

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS



PROPUESTA DIDACTICA
MATERIAL INSTRUCCIONAL PARA EL ESTUDIO
DE LOS NUMEROS REALES

Que para obtener el Grado de Maestría en
La Enseñanza de las Ciencias con
Especialidad en Matemáticas

PRESENTA
RAMON CASAS ZAVALA

Ciudad Universitaria San Nicolás de los Garza, N. L.
Junio de 2001

MIARE

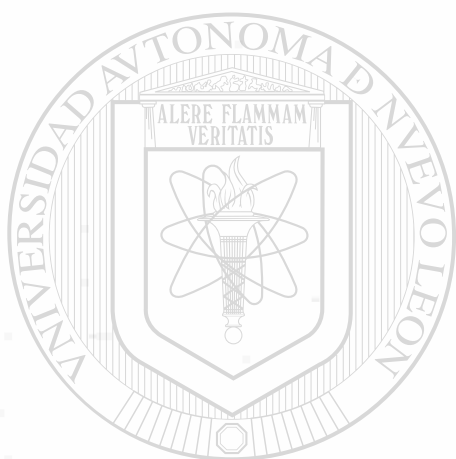
WARRANTY MATHEMATICS

20001

TM
Z6651
FCFM
2001
C3



1020145838



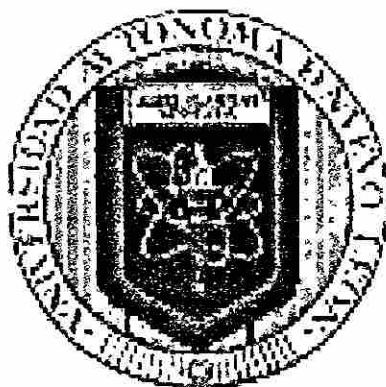
UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS**



**PROPUESTA DIDÁCTICA
MATERIAL INSTRUCCIONAL PARA EL ESTUDIO
DE LOS NUMEROS REALES**

Que para obtener el GRADO de

**Maestría en la Enseñanza de las Ciencias con Especialidad en
Matemáticas.**

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Presenta:

RAMON CASAS ZAVALA

Cd. Universitaria

San Nicolás de los Garza, N.L.

Junio del 2001

0149-69160

TH
Z6651
FCFH
2001
C3



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO
TESIS

Dedicatoria

Por quién vivo: Mi madre

Doña Amparo Zavala Torres.

Para quién vivo: Mis hijos queridos

Lilia A. Casas Verde

Ruth A. Casas Lozano

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS
Iris N. Casas Lozano

Ramón E. Casas Verde

Ramón A. Casas Lozano

Para con quién vivo: Mi esposa

Sra. Virginia Lozano Mireles.

AGRADECIMIENTOS:

Principalmente a Dios.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León que me dió la oportunidad de realizar este grado académico .

Al Lic. Nicolás Duarte Ortega, Director de la Facultad de Filosofía y Letras y a la Sra. Cristina Franco Garza, por las facilidades brindadas para la obtención de la maestría.

A los maestros Cubanos por su asesoría y conocimientos que constituyeron una gran ayuda en esta etapa.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

A los coordinadores y maestros del Programa.

Al Director General de Educación Tecnológica Agropecuaria Ing. Ernesto Guajardo Maldonado y al Coordinador Estatal Ing. Victor A. Longoria Alanís por el permiso otorgado para la realización de estos estudios.

CONTENIDO

	Pags.
RESUMEN	1
INTRODUCCIÓN	3
CAPITULO I.	
MARCO CONTEXTUAL	8
LA DIRECCIÓN DEL PROCESO DOCENTE EDUCATIVO	11
CAPITULO II.	
MARCO TEÓRICO.	
2.1. Definición de la terminología utilizada.	16
2.2. Teorías relevantes.	18
2.2.1. Teorías sobre aprendizaje.	18
2.2.1.1. Teoría de la Gestalt.	18
2.2.1.2. Teoría de la equilibración de Piaget.	20
2.2.1.3. Teoría del aprendizaje de Vigotskii	21
2.2.1.4. Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.	22
2.2.1.5. Teoría ACT: Control Adaptivo del Pensamiento.	24
2.3. Diseño de materiales instruccionales.	26
CONCLUSIONES.	28
RECOMENDACIONES.	30
CAPITULO III.	
Propuesta didáctica	
Material Instruccional para el estudio de los números Reales.	31
3.1. Subconjunto de los números reales.	32
Actividades de autoestudio.	37
Actividades cooperativas.	37
Actividades complementarias.	38
3.2. Operaciones básicas con números enteros.	39
3.2.1. Leyes de los signos.	39

3.2.1.1. Suma o Adición.	39
3.2.1.2. Resta o Diferencia.	40
3.2.1.3. Multiplicación de operaciones básicas.	41
3.2.1.4. División.	42
Ejercicios para resolver de manera individual. (3.2)	43
3.3. Axiomas de los números Reales.	44
3.3.1. Cerradura.	44
3.3.2. Conmutativa.	45
3.3.3. Asociativa.	45
3.3.4. Identidad.	47
3.3.5. Inversa.	47
Actividades de autoestudio. (3.3)	48
Ejercicios para resolver de manera individual. (3.3)	49
Actividades cooperativas. (3.3)	50
3.4. Propiedades de la igualdad.	50
3.4.1. Reflexiva.	50
3.4.2. Simétrica.	50
3.4.3. Transitiva.	51
3.4.4. Sustitución.	52
3.4.5. Aditiva.	52
3.4.6. Multiplicativa.	52
Actividades de autoestudio. (3.4)	53
Ejercicios para resolver de manera individual.(3.4)	53
Actividades cooperativas.(3.4)	54
3.4.7. Teoremas.	54
3.5. Operaciones con números enteros.	55
3.5.1. Jerarquía en las operaciones aritméticas fundamentales.	55
Actividades de autoestudio.(3.5)	56
Ejercicios para resolver de manera individual.(3.5)	57
Actividades cooperativas.(3.5)	57
3.6. Números racionales.	57
3.6.1. Fracciones propias e impropias.	58
Actividades de autoestudio.(3.6.1)	59
Ejercicios para resolver de manera individual. (3.6.1)	59
Actividades cooperativas. (3.6.1)	60
3.6.2. Fracciones equivalentes.	61
3.6.3. Reglas de divisibilidad.	62
Actividades de autoestudio. (3.6.3)	62
Ejercicios para resolver de manera individual. (3.6.3)	63

Actividades cooperativas. (3.6.3)	63
SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS.	64

ANEXOS

Guía de entrevista para Profesores de Matemáticas I	69
Cuestionario dirigido a los alumnos que cursan la asignatura de Matemáticas I	71
Examen de Diagnóstico	73
Evaluación del ingreso a la Educación Media Superior Tecnológica 1999-2000	76
Reporte global del ingreso a la Educación Media Superior Tecnológica 1999-2000	77
Evaluación del ingreso a la Educación Media Superior Tecnológica 1999-2000	78
BIBLIOGRAFÍA	80



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



RESUMEN

El texto, en las instituciones del nivel medio superior es la herramienta instruccional del maestro y no puede ser conceptualizado como una simple unidad de información cuya estructura es simple y plana. Menos aún cuando su función se asocia con la enseñanza. Más bien, debe ser concebido como una jerarquía de contenidos, en la que los hechos y declaraciones se interrelacionan estableciendo conexiones unas con otras, para comunicar y enseñar un contenido instruccional.

Tomando en cuenta que el libro de texto ocupa un lugar importante en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas y que puede convertirse en un obstáculo que frene el aprendizaje si el mismo no se encuentra en el sistema con el P.E.A. de la asignatura, se podría plantear el siguiente **problema:**

“Las dificultades para el logro en los alumnos de un aprendizaje significativo en la asignatura de Matemáticas I en el Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario No. 50 de Cd. Anáhuac; Nuevo León”.

Objeto de estudio. "El proceso docente-educativo de la asignatura de Matemáticas I en el nivel medio superior".

Objetivo. Presentar un material instruccional para el estudio de los números reales de modo que se contribuya al aprendizaje significativo de la asignatura por medio de la organización en sistema del P.E.A. de Matemáticas I.

Dado que el libro de texto juega un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El desarrollo de un material didáctico, específicamente un libro de texto que involucre una metodología de enseñanza que propicie el aprendizaje significativo, daría como consecuencia el tener de guía ese material, lo que conllevaría a una modificación en la forma de enseñar y que repercutiría en un mejor aprendizaje.

Surge, entonces, como prioridad en esta propuesta didáctica que los alumnos cuenten con materiales instruccionales sencillos, interesantes, con aplicaciones que le permitan construir sus propios conocimientos, fundamentalmente con los esquemas que ya poseen, logrando aprendizajes significativos que podrán transferir a la solución de problemas tanto académicos como de la vida diaria, así como también desarrollando habilidades tales como el autoestudio, reforzando actitudes y practicando valores.

INTRODUCCION

La educación es un factor importante para el desarrollo social y económico de los países, se ha considerado que es la llave de acceso para este siglo y gira principalmente en torno a preparar a los estudiantes para enfrentarlos a situaciones reales en una sociedad que demanda acciones concretas. Dicha preparación implica cambios en la forma de enseñar, cambios en las estrategias y métodos de enseñanza, cambios que conlleven a la participación activa de los estudiantes en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Es un hecho innegable que a muchos alumnos no les gusta la materia de Matemáticas, fenómeno que se ve reflejado en los elevados índices de reprobación en dicha asignatura. Educadores y Psicólogos han observado el bajo rendimiento intelectual de los alumnos en ésta materia desde el nivel básico hasta el superior.

En un estudio de investigación-acción realizado en el Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario No. 50 de Cd. Anáhuac; Nuevo León, se llegó a la conclusión de que gran parte de este fenómeno reside en la forma de aprender de los estudiantes, que provoca aprendizajes memorísticos y repetitivos y no un aprendizaje significativo, donde el alumno sea capaz de transferir a otros contextos.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

En nuestro país, se han realizado eventos tendientes a mejorar la educación, tal es el caso del Foro de Consulta Popular sobre la Educación Media Superior y Superior para la integración del Plan Nacional de Desarrollo 1995-2000, en el que el Maestro José Doger Corte en su ensayo "Vinculación Universitaria con las necesidades de los sectores social y productivo", menciona que los cambios que se promuevan en la educación son que las universidades deben tener expresamente clarificada su misión, sustentadas en su concepción sobre el saber, el hacer y el ser, misión comprometida con la sociedad y su bienestar, en donde la calidad es su mejor atributo.

Una misión comprometida con la formación de profesionistas que el país necesita, ser agentes de cambio de la sociedad, e incidir más en la formación del individuo.

Jesús Urzúa Macías en "Educación Media Superior y Superior en sus distintas modalidades" hace una reflexión sobre un nuevo paradigma educativo, el cual está orientado al desarrollo de habilidades del pensamiento, mediante la creación de un contexto en donde se propicie que los estudiantes construyan sus propios conocimientos, aprendan a solucionar problemas cooperativamente y adquieran habilidades en el contexto de problemas reales; y que tenga como resultado el que todos los estudiantes aprendan a pensar.

Los argumentos anteriormente expuestos demandan cambios en la forma de actuar de los estudiantes, por tal razón y ante tal problemática se propone como alternativa de solución el diseño de Materiales Instruccionales (textos) que coadyuven a lograr un aprendizaje significativo. El cual no está centrado en la enseñanza sino en el aprendizaje del alumno y que requiere de él un papel preponderantemente activo. Esto implica un cambio cultural, pasando de la memorización a la comprensión, de la incorporación de información a la discriminación de ésta. El desarrollar habilidades del pensamiento permitirá a los alumnos un mejor procesamiento de información; lo cual posibilitará el desarrollo de esquemas que faciliten el almacenamiento, la recuperación, el uso de los conocimientos así como la transferencia de los mismos a otros contextos.

Los Materiales Instruccionales posibilitan la actividad constructivista del alumno, con el cual éste aprenderá de manera significativa, desarrollará habilidades como las de autoestudio, la creatividad, retención de contenidos, reforzará actitudes y practicará los valores. Haciendo posible que tanto el profesor como el alumno tengan una participación más activa, que permita que se cumpla el logro de los objetivos.

Como se puede apreciar al plantear la problemática existen muchos factores que inciden en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las Matemáticas. Pero el libro de texto juega un papel central, ya que es un medio que influye tanto en los contenidos como en la forma de presentarlos.

"El texto, en las instituciones del nivel medio superior es la herramienta instruccional del maestro y no puede ser conceptualizado como una simple unidad de información cuya estructura es simple y plana. Menos aún cuando su función se asocia con la enseñanza. Más bien, debe ser concebido como una jerarquía de contenidos, en la que los hechos y declaraciones se interrelacionan estableciendo conexiones unas con otras, para comunicar y enseñar un contenido instruccional".

Tomando en cuenta que el libro de texto ocupa un lugar importante en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las Matemáticas y que puede convertirse en un obstáculo que frene el aprendizaje si el mismo no se encuentra en el sistema con el P.E.A. de la asignatura, se podría plantear el siguiente problema:

"Las dificultades para el logro en los alumnos de un aprendizaje significativo en la asignatura de Matemáticas I en el Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario No. 50 de Cd. Anáhuac; Nuevo León".

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Objeto de estudio. "El proceso docente-educativo de la asignatura de Matemáticas I en el nivel medio superior".

Objetivo. Presentar un material instruccional para el estudio de los números reales de modo que se contribuya al aprendizaje significativo de la asignatura por medio de la organización en sistema del P.E.A. de Matemáticas I.

Dado que el libro de texto juega un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El desarrollo de un material didáctico, específicamente un libro de texto que involucre una metodología de enseñanza que propicie el aprendizaje significativo, daría como consecuencia el tener de guía ese material, lo que conllevaría a una modificación en la forma de enseñar y que repercutiría en un mejor aprendizaje.

Campo de acción. La organización del P.E.A. como función Dirección del proceso docente educativo

Variable dependiente. "Aprendizaje significativo de los contenidos de la asignatura".

Variable independiente. "Organización del P.E.A. de Matemáticas I incluyendo los Materiales Instruccionales".

Hipotesis. "Si se presenta un material instruccional para el estudio de los números reales basados en la organización del Proceso Docente Educativo en la asignatura de Matemáticas I incluyendo los Materiales Instruccionales de apoyo, entonces se puede contribuir al logro de un aprendizaje significativo en el dominio de las habilidades necesarias en la resolución de problemas y tareas docentes de la asignatura".

Surge, entonces, como prioridad en esta propuesta didáctica que los alumnos cuenten con materiales instruccionales sencillos, interesantes, con aplicaciones que le permitan construir sus propios conocimientos, fundamentalmente con los esquemas que ya poseen, logrando aprendizajes significativos que podrán transferir a la solución de problemas tanto académicos como de la vida diaria, así como también desarrollando habilidades tales como el autoestudio, reforzando actitudes y practicando valores.

La importancia de elegir la materia de Matemáticas I para la propuesta didáctica, radica en el hecho de que sirve como sustento para los cursos siguientes de Matemáticas contemplados en el mapa curricular del bachillerato.

Tareas científicas.

1. Estudio diagnóstico para evaluar nivel de aprendizaje de los alumnos.
2. Análisis de expertos sobre el desarrollo del P.E.A. de la asignatura de Matemáticas I.
3. Estudio teórico de los aspectos que se involucran en la organización del P.E.A.
4. Estudio bibliográfico relacionado con la elaboración de Materiales Instruccionales.
5. Elaboración de la propuesta para organizar los contenidos.
6. Aplicación de la propuesta didáctica.
7. Elaborar una clase piloto para uso y manejo del material para lograr el objetivo.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPITULO I

MARCO CONTEXTUAL

La clase de Matemáticas, se contempla en el curriculum de preparatoria, dado que el perfil del egresado de bachillerato en el Sistema Tecnológico Agropecuario está encaminado a desarrollar en los alumnos las habilidades y conceptos dirigidos al razonamiento lógico deductivo, además de introducirlos al lenguaje simbólico que utilizan las ciencias y proveerlos de los conocimientos fundamentales de todo sistema matemático, así como de las técnicas para manipular sus elementos.

Actualmente existen en el Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario No. 50, cinco cursos de Matemáticas los cuales están diseñados para cumplir las expectativas mencionadas con anterioridad. Estos cursos son secuenciales y un curso es la base para el siguiente ya que son acumulativos y crecen en nivel de abstracción y conocimientos.

Es generalizado entre los estudiantes el concepto que se tiene de las Matemáticas, se les considera difíciles y los índices de reprobación contribuyen a esta forma de pensar.

La dificultad que el conocimiento matemático presenta para los alumnos es además resultado de la valoración de la que es objeto este conocimiento en nuestra sociedad. Los alumnos son objeto de una fuerte presión por parte de las familias y de la propia institución escolar con el fin de demostrar su valía mediante un buen rendimiento en el aprendizaje de las Matemáticas, lo que produce a menudo un exceso de ansiedad, bloqueos, rechazo y frustración.

Bajo este contexto la situación actual que se tiene es la siguiente: Los alumnos que ingresan al Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario No. 50 tienen conocimientos previos deficientes(como se muestra en la evaluación del ingreso a la educación media superior tecnológica 1999-2000), pasivos, mecanicistas, que realizan operaciones sin comprenderlas y que por lo tanto son incapaces de resolver problemas de aplicación, teniéndose una cantidad importante de alumnos reprobados, considerando que quienes logran pasar, lo hacen con conocimientos deficientes.

Enseguida se presentan algunas fallas detectadas en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, las cuales están basadas en el diagnóstico presentado, aunado al resultado de una encuesta (ver anexo A) aplicada a una muestra de maestros de matemáticas del Centro de Bachillerato tecnológico Agropecuario No. 50 de Cd. Anáhuac, Nuevo León, a la experiencia docente de quien suscribe y a una revisión bibliográfica de algunos libros de texto de matemáticas a nivel de preparatoria.

I) La enseñanza está centrada en la impartición de la información por parte del maestro y en la memorización y mecanización de leyes y/o teoremas por parte de los alumnos, lo que conlleva a un aprendizaje percedero. Esta falla no es exclusiva del área de matemáticas ya que se presenta en cada área y nivel de la educación. Surge debido a que desde los inicios de la educación ésta se centró en que los maestros impartieran a los alumnos sus conocimientos y éstos los aprendieran. "las clases en este sistema han tenido desde sus orígenes un carácter lectivo (de lecciones de conocimiento) pero al ir incrementándose la cantidad de conocimientos durante el transcurso de la historia, el maestro tomó el papel de de un simple importador de información y el alumno un receptor de la misma sin cuestionarse ambos la importancia del aprendizaje significativo de conocimientos.

2) La necesidad del maestro de "cubrir" una gran cantidad de temas del programa (pensado para impartirse en un tiempo limitado) no permite la estimulación de procesos reflexivos, ni la realización de actividades que conduzcan al logro de un aprendizaje significativo de los temas.

3) Los contenidos están desconectados entre sí y los conocimientos adquiridos en la clase no se relacionan con la práctica. Los contenidos se ven en forma aislada lo que no permite la hilación de los conceptos y la construcción integral del conocimiento. Además el no mostrar su relación con problemas reales provoca desconcierto en cuanto a su aplicabilidad en situaciones de la vida diaria, lo que disminuye el grado de interés para su aprendizaje.

4) Los textos existentes en el área de las matemáticas tienen una tendencia al instruccionalismo. Es decir, se explica un teorema y/o ley y se ponen ejemplos que la aplican y en algunos casos también se da una demostración que por lo regular resulta bastante abstracta.

Lo anterior no da la oportunidad al alumno de poder deducir las leyes o reflexionar sobre el por qué de su existencia. Por lo cual su aprendizaje se basa en la memorización y la mecanización de los procesos.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La dirección del proceso docente educativo

En la dirección del proceso, el profesor determina el orden de sus actividades, que incluye como sus funciones: **la planificación, la organización, la gerencia y la evaluación**, estas funciones hacen que este proceso se desarrolle cíclicamente. Cada una de ellas tienen un carácter específico y pueden estudiarse independientemente, pero por su esencia, todas ellas están estrechamente interrelacionadas y se compenetran unas con las otras.

Por tanto, el proceso de dirección debe considerarse como un proceso único e integral y la delimitación de cada una de estas funciones sólo tiene como objetivo, el elaborar los métodos y procedimientos para la realización más efectiva en la práctica.

Este proceso es un sistema que tiene su cualidad resultante, que son los objetivos planteados, su composición, que son los elementos requeridos: **organización, planificación, gerencia y evaluación**, para garantizar su funcionamiento, su estructura dada por el conjunto ordenado de relaciones entre dichos elementos para asegurar el cumplimiento de los objetivos. Esta estructura es estática cuando se ven las relaciones de estos componentes desde el punto de vista del espacio y dinámica cuando se ven las relaciones de estos componentes en el tiempo. Finalmente su relación con el medio que lo rodea, ya que el mismo está expuesto a determinadas condiciones externas.

Las características fundamentales de este sistema son las siguientes :

- **El isomorfismo**, ya que su estructura es igual a la estructura del proceso docente educativo en la disciplina como sistema, por eso podemos decir que el sistema de dirección en una disciplina es isomorfo al proceso docente educativo como sistema.
- **La equifinalidad**, que significa que en este sistema de dirección podemos obtener los mismos resultados finales a partir de diferentes condiciones iniciales y a través de una variedad de métodos, es decir, no siempre las características del colectivo

estudiantil son las mismas y los métodos y medios utilizados pueden ser muy variados, como categorías dinámicas de la didáctica, pudiendo obtener los mismos resultados, esto depende de las características del colectivo estudiantil y del desarrollo del proceso docente educativo como tal.

- **La entropía negativa**, propiedad de este sistema, según la cual, la dirección del proceso docente educativo se va por encima de las características individuales y colectivas de los estudiantes, del proceso de asimilación de los contenidos de los mismos, etc., donde el estudiante apela a los recursos no acorde a los valores que la sociedad plantea, como lo es el fraude y se logra aprobar la asignatura, pero el trabajo político-ideológico, educativo y el carácter consciente de la asimilación de los conocimientos es deficiente. En este sentido se dice que el sistema adquiere entropía negativa, es decir, el sistema de dirección puede funcionar y culminar el proceso de forma exitosa desde el punto de vista docente, pero el aspecto educativo no se cumple, existiendo por tanto, dificultades en la formación integral de los estudiantes, afectando así la calidad de los resultados obtenidos, en fin, el sistema se sobrecarga y se da una ruptura entre la dirección de los aspectos docentes y educativos dándose una interacción negativa, pues el proceso continúa y los aspectos negativos no se lograron superar con esos estudiantes.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

- **La sinergia**, que implica que el funcionamiento interrelacionado de todos los elementos del sistema, del proceso docente educativo en la disciplina, permite obtener mejores resultados (sinergia positiva) o peores resultados (sinergia negativa), que los alcanzados por los elementos actuando aisladamente. En este sentido es importante que se logre un efecto sinérgico positivo, lo que depende de la capacidad del profesor en la dirección del proceso de aprovechar el potencial de dichas interacciones, para lograr ese funcionamiento del sistema, se puede auxiliar de la

evaluación como una de las funciones de la dirección de este proceso.

Este sistema de dirección es vital para el desarrollo del proceso docente educativo y su función general es la de integrar las distintas partes y elementos de este proceso, así como su relación con el entorno, para ello se deben llevar a cabo las funciones anteriormente mencionadas.

La planificación es la función mediante la cual se proyecta el desarrollo del proceso, por lo que implica la precisión de los objetivos, el contenido, el sistema de tareas a desarrollar, los problemas, los métodos y medios de enseñanza, para toda la asignatura y para cada uno de los temas que la componen.

En ella deben verse la combinación adecuada de las diferentes tareas para el desarrollo de habilidades y propiciar la asimilación consciente de los contenidos. Esta combinación se expresa como un conjunto particular de interrelaciones entre las diferentes tareas que dan lugar al desarrollo de la independencia cognoscitiva, sobre la base de las acciones esenciales y las habilidades generalizadoras.

La organización tiene como objetivo establecer un orden interno coherente que permita el funcionamiento del proceso como una unidad, por lo que implica la estructuración y el ordenamiento interno de los componentes personales del proceso:

profesor - alumno, y de los elementos del contenido de las asignaturas: conocimiento, habilidades, hábitos y valores, con vista a lograr de la manera más eficiente los objetivos propuestos. Entonces, la organización del proceso supone dotar al mismo de una estructura que permita coordinar e integrar el sistema de tareas planificado.

En esta organización coexisten la estructura **formal e informal**.

La formal es la que se hace teniendo en cuenta el sistema de tareas planificadas y las clases, mientras que la relación de las tareas no planificadas, y que surgen atendiendo a las diferencias individuales de los estudiantes, constituyen una organización informal.

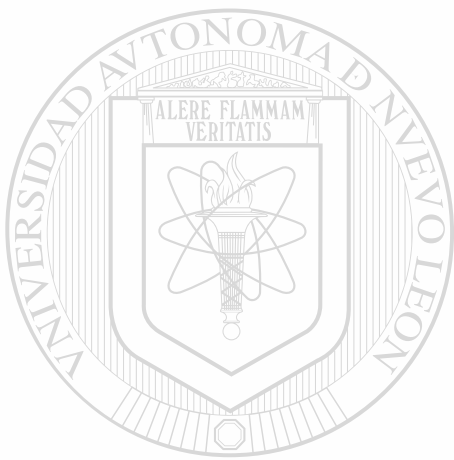
Estas dos estructuras están en continua interrelación, lo que hace que generalmente sea imposible establecer la separación entre ambas, por tanto ellas coexisten y entre ambas se producen continuas interdependencias.

Es necesario que la estructura formal sea sometida a las modificaciones oportunas, para así adaptarlas a las condiciones cambiantes del colectivo estudiantil, de cada estudiante y su entorno y que en el proceso de adaptación se puedan incorporar a la estructura formal aquellos elementos de la informal sean considerados convenientes.

La gerencia del **proceso docente-educativo**, se da a través de la ejecución del proceso en su dinámica y consisten en tomar decisiones para que el sistema se dirija en el sentido del cumplimiento de los objetivos. De acuerdo con Alvarez de Zayas, Escuela y la vida 1999, en que la evaluación es el eslabón, ya que debe unir en forma interrelacionada dos procesos, el necesario para rectificar lo pasado de los objetivos aún no alcanzados y el nuevo que va hacia el futuro para alcanzar nuevos objetivos, la gerencia debe lograr esto ya que el proceso docente-educativo es irreversible en su esencia.

La evaluación, como consecuencia de la naturaleza abierta del proceso docente educativo, es el complemento lógico de la planificación y sus características dependen, y a la vez influyen, en la organización. Esta función es una de las esenciales de la dirección del proceso docente educativo el cual está sometido a las perturbaciones del entorno, y en consecuencia también de dicho proceso.

Su misión es lograr que el sistema se mantenga dentro de una trayectoria previamente definida, introduciendo las correcciones necesarias para evitar las desviaciones que se vayan produciendo, se trata, por tanto, lograr mantener la estructura del proceso y las interacciones entre las diferentes categorías de la didáctica de convertir en autorregulable el sistema proceso docente-educativo.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los aspectos teóricos más elevantes relacionados con el problema de la presente propuesta didáctica, para lo cual se hace una breve conceptualización de los términos involucrados para después ahondar en las teorías más importantes sobre los mismos.

Por último se presentan algunos criterios psicopedagógicos y los lineamientos curriculares generados a partir de las teorías más anteriores.

2.1. Definición de la terminología utilizada.

Se puede notar que es necesario definir ciertos términos utilizados en el objetivo del trabajo para llegar a tener una mejor comprensión del mismo.

Para hablar de **Material Instruccional** es necesario definir como primer paso lo que es instrucción. La "Instrucción" es un vocablo de origen latino (instructio) que etimológicamente significa <construir en>, y se usa en un sentido psicológico de "información", "transmisión de conocimientos" (Gzz. Cárdenas, 17).

Debido a que el problema se pretende solucionar mediante el diseño de un material instruccional basado en la metodología de procesos es necesario definirla. **Metodología** proviene de método. Por **Método** se entiende el camino a seguir (secuencia de pasos) para hacer algo.

La metodología de procesos se fundamenta en la enseñanza basada en procesos la cual se define según Margarita de Sanchez (1991) así:

"la enseñanza basada en procesos consiste en la aplicación del enfoque de los procesos en la metodología para estimular el aprendizaje."

Los pilares fundamentales del modelo de procesos para desarrollar habilidades intelectuales son:

- **la intencionalidad** del acto mental y de la actividad mediante la cual se dirige y optimiza el uso de la capacidad intelectual del individuo,
- **la concientización** del acto mental y de la actividad mediante la cual se dirige y optimiza el uso de la capacidad intelectual del individuo,
- **el enfoque** de sistemas como instrumento de pensamiento, como producto de la metodología de procesos y como fuente de retroalimentación y de optimización del acto mental,
- **la participación** del aprendiz como medio que permite verificar el acto mental y seguir el progreso alcanzado,
- **el monitoreo** de los procesos y el papel del maestro como mediador del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por otra parte se define lo que se entiende por **aprendizaje**.

"Aprendizaje" es un sustantivo derivado del verbo aprender y éste a su vez del vocablo latino "aprehendere", que significa "coger", apuñalar algo para que no se escape. La definición recogida del diccionario dice "aprender.."Adquirir el conocimiento de una cosa por medio del estudio o de la experiencia (Gzz. Cárdenaz,20).

Frecuentemente se confunde el límite entre **instrucción** y **aprendizaje**, la **instrucción** se refiere al "qué y cómo" enseñar, el **aprendizaje** es el resultado de la instrucción.

Por último es necesario definir lo que es **aprendizaje significativo** : es el que se tiene cuando las cosas adquieren sentido para el individuo al relacionarlas con su conocimiento previo y con su realidad circundante.

2.2. Teorías relevantes.

En el planteamiento del problema se habla sobre el aprendizaje, la metodología de procesos y el diseño de materiales instruccionales, pero para tener una visión más amplia de estos conceptos enseguida se realiza una recopilación sobre las teorías más importantes que lo fundamentan.

2.2.1. Teorías sobre aprendizaje.

Entre la teorías figuran: las de **la Gestalt, Piaget, Vigostskii y Ausubel**. Estas teorías se ocupan del aprendizaje de conceptos; proceso mediante el cual cambian las estructuras conceptuales de forma tanto cuantitativa como cualitativa.

Ademas, entre las teorías computacionales destacan: **ACT (Adaptative Control Thinking)**, Modificación de esquemas y Modelos Mentales. El nombre genérico de tales teorías se debe a que en su pensamiento básico siguen la analogía entre mente y computadora, en cuanto a sus aspectos funcionales.

2.2.1.1. Teoría de la Gestalt: Aprendizaje por "insigth".

La escuela de la **Gestalt** (término alemán que podría traducirse por configuración o forma), es totalmente opuesta a los principios del asociacionismo, ya que sus ideas son **antiatomistas** (en la medida en que rechazan la concepción del conocimiento como una

suma de partes preexistentes) y estructuralistas (ya que conciben que la unidad mínima de análisis es la estructura o la globalidad).

Para obtener una solución productiva a un problema, se requiere la comprensión de la estructura global de las situaciones (toma de conciencia acerca del problema, sus componentes y la solución). Según la **Gestalt** este fenómeno se da a través del **insight** (comprensión súbita).

Otro punto importante es la **experiencia previa**, la cual bajo ciertos contextos puede ser un facilitador u obstaculizador de la reestructuración (o insight)

En cuanto a las condiciones que favorecen el insight es necesario distinguir entre dos procesos básicos: la **percepción** (categorización de los objetos en forma inmediata) y el **pensamiento** (estructuras de conceptos).

La **Gestalt** plantea el aprendizaje como pensamiento ya sea **productivo** (implica el descubrimiento de una nueva organización perceptiva o conceptual, con respecto a un problema), o **reproductivo** (consiste sólo en aplicar destrezas o conocimientos ya adquiridos con anterioridad, a situaciones nuevas).

Para el desarrollo de los materiales instruccionales es importante tomar en cuenta los dos tipos de pensamiento que plantea la Gestalt es decir, el **productivo** y el **reproductivo**, ya que a la hora de llegar a conceptualizar una definición, sería más útil el pensamiento reproductivo. También es muy importante tomar en cuenta el efecto que causan la **experiencia previa** y el **insight** dentro del aprendizaje.

2.2.1.2. Teoría de la equilibración de Piaget.

Piaget distinguía entre aprendizaje en sentido estricto, por el que se adquiere del medio de información específica, y aprendizaje en sentido amplio que consiste en el progreso de las estructuras cognitivas mediante procesos de equilibración.

Para Piaget el proceso cognitivo no es consecuencia de la suma de pequeños aprendizajes puntuales, sino que está regido por el proceso de equilibración existente entre dos procesos que son la **asimilación** y la **acomodación**.

La **asimilación** es el proceso por el que el sujeto interpreta la información que proviene del medio, en función de sus esquemas o estructuras conceptuales disponibles.

La **acomodación** es el proceso por el cual los conceptos e ideas se adaptan rápidamente a las características, vagas pero reales, del mundo. La **acomodación** supone no solo una modificación de los esquemas previos en función de la información asimilada, sino también una nueva asimilación o reinterpretación de los datos o conocimientos anteriores en función de los nuevos esquemas construidos.

De lo anterior se deduce que no existe asimilación sin acomodación y viceversa.

Es necesario considerar en el desarrollo de los materiales instruccionales lo que dice Piaget sobre el hecho de que el aprendizaje se da a través de los procesos de **asimilación** (ajuste de la información nueva a la ya existente) y **acomodación** (reestructuración del pensamiento para integrar el nuevo conocimiento adquirido), es decir que hay que tomar en cuenta el ajuste que se da entre la nueva información que se muestra al

aprendiz con la información previa del mismo, además de tomar en cuenta que esto provoca una reestructuración de su pensamiento para integrar el nuevo conocimiento.

2.2.1.3. Teoría del aprendizaje de Vigotskii.

Fundador de la teoría sociocultural en psicología, es el primero en lograr una articulación entre los procesos psicológicos y socioculturales, por lo que se considera uno de los esquemas teóricos más importantes de su época (1925-1934) y que aún después de 67 años sigue siendo vigente.

Vigotskii propone una psicología basada en la actividad, considera que el hombre no se limita a responder a los estímulos sino que actúa sobre ellos, transformándolos. Esto es posible a la medición de instrumentos que se interponen entre el estímulo y la respuesta. Existen dos clases de instrumentos en función del tipo de actividad:

- **Herramienta:** actúa materialmente sobre el estímulo modificándolo.
- **Signo:** sistemas de símbolos que median las acciones, como el lenguaje.

Según **Vigotskii**, el vector de desarrollo del aprendizaje, va del exterior del sujeto al interior, es un proceso de internalización o transformación de las acciones externas, sociales, en acciones internas, psicológicas. **Vigotskii** también distingue dos niveles de desarrollo o dos tipos de conocimientos que son:

Desarrollo efectivo: el que se logra hacer de manera autónoma.

- Representa los mediadores ya internalizados.

Desarrollo potencial: el que es capaz de hacer con ayuda de otras personas o de instrumentos mediadores externamente proporcionados.

Vigotskii crea así el concepto de "zona de desarrollo próximo", que es la distancia existente entre el nivel real de desarrollo que el niño expresa en forma espontánea y/o autónoma y el nivel de desarrollo potencial manifestado gracias al apoyo de otra persona. Este concepto es crucial ya que entremezcla el desarrollo cognoscitivo y la cultura.

Es importante rescatar el punto de vista que tiene Vigotskii sobre el aprendizaje, ya que toma a la cultura como una parte esencial, debido a que todo conocimiento se da en un contexto el cual forma parte de una cultura, por lo cual éste es un aspecto de suma importancia al considerar el diseño de los "Materiales Instruccionales".

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

2.2.1.4. Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.

Esta teoría está centrada en el aprendizaje producto de un contexto educativo. Ausubel propone que la "estructura cognoscitiva" consiste en un conjunto organizado de ideas preexistentes al nuevo aprendizaje que va a ser instaurado. Por lo cual la estructura cognoscitiva depende de su operación de que se puedan interrelacionar las siguientes variables:

- **Inclusividad** por subsunción: estrategia cognoscitiva que permite que el individuo, por medio de aprendizajes anteriores de carácter más genérico y ya estables, abarcar nuevos conocimientos que sean específicos o subordinados.
- **Disponibilidad** de subsunsores: disponibilidad, en la organización cognoscitiva, de conceptos subsunsores en un nivel apropiado de inclusión.
- **Discriminabilidad:** entre los nuevos materiales y los conceptos subsunsores. Cuando hay una gran semejanza conocida, los subsunsores "subyugan" o "substituyen" al nuevo material y se funden. Solamente en el caso que sean discriminables tendrán valor para su retención en cuanto a conceptos o contenidos diferentes.

Existen tres formas de aprendizaje significativo según Ausubel estas son:

1) Aprendizaje subordinado, para este aprendizaje existen dos casos:

a) Inclusión derivativa: la nueva información se vincula a la idea supraordinada y representa otro caso o extensión de la misma.

No se cambian los atributos del criterio del concepto pero se reconocen nuevos ejemplos como relevantes.

b) inclusión correlativa: la nueva información es vinculada a la idea, pero es una extensión, modificación o limitación de la misma. Los atributos del criterio del concepto pueden ser extendidos o modificados con la nueva inclusión correlativa.

- 2) **Aprendizaje supraordinado:** las ideas se reconocen como ejemplos más específicos de la nueva idea y se vinculan a la misma. La idea supraordinada se define como un conjunto nuevo de atributos de criterio que abarcan las ideas subordinadas.
- 3) **Aprendizaje combinatorio:** la nueva idea es vista en relación con las ideas existentes, pero no es más inclusiva ni más específica que las mismas. En este caso se considera que la nueva idea tiene algunos atributos de criterio en común con las ideas preexistentes.

Ausubel considera que el aprendizaje crece en dos direcciones:

- **Dirección vertical:** va desde el aprendizaje memorístico o repetitivo (los contenidos estan relacionados de modo arbitrario careciendo de todo significado), al aprendizaje significativo (puede relacionarse de modo no arbitrario y substancial con lo que el alumno ya sabe).
- **Dirección horizontal:** va desde el aprendizaje por recepción al aprendizaje por descubrimiento o autónomo.

Según Ausubel el aprendizaje es más significativo cuando se da por descubrimiento que cuando es por recepción, aspecto que viene a influir sobre el diseño de los materiales instruccionales, al pasar de ser materiales meramente expositivos a materiales que sirvan de guía para el descubrimiento y construcción del conocimiento.

2.2.1.5. teoría ACT: Control Adaptivo del Pensamiento.

Anderson ha construido un sistema computacional conocido como **ACT (Adaptive Control Thinking)**, en el que los mecanismos de aprendizaje están íntimamente relacionados con los procesos cognitivos superiores.

La teoría **ACT** considera que la adquisición de habilidades intelectuales requiere de dos etapas bien definidas y de un proceso de transición entre ellas.

La primera es una etapa **declarativa**, donde los hechos conocidos se codifican o interpretan en redes proposicionales.

La segunda etapa es la **procedimental**, en la que los procedimientos empleados en la ejecución de la habilidad aprendida se codifican por medio de producciones del tipo antecedente-consecuente condicional, es decir: "si....entonces...".

Entre estas dos etapas se encuentra el **proceso de compilación del conocimiento**, en el que se construyen procedimientos que aplican directamente el conocimiento a tareas específicas. Este proceso está compuesto, a su vez, por otros dos subprocesos: el de **proceduralización** (convierte el conocimiento en factual en producciones) y el de la **composición**(se encarga de colapsar secuencias de producciones en nuevos operadores para permitir una aplicación unitaria del conocimiento).

Finalmente existe un tercer proceso, el de **refinamiento**, que consta de tres mecanismos de aprendizaje:

- Un proceso de generalización, gracias al cual las reglas de producción amplían su rango de aplicación.
- El proceso de discriminación por medio del cual las reglas se vuelven más estrechas.
- El proceso de refuerzo o fortalecimiento, gracias al cual se fortalecen las mejores reglas y se debilitan las pobres.

El modelo ACT supone que un único conjunto de procesos da cuenta del aprendizaje humano. Su mecanismo fundamental es de tipo asociativo y su forma de representación es un sistema de producciones en las que bajo ciertas "condiciones" se asocia una "acción".

La teoría ACT está diseñada básicamente para poder ser implementada en una computadora a manera de simular el aprendizaje humano, pero es importante tomarla en cuenta ya que muestra que la mayoría de los aprendizajes se obtienen en base a acciones que se realizan bajo ciertas condiciones, es decir que son antecedente-consecuente, o sea para cada acción realizada en el proceso de enseñanza existe un reflejo de aprendizaje.

2.3. Diseño de materiales instruccionales (textos).

Un factor de suma importancia dentro de la educación es el texto, ya que es la principal fuente de aprendizaje, y al desarrollarlo hay que tener en cuenta las interacciones entre la estructura del contenido de los materiales y la estructura cognoscitiva del aprendiz.

Los textos deben tener las siguientes características:

- **Estructura:** la cual se divide en unidades textuales (bloques con los que se construye un texto) y marcos textuales (estructuras textuales complejas y específicas para cada disciplina).
- **Coherencia:** las ideas deben conectarse unas con otras. Esto debe darse tanto entre fases dentro de un mismo párrafo como entre todos los párrafos del texto.
- **Unidad:** la totalidad de la información es significativa para el tema.

- **Adecuación de la audiencia:** se refiere a la adecuación del texto a los futuros lectores. Para lo cual hay que tomar en cuenta qué parte del material se puede relacionar con algo ya conocido y qué parte del material es nueva (para comprender mejor la parte nueva del conocimiento se pueden desarrollar organizadores expositivos, comparativos o bien esquemas de matrices).

Para el diseño de un material se deben tomar en cuenta los siguientes aspectos (Castañeda, 1994):

- **Modalidad en la se presentan los contenidos:** verbal, gráfica, pictórica y simbólica.
- **Naturaleza del tópico a enseñar:** en cuanto a su extensión, complejidad y nivel de abstracción.
- **Variables del proceso instruccional:** estructura de la clase, organización de los contenidos, distribución del tiempo.
- **Estrategias de enseñanza:** técnica de la pregunta, retroalimentación correctiva, etc.
- **Nivel de dominio de los contenidos curriculares previstos** y de los procesos cognitivos requeridos para tener éxito en el aprendizaje.
- **Organizadores previos** (títulos, sumarios, preguntas y objetivos) forman parte importante de la concepción del aprendizaje significativo y sirven de "puente" entre los conocimientos previos del sujeto y los nuevos conocimientos.
- **Las señalizaciones,** las cuales consisten en colocar ciertas palabras u oraciones dentro de un párrafo que, aunque no añaden nueva información al contenido del texto, resaltan las relaciones lógicas y dominantes y las ideas de macroestructura, permitiendo al lector identificar con mayor claridad los aspectos principales.

CONCLUSIONES

Dado que el libro de texto juega un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje, el desarrollo de un material didáctico, que involucre una metodología de enseñanza que propicie el aprendizaje significativo, daría como consecuencia el tener de guía ese material, lo que conllevaría a una modificación en la forma de enseñar y que repercutiría en un mejor aprendizaje.

Con este trabajo se pretende alcanzar los siguiente:

- 1) Proporcionar un marco teórico de referencia que demuestre que el uso de la metodología de procesos en el diseño de materiales instruccionales propicia el aprendizaje significativo.
- 2) Crear una estrategia basada en la teoría anterior para el diseño de materiales instruccionales.
- 3) Demostrar teóricamente que el material propuesto realmente cumplen con el objetivo especificado para su diseño.

Para lograr esto se hizo una recopilación de las teorías más relevantes sobre el tema en cuestión, se diseñó una estrategia para la creación de materiales instruccionales fundamentada en las teorías estudiadas y se propone un material tipo para el estudio de los numeros reales.

La principal limitación de la propuesta didáctica es el hecho de que la demostración de que el material diseñado propicia un mejor aprendizaje es estrictamente teórica, para comprobarla prácticamente sería necesario llevar a cabo una investigación de campo con grupos experimentales y pilotos, con una muestra significativa tanto del material diseñado como de los estudiantes.

Por lo anteriormente expuesto, surge como prioridad en esta propuesta que los alumnos cuenten con materiales instruccionales sencillos, interesantes, con aplicaciones que le permitan construir sus propios conocimientos, fundamentalmente con los esquemas que ya poseen, logrando aprendizajes significativos que podrán transferir a la solución de problemas tanto académicos como de la vida diaria, así como también desarrollando habilidades tales como el autoestudio, reforzando actitudes y practicando valores.

La importancia de elegir la materia de Matemáticas I para la propuesta didáctica, radica en el hecho de que sirve como sustento para los cursos siguientes de Matemáticas contemplados en el mapa curricular del bachillerato.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

RECOMENDACIONES

El autor considera que la academia de Matemáticas deberá trabajar en la creación de otros materiales instruccionales de las restantes temáticas del nivel preparatorio con la finalidad de que el alumno logre un aprendizaje significativo y además desarrolle habilidades, actitudes y valores.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPITULO III

Propuesta didáctica.

Material Instruccional para el estudio de los números Reales.

En este capítulo conocerás todo lo relativo a los números reales, que son esenciales para el estudio del álgebra.

En álgebra es esencial manejar los símbolos con objeto de cambiar o reducir expresiones algebraicas y resolver ecuaciones debido a que muchos de estos símbolos representan números reales, es importante revisar brevemente el sistema de estos y algunas de sus propiedades fundamentales, propiedades que proporcionan reglas básicas para manejar la simbología algebraica.

El sistema de números reales es el que manejas en tu vida rutinaria cuando utilizas números para contar, números negativos, el cero, cualquier número representado por la relación a/b cuando b es diferente de cero, el número π entre otros.

Si observamos, la vida cotidiana de cualquier persona está regida por números, estos se presentan en los precios, los horarios, la temperatura, las cantidades de artículos adquiridos, los tiempos de duración de las actividades, etcétera, y todos estos números son reales, representando a este conjunto la letra R .

Por lo tanto, en general cualquiera de los números que hayas empleado en tus cursos anteriores pertenecían a los números reales, excepto quizá por algunos, como las raíces cuadradas de números negativos tal como $\sqrt{-8}$.

Para un mejor entendimiento de los números reales, es necesario mencionar a los conjuntos, los cuales podemos definir como una colección o agregado de ideas u objetos de cualquier especie, siempre y cuando estén tan claros y definidos para decidir si pertenecen o no al conjunto. Los conjuntos se designan con letras mayúsculas y sus elementos se escriben dentro de un par de llaves con letras minúsculas y separados con una coma.

Entonces se puede indicar que A es un conjunto y que a es un elemento que pertenece a dicho conjunto, lo anterior se simboliza $a \in A$

Se tiene que los elementos de un conjunto forma a su vez parte de otro conjunto llamado total, por ejemplo, el conjunto $V=\{a, e, ix, o, u\}$ forman parte del conjunto total $A=\{\text{abecedario}\}$, entonces se afirma que el conjunto V es un subconjunto de A , lo cual se representa $V \in A$

3.1 Subconjuntos de los números reales.

El conjunto de los números reales tiene varios subconjuntos entre ellos podemos mencionar los conjuntos de números: dígitos, naturales (N) enteros no negativos (W), enteros (Z), racionales (Q) e irracionales (I).

Un subconjunto de los números reales es el conjunto de los **números naturales**, designando con la letra $N=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, también llamado el conjunto de los **números positivos**, los números naturales tienen a su vez otros subconjuntos como los dígitos (excepto el $\{0\}$), los números pares, los impares y los números primos. El elemento *cero* de los números dígitos no se considera Número Natural.

Los números naturales es un conjunto infinito de positivos exceptuando al cero números enteros

Un subconjunto de los números naturales muy importante en los procesos aritméticos porque se usa para la simplificación de fracciones mediante la descomposición única en factores de un número natural, es el conjunto de los números primos, que se define como:

Números primos son aquellos números que solo son divisibles entre sí mismo y la unidad y se designan con la letra P .

El conjunto de los números primos es un conjunto infinito, es decir, no es posible determinar el número exacto de elementos que lo conforman. El primer primo y único par es el dos.

$$P=\{2,3,5,7,\dots\}$$

Los números naturales que no son *primos* forman el subconjunto de **números compuestos** por ejemplo: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, ... (se pueden descomponer como producto de números primos).

Estos números dan lugar al teorema fundamental de aritmética, que se define como:

Todo número compuesto puede ser expresado como un producto único de factores primos independientemente del orden en que se escriban.

$$18=2 \times 3 \times 3=2 \times 3^2$$

el conjunto de los números enteros negativos está conformado por los elementos siguientes

$$\{-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, -11, -12, \dots\}$$

El conjunto de los números enteros no negativos es la unión del elemento cero y el conjunto de los números enteros positivos se tiene el conjunto

$$W=\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Análogamente, la unión del elemento cero y el conjunto de los **números enteros negativos** da como resultado el conjunto de los **números enteros no positivos**

$$\{\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

Si se unen los conjuntos de los números enteros negativos con el elemento cero y los números enteros positivos, se forma e conjunto de los números enteros que se designa con la letra **Z**; esto es.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

Teniendo en cuenta lo anterior se observa que el conjunto de los números naturales está contenido en el conjunto de los números enteros; es decir, los números naturales son un subconjunto de los números enteros. Esto se simboliza como $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ (**N es subconjunto de Z**).

En el conjunto de los números enteros se encuentra el subconjunto de los números pares 2, -4, 6, 8, -10, -12... cuya característica es que son divisibles entre el número 2, es decir, tienen al 2 como factor ejemplo: $2=2(1)$, $-4=2(-2)$, $6=2(3)$, $8=2(4)$, $-10=2(-5)$, $-12=2(-6)$. Los números pares positivos tienen la forma $2n$, donde n representa un número entero.

Asimismo, en el conjunto de los números enteros se encuentra el subconjunto de los **números impares** (positivos o negativos), cuya característica fundamental es que son una unidad mayor (o menor) que algún número par; por ejemplo: $3=2+1$, $5=6-1$, $7=6+1$. Cualquier número impar tiene la forma $2n + 1$ ó $2n - 1$, donde n representa un número entero.

En muchas ocasiones nos encontramos en la vida cotidiana que necesitamos utilizar números diferentes a los anteriores, y así hablamos de la mitad de una manzana, la cuarta parte de un pastel, es decir, de números que se representan mediante una fracción. A este conjunto de fracciones les llamamos números racionales, los cuales se representan por la letra Q y los definimos como aquellos que pueden representarse como la división de dos números enteros.

Por lo tanto, las fracciones son necesarias para describir cantidades numéricas, ya sea de porcentajes, de razones entre cantidades, etc. Para ello se usa el conjunto de los números enteros para formar fracciones. A este conjunto de fracciones se le llama conjunto de **números racionales**, el cual se designa con la letra **Q**; se define como:

Números racionales: aquellos que pueden representarse como la división de dos números enteros o cuya expansión decimal es infinita y periódica

$$Q = \{a/b \text{ tales que } a \text{ y } b \text{ son enteros, con } b \text{ diferente de } 0\}$$

En las fracciones siempre el denominador debe ser diferente de cero; de lo contrario se tendría una división que no tiene sentido, no está definida. Asimismo, **todo número entero es un número racional** ya que 3 es igual a $3/1$ y 5 es igual a $5/1$, esto incluye al elemento cero, el cual se puede escribir como $0/1$, por lo que el conjunto de los números enteros es un subconjunto del conjunto de los números racionales, denotado en forma simbólica como: $Z \subseteq Q$.

Existen otros números que no son muy utilizados en la vida cotidiana tal es el caso de $1.4142136\dots$ que corresponde a la $\sqrt{2}$, el cual no se puede escribir como el cociente de dos cantidades, a este tipo de números corresponden los números **irracionales** y se designan con la letra **I**. Y se definen como:

Números irracionales: aquellos números que no pueden representarse como la división de dos números o que tienen una expansión decimal infinita y no periódica

Existen más expresiones que son números irracionales, por ejemplo, $\sqrt{3} = 1.732050808$
 $e = 2.7182818\dots$, etcétera.

Es importante destacar que **ningún** elemento del conjunto de los números racionales puede ser elemento del conjunto de los números irracionales y viceversa, es decir, ambos conjuntos son ajenos o distintos.

Teniendo en cuenta los conceptos anteriores se puede concluir que:

Los números reales son la unión de los números racionales e irracionales y se representan con la letra R.

En resumen, se tienen los siguientes conjuntos de números y subconjuntos que se acaban de describir en la siguiente tabla:

Conjunto de Números Reales

Símbolo	Sistema de Números	Descripción	Ejemplos
N	Números naturales	Números para contar	1, 2, 3, 4
Z	Enteros	Conjunto de números naturales, sus negativos y el cero.	-2, -1, 0, 1, 2...
Q	Racionales	Cualquier número que pueda representarse como a/b en donde a y b son enteros y b es diferente cero.	-4, 3/5 o 1, 1/2
\sqrt{I}	Irracionales	Aquellos números que tienen representación decimales infinitas no periódicas.	π 2
\sqrt{R}	Reales	Conjunto de todos los números racionales e irracionales	4.4 3 , π

Actividades de autoestudio 3.1

Antes de solucionar los siguientes ejercicios que se te proponen, es necesario que vuelvas a leer todo lo relativo a los números reales. Analiza cuidadosamente cada una de las clasificaciones del conjunto de los números reales y haz un mapa Conceptual en donde agrupes todos los conocimientos aprendidos.

Ejercicios para resolver de manera individual 1.1

1. Del conjunto $A = \{-2, 2/3, \sqrt{3}, 0.5, 6, 3/4, 8, \sqrt{-2}\}$, clasifica cada elemento como N=naturales, Z= enteros, Q= racionales, I= irracionales, R=reales.
2. Del conjunto $B = \{-0.3333\dots, 1.25, -5, 3\pi/2, \sqrt{5}, 0, -\sqrt{9}, 2, \sqrt{-5}\}$ escribe todos los elementos que pertenezcan a cada uno de los conjuntos N, Z, Q, I,

Actividades cooperativas 3.1

Integrarse equipos de tres a cinco alumnos. Ya en equipo resolver los siguientes ejercicios intercambiando opiniones; todo esto, para consolidar lo aprendido y fomentar la cultura de trabajo colaborativo.

1. Del conjunto $O = (-7/9, 8, \sqrt{-16}, 0.76, 4, -\pi/5, 0.215, \sqrt[3]{81}, \sqrt[3]{-27})$, ordenen cada elemento en las siguientes clasificaciones: N, Z, Q, I, R.
2. Del conjunto $D = (11/9, 25, -4\pi, \sqrt{5}, 30/4, -\sqrt{100}, 2.067, \sqrt[5]{-32}, 9/3)$, escriban todos los elementos que pertenezcan a cada uno de los conjuntos N, Z, Q, I, R.
3. Del Conjunto $E = \{-5, 1.05, -10, \sqrt[3]{6/2}, \sqrt[5]{32}, 2, -4(3/4)\}$, escriban todos los elementos que pertenezcan a cada uno de los conjuntos N, Z, Q, I, R

3. Si $D=\{\text{dígitos}\}$, $P=\{\text{primos}\}$, $I=\{\text{impares}\}$, $N=\{\text{naturales}\}$, $W=\{\text{enteros no negativos}\}$, $Z=\{\text{enteros}\}$, $Q=\{\text{rationales irracionales}\}$. analicen las siguientes afirmaciones y palomeen aquellas que presenten proposiciones verdaderas.

Actividades complementarias 3.1

- 1) Del conjunto $A=\{7, 3/2, \sqrt{-64}, 81.6, 0, \pi, 3, \sqrt[3]{-27}\}$, clasifica cada elemento como N , Z , Q , I , R .
- 2) Indica cuáles de los siguientes números del conjunto $B=\{2, -7/5, 4, 1.5, 0, \sqrt[3]{32}\}$, pertenecen a los números racionales.
- 3) De las siguientes proposiciones, señala cuáles son verdaderas
- | | | | |
|----------------------|----------------|-------------------|-----------------------|
| a) $-3 \in N$ | b) $5/6 \in Q$ | c) $6/2\pi \in Z$ | d) $5.3 \in Z$ |
| e) $\sqrt{64} \in I$ | f) $0 \in N$ | g) $0.1 \in Q$ | h) $-7\sqrt{5} \in R$ |
| i) $12.9 \in Q$ | j) $4/9 \in N$ | | |
- 4) Si $D=\{\text{dígitos}\}$, $P=\{\text{primos}\}$, $I=\{\text{impares}\}$, $N=\{\text{naturales}\}$ y $W=\{\text{enteros no negativos}\}$ y $Z=\{\text{enteros}\}$, $Q=\{\text{rationales}\}$ y $I=\{\text{irracionales}\}$ analiza las siguientes afirmaciones y calificalas como verdaderas (V).
- | | | | | |
|-------------------|---------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| a) $N \in Z$ | b) $P \in N$ | c) $W \in N$ | d) $Q \cup Z = Q$ | e) $N \cap Z = Z$ |
| f) $N \cup Z = Z$ | g) $W \cap \{0\} = \{0\}$ | h) $Q \cap I = R$ | | |
- 5) Califica como verdadero o falso los siguientes enunciados.
- Todos los números enteros son racionales.
 - Algunos números enteros son naturales.
 - Ningún número natural es racional.
 - No todos los números enteros son naturales.
 - Todos los números primos son reales.
 - Algunos números racionales son enteros

3.2 Operaciones básicas con números reales.

Una vez definido el concepto y clasificación de los números reales, efectuaremos las operaciones fundamentales con ellos. Dichas operaciones son suma, resta, producto y división, en donde también se indicarán sus elementos, propiedades y aplicaciones.

3.2.1 Leyes de los signos.

3.2.1.1 Suma o Adición.

Los elementos que intervienen en la operación llamada suma se llaman sumandos y al resultado se le denomina suma o total.

En la adición se pueden presentar los siguientes casos

a) Suma de números positivos al sumar números positivos el resultado es positivo y el resultado se obtiene sumando los números.

Ejemplo:

$$(+5) + (+4) = +9$$

b) La suma de un número positivo con un negativo puede dar un número negativo o positivo, dependiendo del signo del número mayor: el resultado se obtiene restando los números

Ejemplo:

$$(+13) + (-8) = +5, (-15) + (+9) = -6$$

c) La suma de dos números negativos es negativa y el resultado se obtiene sumando los números.

Ejemplo:

$$(-6) + (-12) = -18.$$

En resumen, en la adición el comportamiento de los signos es el siguiente:

Signos	operaciones
$(+) + (+) = +$	(Los números se suman)
$(+) + (-) = +$ 0 -	(Los números se restan)
$(-) + (+) = +$ 0 -	(Los números se restan)
$(-) + (-) = -$	(Los números se suman)

3.2.1.2 Resta o diferencia

La operación diferencia o resta se realizará mediante la operación suma entre dos números reales, a la resta se le define mediante la suma de un negativo. De tal manera que: $a - b = a + (-b)$

Ejemplos:

a) $(+16) - (+7) = (+16) - 7 = +9.$

b) $(+23) - (-5) = (23) + 5 = +28.$

c) $(-31) - (4-14) = (-31) - 14 = -45.$

d) $(-18) - (-25) = (-18) + 25 = +7.$

CONCLUSIÓN

Un signo negativo antes de un número, o fuera de un paréntesis, cambia el signo del (de los) número (s).

En resumen, en la resta el comportamiento de los signos es el siguiente:

$$-(+) = -$$

$$-(-) = +$$

3.2.1.3 Multiplicación de operaciones básicas.

En la operación llamada multiplicación, los elementos que intervienen se conocen como multiplicando, multiplicador y al resultado se le denomina Producto. La multiplicación se puede efectuar con dos o más elementos, los cuales se llaman factores; los factores pueden ser positivos o negativos.

Las reglas de los signos en la multiplicación se expresan de la siguiente manera

- a) El producto de dos números con **signos iguales** es un número Positivo.
- b) El producto de dos números con **signos diferentes** es un número negativo.

Ejemplos:

a) $(+2) \times (+5) = +10.$

b) $(+27) \times (-2) = -54.$

c) $(-6) \times (+8) = -48.$

d) $(-7) \times (-10) = +70.$

En resumen, en la multiplicación el comportamiento de los signos es el siguiente:

$$(+) \times (+) = +$$

$$(+) \times (-) = -$$

$$(-) \times (+) = -$$

$$(-) \times (-) = +$$

Empezaremos a usar la notación $a \times b = ab = (a)(b)$ para denotar el producto.

3.2.1.4. División

La operación llamada división también se denomina cociente y los elementos que en ella intervienen son: dividendo, divisor, cociente y residuo.

Las leyes de los signos para la división de dos números reales son las mismas que rigen a la multiplicación; esto es:

1. El cociente de dos números con **signos iguales** es un número positivo.
2. El cociente de dos números con **signos diferentes** es un número negativo.

a) $(+36) / (+12) = +3$

b) $(+64) / (-0.4) = -16.$

c) $(-18) / (+3/4) = -24.$

d) $(-2.5) / (-0.5) = +5$

e) $(-2.5) / (-0.5) = +5$

En resumen, en la división el comportamiento de los signos es el siguiente:

$$(+)/(+) = +$$

$$(+)/(-) = -$$

$$(-)/(+) = -$$

$$(-)/(-) = +$$

Actividades de autoestudio 3.2

Después de haber analizado todo lo concerniente a las leyes de los signos utilizadas en las operaciones básicas, ¿qué concluyes en lo referente al signo del resultado cuando:

- a) Se suman dos números positivos
- b) Se suman dos números negativos
- c) Se suman un número positivo y otro negativo
- d) Se multiplican dos números positivos

- e) Se multiplican dos números negativos
- f) Se multiplican un positivo y un negativo.
- g) Se dividen dos números positivos
- h) Se dividen dos números negativos
- i) Se dividen un positivo entre un negativo.
- j) Se dividen un negativo entre un positivo

Ejercicios para resolver de manera individual 3.2

Realiza las siguientes operaciones, usando las leyes de los signos.

1. $(+67) + (-45) =$
2. $(-43) + (+18) =$
3. $(-54) + (-17) =$
4. $(-4) + (-15) + (-3) =$
5. $(7) - (2) =$
6. $(-67) - (+15) + (+9) =$
7. $(-43) - (-98) - (+5) =$
8. $(+14) + (-34) - (+11) =$
9. $(-14-75) + 12 =$
10. $(+44) - (45) + (+75) =$
11. $(-3) (38-17) + 34 =$
12. $(45) (4-7) - 64 =$
13. $(66 - 88) + (-3 -87) =$
14. $(-8-75)(+32-9) + 117-12 =$
15. $(-6 + 84)(13) + 15 =$
16. $-24/3 =$
17. $-36/-24 =$
18. $(-16+7) / -13 =$
19. $(-4) (10+7) / -8 =$
20. $[(42 -36) (-2)] / -6 + 18 =$
21. $[(-5) (16 - 21) + 17] / (1 - 8) =$

U A N L

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



$$22. \{(-2) [(13-7) + 5]\} / [6-(-16)]=$$

$$23. (5.3 - 2.7) - (-1.4 + 2.3)=$$

$$24. (178 + 42.1)(-11.5 - 0.4)=$$

$$25. (-23.2 - 1.6) / -0.8=$$

3.3 Axiomas de los números reales.

Los números reales tienen una serie de propiedades, también llamados axiomas, que les dan una serie de características que tal vez ya conocemos y que muchas veces nos son familiares, y que son verdaderas reglas operacionales. A continuación se revisarán algunas de estas propiedades: cerradura, conmutativa, asociativa, distributiva, identidad, inversa.

3.3.1 Cerradura.

Para cualquier par de números reales a, b que pertenezcan al conjunto de números reales si se les suma o se les multiplica, el resultado es otro número real. Los números reales son cerrados para la suma y la multiplicación.

Si $a, b \in \mathbb{R}$, entonces $a + b \in \mathbb{R}$, $a \times b \in \mathbb{R}$

Ejemplos:

1. Si a es un número real y b es otro número real, la suma de $a + b = c$, en donde c es otro número real.
2. Si 3 es impar y 5 es impar, entonces $3 + 5 = 8$ no es impar, $3 \times 5 = 15$ es impar, por lo tanto, la característica de ser impar no es cerrada en la operación de la suma; pero sí lo es en la operación de multiplicación.

3. Si $1/3$ es racional y $2/3$ es racional, entonces $1/3 + 2/3 = 5+6/15 = 11/15$ es racional. Y para que cualquier pareja de números racionales se Cumple que la suma y el producto de racionales sigue siendo un número racional; por lo tanto, el conjunto de los números racionales es cerrado bajo las Operaciones de suma y producto.

3.3.2 Conmutativa.

Para cualquier par de números reales tales que a y b pertenezcan al conjunto de los números reales, al sumarlos o multiplicarlos, el resultado no depende del orden en que se efectúen estas operaciones; esto no es aplicable para la resta y la división, entonces se tiene que.

$$\text{Si } a, b \in \mathbb{R} \text{ entonces } a + b = b + a, a \times b = b \times a$$

La propiedad conmutativa nos es familiar cuando la expresamos de la siguiente manera “el orden de los sumandos no altera la suma” y el orden de los factores no altera el producto

Ejemplos

$$\begin{array}{ll} 7 + 2 = 2 + 7 & 2(x) = x(2) \\ 3 \times 5 = 5 \times 3 & (2 \times 6)3 = 3(6 \times 2) \end{array}$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

3.3.3. Asociativa.

Para cualquier conjunto de números ab , o que pertenezcan a los reales, el resultado de sumarlos o multiplicarlos es independiente de la manera en cómo se agrupan

$$\text{Si } a, b, c \in \mathbb{R}, a + (b + c) = (a + b) + c, a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

La propiedad nos dice que se pueden hacer sumas parciales o productos parciales dentro de la operación, agrupando dos de los números reales en el orden que se desee, realizando la operación indicada dentro del paréntesis y volver a realizar la operación restante con el tercer número real, y el resultado no se altera.

Ejemplos.

1. Al efectuar la operación $22 + 32 + 72$, por la propiedad se puede realizar como: $(22 + 32) + 72 = (54) + 72 = 126$ o bien $22 + (32 + 72) = 22 + (104) = 126$

2. La operación $5 \cdot 8 \cdot 6$ con la propiedad, se tiene: $(6 \cdot 8) \cdot 5 = (48) \cdot 5 = 240$ o bien $6 \cdot (8 \cdot 5) = 6 \cdot (40) = 240$

3.3.4 Distributiva.

Para cualquier conjunto de números a, b, c que pertenezcan a los reales el producto de uno de ellos por la suma de los otros, se obtiene también mediante la suma de los productos parciales realizados entre el primer número y cada uno de los sumandos

$$\text{Si } a, b, c, d \in \mathbb{R}, a(b + c - d) = (a \cdot b) + (a \cdot c) - (a \cdot d)$$



La propiedad nos dice que si un número real multiplica a otros números reales que aparezcan como sumandos dentro de un paréntesis, entonces éste multiplica a todos y cada uno de los sumandos.

Ejemplos

1) La operación $4(3 - 5 + 8) = 24$



$$(4 \times 3) - (4 \times 5) + (4 \times 8) = 24$$

$$12 - 20 + 32 = 24$$

2) La operación $(8 + 6)(7 - 12)$, se puede realizar de la siguiente manera, aplicando la propiedad distributiva en dos ocasiones:

Solución.

$$(8+6)(7-12) = -70 \longrightarrow \text{operación dada}$$

$$(8+6)(7) - (8+6)(12) = -70 \longrightarrow \text{propiedad distributiva.}$$

$$[(8 \times 7) + (6 \times 7)] - [(8 \times 12) + (6 \times 12)] = -70 \longrightarrow \text{propiedad distributiva.}$$

$$56 + 42 - 96 - 72 = -70. \longrightarrow \text{propiedad cerradura}$$

CONCLUSIÓN

Tanto en la suma como en la multiplicación la conmutatividad y la asociatividad permiten cambiar el orden a voluntad y colocar o eliminar los paréntesis como se desee, sin embargo, esto no es aplicable para la suma o la resta.

3.3.4 Identidad.

Esta propiedad llamada también de los elementos neutros se expresa de la siguiente manera:

En la Suma. para cualquier número que pertenezca al conjunto de número reales existe el cero que también pertenece a \mathbb{R} . teniendo que

$$a + 0 = a$$

en la multiplicación existe el uno como elemento idéntico (neutro) único teniendo que

$$a \times 1 = a$$

La propiedad nos dice que cualquier número real al sumarse con cero o multiplicarse por la unidad, da el mismo número real; esto es, ambos elementos dejan inalterable el número real.

Ejemplos

0 es la unidad aditiva	1 es la identidad multiplicativa
$-5 + 0 = -5$	$4 \times 1 = 4$
$142 + 0 = 142$	$8 \times a/a = 8$
$5/4 + 0 = 5/4$	$4536 \times 1 = 4536$

3.3.5. Inversa.

En la suma, que pertenezca al conjunto de números reales, existe un número real $(-a)$ tal que.

$$a + (-a) = 0$$

A $(-a)$ se le conoce como el inverso aditivo del número real a . El inverso aditivo del inverso aditivo de un número real cualquiera, es el mismo número real.

En la multiplicación para cualquier número a , diferente de cero, existe otro número real único $(1/a)$ tal que

$$a(1/a) = 1$$

El número real $(1/a)$ es el **inverso multiplicativo** del número real a . El inverso multiplicativo de cualquier fracción de la forma (a/b) es igual a (b/a) .

Ejemplos.

Inverso aditivo	Inverso multiplicativo
$(-15) + 15 = 0$	$6 \times 1/6 = 1$
$54 + (-54) = 0$	$5/4 \times 1/5/4 = 5/4 \times 4/5 = 1$
$(-587) + 587 = 0$	$-23 \times -1/23 = 1$

Todas estas propiedades son aparentemente demasiado evidentes, pero son muy importantes en la operacionalización con números reales, con lo cual podemos concluir que:

Todo Conjunto de números que cumpla con las seis propiedades que se acaban de enunciar recibe el nombre de campo. El conjunto de los números reales forman un campo.

Actividades de autoestudio 3.3.

Vuelve a leer con mucha atención el tema: Axiomas de los números reales.

Posteriormente, reúnete con un compañero y elaboren un resumen en donde indiquen cada uno de los axiomas de los números reales y citen tres ejemplos que ustedes construyan.

Ejercicios para resolver de manera individual 3.3

1. Indica el axioma ilustrado.

a) $3(x + y) = 3x + 3y$

b) $7 + (-7) = 0$

c) $5(xy) = (5x)(y)$

d) $(7x)y = 7(xy)$

e) $45 + 0 = 45$

f) $a(b + c) = (b + c)a$

g) $(x + y)(a + b) = (x + y)a + (x + y)b$

h) $abc + abd = (ab)(c + d)$

2. Aplica la propiedad indicada para que se cumpla la proposición.

a) conmutativa	$(7)(x + y) =$
b) asociativa	$5 + (a - b) =$
c) distributiva	$(-7a)(b + c) =$
d) neutro aditivo	$4/9 + =$
e) inverso multiplicativo	$(-47)() =$
f) cerradura	$(-13)(78) =$
g) idéntico aditivo	$7c^2 + () =$
h) idéntico multiplicativo	$(-27/4)() =$
i) inverso aditivo	$(-4/65) + () =$

Actividades cooperativas 3.3.

Integrar equipos de dos a tres alumnos. Escriban el axioma utilizado en cada uno de los procesos siguientes, intercambiando opiniones; todo esto, para consolidar lo aprendido y fomentar la cultura de trabajo en equipo.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (2+6) + (2.3 + 5)[(2+6)+2.3] + 5 \\ & = [2.3 + (2+6)] + 5 \\ & = [2.3 + 2] + 6] + 5 \\ & = (2.3 + 2) + (6 + 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & x [(a+ b)+c] = x [c + (a + b)] \\ & = xc + x (a+ b) \\ & = xc + xa + xb \\ & = xc + (xa+ xb) \\ & = (xa+ xb) +xc \end{aligned}$$

3.4. Propiedades de la igualdad.

A continuación expondremos las propiedades: reflexiva, simétrica, transitiva, sustitución, aditiva, multiplicativa.

3.4.1 Reflexiva.

Esta propiedad indica que todo número real es igual a sí mismo. es decir, todo numero es idéntico a sí mismo

Para todo $a \in \mathbb{R}$, se tiene que $a = a$

Ejemplos.

$$28/9 = 28/9$$

$$-5.67 = -5.67$$

$$(c + d) = (c + d)$$

$$11 = 11$$

3.4.2 Simétrica.

La propiedad simétrica de la igualdad, afirma que en una igualdad de números que pertenezcan al conjunto de los números reales, el primer elemento es igual al segundo, de la misma manera que el segundo es igual al primero.

$$\text{Si } a, b \in \mathbb{R} \text{ y si } a = b \text{ entonces } b = a$$

Ejemplos

1. Si $5(6-2) = 20$ entonces $20 = 5(6-2)$

2. Si $8(2+3) = 16 + 24$ entonces $16 + 24 = 8(2+3)$

3.4.3 Transitiva.

Si se tienen tres números a , b y c , que pertenezcan al conjunto de números reales si el primero es igual al segundo, y por otra parte el segundo es igual al tercero, entonces el primero es igual al tercero.

$$\text{Si } a, b, c \in \mathbb{R}. \text{ Si } a = b \text{ y } b = c, \text{ entonces } a = c$$

Ejemplos

Análogamente, para ejemplos de tipo algebraico se tiene:

1. Si $5(x^2) = 80$ y $(y + 40) = 80$ entonces $5(x^2) = (y + 40)$

2. Si $(x + y) = 21r$ y $(x + y) = 65$ entonces $21r = 65$

145838

3.4.4 Sustitución.

Si $a, b \in \mathbb{R}$ y si $a = b$, entonces a puede ser sustituida por b (o viceversa) en cualquier expresión o proposición

Ejemplos.

1. Si $x + 18 = 3$ y $y + (x-4) = 2$ entonces $y + (-19) = 2$

2. Si $3a - 5b = 12$ y $b = -2a + 3$ entonces $3a - 5(-2a + 3) = 12$

3.4.5 Aditiva.

La propiedad aditiva hace posible sumar a los dos miembros de la igualdad un mismo número (ya sea positivo o negativo) sin que la igualdad se altere

$$\text{Si } a, b, c, d \in \mathbb{R} \text{ y si } a = b \text{ y } c = c \text{ entonces } a + c = b + c$$

Ejemplos.

1. Si $-x - 12 = 203$ entonces $(-x - 12) + 8 = (203) + 8$

2. Si $(2w - y) + 3x = 7r - 5$ entonces $[(2w - y) + 3x] + 2 = [7r - 5] + 2$

3. Si $11x = 13$ y $2y = -21z$ entonces $11x + 2y = 13 - 21z$

3.4.6 Multiplicativa.

Esta propiedad permite multiplicar los dos miembros de la igualdad por un mismo número real y ésta no se altera.

$$\text{Si } a, b, c, d \in \mathbb{R}, \text{ si } a = b, e \neq 0, \text{ entonces } a \cdot c = b \cdot c$$

Ejemplos.

1) Si $32 - 3j = 15 - 6j$ entonces $(-7)(32 - 3j) = (-7)(15 - 6j)$

2) Si $53x^2 = 22$ entonces $(-16)(53x^2) = (-16)(22)$

3) Si $\sqrt{x} = 42j$ y $-14 = 5y$ entonces $(\sqrt{x})(y - 14) = (42j)(5y)$

Actividades de autoestudio 3.4

Una vez que has leído el tema: Propiedades de la igualdad, elabora un resumen en el que incluyas las principales propiedades de la igualdad.

Ejercicios para resolver de manera individual 3.4

Indica las propiedades de campo y de igualdad que se utilizan en la solución de las siguientes ecuaciones.

1. Encuentra el valor de x:

$$8x - 20 = 4 \quad \text{ecuación dada}$$

$$8x - 20 + (20) = 4 + (20)$$

$$8x + [-20 + 20] = 4 + (20)$$

$$8x + 0 = 4 + (20)$$

$$8x = 4 + (20)$$

$$8x = 24$$

$$(1/8)(8x) = (1/8)(24)$$

$$1x = (1/8)(24)$$

$$x = (1/8)(24)$$

$$x = 3$$

Actividades cooperativas 3.4

Integrar equipos de tres a cinco alumnos. Hallen el valor de la variable indicada usando las propiedades de campo y de igualdad, intercambiando opiniones; todo esto, para consolidar lo aprendido y fomentar la cultura de trabajo en equipo.

1. $13x - 6 = 8$

2. $11 = 12 + 9x$

3. $7(6x + 1) = 16$

4. $5(2x-11) = 5/9$

5. $\frac{12x + 32}{10} = 21$

6. $\frac{22}{6} = 12x + 19$

3.4.7 Teoremas.

A partir de las propiedades anteriores se derivan los siguientes teoremas.

Si a, b, c, d son números que pertenecen al conjunto de los números reales y son diferentes de cero, entonces:

1. Si $a + b = c + b$ entonces $a = c$ (ley de la cancelación de la suma)

2. Si $(a)(b) = (c)(b)$ entonces $a = c$ ($b \neq 0$) (ley de la cancelación de la multiplicación)

3. Si $(a)(b) = 0$ entonces $a = 0$ ó $b = 0$

4. Si $a = b$ entonces $-a = -b$

5. Si $a = b$ entonces $1/a = 1/b$

6. Si $-x = a$ entonces $x = -a$

7. Si $a/x = b$ entonces $x = a/b$ (siempre y cuando $x \neq 0$)

8. Si $a/x = b/c$ entonces $x/a = c/b$ y por lo tanto $x = ac/b$

9. Si $b \neq 0$, entonces $a/b = (a)(1/b)$

10. Si $a \neq 0$, $b \neq 0$, entonces $1/ab = (1/a)(1/b)$

11. Si $a \neq 0$, $c \neq 0$ y $ax = b$ (d/c) entonces $x = (b/a)(b/c)(d/c)$ ó $x = b(b/ac)$

12 Si $c \neq 0$, entonces $a - \frac{b}{c} = \frac{ac - b}{c}$

13 Si $c \neq 0$, entonces $\frac{a}{a} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$

14 Si $c \neq 0$, $b \neq 0$, entonces $\frac{a}{e} + \frac{d}{b} = \frac{ab + cd}{cb}$

15 Si $d \neq 0$, $e \neq 0$, entonces $\frac{(a)}{(1)} \frac{(b)(c)}{(d)(e)} = \frac{(ab)(c)}{(d)(e)} = \frac{(b)(ac)}{(d)(e)}$

3.5. Operaciones con números enteros.

3.5.1 Jerarquía en las operaciones aritméticas fundamentales.

Para realizar las operaciones fundamentales con el conjunto de números

reales, es necesario decidir cuál operación efectuar en primer término y cuál posteriormente, es decir, hay que jerarquizar los cálculos.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

En algunas ocasiones al realizar la operación no resulta claro si se debe sumar primero y después multiplicar o primero multiplicar y después sumar, ya que al utilizar una calculadora, ambas opciones dan resultados diferentes. Por esta razón se utiliza una jerarquía entre la operaciones aritméticas, dicha jerarquización define el orden en que deben efectuarse dichas operaciones y la cual queda de la siguiente manera:

1. Eliminar paréntesis, conociendo su valor.
2. Realizar las potencias, incluyendo los radicales.
3. Realizar las multiplicaciones o divisiones, según vayan apareciendo en la operación, de Izquierda a derecha.
4. Realizar las sumas o diferencias, según vayan apareciendo en la operación de izquierda a derecha.

Ejemplos.

1. Obtener el resultado de la siguiente expresión:

$$25 + (5 \times 3) - (4)^2$$

Solución

$$= 25 + 15 - 16$$

$$= 40 - 16$$

$$= 24$$

2. Obtener el resultado de la siguiente expresión:

$$[12 - (5 + 9/3)] 15/3$$

Solución

$$= [12 - (5 + 3)] 5$$

$$= [12 - 8] 5$$

$$= (4) (5)$$

$$= 20$$

Actividades de autoestudio 3.5

Vuelve a leer el tema: Operaciones con números enteros, y redacta un resumen que indique las jerarquías con las operaciones aritméticas fundamentales y busca en otros libros más ejemplos.

Ejercicios para resolver de manera individual 3.5.

Encuentra el resultado de las siguientes expresiones usando las prioridades de las operaciones aritméticas.

1. $(38 - 16)^4 / (22 - 6) =$

2. $(24 - 3)^3 + (6/9) =$

3. $(18 - 6)^3 / [(15 - 8) - 2^3]$

4. $[(18 - 24) / (3 + 3^5)] 10 =$

Actividades cooperativas 3.5

Integrar equipos de dos a tres alumnos. Encuentren el resultado de las siguientes expresiones usando la jerarquía de las operaciones aritméticas, intercambiando opiniones; todo esto, para consolidar lo aprendido y fomentar la cultura de trabajo en equipo.

1. $39/3 - 4 + (8 \cdot 5 - 20)^2 / 10 - 5 =$

2. $33 - 12 \cdot (20 - 14)^2 / 8 + (10/2 - 3)^3 + 11$

3. $(28/4 + 2)^2 / (9 - 7)^2 \cdot 3 + 10/5 - 6 =$

4. $(-9)^2 - (7 - 4)^3 / (2 + 6 - 4) + 27/3 =$

5. $(5 - 6/3)^2 - (5 - 9)^2 / 2 + 8/4 - 3 - 12 =$

3.6 Números racionales.

Un número racional o fracción expresa una o varias partes iguales tomadas de la unidad.

Por ejemplo $\frac{3}{4}$ se lee como “tres cuartos”. Esto significa que de una unidad que fue dividida en cuatro partes iguales, se han tomado tres.

Los elementos que intervienen en una fracción son:

- ◆ El **numerador**: éste indica cuántas partes se toman de la unidad. Es el número colocado en la parte superior de la fracción.
- ◆ El **denominador**: éste indica en cuántas partes iguales se ha dividido la unidad principal. Es el número colocado en la parte inferior de la fracción.

3.6.1 Fracciones propias e impropias.

Las fracciones **propias** son menores que la unidad debido a que el numerador es menor que el denominador

Ejemplos de fracciones propias.

$3/7,$

$14/19,$

$6/28$

Una fracción puede convertirse en un número decimal, realizando simplemente la división indicada; por ejemplo, la fracción anterior, $3/4$, es igual a 0.75.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$\begin{array}{r} 0.75 \\ 4 \overline{) 3.0} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Asimismo, los números decimales no enteros pueden convertirse en fracciones propias, transformando el número en una fracción decimal, la cual debe simplificarse.

Ejemplo:

0.12 se transforma en $12/100$ que simplificando es $3/25$

Las fracciones **impropias** son mayores que la unidad debido a que el numerador es mayor que el denominador.

Ejemplos de fracciones impropias son:

$$8/2, 5/3, 6/4.$$

Los números mixtos constan de una parte entera y de una parte fraccionaria

Ejemplos:

$$2 \frac{4}{7}, 9 \frac{1}{5}, 3 \frac{8}{11}.$$

Los números mixtos se pueden convertir en fracciones impropias, multiplicando el denominador por la parte entera y sumándolo al numerador.

Ejemplos:

$$2 \frac{4}{7} = \frac{18}{7}$$

$$9 \frac{1}{5} = \frac{46}{5}$$

Actividades de autoestudio 3.6.1

Busca en otros libros de álgebra la definición de los siguientes términos: Número racional, fracción, fracción propia, fracción impropia, número mixto.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Ejercicios para resolver de manera individual 3.6.1

1. Obtén el valor con 2 decimales y di cuáles fracciones son propias o impropias

$$7/9 =$$

$$16/8 =$$

$$21/40 =$$

$$57/25 =$$

$$3/3 =$$

2. Transforma los siguientes números mixtos en fracciones impropias

$7 \frac{3}{6} =$

$4 \frac{3}{8} =$

$9 \frac{7}{9} =$

$18 \frac{2}{5} =$

$1 \frac{4}{7} =$

$13 \frac{11}{15} =$

3. Convierte los siguientes números en lo que se indica

4 en novenos:

3 en medios:

$\frac{1}{2}$ en octavos:

$\frac{5}{3}$ en doceavos:

14 en séptimos:

4. Realiza las siguientes operaciones con números mixtos y da el resultado en forma de fracción impropia

$6 \frac{2}{4} + 2 \frac{4}{6} =$

$7 \frac{2}{4} + 8 \frac{6}{8} =$

$3 \frac{6}{3} - 6 \frac{5}{9} =$

$\frac{5}{4} + 2 \frac{1}{4} =$

$8 \frac{1}{11} - \frac{1}{5} =$

Actividades cooperativas 3.6.1

Integrar equipos de dos a tres alumnos. Resuelvan los siguientes ejercicios, intercambiando opiniones; todo esto, para consolidar lo aprendido y fomentar la cultura de trabajo en equipo.

1. Obtengan el valor con 2 decimales y mencionen cuáles fracciones son propias o impropias.

a) $\frac{234}{76}$ b) $\frac{42}{76}$ c) $\frac{132}{264}$ d) $\frac{15}{145}$ e) $\frac{175}{35}$

3.6.3 Reglas de divisibilidad.

A continuación se presentarán los criterios de divisibilidad más utilizados:

	Criterio	Ejemplos
Divisibilidad entre 2	Un número es divisible entre 2 si termina en cero o en número par	36, 24, 340
Divisibilidad entera 3	Un número es divisible entre 3 si la suma de las cifras que lo forman es un múltiplo de 3	9, 27, 300, 912
Divisibilidad entre 4	Un número es divisible entre 4 si las últimas 2 cifras que lo forman son ceros o son un múltiplo de 4	20, 1500, 1416, 1280
Divisibilidad entre 5	Un número es divisible entre 5 si la última cifra es cero o cinco	25, 125, 200, 1575, 1082745
Divisibilidad entre 6	Un número es divisible entre 6 si lo es entre 2 y entre 3, o sea si termina en cero o en cifra par y además la suma de sus cifras es un múltiplo de 3	18, 3510, 2304
Divisibilidad entre 7	La regla para comprobar si un número es divisible entre 7 es complicada y larga, así, es preferible realizar la división para averiguar si lo es.	49, 560, 63000
Divisibilidad entre 8	Un número es divisible entre 8 si las tres últimas cifras son ceros o bien forman un múltiplo de 8	3000, 4125, 3016
Divisibilidad entre 9	Un número es divisible entre 9 si la suma de sus cifras es un múltiplo de 9	54369, 123453
Divisibilidad entre 10	Un número es divisible entre 10 cuando la última cifra termina en cero	2450, 1800, 300, 1000000
Divisibilidad entre 11	Un número es divisible entre 11 cuando al sumar las cifras que ocupan los lugares impares y restarle la suma de las cifras que ocupan los lugares pares, se obtienen o un múltiplo 11	

Actividades de autoestudio 3.6.3

Lee con atención el apartado correspondiente la *divisibilidad*.

Ejercicios para resolver de manera individual 3.6.3

De acuerdo con los criterios de divisibilidad, ¿entre qué números son divisibles las siguientes cifras? Da la argumentación correspondiente.

1. El número 456
2. El número 428
3. El número 275
4. El número 1134
5. El número 6754

Actividades cooperativas 3.6.3

Integrar equipos de dos a tres alumnos. Digan entre qué números son divisibles las siguientes cifras, háganlo intercambiando opiniones; todo esto, para consolidar lo aprendido y fomentar la cultura de trabajo en equipo. Asimismo, argumenten sus respuestas y realicen la operación de división correspondiente

4. El número 2400 es divisible entre:

2. El número 2400 es divisible entre:

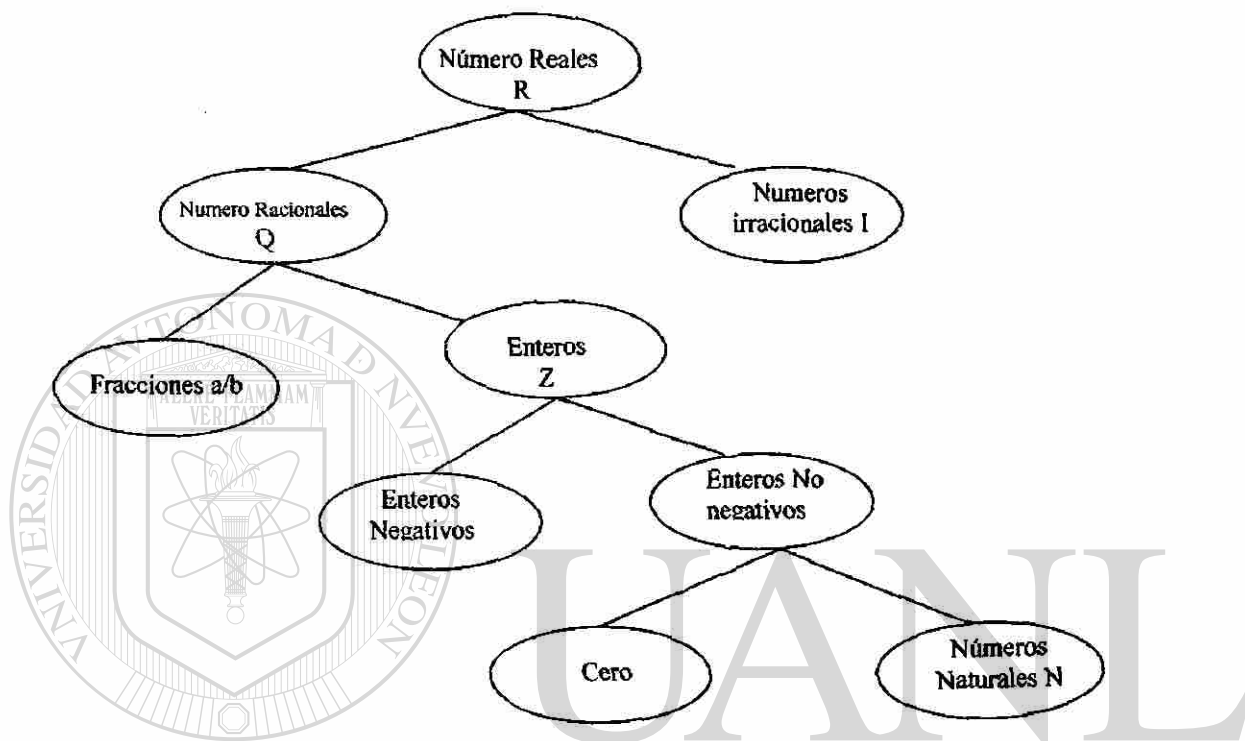
5. Descompón los siguientes números como producto de números primos.

a) 18129 =

b) 1647 =

Soluciones a los Ejercicios correspondientes al Módulo 1 Actividades de autoestudio 3.1

Actividades de autoestudio 3.1.



Ejercicios para resolver de manera individual 3.1.

I.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$\begin{aligned} -2 \in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R} \quad 2/3 \in \mathbb{Q}, \mathbb{R} \quad \sqrt{3} \in \mathbb{I}, \mathbb{R} \quad 0.5 \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}. \\ 6 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R} \quad 3/4 \in \mathbb{Q}, \mathbb{R} \quad 8 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \quad \sqrt{-2} \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Elementos que pertenecen a \mathbb{N} : 2.

Elementos que pertenecen a \mathbb{Z} -5, 0, $-\sqrt{9}$, 2.

Elementos que pertenecen a \mathbb{Q} -5, 0, $\sqrt{9}$, 2.125, -0.3333...

Elementos que pertenecen a \mathbb{I} : $3\pi/2, \sqrt{15}$

Elementos que pertenecen a \mathbb{R} -0.3333..., 1.25, -5, $3\pi/2, \sqrt{15}, 0, \sqrt{19}, 2$.

Además, el elemento que no pertenece a $\mathbb{R} = \sqrt{-5}$

Actividades de autoestudio 3.2.

- a) queda positivo b) queda negativo c) se restan y predomina el signo del mayor
d) queda positivo e) queda positivo f) queda negativo
g) queda positivo h) queda positivo i) queda negativo
j) queda negativo

Ejercicios para resolver de manera individual 3.2.

- | | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|----------|
| 1. 22 | 2. -25 | 3. -71 | 4. -22 | 5. 9 |
| 6. -73 | 7. 50 | 8. -31 | 9. 101 | 10. 164 |
| 11. -29 | 12. -199 | 13. -112 | 14. -1804 | 15. 1029 |
| 16. -8 | 17. 1.5 | 18. 0.692 | 19. 8.5 | 20. -1 |
| 21. -6 | 22. -0.31 | 23. 1.7 | 24. 48 | 25. 3.1 |

Actividades de autoestudio 3.3.

AXIOMAS DE LOS NÚMEROS REALES

Para todo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$, $d \neq 0$, se cumplen:

Cerradura	$a + b \in \mathbb{R}$,	$a \cdot b \in \mathbb{R}$
Conmutativa	$a + b = b + a$,	$a \cdot b = b \cdot a$
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Distributiva	$a \cdot (b + c - d) = (a \cdot b) + (a \cdot c) - (a \cdot d)$	
Identidad	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
Inversa	$a + (-a) = 0$,	$a \cdot (1/a) = 1$ con $a \neq 0$

Ejercicios para resolver de manera individual 3.3.

1.
a) distributiva b) cerradura c) asociativa d) asociativa
e) identidad f) conmutativa g) distributiva h) distributiva

2.

i) $(x + y)^7$

i) $(5 + a) - b$

i) $-7ab - 7ac$

i) $4/9 + 0 = 4/9$

i) $(-47)(-1/47) = 1$

i) -1014

i) $7c^2 + 0 = 7c^2$

i) $(-27/4)(1) = -27/4$

i) $(4/65) + (4/65) = 0$

Actividades de autoestudio 3.4.

Para todo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$, $d \neq 0$, se cumplen:

Reflexiva $a = a$ entonces $b = a$

Simétrica $a = b$ entonces $a = c$

Transitiva $a = b$ y $b = c$ entonces $a = c + d$

Sustitución $a = b$ y $b = c + d$ entonces $a + c = b + d$

Aditiva $a = b$, $c = d$ entonces $a \cdot c = b \cdot d$

Multiplicativa $a = b$, $c = d$ entonces $a \cdot c = b \cdot d$

Ejercicios para resolver de manera individual 3.4

1. Encuentra el valor de x:

$8x - 20 = 4$	Ecuación dada.
$8x - 20 + (20) = 4 + (20)$	Aditiva
$8x + [-20 + 20] = 4 + (20)$	Asociativa
$8x + 0 = 4 + (20)$	Inverso aditivo.
$8x = 4 + (20)$	Idéntico aditivo.
$8x = 24$	Cerradura
$(1/8)(8x) = (1/8)(24)$	Multiplicativa.
$1x = (1/8)(24)$	Inverso Multiplicativo.
$x = (1/8)(24)$	Idéntico multiplicativo.
$X = 3$	Cerradura

Actividades de autoestudio 3.5

Eliminar paréntesis, conociendo su valor.

Realizar las potencias, incluyendo los radicales.

Realizar las multiplicaciones o divisiones, según vayan apareciendo en la operación, de izquierda a derecha.

Realizar las sumas o diferencias, según vayan apareciendo en la operación de izquierda a derecha.

Ejercicios para resolver de manera individual 3.5

1. 14641 2. 9261.666 3. -1369 4. -0.243

Ejercicios para resolver de manera individual 3.6.1

$7/9 = 0.77$ (propia) $16/6 = 2.00$ (impropia) $21/40 = 0.52$ (propia)

$57/25 = 2.28$ (impropia) $3/3 = 1.00$ (unidad)

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

2.

$7 \frac{3}{6} = \frac{45}{6}$ $4 \frac{3}{8} = \frac{35}{8}$ $9 \frac{7}{9} = \frac{88}{9}$
 $18 \frac{2}{5} = \frac{92}{5}$ $1 \frac{4}{7} = \frac{11}{7}$ $13 \frac{11}{15} = \frac{206}{15}$

3.

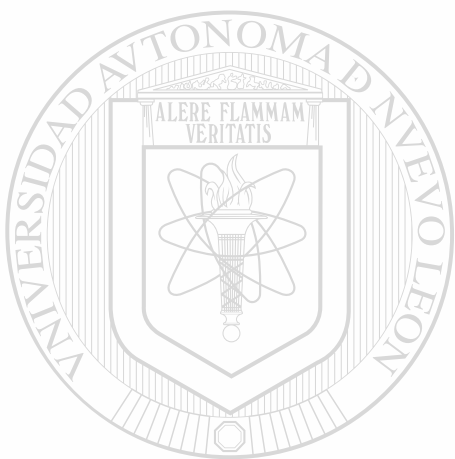
4 en novenos $\frac{36}{9}$ 3 en medios $\frac{6}{2}$ $\frac{1}{2}$ en octavos $\frac{4}{8}$
 $\frac{5}{3}$ en doceavos $\frac{20}{12}$ 14 en séptimos $\frac{98}{7}$

4.

$6 \frac{2}{4} + 2 \frac{4}{6} = \frac{78}{4}$ $7 \frac{2}{4} + 8 \frac{6}{8} = \frac{130}{8}$ $\frac{6}{3} - 6 \frac{5}{9} = -\frac{14}{9}$
 $\frac{5}{4} + 2 \frac{1}{4} = \frac{14}{4}$ $8 \frac{1}{11} - \frac{1}{5} = \frac{394}{55}$

Ejercicios para resolver de manera individual 3.6.3.

1. Entre 2 porque termina en par; entre 3 porque la suma de sus cifras es múltiplo de 3; entre 4 porque sus dos últimas cifras es múltiplo de 4.
2. Entre 2 porque termina en par; entre 4 porque sus dos últimas cifras es múltiplo de 4.
3. Entre 5 porque la última cifra es 5
4. Entre 2 porque termina en par; entre 3 porque la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
5. Entre 2 porque termina en par



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

GUIA DE ENTREVISTA PARA PROFESORES DE MATEMÁTICAS I.

La siguiente guía es anónima y permite tener información que permita la detección de las necesidades de los alumnos que cursan la asignatura de Matemáticas I.

1. ¿Considera que el proceso de enseñanza-aprendizaje que aplica en sus clases?:

a) Por procesos b) Tradicional c) Por exposición

d) Por descubrimiento. e) Otra Mencione cual _____

2. Al inicio de sus clases del semestre. ¿ Ya tiene planeada todas sus actividades a realizar por cada día ?

Sí _____

No _____

3. ¿Considera que sus alumnos asumen un rol pasivo dentro de su clase ?

Sí _____

No _____

4. ¿ Que porcentaje de sus alumnos manifiestan en su desempeño un pensamiento crítico? _____.

5. ¿ Que porcentaje aproximado de sus alumnos elabora sus tareas en forma consiente yeficiente?

6. Su actividad como profesor considera que está centrada en :

a) La enseñanza

b) El aprendizaje

7.¿ Conoce los procesos mentales que involucran un aprendizaje significativo en el desarrollo de sus clases?

Sí _____

No _____

8.¿ Se considera con los medios suficientes para hacer un diagnóstico de las habilidades de sus alumnos?

Sí _____

No _____

9.¿ conoce las distintas estrategias cognitivas y psicológicas de aprendizaje que pudiera tomar en cuenta para mejorar su práctica docente?

Sí _____

No _____

10.¿ Que tanto reflexiona sobre si la evaluación que aplica a sus alumnos es trascendente y acertada, así como si ésta refleja lo hecho por los alumnos y usted ?

Mucho _____

poco _____

Nada _____

CUESTIONARIO DIRIGIDO A LOS ALUMNOS QUE CURSAN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS I (ÁLGEBRA).

Lea cuidadosamente y conteste :

1.¿ Es agradable para ti la clase de Matemáticas?

2.¿Cuál fue la calificación de tu primer examen parcial?

3.¿ Estudias en tu libro de texto el tema que se va a tratar la próxima sesión?

4.¿ Investigas en los libros de álgebra que se encuentran en la biblioteca?

5.¿ Es para ti agradable el trabajar con tus compañeros?

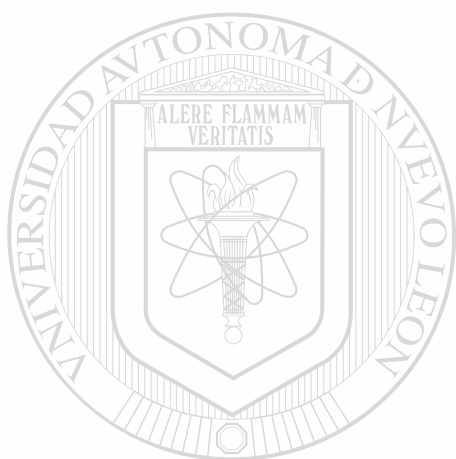
6.¿ Utilizas paquetes de computación para complementar tu aprendizaje?

7. ¿ Cómo es tu preparación para el examen de álgebra?

8.¿ Cómo te gustaría que fuera la clase de matemáticas?

9.¿ Entiendes al estudiar en el libro de texto?

10.¿ utilizas tus conocimientos algebraicos en otras materias?



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

EXAMEN DE DIAGNÓSTICO

- I. Resuelve cada una de las siguientes cuestiones, realizando las operaciones necesarias en las hojas que se proporcionan y marcando las respuestas en la hoja correspondiente que se anexa.

NO ESCRIBIR SOBRE ESTE EXAMEN.

I. OPERACIONES CON CONJUNTOS.

Dados los siguientes conjuntos: $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,0\}$

$$A = \{1,2,3,7\}$$

$$B = \{3,5,7\}$$

Determinar:

1. $A \cup B$

- a) $\{1,2,3,5,7\}$ b) $\{3,7\}$ c) $\{1,2,5\}$ d) $\{5\}$

2. $A \cap B$

- a) $\{1,2,3,5,7\}$ b) $\{3,7\}$ c) $\{1,2,5\}$ d) $\{5\}$

3. $A - B$

- a) $\{1,2,3,5,7\}$ b) $\{ \}$ c) $\{3,5,7\}$ d) $\{1,2,3,7\}$

II. OPERACIONES CON NÚMEROS REALES.

Efectuar las operaciones indicadas:

4. $\frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \frac{1}{2}$

- a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{23}{12}$ d) $\frac{12}{23}$

5. $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3}$

- a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{8}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) 6

6. $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) (\frac{1}{4})$

- a) $\frac{24}{5}$ b) $\frac{5}{24}$ c) $\frac{1}{10}$ d) 10

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

III. LEYES DE LOS EXPONENTES.

Aplicando las leyes de los exponentes, encuentre el valor de la expresión dada.

7. $2^3 + 2^2$

- a) 32 b) 12 c) 10 d) 64

$$8. \left(-\frac{3}{2}\right)^2$$

a) $-\frac{9}{4}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{4}{9}$

d) $\frac{9}{4}$

IV. OPERACIONES CON POLINOMIOS.

Efectua las operaciones indicadas, simplificando el resultado.

$$9. 3a + 2b - a + ab - 2b$$

a) $-2a - ab - b$

b) ab

c) $2a + ab - b$

d) $2a + ab + b$

$$10. 3a(4a + 2ab - 2b)$$

a) $12a^2 + 2ab - 2b$

b) $12a^2 + 6ab - 6abc$

c) $12a^2 + 6ab - 6b$

d) $12a^2 + 6a^2b + 6ab$

EVALUACION DEL INGRESO A LA EDUCACION MEDIA
SUPERIOR TECNOLOGICA 1999-2000

Porcentaje de respuestas correctas que obtuvieron los aspirantes que presentaron examen,
en las Capacidades para el aprendizaje de las Matemáticas, en atención a su escuela de procedencia

INDICADORES	SEC. FED. GRAL.	SEC. FED. TEC.	SEC. FED. PARA TRAB.	TELESEC. FED.	SEC. EST. GRAL.	SEC. EST. TEC.	SEC. EST. PARA TRAB.	TELESEC. EST.	SEC. PART. GRAL.	SEC. PART. TEC.	SEC. PART. PARA TRAB.	TELESEC. PART.	OTRA	INF. NO REPORTADA
CAPACIDAD PARA COMP. RELACIONES	0%	17%	0%	0%	21%	0%	0%	33%	0%	0%	0%	17%	0%	0%
CAPACIDAD DE SIMBOL.	0%	18%	0%	0%	18%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	50%	0%	0%
CAPACIDAD DE IMAGIN.	0%	27%	0%	0%	23%	0%	0%	67%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
COMPREN. DE LOS ENUNC. QUE SE LEEN	0%	27%	0%	0%	26%	0%	0%	33%	0%	0%	0%	17%	0%	0%
CAPACIDAD PARA EST. INFEREN. LOGICAS	0%	16%	0%	0%	9%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	50%	0%	0%
CAPACIDAD PARA REAL. GENERALIZ.	0%	26%	0%	0%	37%	0%	0%	33%	0%	0%	0%	17%	0%	0%
CAPACIDAD DE ABST. REFLEXIVA	0%	22%	0%	0%	20%	0%	0%	33%	0%	0%	0%	17%	0%	0%
CAPACIDAD PARA ESTA. RELACIONES	0%	30%	0%	0%	16%	0%	0%	33%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
CAPACIDAD MATEMATICA	0%	23%	0%	0%	21%	0%	0%	29%	0%	0%	0%	21%	0%	0%

EVALUACION DEL INGRESO A LA EDUCACION
 MEDIA SUPERIOR TECNOLOGICA
 1999 - 2000
 EXAMEN DE CAPACIDADES (MATEMATICAS)
 CONCENTRADO PARA LA IDENTIFICACION DEL NIVEL DE CAPACIDADES PARA EL
 APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS
 REPORTE GLOBAL

ESQUEMA (REACTIVO)	NUMERO DE REACTIVOS	TOTAL DE ALUMNOS	RESULTADO DE MULTIPLICAR LA 2a. POR LA 3a. COLUMNA	TOTAL DE ACIERTOS	RESULTADO DE DIVIDIR LA 5a. COLUMNA ENTRE LA 4a. MULTIPLICADO POR 100
(1a.)	(2a.)	(3a.)	(4a.)	(5a.)	(6a.)

CAPACIDAD PARA COMPARAR RELACIONES (87, 92 Y 105)	3	62	186	35	19 %
---	---	----	-----	----	------

CAPACIDAD DE SIMBOLIZACION (89, 90 Y 96)	3	62	186	35	19 %
--	---	----	-----	----	------

CAPACIDAD DE IMAGINACION (98, 101 Y 110)	3	62	186	46	25 %
---	---	----	-----	----	------

COMPRENSION DE LOS ENUNCIADOS QUE SE LEEN	3	62	186	49	26 %
---	---	----	-----	----	------

(91, 104 Y 109)					
------------------	--	--	--	--	--

CAPACIDAD PARA ESTABLECER INFEREN- CIAS LOGICAS	3	62	186	25	13 %
---	---	----	-----	----	------

(93, 100 Y 106)

CAPACIDAD PARA REALIZAR GENERALIZACIONES (88, 95 Y 108)	3	62	186	57	31 %
--	---	----	-----	----	------

CAPACIDAD DE ABSTRACCION REFLEXIVA (97, 103 Y 107)	3	62	186	39	21 %
--	---	----	-----	----	------

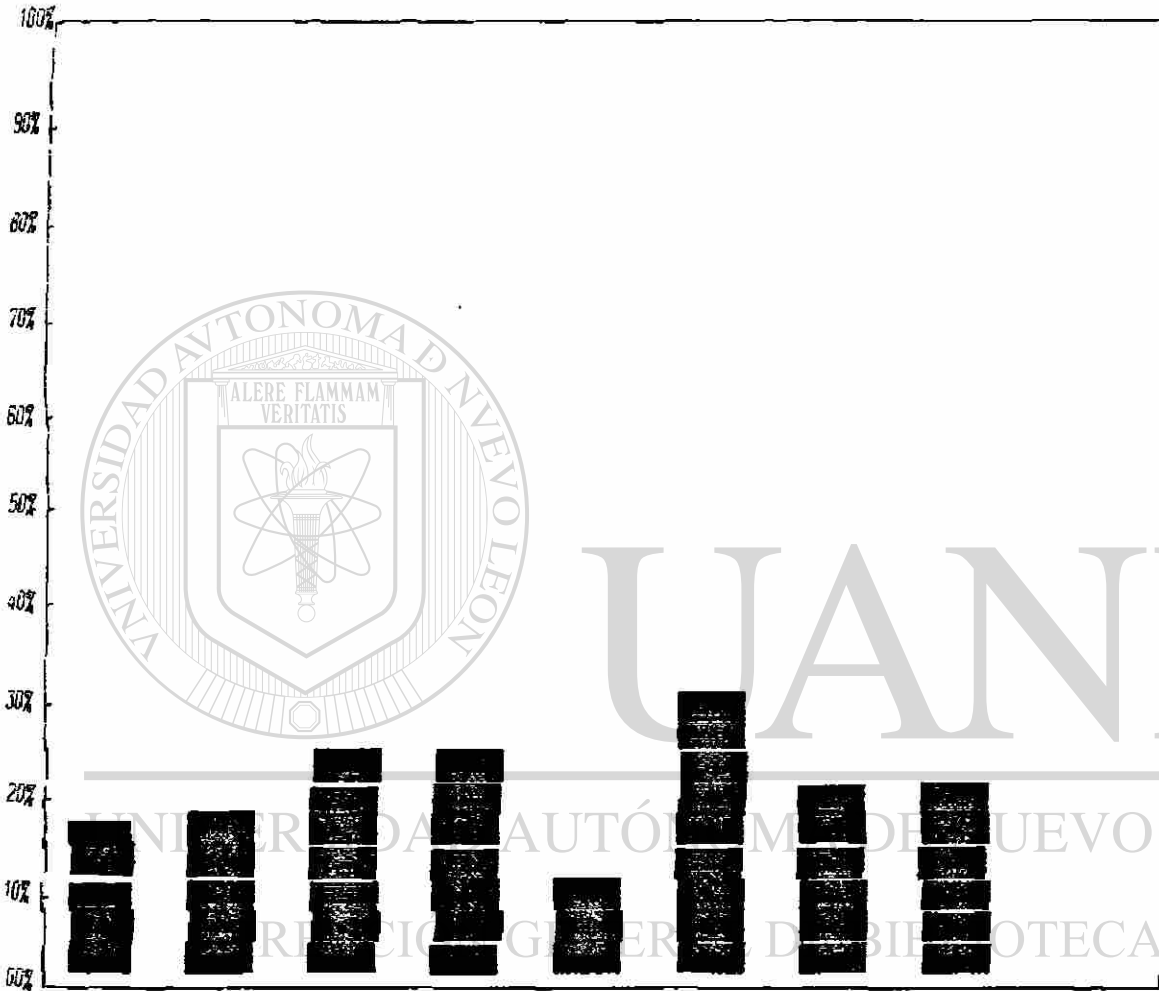
CAPACIDAD PARA ESTABLECER RELACIONES	3	62	186	42	23 %
--	---	----	-----	----	------

¹ Estos estados deberán ser utilizados para elaborar el informe de resultados

² Estos listados son para apoyar el estudio de Evaluación Institucional

EVALUACION DEL INGRESO A LA EDUCACION
 MEDIA SUPERIOR TECNOLOGICA
 1999 - 2000

REPORTE GLOBAL

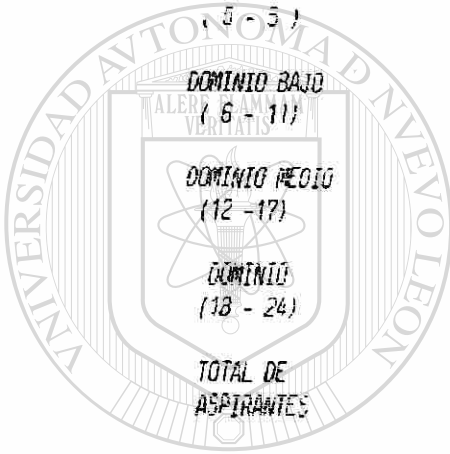


CAPACIDAD PARA COMP. RELACIONES
 CAPACIDAD DE SIMBOL.
 CAPACIDAD DE IMAGIN.
 COMPREN. DE LOS ENUNC. SE LEEN
 CAPACIDAD PARA EST. LOGICAS
 CAPACIDAD PARA REAL. GENERALIZ.
 CAPACIDAD DE ABST. REFLEXIVA
 CAPACIDAD PARA ESTA. RELACIONES

19 % 19 % 25 % 26 % 13 % 31 % 21 % 23 %

EVALUACION DEL INGRESO A LA EDUCACION
 MEDIA SUPERIOR TECNICA MEDIA SUPERIOR TECNOLOGICA
 1999 - 2000
 EXAMEN DE CAPACIDADES (MATEMATICAS)
 NIVEL DE CAPACIDADES OBTENIDOS POR LOS ASPIRANTES
 REPORTE GLOBAL

NIVEL DE PENSAMIENTO (1a.)	No. DE ASPIRANTES (2a.)	RESULTADO DE DIVIDIR LA 2a. COLUMNA ENTRE EL TOTAL DE ASPIRANTES Y MULTIPLICADO POR 100.
NO DOMINIO (0 - 5)	35	56 %
DOMINIO BAJO (6 - 11)	26	42 %
DOMINIO MEDIO (12 - 17)	1	2 %
DOMINIO (18 - 24)	0	0 %
TOTAL DE ASPIRANTES	62	



U A N L

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

* Estos listados deberán ser utilizados para elaborar el informe de resultados
 * Estos listados son para apoyar el estudio de Evaluación Institucional

BIBLIOGRAFIA

Ausubel, D. *School Learning; And introduction to educational psychology.*

Holt, Rinehart y Winston, New York, 1969.

Ausubel, D., Novak, Joseph, and Hanesian, Helen. *Psicología Educativa*

Un punto de vista cognoscitivo. Cuarta Reimpresión. Editorial Trillas, México, 1990.

Brousseau, Guy. *Fundamentas y Métodos de Didáctica de las Matemáticas.*

Traducción de *Foundaments et méthodes de la didactique des Mathématiques. Recherches en Didactiques des Mathématiques, Vol. 7, No. 2, 1986*

Baldor, Aurelio. *Álgebra.* Publicaciones Cultural, México, 1981.

Barnett, Raymnod. *Álgebra y Trigonometría.* McGraw-Hill, México, 1990.

Carretero, M. *Constructivismo y Educación.* Edelvives. Zaragoza, 1993.

Coll,C. *Psicología y Currículum.* Laia, Barcelona, 1989.

Colí C. *Un marco de referencia psicológico para la educación escolar. La concepción constructivista del aprendizaje y la enseñanza.* Alianza, Madrid, 1990.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Colí C. *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento.* Paidós Educador, México, 1997.

De vega, M. *hill Educción a la Psicología Cognitiva.* Alianza Editorial, México, 1986.

Díaz Barriga, F., Hernández Rojas G. *Estrategias Docentes para un aprendizaje Significativo.* Mc Graw Hill, México, 1998.

Echeita, G. *El aprendizaje cooperativo. Un análisis psicosocial de sus ventajas respecto a otras estructuras de aprendizaje.* En Frida Díaz Barriga, Mc Graw Hill, México, 1995.

Flavelt, J. H. *El desarrollo cognitivo*. Visor, Madrid, 1993.

Fleming, W y Dale Varberg. *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Prentice Hall, Tercera edición, México, 1991.

Fuenlabrada de la Vega S., *Matemáticas 1, Aritmética y Álgebra*, Mac Graw Hill, México, 1994.

Gagné, Robert M. *Las condiciones del aprendizaje*. Ed. Interamericana México D.F., 1979.

Gobran Alfonse. *Álgebra Elemental*. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 1992.

Gonzalez Cárdenaz, Alma Guadalupe. Tesis: Un análisis del rendimiento académico de los estudiantes de preparatoria en relación con los factores cognitivos. Oviembre de 1993.

Huí, Winfred. *Teorías Contemporáneas del Aprendizaje*. Paidós, Buenos Aires, 1979.

Lovaglia, Florence. *Álgebra*. Haría, México, 1972.

Martínez Aguilera, Miguel Ángel. *Matemáticas 1: Aritmética y Álgebra*. Mc Graw Hill, México, 1996.

Martínez Gallardo, Víctor, Francisco Sevilla y Víctor Ibarra. *Álgebra Elemental JUST IN TIME PRESS, S.A. DE C.V.*, México, 1997.

Novak, J~ D.. *An alternative to Piagetian psychology for science and mathematics education* Ithaca, New York, 1993.

Roblyer, M., Bdwads J., Havriluk M. *Integrating Educational Technology into teaching*. Prentice Hall, Ohio, 1997

Woolfolk, Anita. *Psicología educativa* Prentice Hall, México, 1990.

