

Fig.5.25.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 40 % de deformación, plano transversal.

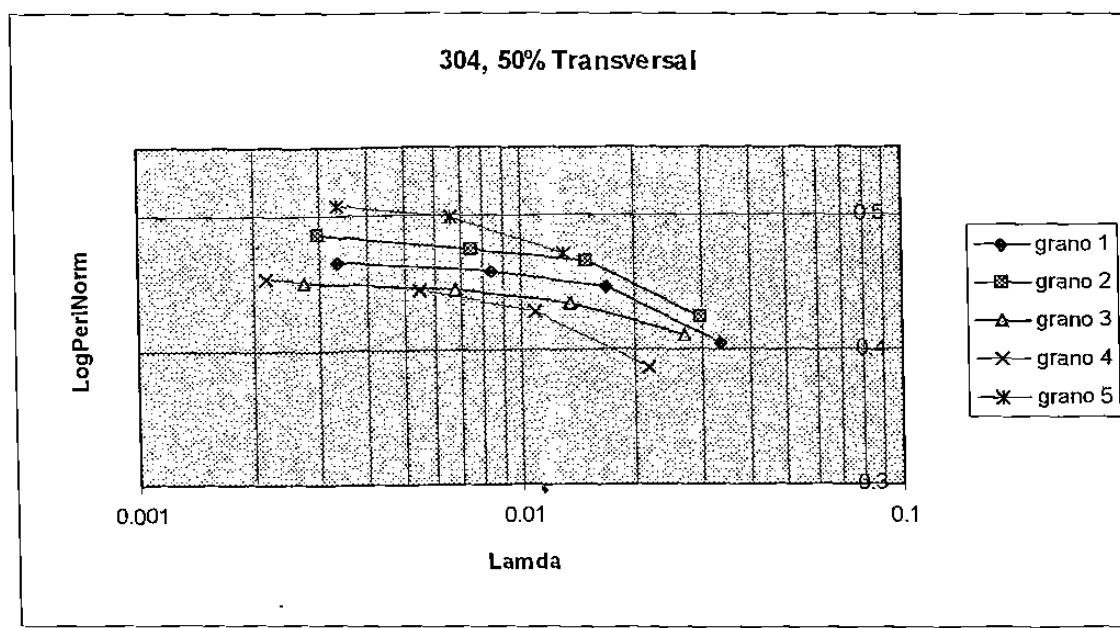


Fig.5.26.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 50 % de deformación, plano transversal.

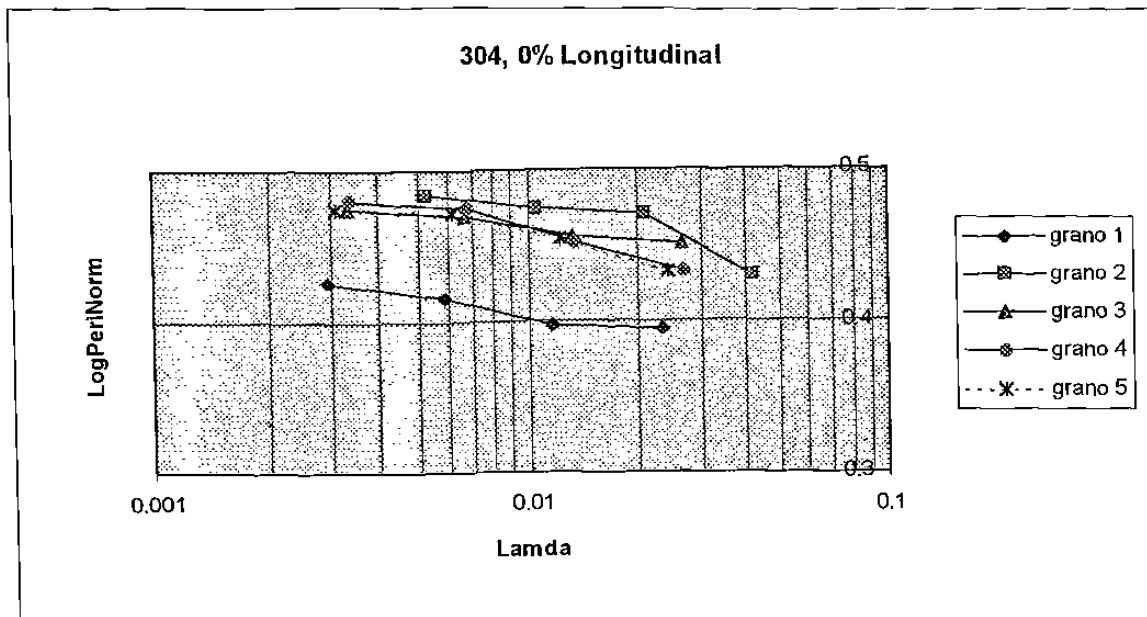


Fig.5.27.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra sin deformación, plano longitudinal.

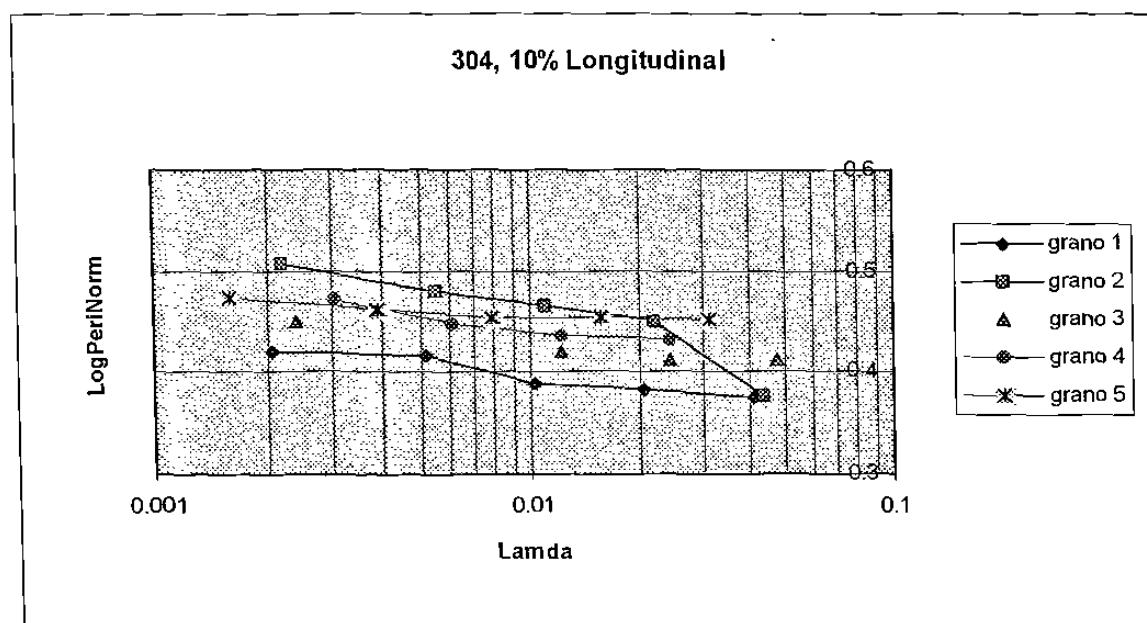


Fig.5.28.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 10 % de deformación, plano longitudinal.

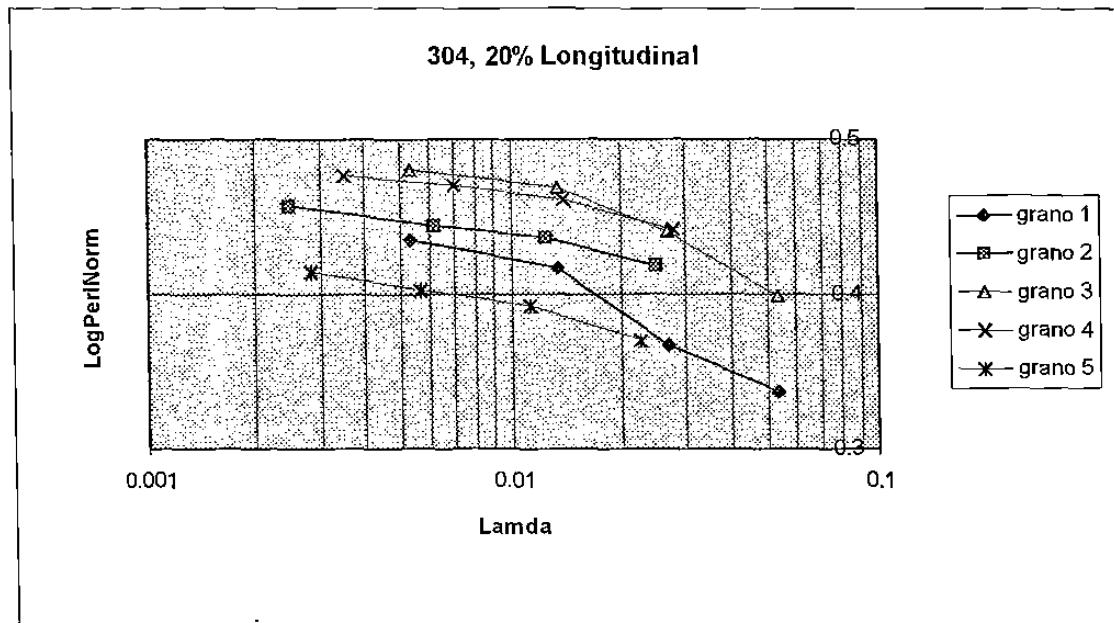


Fig.5.29.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 20 % de deformación, plano longitudinal.

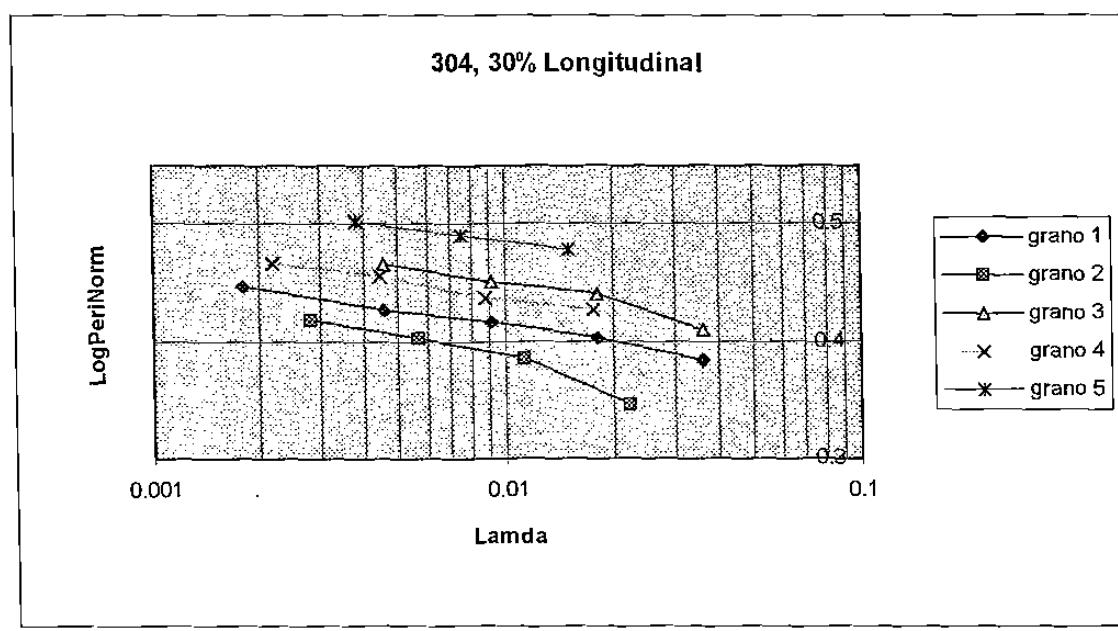


Fig.5.30.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 30 % de deformación, plano longitudinal.

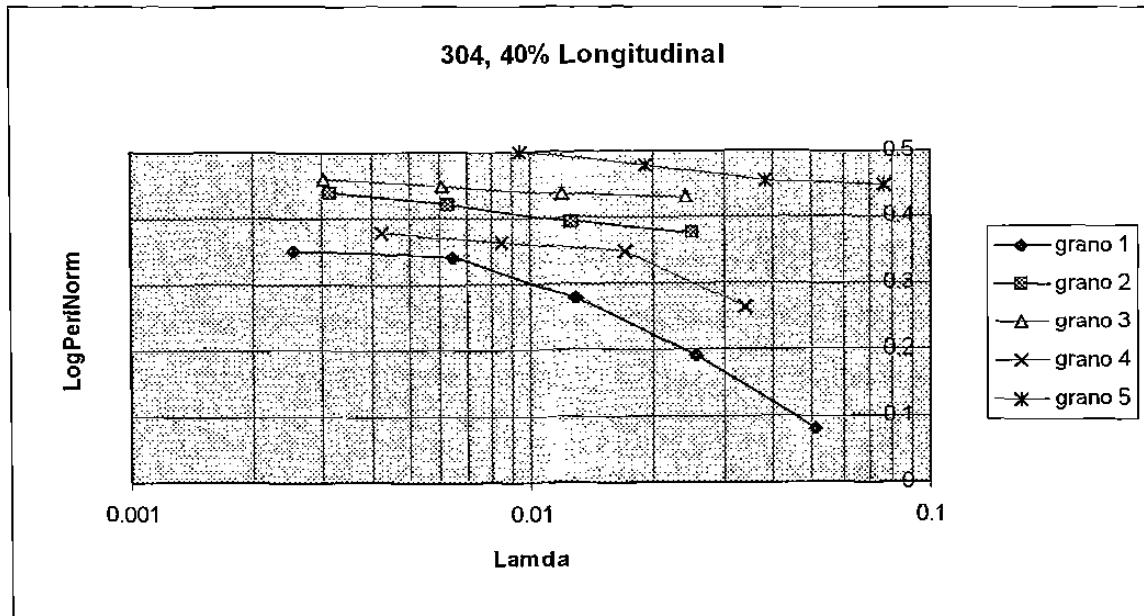


Fig.5.31.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra con 40 % de deformación, plano longitudinal.

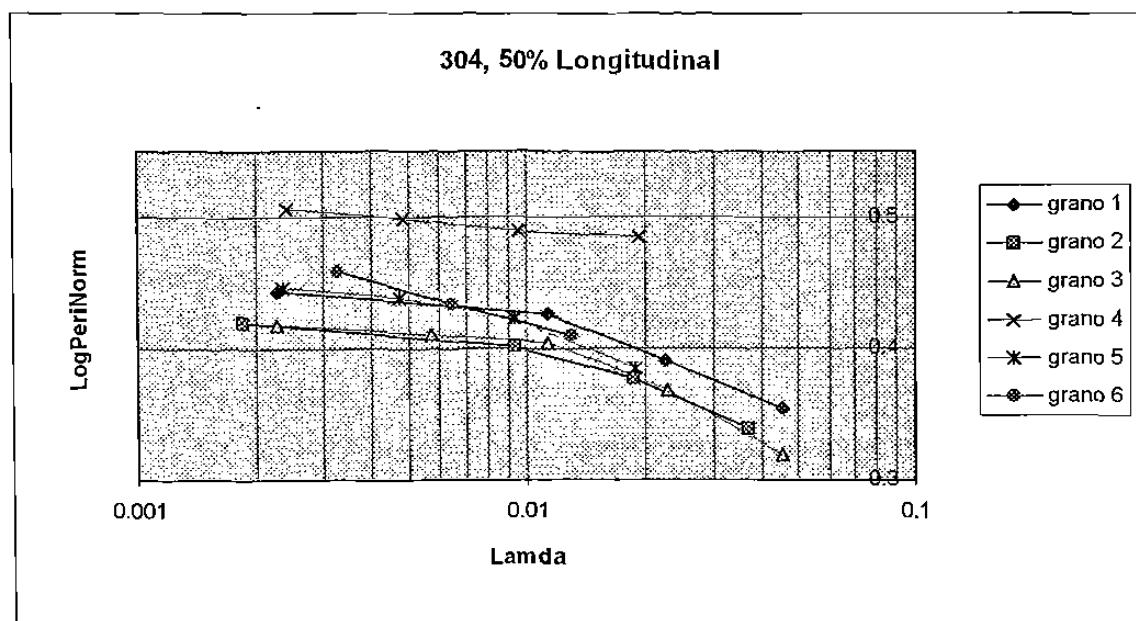


Fig.5.32.- Gráficos de Richardson para los granos analizados en la muestra sin deformación, plano longitudinal.

5.3.- Aceros herramienta.

5.3.1.- Microestructura.

Las *Figs. 5.33 y 5.34* muestran la microestructura del acero herramienta 1 (AH1), que consiste en carburos de bordes redondeados sobre una matriz de martensita revenida. La microestructura del acero herramienta 2 (AH2) se muestra en las *Figs. 5.35 y 5.36*, se observan carburos de forma irregular sobre la matriz de martensita revenida.

5.3.2.- Imágenes digitalizadas.

La *Fig. 5.37* muestra una secuencia de imágenes digitalizadas a magnificación progresivamente mayor: 100, 200, 400 y 1000X. En la *Fig. 5.37d* se observa un carburo individual en alta magnificación (1000X), el cual también aparece en las imágenes de menor amplificación. La secuencia mostrada corresponde al acero AH2, secuencias similares fueron realizadas también en el acero AH1.

5.3.3.- Mediciones.

Las mediciones realizadas en el caso de los acero herramienta se efectuaron sobre carburos individuales. Al igual que en el caso del acero AISI 304, los parámetros considerados fueron: perímetro, p ; área, A ; diámetro de Feret y el factor de forma, ff . Los resultados de las mediciones de perímetros y áreas a cada magnificación se muestran en el apéndice C. La *Tabla 5.5* resume los resultados obtenidos para el diámetro de Feret, el factor de forma y la dimensión fractal.

5.3.4.- Gráficos de Richardson y dimensión fractal.

La *Fig. 5.38* muestra el gráfico de Richardson para un carburo representativo en el acero AH1, se muestra además la recta de regresión a partir de la cual se calculó la dimensión fractal.

MICROESTRUCTURA DEL ACERO HERRAMIENTA 1.

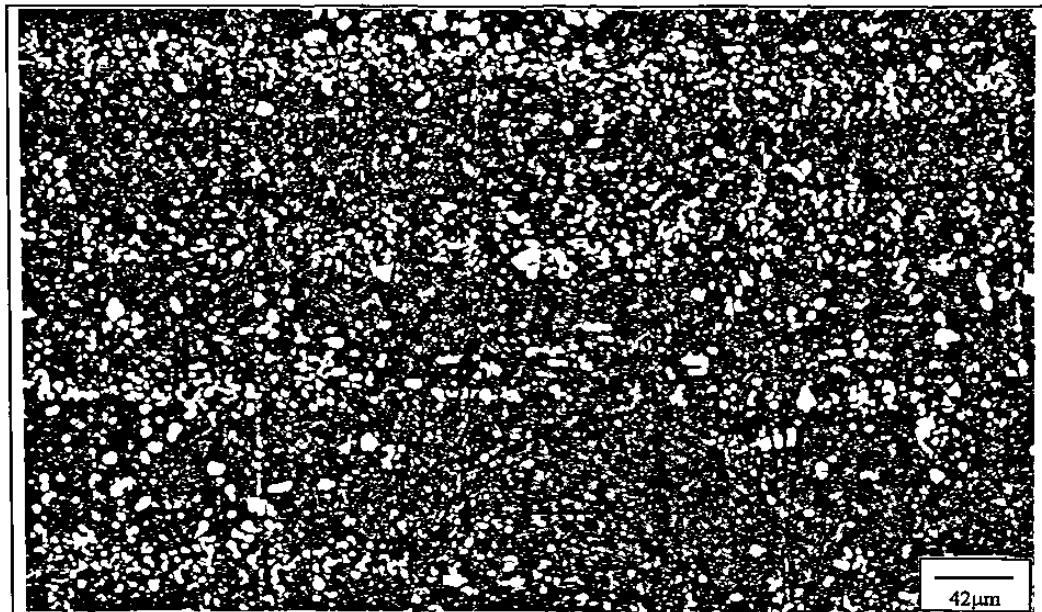


Fig. 5.33.- Microestructura del acero AH1, 200X.

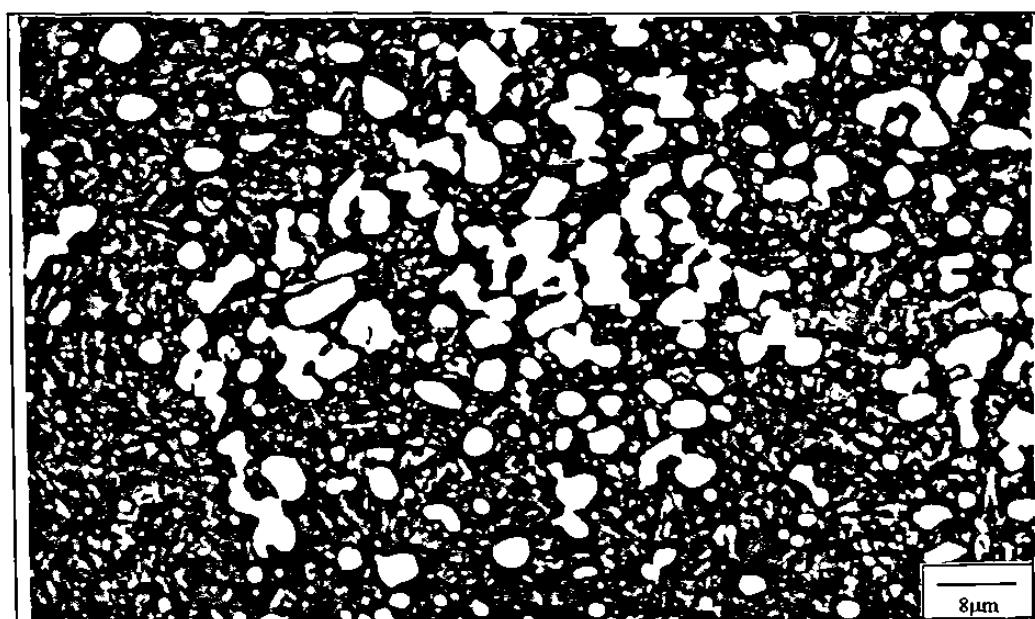


Fig 5.34.- Microestructura del acero AH1, 1000X.

MICROESTRUCTURA DEL ACERO HERRAMIENTA 2.

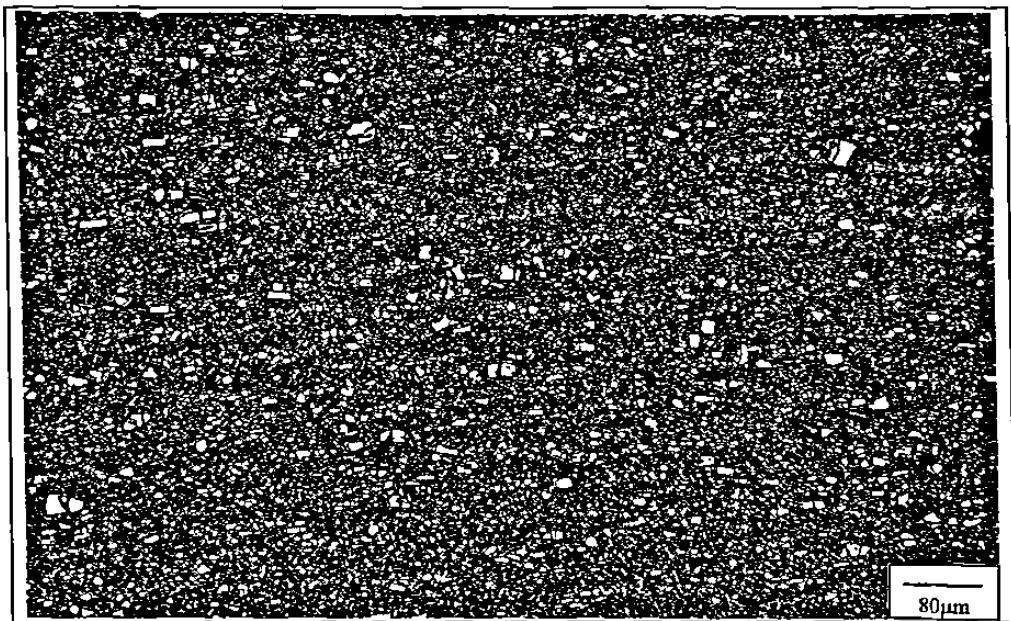


Fig. 5.35.- Microestructura del acero AH2, 100X.

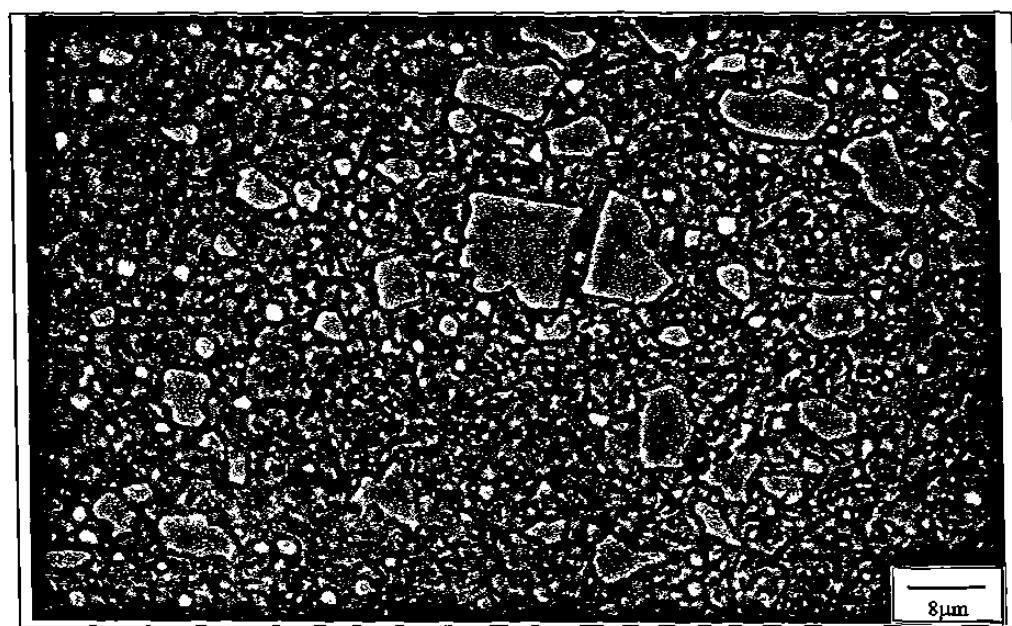
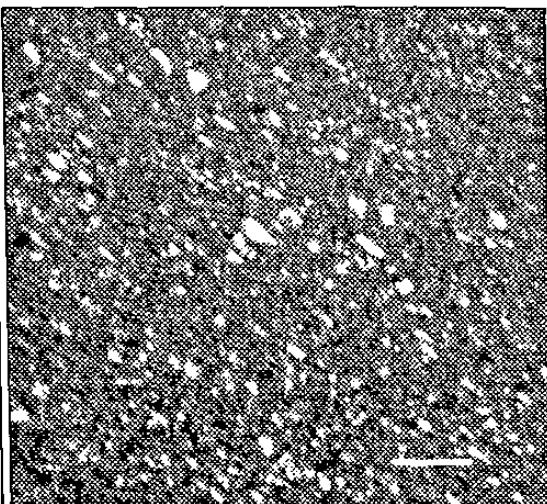
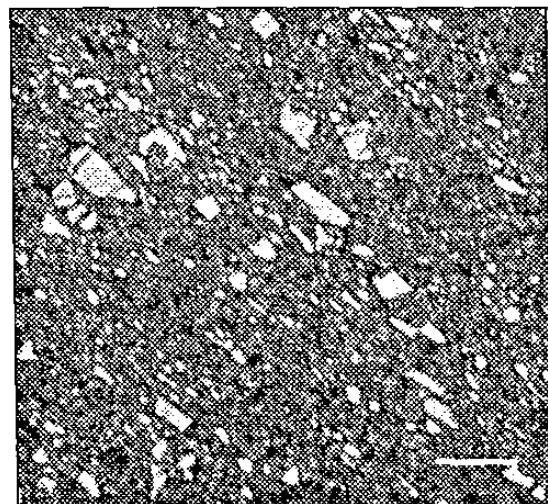


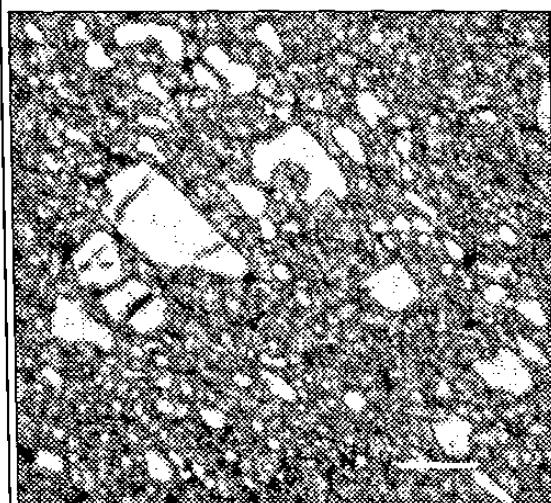
Fig 5.36.- Microestructura del acero AH2, 1000X.

IMAGENES DIGITALIZADAS DE ACERO HERRAMIENTA 2.

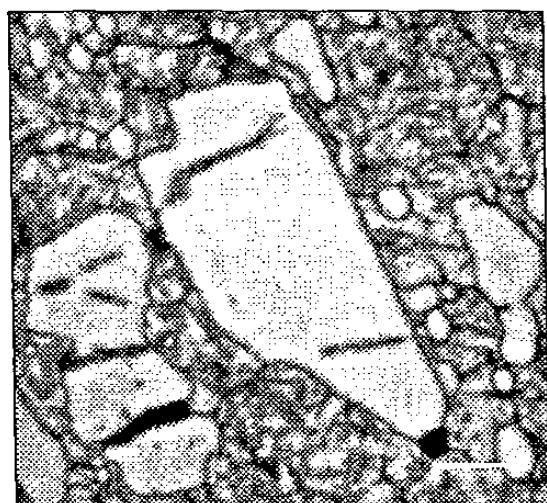
a) 100X (Escala: 70 μm).



b) 200X (Escala: 35 μm).



c) 400X (Escala: 17 μm).



d) 1000X (Escala: 7 μm).

Fig. 5.37.- Secuencia de imágenes digitalizadas en el acero herramienta 2 (AH2),

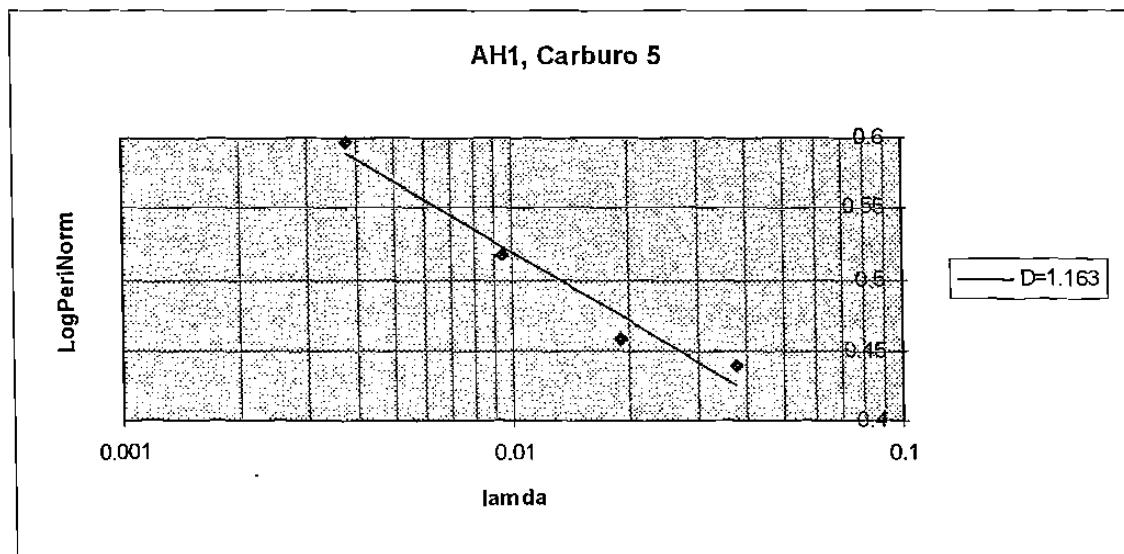


Fig. 5.38.- Gráfico de Richardson para un carburo en el acero AH1.

La Fig. 5.39 muestra el gráfico de Richardson para un carburo en el acero AH2. Los valores de las dimensiones fractales, calculados para cada carburo a partir de su respectivo gráfico, se incluyen en la Tabla 5.5.

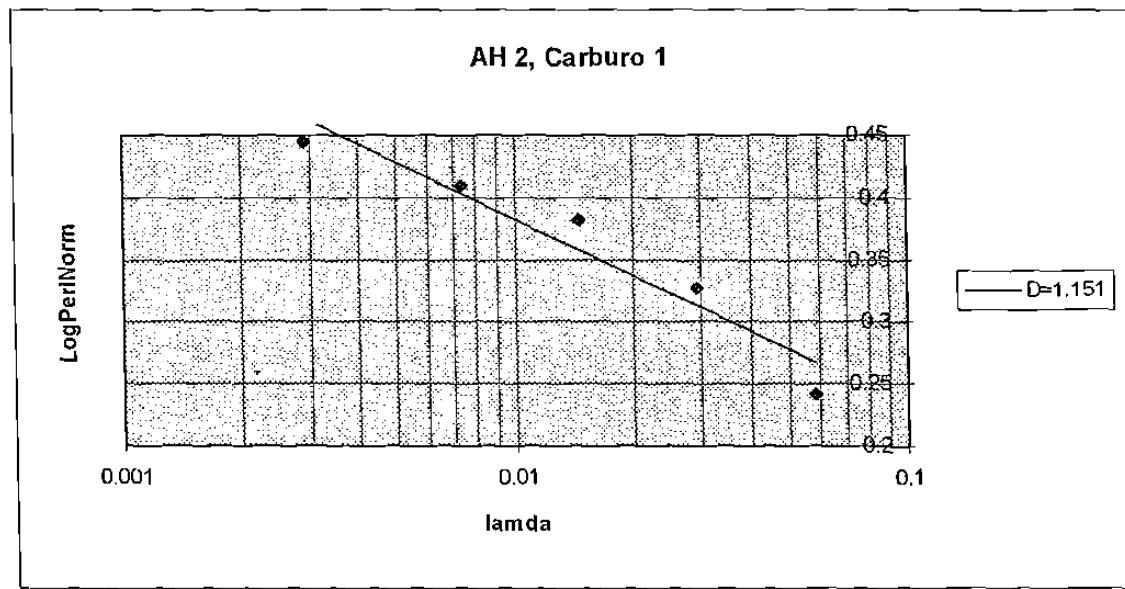


Fig. 5.39.- Gráfico de Richardson para un carburo en el acero AH2.

En el capítulo siguiente se analizan y discuten en detalle los resultados aquí presentados.

Tabla 5.5. Resumen de resultados obtenidos para los carburos analizados en los aceros herramienta.

ACERO HERRAMIENTA 1			
Carburo	Diámetro de Feret (μm)	Factor de forma	Dimensión fractal
1	17.7	2.66	1.147
2	13.15	2.55	1.155
3	10.04	1.53	1.094
4	9.8	1.32	1.13
5	24.63	2.7	1.163
ACERO HERRAMIENTA 2			
1	31.8	2.28	1.151
2	11.47	1.578	1.092
3	19.13	1.56	1.117
4	12.43	1.915	1.039
5	20.8	2.87	1.102
6	19.37	2.26	1.184
7	9.56	1.305	1.065
8	23.5	2.86	1.128
9	37.3	1.73	1.094
10	21.04	1.91	1.154
11	19.37	3.51	1.131
12	18.65	1.646	1.096
13	11.24	1.501	1.059
14	20.8	2.017	1.081
15	25.34	2.14	1.113

CAPITULO 6

ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

6.1.- Microestructura de los materiales analizados.

6.1.1.- *Aceros inoxidables.*

La microestructura de los dos aceros inoxidables estudiados en este trabajo consiste de granos austeníticos con bordes de apariencia recta. Las observaciones en las altas magnificaciones muestran, sin embargo, irregularidades en la fronteras de grano, siendo esto más notorio particularmente en las muestras deformadas, como se ilustra en la *Fig. 5.5*. En la microestructura también aparecen carburos, maclas y bandas de deslizamiento, estas últimas aparecen en las muestras con mayor deformación, como se observa en las *Figs. 5.14 y 5.16*. Para los propósitos de este trabajo la atención se concentra sobre las fronteras de grano.

6.1.2.- *Aceros herramienta.*

La microestructura de los aceros AH1 y AH2 consiste de una matriz de martensita revenida con carburos primarios. En el caso del acero AH1 los carburos son de apariencia redondeada con bordes muy regulares, mientras que en el acero AH2 los carburos son de geometría irregular con bordes de apariencia recta pero que presentan también una cierta irregularidad o rugosidad. En este trabajo se realizó el análisis fractal de los carburos solamente.

6.2.- Error en las mediciones mediante analizador de imágenes.

Puesto que las mediciones son reproducibles con un error de un pixel, el error inherente al equipo de análisis de imágenes empleado depende del tamaño de las partículas medidas y de la amplificación a que son observadas. El factor de calibración empleado para cada magnificación representa el error en porcentaje que se tiene. Recordemos que los factores de calibración empleados fueron de 1.904, 0.952, 0.479, 0.239 y 0.095 micrones por pixel, para las magnificaciones de 50, 100, 200, 400 y 1000X, respectivamente. A manera de ejemplo, una longitud de 100 μm observada a 50X medirá 52 ± 1 pixeles, siendo su error de $1/52 = 1.9\%$. Para las magnificaciones de 100, 200, 400 y 1000X, el porcentaje de error resulta ser, en cada caso, de 0.952%, 0.479%, 0.239% y 0.095%. Considerando que los perímetros medidos en el presente trabajo fluctuaron entre 20 y 400 μm , el error máximo se tiene para el caso de perímetros de 20 μm observados a 50X y es de 9.5%; sin embargo la gran mayoría de las mediciones, particularmente en los granos de los aceros inoxidables, estuvieron por encima de los 100 μm . Por estas razones podemos concluir que el error en las mediciones es muy pequeño.

6.3.- Efecto Richardson.

En todos los granos y carburos analizados, se encuentra que el perímetro se incrementa conforme se observa y mide a magnificación progresivamente mayor. Este efecto Richardson indica que estas curvas no son líneas euclidianas, sino que son líneas no rectificables con un cierto grado de autosimilitud estadística. A medida que se observa a mayor magnificación, es posible discernir y medir detalles de las curvas que no son detectables a menores magnificaciones, ver *Figs. 5.5, 5.6, 5.17 y 5.37*.

6.4.- Gráficos de Richardson y dimensión fractal en el acero AISI 316L.

Todos los gráficos de Richardson para los granos del acero AISI 316L muestran un buen ajuste a una recta de regresión. Los valores de dimensión fractal estuvieron en el intervalo 1.08 - 1.16. Estos resultados confirman la hipótesis de que las fronteras de grano en este material pueden ser bien descritas como curvas fractales naturales, con dimensión fractal que puede ser medida por los métodos aquí empleados.

6.5.- Acero AISI 304.

6.5.1.- Efecto de la deformación sobre la microestructura del acero AISI 304.

La deformación impartida al material tiene efectos sobre la forma y tamaño de los granos, afectando también al interior de los mismos. La secuencia de imágenes de la *Fig. 5.18* muestra el efecto que sobre la forma, orientación y tamaño tiene la deformación en los diferentes planos de observación. En las secciones longitudinales los granos experimentan un alargamiento en la dirección de la deformación, mientras que en las secciones transversales permanecen aproximadamente equiaxiales. En las muestras sin deformación, el tamaño nominal de grano es de 62 μm en el plano transversal y de 88 μm en el plano longitudinal. En ambos casos el tamaño de grano nominal disminuye hasta 45 μm , *Fig 5.19*. Las *Figs. 5.14 y 5.16*, donde se aplicó la técnica de contraste por interferencia, muestran la aparición de líneas de deformación al interior de los granos. El incremento en microdureza mostrado en la *Fig. 5.20*, ilustra también el efecto de endurecimiento por deformación, originado por el incremento en la densidad de dislocaciones en todo el volumen de los granos.

6.5.2.- Gráficos de Richardson en el acero 304.

El análisis de los gráficos de Richardson para los granos de este acero muestra que, para algunos granos, se tiene un excelente ajuste a una recta de regresión, mientras que para otros granos no se tiene un muy buen ajuste. La *Fig. 6.1* muestra el gráfico de Richardson para un grano con excelente ajuste mediante una única recta de regresión.

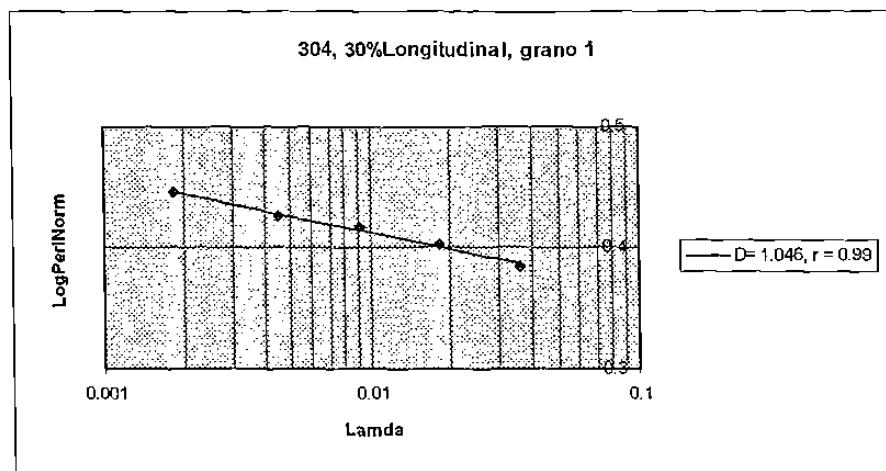


Fig. 6.1 Grano con excelente ajuste a una recta única.

La Fig 6.2 muestra el gráfico de Richardson para un grano donde no se tiene un muy buen ajuste mediante una recta única, en la Fig 6.3 vemos de nuevo este gráfico, pero ahora ajustado a dos rectas de regresión para las cuales el ajuste es mejor.

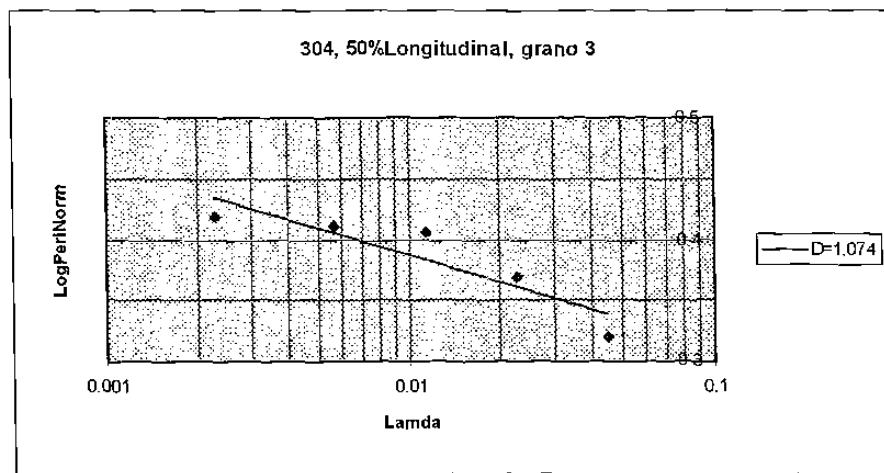


Fig. 6.2.- Gráfico de Richardson para un grano en el que el ajuste a una única recta no es muy bueno ($r = 0.905$).

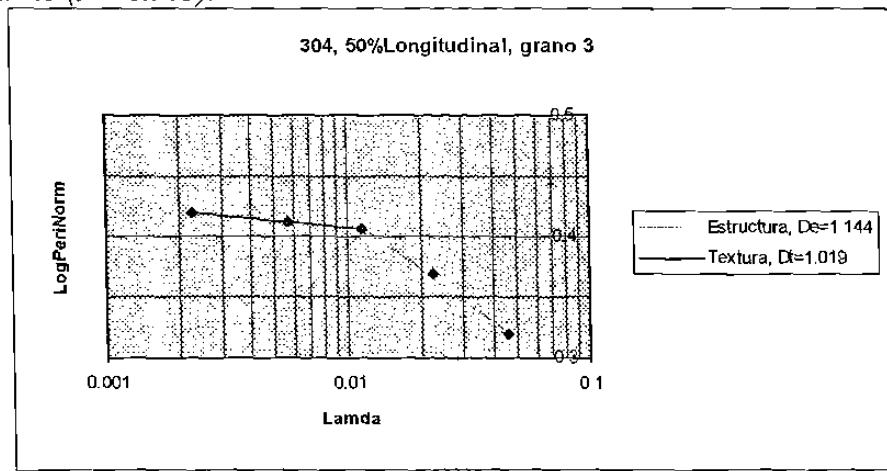


Fig. 6.3.- Ajuste del gráfico anterior a dos rectas de regresión.

Para los granos que son ajustados por dos rectas, la pendiente de cada una de ellas representa una diferente dimensión fractal en diferentes intervalos de precisión de medición. La recta de menor pendiente se presenta, en todos los casos analizados, en las mediciones a menor magnificación. Llamamos a la dimensión calculada a partir de esta recta "dimensión de estructura", ya que refleja la morfología o estructura general de la frontera de grano. La recta de menor pendiente, que se presenta en las mediciones de mayor precisión, proporciona una dimensión fractal que es útil para describir la "textura" o detalles finos de la frontera de grano. Por esta razón la llamamos "dimensión de textura". Esta terminología ha sido ya manejada por Kaye [11,12]. La Fig. 6.4 ilustra el significado de estas dos dimensiones fractales.

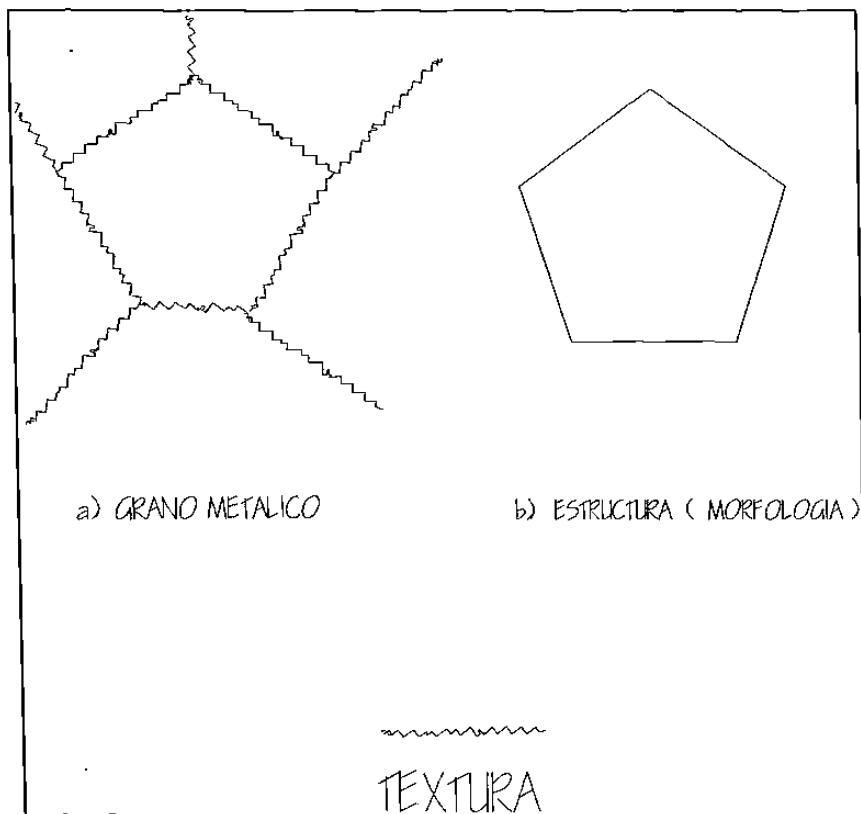


Fig 6.4.- Los conceptos de estructura y textura para un grano metálico.

Los valores de dimensión fractal reportados en la *Tabla 5.4* fueron calculados en todos los casos para una única recta de regresión. En el caso de los granos cuyos datos se ajustan bien de esta manera, la dimensión reportada es la única dimensión manifestada en el intervalo de medición empleado.

Para los granos con dos dimensiones fractales, la dimensión fractal reportada en la *Tabla 5.4* contiene información combinada de la estructura y la textura. La *Tabla 6.1* muestra las dimensiones fractales de estructura y textura para los granos que manifestaron este comportamiento.

Tabla 6.1.- Dimensiones fractales para los granos ajustados por dos rectas de regresión.

PLANO TRANSVERSAL				
% deformación	grano	D "global"	D estructura	D textura
0	2	1.083	1.236	1.047
0	3	1.085	1.149	1.028
30	1	1.061	1.145	1.040
30	4	1.104	1.104	1.19
40	1	1.066	1.112	1.003
40	2	1.054	1.128	1.028
50	1	1.057	1.139	1.027
50	2	1.058	1.143	1.028
50	4	1.065	1.141	1.035
50	6	1.12	1.209	1.101
PLANO LONGITUDINAL				
0	2	1.055	1.136	1.022
0	4	1.056	1.072	1.017
0	5	1.049	1.066	1.012
0	6	1.212	1.811	1.084
10	2	1.089	1.241	1.057
30	3	1.060	1.105	1.042
40	1	1.121	1.290	1.024
40	4	1.121	1.289	1.049
50	1	1.065	1.119	1.029
50	2	1.058	1.105	1.025
50	3	1.074	1.144	1.019
50	5	1.065	1.127	1.037

6.5.3.- Efecto de la deformación sobre la naturaleza fractal de las fronteras de grano.

Las *Figs. 6.5 y 6.6* muestran que no se encontró una dependencia significativa de la dimensión fractal con el porcentaje de deformación, siendo esto cierto tanto para los planos transversales como para los longitudinales, entre los cuales tampoco se encontró diferencia significativa en los valores de dimensión fractal obtenidos. Sin embargo, como se ilustró en la *Fig. 5.5*, se encontraron granos con fronteras con irregularidad o rugosidad producida por la deformación. Aparentemente, la deformación no altera uniformemente la naturaleza fractal de las fronteras de grano, sino que algunos granos son más afectados que otros. En todo caso, el efecto de la deformación sobre la dimensión fractal no es apreciable. La deformación, en frío en este caso, introduce energía en la microestructura y ésta se almacena en los defectos creados por la misma deformación, el efecto de la deformación es más evidente al interior de los granos, como se ilustra en las *Figs. 5.14 y 5.16*, donde la técnica de contraste por interferencia permite resaltar detalles como las líneas de deslizamiento provocadas por la deformación.

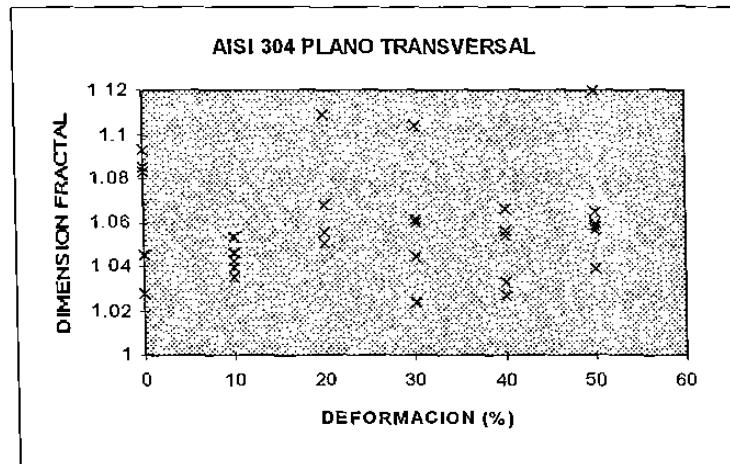


Fig. 6.5.- Dimensión fractal contra la deformación en los granos analizados en la sección transversal.

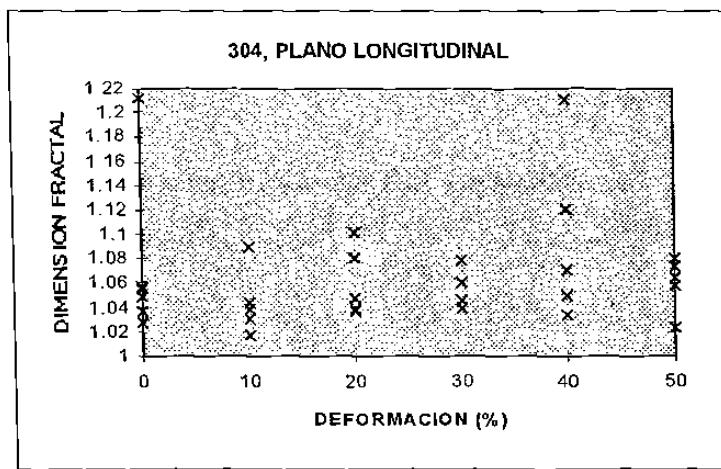


Fig. 6.6.- Dimensión fractal contra la deformación en los granos analizados en los planos longitudinales.

6.6.- Granos bidimensionales en acero AISI 304 y carburos bidimensionales en aceros herramienta.

Los resultados obtenidos en el análisis de los perfiles de los carburos en los dos aceros herramienta estudiados fueron muy similares a los obtenidos para las fronteras de grano. Para el acero AH1, con carburos pequeños de bordes redondeados muy regulares, sólo se detectó una única dimensión fractal para el perfil de dichos carburos. En el acero AH2, con carburos más grandes con bordes irregulares o rugosos, algunos manifiestan una única dimensión fractal, mientras que otros manifiestan las dimensiones fractales de estructura y textura. La Fig. 6.7 muestra el gráfico de Richardson para un carburo "bidimensional", esta figura corresponde al grano cuyo gráfico de Richardson ajustado por una sola recta fue presentado en la Fig. 5.38. La Tabla 6.2 indica las dimensiones de estructura y textura para los carburos que manifestaron este comportamiento.

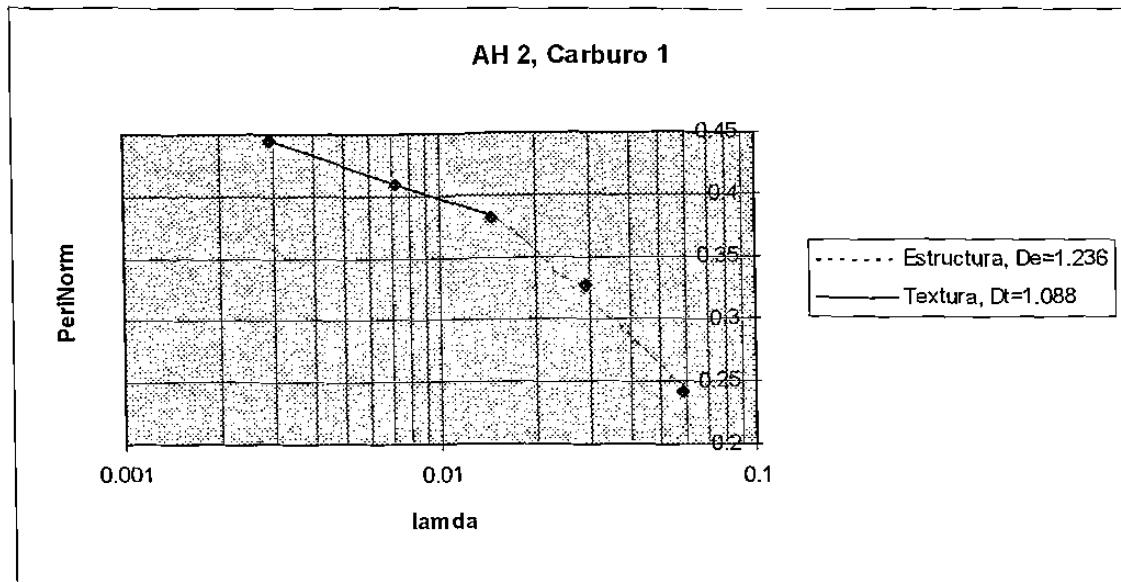


Fig. 6.7.- Gráfico de Richardson para el grano de la fig. 5.39, pero esta vez ajustado por dos rectas, indicando las dimensiones fractales de estructura y textura.

Tabla 6.2- Dimensiones fractales de los carburos del acero AH2, cuyos gráficos de Richardson fueron ajustados por dos rectas de regresión.

Carburo	dimensión fractal “total”	dimensión de estructura	dimensión de textura
1	1.151	1.236	1.088
3	1.117	1.316	1.048
7	1.128	1.392	1.033
8	1.094	1.167	1.033

6.7.- Orden de magnitud de las dimensiones fractales.

Los valores de dimensión fractal obtenidos en el presente trabajo, tanto para las fronteras de grano de los aceros inoxidables como para el perfil de los carburos en aceros herramienta, están en concordancia con valores reportados en la literatura para una variedad de curvas fractales naturales. La *Tabla 6.3* muestra valores de dimensión fractal de algunas curvas naturales de interés. En esta tabla podemos ver que los valores reportados en este trabajo corresponden bien a los reportados para fronteras de grano de latón y zinc. De esta tabla también puede verse que las curvas fractales naturales tienden a presentar dimensiones fractales relativamente “bajas” (entre 1.0 y 1.3) comparadas con la dimensión de curvas fractales matemáticas, que pueden tomar cualquier valor entre 1 y 2. La trayectoria del movimiento browniano se manifiesta como una notable excepción a dicho comportamiento.

Tabla 6.3.- Dimensión fractal de algunas curvas naturales, se incluyen, para comparación, las dimensiones de la curvas de von Koch y de Peano.

DIMENSION FRACTAL DE ALGUNAS CURVAS	
Curva de Peano	2.0
Curva de von Koch	1.2618
Trayectoria browniana	2.0
Línea costera de Gran Bretaña [10]	1.25
Partículas de aluminio [48]	1.08-1.19
Fronteras de grano de latón β rolado en caliente [49]	1.225
Agregados de negro de humo. [11]	1.07
Fronteras de grano en zinc [36]	1.04-1.14
Hojuelas de grafito tipo A en hierro gris [35]	1.16
Granos de café instantáneo [50]	1.05-1.2
Polvillo lunar [51]	1.11-1.13
Partículas cósmicas [51]	1.15
Gránulos de PVC [12]	1.08
Hojas de maple [12]	1.16-1.20
Gránulos de detergente [12]	1.13

6.8.- Dimensión fractal y factor de forma.

Un parámetro muy utilizado en estereología es el factor de forma, en análisis de imágenes es esencial para el reconocimiento y selección de objetos de interés. El uso principal del factor de forma es la comparación de diferentes poblaciones de objetos. El factor de forma es un parámetro esencialmente euclíadiano.

En el análisis fractal, la dimensión fractal es influída por la forma y la complejidad de los objetos, por lo que puede decirse que la dimensión fractal contiene información semejante a la proporcionada por el factor de forma. La Fig. 6.8 muestra datos del factor de forma de granos y carburos graficados contra su dimensión fractal. Aunque el ajuste a una recta de regresión no es muy bueno ($r = 0.71$), el análisis estadístico de correlación indica que la recta explica el 51% de la variación de los datos. El resto de la variación puede ser debida a que la dimensión fractal contiene otro tipo de información además de la morfológica. De este análisis puede decirse que existe una cierta correlación entre el factor de forma y la dimensión fractal de las fronteras de grano de aceros inoxidables y carburos en aceros herramienta.

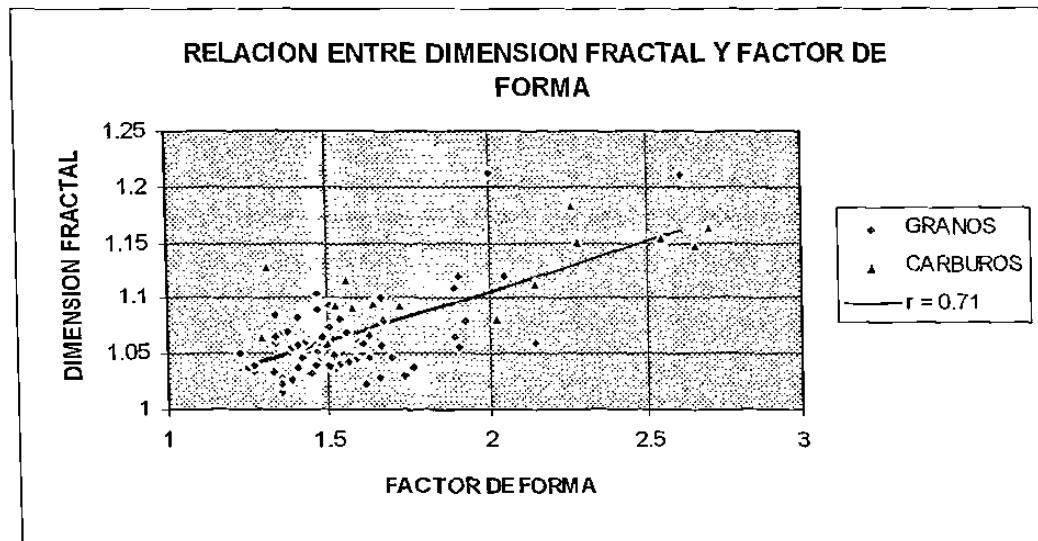


Fig. 6.8.- Relación entre el factor de forma y la dimensión fractal de las fronteras de grano y el perfil de los carburos.

6.9.- Sobre el método.

La determinación de la dimensión fractal de elementos microestructurales puede llevarse a cabo por distintos métodos alternativos: conteo de celdas, amalgamación de mosaico ("mosaic amalgamation"), método del compás, entre otros. En todos estos métodos se emplea una sola imagen o figura y las mediciones se efectúan con diferente precisión o "longitud de escala" ("yardstick length"). Estos métodos están limitados por el contenido de información de la imagen analizada, más que por la precisión con que se realicen las mediciones. En el método empleado en este trabajo se utiliza un juego de imágenes a diferente magnificación, la precisión de la medición queda determinada por el factor de calibración respectivo. Por estas características consideramos que este método es ventajoso por manipular y accesar una mayor cantidad de información.

6.10.- Especulaciones finales y conclusión.

El método de análisis fractal expuesto en este trabajo, así como los resultados presentados, ponen de manifiesto que la geometría de fractales es una herramienta útil para la descripción y caracterización de microestructuras. La naturaleza fractal de elementos microestructurales como las fronteras de grano y los carburos primarios en aceros grado herramienta ha sido estudiada en detalle y se ha establecido su carácter "multifractal", manifestado por las dimensiones de estructura y textura. Teóricamente, los granos deben adoptar formas tridimensionales euclidianas regulares llamadas tetracaidecaedros, sin embargo, en la realidad sus fronteras muestran una irregularidad que puede ser descrita por sus dimensiones de estructura y de textura. Podemos especular que la dimensión de estructura tiene su origen en el crecimiento de los cristales durante las solidificación y queda determinada por la manera en que se encuentran los frentes de crecimiento de cristales adyacentes. Esta dimensión puede ser modificada por procesos de deformación subsecuentes. En cambio, puede decirse que la dimensión de textura refleja una irregularidad a nivel más fino y podría estar asociada al arreglo atómico

característico del material, de ahí que su valor sea menor que la dimensión de estructura. No se espera, por estas razones, que esta dimensión sea afectada por procesos de deformación.

La información que proporciona el análisis fractal es diferente y complementaria a la obtenida por los métodos más tradicionales de la materialografía cuantitativa. Estas nuevas herramientas deben ser explotadas de manera intensiva para explorar viejos y nuevos caminos en la ciencia e ingeniería de materiales, donde queda mucho por hacer.

CAPITULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1.- Conclusiones.

- Las fronteras de grano de los aceros inoxidables AISI 316L y AISI 304 estudiados no son líneas euclidianas; para el nivel de resolución de medición empleado en este trabajo se comportan como curvas no rectificables que manifiestan el efecto Richardson y presentan un grado de autosimilitud o autoafinidad estadística.
- El perfil de los carburos en los aceros herramienta también manifiesta efecto Richardson y autoafinidad estadística, en el nivel de resolución de medición empleado.
- Tanto las fronteras de grano como el perfil de los carburos son bien descritos como curvas fractales naturales.
- Las fronteras de grano y los perfiles de los carburos poseen dimensión fractal, misma que puede ser medida por los métodos expuestos en el presente estudio.
- La deformación de tensión impartida en frío a los aceros inoxidables no afecta apreciablemente la naturaleza fractal de las fronteras de grano. Para algunos granos y carburos el gráfico de Richardson se ajusta excelentemente por un recta de regresión, cuya pendiente permite calcular la dimensión fractal.
- Para algunos granos y carburos, el gráfico de Richardson se ajusta mejor mediante dos rectas de regresión, cuyas pendientes definen dos dimensiones fractales a diferentes niveles de resolución de medición.
- Para el nivel de resolución menos fino ($\lambda > 0.01$) se manifiesta la dimensión de estructura, que describe la morfología general de las fronteras de grano y del perfil de los carburos.

- Para los niveles de resolución más finos ($\lambda < 0.01$) se manifiesta la dimensión de textura, que describe la naturaleza fractal de los detalles finos de las fronteras de grano y del perfil de los carburos.
- En todos los casos analizados en este trabajo, la dimensión de estructura resultó mayor que la dimensión de textura, indicando que hay mayor irregularidad en los niveles de resolución menos finos, mientras que en el nivel fino las fronteras tienden a adquirir geometrías más regulares aproximándose a la dimensión euclíadiana.
- La técnica de análisis de imágenes es especialmente adecuada para realizar análisis fractal de elementos microestructurales, ya que la precisión y reproducibilidad de las mediciones son excelentes.
- La dimensión fractal contiene información tanto de la morfología como de la complejidad o irregularidad de las curvas fractales naturales. Existe una cierta correlación entre la dimensión fractal y el factor de forma.
- Los valores reportados en el presente trabajo son del mismo orden de magnitud que los reportados para otras curvas naturales.
- El método utilizado en el presente trabajo, que emplea una imagen a cada magnificación, presenta ventajas con respecto a los métodos que utilizan sólo una imagen, ya que accesa y maneja una mayor cantidad de información.
- El análisis fractal de elementos microestructurales proporciona información alternativa y/o complementaria para la descripción cuantitativa de los mismos.
- Los métodos empleados en el presente trabajo son aplicables a una gran variedad de elementos microestructurales. Son además aplicables a imágenes de cualquier clase de curvas fractales naturales.

7.2.- Recomendaciones para posibles trabajos futuros.

El análisis fractal de microestructuras presenta una gran variedad de posibles aplicaciones. A continuación se presentan sólo algunas recomendaciones para continuar esta línea de investigación.

- Continuación del análisis fractal de fronteras de grano en magnificaciones más altas, empleando microscopía electrónica de barrido y transmisión, además de microscopía de fuerza atómica y/o tunelamiento.
- Descripción de estructuras dendríticas de aleaciones fundidas, determinación de dimensión fractal de dendritas y estudio de sus posibles relaciones con la rapidez de enfriamiento y propiedades mecánicas.
- Aplicación en ingeniería microestructural de aceros herramienta, para definir el tipo, morfología y orientación óptima de los carburos primarios, de acuerdo a la aplicación.
- Caracterización cuantitativa de polvos, ej. pigmentos.
- Descripción de la estructura fractal, en conjunto con la aplicación de teoría de percolación a pellets de mineral de hierro y/o hierro esponja.
- Caracterización de imágenes de superficies obtenidas por microscopía de fuerza atómica y tunelamiento.
- Aplicación de geometría de fractales para la descripción del crecimiento de nanopartículas y nanoestructuras obtenidas por “chispeado” (*spark-processing*).
- Desarrollo e implementación de software para el análisis fractal de imágenes de manera automática directamente en equipo de análisis de imágenes. A manera de comentario, podemos vaticinar que en un futuro cercano, es muy posible que los equipos comerciales de análisis de imágenes incluyan este tipo de aplicaciones.

REFERENCIAS

1. Mandelbrot, B.B., *Fractals: Form, Chance, and Dimension*, W.H. Freeman and Co. San Francisco, 1977.
2. Mandelbrot, B.B., *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman and Co. New York, 1982.
3. Peitgen, Heinz-Otto; Jürgens, Hartmut; y Saupe,Dietmar; *Chaos and Fractals-New Frontiers of Science*. Springer-Verlag, New York, 1992.
4. Devaney, R.L. *Chaos, Fractals, and Dynamics*. Addison Wesley Publishing Company. 1990.
5. Rietman, E. *Exploring the Geometry of Nature*, Windcrest, 1989.
6. Falconer, K. *Fractal Geometry*. John Wiley and Sons, New York, 1990.
7. Barnsley, M. *Fractals Everywhere*. Academic Press, Inc. San Diego. 1988.
8. Peitgen, H.O., Richter, P.H. *The Beauty of Fractals*. Springer-Verlag, 1986.
9. H. von Koch, *Sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire*, Arkiv för Matematik 1 (1904) 681-704. Citado en ref. 4.
10. Mandelbrot, B.B. *How Long is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension*. Science, Vol. 156, No. 3775, May 1967, p.636.
11. Kaye, B.H. *Multifractal Description of a Rugged Fineparticle Profile*. Part. Char. 1 (1984) 14-21.
12. Kaye, B.H. *A Random Walk Through Fractal Dimensions*. VCH Publishers, New York, 1994.
13. ASM Handbook Vol. 9. *Metallography and Microstructures*. The Materials Information Society, USA 1992.
14. Gleiter, H. *Microstructure*, Capítulo 10b en *Physical Metallurgy*, editado por Cahn, R.W. y Haasen, P. Elsevier Science Publishers, 1983.
15. Reed-Hill, R. *Physical Metallurgy Principles*, Ed. Van Nostrand Company. 1973.
16. Hirth, J.P y Lothe, J., *Theory of Dislocations*, McGraw Hill Book Company, New York, 1968. pp. 637-681.
17. Hull,D. *Introduction to Dislocations 2nd edition*, Pergamon Press, Oxford 1979. pp. 200-207.
18. Porter. D.A. y Easterling. K. E. *Phase Transformations in Metals and Alloys second edition*. Chapman and Hall, Londres, 1993.
19. Verhoeven, J.D. *Fundamentos de Metalurgia Física*. Limusa, México, 1987.
20. Smith, C.S. *Grain Shapes and Other Metallurgical Applications of Topology*, en *Metal Interfaces*, American Society for Metals, New York, 1952. pp. 65-113, citado en ref. [19].
21. Smith, C.S., *Some Elementary Principles of Polycrystalline Microstructure*, Metallurgical Reviews 9, No. 36, p. 415, 1964. citado en [19].
22. Norma ASTM E112-88. *Standard Test Methods for Determining Average Grain Size*, Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1988.
23. Russ, J.C. *Computer-Assisted Microscopy*, Plenum Press, New York 1990.
24. Mandelbrot, B.B., Passoja, D. y Paullay, A.J., *Nature*, 1984, **308**, p. 771.

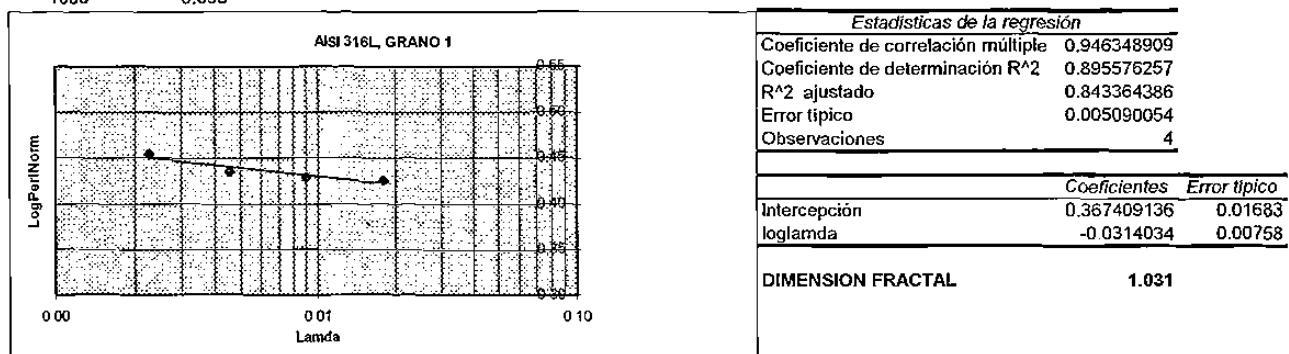
25. Underwood, E.E., Proceedings of the 7th Int. Conf. on Stereology, Caen, Francia, Sept, 1987.
26. Wang, H.G. Chen, D.L. Jiang. X.X. y Shih, C.H. Scripta Metallurgica., 1988, **22**, 827.
27. Richards, L.E. y Dempsey, B.P. Scripta Metallurgica, 1988, **22**, 687.
28. Hornbogen, E. *Fractals in Microstructure of Metals*, International Materials Reviews, 1989, No.6, p. 277.
29. Kaye, B.H., *Direct Characterization of Fine Particles*, New York, 1981.
30. Kaye, B.H., *Characterization of the Surface Area of a Fineparticle Profile by its Fractal Dimension*, en Proceedings of Particle Size Analysis. Heysen, Londres, 1977, 250-259.
31. Flook, A.G., *The use of Dilation Logic on the Quantimet to Achieve Fractal Dimension Characterisation of Textured and Structured Profiles*. Powder Technology, **21** (1978) 295-298.
32. Chermant, J.L. y Coster, M. *Fractal Objects in Image Analysis*, Proceedings of the Symposium on Quantitative Metallography. Florencia, 1978.
33. Schwarz, H. y Exner, H.E., *The Implementation of the Concept of Fractal Dimensions on a Semi-Automatic Image Analyser*. Powder Technology, **27**, (1980), 207-213.
34. Laird, G., Rawers, J.C., y Adams, A. *Fractal Analysis of Carbide Morphology in High-Cr White Cast Irons*. Metallurgical Transactions A, **23**, Octubre 1992, p. 2941.
35. Lu, S.Z. y Hellawell, A. *An Application of Fractal Geometry to Complex Microstructures: Numerical Characterization of Graphite in Cast Irons*. Acta Metallurgica et Materialia.
36. Streitenberger, P., Förster,D., Kolbe,P, Veit, P. *The Fractal Geometry of Grain Boundaries in Deformed and Recovered Zinc*. Scripta Metallurgica et Materialia, Vol. 33, No.4 pp. 541-546, 1995.
37. Kirkaldy, J.S. *Spontaneous Evolution of Microstructure in Materials*. Metallurgical Transactions A, Vol. 24, Agosto 1993, p. 1689.
38. Norma ASTM A370-92. *Standard Test Methods and Definitions for Mechanical Testing of Steel Products*, Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1992.
39. Norma ASTM E8-91. *Standard Test Methods of Tension Testing of Metallic Materials*, Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1991.
40. *Metallography Principles and Procedures*. Leco Corporation, St. Joseph. USA 1977.
41. *Metalog Guide*. Struers Tech A/S. Rodovre, Dinamarca, 1992.
42. Norma ASTM E407-70 (89). *Standard Test Methods for Microetching Metals and Alloys*, Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1989.
43. *Inverted Microscope Epiphot-TME Instructions*, Nikon Corporation, Tokio, 1988.
44. *Quantimet 520 Operators Manual*, Leica Cambridge Ltd. Cambridge, 1990.
45. *Quantimet 520, Grain Size Application Software*, Leica Cambridge Ltd. Cambridge, 1990.
46. Norma ASTM E112-88. *Standard Test Methods for Determining Average Grain Size*, Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1995.

47. Norma ASTM E1382-91. *Standard Test Methods for Determining Average Grain Size Using Semiautomatic and Automatic Image Analysis*. Annual Books of ASTM Standards. Filadelfia, 1995.
48. Kaye, B.H., Leblanc, J.E., y Abbot, P. *Fractal Description of the Structure of Fresh and Eroded Aluminum Shot Fineparticles*. Part. Charact., **2** (1985) 56-61, citado en [12].
49. Hornbogen, E. *Fractal Analysis of Grain Boundaries in Hot-worked Poly-crystals*. Z. Metallkde, 1987, **78**, 622.
50. Peleg, M. y Normand, M.D. *Characterization of the Ruggedness of Instant Coffee Particle Shape by Natural Fractals*. J. Food Sci. **50**, (1985) 187-188, citado en [12].
51. Kaye, B.H. y Clark, G.G. *Fractal Description of Extra Terrestrial Fineparticles*. Part. Charact. 2 (1985) 143-148, citado en [12].

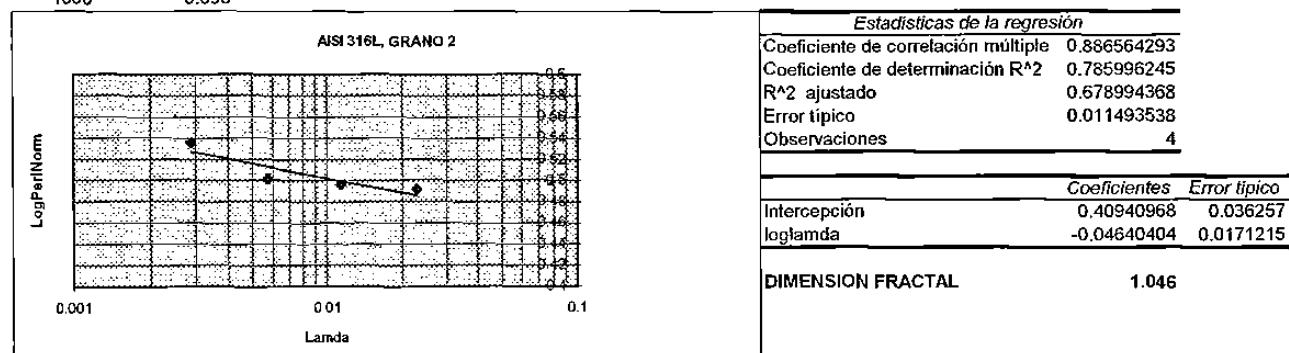
APENDICE A.
RESULTADOS DE LAS MEDICIONES Y GRAFICOS DE RICHARDSON EN
ACERO AISI 316L.

ANALISIS FRACTAL DE FRONTERAS DE GRANO EN ACERO AISI 316L

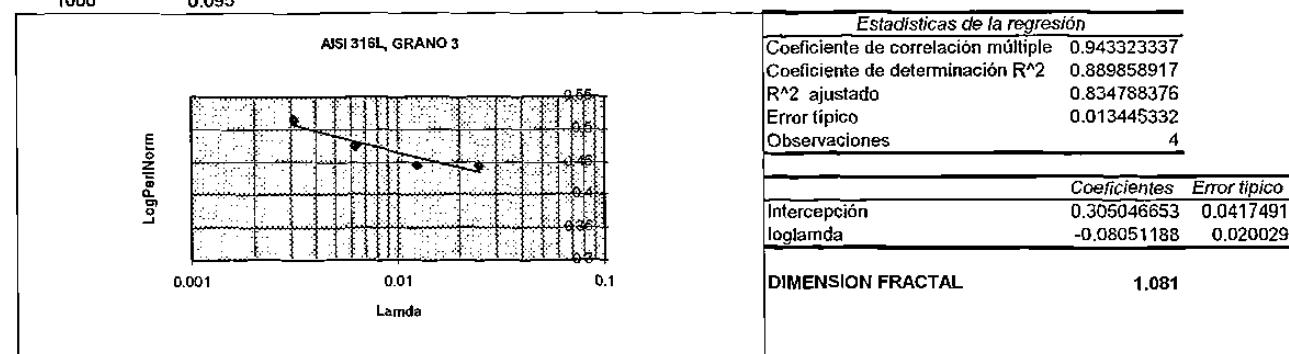
GRANO 1	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación (micrones/pixel)		micrones	(micrones)					
50	1.904	280.7		0.01806	2.66319	0.42540	-1.7432	0.42215
100	0.952	283		0.00903	2.68501	0.42895	-2.0442	0.43160
200	0.479	288		0.00454	2.73245	0.43655	-2.3425	0.44097
400	0.239	300	105.4	0.00227	2.84630	0.45428	-2.6444	0.45045
1000	0.095							



GRANO 2	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación (micrones/pixel)		micrones	(micrones)					
50	1.904	258		0.02288462	3.10096154	0.49149638	-1.64045638	0.48553
100	0.952	261		0.01144231	3.13701923	0.496517181	-1.94148638	0.49950
200	0.479	264		0.00575721	3.17307692	0.501480601	-2.23978781	0.51334
400	0.239	286	83.2	0.0028726	3.4375	0.536242707	-2.54172543	0.52736
1000	0.095							

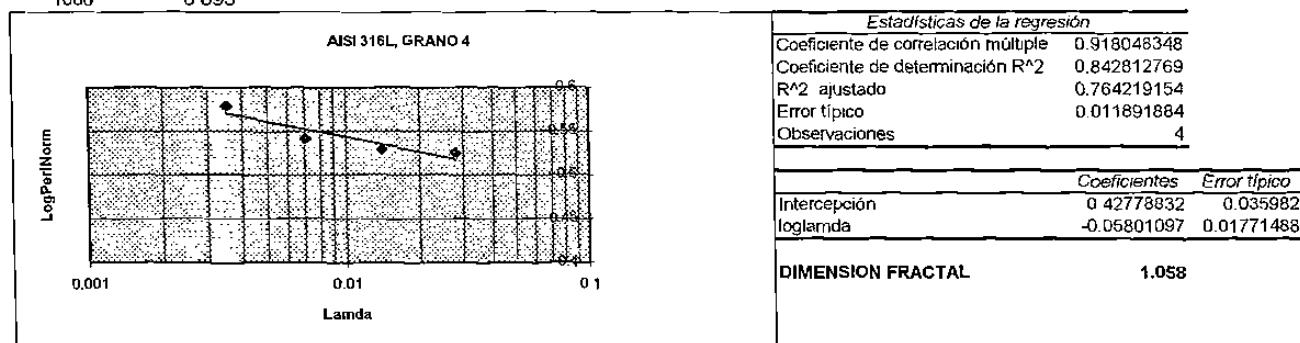


GRANO 3	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación (micrones/pixel)		micrones	(micrones)					
50	1.904	214.4		0.02472727	2.78441558	0.444734056	-1.60682378	0.43442
100	0.952	215		0.01236364	2.79220779	0.445947735	-1.90785378	0.45865
200	0.479	231		0.00622078	3	0.477121255	-2.20615521	0.48267
400	0.239	252	77	0.0031039	3.27272727	0.514909816	-2.50809282	0.50698
1000	0.095							

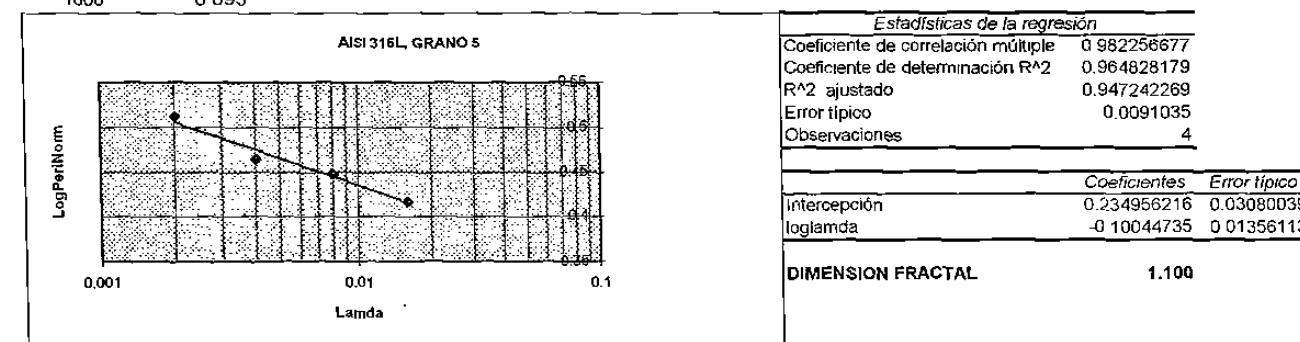


ANALISIS FRACTAL DE FRONTERAS DE GRANO EN ACERO AISI 316L

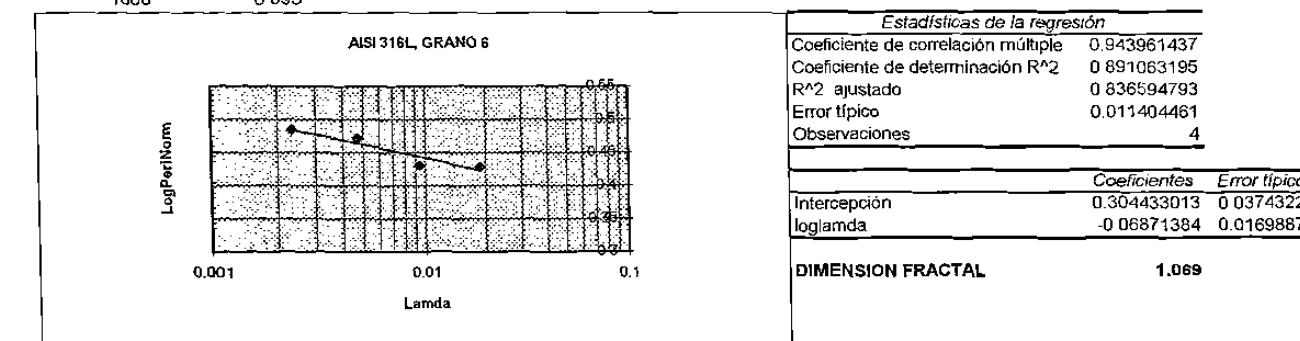
GRANO 4	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	logperinorm	loglamda	Pronóstico	
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)	Lamda	PeriNormal	logperinorm	loglamda	Pronóstico	
50	1 904	228		0.028	3.352941176	0.525425934	-1.55284197	0 51787	
100	0 952	230		0.014	3.382352941	0.529218923	-1.85387196	0 53533	
200	0 479	237			0.007044118	3.485294118	0.542239433	-2 1521734	0 55264
400	0 239	258	68		0.003514706	3 794117647	0.579110793	-2.45411101	0 57015
1000	0 095								



GRANO 5	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	logperinorm	loglamda	Pronóstico	
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)	Lamda	PeriNormal	logperinorm	loglamda	Pronóstico	
50	1 904	311		0.016	2 613445378	0.417213428	-1.79588002	0 41535	
100	0 952	334		0.008	2.806722669	0.448199505	-2.09691001	0 44559	
200	0 479	347			0.00402521	2 915966387	0.464782513	-2.39521145	0 47555
400	0.239	387	119		0.002008403	3.25210084	0.512164004	-2.69714906	0.50588
1000	0 095								

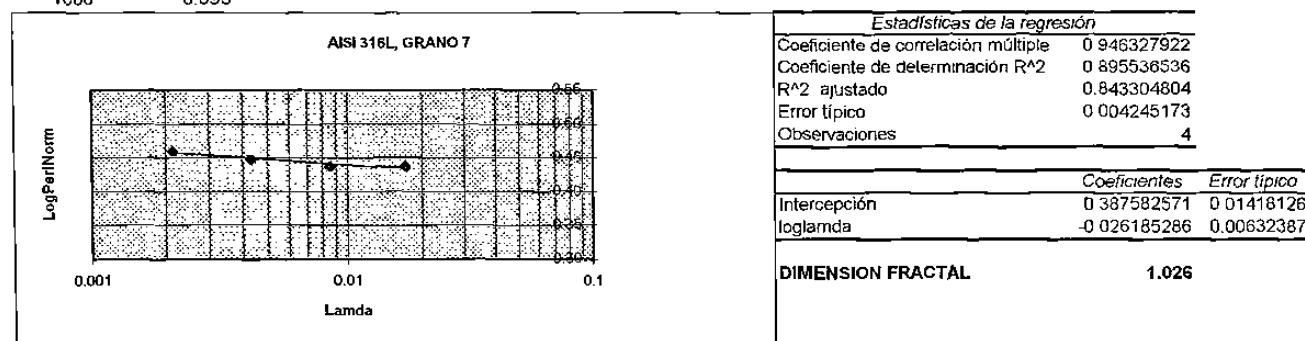


GRANO 6	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	logperinorm	loglamda	Pronóstico	
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)						
50	1 904	273		0.018740157	2.687007874	0.429268939	-1.72722676	0 42312	
100	0 952	274		0.009370079	2.696850394	0.430856855	-2 02825676	0 44380	
200	0.479	301			0.004714567	2 962598425	0.471672788	-2 32655819	0 46430
400	0.239	310	101.6		0.002352362	3 051181102	0.484467986	-2.62849581	0 48505
1000	0 095								

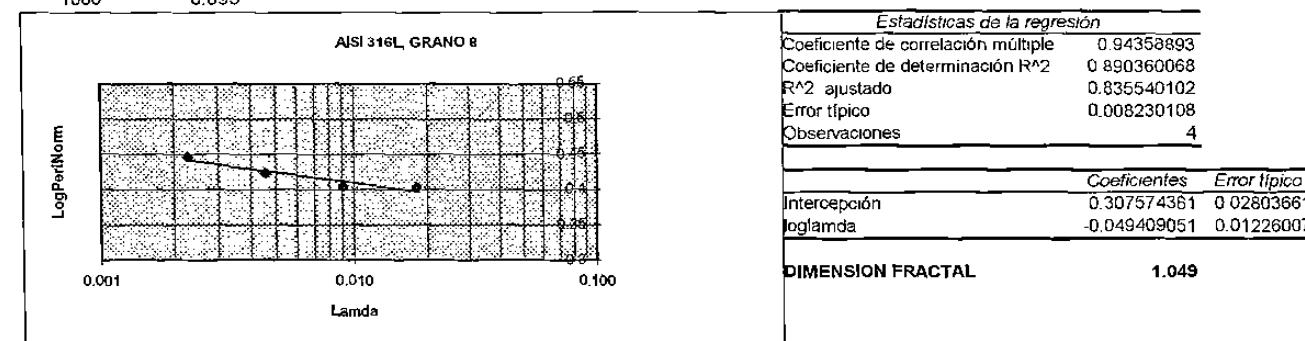


ANALISIS FRACTAL DE FRONTERAS DE GRANO EN ACERO AISI 316L

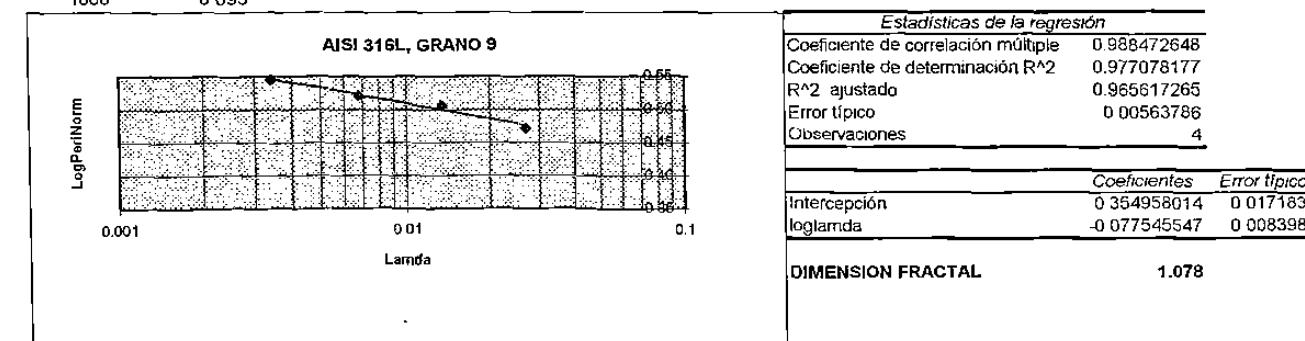
GRANO 7	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación (micrones/pixel)	(micrones)	(micrones)						
50	1.904	304.5		0.017106918	2.735849057	0.437092133	-1.76682622	0.43385
100	0.952	305		0.008553459	2.74034142	0.437804675	-2.067858216	0.44173
200	0.479	312		0.004303684	2.803234501	0.44765943	-2.366159651	0.44954
400	0.239	321	111.3	0.00214735	2.884097035	0.460009868	-2.668097263	0.45745
1000	0.095							



GRANO 8	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación (micrones/pixel)	(micrones)	(micrones)						
50	1.904	312.4		0.015429498	2.531604538	0.403395866	-1.811648216	0.39709
100	0.952	313		0.007714749	2.538466775	0.404229178	-2.112678211	0.41196
200	0.479	327		0.003881686	2.649918963	0.423232593	-2.410979646	0.42670
400	0.239	345	123.4	0.001936791	2.795786062	0.446503935	-2.712917259	0.44162
1000	0.095							

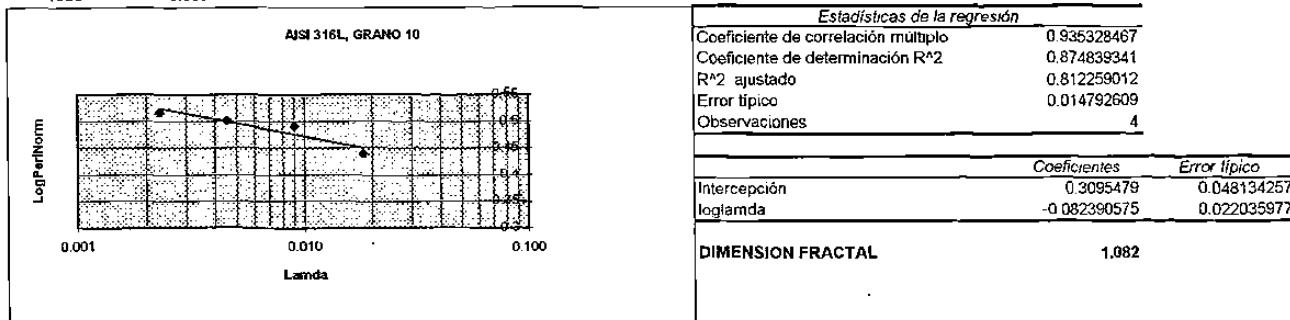


GRANO 9	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lamda	PeriNormal	LogPeriNorm	Loglamda	Pronóstico
Magnificación (micrones/pixel)	(micrones)	(micrones)						
50	1.904	209		0.027045455	2.96875	0.472573627	-1.567905715	0.47654
100	0.952	226		0.013522727	3.210227273	0.50653578	-1.868935711	0.49989
200	0.479	234		0.006803977	3.323863636	0.521643198	-2.167237146	0.52302
400	0.239	247	70.4	0.003394886	3.508522727	0.545124294	-2.469174758	0.54643
1000	0.095							

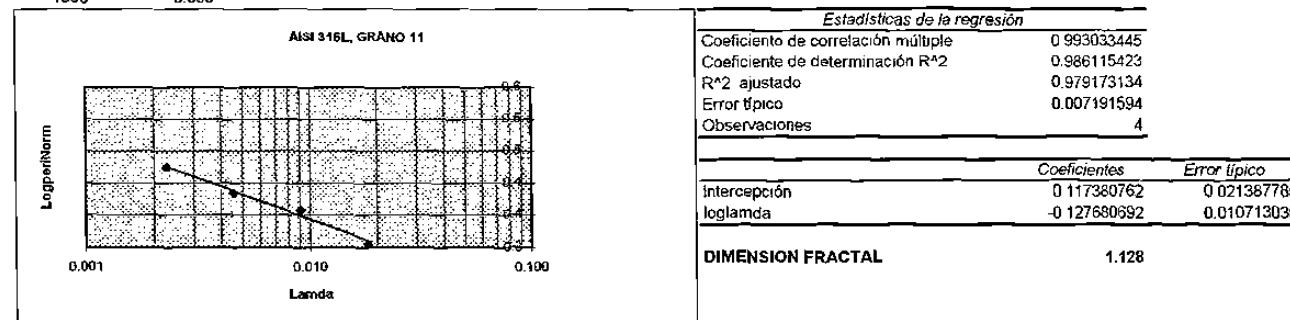


ANALISIS FRACTAL DE FRONTERAS DE GRANO EN ACERO AISI 316L

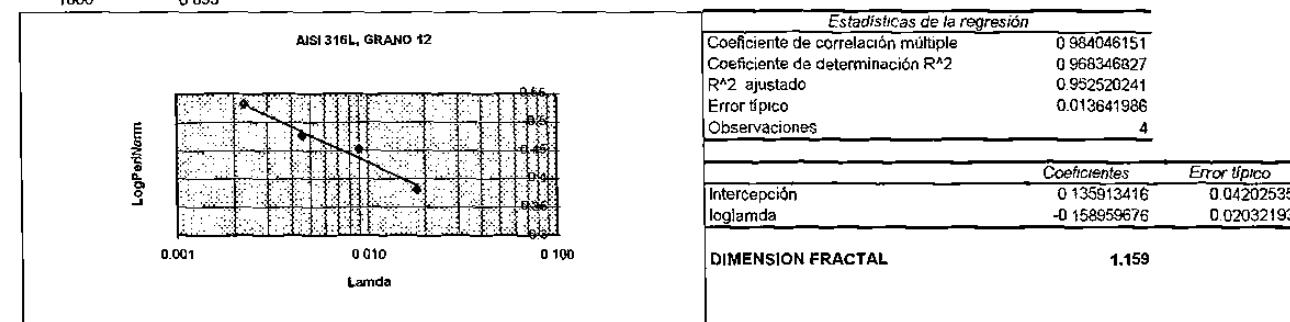
GRANO 10	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lambda	PeriNormal	LogPeriNorm	LogLambda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1.904	267		0.019588477	2.74691358	0.438844996	-1.70799321	0.45027
100	0.952	301		0.009794239	3.096707819	0.490900231	-2.009029317	0.47507
200	0.479	309		0.004927984	3.179012346	0.502292214	-2.307330752	0.49965
400	0.239	320	97.2	0.002458848	3.29218107	0.517483713	-2.609268364	0.52453
1000	0.095							



GRANO 11	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lambda	PeriNormal	LogPeriNorm	LogLambda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1.904	127		0.030366826	2.025518341	0.30653618	-1.517600597	0.31115
100	0.952	143		0.015183413	2.280701754	0.358068497	-1.818630592	0.34958
200	0.479	152		0.007639553	2.424242424	0.384576047	-2.116932027	0.38767
400	0.239	167	62.7	0.003811802	2.663476874	0.42544893	-2.41886964	0.42622
1000	0.095							

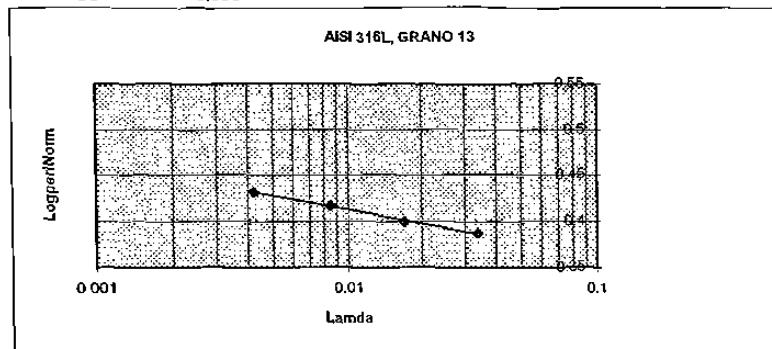


GRANO 12	calibración	perímetro	Diám de Feret	Lambda	PeriNormal	LogPeriNorm	LogLambda	Pronóstico
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)					
50	1.904	178		0.025695007	2.402159244	0.380601794	-1.590151264	0.38868
100	0.952	210		0.012847503	2.834008097	0.452401087	-1.89118126	0.43653
200	0.479	222		0.006464238	2.995951417	0.476534766	-2.189482695	0.48395
400	0.239	252	74.1	0.003225371	3.400809717	0.531582333	-2.491420307	0.53195
1000	0.095							

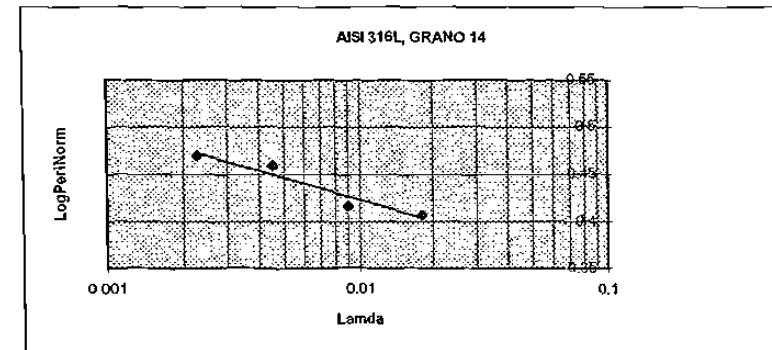


ANALISIS FRACTAL DE FRONTERAS DE GRANO EN ACERO AISI 316L

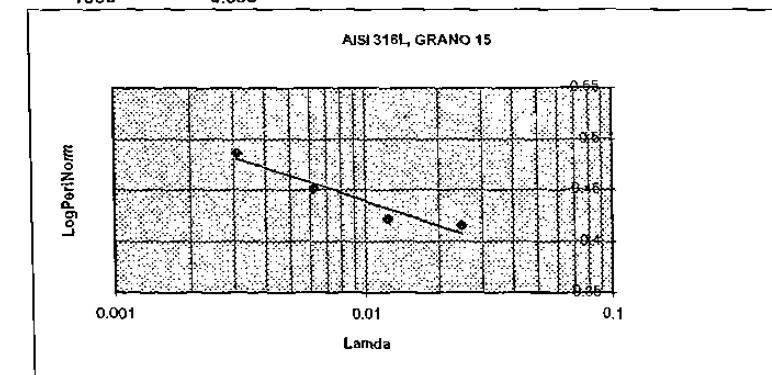
GRANO 1	calibración	perímetro	Diám de Feret
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)
50	1.904	138	
100	0.952	142	
200	0.479	148	
400	0.239	153	56.6
1000	0.095		



GRANO 1	calibración	perímetro	Diám de Feret
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)
50	1.904	271	
100	0.952	277	
200	0.479	305	
400	0.239	313	106
1000	0.095		



GRANO 1	calibración	perímetro	Diám de Feret
Magnificación	(micrones/pixel)	micrones	(micrones)
50	1.904	211	
100	0.952	214	
200	0.479	229	
400	0.239	249	81
1000	0.095		



**APENDICE B.
RESULTADOS DE LAS MEDICIONES EN ACERO AISI 304.**

APENDICE B.
Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.
Muestra sin deformación.

PLANO TRANSVERSAL				
GRANO 1	AREA (μm^2)	PERIMETRO (μm)	FERET (μm)	F. DE FORMA
50X	2028	223	83.4	1.94
100X	2480	229.5	83.4	1.69
200X	2434	232	83.4	1.76
400X	2578	237	83.4	1.66
GRANO 2				
50X	177.8	64.7	24.7	1.87
100X	324.7	76.2	28.6	
200X	357	79.6	29.2	
400X	378.6	82.7	30.13	
1000X	402.5	84.8	30.9	
GRANO 3				
50X	605.9	103	34.3	
100X	806	114	36.2	
200X	936.7	126.6	41.7	
400X	1007	131	42.8	
1000X	1031.5	132.6	43.2	
GRANO 4				
50X	152	53.3	20.9	
100X	171.4	56	20.9	
200X	208.2	63.3	23	
400X	233.6	67.2	24.15	
1000X	250.7	69	24.4	
GRANO 5				
50X	2126	205.7	70.4	
100X	2390	214.3	71.4	
200X	2462.5	216.8	72.4	
400X	2591.4	227.4	74.13	
PLANO LONGITUDINAL				
GRANO 1				
50X	2162.4	203.8	76.2	1.53
100X	2072.5	204.8	74.3	1.61
200X	2354.4	213.9	79.14	1.54
400X	2496.9	219	82.26	1.53
GRANO 2				
50X	932	123	45.7	1.31
200X	1049.6	135.2	43.64	1.38
400X	1091.8	136.3	44.2	1.35
1000X	1140.8	139.3	45.33	1.35
GRANO 3				
50X	2412.7	203.8	68.57	1.38
100X	2456.2	206.7	68.6	1.38
200X	2595	213	70.9	1.39
400X	2686.7	215.2	72.22	1.37
GRANO 4				
50X	2166	207	76	1.58
100X	2197	200.9	65.7	1.46
200X	2340	214.4	69	1.56
400X	2466	214.5	71	1.48
GRANO 5				
50X	2616	226.7	76.2	1.5
100X	2666	222.9	76.19	
200X	2757	231.6	76.7	
400X	2906.5	233.6	78.2	
GRANO 6				
50X	25.4	22.8	9.5	1.63
100X	55	40	15.2	2.3
200X	74.5	41.2	16.3	1.8
400X	81.7	44	17.4	1.9
1000X	90.8	48.3	19	2.0

APENDICE B.

Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.

Muestra con 10% de deformación.

PLANO TRANSVERSAL				
GRANO 1	AREA (μm^2)	PERIMETRO (μm)	FERET (μm)	F. DE FORMA
50X	790.9	118	40	1.4
100X	959.6	126.7	43.8	1.33
200X	1005.5	131.4	45.1	1.37
400X	1034	134.4	45.9	1.39
1000X	1044	139.4	46.3	1.48
GRANO 2				
50X	1133.2	135.2	43.7	1.28
100X	1094.31	133.4	43.7	1.29
200X	1046.2	129.5	43.2	1.28
400X	1094.31	133.4	43.7	1.29
1000X	1133.2	135.2	43.7	1.28
GRANO 3				
100X	450.8	89.52	34.28	1.41
200X	458	91.6	35.01	1.45
400X	497.2	96.61	36.11	1.49
1000X	543.55	98.95	37.33	1.43
GRANO 4				
100X	99.8	48.6	19.04	1.88
200X	123.3	49.9	19.7	1.6
400X	138.4	52.4	20	1.57
1000X	146.67	53.33	20.8	1.54
GRANO 5				
50X	2844	234.2	80	1.53
100X	3187.3	235.2	84.7	1.38
200X	3262.54	241.2	84.4	1.42
400X	3385.8	253.9	85.6	1.51
PLANO LONGITUDINAL				
GRANO 1				
50X	562	110.4	43.8	1.72
100X	576	112.4	42.9	1.74
200X	622.7	113.7	44.6	1.65
400X	640.9	121.5	45.4	1.83
1000X	671.6	122.4	46.5	1.77
GRANO 2				
50X	624	104	34	1.4
100X	922.5	122.9	40	1.3
200X	1001.5	131.4	42.7	1.37
400X	1041.2	132	39.9	1.33
1000X	1053.4	140.2	43.7	1.48
GRANO 3				
50X	431.8	102.8	36.2	1.95
100X	480	102.8	38	1.75
200X	481	105	38.4	1.84
1000X	574	112	39.8	1.74
GRANO 4				
50X	2459.8	215.3	74.3	1.5
100X	2682	215.3	73.3	1.37
200X	2794	221	78.82	1.39
400X	2928.9	233.87	76.3	1.48
GRANO 5				
50X	1766.9	173.3	57.1	1.35
100X	1633.5	167.6	57.14	1.37
200X	1854	177.5	59.9	1.35
400X	1931	182.2	61.2	1.37

APENDICE B.

Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.

Muestra con 20 % de deformación.

<i>PLANO TRANSVERSAL</i>				
GRANO 1	<i>AREA (μm^2)</i>	<i>PERIMETRO (μm)</i>	<i>FERET (μm)</i>	<i>F. DE FORMA</i>
100X	726.53	131.42	38.09	1.36
200X	747.83	111.27	39.32	1.31
400X	844.9	121.47	40.17	1.39
1000X	871.36	122.47	40.57	1.37
GRANO 2				
100X	853.51	126.66	46.7	1.49
200X	920.12	129.9	47.48	1.46
400X	967.2	134.15	48.3	1.48
1000X	1011.57	141.23	49.61	1.56
GRANO 3				
100X	930.61	133.33	43.81	1.52
200X	1157.75	144.36	46.52	1.43
400X	1206.79	147.3	47.82	1.43
1000X	1266.54	173.71	49.14	1.89
GRANO 4				
100X	5863	373.33	116.19	1.89
200X	6097.9	375.54	119.42	1.84
400X	6354.16	388.35	125.06	1.9
GRANO 5				
100X	6178.68	303.81	96.2	1.19
200X	6526.7	313.2	98.8	1.20
400X	6855.8	325.7	101.2	1.23
<i>PLANO LONGITUDINAL</i>				
GRANO 1				
100X	72.5	39	15.2	1.67
200X	83.2	41.7	15.3	1.66
400X	98.3	46.8	17.2	1.8
1000X	113.4	48.7	17.9	1.67
GRANO 2				
100X	595	101	36.2	1.39
200X	629.6	105.5	37.41	1.4
400X	657.2	107.13	38.02	1.39
1000X	683.12	110.6	68.57	1.42
GRANO 3				
100X	630.38	109	39	1.5
200X	808	123.2	41.7	1.49
400X	843.9	127.9	42.6	1.5
1000X	893.8	131.62	43.5	1.54
GRANO 4				
50X	2078.9	188.57	64.76	1.36
100X	2476.2	197.14	65.71	1.24
200X	2577.5	200.9	67.14	1.24
400X	2639	204	68.15	1.26
GRANO 5				
50X	1734.24	198	74.28	1.8
100X	2011.8	208	81.9	1.72
200X	2111.6	213.4	83.4	1.72
400X	2179.9	218.8	84.4	1.7

APENDICE B.
Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.
Muestra con 30 % de deformación.

PLANO TRANSVERSAL				
GRANO 1	AREA (μm^2)	PERIMETRO (μm)	FERET (μm)	F. DE FORMA
50X	508	99	68	1.5
100X	623.1	109.5	40	1.5
200X	662.3	114.5	41.2	1.6
400X	704.2	120.3	43	1.6
1000X	719.8	120.3	43.8	1.6
GRANO 2				
100X	192.3	72.38	27.62	2.17
200X	229.34	77.2	29.25	2.07
400X	238.7	79.87	30.6	2.13
1000X	258.11	83.43	31.6	2.14
GRANO 3				
100X	839	124.7	42.86	1.47
200X	883.3	125.18	43.6	1.41
400X	932.7	127.9	44.5	1.39
1000X	963.5	138	45	1.57
GRANO 4				
50X	1483.9	169.5	57.14	1.54
100X	1712.48	175.23	61.9	1.42
200X	1797	179.8	62.83	1.43
400X	1863	185	63.6	1.47
GRANO 5				
50X	3874.8	255	83.8	1.33
100X	3953.7	259	87.6	1.35
200X	4025	263.3	88.73	1.37
400X	4175.6	268.3	90.39	1.37
PLANO LONGITUDINAL				
GRANO 1				
50X	787.3	127.6	47.6	1.64
100X	920.6	133.3	48.57	1.53
200X	983.8	137.6	50.84	1.53
400X	1041.6	142.5	52.8	1.55
1000X	1059.6	147.4	52.7	1.63
GRANO 2				
50X	1556	188.57	74.28	1.8
100X	2026.3	206.7	79	1.68
200X	2178	215.3	82.5	1.69
400X	2353	223	85.13	1.68
GRANO 3				
50X	172.35	177.14	64.7	1.45
100X	2128.8	195.3	67.6	1.42
200X	2163.4	198.5	68.1	1.45
400X	2245.3	201.8	69.1	1.44
GRANO 4				
50X	2184	289.5	99	3
100X	2534.2	304.76	103.8	2.9
200X	2462.8	309.8	106.9	2.9
400X	2769.9	316.8	108.3	2.88
GRANO 5				
50X	8903	380.9	118	1.3
100X	9245.7	391.4	122.85	1.32
200X	10013.51	402.4	126.62	1.28

APENDICE B.

Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.

Muestra con 40 % de deformación.

<i>PLANO TRANSVERSAL</i>				
GRANO 1	AREA (μm^2)	PERIMETRO (μm)	FERET (μm)	F. DE FORMA
100X	297.5	79	29.5	1.67
200X	359.8	85.8	32.13	1.63
400X	393.7	88.2	33	1.57
1000X	412.46	92.3	33.5	1.63
GRANO 2				
100X	839	119	40.9	1.34
200X	975.5	129.9	43.16	1.37
400X	990.7	132.9	43.3	1.42
1000X	1041.8	136	44.19	1.41
GRANO 3				
50X	2844.4	234.3	76.19	1.53
100X	3023	241.9	74.3	1.54
200X	3313	248	75.8	1.48
400X	3419	250.6	76.5	1.46
GRANO 4				
50X	3214	249.5	87.6	1.5
100X	3507.5	256	90.5	1.49
200X	3756.4	259	93	1.42
400X	3952.5	264.2	93.98	1.4
GRANO 5				
50X	1179	144.7	53.3	1.4
100X	1365	152.4	56.2	1.35
200X	1424.6	157	57	1.38
400X	1495.8	163	58.35	1.4
<i>PLANO LONGITUDINAL</i>				
GRANO 1				
50X	87.07	45	19	1.9
100X	133.33	58	23.8	2
200X	161.2	70.98	31.17	2.48
400X	206.2	82	36.1	2.59
1000X	213.7	83.8	37.33	2.61
GRANO 2				
50X	1893.9	180.9	68.57	1.37
100X	2133.4	188.6	70.47	1.34
200X	2306.5	200	74.3	1.38
400X	2489.36	208.76	76	1.39
GRANO 3				
50X	2499.8	213.3	74.3	1.5
100X	2732.8	216.2	74.3	1.36
200X	3011.8	221.6	77.2	1.29
400X	3122.4	229	79.15	1.34
GRANO 4				
50X	355.5	102.9	43.8	2.37
100X	606.8	125.7	51.4	2.07
200X	675.8	129.9	54.2	1.99
400X	765	134.6	56.2	1.88
GRANO 5				
50X	232.2	70.47	24.7	1.7
100X	292.97	71.43	23.8	1.38
200	338.6	75.8	24.9	1.35
400	367.57	79.15	25.1	1.35

APENDICE B.

Mediciones para granos individuales en las muestras de acero AISI 304.

Muestra con 50 % de deformación.

<i>PLANO TRANSVERSAL</i>				
GRANO 1	<i>AREA (μm^2)</i>	<i>PERIMETRO (μm)</i>	<i>FERET (μm)</i>	<i>F. DE FORMA</i>
100X	264.85	73.28	24.76	1.57
200X	273.5	769.62	27.82	1.84
400X	307.2	81.78	28.22	1.73
1000X	330.8	83.24	28.5	1.67
GRANO 2				
100X	345.6	84.76	25.7	1.65
200X	445.57	93.53	30.2	1.56
400X	461.47	95.4	30.61	1.57
1000X	512.03	97.9	32	1.49
GRANO 3				
100X	396.37	90.48	34.29	1.64
200X	418.23	95.44	33.57	1.51
400X	5513.28	97.8	34.67	1.48
1000X	532.46	99.24	35.14	1.47
GRANO 4				
100X	489.8	106.67	40.95	1.85
200X	583.36	117.5	42.21	1.88
400X	595.34	122.2	42.8	1.99
1000X	655.16	124.57	43.9	1.89
GRANO 5				
50X	9690.7	428.57	113	1.51
100X	10340.14	455.24	144.76	1.59
200X	10713.96	465.23	142.45	1.61
400X				
<i>PLANO LONGITUDINAL</i>				
GRANO 1				
50X	366.44	95.24	36.19	1.97
100X	588.66	103.81	38.1	1.46
200X	696.77	112.23	41.25	1.44
1000X	727.1	116.67	42.1	1.49
GRANO 2				
50X	584.1	112.38	40	1.72
100X	858	122.86	47.62	1.4
200X	944.74	129.97	49.4	1.42
1000X	1022.61	135.33	51.14	1.42
GRANO 3				
50X	330.13	87.62	32.38	1.85
100X	510.66	98.1	37.14	1.5
200X	551.2	107	39.81	1.65
400X	598.42	108.33	41.13	1.56
1000X	642.2	110.3	42	1.51
GRANO 4				
50X	4157.82	301	93.33	1.73
100X	4184.1	304.8	95.2	1.76
200X	4616	311.3	98.8	1.66
400X	4912.34	316.1	101.1	1.62
GRANO 5				
50X	3526.5	217.6	89.5	1.38
100X	4270.3	270.5	96.2	1.36
200	4556	279.6	99.3	1.37
400	4788.3	284.6	101.9	1.35

APENDICE C.
RESULTADOS DE LA MEDICIONES EN ACEROS HERRAMIENTA.

APENDICE C.

Mediciones para carburos individuales en las muestras de acero herramienta.

ACERO AH1				
CARBUTO 1	<i>AREA (μm^2)</i>	<i>PERIMETRO (μm)</i>	<i>FERET (μm)</i>	<i>F. DE FORMA</i>
200X	67.63	44.13	16.8	2.3
400X	67.7	47.6	17.7	2.67
1000X	77.4	55.3	18.7	3.15
CARBUTO 2				
200X	81.7	48.4	13.4	2.3
400X	79.5	50.5	13.2	2.5
1000X	100	61.9	14.1	3
CARBUTO 3				
200X	40.5	26.4	9.6	1.4
400X	42.1	28.5	10.1	1.53
1000X	47.4	30.73	10.3	1.59
CARBUTO 4				
200X	39.1	25.9	8.6	1.4
400X	49.4	28.7	9.8	1.3
1000X	55.9	32.0	10.2	1.5
CARBUTO 5				
100X	178.7	69.5	24.8	2.15
200X	195.75	72.42	24.46	2.13
400X	204.43	83.2	24.6	2.7
1000X	206.6	99.8	25.24	3.39
ACERO AH2				
CARBUTO 1				
50X	145.12	57.14	24.8	1.8
100X	209.5	69.5	28.6	1.83
200X	243.6	79.14	31.17	2.04
400X	247.0	84.2	31.8	2.28
1000X	285.66	91.24	32.8	2.32
CARBUTO 2				
200X	35.65	26.86	10.07	1.61
400X	43.63	29.41	11.5	1.58
1000X	45.19	31.24	11.7	1.72
CARBUTO 3				
100X	111.56	42.85	15.2	1.31
200X	143.24	53.24	18.7	1.32
400X	154.17	55.0	19.13	1.56
1000X	157.37	57.52	19.9	1.67
CARBUTO 4				
200X	34.5	30.2	11.99	2.1
400X	40.72	31.32	12.43	1.92
1000X	40.69	32.19	12.09	2.02
CARBUTO 5				
200X	86.95	52.28	21.5	2.5
400X	95.15	58.58	20.8	2.87
1000X	105.6	61.9	21.5	2.9
CARBUTO 6				
100X	67.12	40	16.2	1.9
200X	102.4	50.36	19.18	1.97
400X	114.6	57.15	19.37	2.26
1000X	121.5	61.81	19.90	2.5

APENDICE C.

Mediciones para carburos individuales en las muestras de acero herramienta.

<i>ACERO AH2</i>				
	<i>AREA (μm^2)</i>	<i>PERIMETRO (μm)</i>	<i>FERET (μm)</i>	<i>F. DE FORMA</i>
CARBUTO 7				
200X	39.16	25.9	9.59	1.36
400X	43.74	26.78	9.56	1.3
1000X	50.84	28.76	9.91	1.29
CARBUTO 8				
100X	115.19	61.9	20.95	2.64
200X	182.64	81.05	23.5	2.86
400X	192.88	84.65	24.63	2.96
1000X	208.41	85.62	24.38	2.8
CARBUTO 9				
50X	297.5	76.19	30.47	1.55
100X	349.2	86.66	34.28	1.71
200X	422.8	95.92	36.93	1.73
400X	455.18	99.47	37.3	1.73
1000X	465.88	101.24	38.28	1.75
CARBUTO 10				
100X	112.47	46.67	17.14	1.54
200X	149.3	53.71	20.14	1.54
400X	156.2	61.2	21.043	1.91
1000X	177.07	66.476	21.90	1.99
CARBUTO 11				
100X	88.9	55.24	17.14	2.73
200X	115.23	68.1	18.7	3.2
400X	119.74	72.69	19.37	3.5
1000X	130.6	76.0	20.09	3.52
CARBUTO 12				
100X	89.79	40.95	16.19	1.5
200X	116.2	48.9	18.22	1.64
400X	119.63	49.74	18.65	1.64
1000X	130.39	52.28	18.76	1.67
CARBUTO 13				
200X	50.6	30.22	11.51	1.43
400X	52.84	31.56	11.24	1.50
1000X	60.02	33.24	12.09	1.47
CARBUTO 14				
100X	126.98	51.43	19.05	1.65
200X	138.02	56.11	20.62	1.82
400X	141.01	59.78	20.8	2.08
1000X	148.67	62.09	21.33	1.92
CARBUTO 15				
100X	232.2	66.67	23.81	1.52
200X	244.3	71.46	24.94	1.66
400X	246.74	81.54	25.34	2.14
1000X	268.06	85.4	25.81	2.17

LISTA DE TABLAS

TABLA		PAG.
1.1	Comparación de las geometrías euclíadiana y fractal.	5
2.1	Energías de frontera de grano.	21
2.2	Energías de borde de macla.	23
4.1	Composición química de aceros inoxidables.	33
4.2	Composición química de aceros herramienta.	33
5.1	Mediciones en granos individuales de acero AISI 316L	46
5.2	Microdureza y tamaño de grano en acero AISI 304	58
5.3	Mediciones en granos individuales de acero AISI 304	60
5.4	Dimensiones fractales de granos en acero AISI 304	61
5.5	Resultados para carburos en aceros herramienta.	73
6.1	Dimensiones de granos multifractales en acero AISI 304.	77
6.2	Dimensiones fractales de carburos multifractales en acero herramienta 2.	79
6.3	Dimensiones fractales de curvas naturales	80

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	DESCRIPCION	PAG
1.1	Conjunto de Cantor	6
1.2	Curva de von Koch	7
1.3	Copo de nieve fractal	8
1.4	Conjunto con diferentes coberturas	14
1.5	Cobertura de Minkowski.	14
1.6	Método de conteo de celdas.	16
2.1	Frontera de grano de ángulo pequeño	20
2.2	Frontera de grano de ángulo pequeño asimétrica	20
2.3	Variación de la energía de frontera de grano con el ángulo.	22
2.4	Bordes de macla.	22
2.5	Tetrahexaedro.	24
2.6	Energía de impacto vs dimensión fractal en acero Maraging.	26
4.1	Obtención de probetas de acero AISI 316L	34
4.2	Geometría de probetas de acero AISI 316L	34
4.3	Geometría de probetas de acero AISI 304	34
4.4	Curva esfuerzo-deformación para acero AISI 316L	35
4.5	Curva esfuerzo-deformación para acero AISI 304	36
4.6	Equipo de microscopía y análisis de imágenes	39
4.7	Diámetro de Feret máximo	41
5.1	Microestructura del acero AISI 316L, 400X	44
5.2	Microestructura del acero AISI 316L, 1000X	44
5.3	Microestructura del acero AISI 316L, 20% de def., 400X	45
5.4	Microestructura del acero AISI 316L, 20% de def, 1000X	45
5.5	Frontera de grano irregular en acero AISI 316L	46
5.6	Secuencia de imágenes digitalizadas en acero AISI 316L	47
5.7	Gráfico de Richardson para tres granos en acero AISI 316L	48
5.8	Gráfico de Richardson para un grano en acero AISI 316L con 20 % def.	49
5.9	Microestructura de AISI 304, sin def, transversal, 200X.	50
5.10	Microestructura de AISI 304, sin def, transversal, 400X.	50
5.11	Microestructura de AISI 304, sin def, longitudinal, 100X.	51
5.12	Microestructura de AISI 304, sin def, longitudinal, 400X.	51
5.13	Microestructura de AISI 304, 50 % def., transversal, 200X	52
5.14	Microestructura de AISI 304, 50 % def., transversal, 200X, Nomarski.	52
5.15	Microestructura de AISI 304, 50 % def., longitudinal, 100X	53
5.16	Microestructura de AISI 304, 50 % def., longitudinal, 200X, Nomarski.	53
5.17	Secuencia de imágenes digitalizadas en acero AISI 304, sin def.	55
5.18	Secuencia de imágenes digitalizadas en acero AISI 304 a dif. deformaciones.	56
5.19	Variación del tamaño de grano con la deformación en AISI 304.	58
5.20	Variación de microdureza con la deformación en AISI 304.	59
5.21	Gráfico de Richardson, AISI 304, sin deformación, transversal	62
5.22	Gráfico de Richardson, AISI 304, 10% deformación, transversal	62
5.23	Gráfico de Richardson, AISI 304, 20% deformación, transversal	63

5.24	Gráfico de Richardson, AISI 304, 30% deformación, transversal	63
5.25	Gráfico de Richardson, AISI 304, 40% deformación, transversal	64
5.26	Gráfico de Richardson, AISI 304, 50% deformación, transversal	64
5.27	Gráfico de Richardson, AISI 304, sin deformación, longitudinal	65
5.28	Gráfico de Richardson, AISI 304, 10% deformación, longitudinal	65
5.29	Gráfico de Richardson, AISI 304, 20% deformación, longitudinal	66
5.30	Gráfico de Richardson, AISI 304, 30% deformación, longitudinal	66
5.31	Gráfico de Richardson, AISI 304, 40% deformación, longitudinal	67
5.32	Gráfico de Richardson, AISI 304, 50% deformación, longitudinal	67
5.33	Microestructura de acero herramienta 1, 200X.	69
5.34	Microestructura de acero herramienta 1, 1000X.	69
5.35	Microestructura de acero herramienta 2, 100X.	70
5.36	Microestructura de acero herramienta 2, 1000X	70
5.37	Secuencia de imágenes digitalizadas en acero herramienta 2.	71
5.38	Gráfico de Richardson para un carburo en el acero herramienta 1.	72
5.39	Gráfico de Richardson para un carburo en el acero herramienta 2.	72
6.1	Gráfico de Richardson bien ajustado por un única recta, acero AISI 304	76
6.2	Gráfico de Richardson ajustado por una recta con $r = 0.9$	76
6.3	Gráfico de la fig. 6.2 ajustado a dos rectas de regresión	76
6.4	Los conceptos de estructura y textura	77
6.5	Dimensión fractal contra la deformación en acero AISI 304, dir. transversal	79
6.6	Dimensión fractal contra la deformación en acero AISI 304, dir. longitudinal	79
6.7	Gráfico de la fig. 5.39, ajustado a dos rectas de regresión.	80
6.8	Relación entre el factor de forma y la dimensión fractal.	82

SIMBOLOGIA.

Área	A
Ángulo	θ
Dimensión de Hausdorff-Besicovitch	D_H
Dimensión topológica.	D_T
Dimensión fractal	D
Energía de frontera de grano	γ
Energía de frontera de grano de ángulo grande	γ_b
Energía superficial	γ_{sv}
Espaciamiento entre dislocaciones en una frontera de grano de ángulo pequeño	d
Factor de forma	ff
Longitud de un segmento de recta	ε
Longitud	L
Longitud del vector de Burgers	b
Cualquier medida	M
Número de esquinas de un grano	C
Número de aristas de un grano	E
Número de caras de un grano	F
Número de poliedros en un sistema	P
Perímetro	p
Pendiente de la recta de regresión en gráfico de Richardson	m
Tamaño de la unidad de medición.	λ
Volumen	V

RESUMEN AUTOBIOGRAFICO

Moisés Hinojosa Rivera es originario de Monterrey, Nuevo León, donde nació el 1 de marzo de 1966. Sus padres son el Sr. Apolinar Hinojosa y la Sra. Manuela Rivera. Sus estudios profesionales los realizó en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, donde obtuvo el título de Ingeniero Mecánico Administrador en 1988.

Apoyado por una beca del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, realizó estudios de maestría en Ingeniería de Materiales en la misma institución, obteniendo su grado en octubre de 1991.

El M. C. Hinojosa cuenta con experiencia en proyectos de investigación y desarrollo tecnológico, ha publicado 10 trabajos en congresos y revistas nacionales e internacionales, se ha desempeñado además como catedrático impartiendo materias en su área de especialidad. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores.

