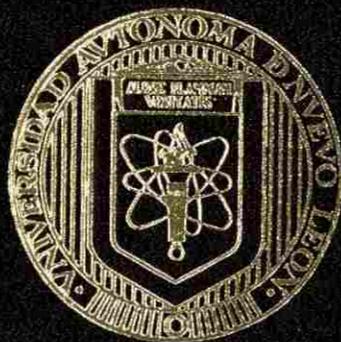


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
DOCTORADO EN INGENIERIA DE MATERIALES



APLICACION DE GEOMETRIA DE FRACTALES A LA
DESCRIPCION DE MICROESTRUCTURAS
METALICAS

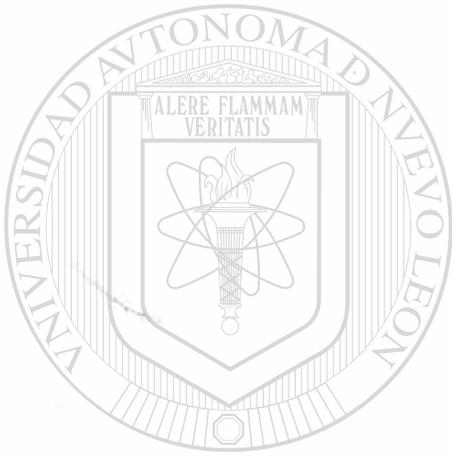
TESIS
EN OPCION AL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA DE MATERIALES

POR:
MOISES HINOJOSA RIVERA

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L. AGOSTO DE 1996



1020145324



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
DOCTORADO EN INGENIERIA DE MATERIALES



**APLICACION DE GEOMETRIA DE FRACTALES
A LA DESCRIPCION DE MICROESTRUCTURAS
METALICAS**

UANL

TESIS
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
EN OPCION AL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA DE MATERIALES

DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS

POR

MOISES HINOJOSA RIVERA

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N.L.

AGOSTO DE 1996

0149-48160

TD
Z5853
• M2
FIME
1996
H5



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO
TESIS

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "Aplicación de geometría de fractales a la descripción de microestructuras metálicas", realizada por el M.C. Moisés Hinojosa Rivera sea aceptada como opción al grado de Doctor en Ingeniería de Materiales.

El Comité de Tesis



Asesor
Dr. Ubaldo Ortiz Méndez



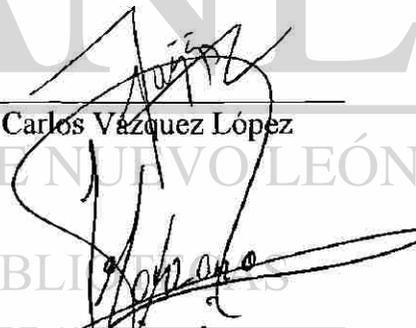
Dr. Carlos Guerrero Salazar



Dr. Carlos Vázquez López



Dr. Juan Antonio Aguilar Garib



Dr. Alejandro Manzano Ramírez



Vo. Bo.
M.C. Roberto Villarreal Garza
División de Estudios de Postgrado.

San Nicolás de los Garza, N.L., Agosto de 1996.



UANTL *A Ruth*

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por todo.

A mis padres y hermanos.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico recibido para la realización de mis estudios de doctorado.

A la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la UANL.

A mi asesor, Dr. Ubaldo Ortiz Méndez por su acertada dirección y asesoría, su apoyo y amistad.

Al Dr. Eduardo Bascarán y al Ing. Javier Flores por su apoyo.

Al Ing. Alejandro Guerrero por su ayuda y disposición.

A la M. C. Emma Morales por su colaboración.

Al Dr. Oscar Flores Rosales por sus enseñanzas.

Al Dr. Rafael Colás por su ayuda y comentarios.

Al Dr. Virgilio González por su apoyo en análisis de imágenes.

Al Dr. Juan Antonio Aguilar Garib por su amistad, su apoyo y comentarios.

Al Dr. Carlos Vázquez por todas sus enseñanzas.

Al Ing. Jesús Moreno por su apoyo.

A todos mis compañeros del DIMAT, por su amistad y compañerismo.

A todos mis maestros del DIMAT, por compartir conmigo sus conocimientos, experiencia y sus libros.

Mí agradecimiento especial al Dr. Horacio Decanini A.

Agradezco también la colaboración de Margarita Mezzeti y Andrés Rodríguez.

PROLOGO

Al paso del tiempo, la visión que el Hombre tiene de la realidad ha cambiado, la tierra no es plana. El Hombre después de haber tomado conciencia de la realidad, no se conformó con solo contemplarla. Después de observarla trató de comprenderla y así, poderla describir.

Ahora, el Hombre puede decir como es la realidad con mucha precisión. En este trabajo, se busca describir una parte de esa realidad, aquella que tiene que ver con lo material.

Para esta parte de la realidad, existen Ciencias ya muy maduras. Las matemáticas y la física, entre otras, son ciencias ya maduras, formales. A partir de ellas escogemos conceptos, teorías, herramientas que nos permiten describir lo material. Sin embargo, a partir de la década pasada, esta descripción de lo material se vuelve más precisa gracias al uso de una naciente ciencia, la Geometría de Fractales. Esta ciencia pertenece a las matemáticas y como las otras geometrías tiene que ver con las formas que toma lo material.

El objeto de estudio del trabajo que veremos son las estructuras de algunos materiales, más precisamente las fronteras entre los granos y como cambian éstas cuando el material es deformado. Este trabajo permite saber por ejemplo qué tan recta es una frontera de grano, cómo cambia la frontera de grano cuando el material es deformado. Se hace uso de esta Geometría porque nuestra visión de la realidad es que “las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las líneas costeras no son círculos”, ni los granos son poliedros, ni las fronteras de grano son líneas rectas.

La visión de la estructura de los materiales debe de cambiar.

En la Física, a principios de siglo, se demostró que no bastan solo tres dimensiones para ubicar a la materia, es necesaria una cuarta, el Tiempo. Ahora, en estos tiempos, en este trabajo, como en otros se muestra que para saber cuanto espacio ocupa la materia no son suficientes dimensiones enteras, la materia no está exactamente en una dimensión, ni en dos o tres. La materia ocupa parte de esas dimensiones.

En la realidad no existen líneas rectas, ni planos ni poliedros como los descritos por la Geometría Euclidiana. En la realidad existen Fractales, objetos geométricos con dimensiones que pueden ser fraccionarias.

Asimismo, en este trabajo se muestra que la medida de estos objetos que constituyen lo material dependen del instrumento de medición. El perímetro de un grano no tiene una medida absoluta, ésta depende de la resolución y de la magnificación a la cual está operando el instrumento de medición. Finalmente como el tiempo y el azar forman parte de toda realidad, estos son incluidos cuando queremos saber como cambian las estructuras al paso del tiempo.

Así, la visión de la realidad material cambia, ahora ella está formada por estructuras con formas muy variadas, formas que existen entre las dimensiones enteras. Estructuras que crecen o disminuyen sin cambiar de forma al ser visto a través del microscopio, estructuras que cambian con el tiempo, tiempo que hace cambiar a todo.

Ubaldo Ortiz Méndez

INDICE

	<i>pag.</i>
DEDICATORIA	<i>i</i>
AGRADECIMIENTOS	<i>ii</i>
PROLOGO	<i>iii</i>
RESUMEN	1
CAPITULO 1.- GEOMETRIA DE FRACTALES	3
1.1.- Introducción	3
1.2.- Fractales	4
1.3.- Geometría euclidiana y geometría fractal	4
1.4.- Definición	5
1.5.- Características de los fractales	6
1.5.1.- Curva de von Koch	6
1.5.2.- Autosimilitud	8
1.5.3.- Longitud de la curva de von Koch	9
1.5.4.- Dimensión fractal de la curva de von Koch.	9
1.6.- Dimensión fractal	10
1.6.1.- Dimensión topológica	10
1.6.2.- Dimensión de Hausdorff-Besicovitch	11
1.6.3.-Dimensión de conteo de celdas (box counting dimension)	13
1.7.- Métodos experimentales de medición de la dimensión fractal.	15
1.7.1.- Gráfico de Richardson	15
1.7.2.- Método de conteo de celdas (box counting method)	16
CAPITULO 2.- MICROESTRUCTURA Y GEOMETRIA DE FRACTALES.	17
2.1.- Defectos cristalinos.	17
2.2.- Fronteras de grano.	18
2.2.1.- Modelos de fronteras de granos	19
2.2.2.- Formas de los granos	23
2.3.- Aplicación de geometría de fractales a la descripción de microestructuras	25
2.3.1.- Uso de analizador de imágenes.	27
CAPITULO 3.- APLICACION DE GEOMETRIA DE FRACTALES A LA DESCRIPCION DE MICROESTRUCTURAS DE ACEROS INOXIDABLES Y ACEROS HERRAMIENTA.	29
CAPITULO 4.- DESARROLLO EXPERIMENTAL.	32
4.1.- Materiales	32
4.2.- Composición química	32
4.2.1.- Aceros inoxidables	32
4.2.2.- Aceros para herramienta	33
4.3.- Deformación mediante ensayo de tensión	33
4.3.1.- Preparación de las probetas	33
4.3.2.- Curvas esfuerzo-deformación	35
4.4.- Ensayos de microdureza.	36

4.5. Preparación metalográfica	37
4.6.- Microscopía óptica y digitalización de las imágenes.	38
4.6.1.- Digitalización de imágenes del acero AISI 316L	38
4.6.2.- Digitalización de imágenes del acero AISI 304	39
4.6.3.- Digitalización de imágenes de los aceros para herramientas	39
4.7.- Análisis y procesamiento de imágenes.	39
4.7.1.- Determinación del tamaño de grano.	41
4.8.- Medición de la dimensión fractal	42
CAPITULO 5.- RESULTADOS.	43
5.1.- Acero AISI 316L	43
5.1.1.- Microestructura	43
5.1.2.- Imágenes digitalizadas	43
5.1.3.- Mediciones de perímetros de fronteras de grano	43
5.1.4.- Gráficos de Richardson y determinación de la dimensión fractal.	48
5.2.- Acero AISI 304	49
5.2.1.- Microestructura	49
5.2.2.- Imágenes digitalizadas	54
5.2.3.- Mediciones de microdureza y tamaño de grano	54
5.2.4.- Mediciones de perímetros de fronteras de grano	59
5.2.5.- Gráficos de Richardson y dimensión fractal	61
5.3.- Aceros herramienta.	68
5.3.1.- Microestructura	68
5.3.2.- Imágenes digitalizadas	68
5.3.3.- Mediciones	68
5.3.4.- Gráficos de Richardson y dimensión fractal	68
CAPITULO 6.- ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS.	74
6.1.- Microestructura de los materiales analizados	74
6.1.1.- Aceros inoxidables	74
6.1.2.- Aceros herramienta	74
6.2.- Error en las mediciones mediante el analizador de imágenes	74
6.3.- Efecto Richardson	75
6.4.- Gráficos de Richardson y dimensión fractal en el acero AISI 316L.	75
6.5.- Acero AISI 304	75
6.5.1.- Efecto de la deformación sobre la microestructura del acero AISI 304	75
6.5.2.- Gráficos de Richardson.	75
6.5.3.- Efecto de la deformación sobre la naturaleza fractal de las fronteras de grano.	78
6.6.- Granos bidimensionales en acero AISI 304 y carburos bidimensionales en aceros herramienta.	79
6.7.- Orden de magnitud de las dimensiones fractales	80
6.8.- Dimensión fractal y factor de forma	81
6.9.- Sobre el método	82

6.10.- Especificaciones finales y conclusión	82
CAPITULO 7.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	84
7.1.- Conclusiones	84
7.2.- Recomendaciones para posibles trabajos futuros	86
REFERENCIAS.	87
APENDICE A. Resultados de las mediciones y gráficos de Richardson en acero AISI 316L.	90
APENDICE B Resultados de las mediciones en acero AISI 304	96
APENDICE C. Resultados de las mediciones en aceros herramienta.	103
LISTA DE TABLAS	106
LISTA DE FIGURAS	107
SIMBOLOGIA	109
RESUMEN AUTOBIOGRAFICO.	110



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



RESUMEN

En este trabajo se aplica el análisis fractal a la descripción de la microestructura de dos aceros inoxidable y dos aceros grado herramienta. Los aceros inoxidable fueron un acero AISI 316L y un acero AISI 304. Los aceros herramienta estudiados correspondieron a un acero tipo M y un acero tipo H. En los aceros inoxidable la microestructura fue analizada concentrando la atención en las fronteras de grano, mientras que para los aceros herramienta se estudiaron los perfiles de los carburos primarios presentes en su microestructura.

El objetivo primordial de este trabajo fue desarrollar métodos para realizar análisis fractal de microestructuras metálicas, usando técnicas de análisis y procesamiento digital de imágenes de microscopía óptica. Los objetivos específicos fueron los siguientes:

- Corroborar con resultados confiables la naturaleza fractal de fronteras de grano y otros componentes microestructurales como los perfiles de carburos primarios.
- Demostrar que estos componentes microestructurales pueden describirse como objetos fractales naturales que poseen dimensiones fractales que pueden medirse con métodos sencillos y confiables.

- El desarrollo de estos métodos de medición de la dimensión fractal.

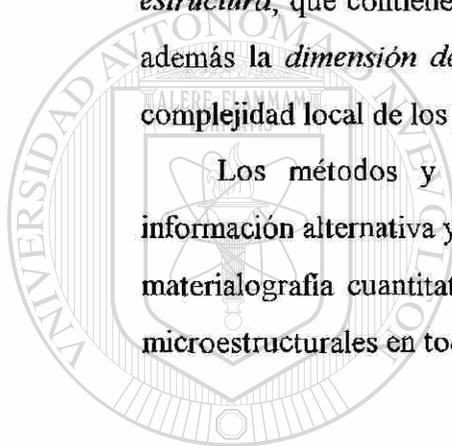
- Establecer, mediante el análisis de los resultados obtenidos, si se presenta “multifractalidad” en estas curvas naturales.

- Comparar la información que proporciona el análisis fractal a través de las dimensiones fractales, con la proporcionada por los parámetros clásicos de la metalografía cuantitativa, como el tamaño de grano y el factor de forma, explorando las posibles relaciones entre ellos.

Las microestructuras de estos materiales fueron observadas por microscopía óptica y cuantificadas mediante análisis de imágenes. Las magnificaciones empleadas fueron de 50, 100, 200, 400 y 1000X, las mediciones se realizaron sobre imágenes digitalizadas a 512 x 480 píxeles y 256 niveles de gris. Los factores de calibración, para las magnificaciones mencionadas, fueron de 1.904, 0.952, 0.479, 0.239 y 0.095 $\mu\text{m}/\text{pixel}$.

Los resultados de las mediciones indican que las fronteras de grano de los aceros inoxidables y los perfiles de los carburos en los aceros herramienta, no son líneas euclidianas, sino que manifiestan el llamado efecto Richardson; esto es, las mediciones de sus tamaños dependen de la magnificación y precisión de medición empleadas. Estos elementos microestructurales pueden ser bien descritos como curvas fractales naturales con dimensión fractal que puede ser medida con buena precisión mediante los métodos de análisis fractal aportados en este trabajo. Más aún, se encuentra que estos elementos presentan “multifractalidad”, ya que pueden manifestar más de una dimensión fractal. En los casos de granos y carburos multifractales, se identifica la *dimensión fractal de estructura*, que contiene información de la morfología y estructura general. Se identifica además la *dimensión de textura*, que proporciona información de la textura fina y la complejidad local de los perfiles.

Los métodos y resultados aportados por el presente trabajo proporcionan información alternativa y/o complementaria a la obtenida por los tradicionales métodos de materialografía cuantitativa. Además, son aplicables a una gran variedad de elementos microestructurales en toda clase de materiales.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPITULO 1

GEOMETRIA DE FRACTALES

1.1.- Introducción.

La geometría de fractales [1-8] es una joven rama de las matemáticas que permite el estudio y la descripción de morfologías antes vedadas al escrutinio científico, como son las formas adoptadas por los objetos creados por la naturaleza. La geometría euclidiana no permite describir satisfactoriamente la forma de una nube, un árbol o un copo de nieve. Esta geometría tradicional describe las formas mediante dimensiones enteras: 0,1,2 y 3; en tanto que en geometría de fractales la dimensión de un objeto (dimensión fractal) no precisa ser entera. Por ejemplo, la curva de von Koch tiene una dimensión $D = 0.2618$, las nubes tienen dimensión $D \sim 3.3$.

Esta nueva herramienta ha encontrado aplicaciones en disciplinas tan diversas como la geología, fisiología, artes gráficas, cinematografía, comunicaciones, música, ecología, teoría de caos y muchas otras. En ciencia de materiales se ha aplicado a la descripción de superficies de fractura, descripción de características microestructurales, transformaciones de fases, crecimiento de cristales, y otras aplicaciones.

El concepto de dimensión fractal (dimensión de Hausdorff-Besicovitch) es esencial en esta geometría. La dimensión fractal de un conjunto o una figura es un número que dice que tan eficientemente llena ésta el espacio y, para conjuntos fractales clásicos, puede ser calculada por métodos matemáticos. Se han desarrollado además diferentes métodos para determinar experimentalmente la dimensión fractal de formas reales con características que permiten considerarlas como fractales naturales.

La geometría de fractales se ha utilizado para el estudio de morfologías que resultan de procesos físicos llevados a cabo en condiciones alejadas del equilibrio termodinámico y con características caóticas. Estos fenómenos son estudiados en la actualidad mediante la dinámica no lineal y la teoría de caos, disciplinas estrechamente relacionadas con la geometría de fractales.

En términos matemáticos, la geometría de fractales se ocupa de describir y analizar subconjuntos de espacios métricos llamados fractales, los cuales poseen cierto grado de autosimilitud y una dimensión generalmente fraccionaria. Estas características no se describen satisfactoriamente por el lenguaje tradicional de la geometría euclidiana o la topología.

1.2.- Fractales.

Mandelbrot [1,2] desarrolló una nueva geometría que permite el estudio de las formas naturales, identificando una familia de formas demasiado irregulares para ser descritas mediante la geometría euclidiana a las que llamó fractales. El término fue acuñado del latín *fractus*; el correspondiente verbo *frangere* significa "romper, crear fragmentos irregulares". El término "fractal" transmite la idea de que un objeto es irregular, se puede descomponer en fragmentos que son parecidos al todo y es de dimensión fraccionaria.

Es importante distinguir entre un "conjunto fractal" y lo que podemos llamar "fractal natural". Un conjunto fractal es un ente matemático cuyas características pueden definirse rigurosamente, mientras que el término "fractal natural" se aplica a objetos naturales que pueden ser descritos como fractales (contornos de nubes, ramas de helechos, líneas costeras, superficies de fractura en metales, etc.), pero que realmente no lo son, puesto que vistos a escala suficientemente pequeña sus características fractales desaparecen. En la naturaleza no existen fractales verdaderos, así como tampoco existen líneas rectas ni círculos.

1.3.- Geometría euclidiana y geometría fractal.

La geometría euclidiana permite describir, generalmente mediante fórmulas simples, los objetos elaborados por el hombre. Sin embargo, esta herramienta no es apropiada

para describir objetos creados por la naturaleza: las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las líneas costeras no son rectas ni circulares, los granos de los metales no son tetraicaedros.

La *Tabla 1.1* presenta una comparación de estas geometrías, la diferencia más notable es que la geometría euclidiana asigna a los objetos una dimensión que siempre es un número entero, mientras que en la geometría fractal la dimensión de un objeto puede ser fraccionaria.

Tabla 1.1.- Comparación de las geometrías euclidiana y fractal.

GEOMETRIA	
EUCLIDIANA	FRACTAL
<ul style="list-style-type: none"> • Dimensiones enteras (0,1,2,3...) • Tradicional (> 2000 años) • Adecuada para describir objetos hechos por el hombre • Describe por medio de fórmulas 	<ul style="list-style-type: none"> • Dimensiones fraccionarias • Moderna (~ 15 años) • Adecuada para describir formas naturales • Describe por medio de algoritmos.

1.4.- Definición

No existe una definición de los fractales que sea plenamente satisfactoria. Benoît B. Mandelbrot define un fractal como un subconjunto en un espacio métrico para el cual su dimensión Hausdorff-Besicovitch, D_H , es estrictamente mayor que su dimensión topológica, D_T .

$$D_H > D_T$$

Esta definición, sin embargo, excluye algunos conjuntos que son considerados fractales. Es oportuno mencionar aquí que, a diferencia de la dimensión topológica, la dimensión de Hausdorff-Besicovitch no está restringida a tomar valores enteros. Estas dimensiones se discuten en la sección 1.6.

Los fractales generalmente poseen algún tipo de autosimilitud, puede decirse que están formados por partes pequeñas que se parecen al todo. Esta similitud puede ser geoméricamente estricta o bien puede ser solamente aproximada o estadística. Por ejemplo, el conjunto de Cantor, *Fig. 1.1*, está formado por dos copias estrictamente similares de sí mismo y la curva de von Koch, *Fig. 1.2*, está formada por cuatro réplicas. Un fractal natural como un árbol esta formado por múltiples copias, que son las ramas, aproximadamente similares al todo, que es el árbol. A su vez las ramas contienen copias de sí mismas, las subramas. En este ejemplo, la autosimilitud es aproximada o estadística, y recibe el nombre de autoafinidad.

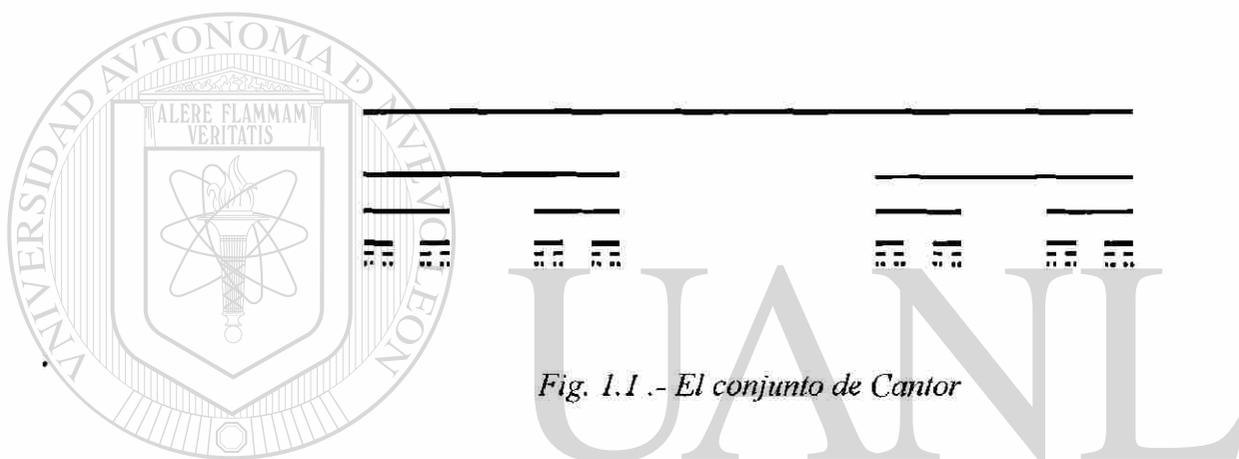


Fig. 1.1.- El conjunto de Cantor

1.5.- Características de los fractales.

Ilustraremos las características de los fractales estudiando un fractal clásico: la curva de von Koch.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

1.5.1.- Curva de von Koch.

La *Fig. 1.2* muestra las etapas para la obtención de la curva de von Koch, dada a conocer por primera vez en 1904 [9,3]. Esta curva se construye a partir de una línea recta llamada *iniciador*, la cual se divide en tres partes iguales. El tercio medio se retira y se sustituye por un triángulo equilátero sin su base, de esta manera se obtiene lo que se llama el *generador*. A continuación cada línea del generador se reemplaza por una copia reducida de sí mismo; este procedimiento se repite iterativamente. La curva obtenida al

aplicar este procedimiento un número infinito de veces es la curva de von Koch. Muchos fractales clásicos se obtienen por algoritmos análogos a éste.

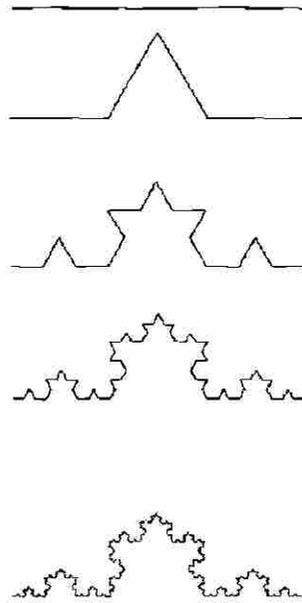


Fig. 1.2.- Construcción de la curva de von Koch, para esta curva fractal la dimensión fractal tiene un valor de 1.2618...

La curva de von Koch nos permite ilustrar también como los fractales pueden reproducir, de manera aproximada, formas naturales. La *Fig. 1.3* se obtiene uniendo tres curvas de von Koch como la mostrada en la *Fig. 1.2*. La figura obtenida es similar a un copo de nieve.

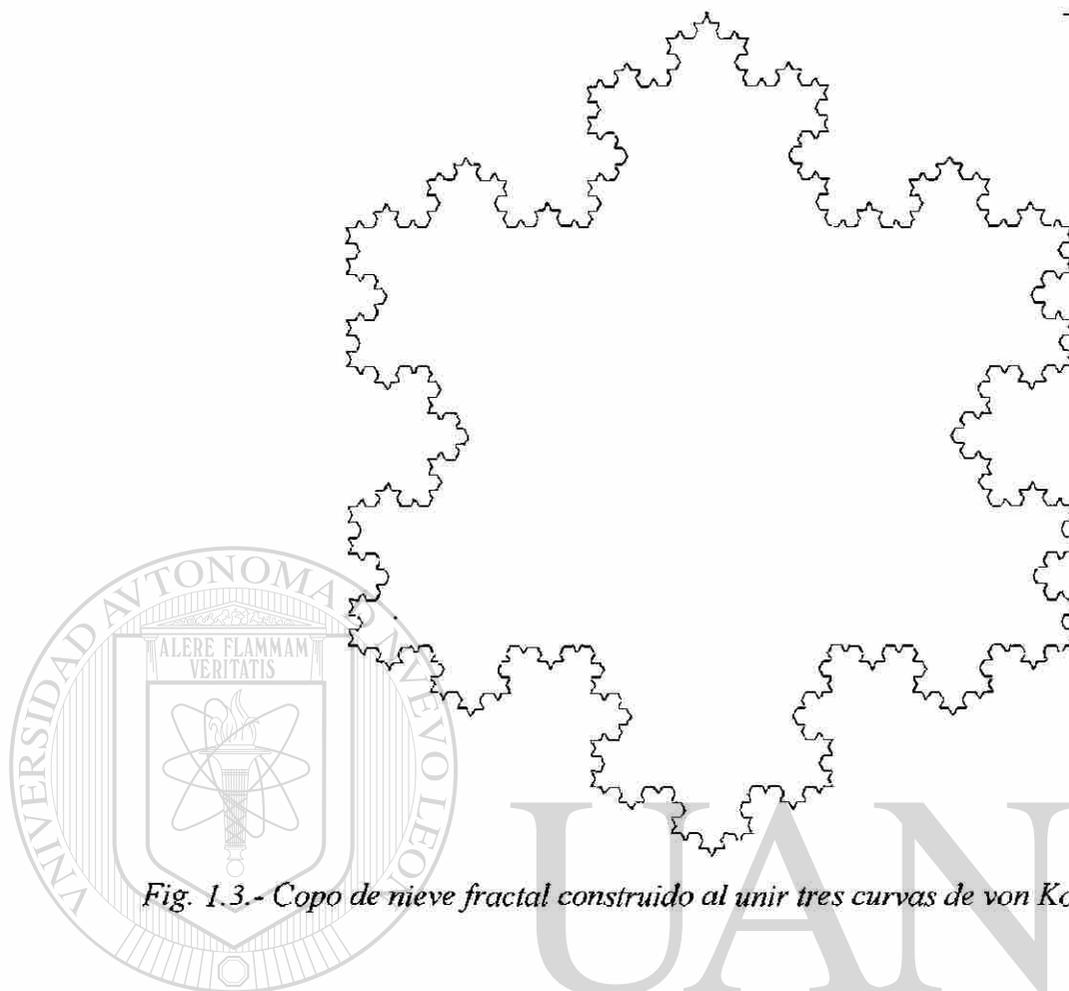


Fig. 1.3.- Copo de nieve fractal construido al unir tres curvas de von Koch, $D = 1.2618$.

1.5.2.- Autosimilitud.

Podemos ver que la curva de von Koch está formada por cuatro segmentos que son idénticos, al observar estos segmentos vemos que éstos son una réplica exacta del todo, pero reducida por un factor de un tercio. Podemos ampliar cualquier segmento de la curva y observar siempre una copia del todo. Esta es la propiedad de autosimilitud y escalamiento en sentido estricto. Esta propiedad está implícita en el algoritmo de construcción. Es de notarse también que esta propiedad de la curva la hace no diferenciable.

1.5.3.- Longitud de la curva de von Koch.

La longitud de la curva aumenta por un factor $4/3$ en cada iteración. Si la longitud del iniciador es unitaria, podemos expresar la longitud L de la curva en la iteración k por:

$$L = \left(\frac{4}{3}\right)^k$$

De manera que si k tiende al infinito la curva de von Koch tiene una longitud infinita. En matemáticas, las curvas que poseen una longitud finita son llamadas rectificables. La curva de von Koch, al igual que otras curvas fractales, no es rectificable.

1.5.4.- Dimensión fractal de la curva de von Koch.

Topológicamente, la curva de von Koch es equivalente a una línea recta, que es el prototipo de objeto con dimensión uno. Sin embargo, una línea recta también posee propiedades de autosimilitud, puede ser dividida en N partes reducidas por un factor $r = 1/N$. De la misma forma, un cuadrado (dimensión topológica = 2) puede ser dividido en N partes idénticas reducidas por un factor $r = (1/N)^2$ y un cubo puede ser dividido también en N cubos pequeños idénticos reducidos por un factor $r = (1/N)^3$. De manera que para un objeto estrictamente autosimilar compuesto de N partes, cada una reducida por un factor r , se cumple que:

$$Nr^D = 1$$

Esta relación permite definir la dimensión de autosimilitud D :

$$D = \frac{\log N}{\log(1/r)}$$

Así, la dimensión fractal de la curva de von Koch es :

$$D = \frac{\log 4}{\log 3} = 1.2618..$$

Obsérvese que esta dimensión es fraccionaria y mayor que la dimensión topológica, que es uno, $D_t = 1$.

1.6.- Dimensión fractal.

Es posible definir la dimensión de un objeto o conjunto de diferentes formas. Estas distintas dimensiones proporcionan diferente información y pueden tener diferentes valores para un mismo objeto, como hemos ilustrado en el caso anterior. En la literatura se encuentra un buen número de definiciones de dimensiones como la euclidiana, la topológica, la de autosimilitud, la de Hausdorff-Besicovitch, la dimensión de Minkowski (*box counting dimension*), la dimensión de capacidad, la dimensión de correlación, de frecuencia, de Lyapunov, de cobertura y otras. Algunas de estas dimensiones son equivalentes. En este trabajo concentraremos nuestra atención en las dimensiones de Hausdorff, la de autosimilitud y la dimensión de Minkowski (a la que nos referiremos con su más utilizada designación en inglés: *box counting dimension*, o dimensión de conteo de celdas). Para nuestros propósitos, estas dimensiones serán consideradas equivalentes y las englobaremos bajo el término *dimensión fractal*, la dimensión fractal se representa en este trabajo con el símbolo “ D ”.

En las siguientes secciones se discuten las dimensión de Hausdorff-Besicovitch y la dimensión de conteo de celdas, la dimensión de autosimilitud ya fue discutida en la sección anterior.

1.6.1.- Dimensión topológica.

La topología es la rama de la matemática que estudia las propiedades de los objetos que son invariantes bajo ciertas transformaciones llamadas homomorfismos. La noción intuitiva de dimensión es que ésta es el número de parámetros (coordenadas) que se

requieren para describir los puntos de un objeto. En topología un punto tiene dimensión cero. Una línea tiene dimensión 1 porque se puede dividir en dos partes por un punto, que es de dimensión cero. Un cuadrado tiene dimensión 2 porque se puede dividir en dos partes por una línea, que es de dimensión 1. Un cubo es de dimensión 3 porque puede ser dividido en dos partes por un cuadrado, que es de dimensión 2. En general, un espacio, conjunto u objeto es de dimensión n , si se pueden separar dos puntos cualesquiera de él sustrayendo un subconjunto de $(n-1)$ dimensiones. La geometría euclidiana proporciona una definición inductiva análoga: una figura es unidimensional si sus fronteras son puntos, bidimensional si su frontera está formada por curvas, y tridimensional si su frontera se compone de superficies.

1.6.2.- Dimensión de Hausdorff-Besicovitch.

Medidas.

En matemáticas se utiliza el concepto de medida para asignarle un tamaño numérico a los conjuntos, con objeto de describirlos y compararlos entre sí. Así, los conceptos de longitud, área y volumen son medidas que describen objetos de dimensión topológica 1, 2 y 3, respectivamente. Para objetos de dimensión topológica cero, como un conjunto de puntos, la medida es el número de elementos. Estas medidas son satisfactorias para describir objetos “regulares” (euclidianos), sin embargo, en el caso de objetos fractales no resultan muy útiles. Podemos comparar dos líneas rectas y decir que una de 3 cm de longitud es el doble de larga que otra de 1.5 cm de longitud, pero no podemos comparar satisfactoriamente la curva de von Koch con una trayectoria browniana usando esta medida, en ambos casos la longitud es infinita.

Definición

Generalizando el concepto de medida es posible dar una sencilla definición de la dimensión de Hausdorff-Besicovitch.

La longitud L de una línea puede obtenerse dividiéndola en (o cubriéndola con) segmentos de longitud ε y sumando en la forma:

$$L = \sum \varepsilon^1$$

Análogamente, el área A de una superficie puede medirse dividiéndola en pequeños cuadrados de lado ε y sumando en la forma:

$$A = \sum \varepsilon^2$$

Para un cubo, podemos calcular su volumen V utilizando cubos pequeños de lado ε y sumando en la forma:

$$V = \sum \varepsilon^3$$

En cada caso, al hacer ε infinitamente pequeño, estas medidas proporcionan un valor finito e independiente de ε . Nótese que el exponente de ε es la dimensión topológica del objeto y cuando se utiliza otro, la medida no proporciona información útil: no tiene sentido hablar del volumen de un cuadrado.

Generalizando lo anterior podemos escribir:

$$M = \sum \varepsilon^D$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

donde M es una medida y D es un número real. El valor del exponente D que hace que la medida M sea independiente de la unidad de medición ε es la dimensión de Hausdorff-Besicovitch. Esta dimensión tiene la ventaja de estar definida para cualquier conjunto pero tiene el inconveniente de ser difícil de calcular en la mayoría de los casos y no resulta útil en la práctica. Afortunadamente, otras dimensiones, definidas de manera más sencilla, son equivalentes en muchos casos a la dimensión de Hausdorff-Besicovitch y permiten la determinación de la dimensión fractal de objetos reales.

1.6.3.- Dimensión de conteo de celdas (*box counting dimension*).

La dimensión de conteo de celdas (*box counting dimension* o dimensión de Minkowski) es la más utilizada en trabajos experimentales para la medición de la dimensión fractal, debido a su sencillez y facilidad para ser adaptada computacionalmente. Esta dimensión es la variante más sencilla de las dimensiones fractales llamadas de cobertura o recubrimiento. Para calcular la dimensión de un conjunto u objeto, éste se recubre con un conjunto de $N(\varepsilon)$ figuras de tamaño ε . La Fig. 1.4 ilustra un conjunto con diferentes coberturas. Al utilizar diferentes valores del tamaño ε , se encuentra que, para objetos fractales, $N(\varepsilon)$ varía de acuerdo a:

$$N(\varepsilon) \propto C\varepsilon^{-D}$$

de donde se define la dimensión de conteo de celdas como:

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)}$$

Por sencillez, y por la facilidad de aplicación experimental, se prefiere utilizar coberturas formadas por cuadrados de lado ε . La aplicación de este método a la determinación de la dimensión fractal de objetos naturales se describe en la sección siguiente.

Otra forma o cobertura de interés aplicable al análisis de curvas fractales consiste en dibujar en cada punto de ella un círculo de radio ε , obteniéndose la cobertura de Minkowski, Fig 1.5. Esta alternativa también puede ser adaptada para realizar mediciones experimentales utilizando técnicas de análisis de imágenes.

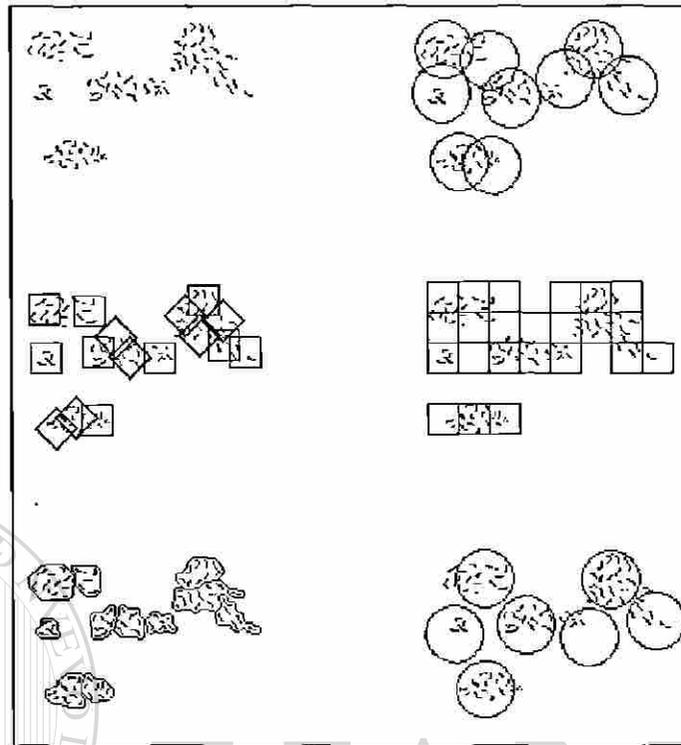


Fig. 1.4.- Diferentes coberturas posibles para estimar la dimensión fractal de un conjunto.

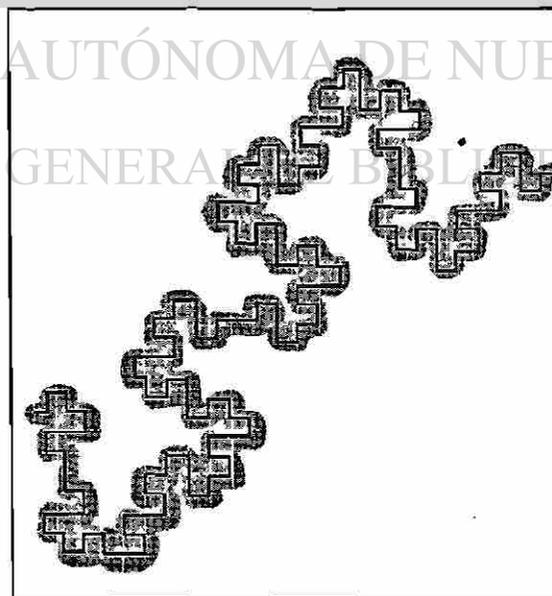


Fig. 1.5.- Una curva fractal con cobertura de Minkowski ("Minkowski sausage")

1.7.- Métodos experimentales de medición de la dimensión fractal.

1.7.1.- Gráfico de Richardson.

Una forma muy simple de determinar la dimensión fractal de un objeto consiste en plasmar datos experimentales en un gráfico de Richardson. Lewis Fry Richardson [10] fue el primer investigador en cuantificar un hecho ya conocido: la longitud de una línea costera - un fractal natural -, depende del tamaño de la “regla”, (*yardstick*) utilizada para medirla. La relación empírica que encontró fue:

$$L(\lambda) = M\lambda^{1-D}$$

donde $L(\lambda)$ es la longitud medida con la regla de tamaño λ , D es una constante < 1 , que Mandelbrot identificó como la dimensión fractal de la línea costera.

Este comportamiento (conocido como Efecto Richardson) es característico de curvas naturales irregulares. El gráfico de Richardson es simplemente el gráfico logarítmico de λ vs $L(\lambda)$, la pendiente m de la recta de regresión obtenida tiene un valor de $1-D$, de donde se obtiene que:

$$D = 1 - m$$

En este trabajo se utilizan de manera abundante gráficos de Richardson, en el Cap. 5 se encuentran muchos ejemplos de este tipo de gráficos.

Kaye [11,12] ha desarrollado un método refinado de construcción de gráficos de Richardson aplicable a curvas cerradas. Kaye normaliza los valores de longitud y λ con respecto al diámetro de Feret del perfil. El diámetro de Feret es un término estereológico que se refiere a la máxima longitud proyectada por un perfil o curva cerrada. De esta forma es posible homologar y comparar con facilidad gráficos de Richardson de curvas naturales de tamaños muy diferentes, por ejemplo, se pueden comparar en un mismo gráfico los datos para las mediciones del perímetro de un lago y el perfil de una partícula microscópica. Bajo este método la dimensión de un fractal natural se expresa indicando tanto el valor obtenido como el intervalo en el que se han realizado las mediciones. Por

ejemplo, la indicación $D = 1.21$ ($\lambda = 0.1-0.010$) indica que la dimensión fractal es de 1.21 en mediciones realizadas para el intervalo de 0.1 a 0.01 con respecto al diámetro de Feret.

1.7.2.- Método de conteo de celdas (Box counting method).

Para calcular la dimensión fractal de un objeto mediante este método, simplemente se le cubre con una serie de mallas cuadradas con tamaño de celda λ , y se cuenta el número de celdas $N(\lambda)$ que contienen una parte del objeto. Al disminuir el tamaño de celdas, $N(\lambda)$ se incrementa de acuerdo a:

$$N(\lambda) \propto C\lambda^{-D}$$

El exponente D , la dimensión de conteo de celdas, se calcula obteniendo la pendiente del gráfico $\log N(\lambda)$ vs $\log(1/\lambda)$. Un ejemplo de la aplicación de esta técnica se ilustra en la Fig. 1.6.

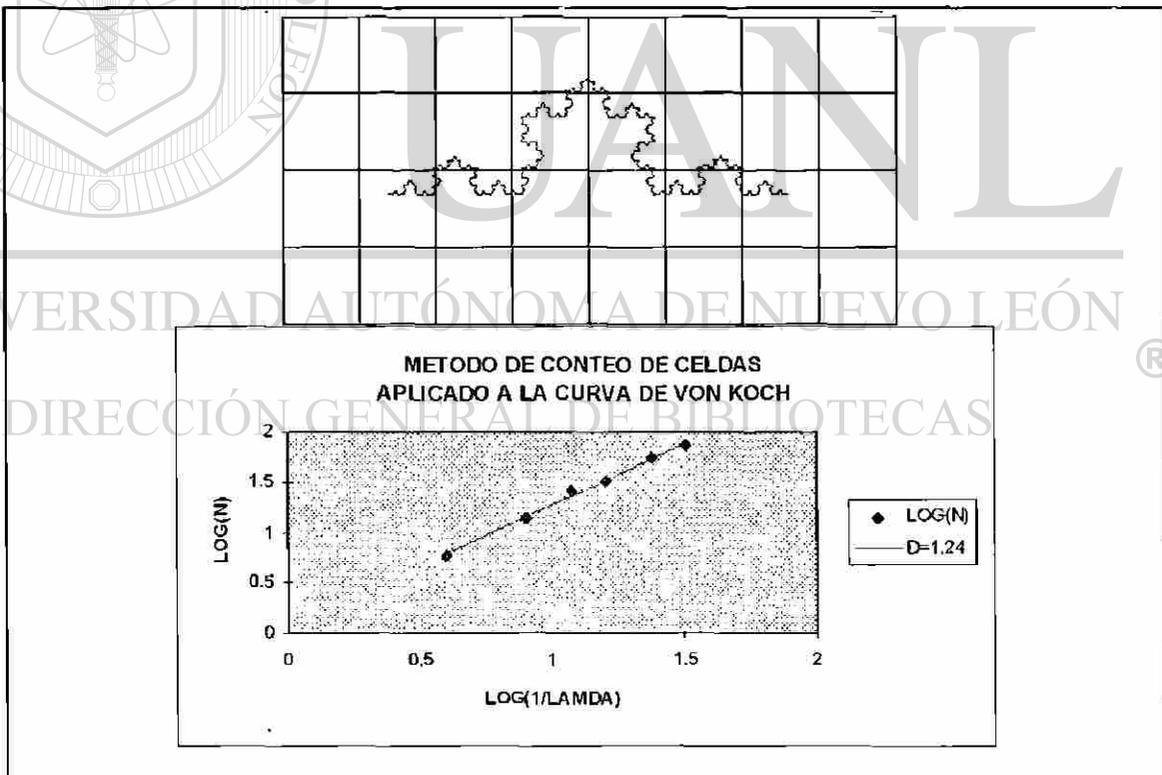


Fig. 1.6.- El método de conteo de celdas aplicado a la curva de von Koch, se estimó la dimensión fractal utilizando mallas de tamaño $1/4, 1/8, 1/12, 1/16, 1/24$ y $1/32$. Se muestra la curva de von Koch con la malla de tamaño $1/8$ superpuesta. Compárese el valor obtenido con el valor exacto de 1.2618..

CAPITULO 2.

MICROESTRUCTURA Y GEOMETRIA DE FRACTALES

La ASM (*The Materials Information Society*, antes *American Society for Metals*) [13] define la microestructura como “la estructura de una superficie metálica preparada según se observa al microscopio a una amplificación mayor a 25X”. En general, la microestructura se define [14] por el tipo, estructura, forma y arreglo topológico de las fases o defectos cristalinos que están presentes en ella y que en la gran mayoría de los casos no forman parte de la estructura de equilibrio termodinámico.

Los elementos microestructurales adoptan formas muy diversas que pueden ser regulares u ordenadas o bien pueden presentar un alto grado de desorden o irregularidad.

2.1.- Defectos cristalinos

No existen materiales perfectos, los materiales cristalinos contienen defectos en su estructura y una de las maneras que puede utilizarse para clasificar estas imperfecciones es mediante su dimensión topológica o euclidiana, la cual denotaremos por “ D_t ”. Así, los defectos puntuales (vacancias, intersticiales, sustitucionales) tendrían una dimensión topológica cero: defectos lineales o unidimensionales como las dislocaciones; defectos bidimensionales o superficiales como las fronteras de grano, límites de macla y superficies libres y también hay defectos tridimensionales o volumétricos como precipitados, grietas, rechupes y poros.

Estos elementos microestructurales pueden interactuar y dar lugar a transformaciones que también podrían ser descritas adecuadamente por el cambio en dimensión topológica. Por ejemplo, una condensación de vacancias, que son defectos puntuales ($D_t = 0$), puede originar una dislocación, que es un defecto lineal ($D_t = 1$); un reacomodo de dislocaciones ($D_t = 1$) puede originar una frontera de grano de ángulo pequeño, que es un plano sin

espesor ($D_r = 2$). Lo anterior pone de manifiesto el importante papel que el concepto de dimensión euclidiana o topológica puede jugar en la ciencia e ingeniería de materiales.

Es importante notar que aunque este método de clasificación podría ser adecuado, ignora la irregularidad que poseen estos defectos. En este trabajo estamos interesados en describir las microestructuras mediante parámetros que cuantifiquen el grado de irregularidad de los defectos cristalinos, en particular, las fronteras de grano. Uno de los objetivos fundamentales de la ciencia e ingeniería de materiales es la determinación de relaciones microestructura-propiedades. Esto hace indispensable desarrollar métodos que permitan describir cuantitativamente las microestructuras (estereología, metalografía o materialografía cuantitativa). Para los propósitos de este trabajo, concentramos nuestra atención en los límites de grano como defectos cristalinos, así como en los perfiles de carburos primarios en aceros herramienta y mediante su descripción intentamos caracterizar algunas microestructuras metálicas.

2.2.- Fronteras de grano.

Usualmente los metales están constituidos por pequeños cristales de diferente orientación. A la superficie que separa dos granos se le llama límite, borde o frontera de grano. Es importante tener en mente que las fronteras de grano son en realidad superficies que rodean el volumen de un cristal. Cuando se analiza al microscopio una muestra metalográfica lo que se observa es la intersección que las fronteras ($D_r = 2$) hacen con la superficie libre, por lo que las fronteras aparecen como líneas ($D_r = 1$).

Durante la solidificación, cada núcleo produce un cristal o grano, cada grano queda unido a sus vecinos en todos los puntos de su frontera y la posición o forma de su frontera queda determinada por el encuentro de los cristales que crecen individualmente. Los granos tienen, por lo tanto, fronteras irregulares que generalmente no siguen direcciones ni planos cristalográficos. Puesto que el crecimiento de cristales está influenciado por fluctuaciones térmicas locales aleatorias, los granos no poseen caras planas regulares.

2.2.1.- Modelos de fronteras de grano

En 1940, Bragg y Burgers [15] introdujeron la idea de que los límites entre cristales de la misma estructura pueden ser considerados como un conjunto de dislocaciones. Siguiendo esta línea, se habla de fronteras de grano de ángulo pequeño y fronteras de grano de ángulo grande [16,17]. Cuando el desajuste o desalineamiento entre dos granos, medido por el ángulo θ , es pequeño ($\theta < 15^\circ$), se tiene un límite de grano de ángulo pequeño. En la Fig. 2.1, se muestran dos fronteras de grano de ángulo pequeño simétricas idealizadas. La primera de ellas es una frontera de ángulo pequeño inclinada (*low-angle tilt boundary*) y la segunda es una frontera de ángulo pequeño torcida (*low-angle twist boundary*). En ambos casos las fronteras están formadas por arreglos de dislocaciones: de borde en el primer caso y de tornillo en el segundo. La Fig 2.2 muestra una frontera de ángulo pequeño inclinada asimétrica en la que grupos de dislocaciones con diferente vector de Burgers se acomodan para absorber el desalineamiento. En general, las fronteras de grano se pueden considerar como una combinación de los tipos inclinado y torcido conteniendo grupos de dislocaciones de borde y tornillo o mixtas.

Considerando estos modelos, la energía de las fronteras de grano de ángulo pequeño es simplemente la energía de dislocaciones por unidad de área de la frontera y depende del espaciamiento de las dislocaciones, el cual puede expresarse, con referencia a la Fig 2.1, como:

$$d = \frac{b}{\sin \theta} \approx \frac{b}{\theta}$$

donde b es el vector de Burgers y θ es el ángulo de desalineamiento. Para valores pequeños de θ , la energía de la frontera de grano, γ , es aproximadamente proporcional a la densidad de dislocaciones ($1/d$) y, por lo tanto:

$$\gamma \propto \theta$$

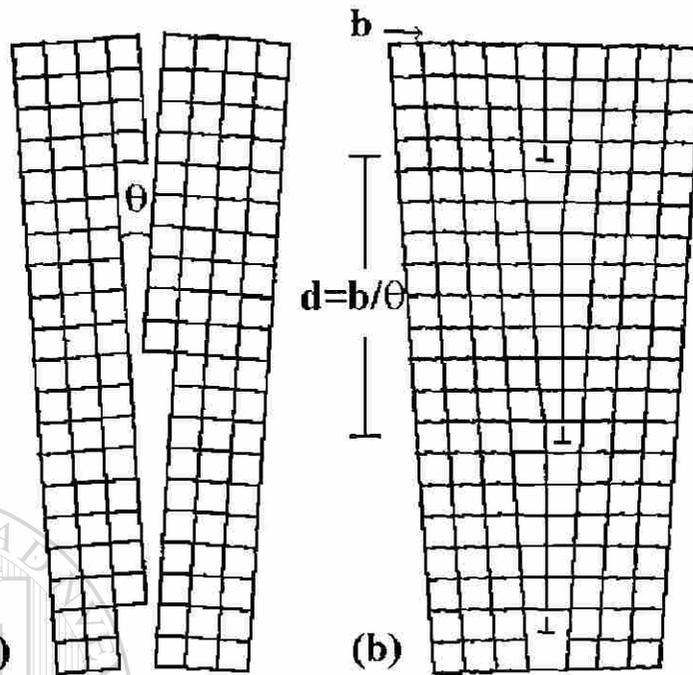


Fig. 2.1 Frontera de grano de ángulo pequeño: (a) frontera inclinada (tilt boundary) (b) frontera torcida (twist boundary).

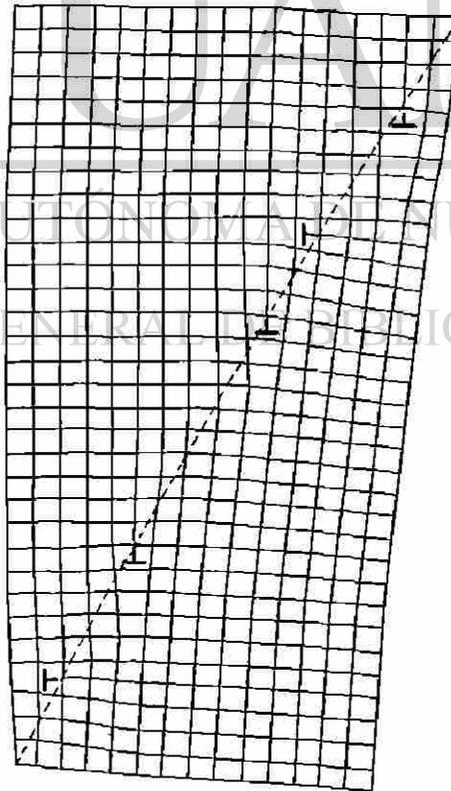


Fig. 2.2.- Frontera de grano de ángulo pequeño inclinada asimétrica.

Para desalineamientos mayores a 15° se encuentra que la energía de la frontera es independiente del ángulo θ . En este último caso se les denomina fronteras de grano aleatorias de ángulo grande (*random high-angle grain boundary*). La Fig. 2.3 muestra esquemáticamente la variación de la energía de frontera de grano con el desalineamiento θ .

La magnitud de la energía de la frontera de grano de ángulo grande, γ_b , puede ser aproximada por:

$$\gamma_b \approx \frac{1}{3} \gamma_{sv}$$

donde γ_{sv} es la energía de superficies libres.

La Tabla 2.1 muestra valores de γ_b y γ_b/γ_{sv} para algunos metales.

Tabla 2.1.- Energías de frontera de grano para algunos metales [18]

Cristal	γ_b (mJ/m ²)	T (°C)	γ_b/γ_{sv}
Sn	164	223	0.24
Al	324	450	0.30
Ag	375	950	0.33
Au	378	1000	0.27
Cu	625	925	0.36
γ -Fe	756	1350	0.40
δ -Fe	468	1450	0.23
Pt	660	1300	0.29
W	1080	2000	0.41

Existen fronteras de grano de ángulo grande especiales con mucha menor energía que las simples fronteras de ángulo grande. Estas fronteras ocurren a determinados ángulos y planos que permiten el acoplamiento de dos cristales o regiones con poca distorsión de los enlaces atómicos. Ejemplo de fronteras de este tipo es la frontera entre

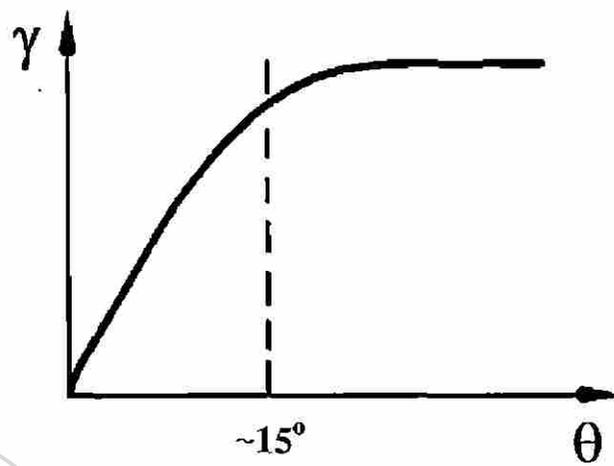


Fig.2.3.- Variación de la energía de frontera de grano, γ , con el ángulo de desalineamiento, θ .

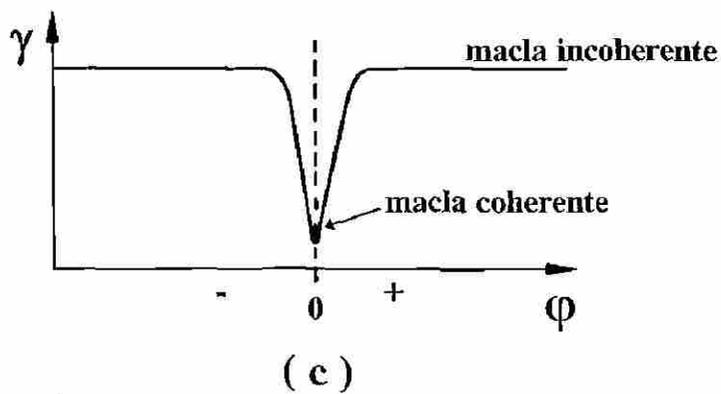
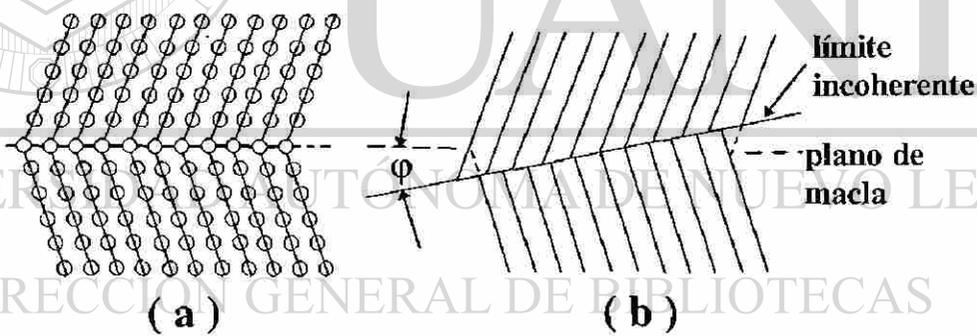


Fig. 2.4.- (a) Borde de macla coherente. (b) borde de macla incoherente. (c) Energía de borde de macla en función de la orientación.

dos maclas. Si el borde de macla es paralelo al plano de macla, el resultado es un borde de macla coherente, Fig. 2.4a, la energía de este tipo de frontera es extremadamente baja en comparación a la energía de las fronteras de ángulo grande simples. Cuando la frontera de macla no es paralela al plano de macla la energía es mayor, en este caso se trata de un borde de macla incoherente, Fig. 2.4b. La energía de un borde de macla es muy sensible a la orientación del plano de macla, según se muestra esquemáticamente en la Fig. 2.4c.

La Tabla 2.2 lista valores experimentales obtenidos para maclas coherentes e incoherentes, además de energías de fronteras de grano de ángulo grande.

Tabla 2.2.- Energías de bordes de macla (mJ/m^2) comparadas con energías de fronteras de grano en algunos metales [18].

Cristal	Energía de borde de macla coherente	Energía de borde de macla incoherente	Energía de frontera de grano
Cu	21	498	623
Ag	8	126	377
Fe-Cr-Ni (Acero inoxidable tipo 304)	19	209	835

2.2.2.- Formas de los granos.

El modelo clásico [19,20,21] para describir la forma tridimensional que adoptan los granos considera dos restricciones: una topológica y otra energética. La restricción topológica (la principal) indica que los granos deben llenar el espacio, sin dejar huecos, Para cualquier sistema, el número de esquinas (C), aristas (E), caras (F) y poliedros (P); deben obedecer la relación:

$$C - E + F - P = 1$$

la restricción energética requiere la minimización de la energía libre, lo cual implica un estado de equilibrio metaestable (el equilibrio completo requeriría la eliminación de los bordes de grano, que son defectos de alta energía, *per se*). Esta condición energética

requiere que los bordes de los granos formen ángulos de 120° entre caras donde se encuentran tres granos a lo largo de una frontera común y las esquinas donde cuatro caras se encuentran a su vez formen ángulos de 109.5° . Un poliedro irregular que casi satisface estos requisitos es el tetracaidecaedro, *Fig 2.5*. Este poliedro es simplemente un octaedro truncado que posee seis caras cuadradas y seis caras hexagonales con 24 vértices. Introduciendo la curvatura apropiada en los bordes y caras se obtienen los ángulos de 109.5° en las esquinas; apilando estos tetracaidecaedros en un arreglo cúbico centrado en las caras se puede llenar completamente el espacio. Experimentalmente no se ha encontrado que los granos adopten esa forma, lo que se acepta es que el grano tridimensional es un poliedro irregular con caras curvadas y esquinas de ángulo promedio de 109.5° .

En la realidad, las condiciones de equilibrio metaestable pueden no alcanzarse, fluctuaciones térmicas azarosas dan lugar a que los granos durante la solidificación, adopten formas más o menos irregulares. Esta irregularidad puede aumentar o disminuir por subsecuentes mecanismos de nucleación de una segunda fase en estado sólido o por procesos de deformación.

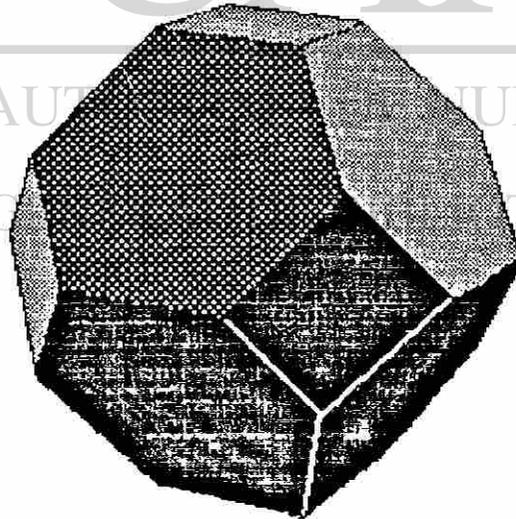


Fig. 2.5.- Forma teórica de los granos, que consiste en un octaedro truncado, llamado tetracaidecaedro.

2.3.- Aplicación de geometría de fractales a la descripción de microestructuras.

La caracterización de microestructuras de materiales en general y de metales en particular, está basada en la descripción cuantitativa de sus defectos. Puesto que muchos de los elementos microestructurales presentan características de irregularidad que impiden describirlos adecuadamente mediante la geometría euclidiana, la geometría de fractales ofrece métodos alternativos para su caracterización.

Para la descripción cuantitativa de la densidad y distribución de los componentes microestructurales se emplea la metalografía cuantitativa, o como se prefiere llamarla actualmente, materialografía, en conjunto con técnicas modernas de procesamiento y análisis de imágenes. Sin embargo, la descripción de la cantidad o densidad de defectos no es suficiente, sino que tiene que estudiarse la distribución de los mismos. Los conceptos de teoría de percolación resultan útiles para tal descripción.

Como se discutió en la sección 2.2.2, los granos metálicos no son cuerpos tridimensionales regulares, no son tetracaídedros. Las fronteras de grano presentan irregularidades provocadas por la naturaleza del crecimiento de los cristales o por mecanismos de deformación y transformación, en lenguaje fractal esto se traduce a que presentan una autosimilitud estadística o autoafinidad, sin ser autosimilares en sentido estricto. En las normas y procedimientos estándares para metalografía (ASTM, por ejemplo) se reconoce la irregularidad de los componentes microestructurales y las limitaciones de los métodos tradicionales, basados en geometría euclidiana, al fijar la magnificación a la que se realizan las observaciones y mediciones. Por ejemplo, para la determinación del tamaño de grano ASTM [22], se deben realizar las mediciones a 100X. Es un hecho reconocido que las mediciones de tamaños de grano, perímetros y longitudes varían al ser observadas y medidas a diferente amplificación. En geometría de fractales esto se conoce como efecto Richardson. Es evidente entonces que los elementos microestructurales presentan características que los hacen aptos para ser estudiados mediante geometría de fractales. Al ser descritos como fractales naturales, la dimensión fractal de los componentes microestructurales se convierte en un parámetro importante y surge la necesidad de desarrollar métodos para su medición experimental confiable.

La determinación cuantitativa de parámetros como perímetros, fracción de área y muchos otros, puede ser realizada con gran precisión y rapidez mediante técnicas de análisis y procesamiento digital de imágenes [23]. Los equipos de análisis de imágenes son entonces herramientas necesarias para la aplicación del análisis fractal de microestructuras.

A continuación se mencionan los trabajos pioneros de aplicación de geometría de fractales en ciencia e ingeniería de materiales, es necesario aclarar que se mencionan solamente los trabajos que tienen más relación con el estudio aquí expuesto.

Mandelbrot, Passoja y Paullay [24], en 1984, estudiaron la naturaleza fractal de las superficies de fractura de metales y encontraron que existe una relación entre la energía de impacto y el incremento en dimensión fractal de la superficie de fractura. Estos resultados fueron obtenidos para aceros Maraging tratados a diferentes temperaturas y sometidos a pruebas de impacto a temperatura ambiente. La Fig 2.6 muestra la relación entre dimensión fractal y energía de impacto. Otros autores [25,26,27] han realizado análisis fractal de superficies de fractura en aceros AISI 4340 [25], aceros de fase dual [26], aleaciones de titanio [27], entre otros.

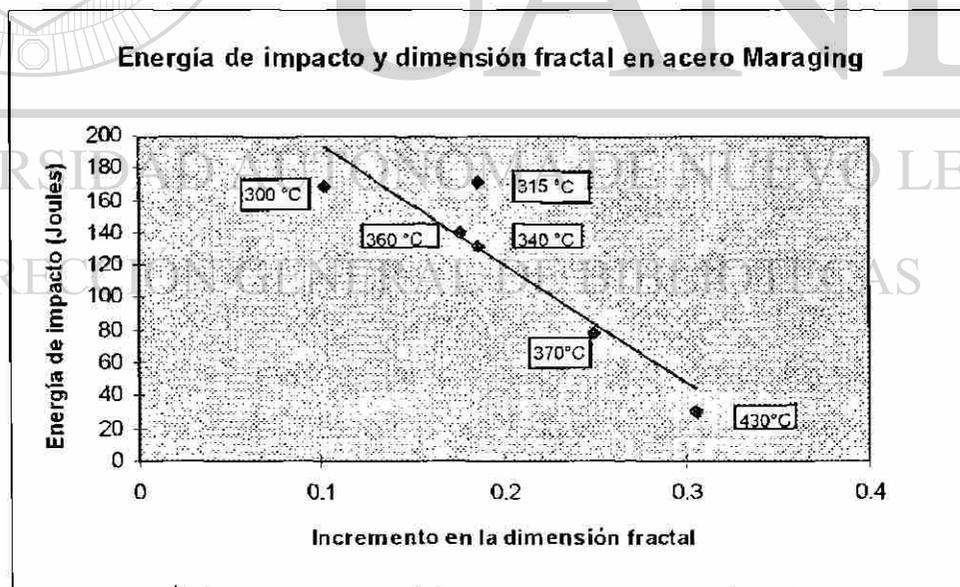


Fig. 2.6. Energía de impacto contra el incremento en dimensión fractal de la superficie de fractura de acero Maraging [24].

Hornbogen [28] publicó en 1989, un trabajo en el que resume las aplicaciones de geometría de fractales en ciencia de materiales hasta esa fecha. Estableció los principios de la aplicación del análisis fractal de microestructuras y propone el estudio de elementos microestructurales como dislocaciones, fronteras de grano, superficies de partículas de polvo, dendritas y líneas de deslizamiento. También propone la descripción de la transformación martensítica y del flujo turbulento en estado sólido mediante conceptos fractales. Hasta ese entonces, los trabajos en este campo eran de naturaleza exploratoria, sin presentar, en general, resultados experimentales concretos.

Kaye, en diversas publicaciones [11,12, 29,30], ha desarrollado métodos para la obtención de dimensión fractal de diversos perfiles como partículas de polvo, polvos minerales y muchos otros, en este trabajo se toman algunos conceptos por él empleados, como la descripción multifractal de curvas fractales, véase cap. 6.

2.3.1.- *Uso de analizadores de imágenes.*

Los equipos de análisis y procesamiento digital de imágenes ya han sido utilizados por algunos autores para realizar análisis fractal. Podemos mencionar los trabajos de Flook [31], Kaye [30], Coster y Chermant [32] entre los pioneros de este campo. Flook, en 1978, implementó el algoritmo de “dilatación” (dilation) para calcular dimensiones fractales de perfiles usando un equipo Quantimet predecesor del utilizado en este trabajo. Sus métodos arrojaron buenos resultados en la medición de perfiles de dimensión fractal conocida, como la del copo de nieve de la Fig. 1.3. Chermant y Coster, empleando un equipo Leitz AT4, analizaron también la adaptación del método de Minkowski para la determinación de dimensión fractal, analizan también la conveniencia de determinar dimensiones utilizando imágenes a diferente magnificación, Kaye desarrolló de igual manera su método de amalgamación de mosaicos (“*mosaic amalgamation*”), que es una adaptación del método de cobertura. Sobre estas bases, en 1980, Shwarz y Exner[33] implementaron métodos de medición de dimensión fractal en equipo de análisis de imágenes semiautomático Kontron Videoplan.

De los trabajos más recientes que guardan estrecha relación con el aquí presentado podemos mencionar el de Laird, Rawers y Adams [34], que en 1992, aplicaron análisis fractal, con ayuda de análisis de imágenes, al estudio de la morfología de los carburos en hierros fundidos blancos de alto cromo. Se empleó un equipo Kontron aprovechando el algoritmo de dilatación. Lu y Hellawell [35], en 1994, reportaron la aplicación de la geometría fractal a la caracterización numérica del grafito en hierros fundidos, sus métodos son muy parecidos a los empleados en el presente trabajo. En 1995, Streitenberger, Förster, Kolbe y Veit [36] reportaron la naturaleza fractal de fronteras de grano de zinc deformado y recuperado, utilizando relaciones área-perímetro.

Resulta pertinente mencionar, por último, que una de las tendencias más recientes es aplicar, además de geometría de fractales, los conceptos de sistemas dinámicos no lineales y teoría de caos a la descripción de microestructuras y su evolución. El trabajo exploratorio de Kirkaldy [37] ejemplifica esta tendencia.

En síntesis, de los trabajos de los autores mencionados se puede concluir que muchos elementos microestructurales presentan características que permiten describirlos como fractales naturales. La técnica de análisis de imágenes es adecuada para la descripción numérica de tales componentes microestructurales. Sin embargo, muchos de los trabajos publicados son exclusivamente exploratorios y no muestran evidencia experimental, ni presentan métodos específicos y detallados para el análisis fractal de microestructuras. En este trabajo abordamos el problema de demostrar, aportando resultados y métodos bien detallados, la naturaleza fractal de los componentes microestructurales metálicos tales como fronteras de grano y perfiles de carburos primarios.

CAPITULO 3

APLICACION DE GEOMETRIA DE FRACTALES A LA DESCRIPCION DE MICROESTRUCTURAS DE ACEROS INOXIDABLES Y ACEROS HERRAMIENTA

En el presente trabajo se aplicó la geometría de fractales a la descripción de la microestructura de dos aceros inoxidables y dos aceros para herramientas. El trabajo se desarrolló en varias etapas.

En una etapa inicial de exploración se buscaron materiales aptos para su análisis fractal de la manera más elemental, inicialmente se consideró la posibilidad de estudiar la microestructura de cobre de alta pureza (para conductores eléctricos). Este material presentó algunas dificultades para su preparación y análisis fractal, por lo que se descartó. Otros materiales considerados en esta etapa fueron aceros de bajo carbono y aceros inoxidables. Se encontró que la microestructura de aceros inoxidables era más apta para su estudio y análisis fractal en esta etapa.

Por lo anterior, en una primera etapa de experimentación se utilizó un acero AISI 316L, con objeto de desarrollar el método de análisis fractal de sus fronteras de grano.

En esta etapa los objetivos fundamentales eran:

- 1.- Probar la hipótesis de que las fronteras de grano en este material presentan características fractales.
- 2.- Desarrollar métodos, utilizando microscopía óptica y análisis de imágenes, para la determinación de la dimensión fractal de granos individuales en este material.

Una vez desarrollada e implementada la técnica de análisis fractal en su versión preliminar, en una segunda etapa, se analizó con más profundidad la naturaleza fractal de otro acero inoxidable, el AISI 304. El estudio de este material incluyó:

- 1.- La realización del análisis fractal en muestras de una barra redonda en condición sin deformación,

- 2.- El análisis de la naturaleza fractal de las fronteras de granos individuales a diferentes grados de deformación.
- 3.- El análisis detallado de los resultados de los gráficos de Richardson para conocer la naturaleza multifractal de las fronteras de grano, aplicando métodos y conceptos empleados por otros investigadores a diferentes curvas fractales naturales.
- 4.- El estudio e interpretación de los resultados del análisis fractal.

En una tercera etapa de experimentación se analizó, utilizando los métodos desarrollados y aprovechando la experiencia obtenida en las etapas anteriores, la microestructura de dos aceros herramienta, concentrando la atención en el estudio de los perfiles de los carburos primarios presentes en ellos. Los aceros utilizados correspondieron a un acero tipo M y un acero tipo H. En estos materiales, los carburos primarios tienen formas muy diferenciadas. En esta etapa fue posible comprobar que los métodos desarrollados para el análisis de las fronteras de grano son igualmente válidos para el análisis fractal del perfil de carburos.

También se analizaron parámetros clásicos utilizados en metalografía cuantitativa y análisis de imágenes, contrastándolos contra los resultados del análisis fractal.

La técnica de análisis fractal desarrollada se describe brevemente a continuación.

El material a analizar se preparó metalográficamente buscando lograr condiciones óptimas de revelado de los constituyentes de interés, por ejemplo, en el análisis de fronteras de grano se buscó un excelente contraste entre las fronteras de grano y la matriz. Imágenes representativas fueron digitalizadas y grabadas para su estudio cuantitativo mediante técnicas de análisis de imágenes. En el capítulo 4 se describen en detalle estos procedimientos.

Las microestructuras fueron observadas por microscopía óptica en el rango de magnificaciones lo más amplio posible, en este trabajo las magnificaciones empleadas fueron de 50, 100, 200, 400 y 1000X. Las regiones de interés fueron observadas y digitalizadas a cada una de las diferentes magnificaciones.

Las imágenes digitalizadas recibían, cuando se consideraba necesario, un procesamiento digital para mejorar las condiciones de contraste y detección de las características de interés. En la sección 4.7 se describe en detalle el procedimiento de digitalización y edición.

Sobre las imágenes digitalizadas, mediante análisis de imágenes se realizaron mediciones de perímetros, áreas, factor de forma y diámetros de Feret. Estas mediciones fueron realizadas a cada una de las diferentes magnificaciones. Implícitamente estamos aquí diciendo que se optó por el análisis fractal mediante cambios en la resolución de medición, en contraste con los métodos más tradicionales que emplean sólo una imagen a una única amplificación.

Los resultados fueron analizados utilizando la técnica desarrollada por Richardson y discutida por Mandelbrot [2,10]. Los resultados son plasmados sobre gráficos de Richardson. La dimensión fractal se determina por la pendiente de la recta de regresión de los puntos experimentales.

La experimentación realizada sobre cada material se describe en detalle en el capítulo 4, los resultados obtenidos se presentan en el capítulo 5 y en los apéndices A, B y C. Estos resultados son analizados y discutidos en el capítulo 7, donde también se exponen comentarios para posible trabajos futuros en esta línea de investigación.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPITULO 4

DESARROLLO EXPERIMENTAL

4.1.- Materiales.

En el presente trabajo se utilizaron principalmente los siguientes materiales: un acero inoxidable tipo AISI 316L, un acero inoxidable tipo 304 y dos aceros para herramienta. En los aceros inoxidables se estudió la naturaleza fractal de las fronteras de grano, mientras que en los aceros para herramientas se aplicó el análisis fractal a los perfiles de los carburos presentes en la microestructura. Los aceros inoxidables fueron seleccionados para este estudio por dos razones básicas; la primera de ellas es que, en base a pruebas preliminares con distintos materiales, se encontró que su microestructura se prestaba para el análisis fractal proyectado. La segunda razón fue el interés por complementar la caracterización de estos aceros, ampliamente utilizados en la industria. En particular existía interés de la empresa HYLSA S.A. de C.V. por caracterizar mediante estas técnicas el material de tubos de acero inoxidable AISI 316L. Los aceros para herramientas se estudiaron también porque su microestructura permitía obtener un excelente contraste en la preparación metalográfica, lo que facilitaba el análisis fractal de los carburos.

Las muestras del acero AISI 316L se obtuvieron de un tubo, proporcionado por HYLSA S.A. de C.V., de 114.3 mm (4.5 pulgadas) de diámetro y 12.7 mm (0.5 pulgadas) de espesor. En el caso del acero AISI 304, las muestras se obtuvieron de una barra comercial de 0.75 pulgadas (19 mm) de diámetro. Las muestras de acero para herramientas provinieron de cuchillas utilizadas para corte de película de polipropileno.

4.2.- Composición química.

4.2.1.- Aceros inoxidables

La *Tabla 4.1* muestra la composición química, obtenida mediante espectroscopía de absorción atómica, de estos materiales. Adicionalmente se muestra en la tabla la composición nominal.

Tabla 4.1. Composición química en % peso de las muestras de acero inoxidable, se muestra también la composición según la norma.

Material	Cr	Ni	C	Mo	Mn
AISI 316L	17	12.7	0.01	2.1	1.5
Norma	16-18	10-14	0.03 max.	2.0-3.0	2.0 max.
AISI 304	19.94	8.55	0.06	----	1.3
Norma	18-20	8-12	0.08 max.	-----	2.0 max.

4.2.2.- Aceros para herramienta.

La composición química de los dos aceros para herramienta estudiados, obtenida también por espectroscopía, se muestra en la *Tabla 4.2*. El acero que denominaremos AH1 (Acero Herramienta 1) es un acero de alta velocidad tipo M, mientras que el acero que denominaremos AH2 (Acero Herramienta 2) pertenece a la familia de aceros tipo H.

Tabla 4.2.- Composición química en % peso de los aceros para herramienta.

Material	C	Mn	Si	Ni	Cr	V	Mo	W	Co
AH1	0.95	0.26	0.425	0.23	4.05	1.09	9.14	1.44	8.31
AH2	0.38	0.28	0.05	0.083	6.03	0.017	0.06	0.64	0.014

4.3.- Deformación mediante ensayo de tensión.

Se realizaron ensayos mecánicos de tensión, con objeto de evaluar la ductilidad de los aceros inoxidables, y realizar después el análisis fractal a diferentes grados de deformación. Se empleó una máquina universal de pruebas mecánicas marca Sintech 30/D, con capacidad de carga de 30,000 lbs.

4.3.1.- Preparación de las probetas.

Las probetas para los ensayos de tensión fueron preparadas con base a las normas ASTM A370 [38] y E8 [39]. En el caso del acero AISI 316L, las probetas se obtuvieron seccionando la pieza tubular según se ilustra en la *Fig. 4.1*. La *Fig 4.2* ilustra la geometría

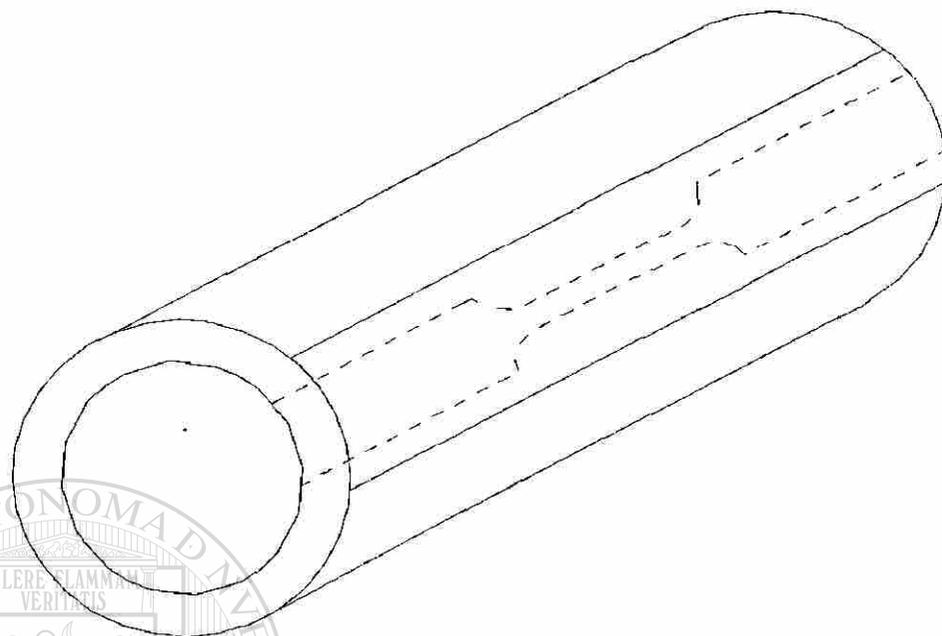
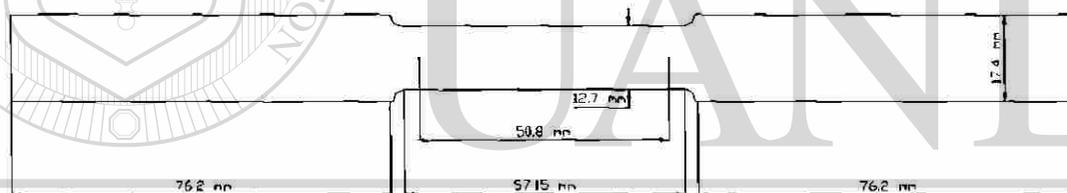


Fig 4.1.- Obtención de las probetas de acero AISI 316L, por corte longitudinal del material tubular.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Fig. 4.2 Geometría de las probetas de acero AISI 316L.

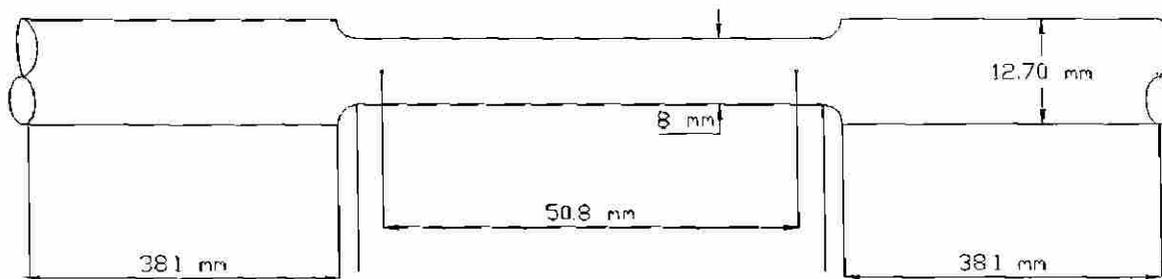


Fig. 4.3 Geometría de las probetas del acero AISI 304.

de las probetas, que fueron maquinadas respetando lo más posible las especificaciones de la ASTM para materiales tubulares. La geometría de las probetas del acero AISI 304, obtenidas a partir de barra cilíndrica, se muestra en la *Fig. 4.3*.

4.3.2.- Curvas esfuerzo-deformación.

Las probetas fueron ensayadas en una máquina universal de pruebas mecánicas. El ensayo de tensión fue llevado hasta la fractura con objeto de conocer el % de elongación que podían soportar estos materiales. La *Fig. 4.4* muestra la curva esfuerzo-deformación obtenida para el acero AISI 316L, mientras que la *Fig. 4.5* muestra la correspondiente al acero AISI 304.

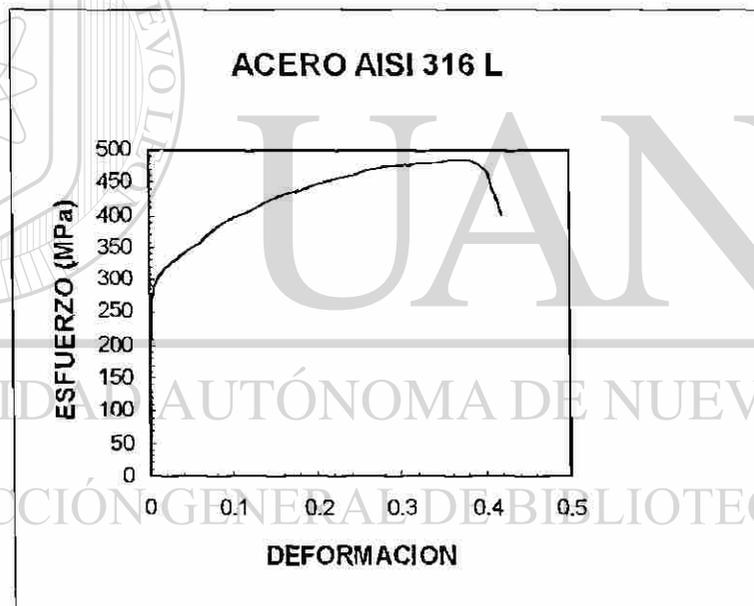


Fig. 4.4.- Curva esfuerzo-deformación para el acero AISI 316L.

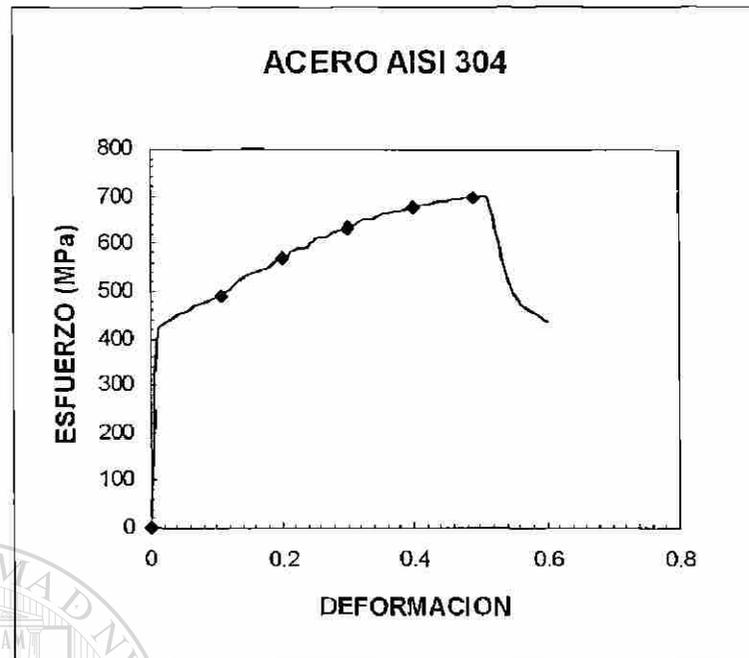


Fig. 4.5.- Curva esfuerzo-deformación para el acero AISI 304, los puntos indican los niveles de deformación impartidos a las probetas en los ensayos de tensión interrumpidos.

Una vez conocida la ductilidad de los materiales, se procedió a impartirles diferentes grados de deformación en tensión. Para tal efecto se prepararon muestras que fueron sometidas a ensayos de tensión interrumpidos en los niveles deseados de deformación. Para el acero 316L solamente se impartió deformación de 20%. Para el acero 304 se realizaron ensayos de 10, 20, 30, 40 y 50% de deformación. En la Fig. 4.5 se muestran con puntos estos niveles de deformación para el acero AISI 304.

4.4.- Ensayos de microdureza.

Para el acero AISI 304 se realizaron mediciones de microdureza Vickers en las muestras a cada deformación y para los planos transversales y longitudinales. La medición reportada es el promedio de cinco mediciones tomadas en la región central de las probetas metalográficas.

4.5.- Preparación metalográfica.

Para su observación metalográfica, los materiales fueron preparados utilizando técnicas metalográficas convencionales [13,40-42]. Se buscó en esta etapa obtener, mediante el ataque metalográfico, las mejores condiciones para la observación en microscopio óptico y para la etapa de digitalización, procesamiento y análisis cuantitativo de las imágenes. El pulido final se efectuó con alúmina de 0.3 micrones y en algunos casos se utilizó también suspensión de diamante. Para revelar la microestructura se utilizaron diversos reactivos de ataque.

En el caso de los aceros inoxidable se realizaron ataques utilizando ácido oxálico, reactivo de Beraha, ácido nítrico diluido y agua regia metanólica. Las mejores condiciones para el análisis de imágenes, esto es, un excelente contraste de las fronteras de grano contra los granos austeníticos, se obtuvieron atacando electrolíticamente con ácido oxálico en el caso del acero AISI 316L y con ácido nítrico diluido al 40% en el caso del acero AISI 304, en ambos casos se experimentó con diferentes voltajes y tiempos de ataque, ya que la deformación impartida a las muestras alteraba su respuesta al reactivo. El objetivo fundamental en la preparación metalográfica de las muestras de aceros inoxidable fue lograr revelar la microestructura de manera que se obtuviera un contraste que resaltara las fronteras de grano, sin revelar demasiado las maclas, carburos o cualquier otro constituyente de la microestructura y de esta manera conseguir condiciones óptimas para la digitalización, procesamiento y análisis de las imágenes.

En el caso de los aceros para herramienta, se empleó como reactivo de ataque nital (ácido nítrico en alcohol) al 2%. En la preparación de estos aceros, se deseaba un ataque que contrastara los carburos contra la matriz de martensita revenida.

En una primera etapa, las muestras de acero 316L se prepararon para su observación metalográfica en planos perpendiculares al eje longitudinal de las probetas. En la segunda etapa de este estudio, las muestras de acero AISI 304 se prepararon para su observación metalográfica tanto en planos perpendiculares como paralelos al eje longitudinal de las probetas de tensión.

4.6.- Microscopía óptica y digitalización de imágenes

Para la observación de las microestructuras se empleó un microscopio marca Nikon Epiphot-TME [43] con platina invertida motorizada, equipado con cinco lentes objetivos que permiten observación a magnificaciones de 50, 100, 200, 400 y 1000X. El microscopio está conectado a un equipo de análisis de imágenes marca Leica modelo Quantimet Q520+. La Fig 4.6 muestra esquemáticamente los componentes del equipo de microscopía y análisis de imágenes. La imagen del microscopio se capta por una cámara de video de blanco y negro tipo CCD (Charged Coupled Device) y se transfiere al equipo analizador de imágenes. La imagen se digitaliza mediante un convertidor analógico-digital que la transforma en un arreglo de 512 x 480 pixeles con 256 niveles discretos de gris, la escala de nivel de gris asigna el cero al negro absoluto y 255 al blanco absoluto. El equipo fue calibrado cuidadosamente para cada magnificación del microscopio, obteniéndose factores de calibración de 1.904, 0.952, 0.479, 0.239 y 0.095 micrones por pixel, para las magnificaciones de 50, 100, 200, 400 y 1000X, respectivamente. El equipo permite realizar mediciones que, de acuerdo a sus especificaciones técnicas [44], son reproducibles a \pm un pixel (*pixel = picture element*, elemento de imagen).

Una vez digitalizadas, las imágenes se almacenaban en el disco duro de la computadora, para posteriormente realizar las mediciones sobre estas imágenes grises grabadas. Con objeto de mejorar las condiciones de las imágenes, sobre algunas de ellas se realizó un procesamiento de equalización y/o aumento de contraste.

4.6.1.- Digitalización de imágenes del acero AISI 316L.

En esta etapa inicial se seleccionaron campos al centro de las probetas metalográficas. Se digitalizaron imágenes de las mismas regiones a cada una de las magnificaciones. Como resultado, se obtuvo un conjunto de imágenes digitalizadas de la microestructura de los planos transversales al eje de las probetas.

4.6.2.- Digitalización de imágenes del acero AISI 304.

Para este material, se obtuvo un conjunto de imágenes digitalizadas de la microestructura, vista en planos transversales y en planos paralelos al eje longitudinal de las probetas de tensión. En el caso de las muestras en plano transversal, las regiones se seleccionaron al centro de las probetas. En las probetas longitudinales se buscaron regiones aleatoriamente, buscando únicamente que la zona estuviera en las mejores condiciones de ataque y libre de rayas de pulido.

4.6.3.- Digitalización de imágenes de los aceros para herramientas .

Para estos aceros, se digitalizaron imágenes concentrando la atención en los carburos primarios presentes en la microestructura.

4.7.- Análisis y procesamiento de imágenes.

Las imágenes digitalizadas (imágenes grises) originales podían recibir un procesamiento digital, dependiendo de sus condiciones de contraste y nitidez de las características de interés. Aprovechando las posibilidades del equipo empleado, se utilizaron diferentes filtros para disminuir el ruido en las imágenes y resaltar las características de interés.

Una vez obtenidas las imágenes grises en condiciones óptimas, se detectaban los elementos de interés, esto es, las fronteras de grano en los aceros inoxidables y los carburos en los aceros herramienta. Las imágenes binarias obtenidas podían recibir entonces un procesamiento de edición antes de proceder a las mediciones, se procuró mantener a un mínimo la edición de las imágenes.

Sobre las imágenes de los aceros inoxidables se realizaron mediciones sobre granos individuales. Los parámetros seleccionados para medición fueron área (A), perímetro(p), factor de forma, y diámetro de Feret máximo. El factor de forma, ff , está dado por :

$$ff = \frac{1}{4\pi} \frac{p^2}{A}$$

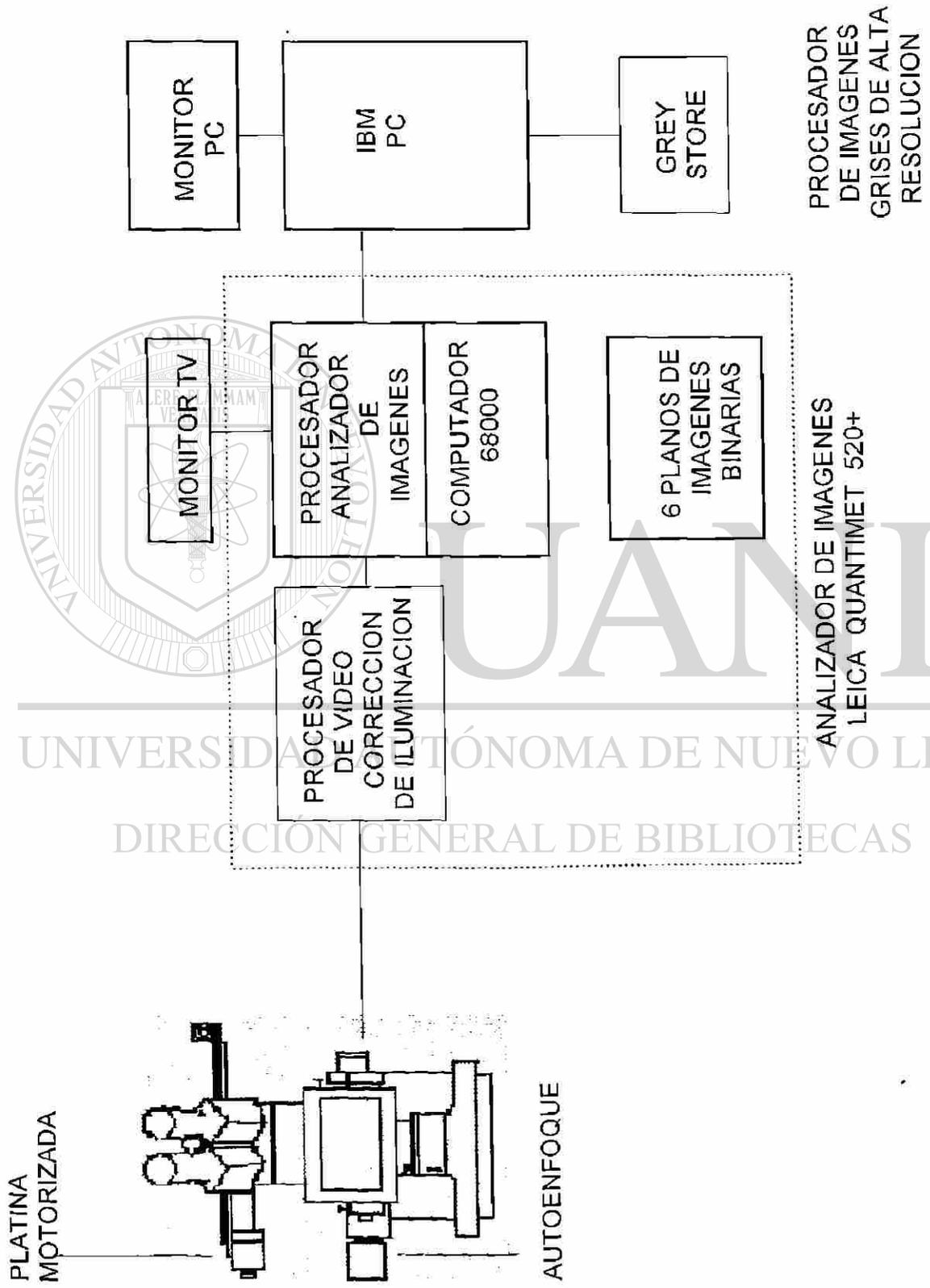


FIG. 4.6. Diagrama esquemático mostrando los componentes del equipo de microscopía y análisis de imágenes.

El diámetro máximo de Feret de un objeto es la longitud máxima entre dos rectas tangentes paralelas. Así, para un círculo, del diámetro de Feret máximo corresponde al diámetro del mismo; para una elipse, el diámetro de Feret máximo corresponde al eje mayor. La Fig. 4.7 ilustra el concepto del diámetro de Feret máximo.

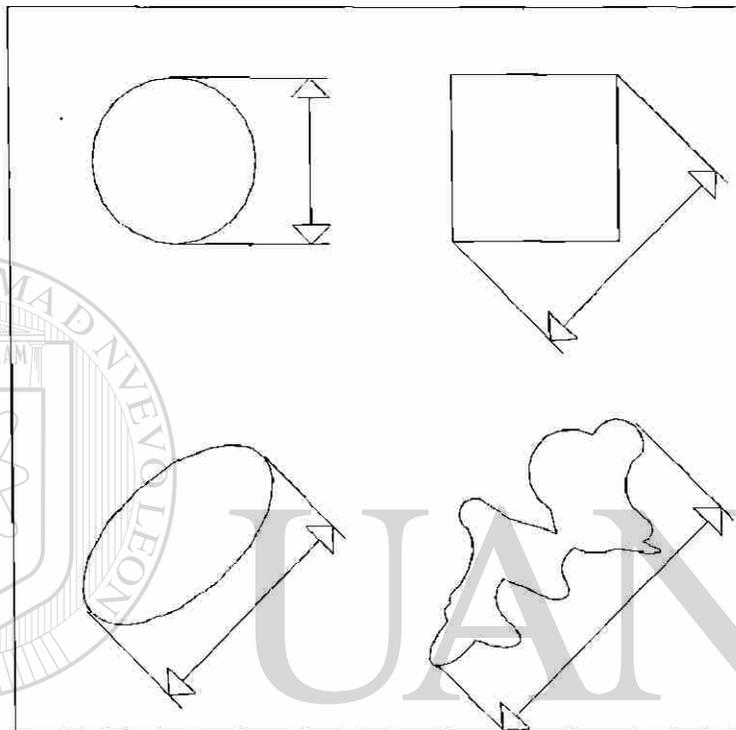


Fig. 4.7.- El diámetro de Feret máximo indicado para algunas figuras.

4.7.1.- Determinación del tamaño de grano.

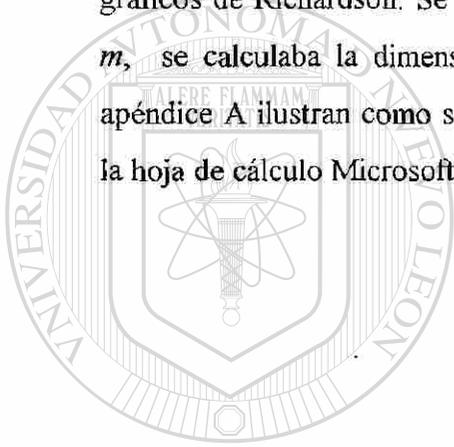
Además de los tamaños individuales medidos para los granos en los aceros inoxidables, se realizó la determinación del tamaño de grano ASTM en las muestras de acero AISI 304 utilizando las facilidades y software específico del analizador de imágenes [45]. Estas mediciones se realizaron siguiendo los procedimientos y recomendaciones de las normas ASTM E-112 [46] y E-1382 [47], además de los encontrados en los manuales del equipo de análisis de imágenes.

4.8.- Medición de la dimensión fractal.

Para la determinación de la dimensión fractal se siguió el procedimiento descrito a continuación.

Los perímetros para un mismo grano o carburo, medidos a las diferentes magnificaciones, eran normalizados con respecto al diámetro máximo de Feret medido a 400X. Para cada magnificación, el factor de calibración, λ , representa la "longitud de la regla" (*yardstick*); sus valores también fueron normalizados con respecto al diámetro de Feret del objeto medido.

Los valores del perímetro normalizado y del factor de calibración se plasmaban en gráficos de Richardson. Se determinaba la recta de regresión y a partir de su pendiente, m , se calculaba la dimensión fractal: $D = 1 - m$. Los resultados presentados en el apéndice A ilustran como se adaptó computacionalmente este procedimiento empleando la hoja de cálculo Microsoft Excel 5.0.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPITULO 5

RESULTADOS

5.1.- Acero AISI 316L.

5.1.1.- Microestructura.

Las *Figs. 5.1 y 5.2* muestran la microestructura del acero AISI 316L, observada al microscopio óptico, en la condición sin deformación. La microestructura es austenítica con algunos carburos, también se observó la presencia de maclas. Las *Figs. 5.3 y 5.4* muestran la microestructura en la condición de 20% de deformación. En ambos casos se empleó el reactivo de Beraha. Aunque para ambas condiciones las fronteras de grano lucen aparentemente rectas o con una curvatura suave, en las muestras deformadas se encontraron fronteras de grano con geometría irregular, como se ilustra en la imagen digitalizada de la *Fig. 5.5*.

5.1.2.- Imágenes digitalizadas.

La *Fig. 5.6* muestra una secuencia de imágenes digitalizadas a magnificaciones de 100, 200, 400 y 1000 X. La *Fig. 5.6d* muestra en alta magnificación un grano individual el cual aparece al centro en las *Fig 5.6a, 5.6b, y 5.6c*. Sobre este tipo de imágenes se realizaron las mediciones de longitud (perímetro) de las fronteras de granos individuales como el de la *fig. 5.6d*. En esta secuencia de imágenes es posible observar que a medida que se incrementa la magnificación, son discernibles más detalles, lo cual, a su vez, permite realizar mediciones con precisión cada vez mayor.

5.1.3.- Mediciones de perímetros de fronteras de grano.

La *Tabla 5.1* muestra los valores obtenidos para un conjunto de 15 granos individuales, se presentan los perímetros obtenidos para cada grano, según se midieron a magnificaciones de 50, 100, 200 y 400X. Se incluye el diámetro de Feret, utilizado para normalizar los perímetros. En estas mediciones, el máximo error se presenta para la magnificación de 50X y es del orden de 1%, ver secciones 4.6 y 6.2. La dimensión

MICROESTRUCTURA DEL ACERO AISI 316L.

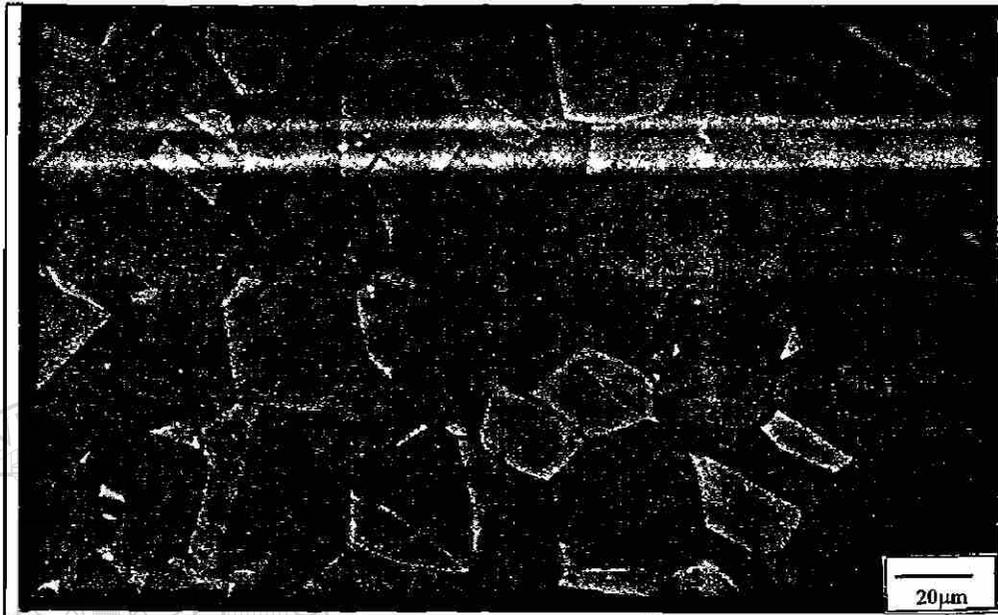


Fig. 5.1.- Microestructura del acero AISI 316L, en la condición sin deformación, 400X.

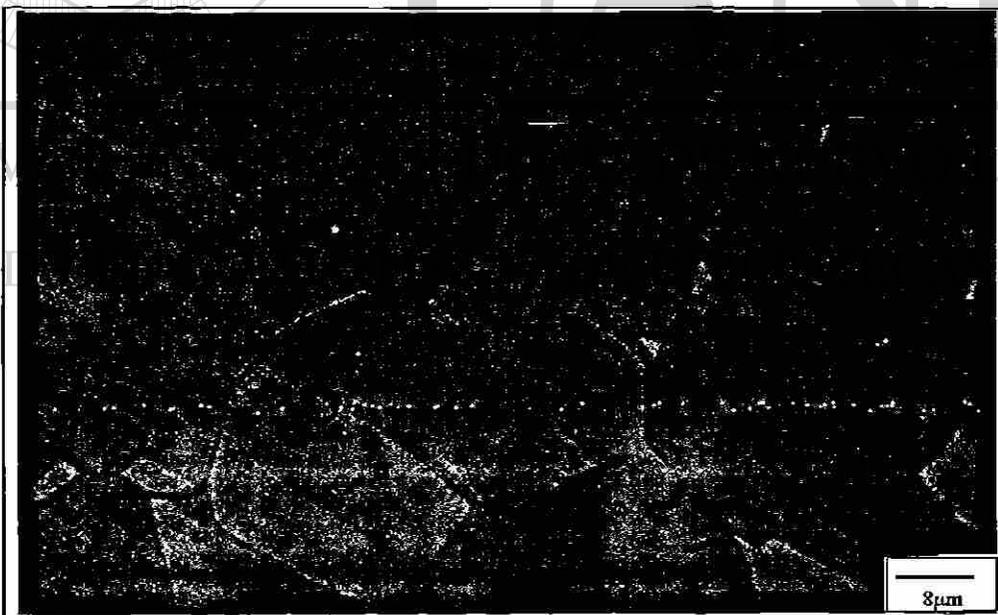


Fig 5.2.- Microestructura del acero AISI 316L, en la condición sin deformación en alta magnificación (1000X).

MICROESTRUCTURA DEL ACERO AISI 316L.

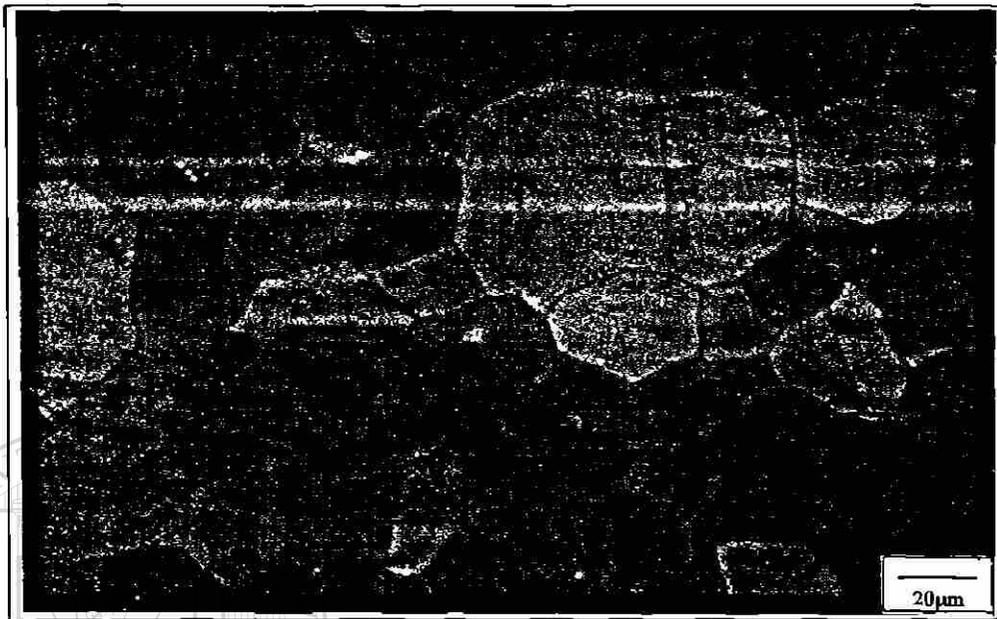


Fig. 5.3.- Microestructura del acero AISI 316L, con 20 % de deformación, 400X.

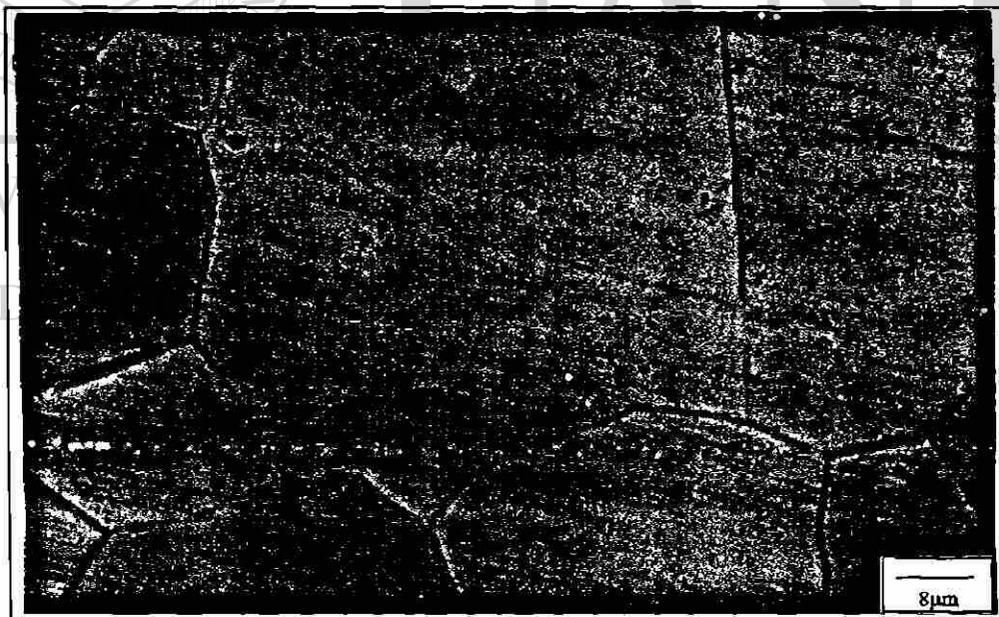


Fig 5.4.- Microestructura del acero AISI 316L, con 20% de deformación en alta magnificación (1000X).

fractal, obtenida a partir de la pendiente del gráfico de Richardson, se incluye en la última columna. Como puede verse, para todos los casos se encuentra que el perímetro medido se incrementa al aumentar la magnificación, manifestándose el efecto Richardson.

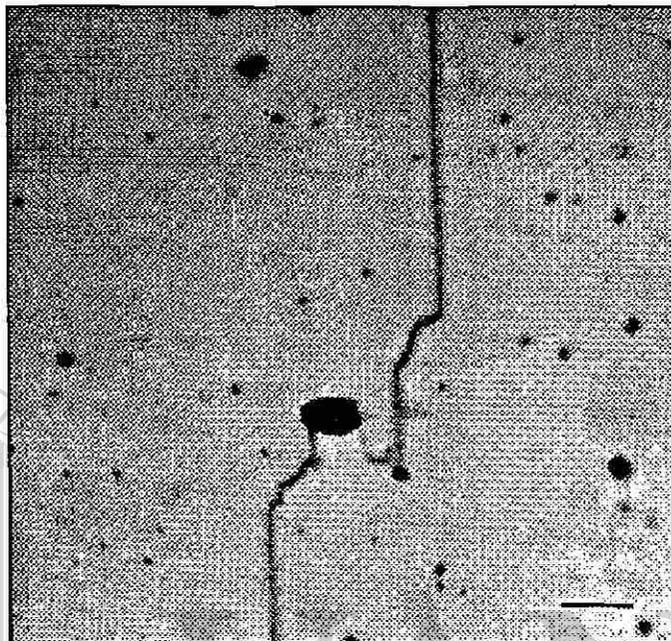


Fig. 5.5.- Frontera de grano irregular en la muestra de acero AISI 316L con 20% de deformación. Escala: 5 μm .

Tabla 5.1.- Resultados de las mediciones de perímetros de granos individuales en acero AISI 316L, a diferentes magnificaciones.

Grano	Perímetro (μm)				Feret (μm)	Dimensión Fractal
	50x	100x	200x	400x		
1	281	283	288	300	105.4	1.031
2	258	261	264	286	83.2	1.046
3	214	215	231	252	77	1.081
4	228	230	237	258	68	1.058
5	311	334	347	387	119	1.100
6	273	274	301	310	101.6	1.069
7	304	305	312	321	111.3	1.026
8	312	313	327	345	123.4	1.049
9	209	226	234	247	70.4	1.078
10	267	301	309	320	97.2	1.082
11	127	143	152	167	62.7	1.128
12	178	210	222	252	74.1	1.159
13	138	142	148	153	56.6	1.051
14	271	277	305	313	106	1.076
15	211	214	229	249	81	1.082

IMAGENES DIGITALIZADAS DEL ACERO AISI 316L

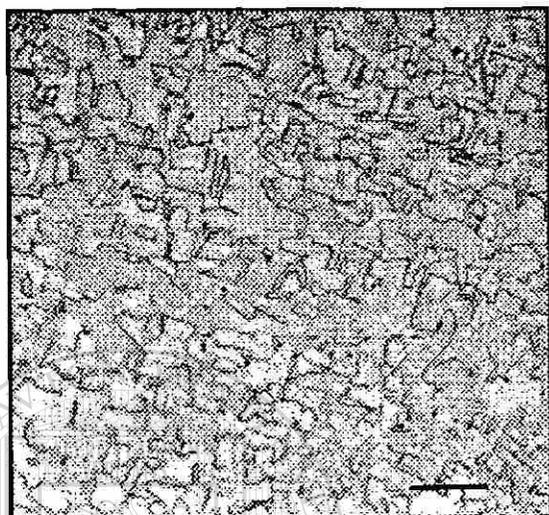
a) 100X. (Escala: 68 μ m)b) 200X. (Escala : 34 μ m)c) 400X (Escala: 17 μ m)d) 1000X. (Escala: 7 μ m)

Fig. 5.6.- Secuencia de imágenes digitalizadas del acero AISI 316L. Se muestra una región centrada en un grano particular, a magnificación progresivamente mayor. Al incrementar la magnificación es posible discernir y analizar cuantitativamente detalles finos que no son revelados con claridad a baja magnificación.

5.1.4.- Gráficos de Richardson y determinación de la dimensión fractal.

La Fig. 5.7 muestra el gráfico de Richardson obtenido para los granos 7, 9 y 12 de la Tabla 5.1. En el eje horizontal se grafica el parámetro λ , que es la unidad de medida (factor de calibración) normalizada con respecto al diámetro de Feret. Este parámetro representa lo que en la literatura se denomina "yardstick length" (longitud de la escala de medición). En el eje vertical, LogPeriNorm representa el logaritmo del perímetro normalizado con respecto al diámetro de Feret. La dimensión fractal, D , de cada grano, se calcula a partir de estos gráficos mediante la relación $D = 1 - m$, siendo m la pendiente de la recta de regresión respectiva. Los valores de D para cada uno de los 15 granos medidos se presentan también en la Tabla 5.1. El mínimo valor obtenido de la dimensión fractal lo presentó el grano 7 ($D=1.026$), mientras que el máximo valor le correspondió al grano 12 ($D= 1.159$). El valor promedio de D fue de 1.074 y en la figura 5.7 está representado por el grano 9 ($D= 1.078$). Los gráficos de Richardson para cada uno de los granos analizados en el acero AISI 316L se presentan en el apéndice A.

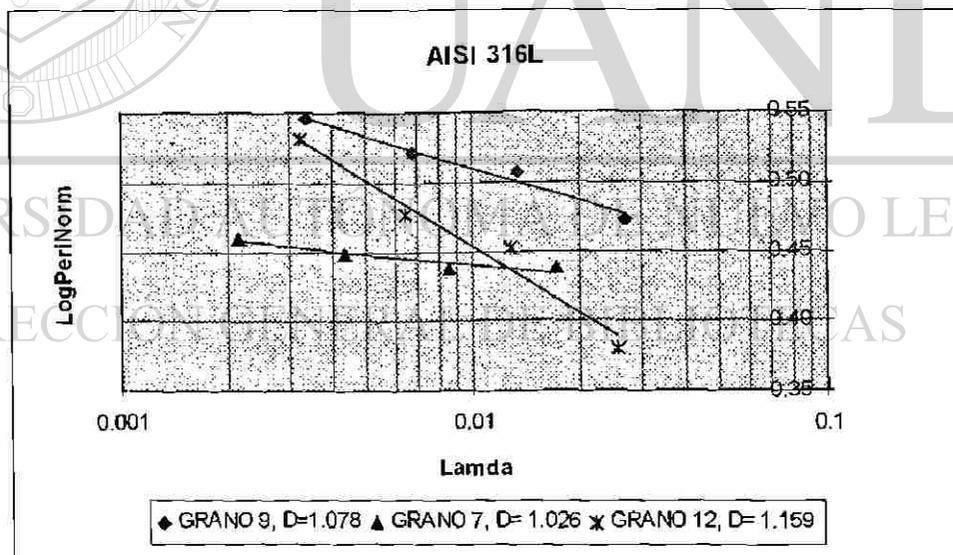


Fig. 5.7.- Gráfico de Richardson para tres granos del acero AISI 316L. Los granos 7 y 12 presentaron los valores de dimensión fractal mínimo y máximo, respectivamente, el grano 9 tiene un valor representativo del promedio.

La Fig. 5.8 muestra el gráfico de Richardson para un grano representativo en la muestra de acero AISI 316L que recibió un 20% de deformación. Nuevamente se

manifiesta el efecto Richardson. Para este caso, la dimensión fractal dio un valor de 1.082.

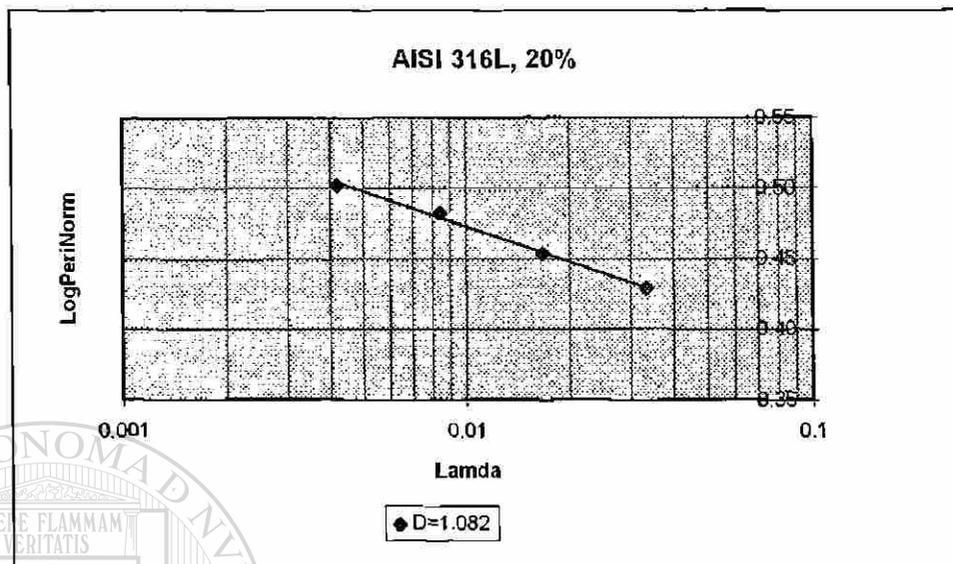


Fig. 5.8.- Gráfico de Richardson para un grano en la muestra de acero AISI 316L con 20% de deformación.

5.2.- Acero AISI 304.

5.2.1.- Microestructura.

Las Figs. 5.9 y 5.10 muestran la microestructura del acero AISI 304 en la condición sin deformación, observada en un plano transversal al eje longitudinal de las probetas. Las Figs. 5.11 y 5.12 muestran la microestructura en la misma condición, pero observada en planos paralelos al eje longitudinal de las probetas.

La Fig. 5.13 muestra la microestructura en la muestra con 50% de deformación, en sección transversal. La Fig. 5.14 muestra la misma región observada con la técnica de contraste por interferencia (contraste Nomarski), que permite observar el efecto de la deformación al interior de los granos. La Fig. 5.15 y 5.16 muestran la microestructura en la condición con 50 % de deformación, el efecto de la deformación se manifiesta por el alargamiento de los granos, en la Fig. 5.16 nuevamente el contraste Nomarski permite ver el efecto de la deformación en el interior de los granos.

MICROESTRUCTURA DEL ACERO AISI 304.

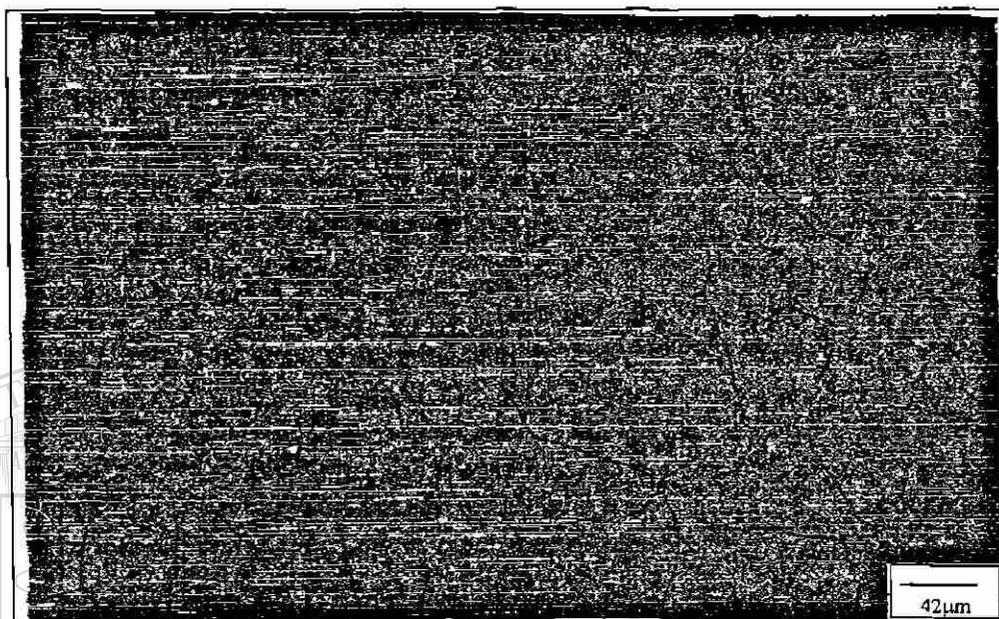


Fig. 5.9.- Microestructura del acero AISI 304, sin deformación, dirección transversal, 200X.

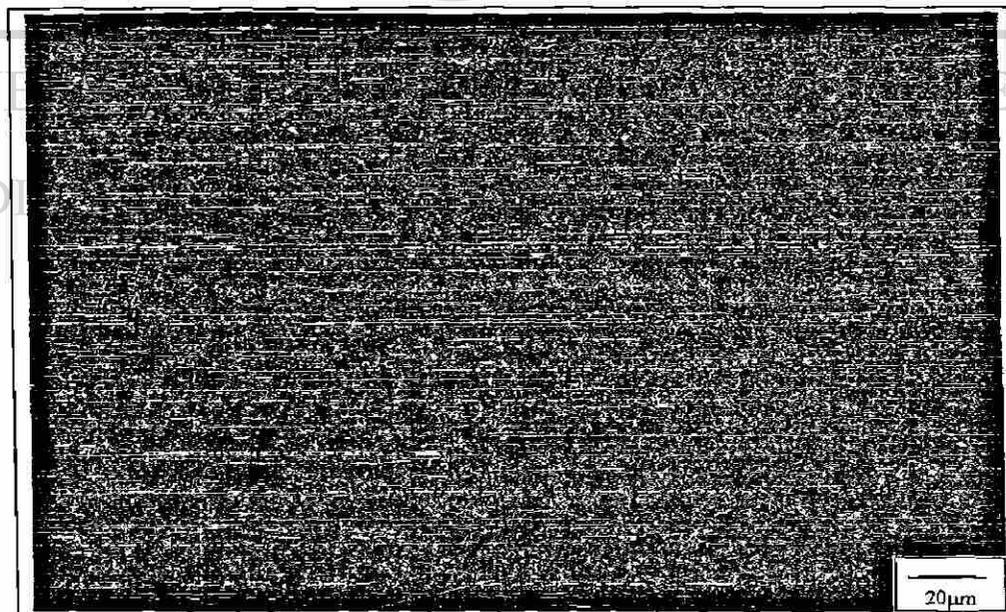


Fig 5.10.- Microestructura del acero AISI 304, sin deformación, dirección transversal, 400X.

MICROESTRUCTURA DEL ACERO AISI 304.

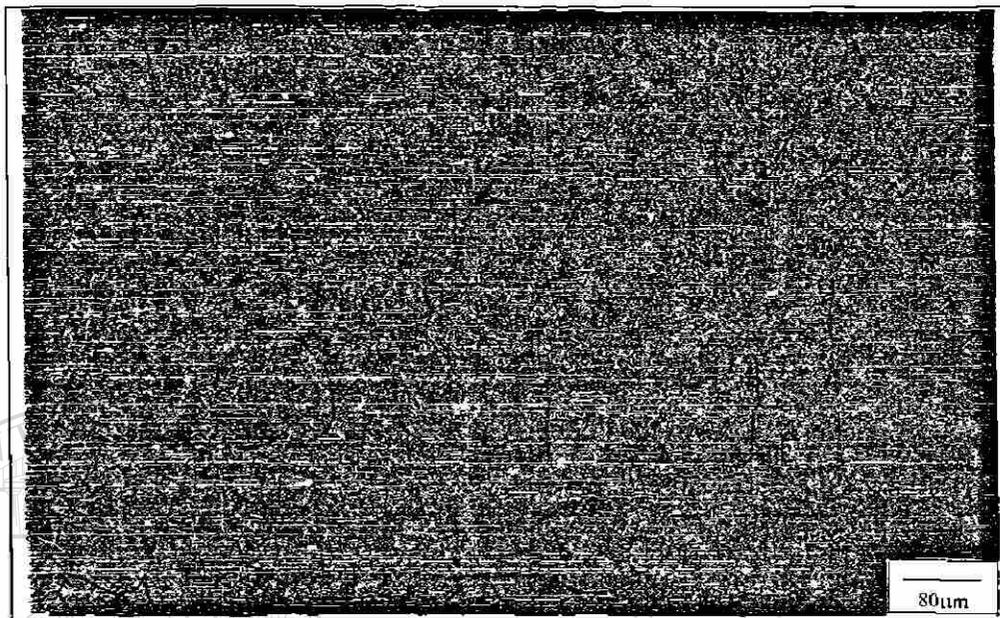


Fig. 5.11.- Microestructura del acero AISI 304, sin deformación, sección longitudinal, 100X.

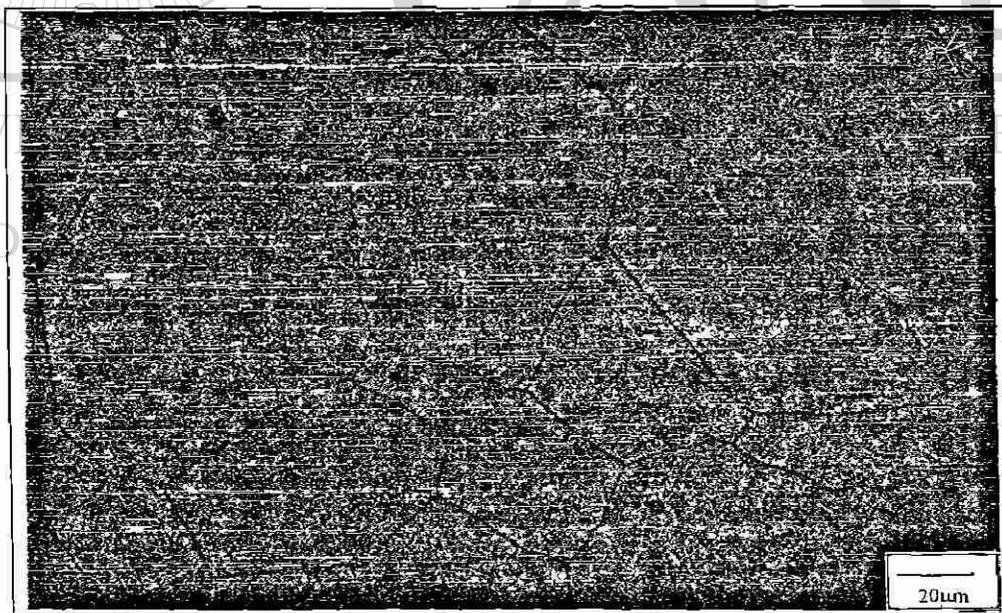


Fig 5.12.- Microestructura del acero AISI 304, sin deformación, sección longitudinal, 400X.

145324

MICROESTRUCTURA DEL ACERO AISI 304.

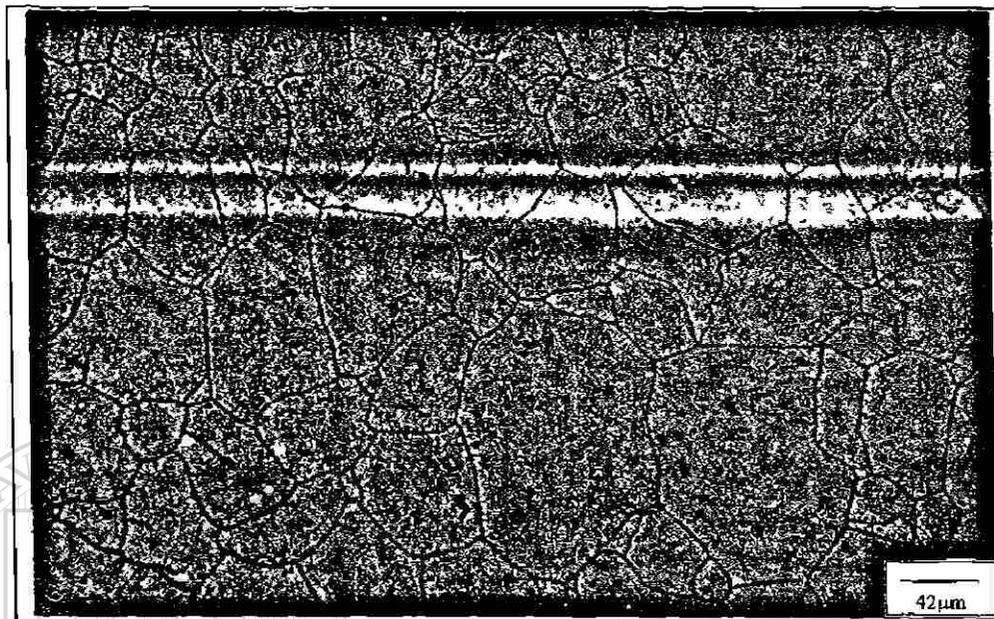


Fig. 5.13.- Microestructura del acero AISI 304, con 50 % de deformación, sección transversal, 200x.

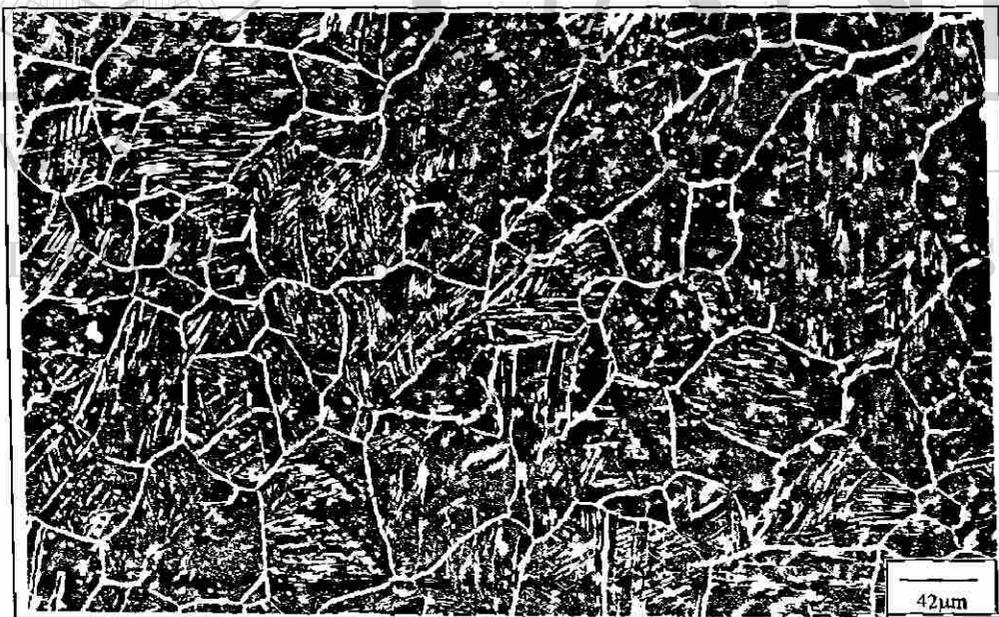


Fig 5.14.- Microestructura del acero AISI 304, con 50% de deformación, sección transversal, 200X, contraste Nomarski.

MICROESTRUCTURA DEL ACERO AISI 304.

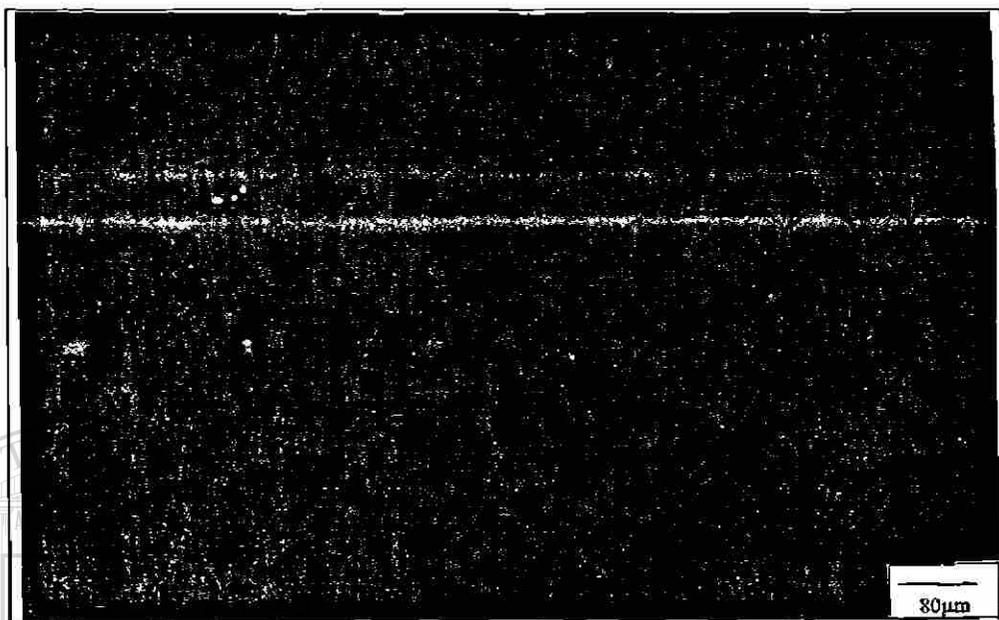


Fig 5.15.- Microestructura del acero AISI 304, con 50 % de deformación, sección longitudinal, 100X.

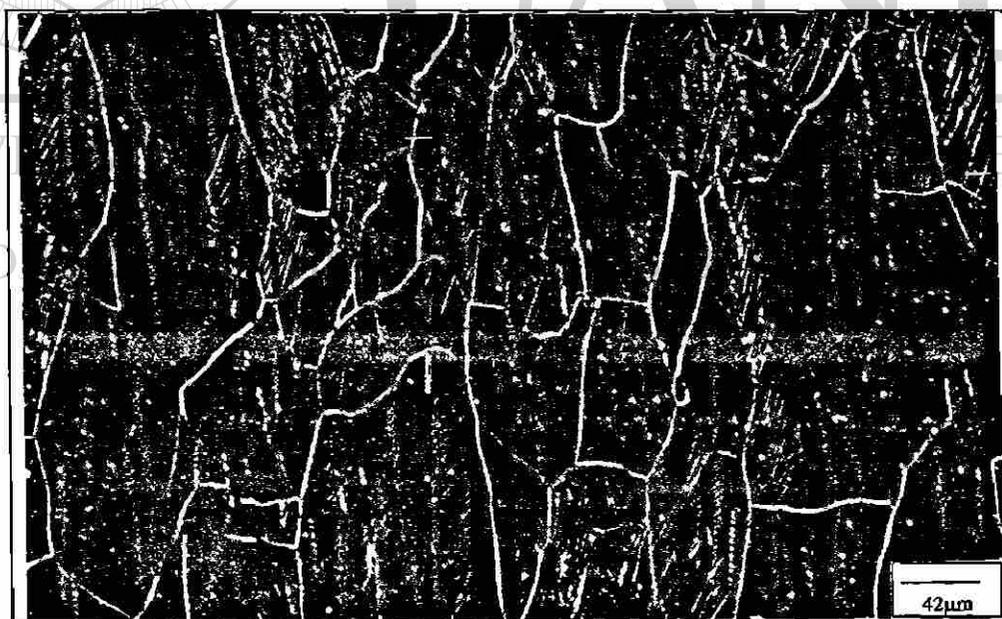


Fig 5.16.- Microestructura del acero AISI 304, con 50% de deformación, sección longitudinal, 200X, contraste Nomarski.

5.2.2.- Imágenes digitalizadas.

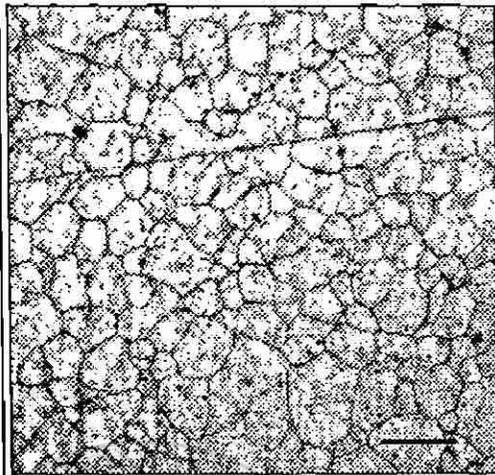
La *Fig. 5.17* muestra una secuencia de imágenes digitalizadas en el acero AISI 304 en la condición sin deformación, en un plano transversal, se muestra la misma región observada a magnificaciones de 50, 100, 200, 400 y 1000X. Para la máxima magnificación se muestran dos granos individuales. Secuencias como la ilustrada fueron realizadas para cada una de las deformaciones y para ambas direcciones (transversal y longitudinal).

La *Fig. 5.18* muestra la secuencia de imágenes digitalizadas a 100X, para las deformaciones de 0, 10, 20, 30, 40 y 50% en ambas direcciones. En esta secuencia es posible observar el efecto que tiene la deformación en cada dirección.

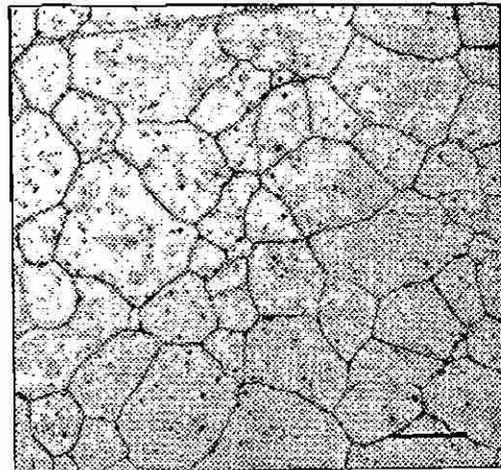
5.2.3.- Mediciones de microdureza y tamaño de grano .

La *Tabla 5.2* presenta los resultados de las mediciones de microdureza y tamaño nominal de grano ASTM para el acero AISI 304, para cada nivel de deformación impartida y en cada uno de los planos observados. Estos resultados también se incluyen en la secuencia de imágenes de la *Fig. 5.18*. La *Figs. 5.19* muestra gráficamente como disminuye el tamaño de grano en ambas direcciones. La *Fig. 5.20* muestran el incremento en microdureza por efecto de endurecimiento por deformación.

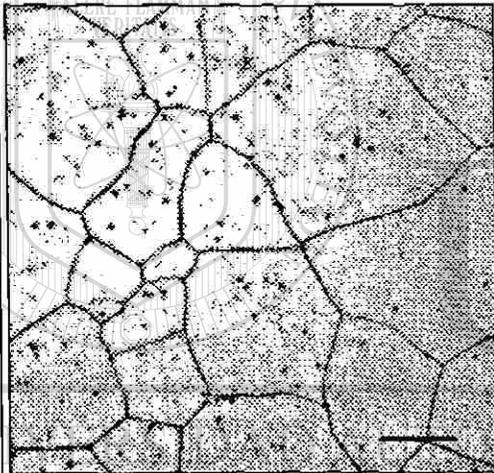
ACERO AISI 304, IMAGENES DIGITALIZADAS A DIFERENTES
AMPLIFICACIONES.



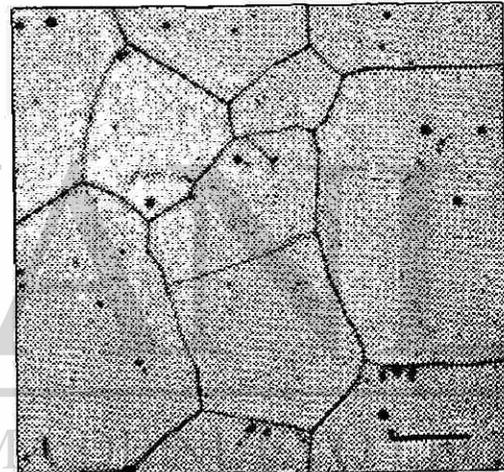
50X (Escala: 150 μm)



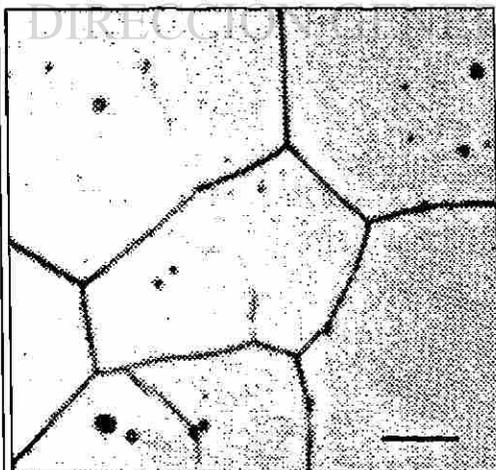
100X (Escala: 75 μm)



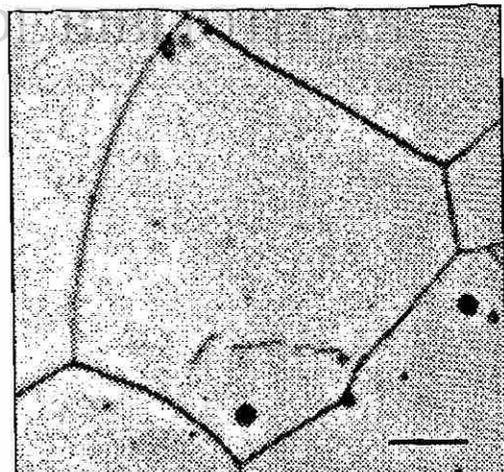
200X (Escala: 38 μm)



400X (Escala: 19 μm)



1000X (a) (Escala: 7.5 μm)



1000X (b) (Escala : 7.5 μm)

Fig. 5.17.- Secuencia de imágenes digitalizadas en el acero AISI 304, se ilustran dos granos individuales en alta magnificación.

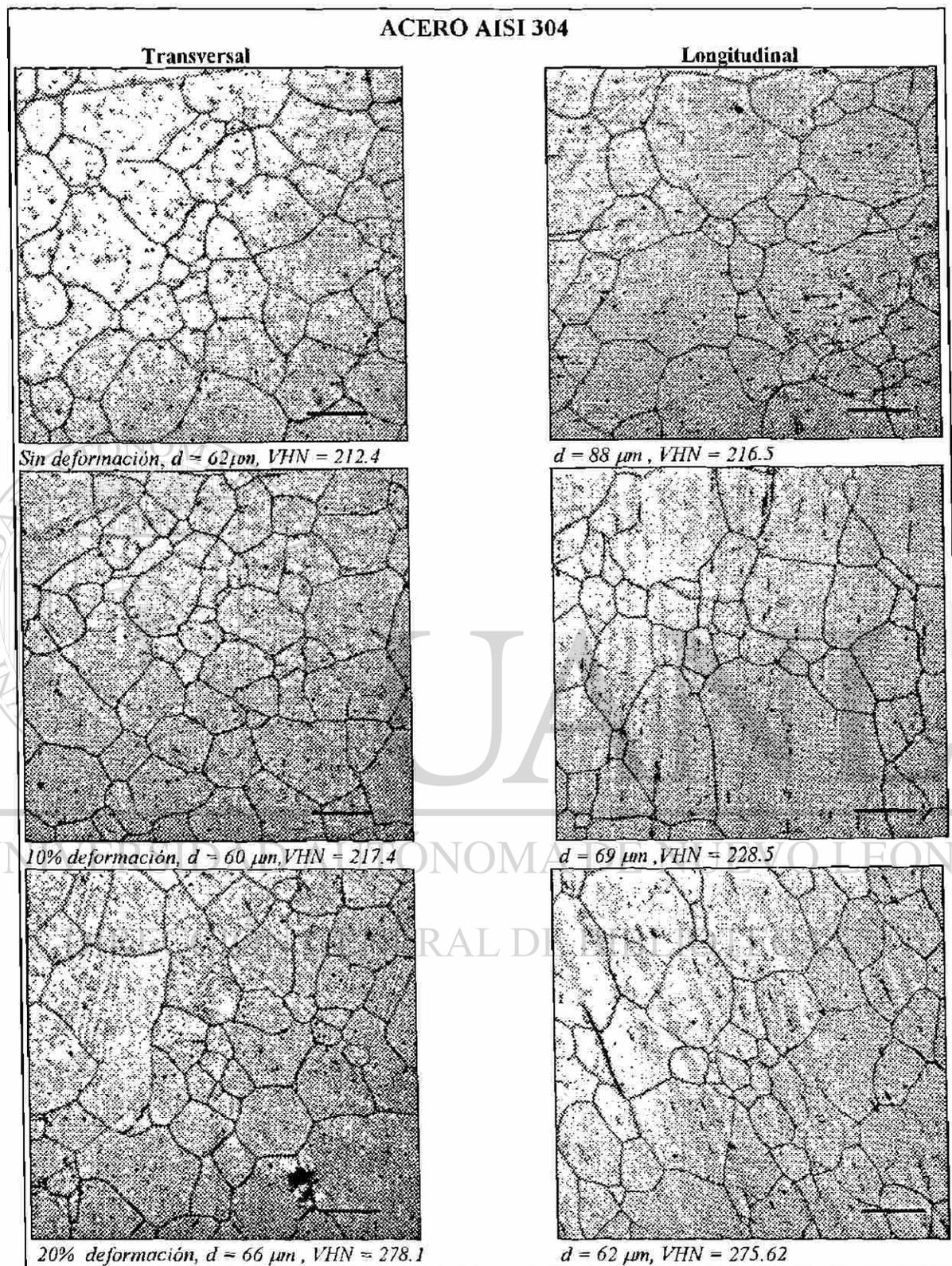


Fig. 5.18.- Secuencia de imágenes digitalizadas del acero AISI 304 a diferentes grados de deformación en tensión, en direcciones transversal y longitudinal. 100X. (Escala: 80 μm).

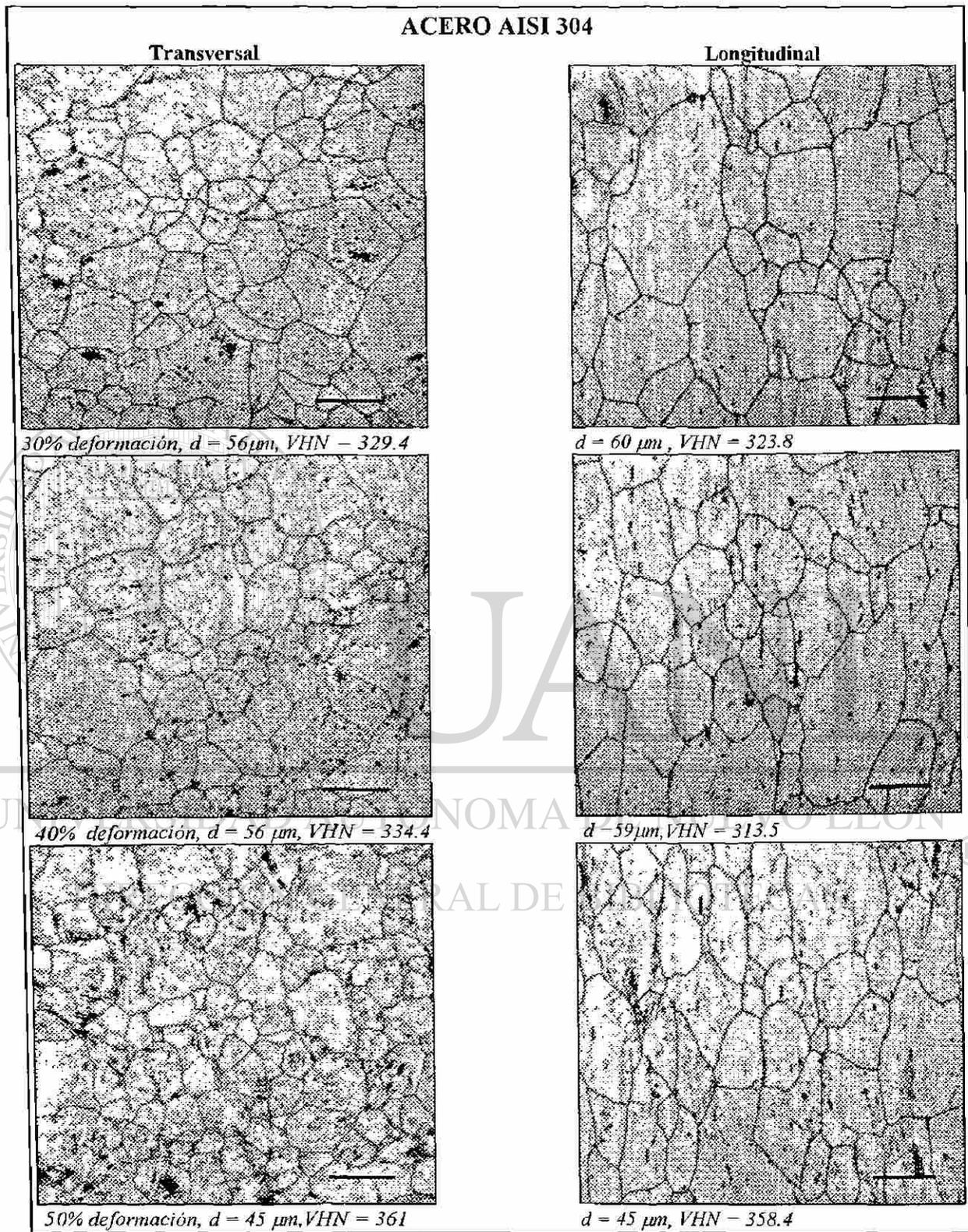


Fig. 5.18(Continuación).- Secuencia de imágenes digitalizadas del acero AISI 304 a diferentes grados de deformación en tensión, en direcciones transversal y longitudinal. 100X. (Escala: $80 \mu\text{m}$).

Tabla 5.2.- Valores de microdureza Vickers y tamaño de grano nominal para el acero AISI 304.

Deformación	Transversal		Longitudinal		Promedio
	HV	d (μm)	HV	d (μm)	HV
0	212.4	62	216.4	88	214.4
10	217.4	60	228.5	69	222.9
20	278.1	66	275.6	63	276.9
30	329.4	56	323.8	60	326.6
40	334.4	56	313.5	59	324
50	361	45	358.3	45	359.7

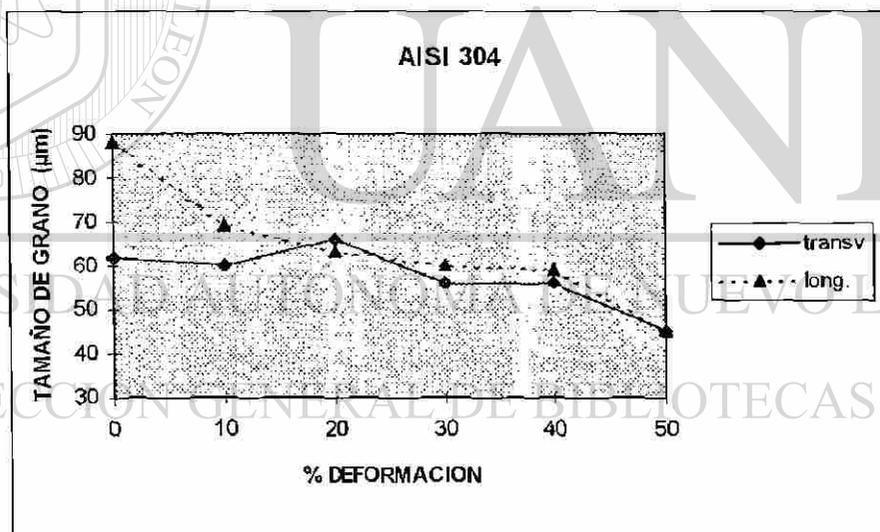


Fig. 5.19.- Variación del tamaño de grano nominal con la deformación en las direcciones longitudinal y transversal.

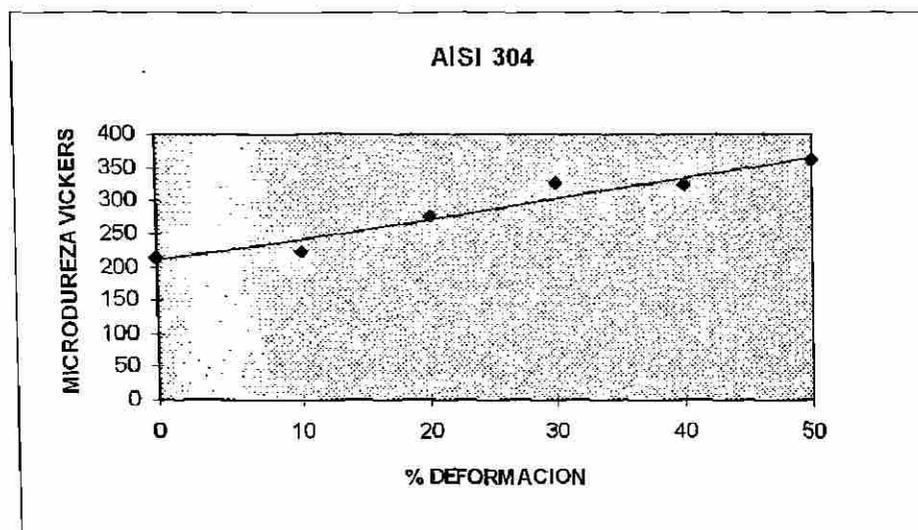


Fig. 5.20.- Variación de la microdureza promedio con la deformación en el acero AISI 304.

5.2.4.- Mediciones de perímetros de fronteras de grano.

Estas mediciones se realizaron sobre granos individuales seleccionados bajo el criterio siguiente: se colocaba la muestra centrada en la platina del microscopio y se localizaba una región donde los granos presentaran las condiciones óptimas para el análisis de imagen, esto es, ausencia de rayas de pulido y un excelente contraste de la frontera de grano contra el fondo, principalmente. Una vez localizada tal región se seleccionaban granos individuales sobre cuyas imágenes digitalizadas se realizarían las mediciones. Se realizaron mediciones para cada condición de deformación (0, 10, 20, 30, 40 y 50%) en las direcciones transversal y longitudinal. Para cada una de estas 12 condiciones de observación se midieron un promedio de 5 granos.

Con objeto de realizar un análisis más completo, en el caso de las muestras de acero AISI 304, además de mediciones de perímetro, p , y diámetro de Feret, se tomaron mediciones del área, A , con objeto de determinar el factor de forma de los granos, ff . El factor de forma se calcula mediante la fórmula:

$$ff = \frac{1}{4\pi} \frac{p^2}{A}$$

La *Tabla 5.3* muestra los resultados obtenidos para la muestra transversal en la condición sin deformación, el resto de los resultados se encuentran en el apéndice B.

Tabla. 5.3.- Mediciones obtenidas en la muestra sin deformación en plano transversal.

Magnificación	Area (μm^2)	Perímetro (μm)	Feret (μm)	Factor de forma
Grano 1				
50X	2028	223	83.4	1.66
100X	2480	229.5		
200X	2434	232		
400X	2578	237		
Grano 2				
50X	177.8	64.7	30.13	1.42
100X	324.7	76.2		
200X	357	79.6		
400X	378.6	82.7		
1000X	402.5	84.8		
Grano 3				
50X	605.9	103	42.8	1.35
100X	806	114		
200X	956.7	126.6		
400X	1007	131		
1000X	1031.5	132.6		
Grano 4				
50X	152	53.3	24.15	1.51
100X	171.4	56		
200X	208.2	63.3		
400X	233.6	67.2		
1000X	250.7	69		
Grano 5				
50X	2126	205.7	74.13	1.59
100X	2390	214.3		
200X	2462.5	216.8		
400X	2591.4	227.4		

5.2.5.- Gráficos de Richardson y Dimensión Fractal para el acero AISI 304.

Las Figs. 5.21 a 5.32 muestran los gráficos de Richardson para los granos en cada condición analizada. Los datos para cada grano son unidos simplemente por líneas. Los valores de dimensión fractal, obtenidos a partir de la pendiente de la recta de regresión (no se muestra en las figuras) del gráfico de Richardson se presentan en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4.- Valores de dimensión fractal para los granos en el acero AISI 304.

DIMENSION FRACTAL EN ACERO AISI 304			
TRANSVERSAL		LONGITUDINAL	
SIN DEFORMACION			
grano 1	1.028	grano 1	1.037
grano 2	1.083	grano 2	1.055
grano 3	1.085	grano 3	1.028
grano 4	1.093	grano 4	1.056
grano 5	1.045	grano 5	1.049
		grano 6	1.212
10 %			
grano 1	1.042	grano 1	1.038
grano 2	1.053	grano 2	1.09
grano 3	1.035	grano 3	1.03
grano 4	1.046	grano 4	1.044
grano 5	1.039	grano 5	1.017
20 %			
grano 1	1.068	grano 1	1.101
grano 2	1.038	grano 2	1.038
grano 3	1.109	grano 3	1.081
grano 4	1.055	grano 4	1.037
grano 5	1.05	grano 5	1.047
30 %			
grano 1	1.061	grano 1	1.046
grano 2	1.06	grano 2	1.079
grano 3	1.044	grano 3	1.06
grano 4	1.104	grano 4	1.046
grano 5	1.024	grano 5	1.04
40%			
grano 1	1.066	grano 1	1.211
grano 2	1.054	grano 2	1.071
grano 3	1.033	grano 3	1.034
grano 4	1.027	grano 4	1.121
grano 5	1.056	grano 5	1.059
50 %			
grano 1	1.057	grano 1	1.065
grano 2	1.058	grano 2	1.058
grano 3	1.039	grano 3	1.074
grano 4	1.065	grano 4	1.024
grano 5	1.06	grano 5	1.065
grano 6	1.12	grano 6	1.08

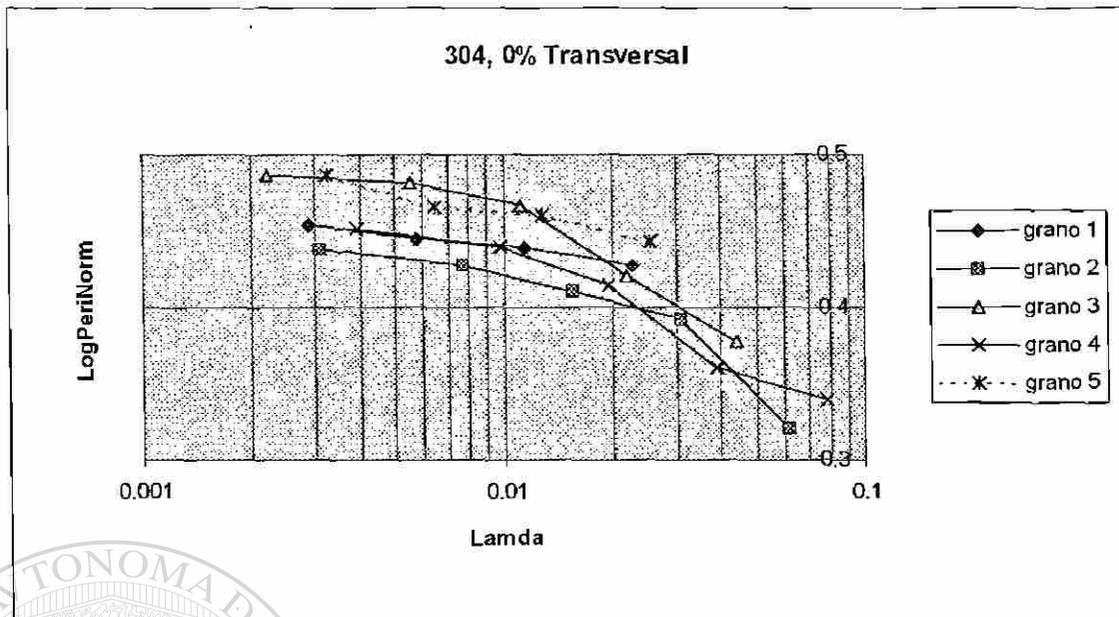


Fig.5.21.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra sin deformación, plano transversal.

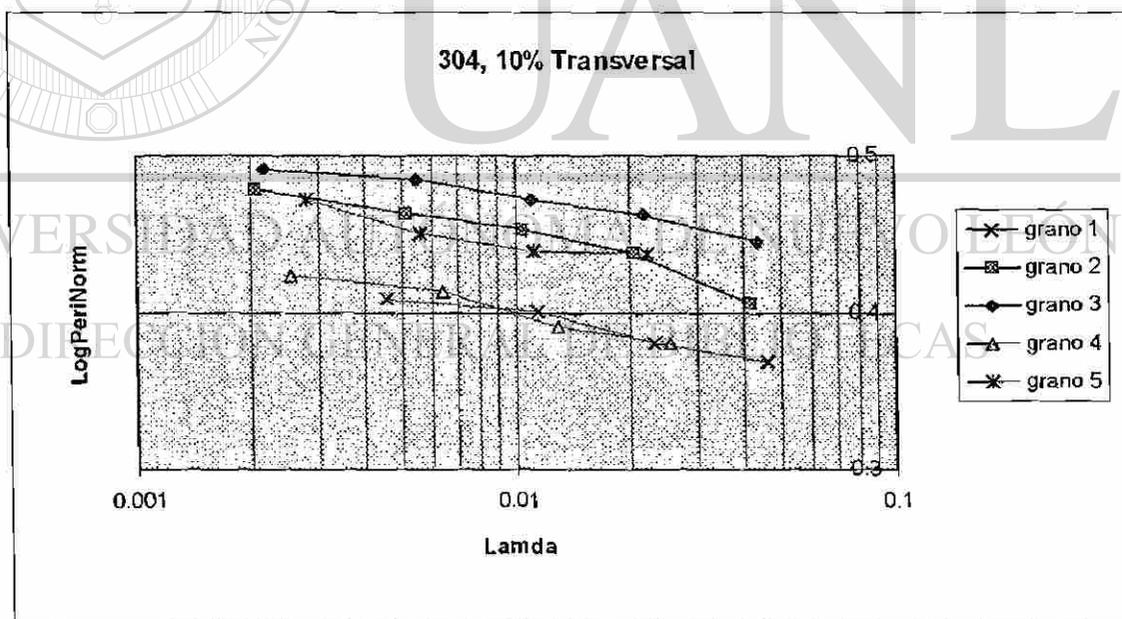


Fig.5.22.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 10 % de deformación, plano transversal.

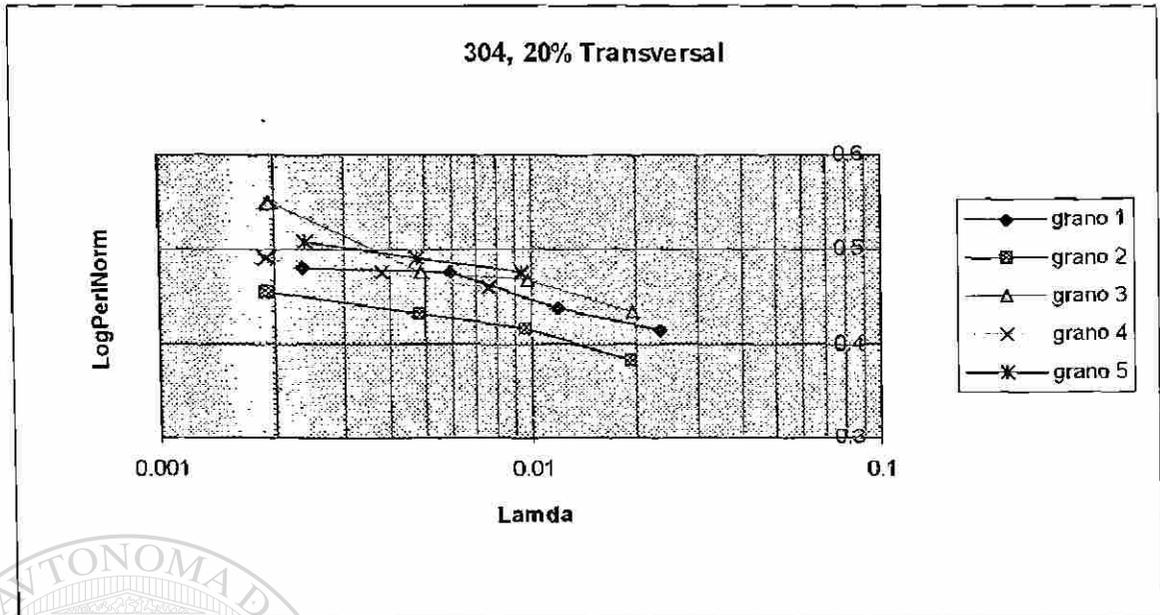


Fig.5.23.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 20 % de deformación, plano transversal.

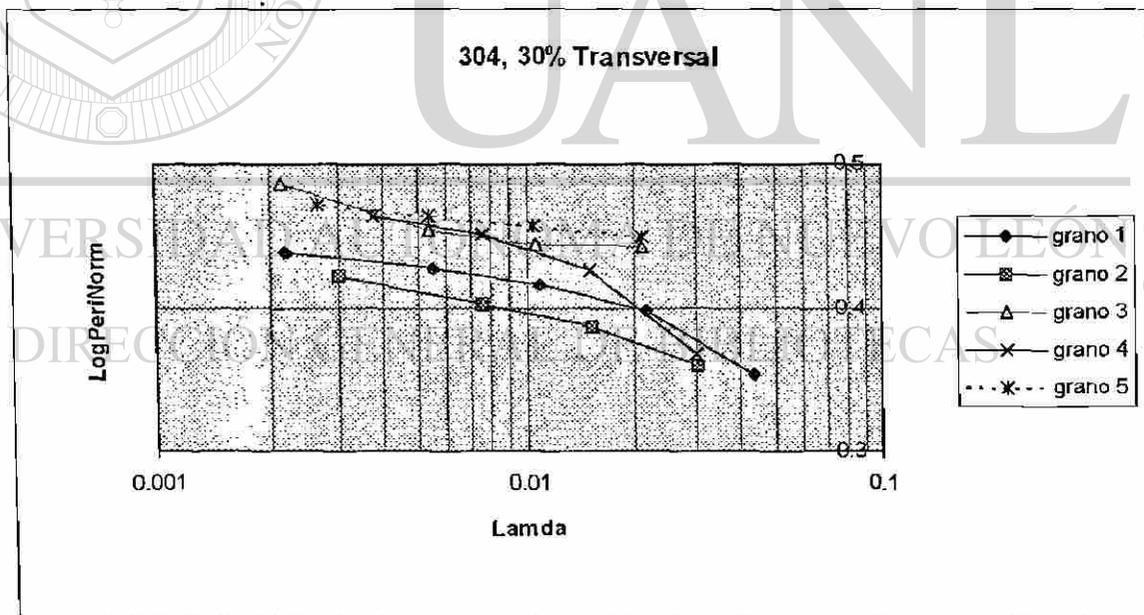


Fig.5.24.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra sin deformación, plano transversal.

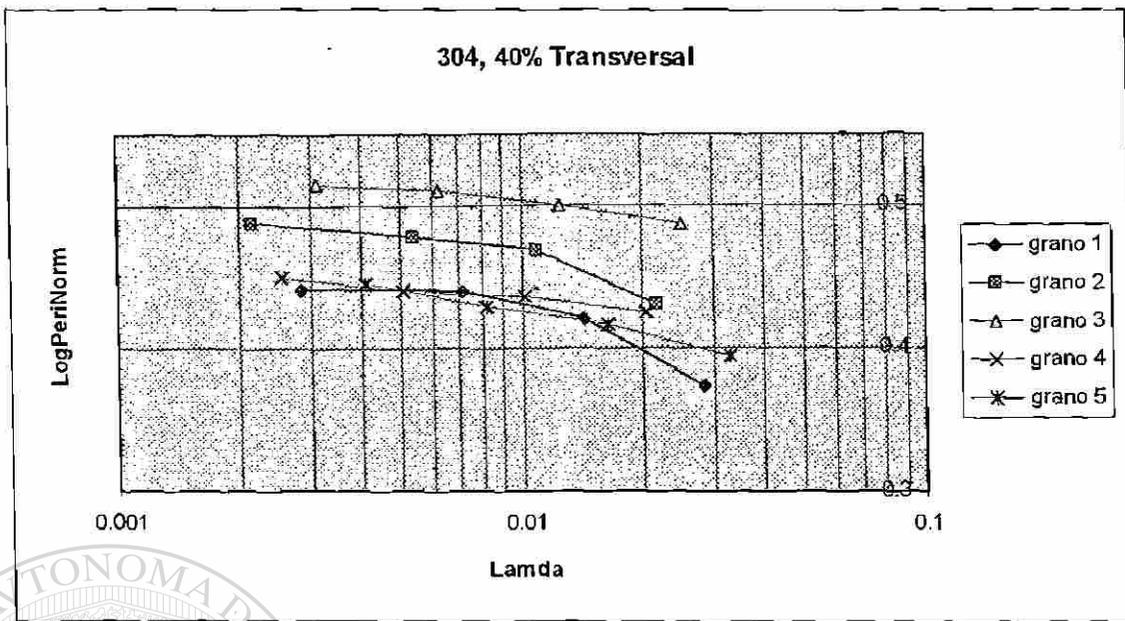


Fig.5.25.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 40 % de deformación, plano transversal.

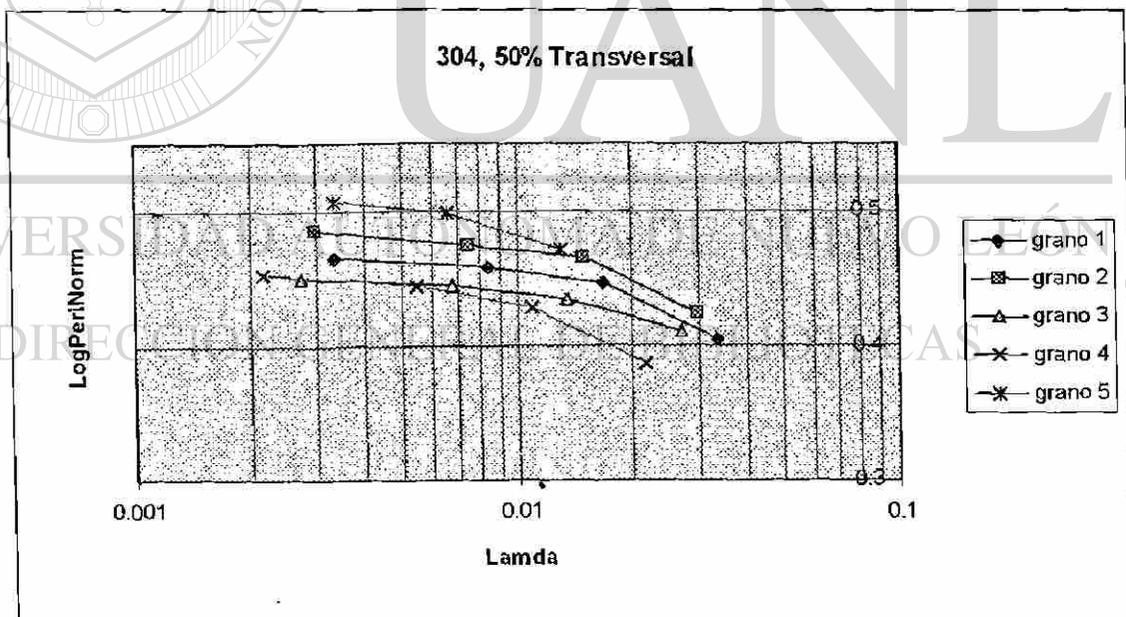


Fig.5.26.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 50 % de deformación, plano transversal.

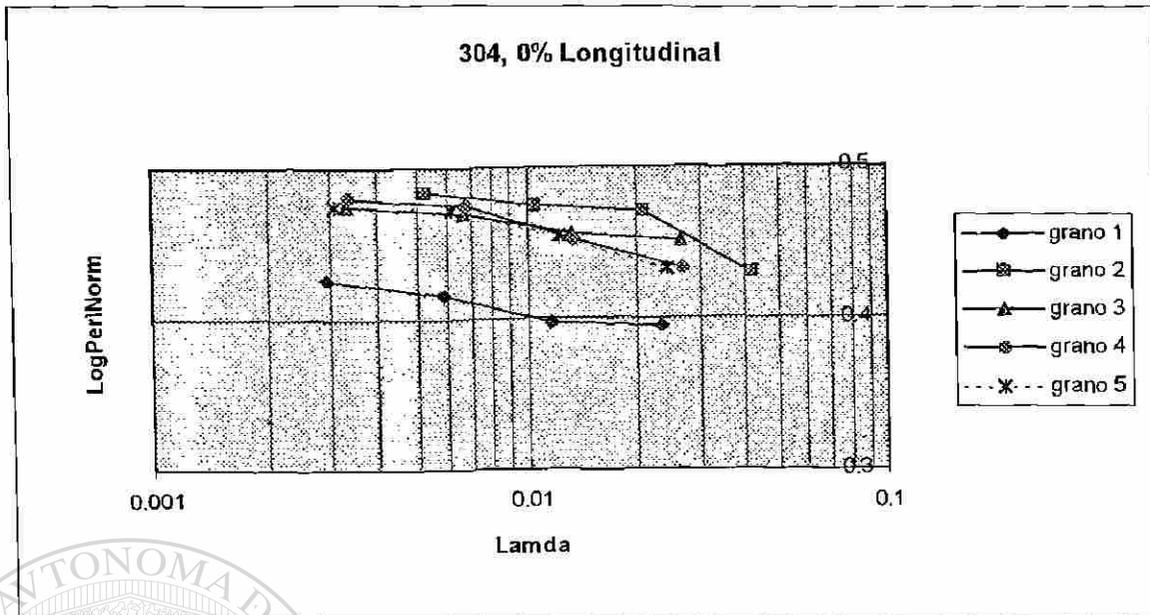


Fig.5.27.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra sin deformación, plano longitudinal.

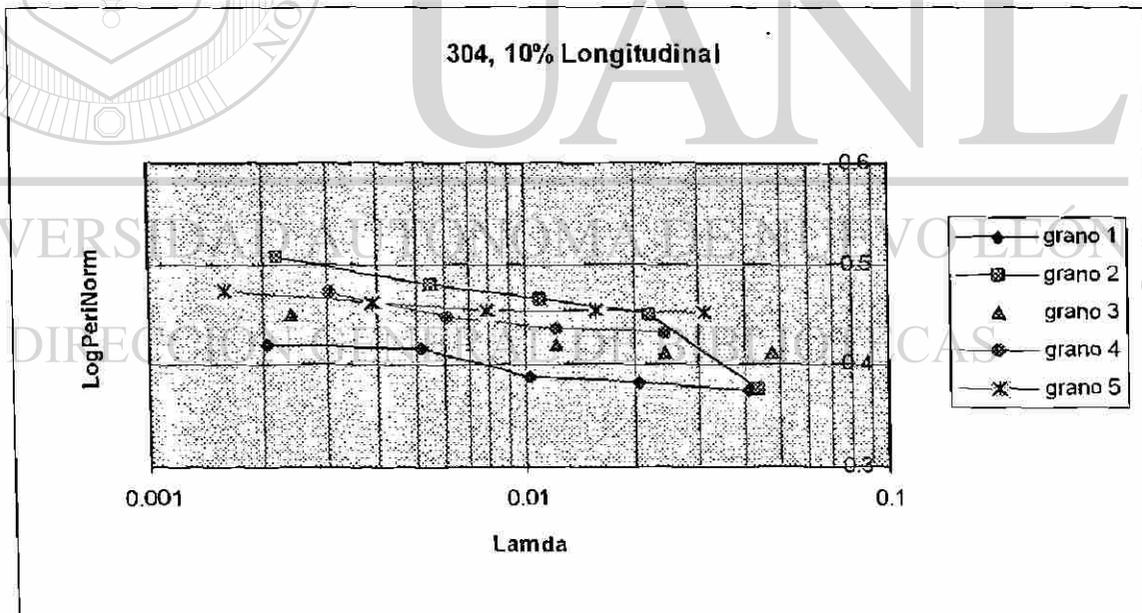


Fig.5.28.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 10 % de deformación, plano longitudinal.

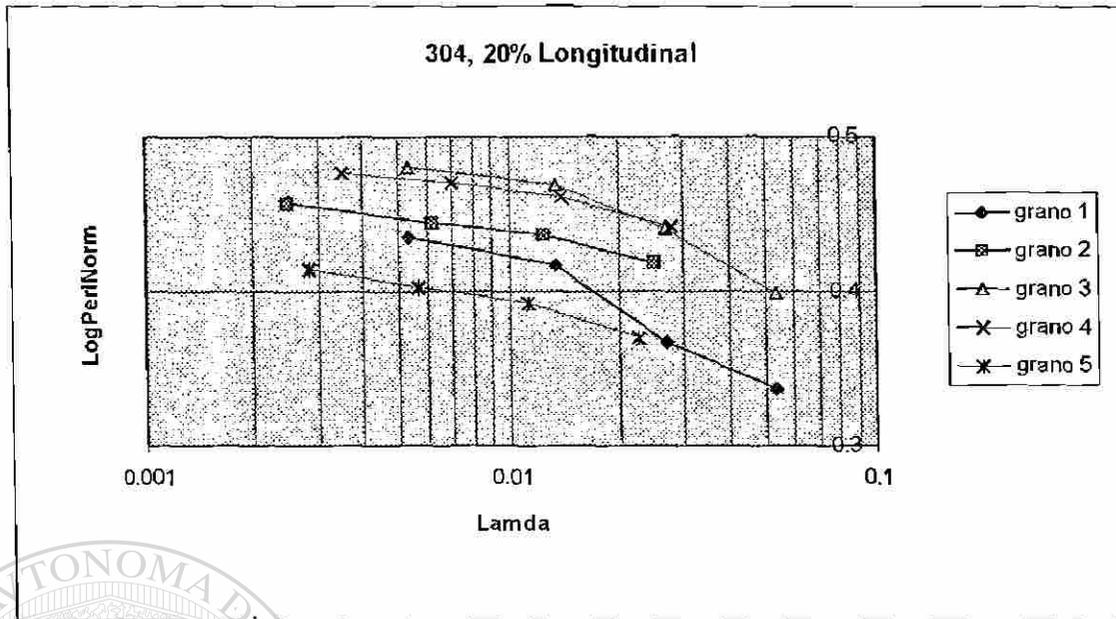


Fig.5.29.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 20 % de deformación, plano longitudinal.

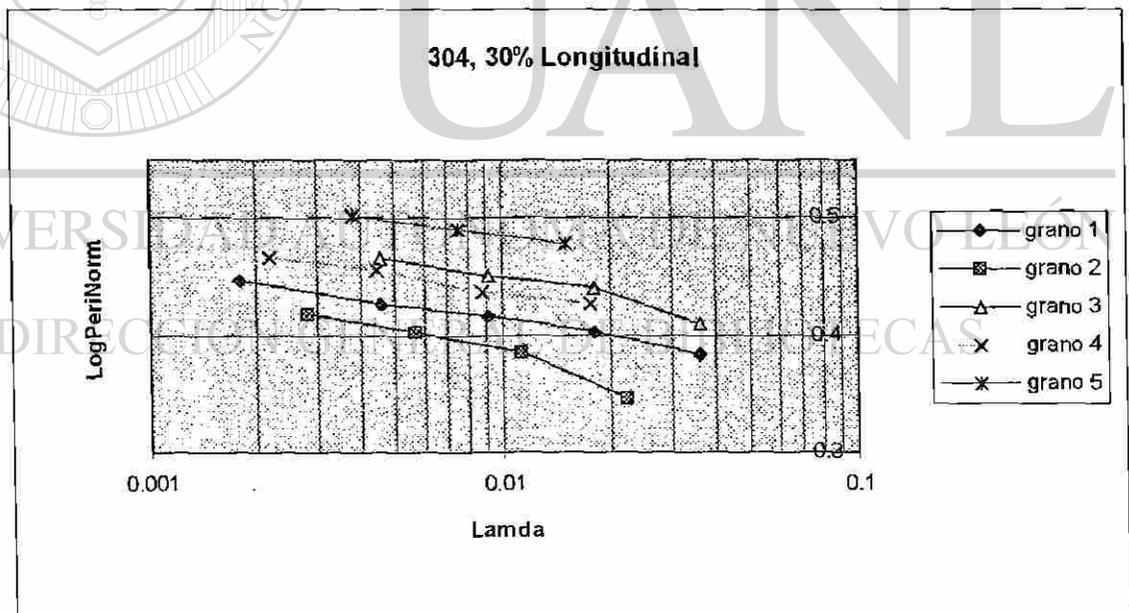


Fig.5.30.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 30 % de deformación, plano longitudinal.

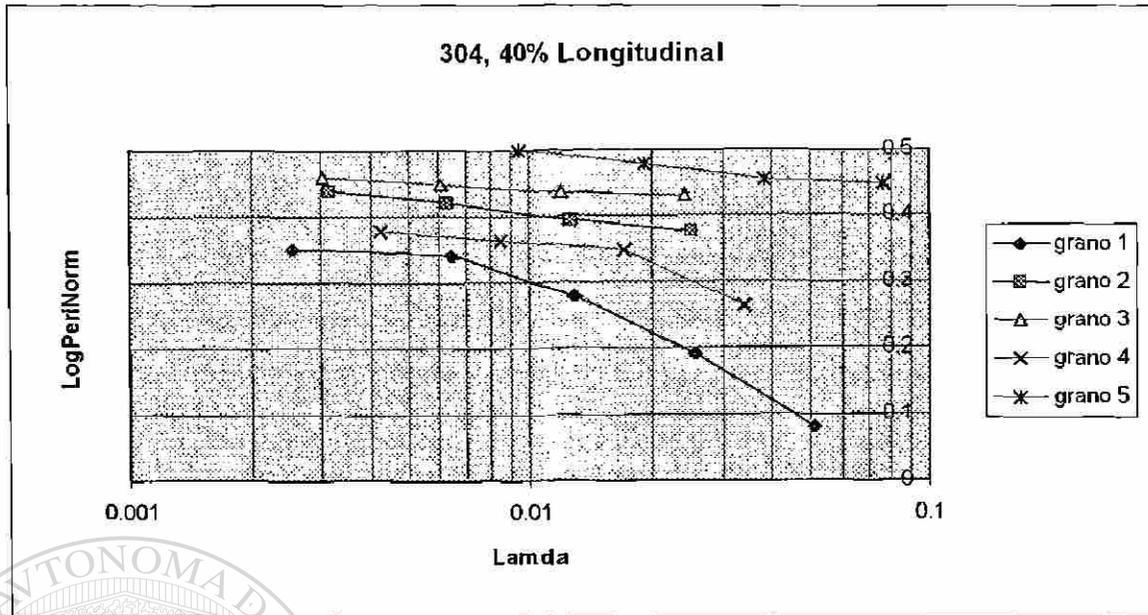


Fig.5.31.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 40 % de deformación, plano longitudinal.

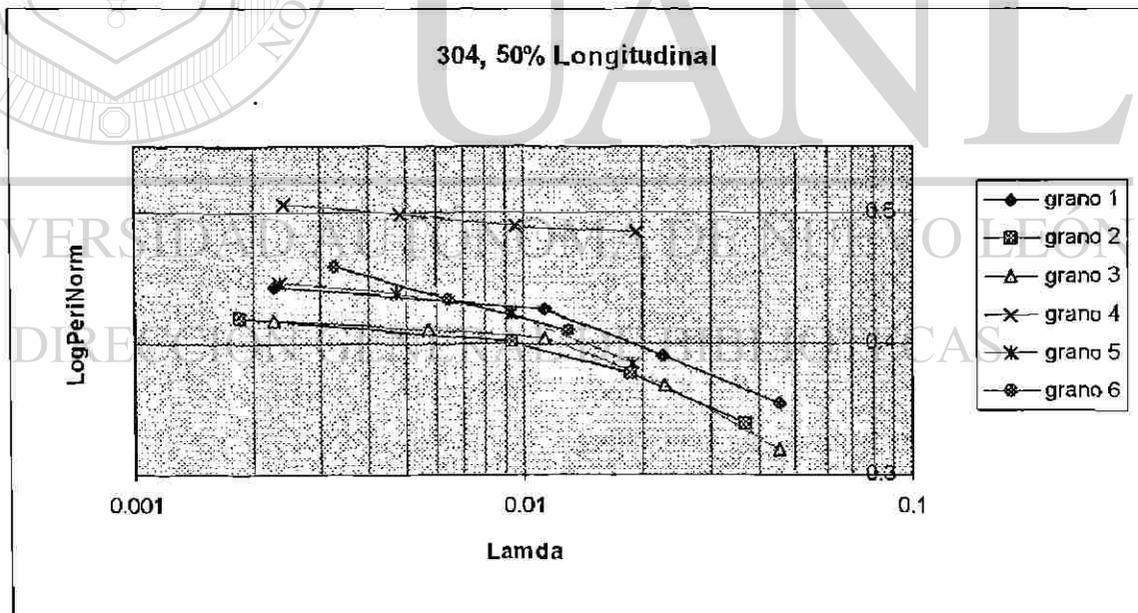


Fig.5.32.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra sin deformación, plano longitudinal.

5.3.- Aceros herramienta.

5.3.1.- Microestructura.

Las *Figs. 5.33 y 5.34* muestran la microestructura del acero herramienta 1 (AH1), que consiste en carburos de bordes redondeados sobre una matriz de martensita revenida. La microestructura del acero herramienta 2 (AH2) se muestra en las *Figs. 5.35 y 5.36*, se observan carburos de forma irregular sobre la matriz de martensita revenida.

5.3.2.- Imágenes digitalizadas.

La *Fig. 5.37* muestra una secuencia de imágenes digitalizadas a magnificación progresivamente mayor: 100, 200, 400 y 1000X. En la *Fig. 5.37d* se observa un carburo individual en alta magnificación (1000X), el cual también aparece en la imágenes de menor amplificación. La secuencia mostrada corresponde al acero AH2, secuencias similares fueron realizadas también en el acero AH1.

5.3.3.- Mediciones.

Las mediciones realizadas en el caso de los acero herramienta se efectuaron sobre carburos individuales. Al igual que en el caso del acero AISI 304, los parámetros considerados fueron: perímetro, p ; área, A ; diámetro de Feret y el factor de forma, ff . Los resultados de las mediciones de perímetros y áreas a cada magnificación se muestran en el apéndice C. La *Tabla 5.5* resume los resultados obtenidos para el diámetro de Feret, el factor de forma y la dimensión fractal.

5.3.4.- Gráficos de Richardson y dimensión fractal.

La *Fig. 5.38* muestra el gráfico de Richardson para un carburo representativo en el acero AH1, se muestra además la recta de regresión a partir de la cual se calculó la dimensión fractal.

MICROESTRUCTURA DEL ACERO HERRAMIENTA 1.

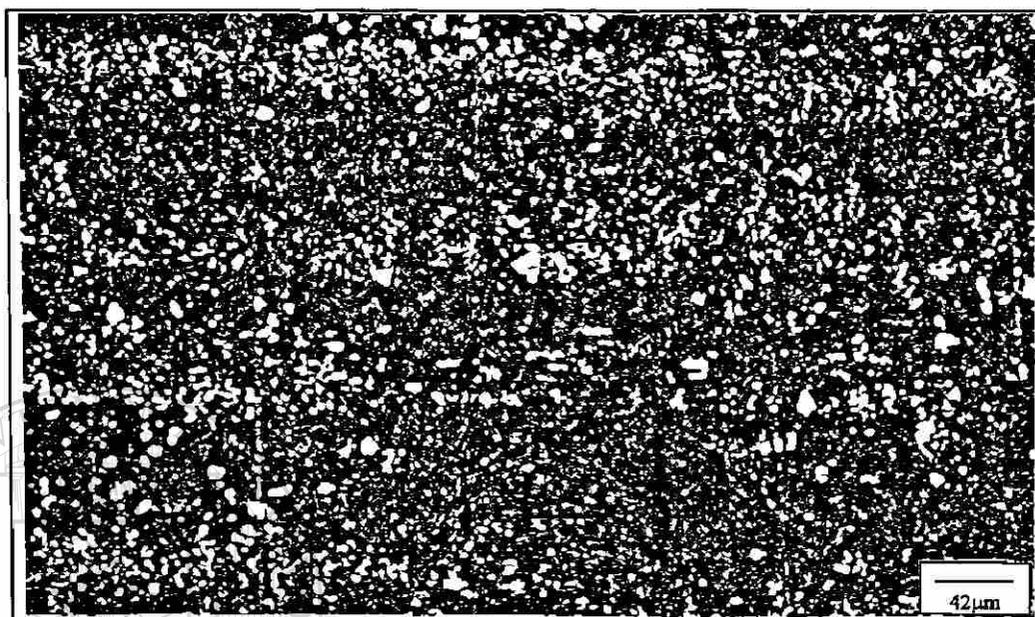


Fig. 5.33.- Microestructura del acero AHI, 200X.

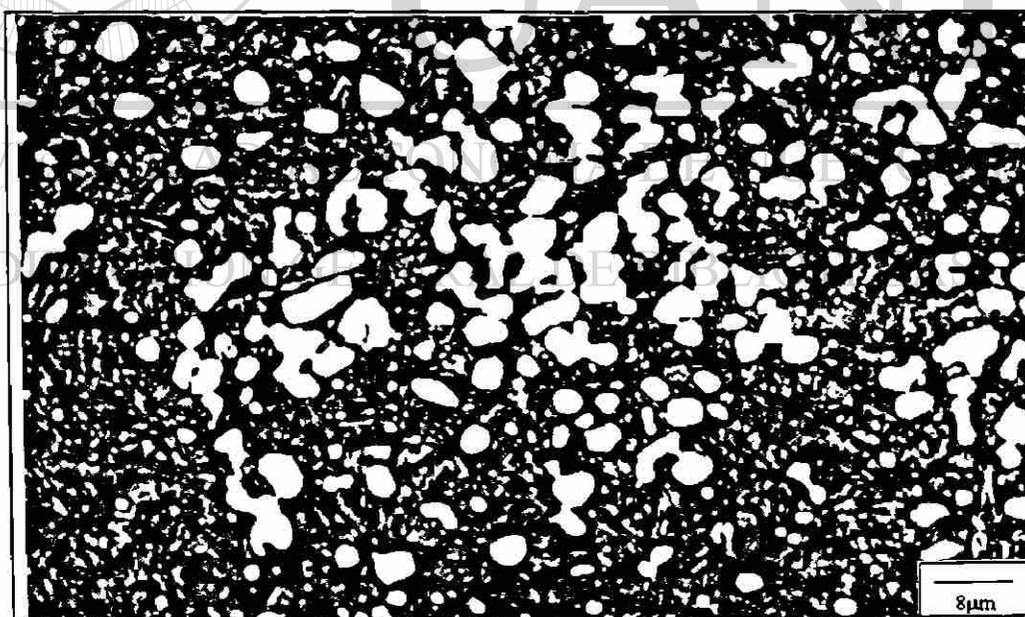


Fig 5.34.- Microestructura del acero AHI, 1000X.

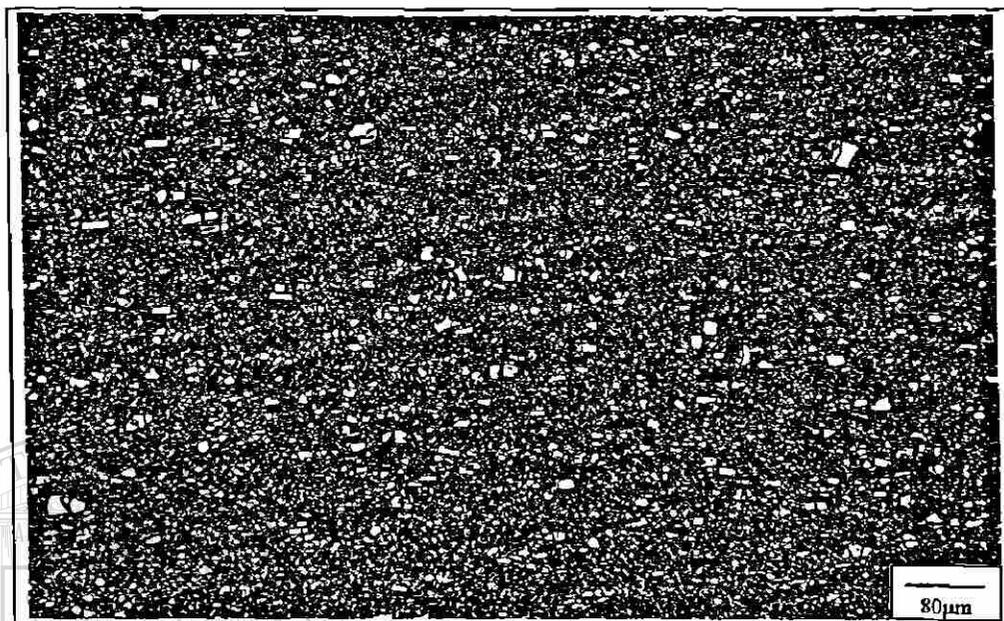
MICROESTRUCTURA DEL ACERO HERRAMIENTA 2.

Fig. 5.35.- Microestructura del acero AH2, 100X.

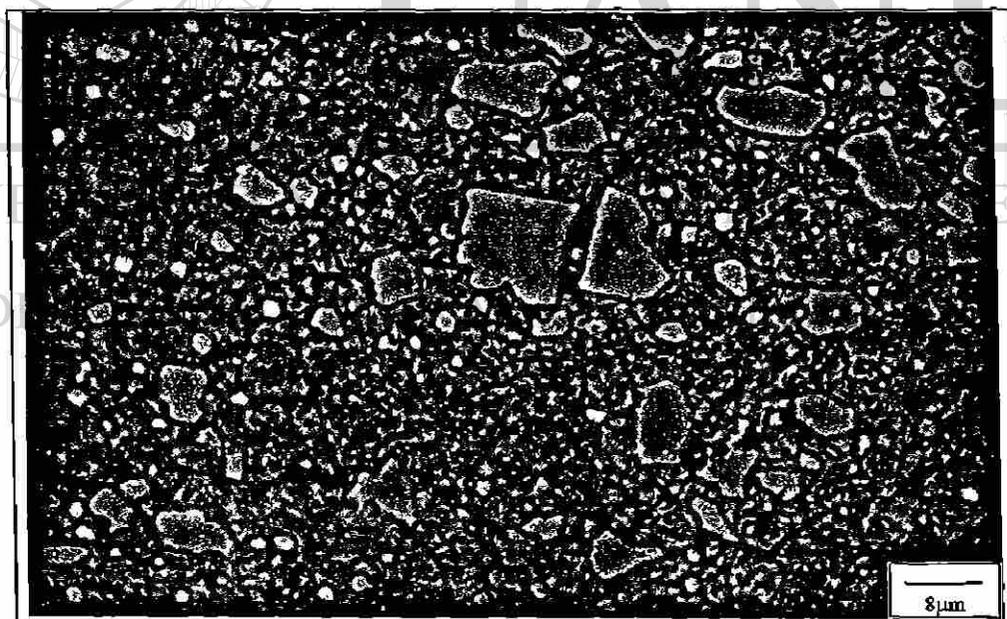


Fig 5.36.- Microestructura del acero AH2, 1000X.

IMAGENES DIGITALIZADAS DE ACERO HERRAMIENTA 2.

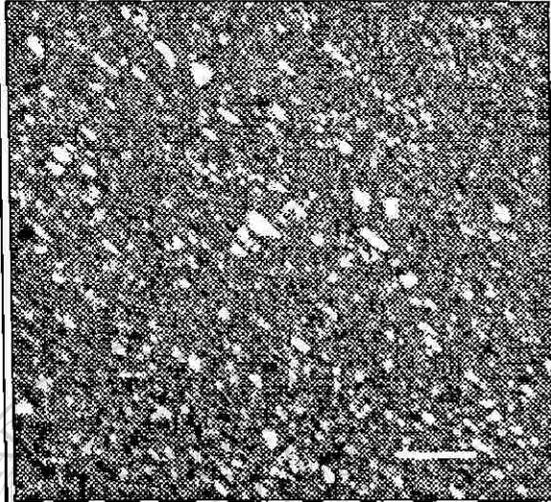
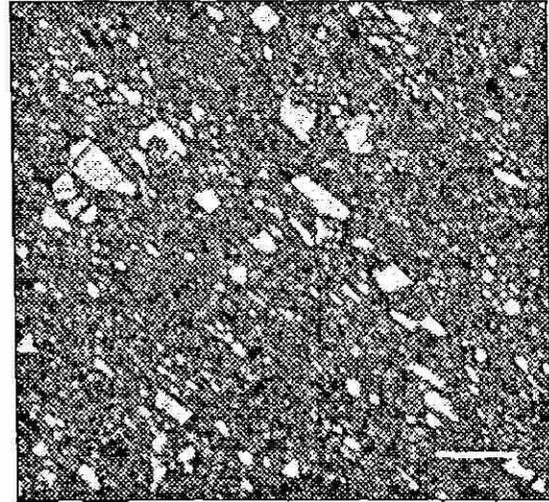
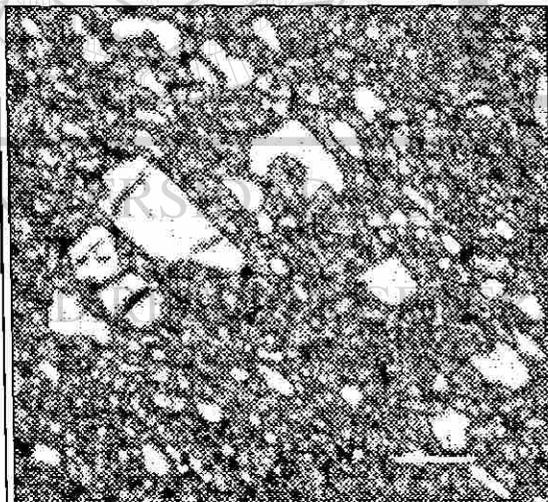
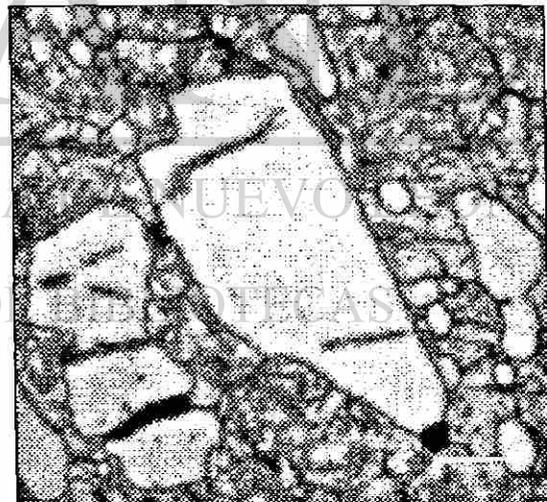
a) 100X (Escala: 70 μ m).b) 200X (Escala: 35 μ m).c) 400X (Escala: 17 μ m).d) 1000X (Escala: 7 μ m).

Fig. 5.37.- Secuencia de imágenes digitalizadas en el acero herramienta 2 (AH2),

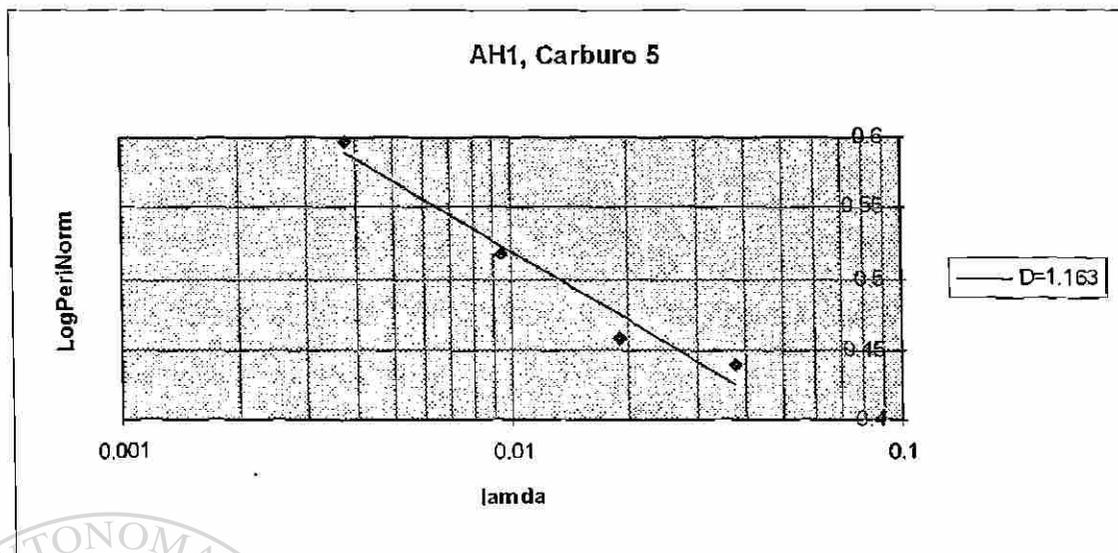


Fig. 5.38.- Gráfico de Richardson para un carburo en el acero AH1.

La Fig. 5.39 muestra el gráfico de Richardson para un carburo en el acero AH2. Los valores de las dimensiones fractales, calculados para cada carburo a partir de su respectivo gráfico, se incluyen en la Tabla 5.5.

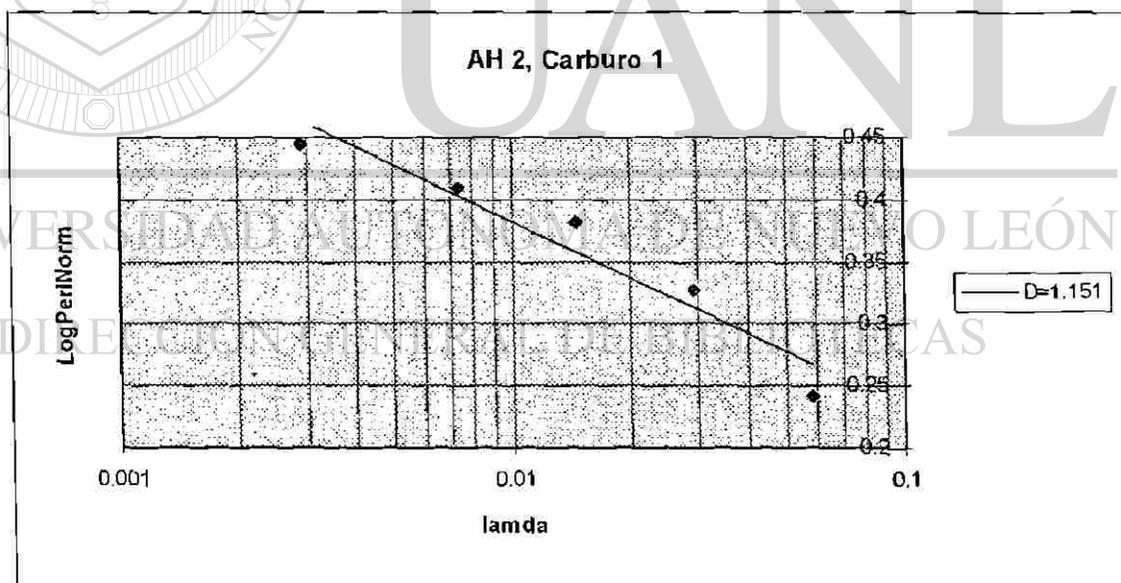


Fig. 5.39.- Gráfico de Richardson para un carburo en el acero AH2.

En el capítulo siguiente se analizan y discuten en detalle los resultados aquí presentados.

Tabla 5.5. Resumen de resultados obtenidos para los carburos analizados en los aceros herramienta.

ACERO HERRAMIENTA 1			
Carburo	Diámetro de Feret (μm)	Factor de forma	Dimensión fractal
1	17.7	2.66	1.147
2	13.15	2.55	1.155
3	10.04	1.53	1.094
4	9.8	1.32	1.13
5	24.63	2.7	1.163
ACERO HERRAMIENTA 2			
1	31.8	2.28	1.151
2	11.47	1.578	1.092
3	19.13	1.56	1.117
4	12.43	1.915	1.039
5	20.8	2.87	1.102
6	19.37	2.26	1.184
7	9.56	1.305	1.065
8	23.5	2.86	1.128
9	37.3	1.73	1.094
10	21.04	1.91	1.154
11	19.37	3.51	1.131
12	18.65	1.646	1.096
13	11.24	1.501	1.059
14	20.8	2.017	1.081
15	25.34	2.14	1.113

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



CAPITULO 6

ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

6.1.- Microestructura de los materiales analizados.

6.1.1.- Aceros inoxidable.

La microestructura de los dos aceros inoxidables estudiados en este trabajo consiste de granos austeníticos con bordes de apariencia recta. Las observaciones en las altas magnificaciones muestran, sin embargo, irregularidades en la fronteras de grano, siendo esto más notorio particularmente en las muestras deformadas, como se ilustra en la *Fig. 5.5*. En la microestructura también aparecen carburos, maclas y bandas de deslizamiento, estas últimas aparecen en las muestras con mayor deformación, como se observa en las *Figs. 5.14 y 5.16*. Para los propósitos de este trabajo la atención se concentra sobre las fronteras de grano.

6.1.2.- Aceros herramienta.

La microestructura de los aceros AH1 y AH2 consiste de una matriz de martensita revenida con carburos primarios. En el caso del acero AH1 los carburos son de apariencia redondeada con bordes muy regulares, mientras que en el acero AH2 los carburos son de geometría irregular con bordes de apariencia recta pero que presentan también una cierta irregularidad o rugosidad. En este trabajo se realizó el análisis fractal de los carburos solamente.

6.2.- Error en las mediciones mediante analizador de imágenes. ®

Puesto que las mediciones son reproducibles con un error de un pixel, el error inherente al equipo de análisis de imágenes empleado depende del tamaño de las partículas medidas y de la amplificación a que son observadas. El factor de calibración empleado para cada magnificación representa el error en porcentaje que se tiene. Recordemos que los factores de calibración empleados fueron de 1.904, 0.952, 0.479, 0.239 y 0.095 micrones por pixel, para las magnificaciones de 50, 100, 200, 400 y 1000X, respectivamente. A manera de ejemplo, una longitud de 100 μm observada a 50X medirá 52 ± 1 pixeles, siendo su error de $1/52 = 1.9\%$. Para las magnificaciones de 100, 200, 400 y 1000X, el porcentaje de error resulta ser, en cada caso, de 0.952%, 0.479%, 0.239% y 0.095%. Considerando que los perímetros medidos en el presente trabajo fluctuaron entre 20 y 400 μm , el error máximo se tiene para el caso de perímetros de 20 μm observados a 50X y es de 9.5%; sin embargo la gran mayoría de las mediciones, particularmente en los granos de los aceros inoxidables, estuvieron por encima de los 100 μm . Por estas razones podemos concluir que el error en las mediciones es muy pequeño.

6.3.- Efecto Richardson.

En todos los granos y carburos analizados, se encuentra que el perímetro se incrementa conforme se observa y mide a magnificación progresivamente mayor. Este efecto Richardson indica que estas curvas no son líneas euclidianas, sino que son líneas no rectificables con un cierto grado de autosimilitud estadística. A medida que se observa a mayor magnificación, es posible discernir y medir detalles de las curvas que no son detectables a menores magnificaciones, ver *Figs. 5.5, 5.6, 5.17 y 5.37*.

6.4.- Gráficos de Richardson y dimensión fractal en el acero AISI 316L.

Todos los gráficos de Richardson para los granos del acero AISI 316L muestran un buen ajuste a una recta de regresión. Los valores de dimensión fractal estuvieron en el intervalo 1.08 - 1.16. Estos resultados confirman la hipótesis de que las fronteras de grano en este material pueden ser bien descritas como curvas fractales naturales, con dimensión fractal que puede ser medida por los métodos aquí empleados.

6.5.- Acero AISI 304.

6.5.1.- Efecto de la deformación sobre la microestructura del acero AISI 304.

La deformación impartida al material tiene efectos sobre la forma y tamaño de los granos, afectando también al interior de los mismos. La secuencia de imágenes de la *Fig. 5.18* muestra el efecto que sobre la forma, orientación y tamaño tiene la deformación en los diferentes planos de observación. En las secciones longitudinales los granos experimentan un alargamiento en la dirección de la deformación, mientras que en las secciones transversales permanecen aproximadamente equiaxiales. En la muestras sin deformación, el tamaño nominal de grano es de $62\mu\text{m}$ en el plano transversal y de $88\mu\text{m}$ en el plano longitudinal. En ambos casos el tamaño de grano nominal disminuye hasta $45\mu\text{m}$, *Fig 5.19*. Las *Figs. 5.14 y 5.16*, donde se aplicó la técnica de contraste por interferencia, muestran la aparición de líneas de deformación al interior de los granos. El incremento en microdureza mostrado en la *Fig. 5.20*, ilustra también el efecto de endurecimiento por deformación, originado por el incremento en la densidad de dislocaciones en todo el volumen de los granos.

6.5.2.- Gráficos de Richardson en el acero 304.

El análisis de los gráficos de Richardson para los granos de este acero muestra que, para algunos granos, se tiene un excelente ajuste a una recta de regresión, mientras que para otros granos no se tiene un muy buen ajuste. La *Fig. 6.1* muestra el gráfico de Richardson para un grano con excelente ajuste mediante una única recta de regresión.

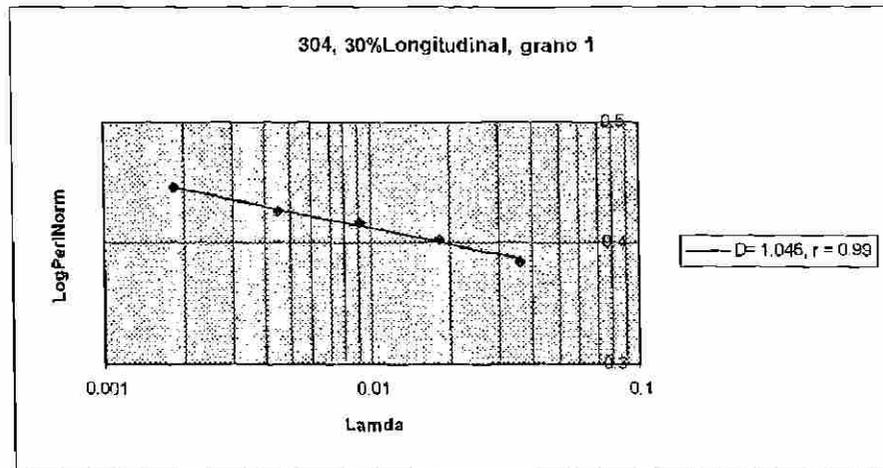


Fig. 6.1 Grano con excelente ajuste a una recta única.

La Fig 6.2 muestra el gráfico de Richardson para un grano donde no se tiene un muy buen ajuste mediante una recta única, en la Fig 6.3 vemos de nuevo este gráfico, pero ahora ajustado a dos rectas de regresión para las cuales el ajuste es mejor.

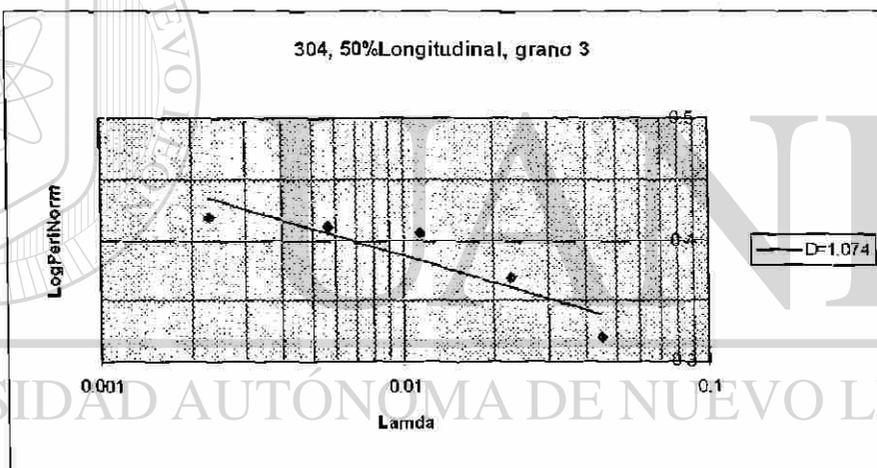


Fig. 6.2.- Gráfico de Richardson para un grano en el que el ajuste a una única recta no es muy bueno ($r = 0.905$).

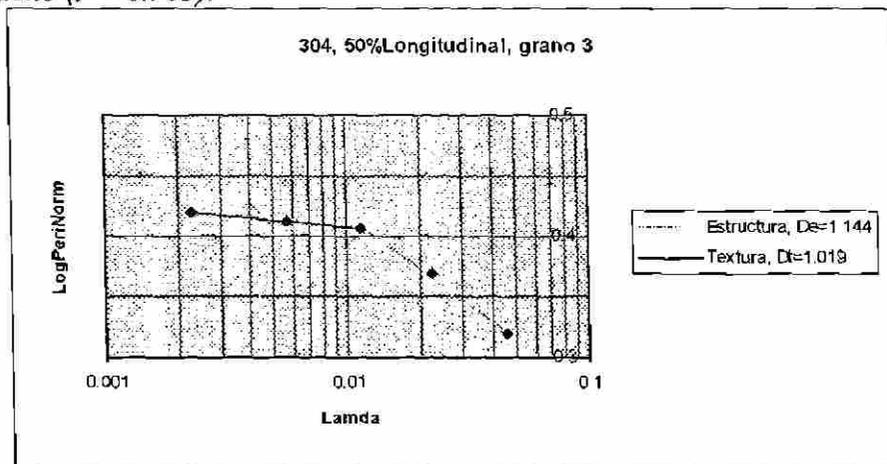


Fig.6.3.- Ajuste del gráfico anterior a dos rectas de regresión.

Para los granos que son ajustados por dos rectas, la pendiente de cada una de ellas representa una diferente dimensión fractal en diferentes intervalos de precisión de medición. La recta de menor pendiente se presenta, en todos los casos analizados, en las mediciones a menor magnificación. Llamamos a la dimensión calculada a partir de esta recta "dimensión de estructura", ya que refleja la morfología o estructura general de la frontera de grano. La recta de mayor pendiente, que se presenta en las mediciones de mayor precisión, proporciona una dimensión fractal que es útil para describir la "textura" o detalles finos de la frontera de grano. Por esta razón la llamamos "dimensión de textura". Esta terminología ha sido ya manejada por Kaye [11,12]. La Fig. 6.4 ilustra el significado de estas dos dimensiones fractales.

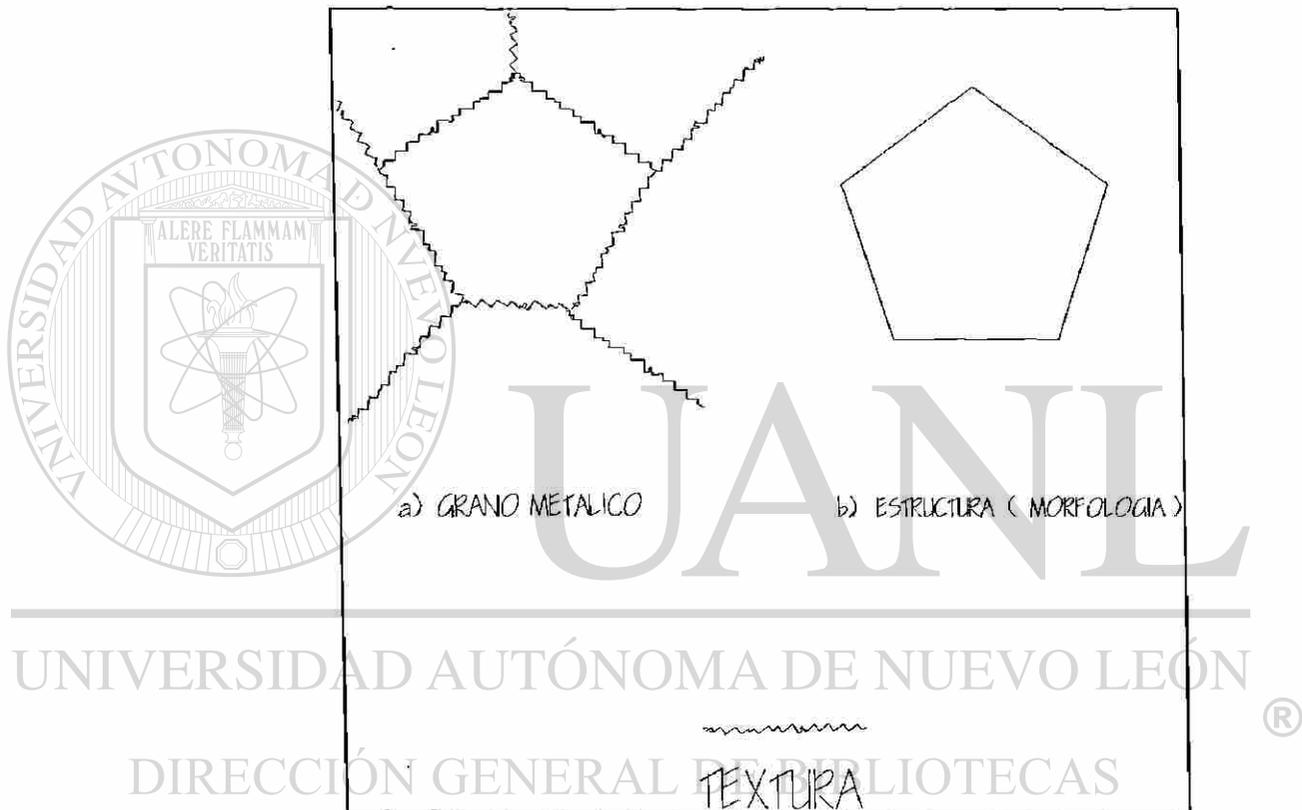


Fig 6.4.- Los conceptos de estructura y textura para un grano metálico.

Los valores de dimensión fractal reportados en la *Tabla 5.4* fueron calculados en todos los casos para una única recta de regresión. En el caso de los granos cuyos datos se ajustan bien de esta manera, la dimensión reportada es la única dimensión manifestada en el intervalo de medición empleado.

Para los granos con dos dimensiones fractales, la dimensión fractal reportada en la *Tabla 5.4* contiene información combinada de la estructura y la textura. La *Tabla 6.1* muestra las dimensiones fractales de estructura y textura para los granos que manifestaron este comportamiento.

Tabla 6.1.- Dimensiones fractales para los granos ajustados por dos rectas de regresión.

PLANO TRANSVERSAL				
% deformación	grano	D "global"	D estructura	D textura
0	2	1.083	1.236	1.047
0	3	1.085	1.149	1.028
30	1	1.061	1.145	1.040
30	4	1.104	1.104	1.19
40	1	1.066	1.112	1.003
40	2	1.054	1.128	1.028
50	1	1.057	1.139	1.027
50	2	1.058	1.143	1.028
50	4	1.065	1.141	1.035
50	6	1.12	1.209	1.101
PLANO LONGITUDINAL				
0	2	1.055	1.136	1.022
0	4	1.056	1.072	1.017
0	5	1.049	1.066	1.012
0	6	1.212	1.811	1.084
10	2	1.089	1.241	1.057
30	3	1.060	1.105	1.042
40	1	1.121	1.290	1.024
40	4	1.121	1.289	1.049
50	1	1.065	1.119	1.029
50	2	1.058	1.105	1.025
50	3	1.074	1.144	1.019
50	5	1.065	1.127	1.037

6.5.3.- Efecto de la deformación sobre la naturaleza fractal de las fronteras de grano.

Las Figs. 6.5 y 6.6 muestran que no se encontró una dependencia significativa de la dimensión fractal con el porcentaje de deformación, siendo esto cierto tanto para los planos transversales como para los longitudinales, entre los cuales tampoco se encontró diferencia significativa en los valores de dimensión fractal obtenidos. Sin embargo, como se ilustró en la Fig. 5.5, se encontraron granos con fronteras con irregularidad o rugosidad producida por la deformación. Aparentemente, la deformación no altera uniformemente la naturaleza fractal de las fronteras de grano, sino que algunos granos son más afectados que otros. En todo caso, el efecto de la deformación sobre la dimensión fractal no es apreciable. La deformación, en frío en este caso, introduce energía en la microestructura y ésta se almacena en los defectos creados por la misma deformación, el efecto de la deformación es más evidente al interior de los granos, como se ilustra en las Figs. 5.14 y 5.16, donde la técnica de contraste por interferencia permite resaltar detalles como las líneas de deslizamiento provocadas por la deformación.

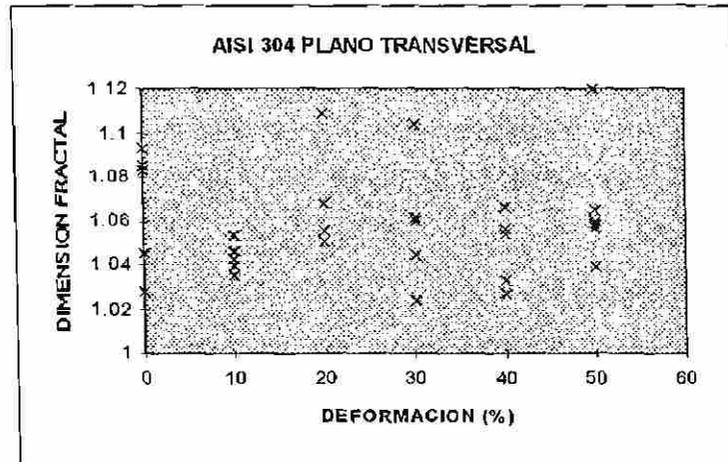


Fig. 6.5.- Dimensión fractal contra la deformación en los granos analizados en la sección transversal.

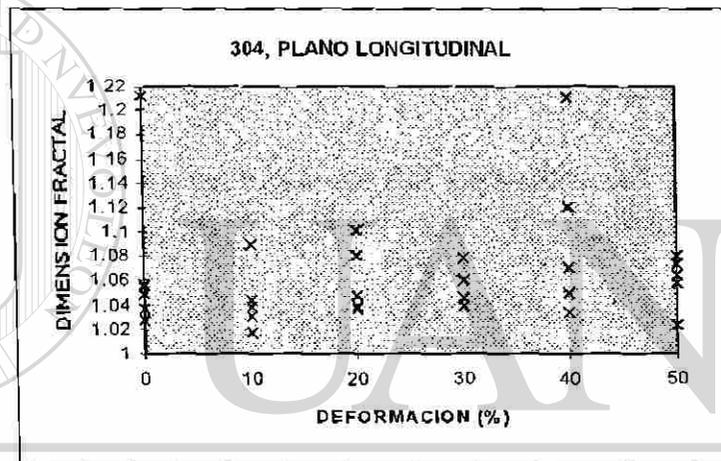


Fig. 6.6.- Dimensión fractal contra la deformación en los granos analizados en los planos longitudinales.

6.6.- Granos bidimensionales en acero AISI 304 y carburos bidimensionales en aceros herramienta.

Los resultados obtenidos en el análisis de los perfiles de los carburos en los dos aceros herramienta estudiados fueron muy similares a los obtenidos para las fronteras de grano. Para el acero AH1, con carburos pequeños de bordes redondeados muy regulares, sólo se detectó una única dimensión fractal para el perfil de dichos carburos. En el acero AH2, con carburos más grandes con bordes irregulares o rugosos, algunos manifiestan una única dimensión fractal, mientras que otros manifiestan las dimensiones fractales de estructura y textura. La Fig. 6.7 muestra el gráfico de Richardson para un carburo "bidimensional", esta figura corresponde al grano cuyo gráfico de Richardson ajustado por una sola recta fue presentado en la Fig. 5.38. La Tabla 6.2 indica las dimensiones de estructura y textura para los carburos que manifestaron este comportamiento.

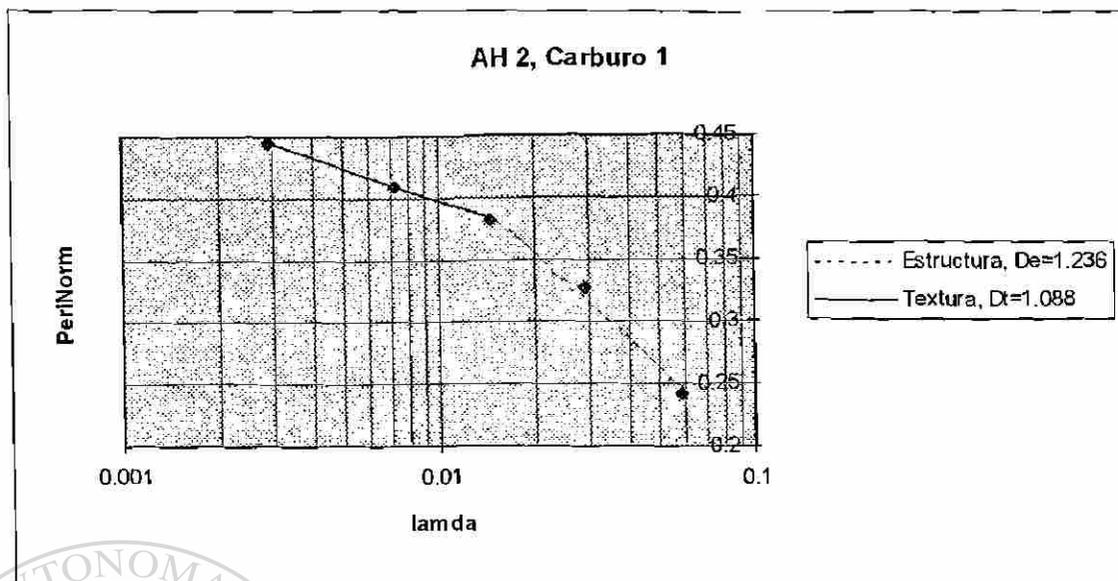


Fig. 6.7.- Gráfico de Richardson para el grano de la fig. 5.39, pero esta vez ajustado por dos rectas, indicando las dimensiones fractales de estructura y textura.

Tabla 6.2- Dimensiones fractales de los carburos del acero AH2, cuyos gráficos de Richardson fueron ajustados por dos rectas de regresión.

Carburo	dimensión fractal "total"	dimensión de estructura	dimensión de textura
1	1.151	1.236	1.088
3	1.117	1.316	1.048
7	1.128	1.392	1.033
8	1.094	1.167	1.033

6.7.- Orden de magnitud de las dimensiones fractales.

Los valores de dimensión fractal obtenidos en el presente trabajo, tanto para las fronteras de grano de los aceros inoxidables como para el perfil de los carburos en aceros herramienta, están en concordancia con valores reportados en la literatura para una variedad de curvas fractales naturales. La Tabla 6.3 muestra valores de dimensión fractal de algunas curvas naturales de interés. En esta tabla podemos ver que los valores reportados en este trabajo corresponden bien a los reportados para fronteras de grano de latón y zinc. De esta tabla también puede verse que las curvas fractales naturales tienden a presentar dimensiones fractales relativamente "bajas" (entre 1.0 y 1.3) comparadas con la dimensión de curvas fractales matemáticas, que pueden tomar cualquier valor entre 1 y 2. La trayectoria del movimiento browniano se manifiesta como una notable excepción a dicho comportamiento.

Tabla 6.3.- Dimensión fractal de algunas curvas naturales, se incluyen, para comparación, las dimensiones de la curvas de von Koch y de Peano.

DIMENSION FRACTAL DE ALGUNAS CURVAS	
Curva de Peano	2.0
Curva de von Koch	1.2618
Trayectoria browniana	2.0
Línea costera de Gran Bretaña [10]	1.25
Partículas de aluminio [48]	1.08-1.19
Fronteras de grano de latón β rolado en caliente [49]	1.225
Agregados de negro de humo. [11]	1.07
Fronteras de grano en zinc [36]	1.04-1.14
Hojuelas de grafito tipo A en hierro gris [35]	1.16
Granos de café instantáneo [50]	1.05-1.2
Polvo lunar [51]	1.11-1.13
Partículas cósmicas [51]	1.15
Gránulos de PVC [12]	1.08
Hojas de maple [12]	1.16-1.20
Gránulos de detergente [12]	1.13

6.8.- Dimensión fractal y factor de forma.

Un parámetro muy utilizado en estereología es el factor de forma, en análisis de imágenes es esencial para el reconocimiento y selección de objetos de interés. El uso principal del factor de forma es la comparación de diferentes poblaciones de objetos. El factor de forma es un parámetro esencialmente euclidiano.

En el análisis fractal, la dimensión fractal es influida por la forma y la complejidad de los objetos, por lo que puede decirse que la dimensión fractal contiene información semejante a la proporcionada por el factor de forma. La Fig. 6.8 muestra datos del factor de forma de granos y carburos graficados contra su dimensión fractal. Aunque el ajuste a una recta de regresión no es muy bueno ($r = 0.71$), el análisis estadístico de correlación indica que la recta explica el 51% de la variación de los datos. El resto de la variación puede ser debida a que la dimensión fractal contiene otro tipo de información además de la morfológica. De este análisis puede decirse que existe una cierta correlación entre el factor de forma y la dimensión fractal de las fronteras de grano de aceros inoxidables y carburos en aceros herramienta.

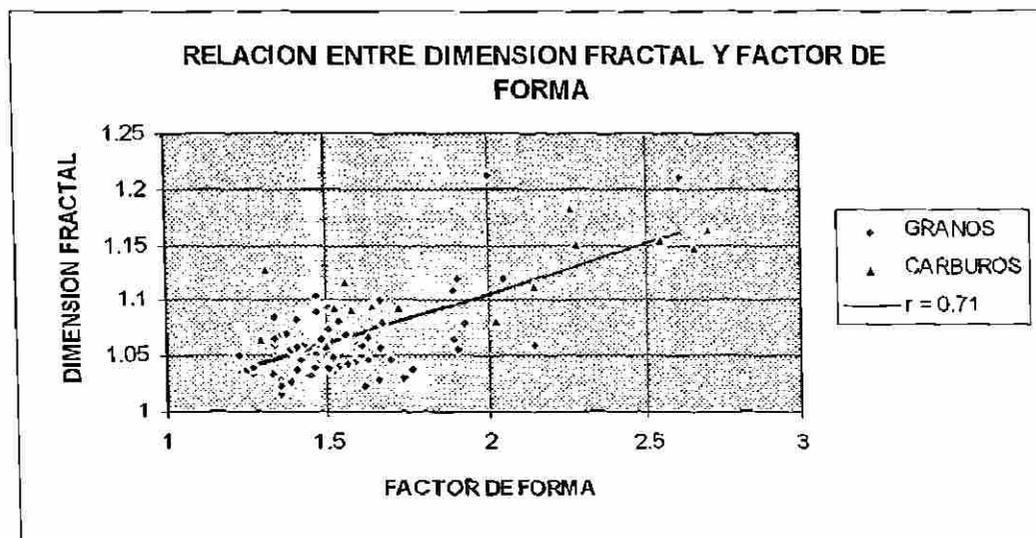


Fig. 6.8.- Relación entre el factor de forma y la dimensión fractal de las fronteras de grano y el perfil de los carburos.

6.9.- Sobre el método.

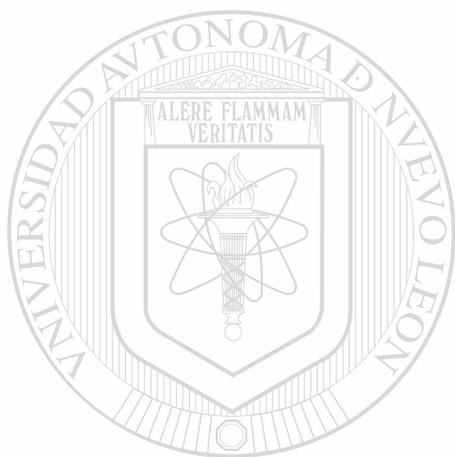
La determinación de la dimensión fractal de elementos microestructurales puede llevarse a cabo por distintos métodos alternativos: conteo de celdas, amalgamación de mosaico (“*mosaic amalgamation*”), método del compás, entre otros. En todos estos métodos se emplea una sola imagen o figura y las mediciones se efectúan con diferente precisión o “longitud de escala” (“*yardstick length*”). Estos métodos están limitados por el contenido de información de la imagen analizada, más que por la precisión con que se realicen las mediciones. En el método empleado en este trabajo se utiliza un juego de imágenes a diferente magnificación, la precisión de la medición queda determinada por el factor de calibración respectivo. Por estas características consideramos que este método es ventajoso por manipular y acceder una mayor cantidad de información.

6.10.- Especulaciones finales y conclusión.

El método de análisis fractal expuesto en este trabajo, así como los resultados presentados, ponen de manifiesto que la geometría de fractales es una herramienta útil para la descripción y caracterización de microestructuras. La naturaleza fractal de elementos microestructurales como las fronteras de grano y los carburos primarios en aceros grado herramienta ha sido estudiada en detalle y se ha establecido su carácter “multifractal”, manifestado por las dimensiones de estructura y textura. Teóricamente, los granos deben adoptar formas tridimensionales euclidianas regulares llamadas tetracaidecaedros, sin embargo, en la realidad sus fronteras muestran una irregularidad que puede ser descrita por sus dimensiones de estructura y de textura. Podemos especular que la dimensión de estructura tiene su origen en el crecimiento de los cristales durante las solidificación y queda determinada por la manera en que se encuentran los frentes de crecimiento de cristales adyacentes. Esta dimensión puede ser modificada por procesos de deformación subsecuentes. En cambio, puede decirse que la dimensión de textura refleja una irregularidad a nivel más fino y podría estar asociada al arreglo atómico

característico del material, de ahí que su valor sea menor que la dimensión de estructura. No se espera, por estas razones, que esta dimensión sea afectada por procesos de deformación.

La información que proporciona el análisis fractal es diferente y complementaria a la obtenida por los métodos más tradicionales de la materialografía cuantitativa. Estas nuevas herramientas deben ser explotadas de manera intensiva para explorar viejos y nuevos caminos en la ciencia e ingeniería de materiales, donde queda mucho por hacer.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPITULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1.- Conclusiones.

- Las fronteras de grano de los aceros inoxidables AISI 316L y AISI 304 estudiados no son líneas euclidianas; para el nivel de resolución de medición empleado en este trabajo se comportan como curvas no rectificables que manifiestan el efecto Richardson y presentan un grado de autosimilitud o autoafinidad estadística.
- El perfil de los carburos en los aceros herramienta también manifiesta efecto Richardson y autoafinidad estadística, en el nivel de resolución de medición empleado.
- Tanto las fronteras de grano como el perfil de los carburos son bien descritos como curvas fractales naturales.
- Las fronteras de grano y los perfiles de los carburos poseen dimensión fractal, misma que puede ser medida por los métodos expuestos en el presente estudio.
- La deformación de tensión impartida en frío a los aceros inoxidables no afecta apreciablemente la naturaleza fractal de las fronteras de grano. Para algunos granos y carburos el gráfico de Richardson se ajusta excelentemente por una recta de regresión, cuya pendiente permite calcular la dimensión fractal.
- Para algunos granos y carburos, el gráfico de Richardson se ajusta mejor mediante dos rectas de regresión, cuyas pendientes definen dos dimensiones fractales a diferentes niveles de resolución de medición.
- Para el nivel de resolución menos fino ($\lambda > 0.01$) se manifiesta la dimensión de estructura, que describe la morfología general de las fronteras de grano y del perfil de los carburos.

- Para los niveles de resolución más finos ($\lambda < 0.01$) se manifiesta la dimensión de textura, que describe la naturaleza fractal de los detalles finos de las fronteras de grano y del perfil de los carburos.
 - En todos los casos analizados en este trabajo, la dimensión de estructura resultó mayor que la dimensión de textura, indicando que hay mayor irregularidad en los niveles de resolución menos finos, mientras que en el nivel fino las fronteras tienden a adquirir geometrías más regulares aproximándose a la dimensión euclidiana.
 - La técnica de análisis de imágenes es especialmente adecuada para realizar análisis fractal de elementos microestructurales, ya que la precisión y reproducibilidad de las mediciones son excelentes.
 - La dimensión fractal contiene información tanto de la morfología como de la complejidad o irregularidad de las curvas fractales naturales. Existe una cierta correlación entre la dimensión fractal y el factor de forma.
 - Los valores reportados en el presente trabajo son del mismo orden de magnitud que los reportados para otras curvas naturales.
 - El método utilizado en el presente trabajo, que emplea una imagen a cada magnificación, presenta ventajas con respecto a los métodos que utilizan sólo una imagen, ya que accesa y maneja una mayor cantidad de información.
-
- El análisis fractal de elementos microestructurales proporciona información alternativa y/o complementaria para la descripción cuantitativa de los mismos. ®
 - Los métodos empleados en el presente trabajo son aplicables a una gran variedad de elementos microestructurales. Son además aplicables a imágenes de cualquier clase de curvas fractales naturales.

7.2.- Recomendaciones para posibles trabajos futuros.

El análisis fractal de microestructuras presenta una gran variedad de posibles aplicaciones. A continuación se presentan sólo algunas recomendaciones para continuar esta línea de investigación.

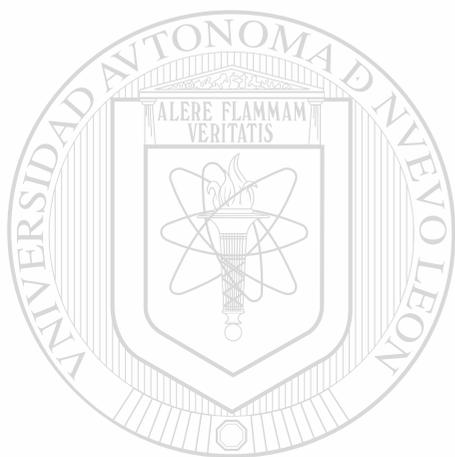
- Continuación del análisis fractal de fronteras de grano en magnificaciones más altas, empleando microscopía electrónica de barrido y transmisión, además de microscopía de fuerza atómica y/o tunelamiento.
- Descripción de estructuras dendríticas de aleaciones fundidas, determinación de dimensión fractal de dendritas y estudio de sus posibles relaciones con la rapidez de enfriamiento y propiedades mecánicas.
- Aplicación en ingeniería microestructural de aceros herramienta, para definir el tipo, morfología y orientación óptima de los carburos primarios, de acuerdo a la aplicación.
- Caracterización cuantitativa de polvos, ej. pigmentos.
- Descripción de la estructura fractal, en conjunto con la aplicación de teoría de percolación a pellets de mineral de hierro y/o hierro esponja.
- Caracterización de imágenes de superficies obtenidas por microscopía de fuerza atómica y tunelamiento.
- Aplicación de geometría de fractales para la descripción del crecimiento de nanopartículas y nanoestructuras obtenidas por “chispeado” (*spark-processing*).
- Desarrollo e implementación de software para el análisis fractal de imágenes de manera automática directamente en equipo de análisis de imágenes. A manera de comentario, podemos vaticinar que en un futuro cercano, es muy posible que los equipos comerciales de análisis de imágenes incluyan este tipo de aplicaciones.

REFERENCIAS

1. Mandelbrot, B.B., *Fractals: Form, Chance, and Dimension*, W.H. Freeman and Co. San Francisco, 1977.
2. Mandelbrot, B.B., *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman and Co. New York, 1982.
3. Peitgen, Heinz-Otto; Jürgens, Hartmut; y Saupe, Dietmar; *Chaos and Fractals-New Frontiers of Science*. Springer-Verlag, New York, 1992.
4. Devaney, R.L. *Chaos, Fractals, and Dynamics*. Addison Wesley Publishing Company. 1990.
5. Rietman, E. *Exploring the Geometry of Nature*, Windcrest, 1989.
6. Falconer, K. *Fractal Geometry*. John Wiley and Sons, New York, 1990.
7. Barnsley, M. *Fractals Everywhere*. Academic Press, Inc. San Diego. 1988.
8. Peitgen, H.O., Richter, P.H. *The Beauty of Fractals*. Springer-Verlag, 1986.
9. H. von Koch, *Sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire*, Arkiv för Matematik 1 (1904) 681-704. Citado en ref. 4.
10. Mandelbrot, B.B. *How Long is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension*. Science, Vol. 156, No. 3775, May 1967, p.636.
11. Kaye, B.H. *Multifractal Description of a Rugged Fineparticle Profile*. Part. Char. 1 (1984) 14-21.
12. Kaye, B.H. *A Random Walk Through Fractal Dimensions*. VCH Publishers, New York, 1994.
13. ASM Handbook Vol. 9. *Metallography and Microstructures*. The Materials Information Society, USA 1992.
14. Gleiter, H. *Microstructure*, Capítulo 10b en *Physical Metallurgy*, editado por Cahn, R.W. y Haasen, P. Elsevier Science Publishers, 1983.
15. Reed-Hill, R. *Physical Metallurgy Principles*, Ed. Van Nostrand Company. 1973.
16. Hirth, J.P y Lothe, J., *Theory of Dislocations*, McGraw Hill Book Company, New York, 1968. pp. 637-681.
17. Hull, D. *Introduction to Dislocations 2nd edition*, Pergamon Press, Oxford 1979. pp. 200-207.
18. Porter. D.A. y Easterling. K. E. *Phase Transformations in Metals and Alloys second edition*. Chapman and Hall, Londres, 1993.
19. Verhoeven, J.D. *Fundamentos de Metalurgia Física*. Limusa, México, 1987.
20. Smith, C.S. *Grain Shapes and Other Metallurgical Applications of Topology*, en *Metal Interfaces*, American Society for Metals, New York, 1952. pp. 65-113, citado en ref. [19].
21. Smith, C.S., *Some Elementary Principles of Polycrystalline Microstructure*, Metallurgical Reviews 9, No. 36, p. 415, 1964. citado en [19].
22. Norma ASTM E112-88. *Standard Test Methods for Determining Average Grain Size*, Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1988.
23. Russ, J.C. *Computer-Assisted Microscopy*, Plenum Press, New York 1990.
24. Mandelbrot, B.B., Passoja, D. y Paullay, A.J., Nature, 1984, 308, p. 771.

25. Underwood, E.E., Proceedings of the 7th Int. Conf. on Stereology, Caen, Francia, Sept, 1987.
26. Wang, H.G. Chen, D.L. Jiang. X.X. y Shih, C.H. Scripta Metallurgica., 1988, **22**, 827.
27. Richards, L.E. y Dempsey, B.P. Scripta Metallurgica, 1988, **22**, 687.
28. Hornbogen, E. *Fractals in Microstructure of Metals*, International Materials Reviews, 1989, No.6, p. 277.
29. Kaye, B.H., *Direct Characterization of Fine Particles*, New York, 1981.
30. Kaye, B.H., *Characterization of the Surface Area of a Fineparticle Profile by its Fractal Dimension*, en Proceedings of Particle Size Analysis. Heysen, Londres, 1977, 250-259.
31. Flook, A.G., *The use of Dilation Logic on the Quantimet to Achieve Fractal Dimension Characterisation of Textured and Structured Profiles*. Powder Technology, **21** (1978) 295-298.
32. Chermant, J.L. y Coster, M. *Fractal Objects in Image Analysis*, Proceedings of the Symposium on Quantitative Metallography. Florencia, 1978.
33. Schwarz, H. y Exner, H.E., *The Implementation of the Concept of Fractal Dimensions on a Semi-Automatic Image Analyser*. Powder Technology, **27**, (1980), 207-213.
34. Laird, G., Rawers, J.C., y Adams, A. *Fractal Analysis of Carbide Morphology in High-Cr White Cast Irons*. Metallurgical Transactions A, **23**, Octubre 1992, p. 2941.
35. Lu. S.Z. y Hellowell, A. *An Application of Fractal Geometry to Complex Microstructures: Numerical Characterization of Graphite in Cast Irons*. Acta Metallurgica et Materialia.
36. Streitenberger, P., Förster, D., Kolbe, P., Veit, P. *The Fractal Geometry of Grain Boundaries in Deformed and Recovered Zinc*. Scripta Metallurgica et Materialia, Vol. 33, No.4 pp. 541-546, 1995.
37. Kirkaldy, J.S. *Spontaneous Evolution of Microstructure in Materials*. Metallurgical Transactions A, Vol. 24, Agosto 1993, p. 1689.
38. Norma ASTM A370-92. *Standard Test Methods and Definitions for Mechanical Testing of Steel Products*, Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1992.
39. Norma ASTM E8-91. *Standard Test Methods of Tension Testing of Metallic Materials*, Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1991.
40. *Metallography Principles and Procedures*. Leco Corporation, St. Joseph. USA 1977.
41. *Metalog Guide*. Struers Tech A/S. Rodovre, Dinamarca, 1992.
42. Norma ASTM E407-70 (89). *Standard Test Methods for Microetching Metals and Alloys*, Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1989.
43. *Inverted Microscope Epiphot-TME Instructions*, Nikon Corporation, Tokio, 1988.
44. *Quantimet 520 Operators Manual*, Leica Cambridge Ltd. Cambridge, 1990.
45. *Quantimet 520, Grain Size Application Software*, Leica Cambridge Ltd. Cambridge, 1990.
46. Norma ASTM E112-88. *Standard Test Methods for Determining Average Grain Size*, Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1995.

47. Norma ASTM E1382-91. *Standard Test Methods for Determining Average Grain Size Using Semicautomatic and Automatic Image Analysis*. Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1995.
48. Kaye, B.H., Leblanc, J.E., y Abbot, P. *Fractal Description of the Structure of Fresh and Eroded Aluminum Shot Fineparticles*. Part. Charact., **2** (1985) 56-61, citado en [12].
49. Hornbogen, E. *Fractal Analysis of Grain Boundaries in Hot-worked Poly-crystals*. Z. Metallkde, 1987, **78**, 622.
50. Peleg, M. y Normand, M.D. *Characterization of the Ruggedness of Instant Coffee Particle Shape by Natural Fractals*. J. Food Sci. **50**, (1985) 187-188, citado en [12].
51. Kaye, B.H. y Clark, G.G. *Fractal Description of Extra Terrestrial Fineparticles*. Part. Charact. **2** (1985) 143-148, citado en [12].



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**APENDICE A.
RESULTADOS DE LAS MEDICIONES Y GRAFICOS DE RICHARDSON EN
ACERO AISI 316L.**

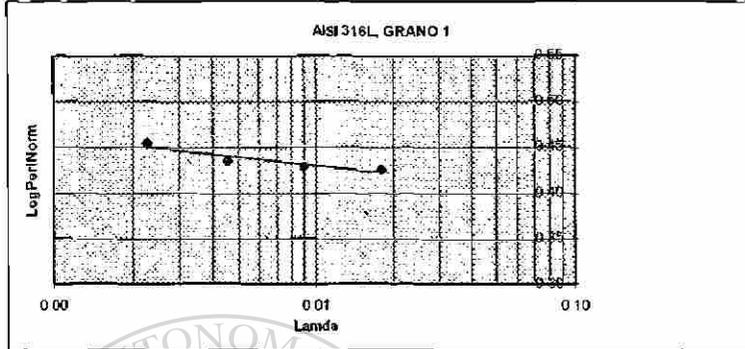
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



ANALISIS FRACTAL DE FRONTERAS DE GRANO EN ACERO AISI 316L

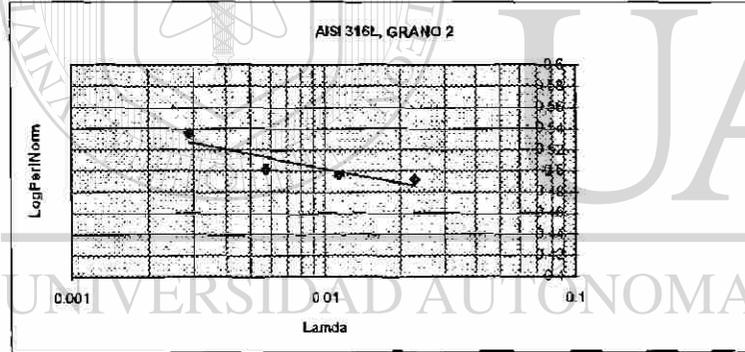
GRANO 1	calibración	perimetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1.904	280.7		0.01806	2.66319	0.42540	-1.7432	0.42215
100	0.952	283		0.00903	2.68501	0.42895	-2.0442	0.43160
200	0.479	288		0.00454	2.73245	0.43655	-2.3425	0.44097
400	0.239	300	105.4	0.00227	2.84630	0.45428	-2.6444	0.45045
1000	0.095							



Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.946348909
Coefficiente de determinación R ²	0.895576257
R ² ajustado	0.843364386
Error típico	0.005090054
Observaciones	4
Coeficientes	
Intercepción	0.367409136
loglamda	-0.0314034

DIMENSION FRACTAL 1.031

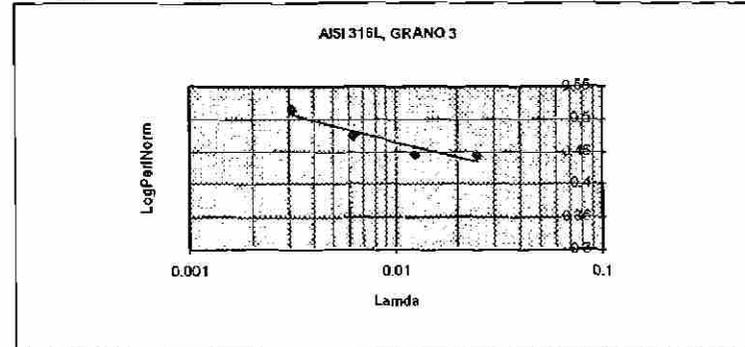
GRANO 2	calibración	perimetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1.904	258		0.02288462	3.10096154	0.49149638	-1.64045638	0.48553
100	0.952	261		0.01144231	3.13701923	0.496517181	-1.94148638	0.49950
200	0.479	264		0.00575721	3.17307692	0.501480601	-2.23978781	0.51334
400	0.239	286	83.2	0.0028726	3.4375	0.536242707	-2.54172543	0.52736
1000	0.095							



Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.886564293
Coefficiente de determinación R ²	0.785996245
R ² ajustado	0.678994368
Error típico	0.011493538
Observaciones	4
Coeficientes	
Intercepción	0.40940968
loglamda	-0.04640404

DIMENSION FRACTAL 1.046

GRANO 3	calibración	perimetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1.904	214.4		0.02472727	2.78441558	0.444734056	-1.60682378	0.43442
100	0.952	215		0.01236364	2.79220779	0.445947735	-1.90785378	0.45865
200	0.479	231		0.00622078	3	0.477121255	-2.20615521	0.48267
400	0.239	252	77	0.0031039	3.27272727	0.514909816	-2.50809282	0.50698
1000	0.095							



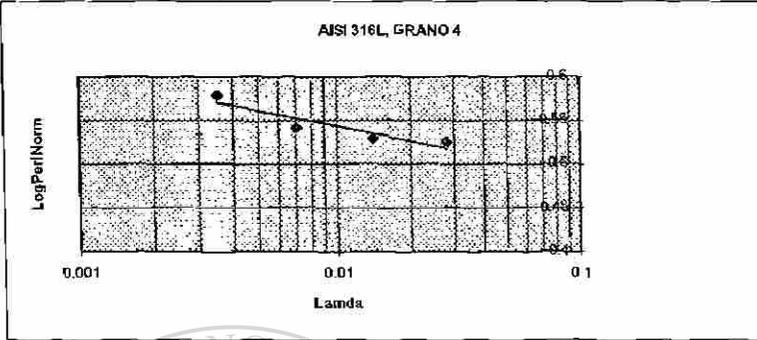
Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.943323337
Coefficiente de determinación R ²	0.889858917
R ² ajustado	0.834788376
Error típico	0.013445332
Observaciones	4
Coeficientes	
Intercepción	0.305046653
loglamda	-0.08051188

DIMENSION FRACTAL 1.081

ANÁLISIS FRACTAL DE FRONTERAS DE GRANO EN ACERO AISI 316L

GRANO 4	calibración	perímetro	Diám de Feret
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)
50	1 904	228	
100	0 952	230	
200	0 479	237	
400	0 239	258	68
1000	0 095		

Lamda	PeriNormal	logperiNorm	loglamda	Pronóstico
0.028	3.352941176	0.525425934	-1.56284197	0.51787
0.014	3.382352941	0.529218923	-1.85387196	0.53533
0.007044118	3.485294118	0.542239433	-2.1521734	0.55264
0.003514706	3.794117647	0.579110793	-2.45411101	0.57015



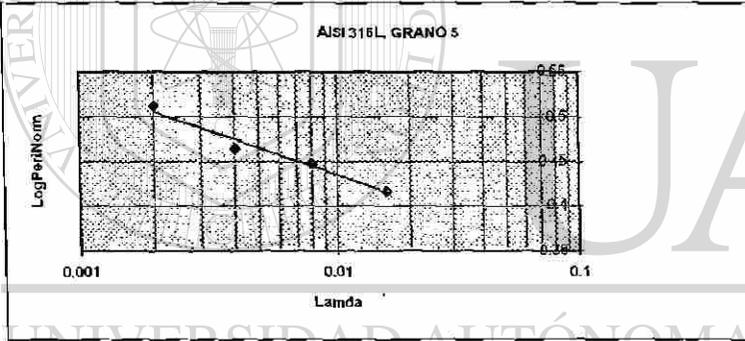
Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.918048348
Coefficiente de determinación R ²	0.842812769
R ² ajustado	0.764219154
Error típico	0.011891884
Observaciones	4

	Coefficientes	Error típico
Intercepción	0.42778832	0.035982
loglamda	-0.05801097	0.01771488

DIMENSION FRACTAL 1.058

GRANO 5	calibración	perímetro	Diám de Feret
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)
50	1 904	311	
100	0 952	334	
200	0 479	347	
400	0 239	387	119
1000	0 095		

Lamda	PeriNormal	logperiNorm	loglamda	Pronóstico
0.016	2.613445378	0.417213428	-1.79588002	0.41535
0.008	2.806722669	0.448199505	-2.09691001	0.44559
0.00402521	2.915966387	0.464782513	-2.39521145	0.47555
0.002008403	3.25210084	0.512164004	-2.69714906	0.50588



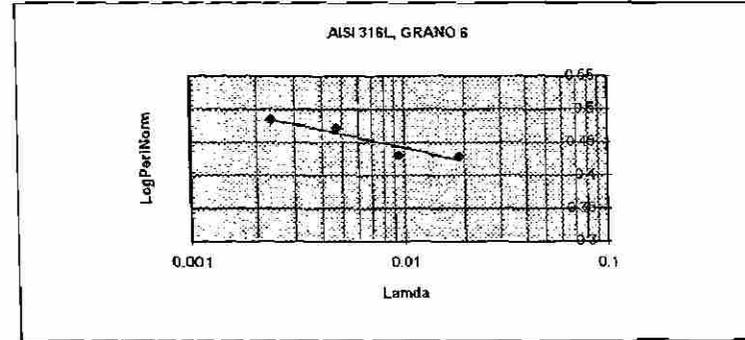
Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.982256677
Coefficiente de determinación R ²	0.964828179
R ² ajustado	0.947242269
Error típico	0.0091035
Observaciones	4

	Coefficientes	Error típico
Intercepción	0.234956216	0.03080039
loglamda	-0.10044735	0.01356113

DIMENSION FRACTAL 1.100

GRANO 6	calibración	perímetro	Diám de Feret
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)
50	1 904	273	
100	0 952	274	
200	0 479	301	
400	0 239	310	101.6
1000	0 095		

Lamda	PeriNormal	logperiNorm	loglamda	Pronóstico
0.018740157	2.687007874	0.429268939	-1.72722678	0.42312
0.009370079	2.696850394	0.430856655	-2.02825676	0.44380
0.004714567	2.962598425	0.471672788	-2.32655619	0.46430
0.002352362	3.051181102	0.484467986	-2.62849581	0.48505



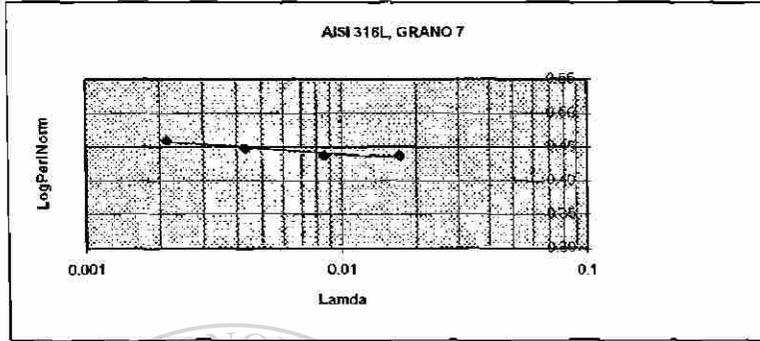
Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.943961437
Coefficiente de determinación R ²	0.891063195
R ² ajustado	0.836594793
Error típico	0.011404461
Observaciones	4

	Coefficientes	Error típico
Intercepción	0.304433013	0.03743223
loglamda	-0.06871384	0.01698878

DIMENSION FRACTAL 1.069

ANÁLISIS FRACTAL DE FRONTERAS DE GRANO EN ACERO AISI 316L

GRANO 7	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1.904	304.5		0.017106918	2.735849057	0.437092133	-1.76682622	0.43385
100	0.952	305		0.008553459	2.74034142	0.437804675	-2.067858216	0.44173
200	0.479	312		0.004303684	2.803234501	0.44765943	-2.366159651	0.44954
400	0.239	321	111.3	0.00214735	2.884097035	0.460009868	-2.668097263	0.45745
1000	0.095							

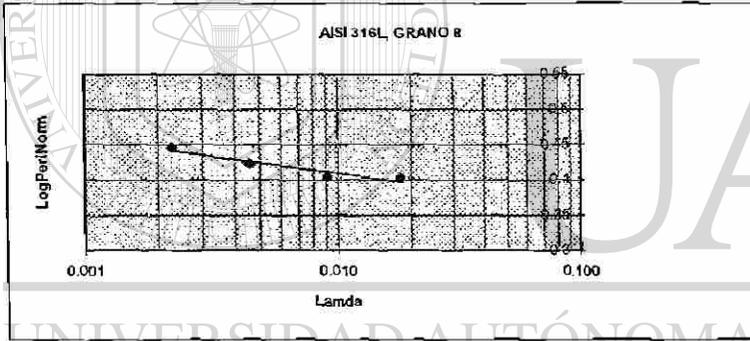


Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.946327922
Coefficiente de determinación R^2	0.895536536
R^2 ajustado	0.843304804
Error típico	0.004245173
Observaciones	4

	Coefficientes	Error típico
Intercepción	0.387582571	0.01418126
loglamda	-0.026185286	0.00632387

DIMENSION FRACTAL 1.026

GRANO 8	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1.904	312.4		0.015429498	2.531604538	0.403395866	-1.811648216	0.39709
100	0.952	313		0.007714749	2.536466775	0.404229178	-2.112678211	0.41196
200	0.479	327		0.003881686	2.649918963	0.423232593	-2.410979646	0.42670
400	0.239	345	123.4	0.001936791	2.795786062	0.446503935	-2.712917259	0.44162
1000	0.095							

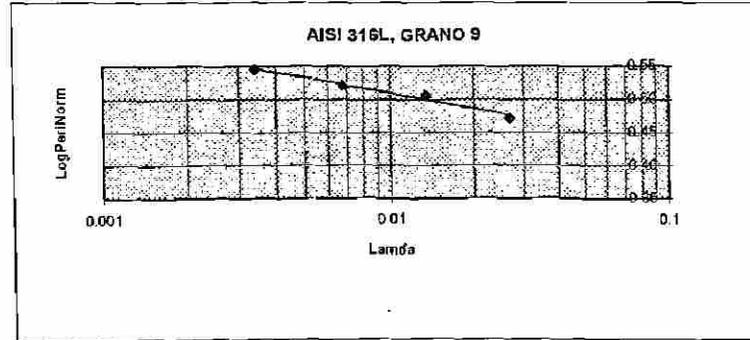


Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.94358893
Coefficiente de determinación R^2	0.890360068
R^2 ajustado	0.835540102
Error típico	0.008230108
Observaciones	4

	Coefficientes	Error típico
Intercepción	0.307574361	0.02803661
loglamda	-0.049409051	0.01226007

DIMENSION FRACTAL 1.049

GRANO 9	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1.904	209		0.027045455	2.96875	0.472573627	-1.567905715	0.47654
100	0.952	226		0.013522727	3.210227273	0.50653578	-1.868935711	0.49989
200	0.479	234		0.006803977	3.323863636	0.521643198	-2.167237146	0.52302
400	0.239	247	70.4	0.003394866	3.508522727	0.545124294	-2.469174758	0.54643
1000	0.095							



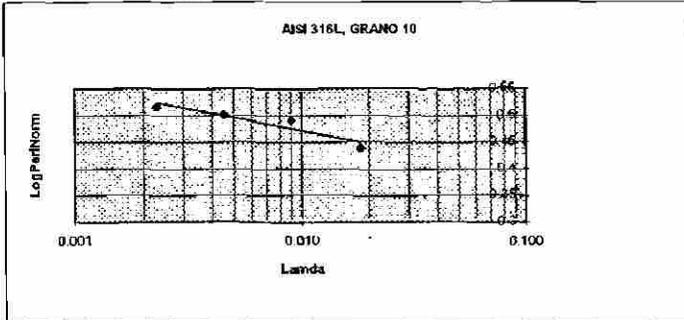
Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.988472648
Coefficiente de determinación R^2	0.977078177
R^2 ajustado	0.96617265
Error típico	0.00563786
Observaciones	4

	Coefficientes	Error típico
Intercepción	0.354958014	0.0171836
loglamda	-0.077545547	0.0083985

DIMENSION FRACTAL 1.078

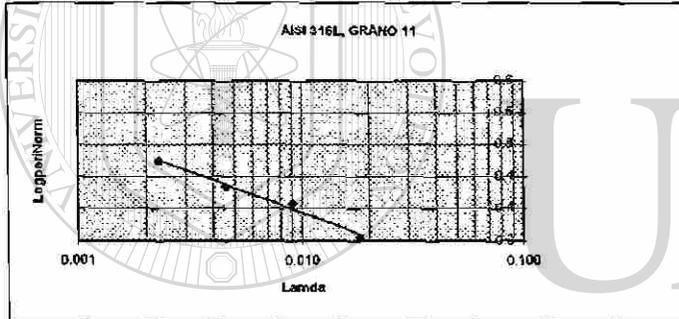
ANALISIS FRACTAL DE FRONTERAS DE GRANO EN ACERO AISI 316L

GRANO 10	calibración	perimetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1 904	267		0 019588477	2.74691358	0 438844996	-1 707999321	0.45027
100	0.952	301		0.009794239	3.096707819	0 490900231	-2.009029317	0.47507
200	0.479	309		0.004927984	3.179012346	0.502292214	-2.307330752	0.49965
400	0.239	320	97.2	0.002458848	3.29218107	0.517483713	-2.609268364	0.52453
1000	0.095							



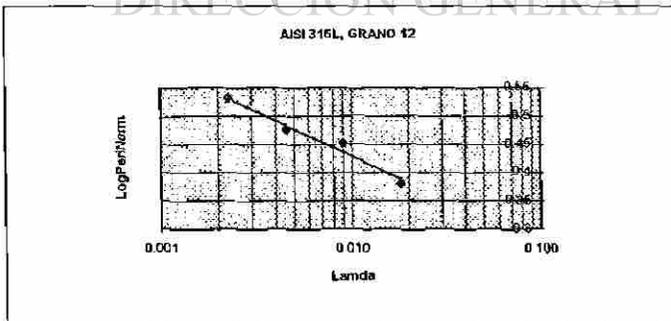
Estadísticas de la regresión		
Coefficiente de correlación múltiple	0 935328467	
Coefficiente de determinación R^2	0.874839341	
R^2 ajustado	0.812259012	
Error típico	0.014792609	
Observaciones	4	
Coeficientes		
Intercepción	0 3095479	Error típico 0.048134257
loglamda	-0 082390575	0.022035977
DIMENSION FRACTAL	1.082	

GRANO 11	calibración	perimetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1 904	127		0 03036826	2.025518341	0.30653618	-1.517600597	0.31115
100	0.952	143		0 015183413	2.280701754	0.358068497	-1 818630592	0.34958
200	0.479	152		0.007639553	2.424242424	0.384576047	-2 116932027	0.38767
400	0.239	167	82.7	0 003811902	2.663476874	0 42544693	-2 41886964	0 42622
1000	0.095							



Estadísticas de la regresión		
Coefficiente de correlación múltiple	0 993033445	
Coefficiente de determinación R^2	0.986115423	
R^2 ajustado	0.979173134	
Error típico	0.007391594	
Observaciones	4	
Coeficientes		
Intercepción	0 117380762	Error típico 0 021387785
loglamda	-0 127680692	0.010713039
DIMENSION FRACTAL	1.128	

GRANO 12	calibración	perimetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1 904	178		0 025695007	2 402159244	0 380601794	-1 590151264	0 38868
100	0 952	210		0 012847503	2 834008097	0 452401087	-1 89118126	0 43653
200	0 479	222		0 006464238	2 995951417	0 476534766	-2 189482695	0 48395
400	0 239	252	74.1	0 003225371	3 400809717	0 531582333	-2 491420307	0 53195
1000	0 095							

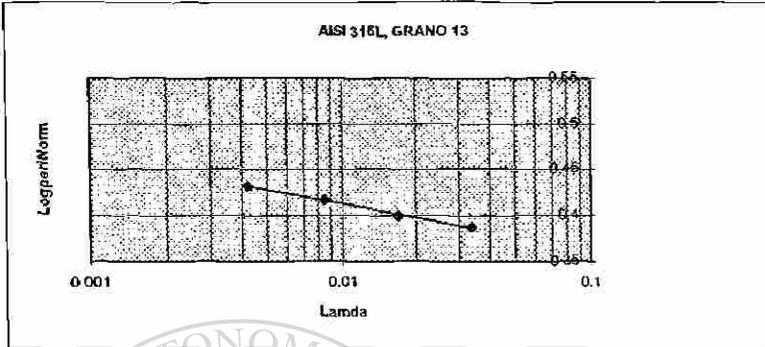


Estadísticas de la regresión		
Coefficiente de correlación múltiple	0 984046151	
Coefficiente de determinación R^2	0 968346827	
R^2 ajustado	0 952520241	
Error típico	0 013641986	
Observaciones	4	
Coeficientes		
Intercepción	0 135913416	Error típico 0 042025352
loglamda	-0 158959676	0 020321938
DIMENSION FRACTAL	1.159	

ANALISIS FRACTAL DE FRONTERAS DE GRANO EN ACERO AISI 316L

GRANO 1	calibración	perímetro	Diám de Feret		
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)	Lamda	PeriNormal
50	1.904	138		0.033639576	2.438162544
100	0.952	142		0.016819788	2.508833922
200	0.479	148		0.008462898	2.614840989
400	0.239	153	56.6	0.004222615	2.703180212
1000	0.095				

	loglamda	Pronóstico	
	0.387062655	-1.47314949	0.38610
	0.399471913	-1.77417948	0.40138
	0.417445284	-2.07248092	0.41652
	0.431875	-2.37441853	0.43185



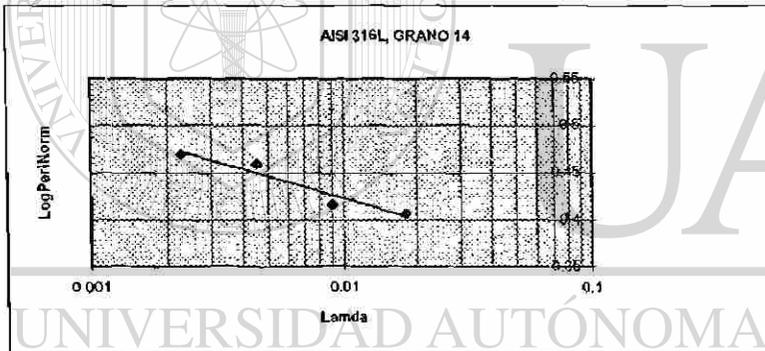
Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.997673641
Coefficiente de determinación R ²	0.995352694
R ² ajustado	0.993029041
Error típico	0.001646453
Observaciones	4

	Coefficientes	Error típico
Intercepción	0.311319877	0.00478911
loglamda	-0.05076212	0.00245266

DIMENSION FRACTAL 1.051

GRANO 1	calibración	perímetro	Diám de Feret		
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)	Lamda	PeriNormal
50	1.904	271		0.017962264	2.556603774
100	0.952	277		0.008981132	2.613207547
200	0.479	305		0.004518868	2.877358491
400	0.239	313	106	0.002254717	2.952830189
1000	0.095				

	loglamda	Pronóstico	
	0.407663426	-1.74563892	0.40410
	0.417173904	-2.04666892	0.42710
	0.458993974	-2.34497035	0.44990
	0.470238472	-2.64690796	0.47297



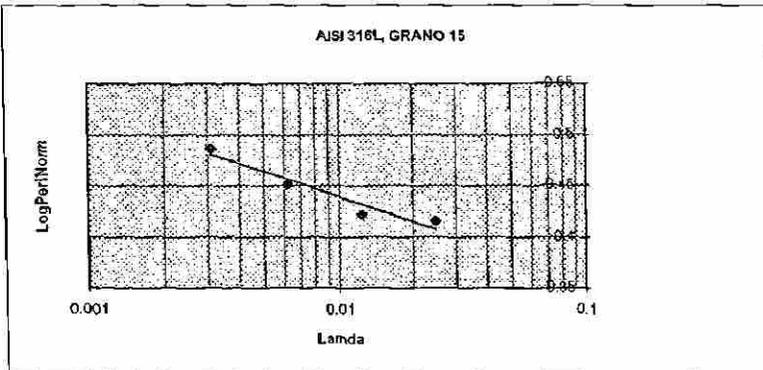
Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.963783068
Coefficiente de determinación R ²	0.928877802
R ² ajustado	0.893316703
Error típico	0.010037212
Observaciones	4

	Coefficientes	Error típico
Intercepción	-0.270701246	0.0332167
loglamda	-0.07641741	0.01495205

DIMENSION FRACTAL 1.076

GRANO 1	calibración	perímetro	Diám de Feret		
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)	Lamda	PeriNormal
50	1.904	211		0.023506173	2.604938272
100	0.952	214		0.011753086	2.641975309
200	0.479	229		0.00591358	2.827160494
400	0.239	249	81	0.002950617	3.074074074
1000	0.095				

	loglamda	Pronóstico	
	0.415797436	-1.62881807	0.40741
	0.421928754	-1.92984807	0.43200
	0.451350463	-2.22814951	0.45636
	0.487714328	-2.53008712	0.48102



Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.962079947
Coefficiente de determinación R ²	0.925597825
R ² ajustado	0.888396738
Error típico	0.010991113
Observaciones	4

	Coefficientes	Error típico
Intercepción	0.27438738	0.03448395
loglamda	-0.08167	0.01637304

DIMENSION FRACTAL 1.082



APENDICE B.
RESULTADOS DE LAS MEDICIONES EN ACERO AISI 304.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



APENDICE B.
Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.

Muestra sin deformación.

PLANO TRANSVERSAL				
GRANO 1	AREA (μm^2)	PERIMETRO (μm)	FERET (μm)	F. DE FORMA
50X	2028	223	83.4	1.94
100X	2480	229.5	83.4	1.69
200X	2434	232	83.4	1.76
400X	2578	237	83.4	1.66
GRANO 2				
50X	177.8	64.7	24.7	1.87
100X	324.7	76.2	28.6	
200X	357	79.6	29.2	
400X	378.6	82.7	30.13	
1000X	402.5	84.8	30.9	
GRANO 3				
50X	605.9	103	34.3	
100X	806	114	36.2	
200X	956.7	126.6	41.7	
400X	1007	131	42.8	
1000X	1031.5	132.6	43.2	
GRANO 4				
50X	152	53.3	20.9	
100X	171.4	56	20.9	
200X	208.2	63.3	23	
400X	233.6	67.2	24.15	
1000X	250.7	69	24.4	
GRANO 5				
50X	2126	205.7	70.4	
100X	2390	214.3	71.4	
200X	2462.5	216.8	72.4	
400X	2591.4	227.4	74.13	
PLANO LONGITUDINAL				
GRANO 1				
50X	2162.4	203.8	76.2	1.53
100X	2072.5	204.8	74.3	1.61
200X	2354.4	213.9	79.14	1.54
400X	2496.9	219	82.26	1.53
GRANO 2				
50X	932	123	45.7	1.31
200X	1049.6	135.2	43.64	1.38
400X	1091.8	136.3	44.2	1.35
1000X	1140.8	139.3	45.33	1.35
GRANO 3				
50X	2412.7	203.8	68.57	1.38
100X	2456.2	206.7	68.6	1.38
200X	2595	213	70.9	1.39
400X	2686.7	215.2	72.22	1.37
GRANO 4				
50X	2166	207	76	1.58
100X	2197	200.9	65.7	1.46
200X	2340	214.4	69	1.56
400X	2466	214.5	71	1.48
GRANO 5				
50X	2616	226.7	76.2	1.5
100X	2666	222.9	76.19	
200X	2757	231.6	76.7	
400X	2906.5	233.6	78.2	
GRANO 6				
50X	25.4	22.8	9.5	1.63
100X	55	40	15.2	2.3
200X	74.5	41.2	16.3	1.8
400X	81.7	44	17.4	1.9
1000X	90.8	48.3	19	2.0

APENDICE B.
Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.
Muestra con 10% de deformación.

<i>PLANO TRANSVERSAL</i>				
GRANO 1	<i>AREA (μm^2)</i>	<i>PERIMETRO (μm)</i>	<i>FERET (μm)</i>	<i>F. DE FORMA</i>
50X	790.9	118	40	1.4
100X	959.6	126.7	43.8	1.33
200X	1005.5	131.4	45.1	1.37
400X	1034	134.4	45.9	1.39
1000X	1044	139.4	46.3	1.48
GRANO 2				
50X	1133.2	135.2	43.7	1.28
100X	1094.31	133.4	43.7	1.29
200X	1046.2	129.5	43.2	1.28
400X	1094.31	133.4	43.7	1.29
1000X	1133.2	135.2	43.7	1.28
GRANO 3				
100X	450.8	89.52	34.28	1.41
200X	458	91.6	35.01	1.45
400X	497.2	96.61	36.11	1.49
1000X	543.55	98.95	37.33	1.43
GRANO 4				
100X	99.8	48.6	19.04	1.88
200X	123.3	49.9	19.7	1.6
400X	138.4	52.4	20	1.57
1000X	146.67	53.33	20.8	1.54
GRANO 5				
50X	2844	234.2	80	1.53
100X	3187.3	235.2	84.7	1.38
200X	3262.54	241.2	84.4	1.42
400X	3385.8	253.9	85.6	1.51
<i>PLANO LONGITUDINAL</i>				
GRANO 1				
50X	562	110.4	43.8	1.72
100X	576	112.4	42.9	1.74
200X	622.7	113.7	44.6	1.65
400X	640.9	121.5	45.4	1.83
1000X	671.6	122.4	46.5	1.77
GRANO 2				
50X	624	104	34	1.4
100X	922.5	122.9	40	1.3
200X	1001.5	131.4	42.7	1.37
400X	1041.2	132	39.9	1.33
1000X	1053.4	140.2	43.7	1.48
GRANO 3				
50X	431.8	102.8	36.2	1.95
100X	480	102.8	38	1.75
200X	481	105	38.4	1.84
1000X	574	112	39.8	1.74
GRANO 4				
50X	2459.8	215.3	74.3	1.5
100X	2682	215.3	73.3	1.37
200X	2794	221	78.82	1.39
400X	2928.9	233.87	76.3	1.48
GRANO 5				
50X	1766.9	173.3	57.1	1.35
100X	1633.5	167.6	57.14	1.37
200X	1854	177.5	59.9	1.35
400X	1931	182.2	61.2	1.37

APENDICE B.

Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.

Muestra con 20 % de deformación.

PLANO TRANSVERSAL				
GRANO 1	AREA (μm^2)	PERIMETRO (μm)	FERET (μm)	F. DE FORMA
100X	726.53	111.42	38.09	1.36
200X	747.83	111.27	39.32	1.31
400X	844.9	121.47	40.17	1.39
1000X	871.36	122.47	40.57	1.37
GRANO 2				
100X	853.51	126.66	46.7	1.49
200X	920.12	129.9	47.48	1.46
400X	967.2	134.15	48.3	1.48
1000X	1011.57	141.23	49.61	1.56
GRANO 3				
100X	930.61	133.33	43.81	1.52
200X	1157.75	144.36	46.52	1.43
400X	1206.79	147.3	47.82	1.43
1000X	1266.54	173.71	49.14	1.89
GRANO 4				
100X	5863	373.33	116.19	1.89
200X	6097.9	375.54	119.42	1.84
400X	6354.16	388.35	125.06	1.9
GRANO 5				
100X	6178.68	303.81	96.2	1.19
200X	6526.7	313.2	98.8	1.20
400X	6855.8	325.7	101.2	1.23
PLANO LONGITUDINAL				
GRANO 1				
100X	72.5	39	15.2	1.67
200X	83.2	41.7	15.3	1.66
400X	98.3	46.8	17.2	1.8
1000X	113.4	48.7	17.9	1.67
GRANO 2				
100X	595	101	36.2	1.39
200X	629.6	105.5	37.41	1.4
400X	657.2	107.13	38.02	1.39
1000X	683.12	110.6	68.57	1.42
GRANO 3				
100X	630.38	109	39	1.5
200X	808	123.2	41.7	1.49
400X	843.9	127.9	42.6	1.5
1000X	893.8	131.62	43.5	1.54
GRANO 4				
50X	2078.9	188.57	64.76	1.36
100X	2476.2	197.14	65.71	1.24
200X	2577.5	200.9	67.14	1.24
400X	2639	204	68.15	1.26
GRANO 5				
50X	1734.24	198	74.28	1.8
100X	2011.8	208	81.9	1.72
200X	2111.6	213.4	83.4	1.72
400X	2179.9	218.8	84.4	1.7

APENDICE B.
Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.
Muestra con 30 % de deformación.

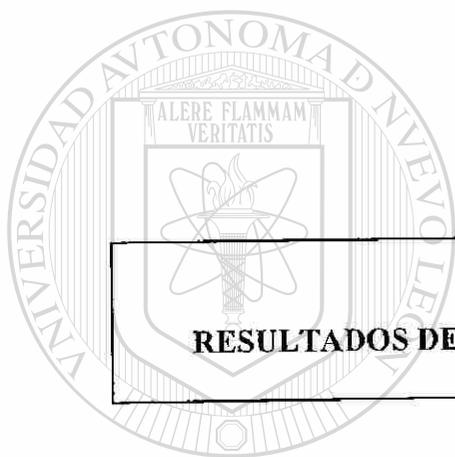
PLANO TRANSVERSAL				
GRANO 1	AREA (μm^2)	PERIMETRO (μm)	FERET (μm)	F. DE FORMA
50X	508	99	68	1.5
100X	623.1	109.5	40	1.5
200X	662.3	114.5	41.2	1.6
400X	704.2	120.3	43	1.6
1000X	719.8	120.3	43.8	1.6
GRANO 2				
100X	192.3	72.38	27.62	2.17
200X	229.34	77.2	29.25	2.07
400X	238.7	79.87	30.6	2.13
1000X	258.11	83.43	31.6	2.14
GRANO 3				
100X	839	124.7	42.86	1.47
200X	883.3	125.18	43.6	1.41
400X	932.7	127.9	44.5	1.39
1000X	963.5	138	45	1.57
GRANO 4				
50X	1483.9	169.5	57.14	1.54
100X	1712.48	175.23	61.9	1.42
200X	1797	179.8	62.83	1.43
400X	1863	185	63.6	1.47
GRANO 5				
50X	3874.8	255	83.8	1.33
100X	3953.7	259	87.6	1.35
200X	4025	263.3	88.73	1.37
400X	4175.6	268.3	90.39	1.37
PLANO LONGITUDINAL				
GRANO 1				
50X	787.3	127.6	47.6	1.64
100X	920.6	133.3	48.57	1.53
200X	983.8	137.6	50.84	1.53
400X	1041.6	142.5	52.8	1.55
1000X	1059.6	147.4	52.7	1.63
GRANO 2				
50X	1556	188.57	74.28	1.8
100X	2026.3	206.7	79	1.68
200X	2178	215.3	82.5	1.69
400X	2353	223	85.13	1.68
GRANO 3				
50X	172.35	177.14	64.7	1.45
100X	2128.8	195.3	67.6	1.42
200X	2163.4	198.5	68.1	1.45
400X	2245.3	201.8	69.1	1.44
GRANO 4				
50X	2184	289.5	99	3
100X	2534.2	304.76	103.8	2.9
200X	2462.8	309.8	106.9	2.9
400X	2769.9	316.8	108.3	2.88
GRANO 5				
50X	8903	380.9	118	1.3
100X	9245.7	391.4	122.85	1.32
200X	10013.51	402.4	126.62	1.28

APENDICE B.
Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.
Muestra con 40 % de deformación.

<i>PLANO TRANSVERSAL</i>				
GRANO 1	<i>AREA (μm^2)</i>	<i>PERIMETRO (μm)</i>	<i>FERET (μm)</i>	<i>F. DE FORMA</i>
100X	297.5	79	29.5	1.67
200X	359.8	85.8	32.13	1.63
400X	393.7	88.2	33	1.57
1000X	412.46	92.3	33.5	1.63
GRANO 2				
100X	839	119	40.9	1.34
200X	975.5	129.9	43.16	1.37
400X	990.7	132.9	43.3	1.42
1000X	1041.8	136	44.19	1.41
GRANO 3				
50X	2844.4	234.3	76.19	1.53
100X	3023	241.9	74.3	1.54
200X	3313	248	75.8	1.48
400X	3419	250.6	76.5	1.46
GRANO 4				
50X	3214	249.5	87.6	1.5
100X	3507.5	256	90.5	1.49
200X	3756.4	259	93	1.42
400X	3952.5	264.2	93.98	1.4
GRANO 5				
50X	1179	144.7	53.3	1.4
100X	1365	152.4	56.2	1.35
200X	1424.6	157	57	1.38
400X	1495.8	163	58.35	1.4
<i>PLANO LONGITUDINAL</i>				
GRANO 1				
50X	87.07	45	19	1.9
100X	133.33	58	23.8	2
200X	161.2	70.98	31.17	2.48
400X	206.2	82	36.1	2.59
1000X	213.7	83.8	37.33	2.61
GRANO 2				
50X	1893.9	180.9	68.57	1.37
100X	2133.4	188.6	70.47	1.34
200X	2306.5	200	74.3	1.38
400X	2489.36	208.76	76	1.39
GRANO 3				
50X	2499.8	213.3	74.3	1.5
100X	2732.8	216.2	74.3	1.36
200X	3011.8	221.6	77.2	1.29
400X	3122.4	229	79.15	1.34
GRANO 4				
50X	355.5	102.9	43.8	2.37
100X	606.8	125.7	51.4	2.07
200X	675.8	129.9	54.2	1.99
400X	765	134.6	56.2	1.88
GRANO 5				
50X	232.2	70.47	24.7	1.7
100X	292.97	71.43	23.8	1.38
200	338.6	75.8	24.9	1.35
400	367.57	79.15	25.1	1.35

APENDICE B.
Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.
Muestra con 50 % de deformación.

PLANO TRANSVERSAL				
GRANO 1	AREA (μm^2)	PERIMETRO (μm)	FERET' (μm)	F. DE FORMA
100X	264.85	73.28	24.76	1.57
200X	273.5	769.62	27.82	1.84
400X	307.2	81.78	28.22	1.73
1000X	330.8	83.24	28.5	1.67
GRANO 2				
100X	345.6	84.76	25.7	1.65
200X	445.57	93.53	30.2	1.56
400X	461.47	95.4	30.61	1.57
1000X	512.03	97.9	32	1.49
GRANO 3				
100X	396.37	90.48	34.29	1.64
200X	418.23	93.44	33.57	1.51
400X	5513.28	97.8	34.67	1.48
1000X	532.46	99.24	35.14	1.47
GRANO 4				
100X	489.8	106.67	40.95	1.85
200X	583.36	117.5	42.21	1.88
400X	595.34	122.2	42.8	1.99
1000X	655.16	124.57	43.9	1.89
GRANO 5				
50X	9690.7	428.57	113	1.51
100X	10340.14	455.24	144.76	1.59
200X	10713.96	465.23	142.45	1.61
400X				
PLANO LONGITUDINAL				
GRANO 1				
50X	366.44	95.24	36.19	1.97
100X	588.66	103.81	38.1	1.46
200X	696.77	112.23	41.25	1.44
1000X	727.1	116.67	42.1	1.49
GRANO 2				
50X	584.1	112.38	40	1.72
100X	858	122.86	47.62	1.4
200X	944.74	129.97	49.4	1.42
1000X	1022.61	135.33	51.14	1.42
GRANO 3				
50X	330.13	87.62	32.38	1.85
100X	510.66	98.1	37.14	1.5
200X	551.2	107	39.81	1.65
400X	598.42	108.33	41.13	1.56
1000X	642.2	110.3	42	1.51
GRANO 4				
50X	4157.82	301	93.33	1.73
100X	4184.1	304.8	95.2	1.76
200X	4616	311.3	98.8	1.66
400X	4912.34	316.1	101.1	1.62
GRANO 5				
50X	3526.5	217.6	89.5	1.38
100X	4270.3	270.5	96.2	1.36
200	4556	279.6	99.3	1.37
400	4788.3	284.6	101.9	1.35



APENDICE C.
RESULTADOS DE LA MEDICIONES EN ACEROS HERRAMIENTA.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



APENDICE C.

Mediciones para carburos individuales en las muestras de acero herramienta.

<i>ACERO AHI</i>				
CARBURO 1	<i>AREA (μm^2)</i>	<i>PERIMETRO (μm)</i>	<i>FERET (μm)</i>	<i>F. DE FORMA</i>
200X	67.63	44.13	16.8	2.3
400X	67.7	47.6	17.7	2.67
1000X	77.4	55.3	18.7	3.15
CARBURO 2				
200X	81.7	48.4	13.4	2.3
400X	79.5	50.5	13.2	2.5
1000X	100	61.9	14.1	3
CARBURO 3				
200X	40.5	26.4	9.6	1.4
400X	42.1	28.5	10.1	1.53
1000X	47.4	30.73	10.3	1.59
CARBURO 4				
200X	39.1	25.9	8.6	1.4
400X	49.4	28.7	9.8	1.3
1000X	55.9	32.0	10.2	1.5
CARBURO 5				
100X	178.7	69.5	24.8	2.15
200X	195.75	72.42	24.46	2.13
400X	204.43	83.2	24.6	2.7
1000X	206.6	99.8	25.24	3.39
<i>ACERO AII2</i>				
CARBURO 1				
50X	145.12	57.14	24.8	1.8
100X	209.5	69.5	28.6	1.83
200X	243.6	79.14	31.17	2.04
400X	247.0	84.2	31.8	2.28
1000X	285.66	91.24	32.8	2.32
CARBURO 2				
200X	35.65	26.86	10.07	1.61
400X	43.63	29.41	11.5	1.58
1000X	45.19	31.24	11.7	1.72
CARBURO 3				
100X	111.56	42.85	15.2	1.31
200X	143.24	53.24	18.7	1.32
400X	154.17	55.0	19.13	1.56
1000X	157.37	57.52	19.9	1.67
CARBURO 4				
200X	34.5	30.2	11.99	2.1
400X	40.72	31.32	12.43	1.92
1000X	40.69	32.19	12.09	2.02
CARBURO 5				
200X	86.95	52.28	21.5	2.5
400X	95.15	58.58	20.8	2.87
1000X	105.6	61.9	21.5	2.9
CARBURO 6				
100X	67.12	40	16.2	1.9
200X	102.4	50.36	19.18	1.97
400X	114.6	57.15	19.37	2.26
1000X	121.5	61.81	19.90	2.5

APENDICE C.

Mediciones para carburos individuales en las muestras de acero herramienta.

ACERO AH2				
CARBURO 7	AREA (μm^2)	PERIMETRO (μm)	FERET (μm)	F. DE FORMA
200X	39.16	25.9	9.59	1.36
400X	43.74	26.78	9.56	1.3
1000X	50.84	28.76	9.91	1.29
CARBURO 8				
100X	115.19	61.9	20.95	2.64
200X	182.64	81.05	23.5	2.86
400X	192.88	84.65	24.63	2.96
1000X	208.41	85.62	24.38	2.8
CARBURO 9				
50X	297.5	76.19	30.47	1.55
100X	349.2	86.66	34.28	1.71
200X	422.8	95.92	36.93	1.73
400X	455.18	99.47	37.3	1.73
1000X	465.88	101.24	38.28	1.75
CARBURO 10				
100X	112.47	46.67	17.14	1.54
200X	149.3	53.71	20.14	1.54
400X	156.2	61.2	21.043	1.91
1000X	177.07	66.476	21.90	1.99
CARBURO 11				
100X	88.9	55.24	17.14	2.73
200X	115.23	68.1	18.7	3.2
400X	119.74	72.69	19.37	3.5
1000X	130.6	76.0	20.09	3.52
CARBURO 12				
100X	89.79	40.95	16.19	1.5
200X	116.2	48.9	18.22	1.64
400X	119.63	49.74	18.65	1.64
1000X	130.39	52.28	18.76	1.67
CARBURO 13				
200X	50.6	30.22	11.51	1.43
400X	52.84	31.56	11.24	1.50
1000X	60.02	33.24	12.09	1.47
CARBURO 14				
100X	126.98	51.43	19.05	1.65
200X	138.02	56.11	20.62	1.82
400X	141.01	59.78	20.8	2.08
1000X	148.67	62.09	21.33	1.92
CARBURO 15				
100X	232.2	66.67	23.81	1.52
200X	244.3	71.46	24.94	1.66
400X	246.74	81.54	25.34	2.14
1000X	268.06	85.4	25.81	2.17

LISTA DE TABLAS

TABLA		PAG.
1.1	Comparación de las geometrías euclidiana y fractal.	5
2.1	Energías de frontera de grano.	21
2.2	Energías de borde de macla.	23
4.1	Composición química de aceros inoxidable.	33
4.2	Composición química de aceros herramienta.	33
5.1	Mediciones en granos individuales de acero AISI 316L.	46
5.2	Microdureza y tamaño de grano en acero AISI 304	58
5.3	Mediciones en granos individuales de acero AISI 304	60
5.4	Dimensiones fractales de granos en acero AISI 304	61
5.5	Resultados para carburos en aceros herramienta.	73
6.1	Dimensiones de granos multifractales en acero AISI 304.	77
6.2	Dimensiones fractales de carburos multifractales en acero herramienta 2.	79
6.3	Dimensiones fractales de curvas naturales	80

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



LISTA DE FIGURAS

FIGURA	DESCRIPCION	PAG
1.1	Conjunto de Cantor	6
1.2	Curva de von Koch	7
1.3	Copo de nieve fractal	8
1.4	Conjunto con diferentes coberturas	14
1.5	Cobertura de Minkowski.	14
1.6	Método de conteo de celdas.	16
2.1	Frontera de grano de ángulo pequeño	20
2.2	Frontera de grano de ángulo pequeño asimétrica	20
2.3	Variación de la energía de frontera de grano con el ángulo.	22
2.4	Bordes de macla.	22
2.5	Tetraedro.	24
2.6	Energía de impacto vs dimensión fractal en acero Maraging.	26
4.1	Obtención de probetas de acero AISI 316L	34
4.2	Geometría de probetas de acero AISI 316L	34
4.3	Geometría de probetas de acero AISI 304	34
4.4	Curva esfuerzo-deformación para acero AISI 316L	35
4.5	Curva esfuerzo-deformación para acero AISI 304	36
4.6	Equipo de microscopía y análisis de imágenes	39
4.7	Diámetro de Feret máximo	41
5.1	Microestructura del acero AISI 316L, 400X	44
5.2	Microestructura del acero AISI 316L, 1000X	44
5.3	Microestructura del acero AISI 316L, 20% de def., 400X	45
5.4	Microestructura del acero AISI 316L, 20% de def, 1000X	45
5.5	Frontera de grano irregular en acero AISI 316L	46
5.6	Secuencia de imágenes digitalizadas en acero AISI 316L	47
5.7	Gráfico de Richardson para tres granos en acero AISI 316L	48
5.8	Gráfico de Richardson para un grano en acero AISI 316L con 20 % def.	49
5.9	Microestructura de AISI 304, sin def, transversal, 200X.	50
5.10	Microestructura de AISI 304, sin def, transversal, 400X.	50
5.11	Microestructura de AISI 304, sin def, longitudinal, 100X.	51
5.12	Microestructura de AISI 304, sin def, longitudinal, 400X.	51
5.13	Microestructura de AISI 304, 50 % def, transversal, 200X	52
5.14	Microestructura de AISI 304, 50 % def., transversal, 200X, Nomarski.	52
5.15	Microestructura de AISI 304, 50 % def., longitudinal, 100X	53
5.16	Microestructura de AISI 304, 50 % def., longitudinal, 200X, Nomarski.	53
5.17	Secuencia de imágenes digitalizadas en acero AISI 304, sin def.	55
5.18	Secuencia de imágenes digitalizadas en acero AISI 304 a dif. deformaciones.	56
5.19	Variación del tamaño de grano con la deformación en AISI 304.	58
5.20	Variación de microdureza con la deformación en AISI 304.	59
5.21	Gráfico de Richardson, AISI 304, sin deformación, transversal	62
5.22	Gráfico de Richardson, AISI 304, 10% deformación, transversal	62
5.23	Gráfico de Richardson, AISI 304, 20% deformación, transversal	63

5.24	Gráfico de Richardson, AISI 304, 30% deformación, transversal	63
5.25	Gráfico de Richardson, AISI 304, 40% deformación, transversal	64
5.26	Gráfico de Richardson, AISI 304, 50% deformación, transversal	64
5.27	Gráfico de Richardson, AISI 304, sin deformación, longitudinal	65
5.28	Gráfico de Richardson, AISI 304, 10% deformación, longitudinal	65
5.29	Gráfico de Richardson, AISI 304, 20% deformación, longitudinal	66
5.30	Gráfico de Richardson, AISI 304, 30% deformación, longitudinal	66
5.31	Gráfico de Richardson, AISI 304, 40% deformación, longitudinal	67
5.32	Gráfico de Richardson, AISI 304, 50% deformación, longitudinal	67
5.33	Microestructura de acero herramienta 1, 200X.	69
5.34	Microestructura de acero herramienta 1, 1000X.	69
5.35	Microestructura de acero herramienta 2, 100X.	70
5.36	Microestructura de acero herramienta 2, 1000X.	70
5.37	Secuencia de imágenes digitalizadas en acero herramienta 2.	71
5.38	Gráfico de Richardson para un carburo en el acero herramienta 1.	72
5.39	Gráfico de Richardson para un carburo en el acero herramienta 2.	72
6.1	Gráfico de Richardson bien ajustado por un única recta, acero AISI 304	76
6.2	Gráfico de Richardson ajustado por una recta con $r = 0.9$	76
6.3	Gráfico de la fig. 6.2 ajustado a dos rectas de regresión	76
6.4	Los conceptos de estructura y textura	77
6.5	Dimensión fractal contra la deformación en acero AISI 304, dir. transversal	79
6.6	Dimensión fractal contra la deformación en acero AISI 304, dir. longitudinal	79
6.7	Gráfico de la fig. 5.39, ajustado a dos rectas de regresión.	80
6.8	Relación entre el factor de forma y la dimensión fractal.	82

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



SIMBOLOGIA.

Area	A
Angulo	θ
Dimensión de Hausdorff-Besicovitch	D_H
Dimensión topológica.	D_T
Dimensión fractal	D
Energía de frontera de grano	γ
Energía de frontera de grano de ángulo grande	γ_b
Energía superficial	γ_{sv}
Espaciamiento entre dislocaciones en una frontera de grano de ángulo pequeño	d
Factor de forma	ff
Longitud de un segmento de recta	ε
Longitud	L
Longitud del vector de Burgers	b
Cualquier medida	M
Número de esquinas de un grano	C
Número de aristas de un grano	E
Número de caras de un grano	F
Número de poliedros en un sistema	P
Perímetro	p
Pendiente de la recta de regresión en gráfico de Richardson	m
Tamaño de la unidad de medición.	λ
Volumen	V

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

RESUMEN AUTOBIOGRAFICO

Moisés Hinojosa Rivera es originario de Monterrey, Nuevo León, donde nació el 1 de marzo de 1966. Sus padres son el Sr. Apolinar Hinojosa y la Sra. Manuela Rivera. Sus estudios profesionales los realizó en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, donde obtuvo el título de Ingeniero Mecánico Administrador en 1988.

Apoiado por una beca del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, realizó estudios de maestría en Ingeniería de Materiales en la misma institución, obteniendo su grado en octubre de 1991.

El M. C. Hinojosa cuenta con experiencia en proyectos de investigación y desarrollo tecnológico, ha publicado 10 trabajos en congresos y revistas nacionales e internacionales, se ha desempeñado además como catedrático impartiendo materias en su área de especialidad. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores.

