio de 2000

AGRADECIMIENTO

Deseo expresar mi agradecimiento al M.C. José Manuel Rocha Nuñez, al M.C. Guadalupe Ignacio Cantú Garza y al M.C. Juan Angel Garza Garza que actuaron como revisores y ofrecieron valiosas sugerencias durante el proceso de corrección para mejorar la presentación de ciertos temas de esta tesis.

Así como al Ingeniero Rodolfo Castillo Martínez y al Ingeniero Antonio Rodríguez García que me auxiliaron en la solución de algunos problemas que se presentaron en el desarrollo de este manual de practicas.

Mas que nada agradezco a mi esposa Narcedalia y a mis hijos José Augusto, Bruno y Narcedalia sin su apoyo y compresión este proyecto se hubiera venido abajo

También quisiera agradecer a las personas que son responsables de los fundamentos de mi educación mis padres, José Ríos García y María Inés Martínez Vázquez.

PROLOGO

El hombre no puede heredar el pasado; debe crearlo de nuevo. El camino más importante y productivo del aprendizaje es para el lector, descubrir y crear nuevamente las respuestas y métodos del pasado, porque se puede afirmar que verdaderamente aprendemos y entendemos lo que descubrimos nosotros mismos.

Este manual de practicas esta destinado a ayudar a los estudiantes de ingeniería en la solución de los problemas de ingeniería de control, aquí se plantean problemas básicos para el aprendizaje de los sistemas lineales de control y son presentados en el curso introductorio de control (teoría de control I).

En este manual las aplicaciones están limitadas a sistemas de control lineal invariantes en el tiempo. Se tratan solamente los sistemas de tiempo continuo.

Las practicas se efectuaran con el MATLAB para resolver los problemas de ingeniería de control. MATLAB tiene una excelente colección de comandos y funciones que son muy útiles para resolver problemas de ingeniería de control.

Por ejemplo el MATLAB tiene comandos para:

Respuesta a un escalón

Diagrama del lugar de las raíces

Diagramas de respuesta en frecuencia (Diagramas de Bode y de Nyquist).

Transformación entre modelos de espacio de estado y modelos de funciones de transferencia.

Los programas que aparecen en este instructivo trabajan con la versión 5.2 de MATLAB.

Los programas de MATLAB presentados en este texto se han escrito con comentarios para el usuario, así el estudiante podrá seguir todos los pasos fácilmente. Por tanto, los lectores que aun no se hayan familiarizado con el MATLAB encontraran este manual muy útil, ya que presenta los detalles de cómo escribir programas de MATLAB para obtener soluciones a los problemas de ingeniería de control.

INDICE

SINTESIS

En esta tesis se tiene como objetivo la elaboración de las practicas y el manual correspondiente del laboratorio de Teoría de Control I.

Las practicas se efectuaran con el MATLAB para resolver los problemas de Ingeniería de control. Las practicas que aparecen en este manual trabajan con la versión 5.2 de MATLAB.

MATLAB tiene una colección de comandos y funciones matemáticas que se pueden usar para resolver problemas de ingeniería de control.

Los programas de MATLAB presentados en este manual se han escrito con comentarios para el usuario, así el estudiante podrá seguir todos los pasos fácilmente.

El capitulo 4.1 es una introducción al MATLAB, primero se relacionan los diferentes tipos de comandos y funciones matriciales que se usan frecuentemente para resolver problemas de ingeniería en Control. Por ejemplo el MATLAB tiene comandos para obtener lo siguiente:

Respuesta a un escalón

Dibujo del Lugar Geométrico de las Raíces

Dibujo de respuesta a la frecuencia (ambos dibujos de Bode y Nyquist)

Transformación entre modelos de espacio estado y modelos función de transferencia

El capitulo 4.2 se encontrara la forma que responden los sistemas representados por ecuaciones diferenciales de primer orden, o funciones de transferencia que representen sistemas de primer orden, cuando se aplica una entrada escalón unitario. Se encontrara que la rapidez de respuesta del sistema depende de la constante de tiempo de sistema (τ).

Se obtendrá una gráfica de la curva de respuesta a un escalón unitario para cada una de las funciones de transferencia. Los programas en MATLAB darán una gráfica de la respuesta a un escalón unitario de estos sistemas.

En el capitulo 4.3 se encuentra la forma en que responden los sistemas representados por ecuaciones diferenciales de segundo orden o funciones de transferencias que representen sistemas de segundo orden, cuando la entrada aplicada es un escalón de magnitud unitaria. Se encontrara que la respuesta del sistema depende de la posición de las raíces de la ecuación característica en el plano **s**. Para obtener las gráficas de curva de respuesta en el tiempo de un sistema de segundo orden cuando se aplica una entrada escalón se usara el MATLAB. Se partirá de la función de transferencia del sistema para obtener la gráfica.

En el capitulo 4.4 se encontrara la estabilidad de un sistema de control lineal. Un criterio simple, conocido como criterio de estabilidad de Routh, permite determinar la cantidad de polos de lazo cerrado que se encuentran en el semiplano derecho del plano **s** sin tener que factorizar el polinomio. Se comprobara encontrando las curvas de respuesta en el tiempo y las raíces para varios valores de ganancia de lazo abierto **k**. Esto se hará utilizando el MATLAB.

En el capitulo 4.5 se obtendrá el Lugar de las raíces de un sistema dado por una función de transferencia de lazo abierto, este consiste en un procedimiento en que se trazan las raíces de la ecuación característica para todos los valores de un parámetro del sistema, generalmente **k** y se localizaran los polos de lazo cerrado y las curvas respuesta en el tiempo para diferentes valores de ganancia de lazo abierto **k** con el empleo del MATLAB.

En el capitulo 4.6 El objetivo de la practica es notar el efecto de la adición de los polos y ceros sobre el lugar geométrico de las raíces. Para ello se obtendrá el Lugar de las raíces de un sistema dado por una función de transferencia de lazo abierto, la cual consta de tres polos y se agregara un cero, se localizaran los polos de lazo cerrado para diferentes valores de ganancia de lazo abierto **k**, a cada valor de ganancia le corresponden 3 polos de lazo cerrado(raíces de la ecuación característica).
Se obtendrá la curva de respuesta en el tiempo entrada escalón unitario para cada valor de **k** por medio del MATLAB.

En el capitulo 4.7 se trata la respuesta en la frecuencia de sistemas de control. Con el termino respuesta a la frecuencia, se quiere decir la respuesta en estado estacionario de un sistema a una entrada senoidal. En los métodos de respuesta en frecuencia, variamos la frecuencia de la señal de entrada en un cierto rango y estudiamos la respuesta resultante.
El objetivo del capitulo es encontrar el diagrama de Bode con MATLAB, los cuales son utilizados para analizar y diseñar sistemas de control, aquí será usado para encontrar la estabilidad de lazo cerrado.

El capitulo 4.8 tiene como objetivo encontrar la respuesta en frecuencia de lazo cerrado de sistemas de control con MATLAB, la cual será usada para encontrar los valores de pico de resonancia (Mr) y frecuencia de resonancia(ωr), y ancho de banda(BW). Se encontrara el diagrama de Bode de lazo cerrado para ciertos valores de ganancia de lazo abierto **k** y su gráfica de respuesta en el tiempo para una entrada escalón.

1

INTRODUCCION

1.1 Planteamiento del Problema.- En la actualidad no se tiene manual de practicas del laboratorio de Teoría de Control I, existiendo disparidad en la información proporcionada por los instructores del laboratorio, generando confusión en el alumnado, lo cual es posible solucionar con el manual de practicas.

1.2 Objetivo de Tesis.- En esta tesis se tiene como objetivo la elaboración de las practicas y el manual correspondiente del Laboratorio de Control I. Con el fin de tener una base para que las practicas que se imparten en el laboratorio por los diferentes instructores sean las mismas.

1.3 Hipótesis.- La hipótesis planteada es que con la elaboración del manual de practicas, usando el MATLAB para efectuarlas, el alumno podrá comprobar y reafirmar los conocimientos teóricos obtenidos en el curso de Teoría de Control I.

1.4 Justificación de la Tesis.- Actualmente existe disparidad en la información proporcionada por los diferentes instructores del Laboratorio de Teoría de Control I generando confusión en el alumnado, lo cual considero es posible solucionar contando con el manual de practicas como apoyo didáctico para el laboratorio de Teoría de Control I.

1.5 Límites del Estudio.- Este manual de practicas esta destinado a ayudar a los estudiantes de ingeniería en la solución de los problemas de ingeniería de control. Los problemas discutidos en este manual de practicas son básicos en los sistemas lineales de control y son presentados en el curso introductorio de control (teoría de control I). En este manual las aplicaciones están limitadas a sistemas de control lineal invariables en el tiempo. Se tratan solamente los sistemas de tiempo continuo. Usando el programa MATLAB se resolverán fácilmente los problemas de Ingeniería de Control.

1.6 Metodología a Emplear.- Se consultará el manual del programa MATLAB, así como el libro solución de problemas de Ingeniería de Control con MATLAB, por ultimo se obtendrá el programa para el laboratorio de Teoría de Control I acorde con la materia de Teoría de Control I.

El procedimiento para desarrollar las practicas del laboratorio de Teoría de Control I es:

1 Introducción
2 Objetivo de la practica
3 Sistema de la practica
4 Teoría preliminar
5 Procedimiento
6 Reporte

1.7 Revisión Bibliográfica.- No tengo antecedentes de estudios anteriores relacionados con este tema de tesis.

Los libros que se emplearon y los temas en los que se usaron para el desarrollo de este manual son:

Dazzo, Jhon, Análisis y Diseño de sistemas de Control Lineal, este libro se empleo para el tema de cómo introducir matrices en el programa MATLAB.

Dorf, Richard, Sistemas Modernos de Control, este libro se empleo para el tema del prologo de esta tesis.

Kraynak, Joe, PC Fácil, este libro fue usado para el tema de Conclusiones y Recomendaciones.

Kuo, Benjamin, Sistemas de Control Automático, este libro fue usado para el tema de Respuesta en Frecuencia de Lazo Abierto y de Lazo Cerrado.

Ogata, Katsuhiko, Ingenieria de Control Moderna, este libro fue usado para los temas de Respuesta en el tiempo de Sistemas de Primero y Segundo Orden, Estabilidad de un Sistema de Control de Lazo Cerrado usando el Lugar de las Raíces y usando el criterio de Estabilidad de Routh, Adición de polos y de Ceros sobre el Lugar de las Raíces.

Ogata, Katsuhiko, Problemas de Ingeniería de Control Utilizando MATALAB, este libro se empleo como base para desarrollar las practicas de este manual.

Price, W.T., Informática, este libro fue usado para el tema de Conclusiones y Recomendaciones.

Rohrs, Charles, Sistemas de Control Lineal, este libro fue empleado para el tema de cómo introducir matrices en el programa MATLAB.

2

ANTECEDENTES

Como actualmente no se tiene un manual de practicas del Laboratorio de Teoría de Control I las practicas que se imparten por los diferentes instructores no son las mismas, generando confusión en el alumnado.

En esta tesis se tiene como objetivo la elaboración de las practicas y el manual correspondiente del laboratorio de Teoría de Control I. Con el fin de tener una base para que las practicas que se imparten en el laboratorio por los diferentes instructores sean las mismas.

Actualmente existe disparidad en la información proporcionada por los diferentes instructores del Laboratorio de Teoría de Control I generando confusión en el alumnado, lo cual considero es posible solucionar contando con el manual de practicas como apoyo didáctico para el Laboratorio de Teoría de Control I. Permitiéndonos uniformizar las practicas en este Laboratorio ya que actualmente no existe un instructivo de practicas.

3

DEFINICION Y JUSTIFICACION DE LAS PRACTICAS DEL LABORATORIO

3.1 Definición

Los programas de MATLAB presentados en este manual se han escrito con comentarios para el usuario, así el estudiante podrá seguir todos los pasos fácilmente.

El capitulo 4.1 es una introducción al MATLAB este tiene una excelente colección de comandos y funciones que son usados inmediatamente para resolver problemas de ingeniería en Control.

El capitulo 4.2 se encontrará la forma que responden los sistemas representados por ecuaciones diferenciales de primer orden, o funciones de transferencia que representen sistemas de primer orden, cuando se aplica una entrada escalón unitario.

En el capitulo 4.3 se encuentra la forma en que responden los sistemas representados por ecuaciones diferenciales de segundo orden o funciones de transferencias que representen sistemas de segundo orden, cuando la entrada aplicada es un escalón de magnitud unitaria.

En el capitulo 4.4 se encontrará la estabilidad de un sistema de control lineal. Usando un criterio simple, conocido como criterio de estabilidad de Routh.

En el capitulo 4.5 se obtendrá el Lugar de las raíces de un sistema dado por una función de transferencia de lazo abierto, este consiste en un procedimiento en que se trazan las raíces de la ecuación característica para todos los valores de un parámetro del sistema.

En el capitulo 4.6 El objetivo de la practica es notar el efecto de la adición de los polos y ceros sobre el lugar geométrico de las raíces.

En el capitulo 4.7 se trata la respuesta en la frecuencia de sistemas de control. Con el termino respuesta a la frecuencia, se quiere decir la respuesta en estado estacionario de un sistema a una entrada senoidal.

El capitulo 4.8 tiene como objetivo encontrar la respuesta en frecuencia de lazo cerrado de sistemas de control con el MATLAB.

3.2 Justificación

Este manual de practicas esta destinado a ayudar a los estudiantes de ingeniería en la solución de los problemas de Ingeniería de Control. Los problemas discutidos en este manual de practicas son básicos en los sistemas lineales de control y son presentados en el curso introductorio de control (Teoría de control I). En este manual las aplicaciones están limitadas a sistemas de control lineal invariables en el tiempo. Se tratan solamente los sistemas de tiempo continuo.

Usando el programa MATLAB se resolverán fácilmente los problemas de Ingeniería de Control. Para los estudiantes que no se hayan familiarizados con MATLAB encontraran este manual útil ya que se presentan los detalles de cómo escribir programas de MATLAB para obtener soluciones de problemas de ingeniería de control.

4

DESARROLLO DE LAS PRACTICAS DEL LABORATORIO

4.1

INTRODUCCION AL MATLAB

4.1.1.- INTRODUCCION

MATLAB (una abreviación para MATrices LABoratorio) es un sistema basado en matrices para cálculos matemáticos y de ingeniería. Nosotros podemos pensar de MATLAB como una clase de lenguaje diseñado solamente para la manipulación de matrices. Todas las variables manejadas en MATLAB son matrices. Esto es, MATLAB tiene solamente un tipo de datos, una matriz, o un arreglo rectangular de números. MATLAB tiene una extensa serie de rutinas para obtener salidas gráficas.

4.1.2.- Objetivo de la Practica

El MATLAB tiene una excelente colección de comandos y funciones que son usados inmediatamente para resolver problemas de ingeniería en Control. Por ejemplo el MATLAB tiene comandos para obtener lo siguiente:
Respuesta a un escalón
Dibujo del Lugar Geométrico de las Raíces
Dibujo de respuesta a la frecuencia (ambos dibujos de Bode y Nyquist)
Transformación entre modelos de espacio de estado y modelos de función de transferencia
Valores característicos y vectores característicos de matrices cuadradas

Conversión de modelos de tiempo continuo a modelos de tiempo discreto

Diseño de reguladores lineales cuadráticos

Entre muchos otros. El dibujo de las curvas de respuesta al escalón, el lugar geométrico de las raíces, y los diagramas de Bode y la solución de muchos problemas de control puede ser hecho fácilmente con el MATLAB.

MATLAB tiene un auxilio en línea que pude ser llamado cada vez que la necesidad surja. El comando **help** puede mostrar una lista de funciones predefinidas y operadores para los cuales el **help** en línea esta disponible. El comando **help** 'nombre de la función'. Da información sobre la función nombrada. El comando **help help** da información de cómo usar el **help** en línea.

4.1.3.- Sistema de la practica

Se verán ejemplos de sistemas para los cuales se encontrarán la Respuesta a una Entrada Escalón, obtención del Lugar de las Raíces, y obtención del Diagrama de Bode con MATLAB.

4.1.4.-Teoria Preliminar

Se dará primero una lista de varios tipos de comandos de MATLAB y funciones matrices que son usadas frecuentemente en la solución de problemas de ingeniería de control.

MATLAB tiene muchas funciones que pueden ser llamadas por el usuario para resolver muchos tipos de problemas.

En la tabla 1-1, se da una lista de tales comandos y funciones matrices.

TABLA 4.1.1 COMANDOS DEL MATLAB Y FUNCIONES MATRICES

Comandos y funciones matrices usadas comúnmente en la solución de problemas de ingeniería de control	Explicación de que hacen los comandos, lo que significan las funciones matrices, o exposición de su significado
abs	Valor absoluto de una magnitud compleja
angle	Angulo de fase
ans	Respuesta cuando la función no es asignada
atan	Arco tangente
axis	Escalamiento del eje manual
bode	Dibujo del diagrama de Bode
clear	Limpia el espacio de trabajo
clg	Limpia la gráfica de la pantalla
conj	Complejo conjugado
conv	Multiplicación de convolución
cos	coseno
cosh	Coseno hiperbólico
deconv	División de convolución
det	determinante
diag	Matriz diagonal
eig	Valores característicos, vectores característicos
exit	Terminar el programa
exp	Base exponencial e
expm	Matriz exponencial
eye	Matriz identidad
filter	Implementación del filtro directo
freqs	Respuesta de frecuencia de la transformada de Laplace

freqz	Respuesta de frecuencia de la transformada -z
grid	Dibujar líneas de rejilla
hold	Congelar la gráfica corriente en la pantalla
imag	Parte imaginaria
inf	Infinito
inv	Inverso
length	Magnitud del vector
linspace	Vectores linealmente espaciados
log	Logaritmo natural
loglog	Dibujo Loglog x-y
logm	Logaritmo de una matriz
log10	Logaritmo base 10
max	Valor máximo
mean	Valor medio
min	Valor mínimo
nyquist	Dibujo de respuesta en frecuencia de Nyquist
ones	Matriz Unitaria
pi	Pi(3.1416)
plot	Dibujo lineal x-y
polar	Dibujo polar
poly	Polinomio característico
prod	Producto de elementos
quit	Terminar el programa
rank	Calcular el rango de una matriz
real	Parte real
residue	Desarrollo en fracciones parciales
rlocus	Dibujo del lugar geométrico de las raíces

roots	Raíces del polinomio
semilogx	Dibujo semilog x-y(eje-x logarítmico)
semilogy	Dibujo semilog x-y(eje-y logarítmico)
sign	Función signo
sin	Seno
sinh	Seno hiperbólico
size	Dimensiones en hileras y columnas
sqrt	Raíz cuadrada
sqrtm	Matriz raíz cuadrada
step	Dibujo de respuesta al escalón unitario
tan	Tangente
tanh	Tangente hiperbólica
text	Texto posicionado arbitrariamente
title	Titulo del dibujo
trace	Traza de una matriz
who	Lista de todas las variables ocupando un lugar en la memoria
xlabel	Etiqueta en el eje-x
ylabel	Etiqueta en el eje-y
zeros	Matriz Cero

Conversiones de modelos

MATLAB tiene comandos para las siguientes conversiones de modelos:

Conversión de espacio de estado a función de transferencia (ss2tf)

Conversión de función de transferencia a espacio de estado (tf2ss)

Conversión de espacio de estado a ceros y polos (ss2zp)

Conversión de ceros y polos a espacio de estado (zp2ss)

Conversión de función de transferencia a ceros y polos (tf2zp)

Conversión de ceros y polos a función de transferencia (zp2tf)

Conversión de tiempo continuo a tiempo discreto (c2d)

Operadores de matrices

La siguiente notación es usada en la operación con matrices:

+ Suma

- Resta

* Multiplicación

^ Potencia

´ Traspuesta conjugada

Operadores lógicos y relacionales

Los siguientes operadores lógicos y relacionales son usados en MATLAB:

< Menor que

<= Menor o igual

> Mayor que

>= Mayor o igual

= = Igual

~ = No igual

Los operadores lógicos son

& AND

| OR

~ NOT

Caracteres Especiales

Los siguientes caracteres especiales son usados en MATLAB:

[ ] Usado para formar matrices y vectores

( ) Precediendo expresiones aritméticas

´ Separa subíndices y funciones argumento

; Fin de hilera, suprime la impresión

: Generación de vectores, subscripting

¡ Ejecuta la operación comando del sistema

% Comentarios

Uso del operador punto y coma

El punto y coma es usado para suprimir la impresión. Cuando el ultimo carácter de una declaración es un punto y coma, la impresión es suprimida; pero el comando se ejecuta, solamente el resultado no es mostrado. Esta es una característica utilizada, puesto que la impresión de resultados intermedios puede no ser necesaria. También, al introducir una matriz, el punto y coma es usado para indicar el final de una hilera, excepto en la ultima hilera.

El uso del operador dos puntos

El operador : dos puntos juegan un papel muy importante en MATLAB. Este operador puede ser usado para crear vectores, para subíndice de matrices, y también para especificar los bucles de iteracione for. Por ejemplo, j : k es lo mismo que[j j+1 ….k].

Línea del programa iniciando con %

En este libro, muchos programas MATLAB son escritos con comentarios y recordatorios que explican pasos particulares hechos en el programa. Líneas de programa en MATLAB que inician con % son comentarios u observaciones. La notación % es similar al REM en BASIC. Una línea iniciando con % es usada para almacenar comentarios del programador u observaciones, y tales comentarios y observaciones no son ejecutados. Esto es, cualquier cosa apareciendo después de % en un programa de MATLAB es ignorado. Cuando los comentarios u observaciones necesitan mas de una línea de programa, cada línea debe iniciar con %.

Entrando y saliendo de MATLAB

En la mayoría de los sistemas, donde MATLAB esta instalado, para cargar MATLAB ejecutamos el comando MATLAB. Para salir de MATLAB, ejecutamos el comando **exit** o **quit**.

Como es usado MATLAB

MATLAB es usado en el modo de manejo de comandos. Cuando una sola línea de comandos es introducida, MATLAB Procesa esta inmediatamente y muestra los resultados. MATLAB, también es capaz de ejercer secuencias de comandos que estén almacenados en filas. Los comandos que fueron tecleados pueden ser llamados mas tarde usando las flechas del teclado ↑↓.

Variables en MATLAB

Una característica conveniente del MATLAB es que las variables no necesitan ser dimensionadas antes de ser usadas. En MATLAB, las variables son generadas automáticamente conforme ellas son usadas.
(Las dimensiones de las variables pueden ser alteradas mas tarde si es necesario). Tales variables permanecen en memoria hasta que el comando **exit** o **quit** es introducido.
Para obtener una lista de las variables en el espacio de trabajo, simplemente se teclea el comando **who**. Entonces todas las variables en el espacio de trabajo aparecen en la pantalla.
El comando **clear** elimina todas las variables no permanentes del espacio de trabajo.
Cuando es deseado eliminar solamente una variable particular, digamos x del espacio de trabajo, introduzca el comando **clear x**.

Como introducir comentarios en el programa MATLAB

Cuando se requiera introducir un comentario que se desea no sea ejecutado se usa el símbolo % en el inicio de la línea. El símbolo % indica que el resto de la línea es un comentario y que puede ser ignorado.

Como salvar variables al salir del MATLAB

Cuando **exit** o **quit** son tecleados, todas las variables son perdidas. Cuando el comando **save** es tecleado antes de salir, todas las variables son mantenidas en archivo del disco llamado matlab.mat.

INTRODUCIENDO MATRICES EN EL PROGRAMA MATLAB

Introduciendo señales de datos muestreados en el programa MATLAB

Vectores, que son matrices de 1x n o n x 1, son usados para contener señales de datos muestreados ordinarios de una dimensión, o secuencias. Una manera de introducir una secuencia en el MATLAB es introducir esta como una lista explícita de elementos. Note que los elementos deben ser separados por espacios en blanco o comas, como sigue:

x = [1 2 3 –4 –5]

O

x = [1,2,3,-4,-5]

Para lectura, es mejor proporcionar espacio entre los elementos. Como es mostrado, los valores deben ser introducidos dentro de paréntesis cuadrados.

La declaración

x = [1 2 3 –4 –5]

Crea una secuencia real de cinco elementos en un vector hilera. La secuencia puede ser introducida a un vector columna por una transposición. Esto es,

x = x'

Resulta en

```
x =
     1
     2
     3
    -4
    -5
```

Como introducir matrices en el MATLAB

Una matriz **A** puede ser introducida como un vector hilera como sigue:

A=[1.2 10 15;3 5.5 2;4 6.8 7]

Como es mostrado, los valores deben ser introducidos dentro de paréntesis cuadrados. Los elementos de cualquier hilera deben ser separados por espacios en blanco(o por comas). El final de cada hilera, excepto la ultima hilera, es indicada por un punto y coma.

Una matriz grande puede ser separada en varias líneas de entrada. Por ejemplo, consideremos la siguiente matriz **B:**

Esta matriz puede ser separada en cuatro líneas de entrada como sigue:

```
B=[1.5630  2.4572  3.1113  4.1051↵
    3.2211  1.0000  2.5000  3.2501↵
    1.0000  2.0000  0.6667  0.0555 ↵
     0.2345  0.9090 1.0000  0.3333]↵
```

Note que el **enter** (↵) reemplaza al punto y coma.

Como otro ejemplo, la matriz **C** es introducida como sigue:

C=[1 exp(-0.02); sqrt(2) 3]

Entonces la siguiente matriz es mostrada en la pantalla:

```
C=
      1.0000     0.9802
      1.4142      3.0000
```

Traspuesta y traspuesta conjugada

El apóstrofe (primo) define la traspuesta conjugada de una matriz. Cuando la matriz es real, la traspuesta conjugada es simplemente una traspuesta. Una matriz

A=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]

Se obtiene la siguiente matriz en la pantalla:

```
A=
      1 2 3
      4 5 6
      7 8 9
```

También cuando

B=A´

Es introducida, entonces vemos en la pantalla

B=

1 4 7

2 5 8

3 6 9

Suma y Resta

Matrices de las mismas dimensiones pueden ser sumadas o restadas (mismo numero de hileras y columnas). Consideremos las siguientes matrices **A** y **B:**

A=[2 3; 4 5; 6 7]

En la pantalla se muestra

A=

2 3

4 5

6 7

B=[1 0; 2 3; 0 4]

En la pantalla se muestra

B=

1 0

2 3

0 4

Para la suma de las dos matrices tales como A+B, se introduce

C=A+B

Entonces la matriz **C** aparece en la pantalla como

C=

3 3

6 8

6 11

Cuando un vector **x** es dado por

x = [5;4;6]

La pantalla muestra el vector columna como sigue:

x =

5

4

6

La siguiente entrada resta un 1 a cada elemento del vector x

y = x-1

La pantalla muestra

y =

4

3

5

Multiplicación de matrices

La multiplicación de matrices es representada por *. Consideremos

x = [1;2;3]; y = [4;5;6]; A= [1 1 2;3 4 0;1 2 5]

La entrada

x´*y

puede dar

ans=

32

También, la entrada

x*y´

pude dar

ans=

4 5 6

8 10 12

12 15 18

Similarmente, cuando nosotros introducimos

y*x´

la pantalla muestra

ans=

4 8 12

5 10 15

6 12 18

El producto de vectores – matrices es un caso especial del producto matriz- matriz. Por ejemplo, un producto de

b=A*x

produce

b=

9

11

20

Note que un escalar puede multiplicar, o ser multiplicado, por una matriz. Por ejemplo,

5*A

ans =

5	5	10
15	20	0
5	10	25

Corrección de letras y números mal escritos

Como usar las teclas de flechas en el teclado para editar comandos mal tecleados o para llamar líneas de comandos previas. Por ejemplo, cuando introducimos A=(1 1 2]. Entonces el primer paréntesis debe ser corregido. En lugar de teclear de nuevo la línea completa, se oprime la tecla de flecha hacia arriba. Esta línea incorrecta va a ser mostrada de nuevo. Usando la tecla de flecha izquierda, movemos el cursor sobre (y entonces tecleamos [y se oprime la tecla **delete**.

El MATLAB es sensitivo a las letras mayúsculas y minúsculas

Es importante recordar que MATLAB es sensitivo en el caso de los nombres de los comandos, funciones, variables. MATLAB distingue entre letras mayúsculas y minúsculas. Entonces x y X no son las mismas variables.

Todos los nombres de funciones deben ser en minúsculas; inv(A) invierte **A**, eig(A) da los valores característicos. Note que cuando el comando **casesen off** es introducido MATLAB es insensible a que las letras sean mayúsculas o minúsculas y INV(A) es igual a inv(A). Al emplear el comando **casesen off** ciertas precauciones son necesarias.

Consideremos el siguiente ejemplo. Supóngase que la matriz **A** es dada como

A=[0 1 0; 0 0 1; -6 –11 -6]

Introduciendo el comando inv(A) produce la inversa de la matriz **A**. Cuando se introduce el comando INV(A); la salida del MATLAB muestra un mensaje de error. Cuando nosotros introducimos el comando **casesen off**, la salida del MATLAB de nuevo muestra un mensaje de error.

Vea la siguiente salida del MATLAB:

```
A=[0 1 0;0 0 1;-6 –11 –6];
                    inv(A)
                    ans=
                      - 1.8333   -1.0000   -0.1667
                        1.0000    0          0
                        0         1.0000     0

                    INV(A)
[[[ Función o variable indefinida.
Símbolo en cuestión MM INV

                    casesen off
                    INV(A)
[[[Función o variable indefinida.
Símbolo en cuestión MM a
```

Para evitar esos mensajes de error, se debe introducir el siguiente enunciado

a=[A];

antes que el comando **casesen off** sea introducido. Entonces el comando INV(A) produce la inversa de la matriz **A**. Vea la siguiente salida de MATLAB:

```
A=[0 1 0;0 0 1;-6 –11 –6];
INV(A)
[[[ Función o variable indefinida.
Símbolo en cuestión MM INV

a=[A];
casesen off
INV(A)

ans=

    -1.8333   -1.0000   -0.1667
     1.0000    0         0
     0         1.0000    0
```

Introducción de una condición que no cabe en una sola línea

Una condición se termina normalmente con la tecla enter. Cuando la condición que esta siendo generada es muy grande para caber en una sola línea, una marca de tres o más puntos, …,seguido por la tecla enter, puede ser usada para indicar que la condición continua en la siguiente línea. Un ejemplo es:

```
x = 1.234+2.345+3.456+4.567+5.678+6.789…
     +7.890+8.901-9.012
```

Note que los espacios en blanco a los lados de los signos = (igual), + (mas), y el – (menos) son opcionales. A menudo estos espacios se ponen para mejorar la lectura.

Introducción de varias condiciones en la misma línea

Varias condiciones pueden ser puestas sobre la misma línea siendo separadas ellas por comas o por puntos y comas. Ejemplo

```
plot(x,y,'o'), text(1,20,'System 1'), text(1,15,'System 2')
```

y

```
plot(x,y,'o'); text(1,20,'System 1'); text(1,15,'System 2')
```

Generación de vectores

El dos puntos, : , es un carácter importante en MATLAB. La condición

```
t = 1:5
```

genera un vector hilera conteniendo los números del 1 al 5 con incrementos de uno. Este produce

```
t =
  1  2 3 4 5
```

Un incremento que no sea uno puede ser usado. Por ejemplo,

```
t = 1:0.5:3
```

resulta en

```
t =
    1.0000   1.5000   2.0000   2.5000   3.0000
```

Incrementos negativos pueden ser usados. Por ejemplo, la condición

```
t = 5:-1:2
```

da

```
t =
   5 4 3 2
```

Otras funciones generadoras de vectores incluyen linspace, que permite él numero de puntos en lugar de los incrementos.

x = linspace(-10,10,5)

da

```
x =
-10 -5 0 5 10
```

Enseguida consideraremos un vector **x** dado por

```
x= [2 4 6 8 10]
```

Vectores individuales o matrices completas pueden ser referenciadas con subíndices dentro de paréntesis. Por ejemplo, x(3) es el tercer elemento de **x** y x([1 2 3]) son los primeros tres elementos de **x** (estos son, 2,4,6). También para una matriz **A**, A(3,1) representa los elementos en la tercer hilera, primer columna de la matriz **A**.

Representación Gráfica de Curvas de Respuesta

MATLAB tiene una extensiva serie de rutinas para obtener las gráficas de las salidas. El comando **plot** crea dibujos lineales x-y. (Dibujos polares y logarítmicos son creados sustituyendo la palabra plot por loglog, semilogx, semilogy, o polar.). Todos los comandos son usados en la misma forma: únicamente se diferencian en como se escalan los ejes y como los datos son mostrados.

Dibujo x-y

Cuando **x-y** son vectores de la misma magnitud, el comando
plot(x, y)
Dibuja los valores de y contra x.

Dibujo de varias curvas

El dibujo de varias curvas sobre una misma gráfica, usa el comando dibujar con múltiples argumentos.
plot(X1, Y1, X2, Y2, ...,Xn, Yn)
Las variables X1, Y1, X2, Y2 ... son pares de vectores. Cada par x-y es graficado, generando múltiples curvas sobre el dibujo. Los argumentos múltiples tienen la ventaja de que permiten visualizar vectores de diferente magnitud sobre la misma gráfica. Cada par usa un tipo diferente de línea.
Dibujar mas de una curva sobre una gráfica también puede ser efectuado por el uso del comando **hold**. El comando **hold** congela el dibujo original y evita que sea borrado. Entonces las curvas subsecuentes pueden ser dibujadas sobre la curva original.

Introduciendo el comando **hold** de nuevo liberamos el dibujo original.

Agregar líneas de rejilla, titulo de la gráfica, etiqueta en el eje-x, y etiqueta en el eje-y.

Cuando una gráfica esta en la pantalla, las líneas de rejilla pueden ser dibujadas, la gráfica pude ser titulada, y los ejes x-y pueden ser etiquetados. Los comandos MATLAB para rejilla, titulo, las etiquetas del eje-x, las etiquetas del eje-y son:

grid (líneas de rejilla)
title (titulo de la gráfica)
xlabel (etiqueta del eje-x)
ylabel (etiqueta del eje-y)

Escribir texto sobre las gráficas de la pantalla

Para escribir un texto iniciando en el punto (X, Y) sobre la gráfica de la pantalla, use el comando

text(X, Y, ´text´)

Por ejemplo, la declaración

text(3,0.45, ´seno t´)

va a escribir **seno t** horizontalmente iniciando en el punto (3,0.45). También la declaración plot(x1,y1,x2,y2), text(x1,y1,´1´), text(x2,y2,´2´). Marca dos curvas las cuales pueden ser distinguidas fácilmente. Vea los ejemplos para escribir texto sobre las gráficas de la pantalla.

Ejemplo

Introduzca el siguiente programa MATLAB y muestre los resultados en una gráfica.

```
t=0:0.05:10;
```

```
y=sin(t)
z=cos(t)
plot(t,y,´o´,t,z,´x´)
grid
title(´Curvas Seno y Coseno´)
xlabel(´Segundos´)
ylabel(´y = Seno t ; z = Coseno t´)
text(3,0.45,´Seno t ´)
text(0.8,-0.3,´Coseno t´)
```

Note que el vector **t** es una división en el dominio del tiempo 0≤ t≤ 10 con incrementos de 0.05,mientras que **y** y **z** son vectores dando los valores del **seno** y del **coseno** en los puntos de la división. Los resultados están mostrados en la gráfica 4.4.1.

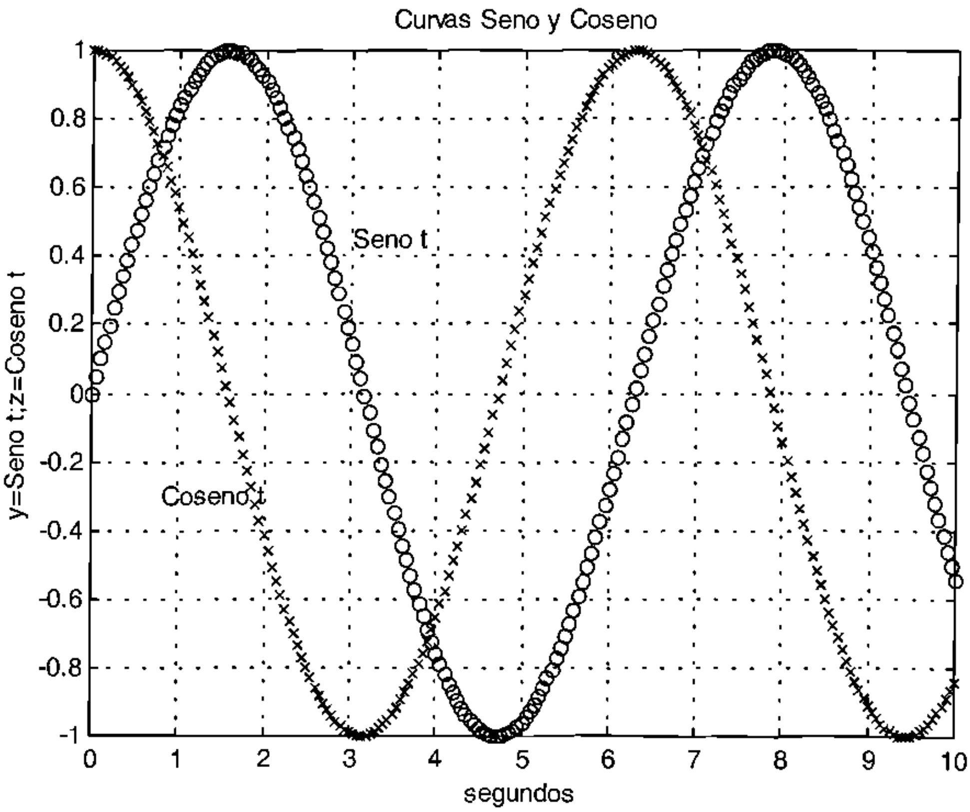


Figura 4.1.1 Curvas Seno y Coseno

Una impresión de la gráfica en la pantalla puede ser obtenida oprimiendo la tecla Print-Scrn.

Diagramas Polares

Polar (teta,ro) dará un diagrama en coordenadas polares de ángulo teta en (radianes) frente al radio ro. Utilice el comando **grid** para dibujar las líneas de rejilla del diagrama polar.

Diagramas Logarítmicos

log log: es un diagrama usando escalas log10-log10.
semilogx: es un diagrama usando escala semilog; el eje x es log10, mientras que el eje y es un eje lineal.
semilogy: es un diagrama usando escala semilog; el eje y es log10, mientras que el eje x es un eje lineal.

Otros tipos de dibujos

bar(x): muestra una gráfica de barras de los elementos del vector **x**; bar no acepta argumentos múltiples
stairs: similar a bar, pero perdiendo las líneas verticales; esto produce un dibujo de escalones útiles para graficar señales de tiempo discreto (datos muestreados).

Algoritmo de dibujo automático

En MATLAB los dibujos son automáticamente escalados. Este dibujo permanece como el original hasta que otro es dibujado, en tal caso el dibujo viejo es borrado y el eje es automáticamente reescalado. El dibujo automático de algoritmos para curvas de respuesta transitoria, Lugar geométrico de las raíces, diagramas de Bode, dibujos de Nyquist, y otros, son diseñados para trabajar con un amplio rango de sistemas pero no siempre son perfectos. Así, en algunas ocasiones, pude llegar a ser deseable no hacer caso a la característica de escalamiento automático del comando plot y seleccionar manualmente los limites de la gráfica.

Escalamiento manual de ejes

Cuando se desee dibujar una curva en una región especificada por

v=[x-min x-max y-min y-max]

Se introduce el comando axis(v), eje(v), donde v es un vector de cuatro elementos, fija los ejes escalando a los límites prescritos. Para dibujos logarítmicos, los elementos de v son log10 de los mínimos y los máximos. Ejecutando el eje(v) congela el escalamiento del eje común para dibujos subsecuentes. Tecleando **axis** de nuevo reasume el autoescalamiento. axis(´square´) fija la región de dibujo sobre la pantalla a que sea un cuadrado. Con razón de aspecto cuadrado, una línea con una pendiente de 1 da un ángulo de 45°, axis(´normal´) fija que la razón de aspecto retorne a su forma normal.

Tipo de dibujo

Usando el comando

plot(X,Y, ´x´)

se obtiene un dibujo usando unas **x**, mientras

plot(X1, Y1, ':',X2, Y2, '+')

Usa una línea punteada para la primera curva y el símbolo(+) para la segunda curva.

Otros tipos de líneas y de puntos son los siguientes:

Tipos de líneas		Tipos de puntos	
llena	___	punto	.
cortada	--	mas	+
punteada	:	estrella	*
cortada - punto	-.	circulo	°
		marca-x	x

Color

El enunciado

plot(X,Y´r´)

polt(X,Y´+g´)

Indica el uso de una línea roja en la primer gráfica y una marca + de color verde en la segunda.

Otros colores son

rojo	r
verde	g
azul	b
blanco	w
invisible	i

MODELOS MATEMATICOS DE SISTEMAS LINEALES

MATLAB tiene comandos que pueden transformar un modelo matemático de un sistema lineal a otro modelo matemático. Tales transformaciones de sistemas lineales es utilizada para resolver problemas de ingeniería de control y a continuación se dan algunos ejemplos.

Desarrollo en fracciones parciales de la función de transferencia

Consideremos la función de transferencia

$$\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{b(1)s^{n}+b(2)s^{n-1}+....+b(n)}{a(1)s^{n}+a(2)s^{n-1}+....+a(n)}$$

donde $a(1)\neq 0$, *pero algunos de los* $a(i)$ *y* $b(j)$ *pueden ser ceros*

Vectores hileras **num** y **den** especifican los coeficientes del numerador y denominador de la función de transferencia. Esto es,

num = [b(1) b(2) . . . b(n)]

den = [a(1) a(2) . . . a(n)]

El comando

[r,p,k] = residue(num,den)

encuentra los residuos, polos, y términos directos de una descomposición en fracciones parciales de la razón de los dos polinomios B(s) y A(s). La expansión en fracciones parciales de B(s)/A(s) es dada por.

$$\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{r(1)}{s-p(1)}+\frac{r(2)}{s-p(2)}+...+\frac{r(n)}{s-p(n)}+k(s)$$

Como un ejemplo, consideraremos la siguiente función de transferencia:

$$\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{2s^{3}+5s^{2}+3s+6}{s^{3}+6s^{2}+11s+6}$$

Para esta función

num = [2 5 3 6]

den = [1 6 11 6]

El comando

[r,p,k] = residue(num,den)

da el siguiente resultado:

```
r =
      -6.0000
      -4.0000
       3.0000
p =
      -3.0000
      -2.0000
      -1.0000

k =
      2
```

(Note que los residuos son dados en forma de vector columna r, los polos p son dados en forma de vector columna y él término directo en forma de vector hilera k.). Esta es la representación en MATLAB del siguiente desarrollo en fracciones parciales de B(s)/A(s)

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2s^3 + 5s^2 + 3s + 6}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{-6}{s+3} + \frac{-4}{s+2} + \frac{3}{s+1} + 2$$

El comando

[num,den] = residue(r,p,k)

donde r,p,k son dados en la salida previa de MATLAB, convierte el desarrollo en fracciones parciales a su forma original de polinomio B(s)/A(s), como se muestra a continuación:

[num,den] = residue(r,p,k)

```
num =
      2.0000   5.0000    3.0000    6.0000
den =
      1.0000    6.0000   11.0000    6.0000
```

Análisis de la Respuesta Transitoria para los sistemas de tiempo continuo

Introducción

La respuesta transitoria (tal como la respuesta a un escalón, respuesta a un impulso, y respuesta a una rampa) son usados frecuentemente para investigar las características en él domino del tiempo de los sistemas de control.

Las características de respuesta en el tiempo tales como el tiempo de elevación, tiempo de pico, sobrepaso máximo, tiempo de establecimiento, y error de estado estable pueden ser determinados de la respuesta a un escalón.

Cuando **num** y **den** (el numerador y denominador de la funcion de transferencia de lazo cerrado) son conocidos, comandos tales como

step(num, den), step(num, den, t)

Generan gráficas de respuesta a escalones unitarios. (El parámetro **t** en el comando escalón es un tiempo especificado por el usuario). El vector de tiempos se determina automáticamente cuando el parámetro **t** no se incluye explícitamente en el comando **step.**

Note que cuando el comando escalón tiene argumentos en el lado izquierdo tales como:

[y, x, t]=step(num, den, t)

no se muestra ninguna gráfica sobre la pantalla. Entonces se hace necesario usar el comando **plot** para ver las curvas de respuesta. La respuesta al impulso o la respuesta a una entrada rampa se pueden obtener multiplicando o dividiendo la función de transferencia de lazo cerrado por s y utilizando el comando **step**.

REPRESENTACION EN MATLAB DE SISTEMAS LINEALES

La función de transferencia de un sistema (en el dominio de s o z) es representada por dos arreglos de números. Consideremos el sistema.

$$G(s) = \frac{2s+4}{s^3+1.3s^2+7s+4}$$

Este sistema es representado como dos arreglos cada uno conteniendo los coeficientes de los polinomios en potencia decreciente de s como sigue:

num=[0 0 2 4]

den=[1 1.3 7 4]

Note que hay que rellenar con ceros donde sea necesario.

Es importante notar que cuando, por error, introducimos el denominador de esta función de transferencia como

den=[1 1,3 7 4]

este denominador es completamente diferente del correcto. Debido a la presencia de la coma entre 1 y 3, este denominador significa

den=[1 1 3 7 4]

Por eso la respuesta del sistema original y el sistema mal tecleado son completamente diferentes. Siempre evite esta clase de errores inocentes como teclear una coma en lugar de un punto.

4.1.5.- Procedimiento

Se verán ejemplos de sistemas para los cuales se obtendrá la respuesta a una entrada escalón, la obtención del Lugar de las Raíces y la obtención del Diagrama de Bode con MATLAB

Respuesta a un Escalón

Para obtener la respuesta a un escalón unitario de la función de transferencia de un sistema.

Consideremos un sistema cuya función de transferencia de lazo cerrado es:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{25}{s^2 + 4s + 25}$$

Se desea obtener un dibujo de la curva de respuesta a una entrada escalón unitario.

El programa MATLAB da un dibujo de la respuesta a un escalón unitario de este sistema.

Un dibujo de la curva de respuesta a un escalón unitario es mostrado en la figura 4.1.2

Programa MATLAB 4.1.1
%--------------Respuesta al escalón unitario-------------
%********Respuesta a un escalón unitario de la función de transferencia de un sistema**
%********Introducir el numerador y denominador de la función de transferencia*******
num=[0 0 25];
den=[1 4 25];
%**************Introduzca la el siguiente comando de respuesta escalón********
step(num,den)
%*************Introduzca la rejilla y titulo de la grafica***********
grid
title(`Respuesta a un escalon unitario de G(s)=25/(s^2+4s+25)`)

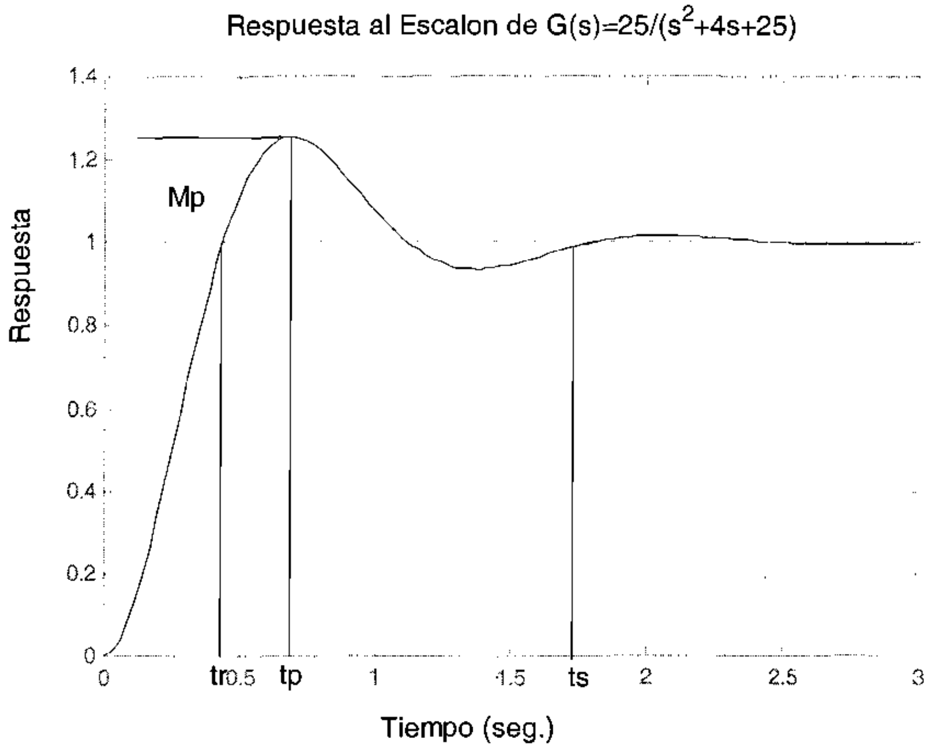


Figura 4.1.2 Respuesta a un Escalón

Lugar de las Raíces

En esta parte veremos como obtener el dibujo del lugar geométrico de las raíces usando el MATLAB varios ejemplos de sistemas serán analizados. Un numero de dibujos típicos de lugar geométrico de las raíces, junto con los programas de MATLAB son presentados. Ejemplo considere el sistema de control con retroalimentacion unitaria. La función de transferencia de lazo abierto del sistema es:

$$G(s) = \frac{k(s^2+1)}{s(s+2)} = \frac{k(s^2+1)}{s^2+2s}$$

El sistema tiene ceros de lazo abierto en s=j y s=-j. Los polos de lazo abierto están en s=0 y s=-2. Para obtener un dibujo del lugar geométrico de las raíces para este sistema, el siguiente programa MATLAB debe de introducirse en la computadora. Al escribir el vector numerador (num), los coeficientes del numerador no deben ser multiplicados por la ganancia **k**. Esto es, en lugar de

num =[k 0 k]

Debemos escribir

num =[1 0 1]

El lugar geométrico de las raíces obtenido en la computadora es mostrado en la figura 4.1.3, el programa en MATLAB para obtener el lugar de las raíces es mostrado a continuación.

Programa MATLAB 4.1.2

```
%----------Lugar de las raíces del sistema de control-------------
%---------Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia
num=[1 0 1];
den=[1 2 0];
%-------Introduzca el comando para encontrar el Lugar de las Raíces-----
rlocus(num,den);
%-------Introduzca la rejilla y él titulo del dibujo------
grid
title('Dibujo del lugar geométrico de las raíces de G(s)=k(s^2+1)/(s(s+2))')
```

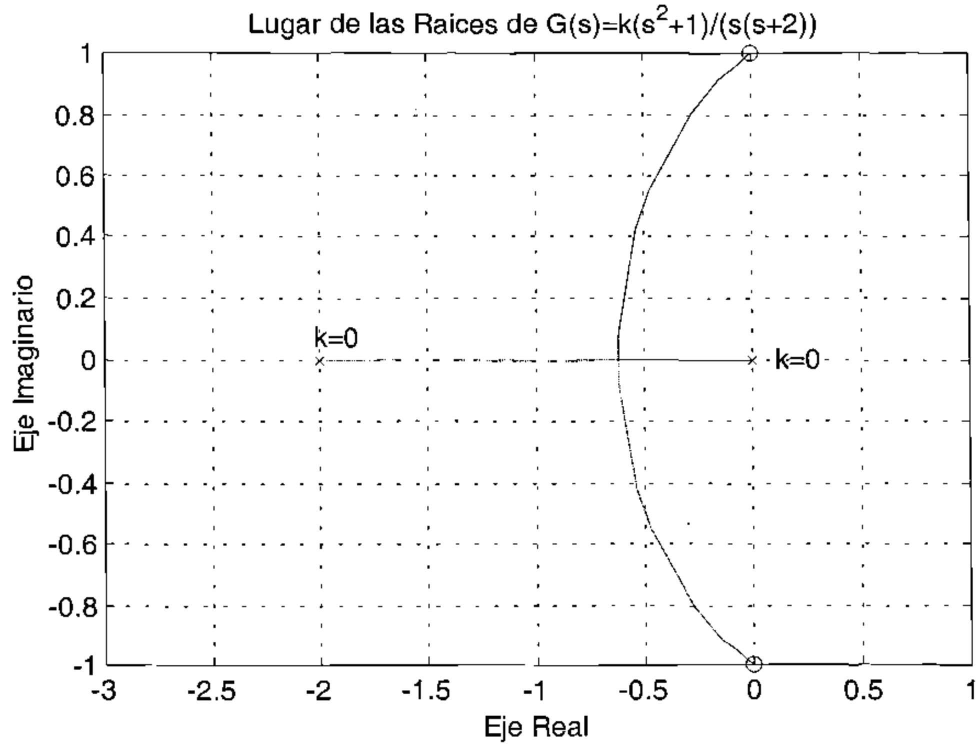


Figura 4.1.3 Lugar de las Raíces de un sistema con dos ceros y dos polos

Consideremos el sistema de control con retroalimentacion unitaria cuya función de transferencia de lazo abierto es:

$$G(s) = \frac{k(s+2)}{s^2+2s+3}$$

Los ceros de lazo abierto: s = -2

Los polos de lazo abierto: s=-1 + J 1.414, s = -1 -j1.414

Un programa en MATLAB para dibujar el lugar geométrico de las raíces para este sistema es mostrado en el programa 4.1.3. El dibujo del lugar geométrico de las raíces generado por la computadora es mostrado en la figura 4.1.4. Note que el lugar geométrico de las raíces es dibujado en el extremo izquierdo del diagrama.

Programa MATLAB 4.1.3

```
%------------------Dibujo del lugar de las raíces------------------
%-----------Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia-----
num=[0 1 2];
den=[1 2 3 ];
%-----------Introducir el siguiente comando para encontrar el Lugar de las Raíces-----
rlocus(num,den);
%---------Introduzca la rejilla y el titulo del dibujo-----
grid
title(`Dibujo del lugar geométrico de las raíces de G(s)=k(s+2)/(s^2+2s+3)`)
```

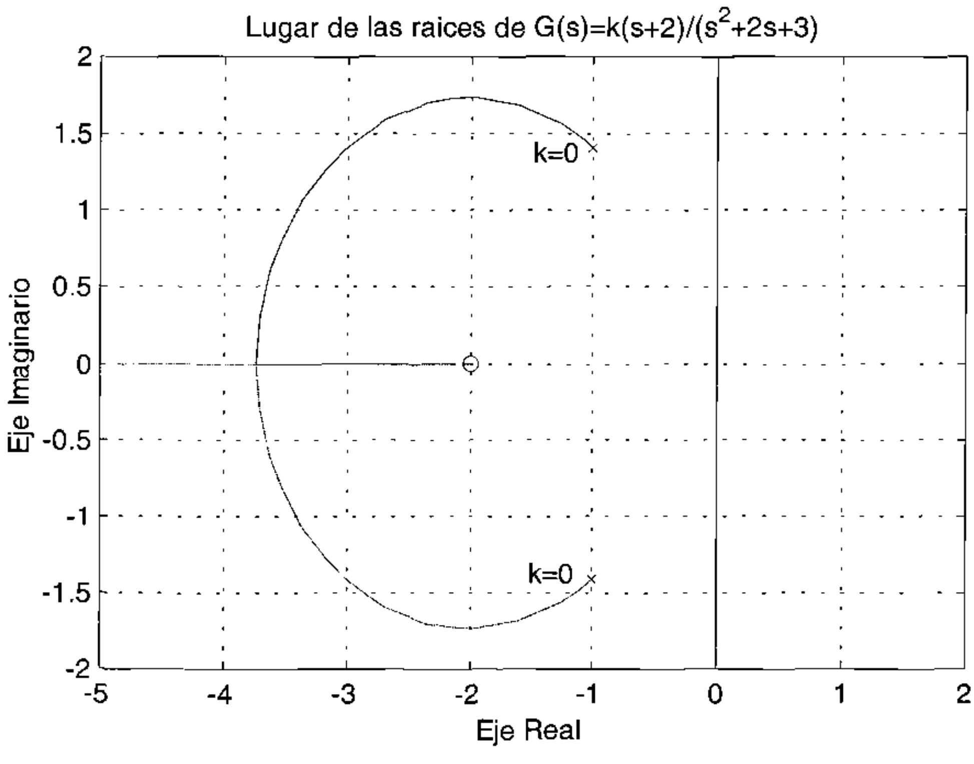


Figura 4.1.4 Lugar de las Raíces de un sistema con un cero dos polos

Cuando se desee dibujar el lugar geométrico de las raíces cerca del centro del diagrama es necesario anular la característica de escalado automático de ejes del comando **plot** y escoger manualmente los limites del dibujo. Cuando sea necesario seleccionar el eje x de –5 hasta 1 y el eje y desde –2 hasta 2 se introduce el siguiente comando:

```
v=[-5  1 –2  2]
axis(v)
```

El lugar de las raíces generado por la computadora basado en el programa de MATLAB 4.1.4 se muestra en la figura 4.1.5.

Programa MATLAB 4.1.4

```
%-------------------Dibujo del lugar de las raíces-------------------
%------------Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia-----
num=[0 1 2];
den=[1 2 3 ];
%------------Introducir el siguiente comando para encontrar el Lugar de las Raíces-----
rlocus(num,den);
v=[-5 1 –2 2];
axis(v);
%---------Introduzca la rejilla y el titulo del dibujo-----
grid
title(`Dibujo del lugar geométrico de las raíces de G(s)=k(s+2)/(s^2+2s+3)`)
```

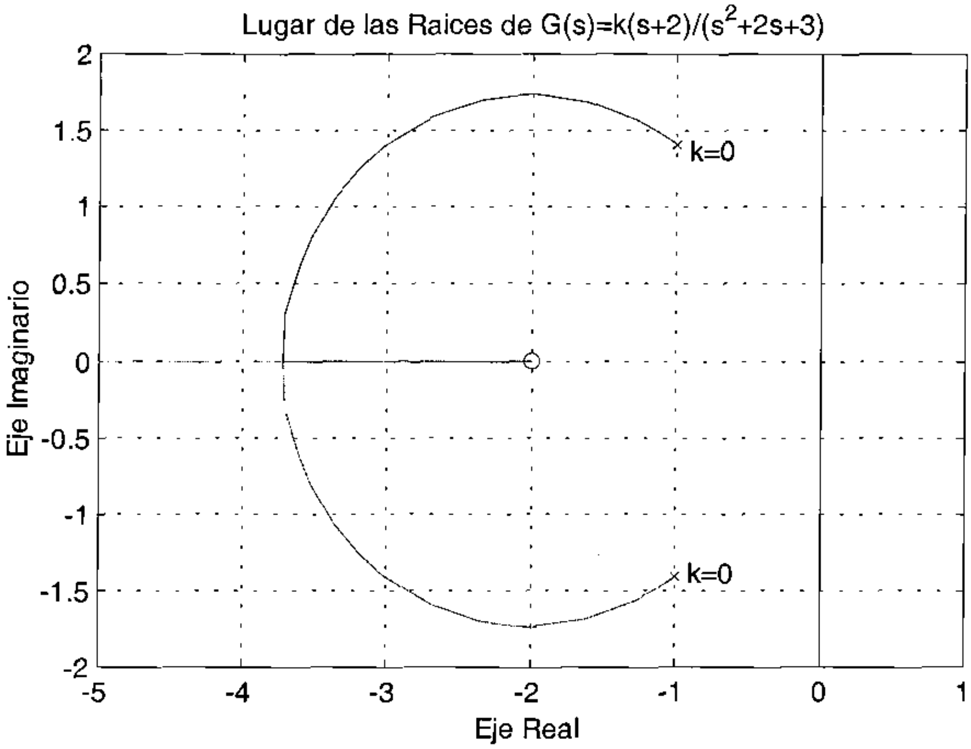


Figura 4.1.5 Lugar de las Raíces de un sistema con un cero y dos polos

Diagrama de Bode

El comando Bode calcula las magnitudes y ángulos de fase de la respuesta en frecuencia de sistemas continuos, lineales e invariables en el tiempo. Los diagramas de Bode se usan para analizar y diseñar sistemas de control. Los diagramas de Bode indican el Margen de ganancia, el Margen de fase, el ancho de banda, etc.

Considere la siguiente función de transferencia:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{25}{s^2 + 4s + 25}$$

Dibuje el diagrama de Bode para esta función de transferencia.
El programa para obtener el diagrama de Bode es mostrado a continuación, la gráfica del diagrama es mostrada en la figura 4.1.6.

Programa MATLAB 4.1.5

```
%----------- Diagrama de Bode------------
%----------- Del sistema cuya Y(s)/U(s) = 25/( s^2+4s+25)----------
%----------- Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia---------
num=[25];
den=[1 4 25];
%----------- Introduzca el siguiente comando para encontrar el diagrama de Bode-----------
bode(num,den)
%---------- Introduzca la rejilla y titulo de la grafica-------------
grid
title(`Diagrama de Bode de Y(s)/ U(s)=25/( s^2+4s+25) `)
```

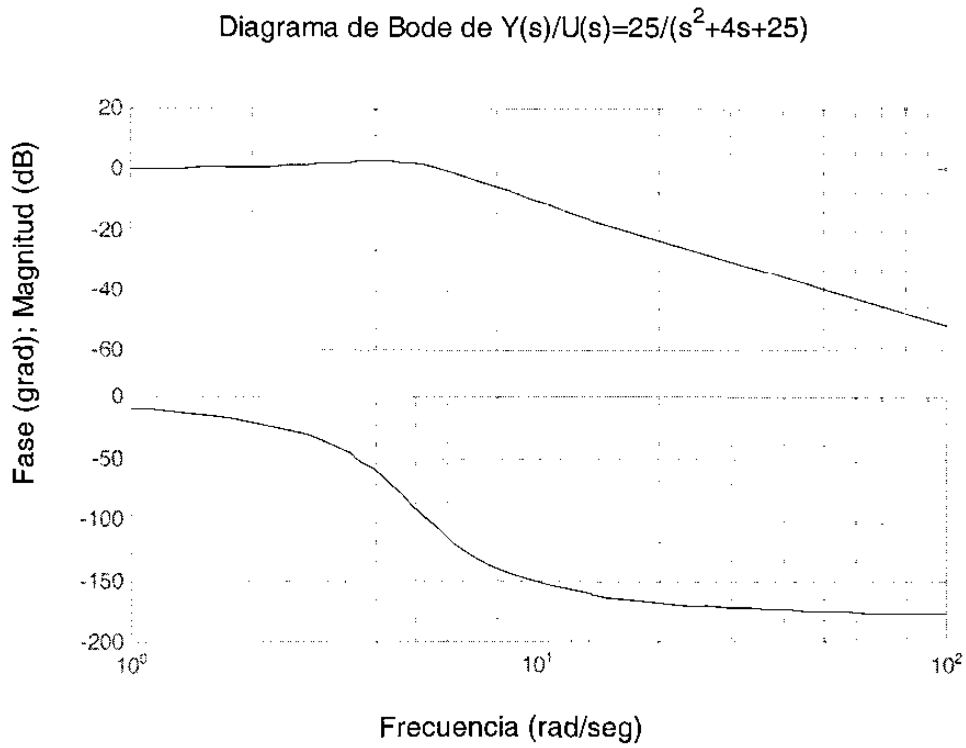


Figura 4.1.6 Diagrama de Bode

4.1.6.- Reporte.

1. ¿Con que letras deben de ser escritos los comandos en MATLAB?

2. ¿Cual es el significado de cada uno de los comandos de MATLAB que se dan a continuación:?

num, den, step, grid, title, rlocus, axis(v), bode

3. ¿Cómo deben ser dadas las funciones de transferencia que representan a los sistemas?

4. En la gráfica de respuesta en el tiempo haga una tabulación de salida contra tiempo

5. ¿Que representa el Lugar de las Raíces?

6. ¿Para que es empleado el Diagrama de Bode en el análisis y diseño de los sistemas de control.?

4.2

RESPUESTA EN EL TIEMPO DE UN SISTEMA DE PRIMER ORDEN

4.2.1.- Introducción.

El primer paso para analizar un sistema de control es obtener un modelo matemático del sistema. En el análisis y diseño de los sistemas de control, debemos de tener una base de comparación de funcionamiento de los diversos sistemas de control. Esta base se configura especificando señales de entrada de prueba y comparando las respuesta de varios sistemas a estas señales de entrada. En esta practica se obtendrá la respuesta en el tiempo de un sistema de primer orden para una entrada escalón. En teoría de control la entrada de referencia escalón, es tan común como el deseo de mover la salida de un sistema de un valor a otro. Se encontrará la ecuación de respuesta en el tiempo para los sistemas de primer orden, se hará notar el efecto que tienen la ubicación de los polos en la respuesta en el tiempo. Para esto se manejaran diferentes funciones de transferencia.

4.2.2.- Objetivo de la practica.

El objetivo de la practica es encontrar la forma que responden los sistemas representados por ecuaciones diferenciales de primer orden, o funciones de transferencia que representen sistemas de primer orden, cuando se aplica una entrada escalón unitario. Se encontrará que la rapidez de respuesta del sistema depende de la constante de tiempo (τ) del sistema.

Cuando la constante de tiempo (τ) es grande el sistema responde lentamente, cuando la constante de tiempo (τ) es pequeña el sistema será muy rápido en su respuesta en el tiempo. Se hace notar que todos los sistemas que tienen la misma función de transferencia, tienen la misma salida como respuesta a la misma entrada. Se pude dar una interpretación física a la respuesta matemática para cualquier sistema físico.

4.2.3.- Sistema de la practica.

El sistema que se analiza en la practica es un circuito RC al cual se le aplica un voltaje de corriente directa como entrada. El circuito es mostrado en la figura 4.2.1, en este circuito la entrada es un voltaje e(t) y la salida es el voltaje eo(t). La figura muestra la gráfica del voltaje de entrada y se desea encontrar la gráfica del voltaje de salida.

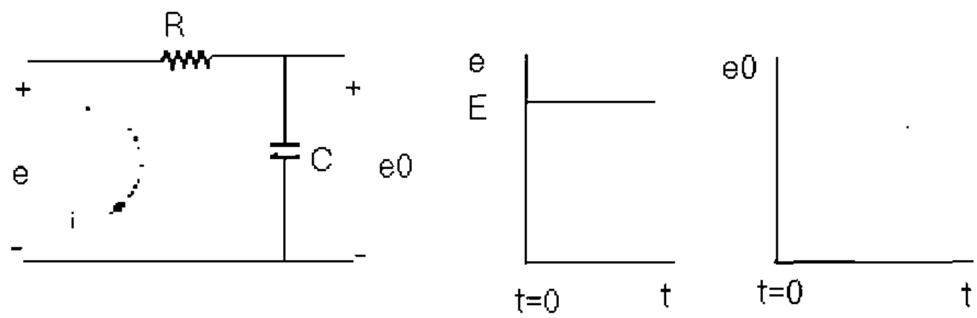


Figura 4.2.1 Circuito Eléctrico

La función de transferencia del circuito eléctrico es:

$$\frac{Eo(s)}{E(s)} = \frac{1}{RCs+1} = \frac{A}{\tau s+1}$$

Donde: RC = τ (constante de tiempo) seg.

A= Ganancia del sistema

4.2.4.- Teoría preliminar.

Considérese la función de transferencia de un sistema de primer orden, en este caso corresponde al circuito eléctrico anteriormente analizado.

$$\frac{Eo(s)}{E(s)} = \frac{1}{RCs+1} = \frac{A}{\tau s+1}$$

En este sistema de primer orden hay dos parámetros: τ = constante de tiempo del sistema τ = **RC**, **A**= ganancia del sistema que establece el valor final al que se aproxima la salida del sistema en la respuesta al escalón unitario. Y la entrada es e(t)= 1, un escalón unitario Hay un solo polo que se localiza en:

$$s = -\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{RC}$$

Para encontrar la respuesta al escalón, sea E(s)=1/s. Entonces, Eo(s) esta dada por

$$Eo(s) = \frac{\frac{A}{\tau}}{s(s+\frac{1}{\tau})}$$

La expansión en fracciones parciales para Eo(s) se obtiene fácilmente.

$$Eo(s) = \frac{\frac{A/\tau}{1/\tau}}{s} + \frac{\frac{A/\tau}{-1/\tau}}{s+1/\tau} = \frac{A}{s} - \frac{A}{s+\frac{1}{\tau}}$$

La respuesta al escalón e(t) esta dada por

$$eo(t) = A - Ae^{\frac{-t}{\tau}}$$

Lo primero que debe de tenerse en cuenta es que, si τ es negativa, de modo que el polo este en el semiplano derecho, la magnitud de la respuesta al escalón crece exponencialmente con el tiempo. Tal sistema es inestable. Si cualquiera de los polos esta en el semiplano derecho la exponencial asociada al polo es creciente y a la larga domina todas las otras respuestas. En la figura 4.2.2 se muestra una gráfica de **eo(t)** contra tiempo, como la descrita por la ecuación de **eo(t).**

La constante de tiempo τ determina la velocidad con la cual responde el sistema. A medida que el tiempo se aproxima a infinito la respuesta se aproxima al valor de la función de transferencia de la ecuación evaluada en s = 0; en este caso, **A =1**. A esto se le llama valor final de la respuesta. La salida sé gráfica en la ordenada como un porcentaje del valor final, y el tiempo, en la abscisa como él numero de constantes de tiempo. En el tiempo τ la respuesta alcanza el 63.2% de su valor final; en el tiempo 2τ alcanza el 86.5%. En la figura se pueden ver los valores en tres, cuatro y cinco constantes de tiempo. Frecuentemente el valor de 5τ se usa como una regla heurística para el tiempo en el que el efecto de un polo es completado esencialmente.

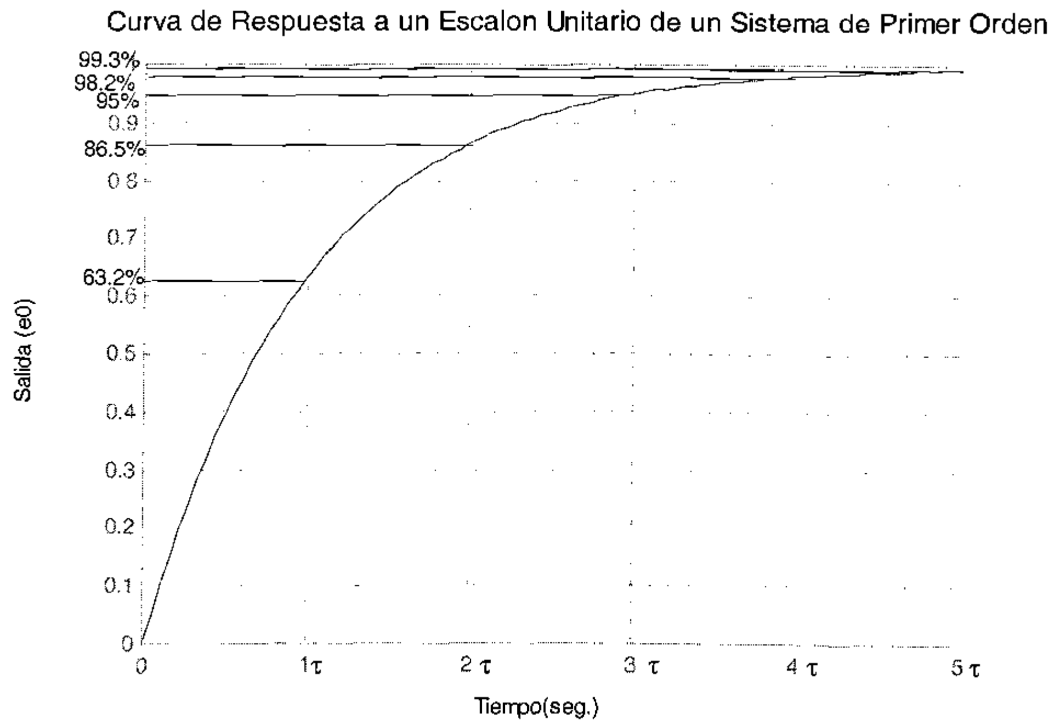


Figura 4.2.2 Respuesta a un escalón de un sistema de primer orden

La figura 4.2.3 muestra la ubicación del polo del sistema de primer orden en el plano complejo. Nótese que mientas τ aumenta, el polo del sistema de primer orden se mueve a lo largo de eje real negativo en dirección del origen, y la respuesta del sistema se hace más lenta. En general, si todos los polos de un sistema están en el semiplano izquierdo, en la medida que los polos estén alejados del origen, la respuesta del sistema será más rápida.

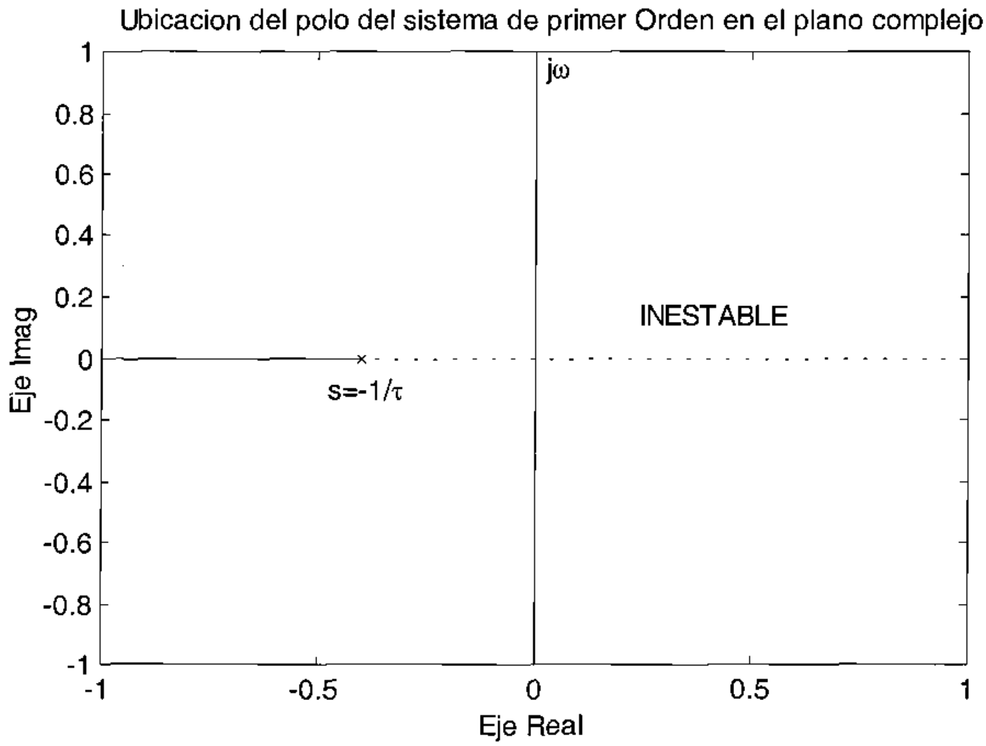


Figura 4.2.3 Ubicación del polo del sistema de primer Orden en el plano complejo

4.2.5.-Procedimiento.

Para obtener la gráfica de la curva de respuesta en el tiempo de un sistema de primer orden cuando se aplica como entrada un escalón. Se partirá de la función de transferencia del sistema. Serán varios sistemas de primer orden para diferentes valores de constantes de tiempo y ganancias.

$$\frac{Eo(s)}{E(s)} = \frac{1}{s+1} \quad donde\ \tau = 1\ y\ A = 1$$

$$\frac{Eo(s)}{E(s)} = \frac{5}{2.5s+1} \quad donde\ \tau = 2.5\ y\ A = 5$$

$$\frac{Eo(s)}{E(s)} = \frac{1}{10s+1} \quad donde\ \tau = 10\ y\ A = 1$$

Se obtendrá una gráfica de la curva de respuesta a un escalón unitario para cada una de las funciones de transferencia anteriormente dadas.

Con los programas en MATLAB se obtendrá una gráfica de la respuesta a un escalón unitario de estos sistemas de primer orden. Los programas en MATLAB son dados a continuación.

Programa MATLAB 4.2.1

```
%-----------------------Respuesta a un Escalón Unitario---------------------------------
%*****************Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de
%**un sistema de Primer Orden***
%******Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia*********
num=[0 1];
den=[1 1];
%******Obtenga las Raíces de la ecuación característica*******************
roots(den)
%******Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón************
step(num,den)
%********Introduzca la rejilla y él titulo de la gráfica con los siguientes comandos
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de G(s)=1/(s+1)')
```

Programa MATLAB 4.2.2

```
%-----------------------Respuesta a un Escalón Unitario---------------------------------
%*****************Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de
%**un sistema de Primer Orden***
%******Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia*********
num=[0 5];
den=[2.5 1];
%******Obtenga las Raíces de la ecuación característica*******************
roots(den)
%******Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón************
step(num,den)
%********Introduzca la rejilla y él titulo de la gráfica con los siguientes comandos
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de G(s)=1/(2.5s+1)')
```

Programa MATLAB 4.2.3

```
%-----------------------Respuesta a un Escalón Unitario---------------------------------
%*****************Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de
%**un sistema de Primer Orden***
%******Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia*********
num=[0 1];
den=[10 1];
%******Obtenga las Raíces de la ecuación característica*******************
roots(den)
%******Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón************
step(num,den)
%********Introduzca la rejilla y él titulo de la gráfica con los siguientes comandos
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de G(s)=1/(10s+1)')
```

4.2.6.- Reporte.

1. Demuestre que la función de transferencia corresponde al sistema mostrado.

2. Demuestre que la ecuación de respuesta en el tiempo es la mostrada.

3. Para cada una de las funciones de transferencia ¿cual es la constante de tiempo (τ)?

4. ¿Para cada función de transferencia donde están ubicados los polos?

5. ¿Que efecto tiene la ubicación del polo en la respuesta en el tiempo?

6. Dibuje la curva de respuesta en el tiempo para cada función de transferencia cuando la entrada aplicada es un escalón unitario.

7. Si la entrada aplicada fuera un escalón de magnitud 5 ¿como serian las curvas de respuesta en el tiempo para las tres funciones de transferencia?

4.3

RESPUESTA EN EL TIEMPO DE SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN, CUANDO LA ENTRADA APLICADA ES UN ESCALON

4.3.1.- Introducción.

Ya que el tiempo es la variable independiente empleada en la mayoría de los sistemas de control es de interés evaluar la respuesta en el tiempo, en la mayoría de los sistemas de control, la evaluación final del desempeño del sistema se basa en la repuesta en el tiempo. la respuesta en tiempo de un sistema de control se divide en dos partes la respuesta transitoria y la respuesta en estado estable.

$$y(t) = y_t(t) + y_{ss}(t)$$

$$y(t) = respuesta\ transitoria;\ y_{ss}(t) = respuesta\ en\ estado\ estable$$

En esta practica se va a encontrar la respuesta en tiempo de un sistema de segundo orden que tiene como entrada una señal escalón. El sistema de segundo orden es importante ya que es fácil de analizar y de entender. Por esta razón, frecuentemente las especificaciones del sistema de lazo cerrado se expresan en comparación con el comportamiento típico de un caso de segundo orden. En otras palabras, el desempeño de un sistema de orden superior se relaciona con un par de polos dominantes de segundo orden, es decir, el sistema de orden superior se aproxima por un sistema de segundo orden. De este modo, es importante él completo entendimiento del caso de segundo orden antes que se trate la respuesta total en el tiempo para el caso general.

4.3.2.- Objetivo de la practica.

El objetivo de la practica es encontrar la forma en que responden los sistemas representados por ecuaciones diferenciales de segundo orden o funciones de transferencias que representen sistemas de segundo orden, cuando la entrada aplicada es un escalón de magnitud unitaria. Todos los sistemas de control reales presentan un fenómeno transitorio antes de alcanzar la respuesta en estado estable, como la masa, la inercia y la inductancia son inevitables en los sistemas físicos, la respuesta de un sistema de control típico no puede seguir cambios súbitos de la entrada en forma instantánea, y normalmente se presentan transitorios. la respuesta del sistema depende de la posición de las raíces de la ecuación característica en el plano complejo. Y esta posición depende de los valores de ζ (relación de amortiguamiento) y de ωn (frecuencia natural sin amortiguamiento).

Se encontrara que para valores de $0<\zeta<1$ la respuesta obtenida es una respuesta oscilatoria. Para $\zeta=1$ la respuesta es ciriticamente amortiguada. Para $\zeta>1$ la respuesta es sobre amortiguada. La respuesta en estado estable de un sistema de control también es muy importante, ya que indica en donde termina la salida del sistema cuando el tiempo se hace grande, si la salida en estado estable del sistema no coincide con la entrada de referencia se dice que el sistema tiene un error de estado estable.

4.3.3.- Sistema de la practica.

El sistema que se analiza en la practica es un sistema mecánico, mostrado en la figura 4.3.1, constituido por una masa, un resorte y un amortiguador, la entrada escalón esta constituida por un desplazamiento de la terminal superior del resorte la cual se desplaza una longitud x(t) y se mantiene fija, se desea conocer el movimiento de la masa y(t).

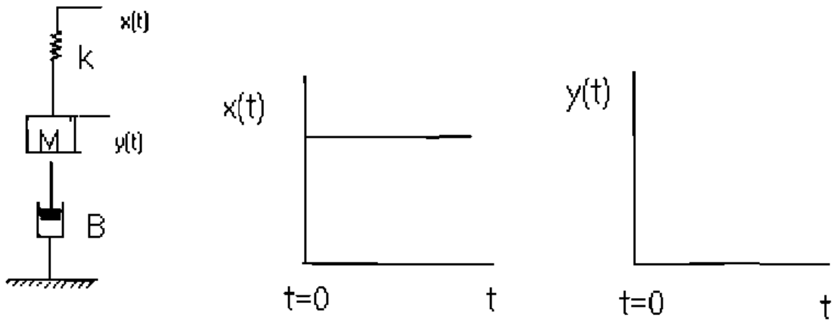


Figura 4.3.1 Sistema Mecánico

La función de transferencia del sistema mecánico mostrado en la figura es la que se muestra a continuación.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{K}{M}}{s^2 + \frac{B}{M}s + \frac{K}{M}}$$

La ecuación característica del sistema es:

$$s^2 + \frac{B}{M}s + \frac{K}{M} = 0$$

La respuesta en tiempo del sistema depende de la posición de las raíces de la ecuación característica en el plano complejo. Las raíces de la ecuación característica son:

$$s = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4MK}}{2M}$$

Su posición en el plano complejo depende de los valores de M, K, y B y por lo tanto la estabilidad y la respuesta en el tiempo del sistema.

4.3.4.- Teoría preliminar

Aquí el estudio se basa en la función de transferencia de segundo orden

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + {\omega_n}^2}$$

Donde R(s) es la transformada de Laplace de una entrada escalón y se supone que las condiciones iniciales son cero. Aquí la variable **ζ** (letra griega zeta) se llama factor (relación) de amortiguamiento y **ωn** (letra griega omega) se refiere a la frecuencia natural o sin amortiguamiento. La ecuación anterior se escribe en términos de estos parámetros para expresar la solución de manera más sencilla. Adicionalmente un numero de aspectos de la solución se escriben mas fácilmente en términos de **ζ** y de **ωn**.

Los orígenes físicos de la ecuación diferencial de segundo orden son muchos y muy variados. Por ejemplo, es típico de un circuito eléctrico que contiene como elementos una resistencia, un inductor y un capacitor. Una analogía mecánica es el sistema que consiste de un resorte, una masa y fricción viscosa. Aquí la, el sistema que se analiza es un sistema mecánico y la entrada aplicada es un escalón. La función de transferencia del sistema mecánico se muestra a continuación:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{K}{M}}{s^2 + \frac{B}{M}s + \frac{K}{M}}$$

La función de transferencia general de un sistema de segundo orden suponiendo condiciones iniciales cero es:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + {\omega_n}^2}$$

Las ecuaciones son iguales cuando:

$$\omega_n^{\,2} = \frac{K}{M} \qquad\qquad 2\zeta\omega_n = \frac{B}{M}$$

Por lo tanto mediante una selección apropiada de K y B es posible que ζ y ωn puedan adoptar el valor deseado. En otras palabras, al variar **K** y **B** es posible ajustar ζ y ωn y por lo tanto la respuesta del sistema mecánico.

La función de transferencia general de un sistema de segundo orden tiene los polos localizados en:

$$s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

La naturaleza de la respuesta depende casi completamente de la relación de amortiguamiento. El valor de ωn simplemente ajusta la escala de tiempo, como sé vera posteriormente. Si ζ es mayor que 1, ambos polos son reales y son dados por la siguiente ecuación:

$$s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

si ζ es igual a 1, ambos polos son iguales a s = $-\zeta\omega n$; y si ζ es menor que 1, los polos son complejos conjugados, dados mediante la siguiente ecuación:

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$

Al investigar la respuesta para el sistema es necesario encontrar la transformada inversa de Laplace de Y(s) para alguna R(s). Se escoge como entrada un escalón unitario puesto que esta es una entrada de prueba típica y útil. Para R(s)=1/s, Y(s) esta dada por

$$Y(s) = \frac{\omega_n^{\,2}}{s[(s+\zeta\omega_n)^2 + (\omega_n\sqrt{(1-\zeta^2)}\ )^2]}$$

Se ha escrito de esta forma la ecuación para enfatizar la estructura de polos complejos conjugados del sistema. La antitransformada de Y(s) es:

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\,\mathrm{sen}((\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\ )t + \phi)$$

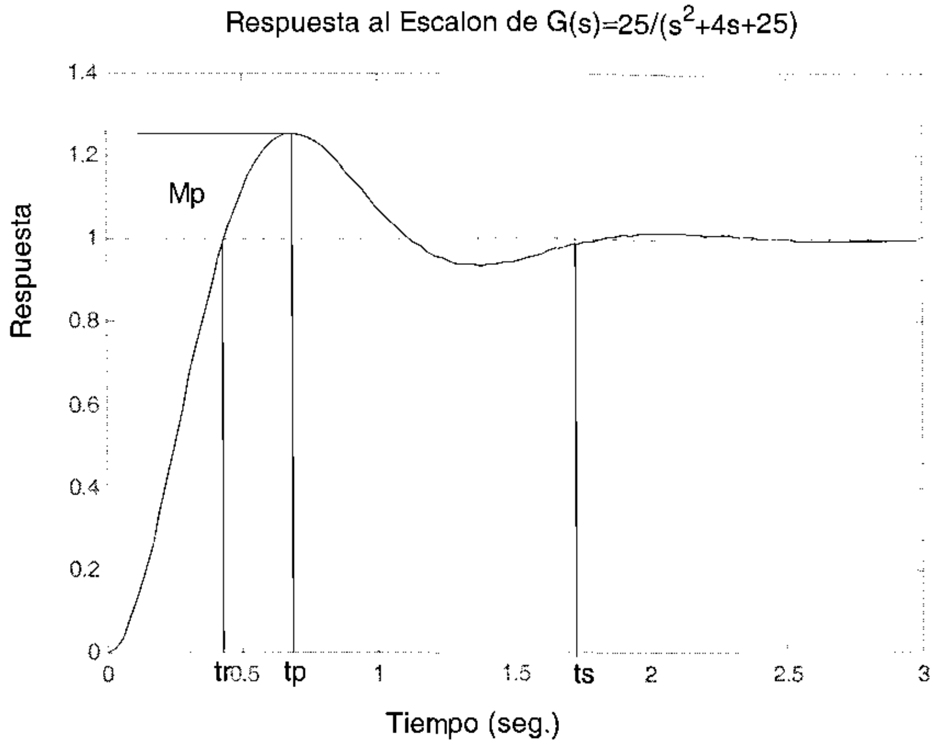
$$\phi = \mathrm{tg}^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

Aquí la frecuencia real de oscilación en radianes por segundo es:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

Se conoce como frecuencia natural amortiguada ωd.

La figura 4.3.2 muestra la respuesta de un sistema de segundo orden subamortiguado ζ<1 para una entrada escalón unitario



4.3.2 Respuesta al escalón de un sistema de segundo orden subamortiguado

La figura muestra las cantidades que caracterizan la respuesta transitoria del sistema de segundo orden.

4.3.5.- Procedimiento

Para obtener las gráficas de curva de respuesta en el tiempo de un sistema de segundo orden cuando se aplica una entrada escalón. Se partirá de la función de transferencia del sistema mecánico para diferentes valores de **B** (coeficiente de amortiguación viscosa), manteniendo constantes los valores de **M** (masa) =10 slug y **K** (constante elástica del resorte) = 100 lb/pie.

Sea la función de transferencia del sistema mecánico para diferentes valores de **B**:

$$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{10}{s^2+10}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{10}{s^2+2.529s+10}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{10}{s^2+6.32s+10}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{10}{s^2+3.724s+10}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{10}{s^2+63.2s+10}$$

Se desea obtener la gráfica de la curva de respuesta en el tiempo para cada una de las funciones de transferencia dadas anteriormente. Los programas en MATLAB darán una gráfica de la respuesta a un escalón unitario de los sistemas representados por las funciones de transferencia anteriores.

Programa MATLAB 4.3.1

```
%-----------------------Respuesta a un Escalón Unitario--------------------------------
*****************Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de
%***un sistema de Segundo Orden***
%******Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia*********
num=[0 0 10];
den=[1 0 10];
%******Obtenga las Raíces de la ecuación característica*******************
roots(den)
%******Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón************
step(num,den)
%********Introduzca la rejilla y él titulo de la gráfica con los siguientes comandos*
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de G(s)=10/(s ^2+10)')
```

Programa MATLAB 4.3.2

```
%-----------------------Respuesta a un Escalón Unitario----------------------------------
******************Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de
%**un sistema de Segundo Orden***
%******Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia*********
num=[0 0 10];
den=[1 2.529 10];
%******Obtenga las Raíces de la ecuación característica*******************
roots(den)
%******Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón************
step(num,den)
%********Introduzca la rejilla y él titulo de la gráfica con los siguientes comandos*
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de G(s)=10/(s^2+2.529s+10)')
```

Programa MATLAB 4.3.3

```
%-----------------------Respuesta a un Escalón Unitario----------------------------------
******************Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de
%**un sistema de Segundo Orden***
%******Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia*********
num=[0 0 10];
den=[1 3.724 10];
%******Obtenga las Raíces de la ecuación característica*******************
roots(den)
%******Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón************
step(num,den)
%********Introduzca la rejilla y él titulo de la gráfica con los siguientes comandos*
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de G(s)=10/(s^2+3.724s+10)')
```

Programa MATLAB 4.3.4
%---------------------Respuesta a un Escalón Unitario--------------------------------
*****************Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de
%**un sistema de Segundo Orden***
%******Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia********
num=[0 0 10];
den=[1 6.32 10];
%******Obtenga las Raíces de la ecuación característica******************
roots(den)
%******Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón***********
step(num,den)
%********Introduzca la rejilla y él titulo de la gráfica con los siguientes comandos*
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de G(s)=10/(s^2+6.32s+10)')

Programa MATLAB 4.3.5
%---------------------Respuesta a un Escalón Unitario--------------------------------
*****************Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de
%**un sistema de Segundo Orden***
%******Introduzca el numerador y denominador de la función de transferencia********
num=[0 0 10];
den=[1 63.2 10];
%******Obtenga las Raíces de la ecuación característica******************
roots(den)
%******Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón***********
step(num,den)
%********Introduzca la rejilla y él titulo de la gráfica con los siguientes comandos*
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de G(s)=1/(s^2+63.2s+10)')

4.3.6.- Reporte.

1.- Demuestre que la función de transferencia corresponde al sistema masa, resorte, amortiguador mostrado.

2.- Demuestre que la ecuación de respuesta en el tiempo es la mostrada.

3.- Para cada función de transferencia ¿donde están ubicados los polos del sistema en el plano complejo?. Encuentre los valores de $\boldsymbol{\zeta}$, **ωn y B** para cada función de transferencia.

4.- ¿Que efecto tiene la ubicación de los polos en el plano complejo en la respuesta en el tiempo?

5.- Obtenga la curva de respuesta en el tiempo para cada función de transferencia cuando la entrada aplicada es un escalón unitario.

6.- Encuentre los valores de tiempo de pico (**tp**), tiempo de crecimiento (**tr**), tiempo de establecimiento (**ts** para el 2%) y sobrepaso máximo porcentual (**Mp**), para cada una de las curvas de respuesta en el tiempo. Compare los valores anteriores con los obtenidos usando las formulas obtenidas en clase. Si los valores no coinciden explique él por que.

7.- Si el sistema que se analizó en la practica fuera un sistema de control de lazo cerrado de segundo orden y se le aplicara una entrada escalón unitario, ¿ que diferencia se tendría con los resultados obtenidos para el sistema mecánico?

4.4

ESTABILIDAD DE UN SISTEMA DE CONTROL DE LAZO CERRADO(CRITERIO DE ESTABILIDAD DE ROUTH).

4.4.1.- Introducción

Cualquier sistema físico se volverá inestable si alguno de los polos de lazo cerrado (raíces de la ecuación característica) se encuentran en el semiplano derecho del plano complejo **s**. La estabilidad de un sistema lineal en lazo cerrado se determina a partir de la ubicación de los polos de lazo cerrado en el plano **s**. Si alguno de los polos se encuentra en el semiplano derecho del plano **s**, entonces conforme aumenta el tiempo, producirá el modo dominante y la respuesta transitoria aumentará en forma monotónica u oscilara con amplitud creciente. Esto representa un sistema inestable. Para tal sistema, tan pronto como se conecta la alimentación, la salida aumenta con el tiempo. Si no ocurre una saturación en el sistema y no se incluye una detención mecánica, el sistema puede terminar por dañarse y fallar, dado que la respuesta de un sistema físico real no puede aumentar indefinidamente.

Si todos los polos de lazo cerrado se encuentran a la izquierda del eje **j**ω, cualquier respuesta transitoria termina por alcanzar el equilibrio. Esto representa un sistema estable.

El que un sistema lineal sea estable o inestable es una propiedad del sistema mismo y no depende de la entrada ni de la función de excitación del sistema. Los polos de la entrada, o de la función de excitación, no afectan la propiedad de estabilidad del sistema, sino solo contribuyen a los términos de respuesta en estado estable en la solución. Por lo tanto, el problema de estabilidad absoluta se soluciona con facilidad al no elegir polos de lazo cerrado en el semiplano derecho del plano s, incluyendo el eje **jω**. La figura 4.4.1 nos muestra el plano complejo **s**, con las regiones de Estabilidad e Inestabilidad.

El hecho que todos los polos de lazo cerrado se encuentren en el semiplano izquierdo del plano **s** no garantiza características satisfactorias de respuesta transitoria. Si los polos dominantes complejos conjugados de lazo cerrado se encuentran cerca del eje **jω**, la respuesta transitoria exhibirá oscilaciones excesivas o será muy lenta.

4.4.2.- Objetivo de la practica

El objetivo de la practica es encontrar la estabilidad de un sistema de control lineal. Es decir, ¿bajo qué condiciones se vuelve inestable un sistema?. Si es inestable, ¿cómo se estabiliza?. En la sección anterior se planteo que un sistema de control es estable si y solo si todos los polos de lazo cerrado quedan en el semiplano izquierdo del plano **s**. Dado que casi todos los sistemas lineales de lazo cerrado tienen funciones de transferencia de lazo cerrado de la forma

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

En donde las a y las b son constantes y m ≤ n, primero debemos factorizar el polinomio A(s) para encontrar los polos de lazo cerrado. Un criterio simple, conocido como criterio de estabilidad de Routh, permite determinar la cantidad de polos de lazo cerrado que se encuentran en el semiplano derecho del plano **s** sin tener que factorizar el polinomio. La figura 4.4.1 nos muestra el plano complejo **s**, con las regiones de Estabilidad e Inestabilidad. Los polos que están cercanos al eje imaginario en el semiplano izquierdo dan crecimiento a respuestas transitorias que decaerán relativamente despacio, los polos que están lejos del eje (relativos a los polos dominantes) corresponden a una respuesta de decaimiento rápido.

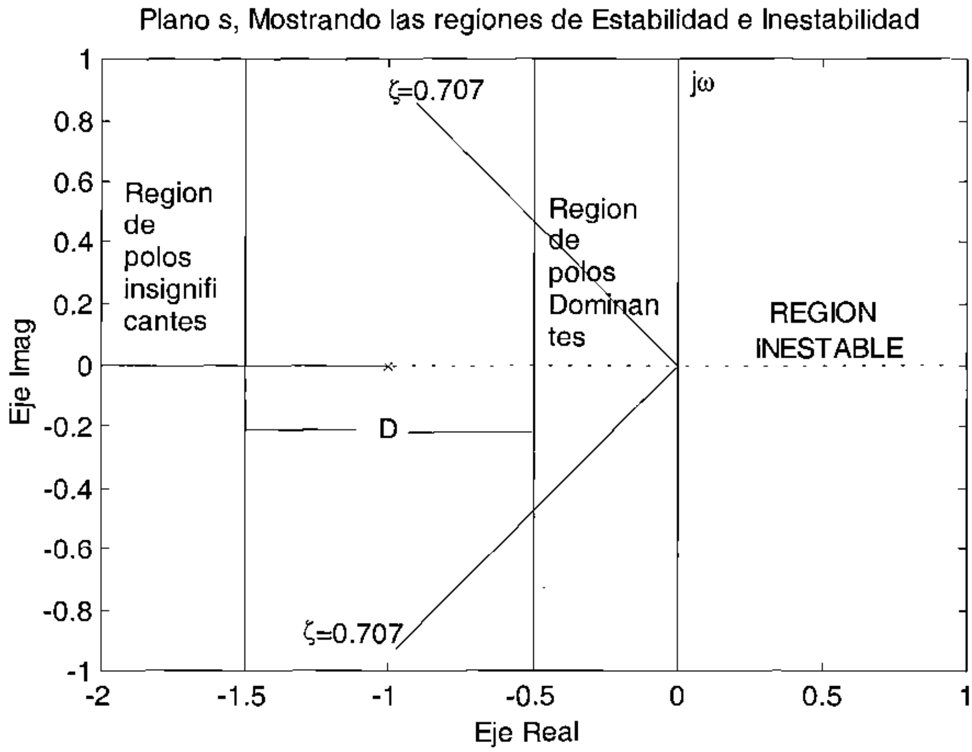


Figura 4.4.1 Plano **s** mostrando las regiones de Estabilidad e Inestabilidad

4.4.3.- Sistema de la practica

El sistema que se analiza en la practica es un sistema con retroalimentacion unitaria mostrado en la figura:

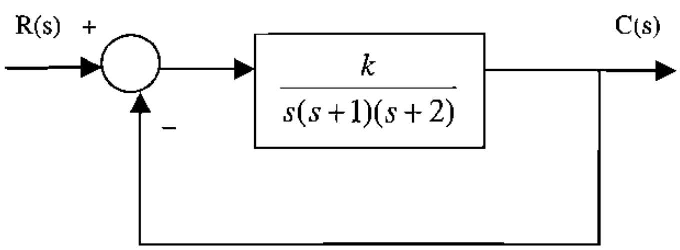


Figura 4.4.2 Sistema de Control con Retroalimentacion Unitaria

Cuya función de transferencia de lazo abierto es:

$$GH(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

La función de transferencia de lazo cerrado es:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k}{s^3 + 3s^2 + 2s + k}$$

La ecuación característica es : $s^3 + 3s^2 + 2s + k = 0$

La estabilidad del sistema depende de la posición de las raíces de la ecuación característica en plano complejo **s**. La posición de las raíces en el plano **s** depende del valor de **k**, para encontrar el rango de valores de **k** para los cuales el sistema es estable (todas las raíces de la ecuación característica están en el semiplano izquierdo del plano complejo **s)** es usado el criterio de estabilidad de Routh.

4.4.4.- Teoría preliminar

Un método obvio y directo para determinar la estabilidad de un sistema de control de lazo cerrado es el descomponer en factores el denominador de la función de transferencia de lazo cerrado C(s)/R(s). Una vez que se conocen todas las raíces, es fácil descubrir si todos los polos se encuentran en el semiplano izquierdo del plano **s**. Sin embargo, la descomposición del denominador en factores de C(s)/R(s.), puede ser muy difícil o incluso imposible si se presentan literales como coeficientes. Además, este procedimiento de descomposición en factores proporciona mas información de la que en realidad se necesita para responder a la pregunta de estabilidad.

No se necesita saber la exacta ubicación de cada polo que se obtiene por la descomposición en factores del denominador de la función de transferencia de lazo cerrado, pero si saber si todos los polos se encuentran en el semiplano izquierdo del plano **s**. De hecho, solo es necesario conocer si hay polos en el semiplano derecho del plano **s**.

Afortunadamente, hay procedimientos que permiten tener esta información mas fácilmente que con la completa descomposición en factores. Como dato adicional, estos procedimientos también son útiles para el diseño de sistemas. El criterio de Routh-Hurwitz. Este enfoque esta basado en pruebas algebraicas sobre los coeficientes del polinomio del denominador de C(s)/R(s).

Encontrando el polinomio del denominador de la función de transferencia de lazo cerrado sin factorizar, como:

$$A(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1}s + a_n$$

El criterio de Routh-Horwitz proporciona un método sencillo para determinar si todas las raíces de A(s) se encuentra en el semiplano izquierdo del plano s.

El método consiste de una inspección inicial. La inspección inicial consiste de examinar los coeficientes del polinomio para asegurar lo siguiente:

1.– *Todos los coeficientes de a_n están presentes*

2.– *Todos los coficientes de a_n son positivos*

Si el polinomio no, satisface ambas condiciones no se puede llegara a una conclusión sobre estabilidad.

Criterio de Routh-Hurwitz

El primer paso para usar el criterio de Routh –Hurwitz es la formación de un arreglo de números basado en los coeficientes del polinomio del denominador de la función de transferencia de lazo cerrado.

$$A(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \cdots + a_{n-1}s + a_n$$

Dicho arreglo se denomina arreglo de Routh y se forma de la siguiente manera:

$$\begin{array}{lllll}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \cdots \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 \cdots \\
s^{n-2} & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \cdots \\
s^{n-3} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \cdots \\
. & . & . & & \\
. & . & . & & \\
s^1 & F_1 & & & \\
s^0 & G_1 & & &
\end{array}$$

Los coeficientes B1, B2, B3,B4,etc., se evalúan como sigue:

$$B_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$
$$B_2 = \frac{a_1 a_4 - aoa_5}{a_1}$$
$$B_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$$
$$B_4 = \frac{a_1 a_8 - a_0 a_9}{a_1}$$
$$B_5 = \frac{a_1 a_{10} - a_0 a_{11}}{a_1}$$

La evaluacion de las B continua hasta que todas las restantes sean cero. En las filas posteriores se sigue el mismo procedimiento de multiplicación cruzada de los coficientes para la evalución de las C, F, G, etc. Es decir,

$$C_1 = \frac{B_1 a_3 - B_2 a_1}{B_1}$$
$$C_2 = \frac{B_1 a_5 - B_3 a_1}{B_1}$$
$$C_3 = \frac{B_1 a_7 - B_4 a_1}{B_1}$$

Este proceso continua hasta que el renglón enésimo esta completo. El conjunto completo de coeficientes es triangular.

El criterio de estabilidad de Routh establece que el sistema es estable si todos los coeficientes de la primer columna del arreglo son positivos.

$$a_0, a_1, B_1, C_1, \cdots, F_1, G_1$$

El número de raíces de la ecuación característica con partes reales positivas es igual a la cantidad de cambios de signo de los coeficientes de la primera columna del conjunto.

4.4.5.- Procedimiento

Para obtener la estabilidad de un sistema se sacan las raíces de la ecuación característica 1+GH(s) =0. Usando el criterio de estabilidad de Routh se tiene que poner la ecuación característica en forma de polinomio. Para el sistema dado la ecuación característica es:

$s^3 + 3s^2 + 2s + k = 0$

Usando el criterio de estabilidad de Routh el arreglo en hileras y columnas es:

s^3	1	2
s^2	3	k
s	$\frac{6-k}{6}$	
s^0	k	

De la hilera de **s** tenemos que la desigualdad

6 - k> 0 debe cumplirse

de la hilera de **s°** debe cumplirse

k > 0.

Entonces el sistema es estable para **0< k <6**

Se comprobará encontrando las curvas de respuesta en el tiempo y las raíces para varios valores de ganancia de lazo abierto **k** (0.5, 2, 4, 6, 8). Las funciones de transferencia de lazo cerrado para cada valor de **k** se muestran a continuación. Estas son:

$$\frac{C(s)}{R(s)}1 = \frac{0.5}{s^3 + 3s^2 + 2s + 0.5} \quad para \ \ k = 0.5$$

$$\frac{C(s)}{R(s)}2 = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 2s + 2} \quad para \ \ k = 2$$

$$\frac{C(s)}{R(s)}3 = \frac{4}{s^3 + 3s^2 + 2s + 4} \quad para \ \ k = 4$$

$$\frac{C(s)}{R(s)}4 = \frac{6}{s^3 + 3s^2 + 2s + 6} \quad para \ \ k = 6$$

$$\frac{C(s)}{R(s)}5 = \frac{8}{s^3 + 3s^2 + 2s + 8} \quad para \ \ k = 8$$

Los programas de MATLAB para encontrar las gráficas de Respuesta en el tiempo del sistema y para encontrar las raíces de la ecuación para los diferentes valores de **k** se dan a continuación.

Programa MATLAB 4.4.1

```
%----------------------------Respuesta en el tiempo de un sistema a una entrada escalón-------
%-----------------Introduzca el numerador y el denominador de función de transferencia—
num=[0 0.5];
den=[1 3 2 0.5];
%----------------Para encontrar las raíces de la ecuación característica------------------------
roots(den)
%---------------- Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón-------------------
step(num,den)
%---------------Introduzca la rejilla y titulo de la gráfica------------------------------------------
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de C(s)/R(s)1=0.5/(s^3+3s^2+2s+0.5)')
```

Programa MATLAB 4.4.2

```
%-----------------------------Respuesta en el tiempo de un sistema a una entrada escalón-------
%-----------------Introduzca el numerador y el denominador de función de transferencia—
num=[0 2];
den=[1 3 2 2];
%----------------Para encontrar las raíces de la ecuación característica-------------------------
roots(den)
%---------------- Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón-------------------
step(num,den)
%---------------Introduzca la rejilla y titulo de la gráfica------------------------------------------
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de C(s)/R(s)2=2/(s^3+3s^2+2s+2)')
```

Programa MATLAB 4.4.3

```
%-----------------------------Respuesta en el tiempo de un sistema a una entrada escalón-------
%-----------------Introduzca el numerador y el denominador de función de transferencia—
num=[0 4];
den=[1 3 2 4];
%----------------Para encontrar las raíces de la ecuación característica-------------------------
roots(den)
%---------------- Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón-------------------
step(num,den)
%---------------Introduzca la rejilla y titulo de la gráfica------------------------------------------
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de C(s)/R(s)3=4/(s^3+3s^2+2s+4)')
```

Programa MATLAB 4.4.4
%----------------------------Respuesta en el tiempo de un sistema a una entrada escalón-------
%----------------Introduzca el numerador y el denominador de función de transferencia—
num=[0 6];
den=[1 3 2 6];
%---------------Para encontrar las raíces de la ecuación característica-----------------------
roots(den)
%--------------- Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón------------------
step(num,den)
%--------------Introduzca la rejilla y titulo de la gráfica---
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de C(s)/R(s)4=6/(s^3+3s^2+2s+6)')

Programa MATLAB 4.4.5
%----------------------------Respuesta en el tiempo de un sistema a una entrada escalón-------
%----------------Introduzca el numerador y el denominador de función de transferencia—
num=[0 8];
den=[1 3 2 8];
%---------------Para encontrar las raíces de la ecuación característica-----------------------
roots(den)
%--------------- Introduzca el siguiente comando de respuesta a un escalón------------------
step(num,den)
%--------------Introduzca la rejilla y titulo de la gráfica---
grid
title('Respuesta a un escalón unitario de C(s)/R(s)5=8/(s^3+3s^2+2s+8)')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Salida')

4.4.6.- Reporte.

1.- Para cada función de transferencia ¿donde están ubicados los polos del sistema en el plano complejo?. Encuentre los valores de ζ y **ωn.**

2.- ¿Que efecto tiene la ubicación de los polos en el plano complejo en la respuesta en el tiempo?

3.- Obtenga la curva de respuesta en el tiempo para cada función de transferencia cuando la entrada aplicada es un escalón.

4.- Encuentre los valores de tiempo de pico(**tp**), tiempo de crecimiento(**tr**), tiempo de establecimiento (**ts** para el 2%) y sobrepaso máximo porcentual (%**Mp**), para cada una de las curvas de respuesta en el tiempo. Compare los valores anteriores con los obtenidos usando las formulas obtenidas en clase. Si los valores no coinciden explique él por que.

4.5

ESTABILIDAD DE UN SISTEMA DE CONTROL DE LAZO CERRADO USANDO EL LUGAR GEOMETRICO DE LAS RAICES

4.5.1.- Introducción.-

El desempeño dinámico del sistema de lazo cerrado, esta estrechamente ligada a la ubicación de los polos de lazo cerrado. Si el sistema tiene una ganancia variable, la ubicación de los polos de lazo cerrado depende del valor de la ganancia elegida. Por lo tanto es importante que el diseñador conozca como se desplazan los polos de lazo cerrado en el plano **s** al variar la ganancia. Las raíces de la ecuación característica las cuales son los polos de lazo cerrado, determinan la estabilidad relativa y absoluta de un sistema de lineal de una entrada y una salida. Se debe tener en mente que las propiedades transitorias también dependen de los ceros de la función de transferencia en lazo cerrado.

Desde el punto de vista del diseño, en algunos sistemas un simple ajuste de ganancia puede desplazar los polos de lazo cerrado a la posición deseada. Entonces el problema de diseño se puede convertir en la selección de un valor adecuado de ganancia. Si el solo ajuste de ganancia no brinda un resultado deseado, pude ser necesario agregar un compensador al sistema.

Hallar las raíces de la ecuación característica de grado superior a tres es laborioso, y requiere resolverse con una computadora. Sin embargo, el solo hecho de hallar las raíces de la ecuación característica puede ser de valor limitado pues, al variar la ganancia de la función de transferencia de lazo abierto, la ecuación característica cambia y los cálculos se deben repetir.

W. R. Evans desarrollo un método simple para hallar las raíces de a ecuación característica, utilizado extensamente en ingeniería de control. Este método, denominado **método del lugar de las raíces,** consiste en un procedimiento en que se trazan las raíces de la ecuación característica para todos los valores de un parámetro del sistema.
Así se pueden ubicar en la gráfica resultante las raíces correspondientes a un valor determinado de este parámetro. Nótese que este parámetro suele ser la ganancia, pero se puede utilizar cualquier otra variable de la función de transferencia de lazo abierto. A menos que se especifique lo contrario, se supone que el parámetro que se va a variar através de todos sus valores desde cero a infinito es la ganancia de función de transferencia de lazo abierto. Utilizando el método del lugar de las raíces, el diseñador puede predecir los efectos de la variación de la ganancia o la adición de nuevos polos y/o ceros de lazo abierto, tienen en la ubicación de los polos de lazo cerrado.

4.5.2.- Objetivo de la Practica

El objetivo de la practica es obtener el Lugar de las raíces de un sistema dado por una función de transferencia de lazo abierto,

$$GH(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

Se localizarán los polos de lazo cerrado para diferentes valores de ganancia de lazo abierto **k**, a cada valor de ganancia le corresponden 3 polos de lazo cerrado porque el sistema es de tercer orden (raíces de la ecuación característica) al aumentar el valor de la ganancia dos raíces van acercándose al eje **jω** (raíces dominantes) y una alejándose del eje **jω** y sobre el eje real σ. En la figura 4.5.1 se muestra el Lugar de las raíces para el sistema anteriormente dado. Se obtendrá la curva de respuesta en el tiempo para una entrada escalón unitario para cada valor de ganancia **k**, y obtener de ellas los valores de **tp**, **tr, ts, Mp**. Esto se hará para ver la relación que existe entre la posición de las raíces de ecuación característica en el plano complejo y la respuesta en el tiempo.

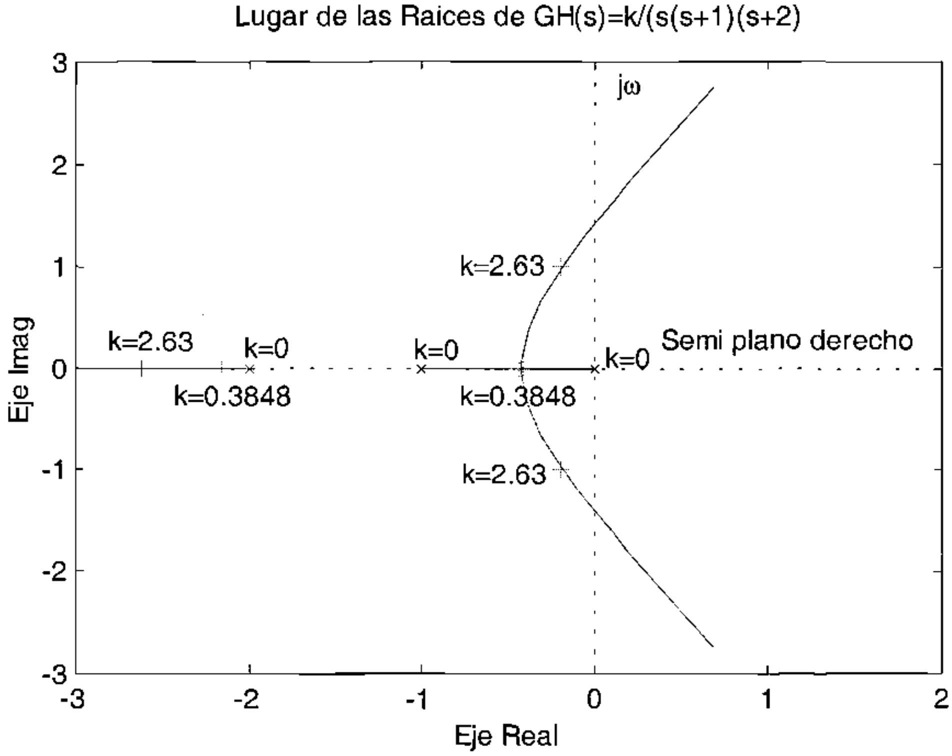


Figura 4.5.1 Lugar de las Raíces

4.5.3.- Sistema de la Practica

El sistema que se analiza en la practica es mostrado en la figura

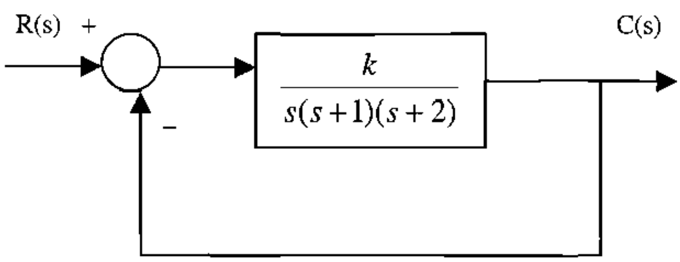


Figura 4.5.2 Sistema de Control con Retroalimentacion Unitaria

Cuya función de transferencia de lazo abierto es:

$$GH(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

La función de transferencia de lazo cerrado es:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k}{s^3 + 3s^2 + 2s + k}$$

La ecuación característica es : $s^3 + 3s^2 + 2s + k = 0$

La estabilidad del sistema depende de la posición de las raíces de la ecuación característica en plano complejo **s**. La posición de las raíces en el plano **s** depende del valor de **k**, para encontrar el rango de valores de **k** para los cuales el sistema es estable es usado el criterio de estabilidad de Routh, para encontrar el rango de valores de **k** para que sistema sea estable.

4.5.4.- Teoría Preliminar

Método del lugar de las Raíces

La idea básica del método del lugar de las raíces es que los valores de **s** que hacen que la función de transferencia de lazo abierto igual a –1 deben satisfacer la ecuación característica del sistema.

El lugar de las raíces de la ecuación característica del sistema en lazo cerrado al variar la ganancia de cero a infinito es lo que da al método su nombre. Un diagrama así indica claramente la contribución de cada cero o polo de lazo abierto, a la ubicación de los polos de lazo cerrado.

El método del lugar de las raíces permite hallar los polos de lazo cerrado, partiendo de los polos y ceros de lazo abierto tomando la ganancia como parámetro. Esto evita las dificultades inherentes a las técnicas clásicas, ya que brinda una presentación gráfica de todos los polos de lazo cerrado, para todos los valores de la ganancia de la función de transferencia de lazo abierto. Al diseñar un sistema de control de lineal, este método resulta muy útil, pues indica la forma en que hay que modificar la posición de los polos y ceros de lazo abierto para que la respuesta cumpla con las especificaciones de comportamiento del sistema. Este método resulta especialmente adecuado para obtener resultados aproximados en forma rápida.

Como el método es un procedimiento gráfico para hallar las raíces de la ecuación característica, brinda un método efectivo para hallar las raíces de cualquier ecuación polinomica que se presente en el estudio de sistemas físicos.

4.5.5.- Procedimiento

Se obtendrá el lugar de las raíces de un sistema cuya función de transferencia de lazo abierto es:

$$G(s)H(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)} = \frac{k}{s^3 + 3s^2 + 2s}$$

Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para varios valores de **k** (0.5,2,4,6,8), se encontrará que al aumentar la ganancia, las raíces dominantes se van acercando al eje **jω** hasta que pasan al semiplano derecho del plano **s**.

Se va a encontrar la respuesta en el tiempo para cada valor de ganancia de lazo abierto anteriormente dadas **k** (0.5,2,4,6,8). Las funciones de transferencia de lazo abierto y de lazo cerrado para los valores de **k** anteriormente indicadas son:

$$GH(s) = \frac{0.5}{s^3 + 3s^2 + 2s} \quad ; \quad \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{0.5}{s^3 + 3s^2 + 2s + 0.5} \qquad para \quad k = 0.5$$

$$GH(s) = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 2s} \quad ; \quad \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 2s + 2} \qquad para \quad k = 2$$

$$GH(s) = \frac{4}{s^3 + 3s^2 + 2s} \quad ; \quad \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{4}{s^3 + 3s^2 + 2s + 4} \qquad para \quad k = 4$$

$$GH(s) = \frac{6}{s^3 + 3s^2 + 2s} \quad ; \quad \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{6}{s^3 + 3s^2 + 2s + 6} \qquad para \quad k = 6$$

$$GH(s) = \frac{8}{s^3 + 3s^2 + 2s} \quad ; \quad \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{8}{s^3 + 3s^2 + 2s + 8} \qquad para \quad k = 8$$

Los programas en MATLAB para encontrar el Lugar de las Raíces(lo obtenemos usando la función de transferencia de lazo abierto), las raíces de la ecuación característica para diferentes valores de **k**, y las curvas de respuesta en el tiempo para cada valor de **k** se dan a continuación.

Programa MATLAB 4.5.1

%------------Lugar de las Raíces---------------
%------------Se obtendrá el lugar de las Raíces de un sistema cuya función de transferencia
%-----------de Lazo abierto es GH(s)=k/(s(s+1)(s+2))=k/(s^3+3s^2+2s)------
num=[1];
den=[1 3 2 0];
%----------Introduzca el siguiente comando para obtener el lugar de las Raíces-----
rlocus(num,den)
%----------Introduzca la rejilla y él titulo de la gráfica-----
grid
title('Lugar de las Raíces de GH(s)=k/(s(s+1)(s+2))')
xlabel('Eje Real')
ylabel(Eje Imaginario')
%------Se van a encontrar las Raíces de la Ecuación Característica para cuando k=0-----
roots(den)
%-----Con el siguiente comando se puede encontrar el valor de **k** y las raíces de la ecuación
%-----característica en cualquier punto del Lugar de las raíces.
[k,poles]=rlocfind(num,den)
%-----Éste comando se aplicará tantas veces como sea necesario.

Programa MATLAB 4.5.2

%----------Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para cuando k=0.5
%---La función de trasferencia de lazo abierto para k=0.5 es GH(s)=0.5/(s^3+3s^2+2)
num=[0.5];
den=[1 3 2 0];
%-----Introduzca el siguiente comando para encontrar el numerador y denominador de lazo
%---cerrado----
[numCL,denCL]=cloop(num,den)
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar las raíces de ecuación característica
roots(denCL)
%----------Se va a encontrar la respuesta a una entrada escalón del sistema cuya función de
%--transferencia de lazo cerrado es C(s)/R(s)=0.5/(s^3+3S^2+2s+0.5)
%--Introduzca el comando de la respuesta a un escalón step-------
%--Introduzca el tiempo t especificado por el usuario en el comando step-----
t=0:0.1:20
step(numCL,denCL,t)
%----------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Respuesta en el tiempo a una entrada escalón de C(s)/R(s)=0.5/(s^3+3s^2+2s+0.5)')
xlabel('tiempo')
ylabel('salida')

Programa MATLAB 4.5.3

```
%---------Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para cuando k=2
%---La función de trasferencia de lazo abierto para k=2 es GH(s)=2/(s^3+3s^2+2)
num=[2];
den=[1 3 2 0];
%---Introduzca el siguiente comando para encontrar el numerador y denominador de lazo
%---cerrado-----
 [numCL,denCL]=cloop(num,den)
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar las raíces de ecuación característica
roots(denCL)
%---------Sé va a encontrar la respuesta a una entrada escalón del sistema cuya función de
%--transferencia de lazo cerrado es C(s)/R(s)=2/(s^3+3S^2+2s+2)
%--Introduzca el comando de la respuesta a un escalón step-------
step(numCL,denCL)
%---------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Respuesta en el tiempo a una entrada escalón de C(s)/R(s)=2/(s^3+3s^2+2s+2)')
xlabel('tiempo')
ylabel('salida')
```

Programa MATLAB 4.5.4

```
%----------Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para cuando k=4
%---La función de trasferencia de lazo abierto para k=4 es GH(s)=4/(s^3+3s^2+2)
num=[4];
den=[1 3 2 0];
%---Introduzca el siguiente comando para encontrar el numerador y denominador de lazo
%---cerrado-----
 [numCL,denCL]=cloop(num,den)
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar las raíces de ecuación característica
roots(denCL)
%----------Se va a encontrar la respuesta a una entrada escalón del sistema cuya función de
%--transferencia de lazo cerrado es C(s)/R(s)=4/(s^3+3S^2+2s+4)
%--Introduzca el comando de la respuesta a un escalón step-------
step(numCL,denCL)
%----------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Respuesta en el tiempo a una entrada escalón de C(s)/R(s)=4/(s^3+3s^2+2s+4)')
xlabel('tiempo')
ylabel('salida')
```

Programa de MATLAB 4.5.5

```
%----------Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para cuando k=6
%---La función de trasferencia de lazo abierto para k=6 es GH(s)=6/(s^3+3s^2+2)
num=[6];
den=[1 3 2 0];
%---Introduzca el siguiente comando para encontrar el numerador y denominador de lazo
%---cerrado-----
 [numCL,denCL]=cloop(num,den)
roots(denCL)
%----------Se va a encontrar la respuesta a una entrada escalón del sistema cuya función de
%--transferencia de lazo cerrado es C(s)/R(s)=6/(s^3+3S^2+2s+6)
%--Introduzca el comando de la respuesta a un escalón step-------
step(numCL,denCL)
%----------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Respuesta en el tiempo a una entrada escalón de C(s)/R(s)=6/(s^3+3s^2+2s+6)')
xlabel('tiempo')
ylabel('salida')
```

Programa MATLAB 4.5.6

```
%----------Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para cuando k=8
%---La función de trasferencia de lazo abierto para k=8 es GH(s)=8/(s^3+3s^2+2)
num=[8];
den=[1 3 2 0];
%-----El siguiente comando es para encontrar el numerador y denominador de lazo cerrado
[numCL,denCL]=cloop(num,den)
roots(denCL)
%----------Se va a encontrar la respuesta a una entrada escalón del sistema cuya función de
%--transferencia de lazo cerrado es C(s)/R(s)=8/(s^3+3S^2+2s+8)
step(numCL,denCL)
%----------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Respuesta en el tiempo a una entrada escalón de C(s)/R(s)=8/(s^3+3s^2+2s+8)')
xlabel('tiempo')
ylabel('salida')
```

4.5.6.- Reporte.

1.- Para cada función de transferencia ¿donde están ubicados los polos de lazo cerrado del sistema en el plano complejo?. Encuentre ζ y ωn para cada función de transferencia.

2.- Obtenga la curva de respuesta en el tiempo para cada función de transferencia cuando la entrada aplicada es un escalón unitario.

3.- Encuentre los valores de tiempo de pico (**tp**), tiempo de crecimiento (**tr**), tiempo de establecimiento(**ts** 2%) y sobrepaso máximo porcentual (%**Mp**), para cada una de las curvas de respuesta en el tiempo. Compare los valores anteriores con los obtenidos usando las formulas obtenidas en clase. Si los resultados no coinciden explique la causa.

4.6

EFECTO DE LA ADICION DE POLOS O CEROS SOBRE EL LUGAR GEOMETRICO DE LAS RAICES.

4.6.1.- Introducción

El diseño exitoso de un sistema de control no depende solamente de la selección de valores de los parámetros del sistema, de tal forma que se coloquen apropiadamente las raíces de la ecuación característica. La adición de polos y ceros a las funciones de transferencia de lazo abierto y de lazo cerrado tienen efectos variantes en la respuesta transitoria del sistema en lazo cerrado.

Efectos de la adición de Polos.

El agregar un polo a la función de transferencia de lazo abierto tiene el efecto de mover el lugar de las raíces hacia el semiplano derecho del plano **s**, causando que la parte compleja se mueva hacia el semiplano derecho de **s** tendiendo a disminuir la estabilidad relativa y aumentar el tiempo de establecimiento de la respuesta del sistema. (Recuerde que agregar un control integral agrega un polo en el origen, haciendo al sistema menos estable). La figura 4.6.1 muestra un ejemplo del lugar de las raíces de un sistema con dos polos, en la figura 4.6.2 se muestra el lugar de las raíces del sistema al cual se le a agregado un polo en ella se ilustran los efectos de la adición de un polo a un sistema con dos polos. Se puede sacar una conclusión general de que la adición de polos a G(s)H(s) tiene el efecto de mover la porción dominante del lugar geométrico de las raíces hacia el semiplano derecho del plano **s**.

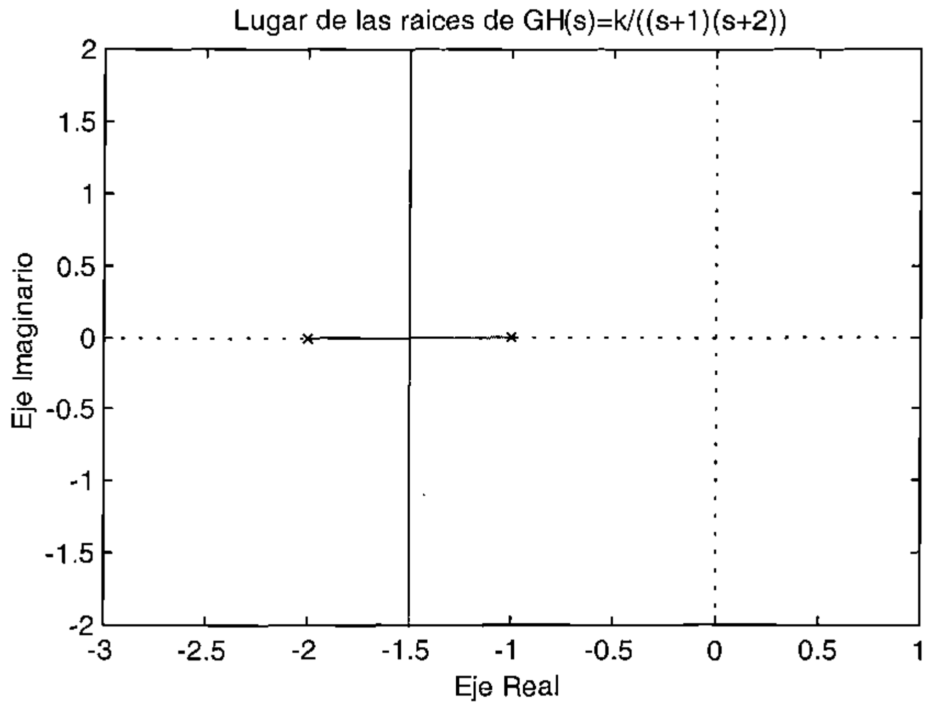


Figura 4.6.1 Diagrama del Lugar de las Raíces de un Sistema con dos polos

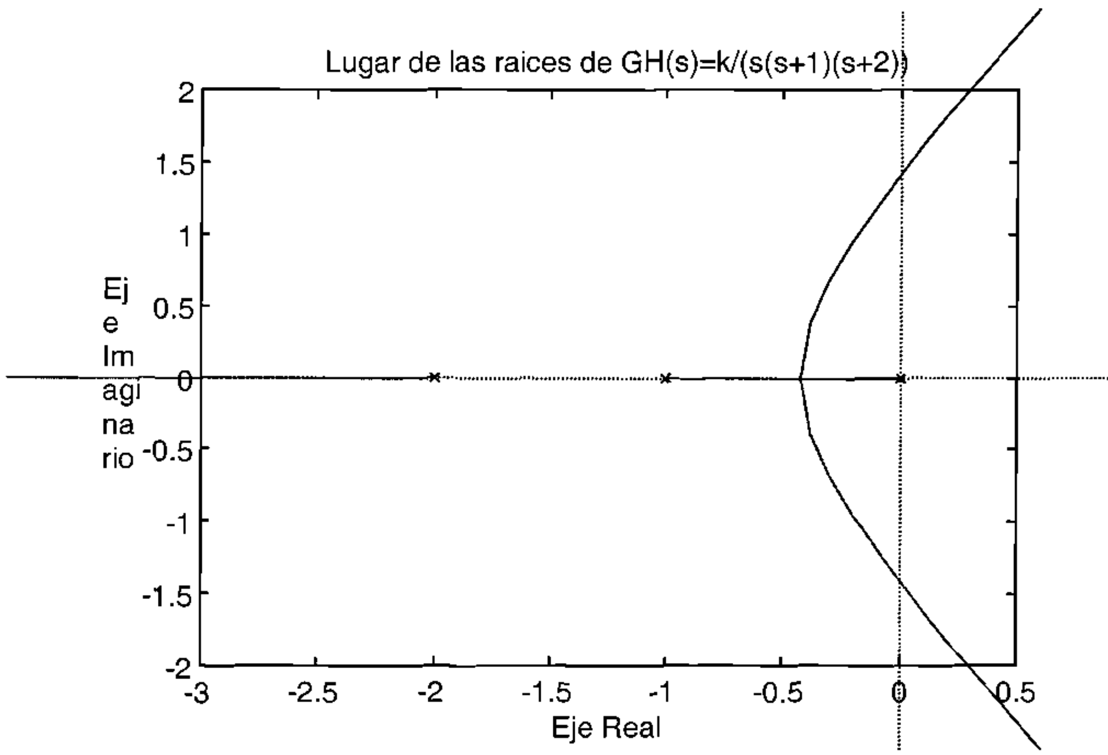


Figura 4.6.2 Diagrama del lugar de las Raíces de un sistema de tres polos

Efectos de la Adición de Ceros.

El agregar un cero a la función de transferencia de lazo abierto tiene el efecto de mover y colocar el lugar de las raíces hacia el semiplano izquierdo del plano **s**, tendiendo a hacer al sistema más estable y a disminuir el tiempo de establecimiento de la respuesta.

(Físicamente, agregar un cero a la función de transferencia directa significa agregar control derivativo al sistema. El efecto de este control es introducir cierto grado de anticipación al sistema y acelerar la respuesta transitoria). La figura 4.6.3 muestra el lugar de las raíces para un sistema estable con ganancias pequeñas, pero inestable con ganancia grande.

La figura 4.6.4 muestra el lugar de las raíces para el sistema cuando se agrega un cero a la función de transferencia de lazo abierto.

Nótese que cuando se agrega un cero al sistema la estabilidad relativa se incrementa, el sistema se hace estable para todos los valores de la ganancia. Se puede sacar una conclusión general de que la adición de ceros a G(s)H(s) tiene el efecto de mover la porción dominante del lugar geométrico de las raíces hacia el semiplano izquierdo del plano **s.**

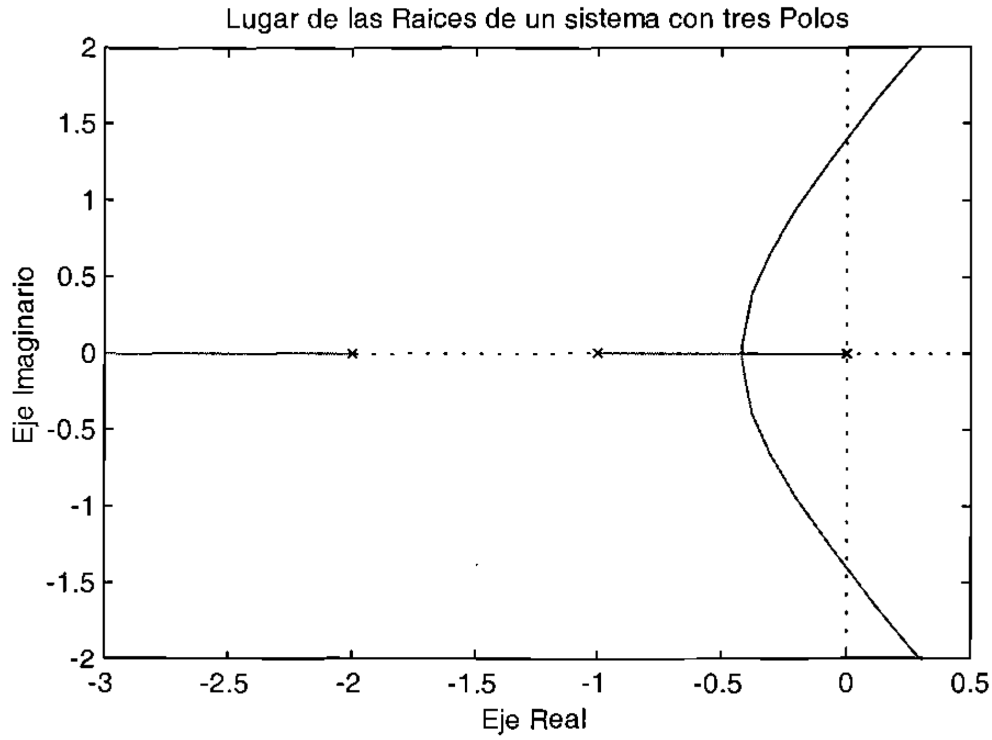


Figura 4.6.3 Lugar de las raíces de un sistema con tres Polos.

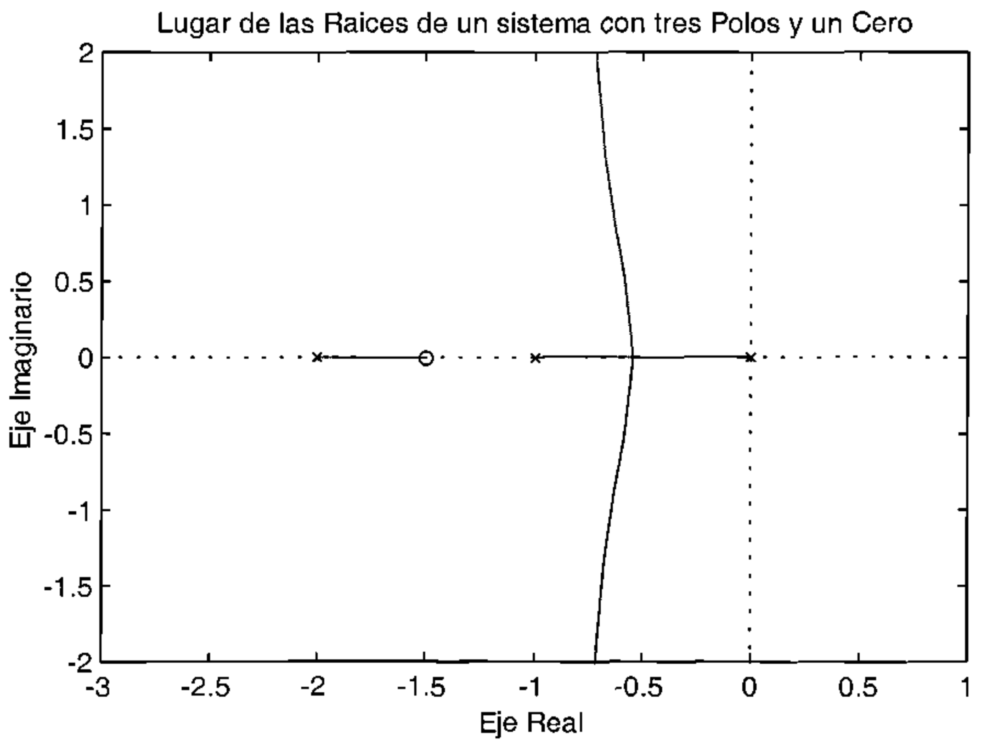


Figura 4.6.4 Lugar de las Raíces de un sistema con tres polos y un cero

4.6.2.- Objetivo de la Practica

El objetivo de la practica es notar que el efecto de la adición de los polos y ceros sobre el lugar geométrico de las raíces.

El lugar de las raíces para un sistema estable con ganancias pequeñas, pero inestable con ganancias grandes, se vuelve estable para todos los valores de ganancia al añadir un cero en el semiplano izquierdo a la función G(s)H(s), el cual tiene el efecto de mover y colocar el lugar de las raíces hacia el semiplano izquierdo, haciendo al sistema mas estable.

Al añadir un polo en el semiplano izquierdo de la función G(s)H(s) tiene el efecto de mover y colocar el lugar de las raíces hacia el semiplano derecho, tendiendo a disminuir la estabilidad relativa, haciendo al sistema menos estable.

Para ello se obtendrá el Lugar de las raíces de un sistema dado por una función de transferencia de lazo abierto, la cual consta de tres polos y se agregará un cero, se localizaran los polos de lazo cerrado para diferentes valores de ganancia de lazo abierto **k** , a cada valor de ganancia le corresponden 3 polos de lazo cerrado (raíces de la ecuación característica).

Se obtendrá la curva de respuesta en el tiempo para una entrada escalón unitario para cada valor de ganancia **k**, para obtener de ellas los valores de **tp, tr, ts, Mp.**

El caso del lugar de las raíces de un sistema dado por una función de transferencia de lazo abierto, la cual consta de tres polos y a la cual se le agregaría un polo, no se analizará en esta ocasión.

4.6.3.- Sistema de la Practica

El sistema que se analiza en la practica es un sistema con retroalimentacion unitaria

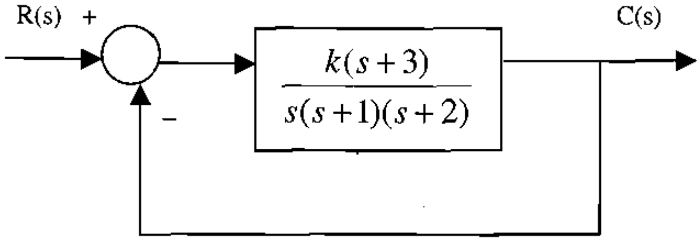


Figura 4.6.5 Sistema con Retroalimentacion Unitaria

cuya función de transferencia de lazo abierto es:

$$GH(s) = \frac{k(s+3)}{s(s+1)(s+2)}$$

La función de transferencia de lazo cerrado es:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k(s+3)}{s^3 + 3s^2 + (2+k)s + 3k}$$

La ecuación característica es:

$s^3 + 3s^2 + (2+k)s + 3k = 0$

La estabilidad del sistema depende de la posición de las raíces de la ecuación característica en plano complejo **s**. La posición de las raíces en el plano **s** depende del valor de **k**, para encontrar el rango de valores de **k** para los cuales el sistema es estable(todas las raíces deben estar en el semiplano izquierdo de **s**) es usado el criterio de estabilidad de Routh, se encuentra el rango de valores de **k** para que sistema sea estable.

4.6.4.- Teoría Preliminar

Método del lugar de las Raíces.

Al diseñar un sistema de control lineal, encontramos que el método del lugar de las raíces resulta muy útil, dado que indica la forma en que deben modificarse los polos y ceros en lazo abierto para que la respuesta cumpla con las especificaciones de desempeño del sistema. El método del lugar de las raíces es una gráfica que muestra la posición de las raíces de la ecuación característica (polos de lazo cerrado) al variar la ganancia de cero a infinito y es obtenida usando la función de transferencia de lazo abierto del sistema G(s)H(s). Un diagrama así indica claramente la contribución de cada cero o polo de lazo abierto, a la ubicación de los polos de lazo cerrado.

El método del lugar de las raíces permite hallar los polos de lazo cerrado, partiendo de los polos y ceros de lazo abierto tomando la ganancia como parámetro. Este método resulta especialmente adecuado para obtener resultados aproximados en forma rápida relacionados con la estabilidad y el funcionamiento del sistema.

4.6.5.- Procedimiento

Se obtendrá el lugar de las raíces de un sistema mostrado en la figura anterior cuya función de transferencia de lazo abierto es:

$$GH(s) = \frac{k(s+3)}{s(s+1)(s+2)} = \frac{k(s+3)}{s^3 + 3s^2 + 2s}$$

Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para varios valores de **k**(0.5,2,4,6,8), se encontrará que al aumentar la ganancia, las raíces dominantes van aumentando su parte imaginaria, **jω**, haciendo la respuesta más oscilatoria pero siempre estable.

Se va a encontrar la respuesta en el tiempo para cada valor de ganancia de lazo abierto anteriormente dadas **k** (0.5,2,4,6,8). Para ello se tiene que encontrar la función de transferencia de lazo cerrado y con ella encontrar la respuesta en el tiempo.
Las funciones de transferencia de lazo cerrado para los valores de **k** anteriormente especificadas son obtenidas sustituyendo en la ecuación de función de transferencia de lazo cerrado los valores de **k**, la ecuación de la función de transferencia de lazo cerrado se da a continuación:

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{k(s+3)}{s^3+3s^2+(2+k)s+3k}$$

Las funciones de transferencia de lazo abierto y de lazo cerrado para los valores de **k** dados anteriormente son:

$$GH(s)=\frac{0.5(s+3)}{s(s+1)(s+2)} \quad ; \quad \frac{C(s)}{R(s)}=\frac{0.5(s+3)}{s^3+3s^2+(2+0.5)s+3(0.5)} \quad para \quad k=0.5$$

$$GH(s)=\frac{2(s+3)}{s(s+1)(s+2)} \quad ; \quad \frac{C(s)}{R(s)}=\frac{2(s+3)}{s^3+3s^2+(2+2)s+3(2)} \quad para \quad k=2$$

$$GH(s)=\frac{4(s+3)}{s(s+1)(s+2)} \quad ; \quad \frac{C(s)}{R(s)}=\frac{4(s+3)}{s^3+3s^2+(2+4)s+3(4)} \quad para \quad k=4$$

$$GH(s)=\frac{6(s+3)}{s(s+1)(s+2)} \quad ; \quad \frac{C(s)}{R(s)}=\frac{6(s+3)}{s^3+3s^{2+}+(2+6)s+3(6)} \quad para \quad k=6$$

$$GH(s)=\frac{8(s+3)}{s(s+1)(s+2)} \quad ; \quad \frac{C(s)}{R(s)}=\frac{8(s+3)}{s^3+3s^2+(2+8)s+3(8)} \quad para \quad k=8$$

El programa para encontrar el lugar de las raíces de un sistema, los programas para encontrar las raíces de la ecuación característica, y la respuesta en el tiempo para cada valor de ganancia **k** son dados a continuación.

Programa MATLAB 4.6.1

```
%------------Lugar de las Raíces----------------
%------------Se obtendrá el lugar de las Raíces de un sistema cuya función de transferencia
%------------de Lazo abierto es GH(s)=k(s+3)/(s(s+1)(s+2))=k(s+3)/(s^3+3s^2+2s)------
num=[1 3];
den=[1 3 2 0];
%----------Introduzca el siguiente comando para obtener el lugar de las Raíces-----
rlocus(num,den)
%----------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Lugar de las Raíces de GH(s)=k(s+3)/(s(s+1)(s+2))')
xlabel('Eje Real')
ylabel(Eje Imaginario')
%------Se van a encontrar las Raíces de la Ecuación Característica para cuando k=0-----
roots(den)
%----Con el siguiente comando se puede encontrar el valor de k y las raíces de la ecuación
%----característica en cualquier punto del Lugar de las raíces.
[k,poles]=rlocfind(num,den)
%----Este comando se aplicará tantas veces como sea necesario.
```

Programa MATLAB 4.6.2

```
%----------Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para cuando k=0.5
%--La función de transferencia de lazo abierto es GH(s)=(0.5s+1.5)/(s^3+3s^2+2)
num=[0.5 1.5];
den=[1 3 2 0];
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar el numerador y denominador de lazo
%---cerrado----
[numCL,denCL]=cloop(num,den)
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar las raíces de ecuación característica
roots(denCL)
%----------Se va a encontrar la respuesta a una entrada escalón del sistema cuya función de
%--transferencia de lazo cerrado es C(s)/R(s)=0.5(s+3)/(s^3+3s^2+2.5s+1.5)
%--Introduzca el comando de la respuesta a un escalón step-------
%--Introduzca el tiempo t especificado por el usuario en el comando step-----
t=0:0.1:20
step(numCL,denCL,t)
%----------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Respuesta en el tiempo a una entrada escalón de
C(s)/R(s)=0.5(s+3)/(s^3+3s^2+2.5s+1.5)')
xlabel('tiempo')
ylabel('salida')
```

Programa MATLAB 4.6.3

```
%----------Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para cuando k=2
%--La función de transferencia de lazo abierto es GH(s)=(2s+6)/(s^3+3s^2+2)
num=[2 6];
den=[1 3 2 0];
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar el numerador y denominador de lazo
%--cerrado----
[numCL,denCL]=cloop(num,den)
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar las raíces de ecuación característica
roots(denCL)
%----------Se va a encontrar la respuesta a una entrada escalón del sistema cuya función de
%--transferencia de lazo cerrado es C(s)/R(s)=2(s+3)/(s^3+3S^2+4s+6)
%--Introduzca el comando de la respuesta a un escalón step-------
step(numCL,denCL)
%----------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Respuesta en el tiempo a una entrada escalón de C(s)/R(s)=2(s+3)/(s^3+3s^2+4s+6)')
xlabel('tiempo')
ylabel('salida')
```

Programa MATLAB 4.6.4

```
%---------Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para cuando k=4
%--La función de transferencia de lazo abierto es GH(s)=(4s+12)/(s^3+3s^2+2)
num=[4 12];
den=[1 3 2 0];
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar el numerador y denominador de lazo
%--cerrado----
[numCL,denCL]=cloop(num,den)
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar las raíces de ecuación característica
roots(denCL)
%---------Se va a encontrar la respuesta a una entrada escalón del sistema cuya función de
%--transferencia de lazo cerrado es C(s)/R(s)=4(s+3)/(s^3+3S^2+6s+12)
%--Introduzca el comando de la respuesta a un escalón step-------
step(numCL,denCL)
%---------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Respuesta en el tiempo a una entrada escalón de
C(s)/R(s)=4(s+3)/(s^3+3s^2+6s+12)')
xlabel('tiempo')
ylabel('salida')
```

Programa MATLAB 4.6.5

```
%----------Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para cuando k=6
%--La función de transferencia de lazo abierto es GH(s)=(6s+18)/(s^3+3s^2+2)
num=[6 18];
den=[1 3 2 0];
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar el numerador y denominador de lazo
%---cerrado ----
[numCL,denCL]=cloop(num,den)
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar las raíces de ecuación característica
roots(denCL)
%----------Se va a encontrar la respuesta a una entrada escalón del sistema cuya función de
%--transferencia de lazo cerrado es C(s)/R(s)=6(s+3)/(s^3+3s^2+8s+18)
%--Introduzca el comando de la respuesta a un escalón step-------
step(numCL,denCL)
%----------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Respuesta en el tiempo a una entrada escalón de
C(s)/R(s)=6(s+3)/(s^3+3s^2+8s+18)')
xlabel('tiempo')
ylabel('salida')
```

Programa de MATLAB 4.6.6

```
%----------Se van a encontrar las raíces de la ecuación característica para cuando k=8
%--La función de transferencia de lazo abierto es GH(s)=(8s+24)/(s^3+3s^2+2)
num=[8 24];
den=[1 3 2 0];
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar el numerador y denominador de lazo
%--cerrado----
[numCL,denCL]=cloop(num,den)
%----Introduzca el siguiente comando para encontrar las raíces de ecuación característica
```

```
roots(denCL)
%----------Se va a encontrar la respuesta a una entrada escalón del sistema cuya función de
%--transferencia de lazo cerrado es C(s)/R(s)=8(s+3)/(s^3+3S^2+10s+24)
%--Introduzca el comando de la respuesta a un escalón step-------
step(numCL,denCL)
%----------Introduzca la rejilla y el titulo de la gráfica-----
grid
title('Respuesta en el tiempo a una entrada escalón de
C(s)/R(s)=8(s+3)/(s^3+3s^2+10s+24)')
xlabel('tiempo')
ylabel('salida')
```

4.6.6.- Reporte.

1. Para cada función de transferencia ¿donde están ubicados los polos de lazo cerrado del sistema en el plano complejo?. Encuentre ζ y **ωn**

2. ¿Que efecto tuvo el agregar un cero en la posición de los polos de lazo cerrado para los diferentes valores de ganancia?

3. Obtenga la curva de respuesta en el tiempo para cada función de transferencia cuando la entrada aplicada es un escalón.

4. Encuentre los valores de tiempo de pico (**tp**), tiempo de crecimiento (**tr**), tiempo de establecimiento(**ts** para el 2%) y sobrepaso máximo porcentual (**Mp**), para cada una de las curvas de respuesta en el tiempo. Compare los valores anteriores con los obtenidos usando las formulas obtenidas en clase. Si los resultados no coinciden explique la causa.

4.7

RESPUESTA A LA FRECUENCIA DE UN SISTEMA DE CONTROL(DIAGRAMA DE BODE)

4.7.1.- Introducción

Con el termino respuesta a la frecuencia, se quiere decir la respuesta en estado estacionario de un sistema a una entrada senoidal. En los métodos de respuesta en frecuencia, variamos la frecuencia de la señal de entrada en un cierto rango y estudiamos la respuesta resultante.

Las pruebas de respuesta en frecuencia son en general, sencillas y se pueden realizar con exactitud, utilizando generadores de senoidales de fácil disponibilidad y equipos precisos de medición.

Con las pruebas de respuesta en frecuencia se pueden determinar en forma experimental las funciones de transferencia de componentes complicados. Las funciones de transferencia obtenidas experimentalmente se pueden incorporar fácilmente al procedimiento de respuesta en frecuencia. Se puede diseñar un sistema recurriendo al procedimiento de respuesta en frecuencia, de modo que se pueden ignorar los efectos de los ruidos indeseables. Finalmente, es posible extender los métodos de respuesta en frecuencia a ciertos sistemas de control no lineales.

Aun cuando la respuesta en frecuencia de un sistema de control brinda una imagen cualitativa de la respuesta transitoria, hay una relación indirecta entre la respuesta en frecuencia y la transitoria, excepto en el caso de los sistemas de segundo orden.

Presentación de características de respuesta en frecuencia en forma gráfica

La función de transferencia senoidal, una función compleja de la frecuencia ω, se caracteriza por su magnitud y ángulo de fase, con la frecuencia como parámetro.
Hay tres representaciones comúnmente utilizadas para las funciones de transferencia senoidales:

1. Diagramas de Bode
2. Diagrama Polar
3. Diagrama del Logaritmo de la Magnitud en función del Angulo de Fase

Diagrama de Bode o Diagramas Logarítmicos.

Una función de transferencia senoidal se puede representar con dos diagramas separados, uno de la magnitud contra la frecuencia y el otro que muestra el ángulo de fase (en grados) contra la frecuencia. Un diagrama de Bode consiste en dos gráficas: una es la representación del logaritmo de la magnitud de una función de transferencia senoidal y la otra es la gráfica del ángulo de fase, ambas sé grafican contra la frecuencia en la escala logarítmica

Diagramas Polares.

El diagrama polar de una función de transferencia senoidal $G(j\omega)$ es un diagrama de la magnitud o modulo de $G(j\omega)$ en función del ángulo de fase de $G(j\omega)$ en coordenadas polares, al variar de ω de cero a infinito. Entonces, el diagrama polar es el lugar geométrico de los vectores $|G(j\omega)| \angle G(j\omega)$ cuando ω varia de cero a infinito.

Diagramas del Logaritmo de la Magnitud en función del ángulo de fase.

Otro modo de presentar gráficamente las características de respuesta en frecuencia, es usar el diagrama del logaritmo de la magnitud contra el ángulo de fase, que es un diagrama de una magnitud logarítmica en decibeles contra ángulo de fase o margen de fase para un rango de frecuencias que interesa(Margen de fase es igual a, Mf = 180 + ϕ). La curva esta graduada en términos de la frecuencia ω.

4.7.2.- Objetivo de la Practica

El objetivo de la practica es encontrar el diagrama de Bode con MATLAB, los cuales son utilizados para analizar y diseñar sistemas de control, aquí será usado para encontrar la estabilidad de lazo cerrado. Para ello se utiliza la función de transferencia de lazo abierto:

$$GH(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+10)}$$

Que corresponde al sistema representado por el diagrama de bloques mostrado.

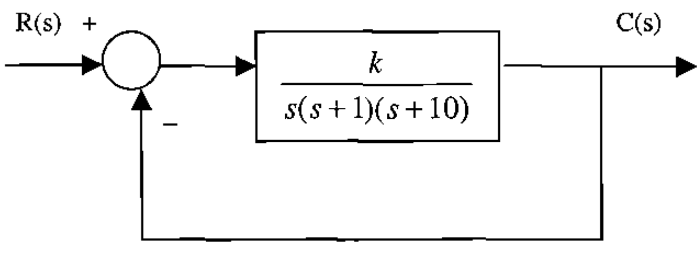


Figura 4.7.1 Diagrama de Bloques del Sistema

Se encontrarán los diagramas de Bode para cuando k=20 y para cuando k=200.
De los diagramas de Bode se obtendrán la frecuencia de cruce de ganancia (ω1), El margen de fase (Mf), La frecuencia de cruce de fase ($\omega\pi$), El margen de ganancia (Mg).

Las funciones de transferencia de lazo abierto para los valores de ganancia dados anteriormente se muestran a continuación.

$$GH(s) = \frac{20}{s(s+1)(s+10)} = \frac{20}{s^3 + 11s^2 + 10s}$$

$$GH(s) = \frac{200}{s(s+1)(s+10)} = \frac{200}{s^3 + 11s^2 + 10s}$$

Con los valores obtenidos de Mf , ω1, Mg, ωπ para las funciones de trasferencia dadas se obtendrá la estabilidad del sistema. El sistema será estable si el valor de **Mf** es positivo, y el **Mg** es positivo, si los dos son positivos. El sistema será inestable si los dos son negativos.

4.7.3.- Sistema de la practica.

El sistema que se analiza en la practica es un sistema con retroalimentación unitaria cuya función de transferencia de lazo abierto es: GH(s)=k/(s(s+1)(s+10)), el diagrama de bloques del sistema aparece mostrado en la gráfica.

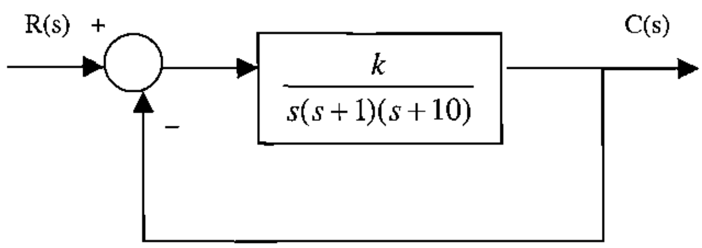


Figura 4.7.2 Diagrama de Bloques del Sistema

Se encontrarán los diagramas de Bode para cuando k=20 y para cuando k=200

$$GH(s) = \frac{20}{s(s+1)(s+10)} = \frac{20}{s^3 + 11s^2 + 10s}$$

$$GH(s) = \frac{200}{s(s+1)(s+10)} = \frac{200}{s^3 + 11s^2 + 10s}$$

Para obtener los diagramas de Bode se usarán programas de MATLAB los cuales serán dados posteriormente, y se obtendrá la estabilidad de lazo cerrado del sistema a partir de estos diagramas de Bode.

4.7.4.- Teoría Preliminar

Un diagrama de Bode o diagrama logarítmico consiste de dos gráficas. La primera es una gráfica del logaritmo de la magnitud de una función de transferencia senoidal; la segunda es una gráfica del ángulo de fase. Ambas se representan contra la frecuencia en la escala logarítmica.

La representación habitual o normalizada de la magnitud logarítmica de G(jω) es: 20 log |G(jω)| , con 10 como la base de los logaritmos. La unidad utilizada en esta representación es el decibel, abreviado usualmente como **dB**.

Obsérvese que un número mayor que la unidad tiene un valor positivo en decibeles, mientras que un número más pequeño que la unidad tiene un valor negativo. Cuando un número aumenta por un factor de 10, el correspondiente valor en decibeles aumenta en un factor de 20. Esto es puede ver a partir de la siguiente relación: 20 log(k*10)= 20 log k + 20

Note también que, cuando se expresa en decibeles, el inverso de un número difiere de su valor solamente en signo; esto es para el número k

20 log k = -20 log (1/k)

En representación logarítmica, se trazan las curvas en papel semilogaritmico, utilizando la escala logarítmica para la frecuencia y la escala lineal ya sea para la magnitud (en decibeles) o para el ángulo de fase (en grados). (El rango de frecuencias de interés determina la cantidad de ciclos logarítmicos requeridos en la abscisa).

La ventaja principal de realizar un diagrama logarítmico, es que la multiplicación de magnitudes se convierte en sumas. Además se dispone de un método sencillo para bosquejar una curva del logaritmo de la magnitud en forma aproximada. Esta aproximación se basa en rectas asintóticas y es suficiente si solo se necesita información superficial sobre las características de la respuesta en frecuencia. Si se requieren curvas exactas, se pueden realizar correcciones a estas aproximaciones asintóticas. Es muy fácil trazar la curva de ángulos de fase si se dispone de una plantilla de dibujo para curvas de ángulo de fase de $1+j\omega$.

La representación logarítmica es útil debido a que presenta las características de alta y de baja frecuencia de la función de transferencia en un solo diagrama. Una gran ventaja es la posibilidad de extender el rango de bajas frecuencias al utilizar una escala logarítmica, pues en los sistemas prácticos las características de bajas frecuencia son muy importantes. Aun cuando no es posible trazar curvas hasta frecuencia cero debido a la frecuencia logarítmica ($\log 0 = -\infty$) esto no constituye un problema serio.

Algunos comentarios sobre el margen de fase (**Mf**) y margen de ganancia (**Mg**).

Los márgenes de fase y de ganancia adecuados proporcionan seguridad contra variaciones en los componentes del sistema y se especifican para determinados valores de frecuencia. Para un comportamiento satisfactorio, el margen de fase debería estar comprendido entre 30° y 60° y el margen de ganancia ser mayor a 6 dB

Mf = Margen de Fase = $180° + \angle GH(j\omega 1)$

Mg dB = Margen de Ganancia = $20 \log Mg = -20\log |GH(j\omega\pi)|$

Para que un sistema sea estable el margen de fase y el margen de ganancia deben ser positivo. La figura 4.7.3 muestra el diagrama de Bode de un sistema estable, donde el Margen de fase (**Mf**) y el Margen de ganancia (**Mg**) son positivos, por lo tanto el sistema es estable.

$\omega 1$= La frecuencia a la cual la $|GH(j\omega)|$dB es igual a cero

$\omega\pi$ = La frecuencia a la cual el $\angle GH(j\omega)$ es igual a -180°

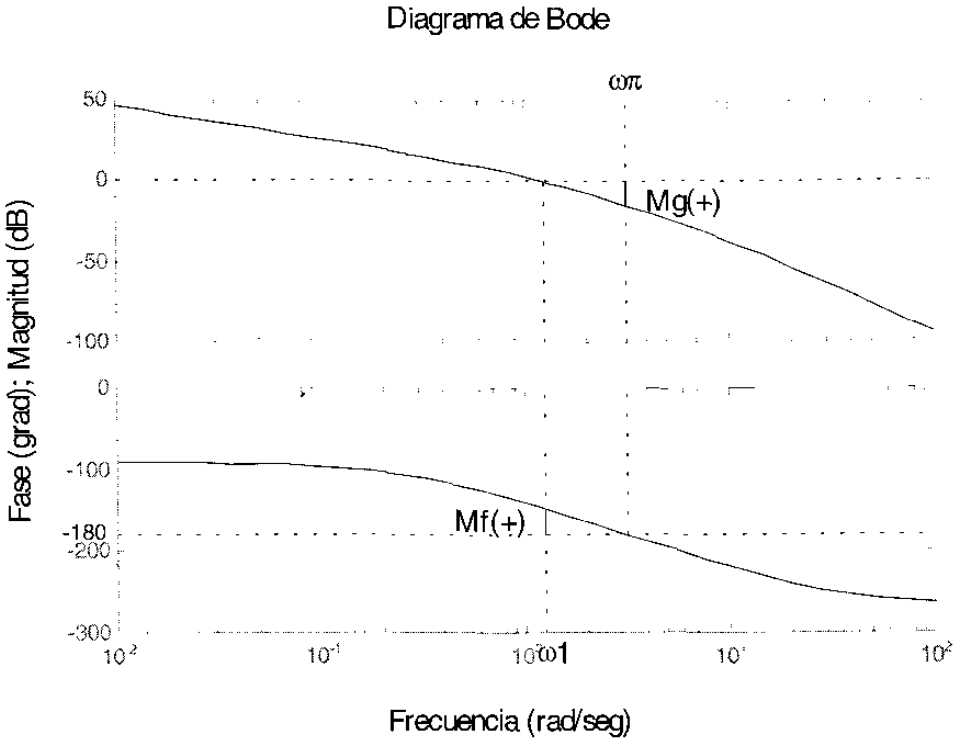


Figura 7.4.3 Diagrama de Bode

4.7.5.- Procedimiento.

Se obtendrá el diagrama de Bode del sistema cuya función de transferencia de lazo abierto es: GH(s)=k/(s(s+1)(s+10))

Se encontrarán los diagramas de Bode para cuando k=20 y para cuando k=200, las funciones de transferencia de lazo abierto para estos valores de ganancia son:

$$GH(s) = \frac{20}{s(s+1)(s+10)} = \frac{20}{s^3 + 11s^2 + 10s}$$

$$GH(s) = \frac{200}{s(s+1)(s+10)} = \frac{200}{s^3 + 11s^2 + 10s}$$

Con los diagramas de Bode se obtendrá el Margen de fase (Mf) y frecuencia de cruce de ganancia (ω1), el Margen de ganancia (Mg) y la frecuencia de cruce de fase (ωπ), obteniendo con estos valores la estabilidad de lazo cerrado del sistema.

También se encontrará la respuesta en el tiempo para los valores de ganancia de lazo abierto como una forma de comprobar la estabilidad del sistema. Los programas para encontrar los diagramas de Bode y las gráficas de respuesta en el tiempo usando el MATLAB son dados a continuación:

Programa MATLAB 4.7.1

%----------Se va a encontrar el Diagrama de Bode del sistema cuya GH(s)= k/(s(s+1)(s+10))
%----------o GH(s)= k/(s^3+11s^2+10s) para cuando k=20----------
num=[20];
den=[1 11 10 0];
%----------Para encontrar el Diagrama de Bode usamos los comandos
bode(num,den)
title('Diagrama de Bode de un sistema cuya GH(s)=20/(s^3+11s^2+10s) ')
%-----------Se va a encontrar la Estabilidad del sistema, encontrando el Mf y ω1 y Mg y ωπ
% -------para ello se utiliza el siguiente comando.
margin(num,den)

Programa MATLAB 4.7.2

```
%-----------Se va encontrar la respuesta en tiempo para una entrada escalón, del sistema
%----------- cuya GH(s)= k/(s(s+1)(s+10)) = k/(s^3+11s^2+10s) para cuando H(s)=1 y k=20
num=[20];
den=[1 11 10 0];
%---------Para encontrar la función de transferencia de lazo cerrado usamos los comandos
[numCL,denCL]= cloop(num,den)
%---------Para encontrar la Respuesta en el Tiempo usamos los comandos
step(numCL,denCL)
grid
title('Respuesta a un Escalón de C(s)/R(s)=20/(s^3+11s^2+10s+20)')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Salida')
```

Programa de MATLAB 4.7.3

```
%----------Se va a encontrar el Diagrama de Bode del sistema cuya GH(s)= k/(s(s+1)(s+10))
%----------o GH(s)= k/(s^3+11s^2+10s) para cuando k=200----------
num=[200];
den=[1 11 10 0];
%-----Para encontrar el Diagrama de Bode usamos los comandos------
bode(num,den)
title('Diagrma de Bode de un sistema cuya GH(s)=200/(s^3+11s^2+10s) ')
%-----------Se va a encontrar la Estabilidad del sistema, encontrando el Mf y ω1 y Mg y ωπ
% -------para ello se utiliza el siguiente comando.
margin(num,den)
```

Programa MATLAB 4.7.4

```
%-----------Se va encontrar la respuesta en tiempo para una entrada escalón, del sistema
%----------- cuya GH(s)= k/(s(s+1)(s+10)) = k/(s^3+11s^2+10s) para cuando H(s)=1 y k=200
num=[200];
den=[1 11 10 0];
%----------Para encontrar la función de transferencia de lazo cerrado usamos los comandos
[numCL,denCL]= cloop(num,den)
%----------Para encontrar la Respuesta en el Tiempo usamos los comandos
step(numCL,denCL)
grid
title('Respuesta a un Escalón de C(s)/R(s)=200/(s^3+11s^2+10s+200)')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Salida')
```

4.7.6.- Reporte.

1. Dibuje los diagramas de Bode para cuando la ganancia k= 20 y k=200.

2. Obtenga Mf , ω1, Mg y ωπ para cada una de las funciones de transferencia, para cuando k=20 y k=200, con estos valores obtenga la estabilidad del sistema.

3. ¿Cuál es la diferencia de los diagramas de Bode para cuando k=20 y k=200, en las gráficas de magnitud y de ángulo?

4. Obtenga las gráficas de respuesta en el tiempo de lazo cerrado para cuando la entrada aplicada es un escalón. para cuando la k=20 y k=200.

5. Defina los siguientes comandos: num, den, cloop, step, grid, title, xlabel, ylabel, margin, grid.

6. ¿Si el sistema es inestable como se encuentra el Mf y el Mg del sistema?

4.8

RESPUESTA A LA FRECUENCIA DE UN SISTEMA DE LAZO CERRADO.

4.8.1.- Introducción.

En la practica el desempeño de un sistema de control se mide mas realisticamente por sus características en el dominio del tiempo. La razón es que el desempeño de la mayoría de los sistemas de control se juzga en base en la respuesta en el tiempo debido a ciertas señales de entrada de prueba. Esto contrasta con el análisis y diseño de sistemas de comunicación para los cuales la respuesta en frecuencia es de mayor importancia, ya que la mayoría de la señales procesadas son de tipo senoidal o están compuestas por componentes senoidales.

Se aprendió que la respuesta en el tiempo de un sistema de control es normalmente más difícil de determinar analíticamente, especialmente para sistemas de orden superior. En problemas de diseño no hay un método unificado para llegar a un sistema diseñado que cumpla con las especificaciones de desempeño en el dominio del tiempo, tales como sobrepaso máximo, tiempo de crecimiento, tiempo de retardo, tiempo de establecimiento, etc. Por otro lado, en el dominio de la frecuencia se tiene un conjunto de métodos gráficos que no esta limitado a sistemas de bajo orden. Es importante darse cuenta que hay una correlación entre el desempeño del dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia de un sistema lineal, de tal forma que las propiedades en el dominio del tiempo de un sistema se pueden predecir con base en las características en el dominio de la frecuencia. El dominio de la frecuencia es también más conveniente para mediciones de la sensibilidad del ruido del sistema así como de variaciones en los parámetros.

Se pude considerar la motivación principal del diseño y análisis de sistemas de control en el dominio de la frecuencia a la conveniencia y a la disponibilidad de herramientas analíticas. Otra razón es que presenta un punto de vista alterno para problemas de sistemas de control, lo cual, a menudo proporciona información valiosa o crucial para el análisis y diseño complicados de sistemas de control. Aun más, el conducir un análisis en dominio de la frecuencia de un sistema de control lineal, no implica que el sistema este sujeto solamente a entradas senoidales. Esto no siempre es cierto. En lugar de esto, los estudios de respuesta en frecuencia nos permitirán proyectar el desempeño en el dominio del tiempo de un sistema.

4.8.2.- Objetivo de la Practica

El objetivo de la practica es encontrar la respuesta en frecuencia de lazo cerrado con MATLAB, la cual será usada para encontrar los valores de pico de resonancia (Mr) y frecuencia de resonancia(ωr), y ancho de banda(Bw).

Normalmente un valor grande de Mr corresponde a un por ciento de sobrepaso máximo (%Mp) grande de la respuesta a un escalón. En general el ancho de banda (Bw) de un sistema de control da una indicación de la propiedad de la respuesta transitoria en el dominio del tiempo, un ancho de banda grande corresponde a un tiempo de crecimiento (tr) pequeño, un ancho de banda pequeño corresponde aun tiempo de crecimiento (tr) grande.

Para ello se utiliza la función de transferencia de lazo cerrado:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k}{s^3 + 11s^2 + 10s + k}$$

Que corresponde al sistema representado por el diagrama de bloques mostrado en la figura 4.8.1. Se encontrarán los diagramas de Bode de lazo cerrado para cuando k=20 y para cuando k=200. De los diagramas de Bode se obtendrán el valor pico de resonancia (Mr) la frecuencia de resonancia (ωr), el ancho de banda (Bw).

Las funciones de transferencia de lazo cerrado son:

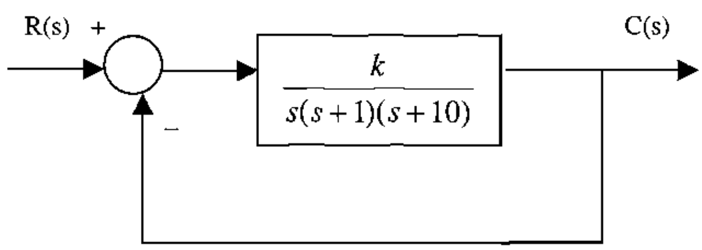
$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{20}{s(s+1)(s+10)+20}=\frac{20}{s^3+11s^2+10s+20}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{200}{s(s+1)(s+10)+200}=\frac{200}{s^3+11s^2+10s+200}$$

Estas funciones de transferencia de lazo cerrado son empleadas para obtener los diagramas de Bode de lazo cerrado haciendo uso del MATLAB.

4.8.3.- Sistema de la Practica.

El sistema que se analiza en la practica es un sistema con retroalimentación unitaria cuya función de transferencia de lazo abierto es: GH(s)=k/(s(s+1)(s+10)), el diagrama de bloques del sistema aparece mostrado en la gráfica 4.8.1.



4.8.1 Diagrama de Bloques del Sistema

Se encontrarán los diagramas de Bode de lazo cerrado para cuando k=20 y para cuando k=200.

Las funciones de transferencia de lazo cerrado para estos valores de ganancia son obtenidas usando las reglas del álgebra de bloques para obtener esta función de transferencia de lazo cerrado la cual se empleará con el MATLAB para obtener las siguientes especificaciones en el dominio de la frecuencia: Mr, ωr y Bw.

Las funciones de transferencia de Lazo cerrado para los valores de ganancia dados anteriormente son:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{20}{s(s+1)(s+10)+20} = \frac{20}{s^3+11s^2+10s+20}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{200}{s(s+1)(s+10)+200} = \frac{200}{s^3+11s^2+10s+200}$$

Para obtener los diagramas de Bode de lazo cerrado se usarán los programas de MATLAB los cuales serán dados posteriormente.

4.8.4.- Teoría Preliminar.

En el diseño de sistemas de control lineales se emplean métodos de respuesta en frecuencia, es necesario definir un conjunto de especificaciones para que el desempeño del sistema se pueda identificar. Las siguientes especificaciones en el dominio de la frecuencia se emplean a menudo en la practica.

La figura 4.8.2 muestra estas especificaciones Mr, ωr, y Bw (ancho de banda)

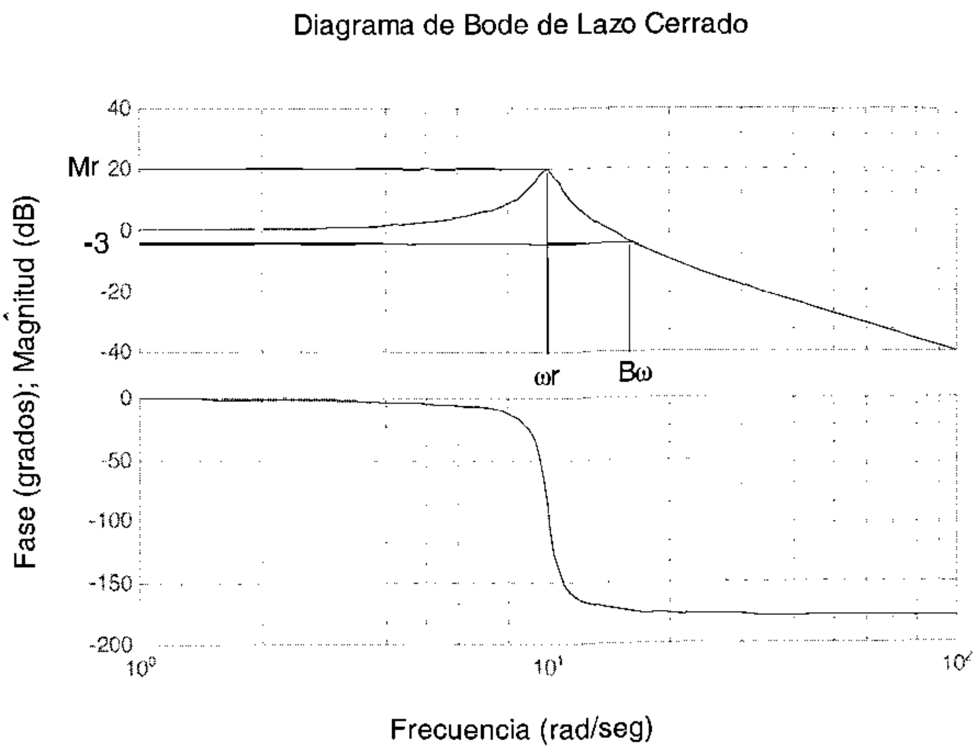


Figura 4.8.2 Diagrama de Bode de Lazo Cerrado

Pico de resonancia Mr.

El pico de resonancia Mr es el valor máximo de $|M(jw)|$.
En general, la magnitud de Mr da indicación de la estabilidad relativa de un sistema estable de lazo cerrado. Normalmente, un valor grande de Mr corresponde a un sobrepaso máximo grande de la respuesta escalón. Para la mayoría de los sistemas de control se acepta generalmente, en la practica, que el valor deseado de Mr debe estar entre 1 y 1.4 (0 y 3 dB).

Frecuencia de Resonancia ωr

La frecuencia de resonancia es la frecuencia en la cual el pico de resonancia Mr ocurre.

Ancho de banda (Bw)

El ancho de banda (Bw) es la frecuencia en la cual $|M(jw)|$cae al 70.7% de, o 3dB abajo de su valor en la frecuencia cero.
En general, el ancho de banda de un sistema de control da una indicación de las propiedades de la respuesta transitoria en el dominio del tiempo. Un ancho de banda grande corresponde a un tiempo de crecimiento(tr) corto, ya que las señales de la mas alta frecuencia pasan mas fácilmente a través del sistema. Por el contrario, si el ancho de banda es pequeño, solamente señales de frecuencia relativamente bajas pueden pasar y la respuesta en el tiempo será lenta(tiempo de crecimiento (tr) grande). El ancho de banda también indica las características de filtrado de ruido y la robustez del sistema. La robustez representa una medida de sensibilidad de un sistema a la variación de los parámetros. Un sistema robusto es uno que es insensible a la variación de sus parámetros.

Razón de corte.

A menudo, el ancho de banda por si solo no es adecuado para indicar la capacidad de un sistema para distinguir las señales de ruido. Algunas veces es necesario observar la pendiente de $|M(jw)|$, que se denomina la razón de corte de la respuesta en frecuencia, de frecuencias altas. Aparentemente, dos sistemas pueden tener el mismo ancho de banda, pero diferente razones de corte. Los criterios de desempeño en el dominio de la frecuencia del sistema definidos anteriormente se ilustran el figura anterior.

4.8.5.- Procedimiento.

Se obtendrá el diagrama de Bode del sistema cuya función de transferencia de lazo cerrado es : C(s)/R(s) =k/((s(s+1)(s+10)+k) =k/(s^3+11s^2+10s+k).
Se encontrarán los diagramas de Bode para cuando k=20 y para cuando k=200.
Las funciones de transferencia de lazo cerrado para estos valores de ganancia son:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{20}{s(s+1)(s+10)+20} = \frac{20}{s^3+11s^2+10s+20}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{200}{s(s+1)(s+10)+200} = \frac{200}{s^3+11s^2+10s+200}$$

Para obtener los diagramas de Bode de lazo cerrado se usarán programas de MATLAB los cuales se darán a continuación junto con los programas para obtener la respuesta en el tiempo de lazo cerrado para los dos valores de ganancia(k=20 y k=200).

Programa MATLAB 4.8.1

```
%----------Se va a encontrar el Diagrama de Bode del sistema cuya:
%---------- C(s)/R(s)=k/(s(s+1)(s+10)+k) o C(s)/R(s)= 20/(s^3+11s^2+10s+20) para cuando
%---------- k=20----------
%-----------Para encontrar el Diagrama de Bode usamos los comandos
num=[20];
den=[1 11 10 20];
bode(num,den)
title('Diagrma de Bode de un sistema cuya C(s)/R(s)=20/(s^3+11s^2+10s+20) ')
%-----------Se va a encontrar, el Mr, ωr y el BW
```

Programa MATLAB 4.8.2

```
%-----------Se va encontrar la respuesta en tiempo para una entrada escalón, del sistema
%----------- cuya C(s)/R(s)= k/(s(s+1)(s+10)+k) o C(s)/R(s)= 20/(s^3+11s^2+10s+20) para
%----------- cuando k=20
num=[20];
den=[1 11 10 20];
%----------Para encontrar la Respuesta en el Tiempo usamos los comandos
step(num,den)
grid
title('Respuesta a un Escalón de C(s)/R(s)=20/(s^3+11s^2+10s+20)')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Salida')
```

Programa MATLAB 4.8.3

```
%----------Se va a encontrar el Diagrama de Bode del sistema cuya:
%---------- C(s)/R(s)=k/(s(s+1)(s+10)+k) o C(s)/R(s)= 200/(s^3+11s^2+10s+200) para
%----------cuando k=200----------
%-----------Para encontrar el Diagrama de Bode usamos los comandos
num=[200];
den=[1 11 10 200];
bode(num,den)
title('Diagrma de Bode de un sistema cuya C(s)/R(s)=200/(s^3+11s^2+10s+200) ')
%----------Se va a encontrar, el Mr, ωr y el BW
```

Programa MATLAB 4.8.4

```
%-----------Se va encontrar la respuesta en tiempo para una entrada escalón, del sistema
%----------- cuya C(s)/R(s)= k/(s(s+1)(s+10)+k) o C(s)/R(s)= 200/(s^3+11s^2+10s+200)
%----------- para cuando k=200
num=[200];
den=[1 11 10 200];
%----------Para encontrar la Respuesta en el Tiempo usamos los comandos
step(num,den)
grid
title('Respuesta a un Escalón de C(s)/R(s)=200/(s^3+11s^2+10s+200)')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Salida')
```

4.7.6.- Reporte.

1. Dibuje los diagramas de Bode de lazo cerrado para cuando la ganancia es: k= 20 y k=200.

2. Obtenga Mr, ωr, y el Bw para cada una de las funciones de transferencia de lazo cerrado, para cuando k=20 y k=200.

3. ¿Cuál es la diferencia de los diagramas de Bode para cuando k=20 y k=200 en las gráficas de magnitud y en las gráficas de ángulo?

4. Obtenga las gráficas de respuesta en el tiempo de lazo cerrado para cuando la entrada aplicada es un escalón unitario, para cuando la k=20 y k=200.

5. Compare los valores de Mr y de (1+Mp) por que se hace esta comparación.

5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

Este manual de practicas esta destinado a ayudar a los estudiantes de ingeniería, para resolver los problemas de ingeniería de control usando el MATLAB versión 5.2. Los problemas discutidos en este manual son básicos en sistemas lineales de control y normalmente son presentados en los cursos introductorios de control.

Muchos problemas de ejemplos se han tomado del libro de Problemas Ingeniería de Control utilizando MATLAB de Katsuhiko Ogata(Prentice Hall).

En este manual de practicas las explicaciones están limitadas a sistemas lineales de control invariables en el tiempo. Se tratan los sistemas continuos. Todas las señales de entrada considerada son deterministicas.

Una ves que los aspectos teóricos de los problemas de control se han estudiado a través del curso Teoría de control I, MATLAB puede utilizarse con la ventaja de obtener soluciones numéricas que implican varios tipos de operación de vectores y matrices.

Los programas de MATLAB presentados en este manual se han escrito con comentarios para el usuario, así el estudiante podrá seguir todos los pasos fácilmente. Por tanto, los estudiantes que no estén familiarizados con MATLAB encontrarán este manual muy útil, ya que presenta los detalles de cómo escribir programas de MATLAB para obtener soluciones a los problemas de ingeniería de control.

5.2 Recomendaciones

Para resolver las practicas de Teoría de Control I usando el MATLAB versión 5.2 en el laboratorio de teoría de control I, es necesario el cambio de equipo de computo que se usa en el laboratorio ya que actualmente las maquinas con que se cuenta son:

- Digital con procesador Intel 486 DX2
- Mirosoft Windows 95
- Disco duro de 164 MB
- Memoria de 16 MB de RAM

Requerimientos del sistema MATLAB para Microsoft Windows

- IBM o sistema 100 % compatible con procesador Pentium, Pentium Pro
- Microsoft Windows 95 o Windows NT
- Drive de CD-ROM
- Adaptador gráfico de 8 bit y display (para 256 colores simultáneos)
- Suficiente espacio de disco duro para instalar y correr los productos seleccionados, este puede variar de 25 MB a 50 MB para MATLAB y archivos de auxilio, 115 MB a 250 MB para MATLAB y archivos de auxilio.
- Memoria
  - Microsoft Windows 95: 8 MB mínimo; 16MB recomendado
  - Microsoft Windows NT 3.51 o 4.0: 12 MB mínimo; 16 MB recomendado

BIBLIOGRAFIA

Dazzo, John, Análisis y Diseño de Sistemas de Control Lineal, Mc Graw Hill,1975

Dorf, Richard, Sistemas Modernos de Control, Addison-Wesley, 1986

Kraynak, Joe, PC Fácil, Prentice Hall, 1996

Kuo, Benjamin, Sistemas de Control Automatico, Prentice Hall, 1995

Ogata, Katsuhiko, Ingeniería de Control Moderna, Prentice Hall, 1990

Ogata, Katsuhiko, Problemas de Ingeniería de Control Utilizando MATLAB, Prentice Hall, 1994

Ogata, Katsuhiko, Ingeniería de Control Moderna, Prentice Hall, 1997

Price, W.T., Informática, Interamericana, 1985

Rohrs, Charles, Sistemas de Control Lineal, Mc Graw Hill, 1993

LISTADO DE TABLAS

LISTADO DE FIGURAS

APENDICE

Este apéndice aborda el tema de tener una referencia rápida de MATLAB para el lector, dado que todos los cálculos y gráficas de este instructivo se efectúan con MATLAB.
Comandos en MATLAB que se usan para obtener:

Respuesta en el tiempo para una entrada Escalón

step(num,den) Gráfica de la respuesta
step(num,den,t)
[y,x,t]=step(num,den,t)

Respuesta en el tiempo para una entrada Impulso

impulse(num,den) Gráfica de la respuesta
impulse(num,den,t)
[y,x,t]=impulse(num,den,t)

Gráfica del Lugar Geométrico de las Raíces

rlocus(num,den) Lugar de las raíces
rlocus(num,den,k)
[r,k]=rlocus(num,den)
[r,k]=rlocus(num,den,k)

Expansión en fracciones Parciales

[r,p,k]=residue(num,den)
[num,den]=residue(r,p,k)

Diagramas de Bode

bode(num,den) Bode

bode(num,den,w)

[mag,fase,w]=bode(num,den)

w=logspace(d1,d2,n)

magdB=20*log10(mag)

Diagramas de Nyquist

nyquist(num,den) Nyquist

nyquist(num,den,w)

[re,im,w]=nyquist(num,den)

[re,im,w]=nyquist(num,den,w)

AUTOBIOGRAFIA

Mi nombre es José Guadalupe Rios Martínez, el grado que deseo obtener es el de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Control, él titulo de la tesis es Practicas del Laboratorio de Teoría de Control I.

Nací en Monterrey N.L., el día 25 de Junio de 1949, mi padre es José Rios García, mi madre es María Inés Martínez Vázquez.

La Primaria la estudie en la Escuela Emiliano Zapata, La Secundaria y Preparatoria la estudie en la Escuela Industrial y Preparatoria Técnica Alvaro Obregon, la Licenciatura en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, obteniendo el titulo de Ingeniero Mecánico Electricista.

Mi experiencia profesional es en la educación, ya que actualmente tengo 27 años de dedicarme a la docencia en la FIME UANL.