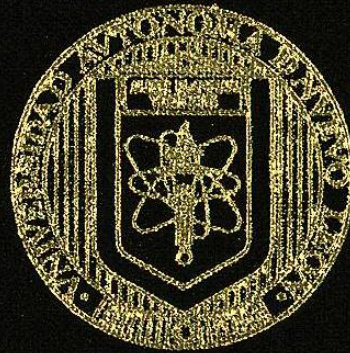


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



"SIMULACION DEL PROCESO DE FORMADO DE TUBOS
SIN COSTURA POR EL METODO DE ELEMENTO FINITO"

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA CON
ESPECIALIDAD EN MATERIALES

PRESENTA

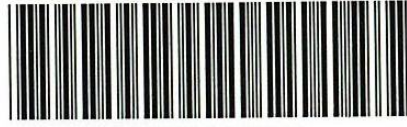
JAVIER ALONSO LOPEZ CAVAZOS

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

JUNIO DE 2001

U.S. AIR FORCE
OFFICE OF THE
SECRETARY OF THE AIR FORCE
WASHINGTON, D.C. 20330
OFFICE OF THE
SECRETARY OF THE AIR FORCE
WASHINGTON, D.C. 20330

TM
Z5853
.M2
FIME
2001
L6



1020146056

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



**"SIMULACION DEL PROCESO DE FORMADO DE TUBOS
SIN COSTURA POR EL METODO DE ELEMENTO FINITO"**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA CON
ESPECIALIDAD EN MATERIALES**

PRESENTA

JAVIER ALONSO LOPEZ CAVAZOS

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

JUNIO DE 2001

0150-72360

TH
25853
•M2
FIME
2001
L6



FONDO
TESIS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO.



**“SIMULACION DEL PROCESO DE FORMADO DE TUBOS SIN
COSTURA POR EL METODO DE ELEMENTO FINITO”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA CON
ESPECIALIDAD EN MATERIALES**

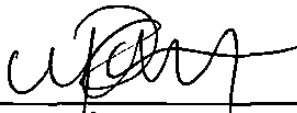
**PRESENTA:
JAVIER ALONSO LOPEZ CAVAZOS**

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, NUEVO LEON JUNIO DE 2001

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

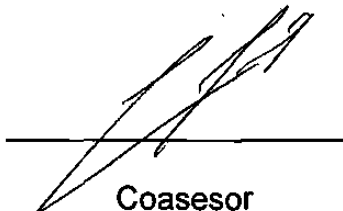
Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "Simulación del proceso de formado de tubos sin costura por el método de elemento finito", realizada por el Ing. Javier Alonso López Cavazos sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Mecánica con especialidad en Materiales.

El comité de tesis



Asesor

Dra. Martha Patricia Guerrero Mata



Coasesor
Dr. Rafael Colás Ortíz



Coasesor
Dr. Enrique Peña Muñoz



Vo. Bo.

M.C. Roberto Villarreal Garza
División de Estudios de Postgrado

San Nicolás de los Garza, N.L., Mayo de 2001

DEDICATORIA

A MI FAMILIA:

POR TODO EL APOYO Y POR TODAS ESAS PALABRAS DE ALIENTO QUE SIEMPRE HE RECIBIDO DE USTEDES.

A MIS ASESORES:

ESTE TRABAJO DE INVESTIGACION NO HUBIERA SIDO POSIBLE SIN LA VALIOSA AYUDA QUE USTEDES ME BRINDARON A CADA MOMENTO.

A MIS ABUELOS:

SE QUE ESTE PASO EN MI VIDA LOS LLENA DE ORGULLO TANTO COMO A MI COMO A USTEDES.

Y MUY ESPECIALMENTE A DIOS:

PORQUE HA SIDO EL QUIEN ME HA PERMITIDO LLEGAR HASTA DONDE HE LLEGADO.

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo financiero otorgado para la realización de esta investigación.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL), a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME) y al Doctorado en Ingeniería de Materiales (DIMAT), por las facilidades otorgadas para realizar este trabajo.

A Empresas Riga, especialmente al Ing. Peter Fodor y al Ing. José Martínez por haber formado una parte esencial en este proyecto.

A la Dra. Martha Guerrero y el Dr. Rafael Colás por todo su apoyo brindado durante el proyecto.

Al M.C. Cástulo E. Vela Villarreal, director de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica por promover y apoyar siempre la investigación en el DIMAT.

Al Sistema de Investigación Regional Alfonso Reyes (SIREYES) por el apoyo financiero concedido a este proyecto.

Al Programa de Apoyo a la Investigación Científica y Tecnológica (PAICYT) de la UANL por su ayuda en esta investigación.

A Dios por haber estado siempre conmigo durante la realización de esta investigación, y durante toda mi vida.

INDICE

| | |
|---|----|
| Dedicatoria..... | i |
| Agradecimientos..... | ii |
| Resumen..... | 1 |
| Capítulo 1 Método de elemento finito..... | 2 |
| 1.1 Introducción. | 2 |
| 1.2 Historia del método de elemento finito. | 3 |
| 1.3 Funcionamiento del método. | 5 |
| 1.4 Los elementos y sus propiedades. | 7 |
| 1.5 Sistema lineal de resortes..... | 8 |
| 1.6 Ensamblaje de elementos..... | 10 |
| 1.7 Condiciones frontera..... | 13 |
| 1.8 Métodos explícitos e implícitos..... | 15 |
| 1.8.1 Métodos explícitos..... | 16 |
| 1.8.2 Métodos implícitos. | 17 |
| 1.9 Comentarios generales de los métodos explícitos e implícitos..... | 17 |
| 1.10 Técnicas iterativas..... | 18 |
| 1.10.1 Método de Newton – Raphson..... | 19 |
| 1.10.2 Método de Newton – Raphson modificado..... | 19 |
| 1.10.3 Método incremental – secante de cuasi Newton..... | 19 |
| Capítulo 2 El proceso de producción de codos..... | 20 |
| 2.1 Introducción..... | 20 |
| 2.2 El proceso..... | 20 |
| 2.3 La etapa a simular..... | 25 |

| | | |
|------------|--|----|
| Capítulo 3 | Simulación del proceso por elemento finito..... | 28 |
| 3.1 | Introducción..... | 28 |
| 3.2 | Simplificaciones..... | 29 |
| 3.3 | La etapa de preprocesamiento..... | 31 |
| 3.3.1 | Creación de la geometría del mandril..... | 32 |
| 3.3.2 | Creación de la geometría del tubo..... | 35 |
| 3.3.3 | Propiedades de los materiales..... | 37 |
| 3.3.4 | No linealidades..... | 41 |
| 3.3.5 | La malla..... | 42 |
| 3.3.5.1 | Tipos de elementos..... | 42 |
| 3.3.5.2 | Creación de la malla..... | 43 |
| 3.3.5.2.1 | Creación de la malla sobre el tubo..... | 43 |
| 3.3.5.2.2 | Creación de la malla en el mandril..... | 44 |
| 3.3.6 | El par de contacto..... | 44 |
| 3.3.7 | Condiciones frontera..... | 47 |
| 3.3.7.1 | Condiciones frontera sobre el mandril..... | 47 |
| 3.3.7.2 | Condiciones frontera sobre el tubo..... | 48 |
| 3.4 | La etapa de solución..... | 49 |
| 3.4.1 | La selección del solucionador..... | 51 |
| 3.4.2 | Pasos y subpasos de carga..... | 53 |
| 3.5 | La etapa de postprocesamiento..... | 53 |
| 3.5.1 | Tipos de datos disponibles para postprocesamiento..... | 54 |
| 3.5.2 | Postprocesadores..... | 56 |
| Capítulo 4 | Experimentación..... | 57 |
| 4.1 | Introducción..... | 57 |
| 4.2 | Registro de temperaturas..... | 57 |

| | |
|--|-----|
| 4.3 Procedimiento experimental..... | 58 |
| 4.4 Ensayos mecánicos a alta temperatura..... | 62 |
| 4.5 Datos obtenidos de las pruebas mecánicas..... | 64 |
| Capítulo 5 Resultados y discusión..... | 65 |
| 5.1 Introducción..... | 65 |
| 5.2 Resultados de las pruebas mecánicas..... | 65 |
| 5.3 Resultados experimentales..... | 67 |
| 5.4 Resultados de la simulación por elemento finito..... | 76 |
| 5.5 Discusión..... | 78 |
| 5.6 Estimación de error..... | 82 |
| Capítulo 6 Conclusiones y recomendaciones..... | 84 |
| Referencias..... | 85 |
| Lista de Figuras | 87 |
| Lista de Tablas | 90 |
| Apéndice A..... | 91 |
| Apéndice B..... | 93 |
| Apéndice C..... | 95 |
| Apéndice D..... | 97 |
| Apéndice E | 104 |

RESUMEN.

Desde la década de los 70's⁽⁹⁾ se ha incrementado considerablemente el uso de técnicas auxiliadas por computadora en la industria del formado de metales. La tendencia parece inclinarse hacia una más amplia aplicación de esta tecnología para procesos de la simulación y diseño de procesos.

El estado de Nuevo León se destaca a nivel nacional por su carácter industrial. De las principales industrias, se considera que la más destacada es la referente al área metal mecánica, ya que la mayor parte de la riqueza económica del Estado la generan las empresas dedicadas a este ramo.

El objetivo de este trabajo es utilizar el método de elemento finito para simular el proceso de producción de codos de acero de 7.6 cm de diámetro a partir de tubos de 4.8 cm de diámetro. Con la realización de esta investigación se obtendrán datos técnicos del proceso utilizado por una empresa de la localidad. Estos datos serán de gran importancia para obtener un mejor control tanto de la calidad del producto como de la productividad del proceso. Además, contribuirá enormemente en el desarrollo de nuevos productos planeados por la empresa.

La metodología de este trabajo se basa en la realización de pruebas mecánicas para determinar las propiedades del acero utilizado en el proceso de producción en estudio. Una vez realizado esto, será necesario efectuar mediciones experimentales del proceso de formado en estudio, lo anterior es con el fin de obtener datos físicos reales de la deformación que sufre la pieza de trabajo. Por último, se realizará el modelo por elemento finito del proceso en estudio y se verificarán los resultados numéricos con los obtenidos experimentalmente a fin de validar la simulación.

CAPITULO 1

METODO DE ELEMENTO FINITO.

1.1 Introducción.

Cada vez son más las situaciones de ingeniería en las que resulta necesario obtener soluciones mediante el uso de técnicas numéricas aproximadas, ya que, debido a la irregularidad de la geometría o complejidad de las condiciones frontera, resulta imposible obtener la solución exacta de las ecuaciones gobernantes de un proceso determinado. Existen diversas posibilidades para tratar este problema.

Una de dichas posibilidades puede ser la de suponer algunas simplificaciones para ignorar las dificultades y reducir el problema a uno que pueda ser manejado numéricamente. Algunas veces, este procedimiento funciona, pero en muchas otras ocasiones, las simplificaciones que se toman llegan a ser de importancia y conducen a serios errores en los resultados.

Un procedimiento comúnmente usado es el método de las diferencias finitas. Este método utiliza un arreglo de puntos en forma de rejilla para dar una solución aproximada a las ecuaciones gobernantes y el resultado se mejora conforme se incrementa la densidad del número de puntos utilizados. Con este método se pueden tratar problemas relativamente sencillos, pero tiene la desventaja de volverse muy difícil de usar cuando se trata con geometrías irregulares o especificaciones especiales de condiciones frontera.

Además del método de las diferencias finitas, ha surgido otro método numérico más reciente llamado método de elemento finito. Contrario del método de diferencias finitas, el cual utiliza una rejilla de puntos en la región a ser analizada para llegar a la solución, el método de elemento finito utiliza una serie de pequeñas subregiones o elementos interconectados entre sí. La premisa básica del método de elemento finito es que una región puede ser modelada o aproximada al reemplazarla por un ensamblaje de elementos discretos. Ya que estos elementos pueden ser colocados en una gran variedad de formas, tienen la capacidad de representar una variedad de formas muy complejas.

El método tiene dos principales características⁽¹⁾:

1. Utiliza elementos discretos para obtener los valores de los grados de libertad en cuestión en los puntos de unión o nodos y, con éstos, obtener valores derivados que resulten de interés en cada uno de los miembros que conforman una estructura.
2. Usa los elementos continuos para obtener soluciones aproximadas a problemas de transferencia de calor, mecánica de fluidos y de mecánica de sólidos.

1.2 Historia del método de elemento finito.

El nombre de método de elemento finito apareció por primera vez en 1960 con una publicación de R. W. Clough⁽³⁾ acerca de problemas de elasticidad plana, sin embargo, las ideas esenciales de formulación matemática que forman este método provienen desde 1795⁽²⁾.

Los primeros conceptos del elemento finito a la comunidad ingenieril los trajo la intuición física. En la década de los 30's, un ingeniero⁽³⁾ encontró la solución a un problema estructural como el mostrado en la Figura 1.1(a). El sabía como obtener las relaciones esfuerzo-deformación para cada elemento,

así como la resistencia de la estructura completa. Primero, él reconoció que la estructura era simplemente un ensamble de barras de las cuales él conocía muy bien sus características individuales de esfuerzo-deformación. Luego, combinó dichas características individuales de acuerdo a las leyes de equilibrio y resolvió el sistema de ecuaciones para las fuerzas y deflexiones desconocidas para la totalidad del sistema.

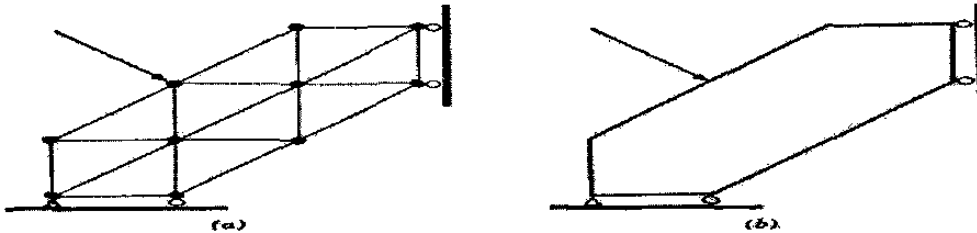


Figura 1.1 Ejemplo de (a) una estructura y (b) una placa de forma similar soportando la misma carga (indicada por la flecha).

Este procedimiento trabajó bien siempre que la estructura en cuestión era formada por un número finito de puntos de interconexión, pero esto sugirió una interrogante: ¿que se puede hacer cuando se encuentra una estructura continua tal como una placa, la cual tiene un número infinito de puntos de interconexión?. Por ejemplo, en la Figura 1.1 (b), si una placa reemplaza la estructura, el problema se torna considerablemente más difícil.

Intuitivamente, Hrenikoff⁽³⁾ razonó que tal dificultad podría superarse considerando dividir la estructura continua en elementos o secciones estructurales (vigas) interconectadas en un número finito de puntos nodales. Bajo esta consideración, el problema se reduciría a una estructura convencional que podría ser manejada por los antiguos métodos.

En 1943⁽³⁾ aparecen los primeros esfuerzos por utilizar funciones continuas definidas para dominios con el trabajo de R. Courant, quien utilizó un ensamble de elementos triangulares y el principio de la energía potencial mínima para estudiar problemas de torsión.

A medida que el método de elemento finito comenzó a tener más popularidad en las comunidades de física y de ingeniería, un número mayor de matemáticos se interesó en darle fundamentos sólidos. Como resultado, un número amplio de estudios han sido enfocados en estimar los errores por discretización, velocidades de convergencia y estabilidad para diferentes tipos de aproximaciones de elemento finito.

1.3 Funcionamiento del método.

En un problema, la variable de campo (ya sea presión, temperatura, desplazamiento, esfuerzo o cualquier otra cantidad) posee un número infinito de valores debido a que es función de cada punto de la región a solucionar, consecuentemente, el problema posee también un número infinito de incógnitas. El procedimiento de discretización del elemento finito reduce el problema a uno con un número finito de incógnitas mediante la división de la región en elementos y la expresión de la variable de campo desconocida en términos de las funciones aproximativas supuestas dentro de cada elemento.

Las funciones aproximativas, también llamadas funciones de interpolación o de forma, son definidas en términos de los valores de las variables de campo en puntos específicos llamados puntos nodales o simplemente nodos. En una representación de un problema por elemento finito, los valores nodales de la variable de campo son las incógnitas a encontrar. Una vez que los valores de estas incógnitas han sido encontrados, las funciones de interpolación definen las variables de campo a través del ensamble de los elementos. El grado de aproximación depende no solamente del tamaño y número de los elementos, sino también del grado de las funciones de interpolación seleccionadas.

Una importante característica del método de elemento finito es la capacidad de formular soluciones para elementos individuales antes de unirlos entre sí para representar el problema. Otra característica ventajosa es la variedad de formas en las cuales se pueden formular las propiedades de los elementos. Existen básicamente tres métodos para efectuar dicha formulación. El más sencillo es el método directo, su sencillez se debe a que las ecuaciones de los elementos se escriben a partir de las ecuaciones gobernantes. Este método tiene la desventaja de que sólo puede ser utilizado en ciertos casos sencillos de análisis.

Las propiedades de los elementos que se pueden obtener con el método directo, también pueden ser determinadas con el método variacional. El método variacional, como su nombre lo dice, se basa en el cálculo de variaciones e involucra la extremización de una función. Mientras que con el método directo se pueden formular propiedades de elementos sólo para las formas o geometrías simples, con el método variacional se pueden determinar las propiedades tanto para formas simples como para formas complicadas.

Un tercer método de igual versatilidad en la obtención de propiedades de elementos es el método de residuos ponderados. El método comienza con las ecuaciones gobernantes del problema y procede sin depender de un conteo variacional. Este método es ventajoso porque hace posible extender el método de elemento finito a problemas donde no hay disponibilidad de una función. El método de los residuos ponderados es ampliamente utilizado en aplicaciones no estructurales, tales como transferencia de calor y mecánica de fluidos.

En general, el método de elemento finito puede ser efectuado en cinco pasos básicos⁽¹⁾ :

1. Discretizar la región.- Significa dividir la región en elementos. Esto incluye localizar y numerar los nodos, así como especificar sus

coordinadas. Existe una gran variedad de formas de elementos y, además, es posible utilizar dos o más tipos de elementos en un mismo análisis. La selección del número y tipo de elementos en un problema dado queda a juicio de la experiencia.

2. Especificar las funciones de interpolación.- El siguiente paso es escoger la ecuación de interpolación para representar la variación de la variable de campo en el elemento. La magnitud de la variable de campo, así como la de su derivada pueden ser las incógnitas en los nodos. Se escribe una ecuación por cada elemento.
3. Desarrollar el sistema de ecuaciones.- Para encontrar las propiedades del sistema en modelación, se deben combinar las matrices de ecuaciones que describen el comportamiento individual de los elementos y formar la matriz que expresa el comportamiento del sistema completo.
4. Resolver el sistema de ecuaciones. El proceso de ensamble da como resultado una serie de ecuaciones que deben ser resueltas para obtener el valor de las incógnitas nodales del problema.
5. Calcular cantidades adicionales de interés.- Estas cantidades incluyen parámetros que se derivan de los resultados del análisis, como las componentes del esfuerzo, flujo de calor y velocidad de un fluido.

1.4 Los elementos y sus propiedades.

El método de elemento finito ofrece una forma de resolver complejos problemas mediante la subdivisión de los mismos en una serie de problemas más simples interrelacionados: los elementos. El grado en que el ensamblaje de elementos representan el todo, por lo general, depende del número, del tamaño y del tipo de elementos seleccionados para efectuar la representación.

En ciertas ocasiones es posible seleccionar los elementos de tal forma que dicha selección logra conducir a una representación exacta del problema, pero esto solamente ocurre en algunos casos especiales. En la mayor parte de

los casos que se presentan en la ingeniería, la selección del tipo de elemento depende del juicio del ingeniero, basándose este en la experiencia acumulada a lo largo del tiempo.

1.5 Sistema Lineal de Resortes.

Uno de los sistemas más elementales que puede ser examinado, desde un punto de vista de elemento finito, es el sistema lineal de resortes mostrado en la Figura 1.2.

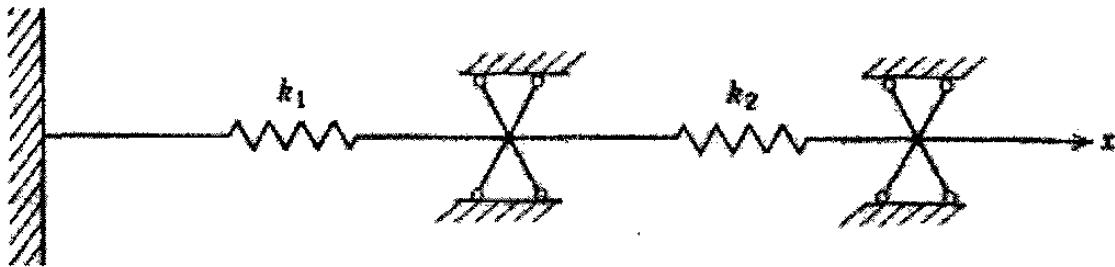


Figura 1.2 Sistema lineal de resortes.

En este sistema se tienen dos resortes conectados en serie. El resorte izquierdo está unido a una pared rígida en su extremo izquierdo, mientras que el resorte de la derecha goza de libertad de movimiento. Se considera que cualquiera de los dos resortes puede experimentar tanto tensión como compresión. Los únicos parámetros existentes en el sistema son las fuerzas, los desplazamientos y la propiedad de rigidez que presentan los elementos.

La forma de subdividir el sistema en elementos se puede apreciar de inmediato. Si se define cada resorte como un elemento, entonces se tiene un sistema que consta de dos elementos y tres nodos.

A fin de determinar las propiedades de un elemento, en este caso su ecuación fuerza-desplazamiento, se tomará en cuenta un elemento por

separado de los dos que se muestran en el diagrama de cuerpo libre. La variable de campo para este ejemplo es el desplazamiento.

En este caso, no es necesario buscar una función de interpolación para representar las propiedades de la variable de campo a lo largo del elemento, ya que mediante la ley de Hooke es posible representarlas. La ley de Hooke proporciona los medios para relacionar los desplazamientos y las fuerzas nodales aplicadas. Acorde a esta ley, cuando un resorte elástico experimenta una carga axial F , éste se deforma en una cantidad δ , dada por la ecuación:

$$\delta = F/k \quad (1.1)$$

donde k es la rigidez del resorte. Usando la ecuación 1.1, es posible escribir la relación fuerza desplazamiento del resorte en términos de fuerza nodal (F_1) y desplazamiento nodal,

$$F_1 = k\delta_1 - k\delta_2 \quad (1.2)$$

como requerimiento de equilibrio se tiene que $F_2 = -F_1$, también se obtiene F_2 ,

$$F_2 = -k\delta_1 + k\delta_2 \quad (1.3)$$

Si se utiliza notación matricial, las ecuaciones 1.2 y 1.3 pueden ser escritas como una ecuación expresando las propiedades fuerza-desplazamiento de uno de los elementos.

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (1.4a)$$

$$[K]\{\delta\} = \{F\} \quad (1.4b)$$

Los componentes de la matriz de rigidez, $[K]$, van acompañados de dos subíndices, esto es, k_{ij} , para hacer notar su posición en la i ésima fila y j ésima columna de la matriz $[K]$. El vector columna $\{\delta\}$ representa el vector nodal de desplazamiento y el vector columna $\{F\}$ es el vector nodal de fuerza para el elemento.

Aunque la ecuación 1.4a fue derivada a partir de uno de los sistemas más simples para elemento finito, posee muchas de las características de las ecuaciones expresando las propiedades de elementos más complejos. Un ejemplo, es que la forma de la ecuación 1.4b permanece igual sin importar el tipo de problema, la complejidad del elemento, o la forma en la que las propiedades del elemento han sido obtenidas. Las propiedades del elemento ofrecidas por la ecuación 1.4a aplican ya sea para el elemento de la derecha o de la izquierda, dependiendo de cual valor de rigidez del elemento será substituido dentro de $[K]$.

La ecuación 1.4b recibe el nombre de ecuación estándar, ya que las ecuaciones de los elementos y el sistema de ecuaciones por lo regular aparecen en esta forma. De hecho, la matriz de ecuaciones para problemas no lineales puede ser escrita en la forma estándar, pero los coeficientes en $[K]$ pueden ser variables en vez de constantes.

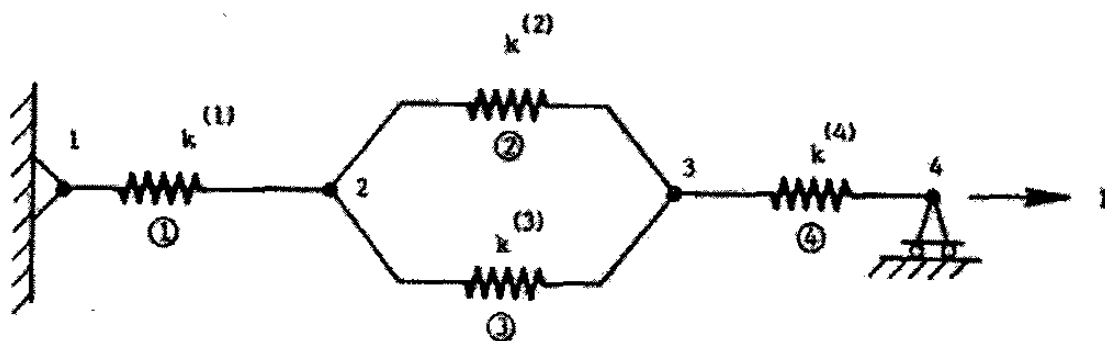
1.6 Ensamblaje de elementos.

Una vez obtenidas las ecuaciones algebraicas que describen las características de cada elemento del sistema, el siguiente paso para poder realizar el análisis es combinar todas estas ecuaciones para formar un sistema completo con todas las ecuaciones gobernantes. El procedimiento para construir el sistema de ecuaciones es siempre el mismo, sin importar el tipo de problema o la complejidad del sistema de elementos, aún si el problema es

modelado con una combinación de diferentes tipos de elementos, el sistema de ecuaciones es ensamblado de la misma manera.

Al realizar el ensamblaje de elementos es necesario tomar en cuenta el concepto de compatibilidad en los nodos del elemento. Esta propiedad consiste en que todos los elementos que estén conectados en un determinado nodo tendrán el mismo valor nodal de la variable o las variables de campo en dicho nodo, asegurando así la continuidad. Por ejemplo, si la variable de campo de un problema determinado es el desplazamiento, la forma de encontrar los valores nodales de dicha variable es utilizando las cargas y las propiedades de rigidez de cada elemento conectado en dicho nodo. Esto, permite obtener una ecuación que describe el valor neto de la rigidez y carga en el nodo.

El siguiente paso es establecer una numeración global arbitraria para identificar los nodos y los elementos; esto representará una parte esencial en la etapa de solución. La Figura 1.3 muestra un diagrama como ejemplo.



c = número de nodo © = número de elemento $k^{(m)}$ = Rigidez del elemento (m).

Figura 1.3 Sistema lineal de resortes consistente de cuatro elementos.

Una vez establecida la numeración, es necesario crear la topología del sistema, esto es, un listado de cuales nodos están conectados a cada elemento. La topología define la conectividad de los elementos en la malla, o en otras palabras, menciona como están conectados los elementos entre sí.

Una vez especificada la topología, el siguiente paso es utilizar las ecuaciones de los elementos para formar la matriz de rigidez. Utilizando nuevamente la ecuación básica (1.4a)

$$\begin{bmatrix} k_{11} & -k_{12} \\ -k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad 1.4(a)$$

donde:

$$k_{11}=k_{12}=k_{21}=k_{22}=k$$

El sistema que está siendo analizado es estático, por lo que bajo una condición de carga dada, cada elemento así como el sistema deben de estar en equilibrio. Al aplicar tal condición de equilibrio en un determinado nodo i , se tiene que:

$$\sum_e F_i^{(e)} = F_i^{(1)} + F_i^{(2)} + F_i^{(3)} + \dots = R_i \quad (1.5)$$

O sea, la sumatoria de todas las fuerzas externas aplicadas a un determinado nodo i en una dirección es igual a la resultante de las fuerzas externas aplicadas.

La evaluación de la ecuación (1.5) en cada nodo del sistema puede ser considerada. Ya que se insiste en tomar en cuenta la condición de compatibilidad de los elementos, o sea, que el desplazamiento en cada nodo es el mismo para todos los elementos que lo comparten, se puede escribir el siguiente balance de fuerzas:

En el nodo 1:

$$k_{11}^{(1)} \delta_1 + k_{12}^{(1)} \delta_2 = R_1$$

En el nodo 2:

$$k_{21}^{(1)} \delta_1 + (k_{22}^{(1)} + k_{22}^{(2)} + k_{22}^{(3)}) \delta_2 + (k_{23}^{(2)} + k_{23}^{(3)}) \delta_3 = 0$$

En el nodo 3:

$$(k_{32}^{(2)} + k_{32}^{(3)})\delta_2 + (k_{33}^{(2)} + k_{33}^{(3)} + k_{33}^{(4)})\delta_3 + k_{34}^{(4)}\delta_4 = 0$$

En el nodo 4:

$$k_{43}^{(4)}\delta_3 + k_{44}^{(4)}\delta_4 = F \quad (1.6)$$

utilizando notación matricial, las cuatro ecuaciones (1.6) pueden ser escritas de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & 0 & 0 \\ k_{21}^{(1)} & (k_{22}^{(1)} + k_{22}^{(2)} + k_{22}^{(3)}) & (k_{23}^{(2)} + k_{23}^{(3)}) & 0 \\ 0 & (k_{32}^{(2)} + k_{32}^{(3)}) & (k_{33}^{(2)} + k_{33}^{(3)} + k_{33}^{(4)}) & k_{34}^{(4)} \\ 0 & 0 & k_{43}^{(4)} & k_{44}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ 0 \\ 0 \\ F \end{Bmatrix} \quad 1.7(a)$$

o de otro modo;

$$[K]\{\delta\}=\{R\} \quad 1.7(b)$$

Las ecuaciones 1.7 representan las características de fuerza-desplazamiento para el sistema completo.

1.7 Condiciones frontera.

Las condiciones frontera abarcan todas las cargas que afectan a cada una de las partes que conforman el problema. Entre ellas figuran la aplicación o restricción de desplazamientos, aplicación de fuerzas, presiones, ejes o planos de simetrías, temperaturas en diversas zonas, etcétera. Cada tipo de análisis posee una variedad de condiciones frontera.

Sin importar el tipo de problema para el cual ha sido ensamblada una determinada cantidad de ecuaciones, la ecuación final tendrá la forma

$$\begin{bmatrix} nxn \\ K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} nxl \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} nxl \\ R \end{Bmatrix} \quad (1.8)$$

Esta ecuación toma en cuenta las condiciones frontera que involucran ciertas acciones nodales ya que éstas han sido incluidas en el vector columna $\{R\}$ resultante durante el ensamble. Sin embargo, para obtener una solución única de las ecuaciones 1.8, al menos una y en ocasiones más de una variable nodal debe ser especificada y $[K]$ debe de ser modificada para volverla no singular.

Una forma de incluir las variables nodales⁽³⁾ prescritas en la ecuación 1.8 y al mismo tiempo retener el sistema de nxn ecuaciones (es decir, sin tener que modificar el número original de filas y columnas) es la siguiente. Si i es el subíndice de una variable nodal prescrita, la i ésima fila y columna de la matriz $[K]$ son igualadas a cero, y k_{ii} es igualada a la unidad. El término R_i del vector columna $\{R\}$ es reemplazado por el valor conocido de x_i . Cada uno de los valores restantes de $\{R\}$ es modificado substrayéndoles el producto del valor nodal prescrito por el término apropiado de columna de la matriz original $[K]$.

A fin de ilustrar el procedimiento para la introducción de condiciones frontera mencionado anteriormente, considérese como ejemplo un sistema con cuatro ecuaciones. Con esto, la ecuación 1.8 se expande a la forma

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{Bmatrix} \quad (1.9)$$

Supóngase que para este sistema hipotético las variables nodales x_1 y x_3 son especificadas como

$$x_1 = \beta_1 \quad x_3 = \beta_3 \quad (1.10)$$

Cuando estas condiciones frontera son introducidas, la ecuación matricial se convierte en:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & k_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & k_{42} & 0 & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ R_2 - k_{21}\beta_1 - k_{23}\beta_3 \\ \beta_3 \\ R_4 - k_{41}\beta_1 - k_{43}\beta_3 \end{Bmatrix} \quad (1.11)$$

Esta ecuación matricial (sin haber sido alterada en sus dimensiones) está lista ahora para ser resuelta para todas sus variables nodales.

1.8 Métodos explícitos e implícitos.

Desde los primeros tiempos de los cálculos de plasticidad han sido adoptados diversos procedimientos para la integración de las ecuaciones diferenciales parciales, éstos pueden ser clasificados en las categorías de explícitos e implícitos⁽⁴⁾. Los métodos implícitos y explícitos son utilizados en el cálculo del incremento del tiempo.

1.8.1 Métodos explícitos.

Estos métodos dan como resultado sólo una variable desconocida en la ecuación obtenida al solucionar la ecuación diferencial gobernante, lo cual

permite la evaluación de la misma en términos de cantidades conocidas. En cambio, en los métodos implícitos ofrecen más de una variable desconocida en la ecuación resultante, lo cual implica que la formulación algebraica requiere de la utilización de operaciones simultáneas para la obtención de la solución.

En los procedimientos explícitos se utiliza ya sea un proceso de integración directa o bien se adopta alguna forma del método de Runge-Kutta⁽²⁾. En el primero, el incremento conocido $\Delta\varepsilon$ se subdivide en un número determinado de intervalos y la integral se reemplaza por una ecuación sumatoria. El método de Runge-Kutta proporciona un procedimiento de mayor precisión. Para ilustrar este método considérese la ecuación (1.12)

$$\Delta\sigma = \int_0^{\Delta\varepsilon} D_{ep} d\varepsilon \quad (1.12)$$

donde σ representa la tensión aplicada y D_{ep} es la matriz de propiedades elastoplásticas. El método aplica primero un incremento de $\Delta\varepsilon/2$ en un único paso para obtener

$$\Delta\sigma^{1/2} = D_o \frac{\Delta\varepsilon}{2} \quad (1.13)$$

siendo D_o la matriz elastoplástica inicial. Este incremento de tensión se evalúa para calcular $1/2D_o$ para el valor $\Delta\varepsilon/2$ y finalmente se obtiene

$$\Delta\sigma = {}^{1/2}D_o \Delta\varepsilon \quad (1.14)$$

El método de Runge-Kutta puede dar una estimación del error en la tensión, y, si tal error supera una cierta norma, el tamaño del incremento puede ser modificado. Este procedimiento se recomienda para problemas de plasticidad en general.

1.8.2 Métodos implícitos.

La integración de la ecuación (1.12) puede ser escrita en forma implícita:

$$\Delta\sigma = [(1 - \theta)D_n + \theta D_{n+1}] \Delta\varepsilon \quad (1.15)$$

donde D_n es el valor de la matriz al principio del incremento y D_{n+1} el valor al final del mismo.

La ecuación (1.15) puede resolverse mediante cualquiera de los métodos iterativos descritos en la Sección 1.10, sin embargo, las derivadas de D son bastante complejas y, en cualquier caso, se comete un error considerable en la forma aproximada de la ecuación (1.15).

1.9 Comentarios generales de los métodos explícitos e implícitos.

En algunos análisis, los métodos explícitos presentan la desventaja de que el algoritmo es condicionalmente estable⁽³⁾, es decir, el incremento del tiempo Δt debe ser seleccionado de tal forma que no rebase un cierto valor (Δt_{cr}) crítico.

Los métodos implícitos se apoyan en varios algoritmos⁽³⁾ que son incondicionalmente estables, sin embargo, bajo incrementos de tiempo demasiado grandes los algoritmos pueden inducir oscilaciones falsas en las respuestas calculadas. Con esto se puede concluir que la selección del incremento del tiempo es un aspecto importante tanto para algoritmos implícitos como explícitos.

Debido a la técnica que utiliza para los incrementos de tiempo, los métodos implícitos resultan ventajosos al analizar problemas estáticos y cuasi estáticos⁽⁴⁾. Los procedimientos implícitos utilizan incrementos de tiempo automáticos, dichos incrementos son estables y dependen del estado inicial de los incrementos.

En los métodos explícitos, el tamaño de los incrementos de tiempo depende de la dimensión de los elementos y de las propiedades del material. Las técnicas explícitas presentan grandes ventajas en análisis no lineales de tres dimensiones que presentan contacto⁽⁶⁾.

Los métodos implícitos pueden ser más rápidos que los métodos explícitos en problemas pequeños. Para problemas complejos con una malla muy refinada un método explícito es más rápido ya que el tiempo que demora un análisis explícito es directamente proporcional al número de grados de libertad del sistema, mientras que en el método implícito el tiempo es directamente proporcional al cuadrado del número de los grados de libertad.

1.10 Técnicas iterativas

Por lo general, los problemas están representados por ecuaciones diferenciales parciales. Las soluciones numéricas de dichas ecuaciones pueden obtenerse por medio de varias técnicas existentes. Las ecuaciones de elemento finito resultantes pueden ser en estado estacionario o en estado transitorio, ya sea lineal o no lineal. Las ecuaciones lineales son resueltas por eliminación Gaussiana, método de Cholesky, etc., y las ecuaciones no lineales se resuelven por métodos iterativos. El objetivo de esta Sección es proporcionar una breve descripción de algunos métodos iterativos, sin embargo, las referencias (1-5) proporcionan una explicación más a fondo de éstos, así como de otros métodos de iteración utilizados con menor frecuencia.

1.10.1 *Método de Newton – Raphson.*- Este proceso es probablemente el método de más rápida convergencia para la solución de problemas no lineales. No obstante, a pesar de su rápida convergencia puede resultar un poco incómodo, principalmente debido a las siguientes razones:

1. Se tiene que formar y refactorizar (resolver) una nueva matriz K_T para cada iteración.
2. En algunas ocasiones, la matriz K_T , aunque inicialmente simétrica, se vuelve no simétrica y, en consecuencia, se precisa el uso de procedimientos de solución para ecuaciones no simétricas.

1.10.2 *Método de Newton – Raphson modificado.* Este método utiliza esencialmente la misma formulación que el proceso de Newton – Raphson, pero se reemplaza la variable K_T por una aproximación constante. Este procedimiento convergerá, hablando en forma general, a una velocidad más lenta, pero las dificultades mencionadas para el proceso de Newton – Raphson desaparecen.

1.10.3 *Método incremental – secante de cuasi Newton.*- En este método, una vez que se ha realizado la primera iteración de la sección precedente, se puede encontrar una pendiente secante. Este sistema puede ser casi tan rápido para converger como el proceso de Newton – Raphson.

CAPITULO 2

EL PROCESO DE PRODUCCIÓN DE CODOS.

2.1 Introducción.

En el Estado de Nuevo León existe una gran cantidad de empresas dedicadas al área metal-mecánica, de las cuales, algunas de ellas desempeñan en el área de fundición, unas más en el área de maquinado y otras en el área de forjado, siendo éste último el giro de la empresa con la cual se realizará en forma conjunta esta investigación.

El presente proyecto tiene como objeto principal simular por el método de elemento finito el proceso de producción utilizado actualmente para la producción de codos de acero de bajo carbono, para lo cual, se utiliza como materia prima tubería sin costura. El proceso es empleado por Empresas Riga, S. A. De C. V., compañía instalada en el municipio de Ciénega de Flores, Nuevo León.

En este Capítulo se pretende proporcionar una idea del proceso de producción en la línea de codos de 7.6 centímetros de diámetro de la empresa.

2.2 El proceso.

La Figura 2.1 muestra un esquema del proceso de producción completo, desde la obtención de los segmentos de tubería hasta el biselado.



Figura 2.1 Esquema del proceso de producción.

A continuación se presenta una serie de fotografías obtenidas en la planta, esto con la finalidad de ofrecer una explicación a mayor detalle del proceso.

El proceso comienza con el traslado de la materia prima, la tubería, desde el área de recibo de materiales hasta el área de corte. Los tubos se dividen en el área de corte en segmentos de longitud necesaria para el proceso. En el caso de este proyecto de simulación, la medida longitudinal es de 31.7 centímetros de largo. La Figura 2.2 proporciona una imagen de la etapa de corte.



Figura 2.2 Etapa de corte de tubería.

El siguiente paso es trasladar las secciones de tubo hacia el área de forja. En el área de forjado los tubos son cargados a la prensa que los somete al primer paso de deformación. La máquina es una prensa hidráulica horizontal. El trabajo se realiza en caliente, la temperatura de trabajo se mantiene a

alrededor de 800 °C. La Figura 2.3 ilustra esta etapa de deformación del proceso de producción.

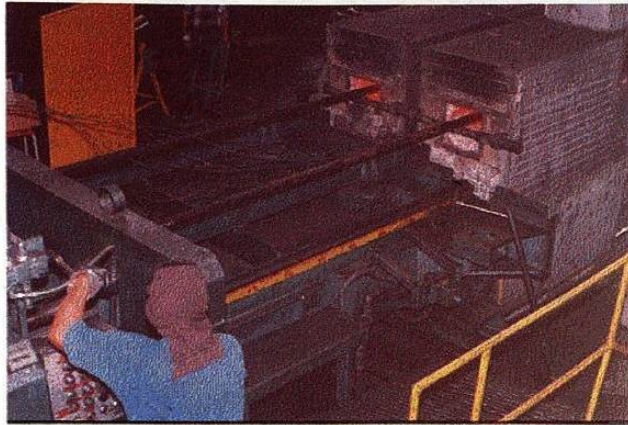


Figura 2.3 Primer paso de deformación en una prensa hidráulica horizontal.

Este primer paso de deformación es la etapa de interés para este análisis y se describe más detalladamente en la Sección 2.3.

Una vez efectuado el paso de deformación en la prensa horizontal, el tubo se conduce hasta una prensa hidráulica vertical para recibir un hormado, el cual representa el segundo y último paso de deformación.

El proceso de hormado, se lleva a cabo cuando el codo se encuentra aún caliente, sin embargo, no se tiene un control preciso de la temperatura, ya que esta etapa no cuenta con un sistema de calentamiento y la pieza pierde calor a causa del traslado de la prensa horizontal a la prensa vertical.

En la Figura 2.4 se muestra el codo siendo sometido al proceso de hormado en la prensa vertical.

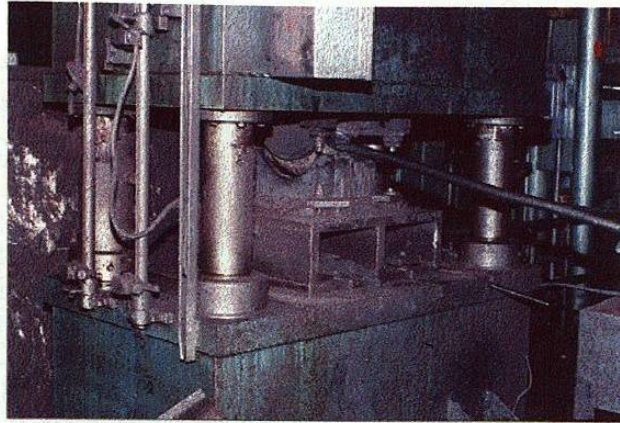


Figura. 2.4 Prensa vertical para el hormado de codos.

Después del hormado, el codo contiene una microestructura deformada y con altos niveles de esfuerzos residuales debido al proceso de deformación plástica. Por consecuencia, en el siguiente paso es trasladado hacia el área de relevado de esfuerzos, en el cual, se efectúa la recristalización y el relevado de esfuerzos del material al someterlo a elevadas temperaturas. La Figura 2.5 muestra el horno utilizado para el relevado de esfuerzos.

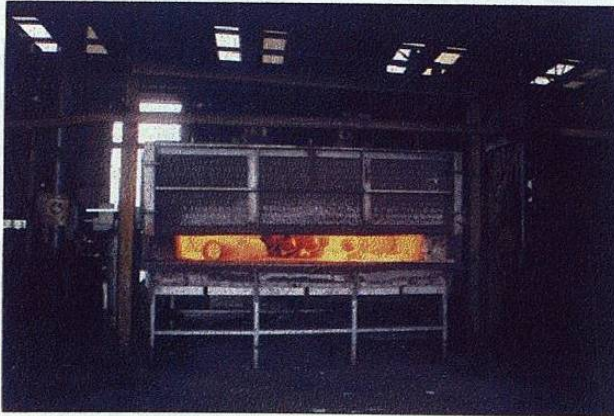


Figura 2.5 Horno para relevado de esfuerzos de piezas forjadas.

La siguiente etapa es la etapa de granallado. En esta etapa, el codo es liberado del óxido formado durante las etapas a alta temperatura mediante un chorro de granalla de acero lanzada a alta velocidad. La Figura 2.6 ilustra los codos siendo sometidos al proceso de granallado.

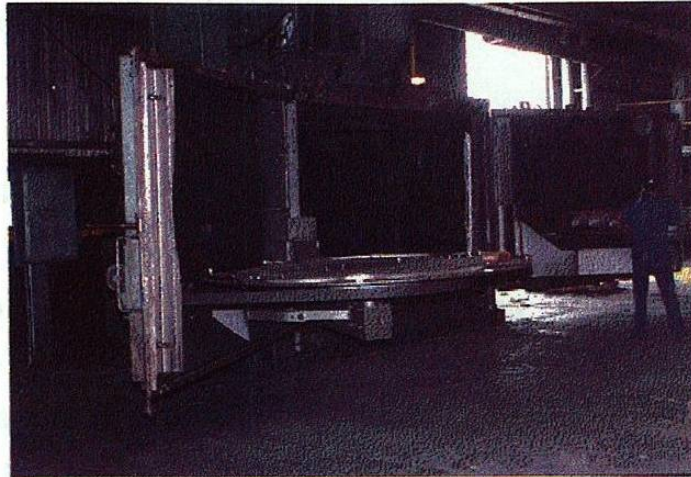


Figura 2.6 Proceso de granallado.

La última etapa necesaria para terminar el codo como producto es la etapa de maquinado. En esta etapa, los extremos del codo se maquinan hasta obtener las medidas necesarias, además, se imprime un bisel para facilitar el proceso de soldadura. La Figura 2.7 muestra el proceso de maquinado.

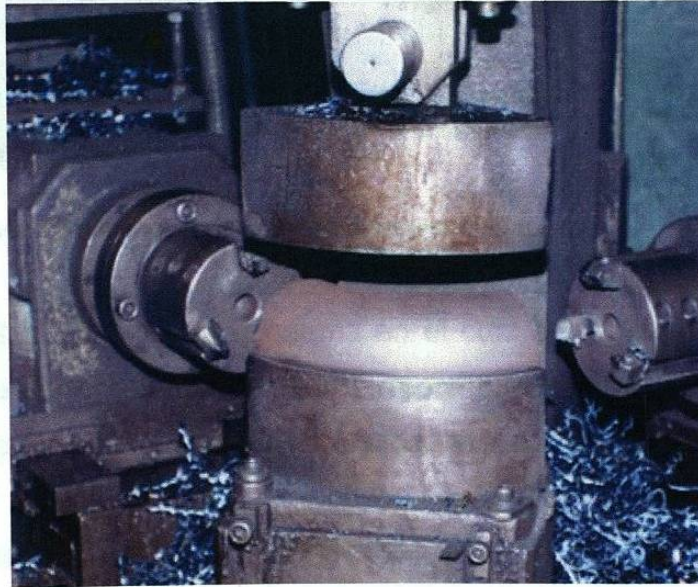


Figura 2.7 Maquinado y biselado de los codos.

Una vez obtenido el codo como producto terminado, lo siguiente es trasladar los codos hacia el almacén de producto para ser empacados y enviados hacia su destino.

2.3 La etapa a simular.

El proceso completo consta de las etapas básicas anteriormente mencionadas. De todas ellas, la etapa que es objeto de estudio de este proyecto de simulación es la que proporciona el primer paso de deformación, es decir, la etapa de formado con la prensa horizontal. La Figura 2.8 muestra una ilustración de la etapa a simular numéricamente.

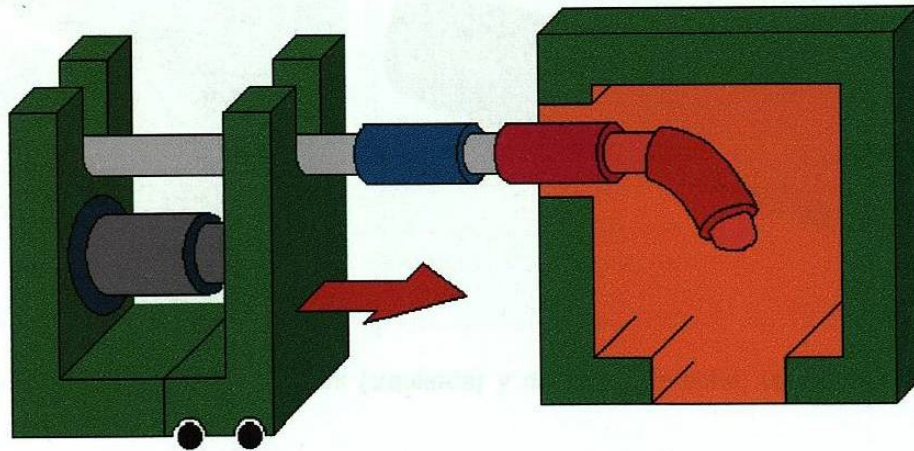


Figura 2.8 Ilustración de la etapa a simular del proceso.

La Figura 2.8 presenta un esquema en el cual se representa la prensa horizontal cargada con los tubos a deformar para producir los codos. Además de esto, se presenta una ilustración de la cámara de calentamiento que se utiliza para elevar la temperatura de los codos hasta la temperatura de trabajo, la cual se mantiene a alrededor de 800 °C.

La velocidad de la platina de la prensa es de 34 cm/min aproximadamente. Dicha velocidad permite un avance gradual del tubo dentro de la cámara y, por lo tanto, un incremento gradual de la temperatura del

mismo. En el Apéndice A se muestran unas gráficas de temperatura contra tiempo obtenidas durante la etapa de experimentación.

Dentro de la etapa a simular existen dos objetos o geometrías esenciales, estos son el herramental (mandril) y la pieza de trabajo (tubo). El tubo tiene un radio medio interior de 2.7 cm, un espesor de 6 mm y una longitud de 31.7 cm. En el Apéndice B se proporciona un dibujo con la especificación de las dimensiones del mandril. En la Figura 2.9 se presenta una fotografía del mandril y del tubo utilizado en el proceso de producción.

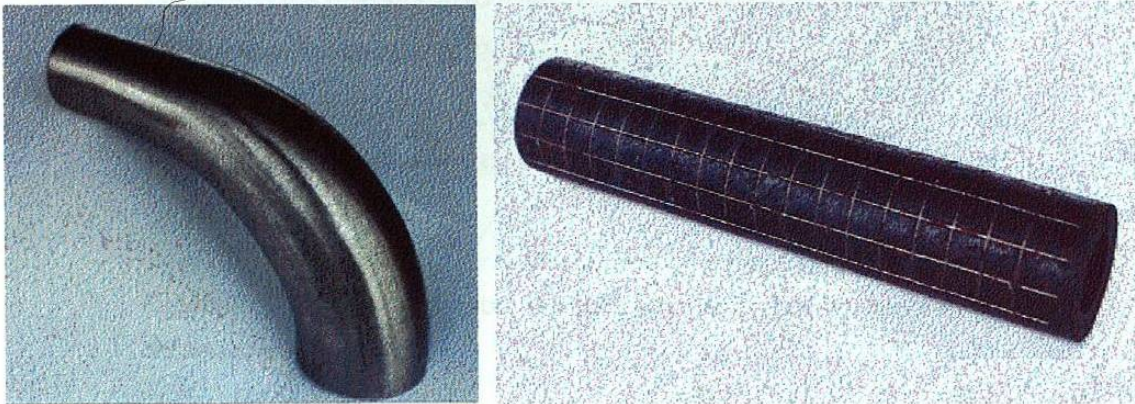


Figura 2.9 Fotografías del mandril (izquierda) y del tubo (derecha) utilizados en la etapa del proceso a simular.

En el proceso, el tubo se fuerza a pasar sobre la superficie exterior del mandril, el cual imprime la deformación plástica al tubo a medida que avanza. Al observar el dibujo el mandril mostrado en el Apéndice B se puede apreciar que el proceso de formado del tubo se presenta en dos operaciones.

La primera es una operación de expansión y doblez simultáneamente, en la cual, el tubo incrementa su radio interior de 2.4 a 3.9 centímetros, además de imprimirle una curvatura con un ángulo aproximado de 30°.

La segunda operación consiste en imprimir la curvatura final al tubo para formar así el codo, la cual es de 90° . La Figura 2.10 muestra la imagen final del tubo después de experimentar la deformación impartida por el mandril.

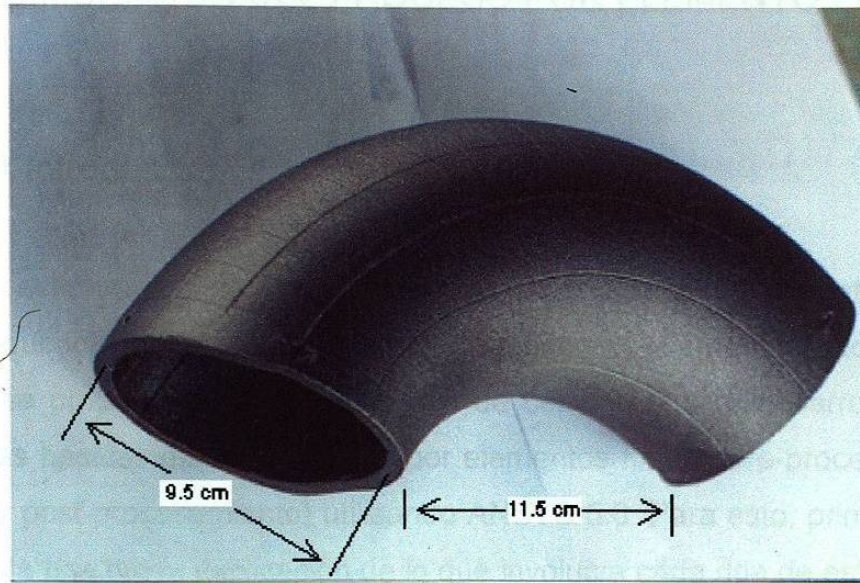


Figura 2.10 Imagen del tubo después de pasar por el proceso de deformación.

CAPITULO 3

SIMULACION DEL PROCESO POR ELEMENTO FINITO.

3.1 Introducción.

En este trabajo de investigación ha sido utilizado el paquete ANSYS versión educacional 5.6 como programa genérico de elemento finito. En este Capítulo se proporciona una descripción de cómo han sido desarrolladas las tres etapas básicas de la simulación por elementos finitos (pre-procesamiento, solución y post-procesamiento) utilizando ANSYS 5.6. Para esto, primeramente se presenta una breve explicación de lo que involucra cada una de estas etapas en dicho paquete computacional. Posteriormente se presentará la secuencia de pasos que fueron necesarios para la realización de este análisis. Se pretende también incluir en esta información imágenes, sugerencias y comentarios apropiados.

Todo esto es con el fin de ofrecer un precedente lo más clara y completamente explicado posible acerca de la utilización de ANSYS como paquete computacional de elemento finito y ayudar en la utilización del mismo a los lectores en sus futuras investigaciones, en dado caso de utilizar este mismo programa.

Es importante hacer mención acerca del idioma que ANSYS utiliza. El programa ha sido desarrollado en los Estados Unidos de América, razón por la cual sus comandos, opciones, cuadros de diálogo y expresiones utilizan el idioma inglés. No existe una versión en español de ANSYS, lo cual ocasiona

que en este trabajo se utilicen con gran frecuencia términos técnicos en el idioma inglés que no cuentan con una apropiada traducción al idioma español.

3.2 Simplificaciones.

En algunas ocasiones resulta ventajoso tomar en cuenta ciertas simplificaciones geométricas sobre el modelo. El tiempo de análisis está íntimamente relacionado con la cantidad de elementos presentes. Entre más elementos se tengan, mayor será el tiempo que le tome al equipo de cómputo efectuar las operaciones matemáticas necesarias. Además, en muchos de los casos es necesario realizar varias corridas para llegar a la solución correcta, ya que frecuentemente se necesita realizar algunos ajustes sobre el modelo. De aquí radica la importancia de conservar el mismo tan simple como sea posible.

Otro aspecto que en ocasiones resulta importante es la capacidad del paquete y del equipo de cómputo utilizados. En este caso, la versión del paquete que se está utilizando tiene una capacidad máxima de análisis de 32,000 elementos. Además, las características del equipo que ha sido utilizado son un tanto limitadas. La máquina es una computadora Alaska, con una capacidad de 8 Gb en disco duro, procesador Pentium II y 64 Mb en memoria RAM, aunque la capacidad de almacenamiento en el disco duro es suficientemente alta, la velocidad de procesamiento es moderada, así que resulta importante aprovechar al máximo todas las simplificaciones posibles.

Una simplificación de práctica común es dividir el sistema en tantas secciones iguales como sea posible, esto mediante la utilización de planos de simetría. Posteriormente se procede a analizar solamente una de las secciones resultantes. Al suponer que los resultados serán iguales para las demás.

En la etapa del proceso de formado que ha sido objeto de este estudio, se puede observar que el mandril posee un plano de simetría que comienza

desde la zona de entrada del tubo y termina en la zona donde sale el codo ya formado, es decir, el plano de simetría se localiza longitudinalmente. El tubo, debido a su forma cilíndrica, puede adoptar con facilidad la misma consideración geométrica que el mandril. La Figura 3.1 muestra la imagen del mandril y la pieza de trabajo completas comparadas con la imagen simplificada de los mismos lista para ser analizada.

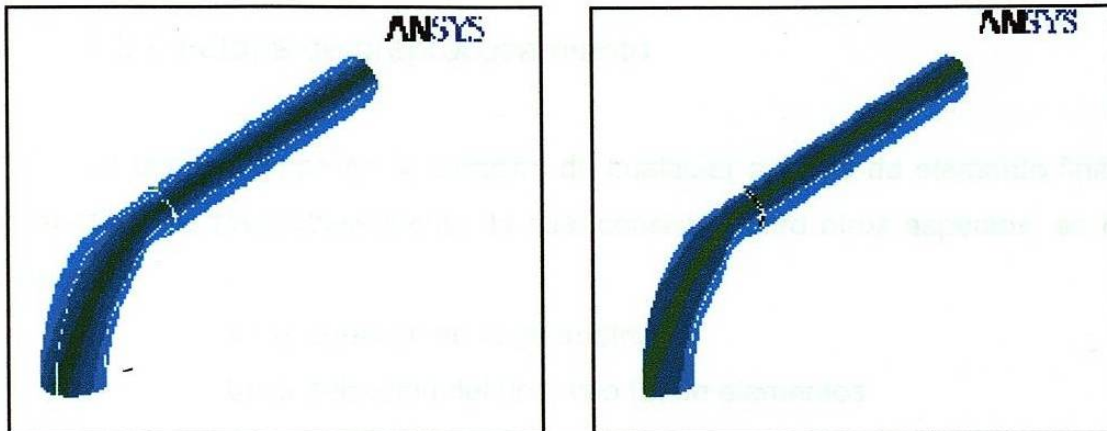


Figura 3.1 Geometría completa del mandril y del tubo (izquierda) y geometría resultante de utilizar la simplificación geométrica (derecha).

Como se puede observar en la Figura 3.1, con solo realizar esta simplificación se obtiene un ahorro del 50% en el número de elementos utilizados, logrando así un tiempo de análisis considerablemente menor y una reducción en la probabilidad de sobrepasar las capacidades del equipo de cómputo y del paquete.

Otra simplificación que resulta de suma importancia es el hecho de considerar el mandril no como un sólido, sino como una superficie rígida. Esta simplificación es posible ya que el objetivo de esta investigación es analizar únicamente el comportamiento experimentado por el tubo y no el comportamiento del mandril. Se puede observar el importante ahorro de elementos que esta consideración implica, ya que en vez de ser necesaria la elaboración de una malla en todo el volumen del mandril, ésta sólo es requerida en la superficie del mismo. La geometría del tubo es también representada

mediante un área, ya que la naturaleza de los elementos que serán utilizados para construir la malla así lo demanda.

Por último, una simplificación más en este trabajo, ha sido el hecho de no considerar el coeficiente de fricción existente entre las superficies del mandril y del tubo.

3.3 La etapa de preprocesamiento.

La primera etapa en la creación de cualquier análisis de elemento finito es la etapa de preprocesamiento, la cual consiste, entre otros aspectos, en lo siguiente:

- a) la creación de la geometría
- b) la selección del (los) tipo (s) de elementos
- c) alimentación de las propiedades de los materiales
- d) la creación de la malla
- e) la adición de las condiciones frontera

La etapa de preprocesamiento es la etapa en la que se construye físicamente el modelo, incluyendo sus características de fuerza, desplazamiento, presión, etc. En la simulación del proceso de producción de codos, esto equivale a construir el herramental o mandril y la pieza de trabajo, o sea, el tubo.

El primer paso consiste en revisar las especificaciones de las dimensiones de las piezas involucradas en el proceso, esto es llevado a cabo mediante la consulta de los respectivos dibujos. En el Apéndice B se proporciona un dibujo con las especificaciones dimensionales del mandril.

A diferencia de otros paquetes, ANSYS requiere de puntos para comenzar la elaboración de la geometría, por esto al trabajar en esta etapa con

dicho paquete, uno de los primeros pasos es la alimentación de los puntos que delimitan las dimensiones de las piezas. Para esto, es necesario realizar primeramente una detenida revisión de los dibujos que contienen las especificaciones geométricas. Por razones prácticas, se presentará por separado la creación de la geometría del mandril y la geometría del tubo.

3.3.1 Creación de la geometría del mandril.

Una vez revisadas las dimensiones en el dibujo del mandril, se procede a identificar los puntos necesarios para comenzar su construcción en ANSYS. La Tabla 3.1 muestra los puntos obtenidos y sus coordenadas cartesianas a partir de los dibujos consultados.

| | x | y | z | | | x | y | z |
|----|--------|---------|--------|--|----|-------|----------|--------|
| 1 | 0 | -0.023 | 0 | | 21 | 0.039 | -0.129 | 0.195 |
| 2 | 0 | 0.023 | 0 | | 22 | 0 | 0.0168 | 0.127 |
| 3 | 0 | 0 | 0.0254 | | 23 | 0 | -0.0523 | 0.0985 |
| 4 | 0 | -0.0238 | 0.0254 | | 24 | 0 | 0.0233 | 0.0928 |
| 5 | 0 | 0.0238 | 0.0254 | | 25 | 0 | -0.0219 | 0.19 |
| 6 | 0 | -0.0079 | 0.0843 | | 26 | 0 | -0.0535 | 0.214 |
| 7 | 0 | -0.0389 | 0.0758 | | 27 | 0 | -0.0902 | 0.229 |
| 8 | 0 | -0.0176 | 0.112 | | 28 | 0.039 | -0.1 | 0.191 |
| 9 | 0 | -0.031 | 0.139 | | 29 | 0.039 | -0.0728 | 0.18 |
| 10 | 0 | -0.0129 | 0.195 | | 30 | 0.039 | -0.0492 | 0.162 |
| 11 | 0 | -0.0129 | 0.234 | | 31 | 0 | -0.0766 | 0.135 |
| 12 | 0 | -0.0129 | 0.156 | | 32 | 0 | -0.0921 | 0.146 |
| 13 | 0 | -0.0646 | 0.119 | | 33 | 0 | -0.11 | 0.154 |
| 14 | 0 | 0.00246 | 0.159 | | 34 | 0 | -0.1 | 0.191 |
| 15 | 0.023 | 0 | 0 | | 35 | 0 | -0.0728 | 0.18 |
| 16 | 0.0238 | 0 | 0.0254 | | 36 | 0 | -0.0493 | 0.162 |
| 17 | 0 | 0.0238 | 0.0591 | | 37 | 0 | -0.0276 | 0.0517 |
| 18 | 0.0323 | -0.0079 | 0.0843 | | 38 | 0.026 | -0.00202 | 0.0554 |
| 19 | 0.0373 | -0.0176 | 0.112 | | 39 | 0 | -0.0019 | 0.0554 |
| 20 | 0.039 | -0.031 | 0.139 | | | | | |

Tabla 3.1 Lista de coordenadas obtenidas a partir del dibujo del mandril.

Es importante hacer notar que la Tabla 3.1 no es estrictamente invariable, sino que la numeración, posición e incluso la cantidad de los puntos que ésta contiene puede cambiar dependiendo del criterio que se utilice para su

obtención. Los datos presentados en la Tabla 3.1 fueron obtenidos siguiendo un criterio personal, más no es necesariamente el único criterio posible.

Para alimentar las coordenadas de los puntos al programa es necesario seguir la siguiente secuencia de comandos: Main Menu > Preprocessor > Create > Keypoints > In Active CS. Esta secuencia despliega una ventana que permite la alimentación de coordenadas de tipo cartesianas. La Figura 3.2 muestra el resultado de la alimentación de los puntos listados en la Tabla 3.1 a ANSYS.

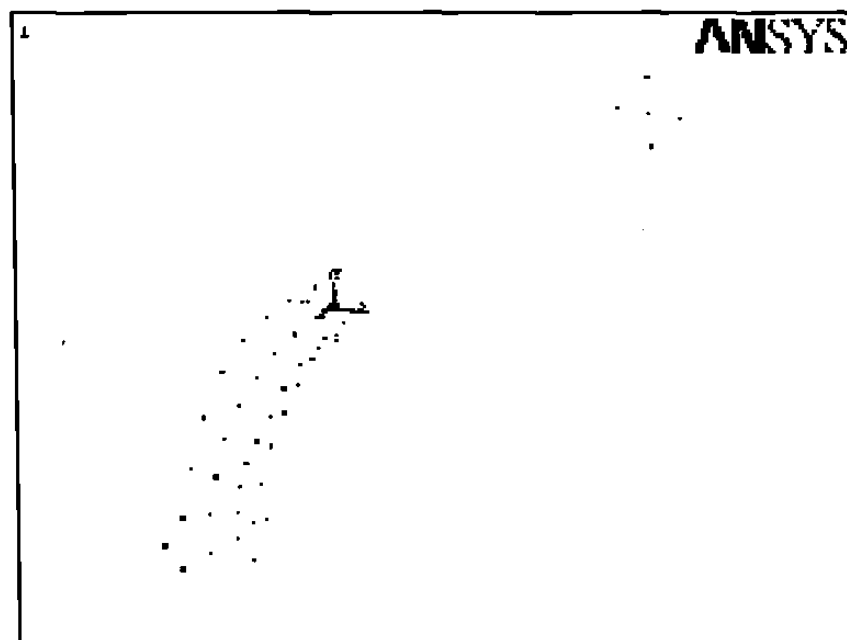


Figura 3.2 Imagen de los puntos creados como primer paso en la generación de la geometría en ANSYS.

El siguiente paso consiste en la creación de las líneas a partir de los puntos alimentados. Existen diversas opciones para crear líneas a partir de los puntos mostrados en la Figura 3.2, dichas opciones se presentan seleccionando la siguiente serie de opciones: Main Menu > Preprocessor > Create. Una vez seguida esta secuencia, el programa despliega una serie de opciones para la

creación de líneas rectas y arcos entre otras. Se procede a seleccionar de entre ellas la opción más adecuada para crear el tipo de línea que se necesita.

La Figura 3.3 muestra la imagen de la geometría del mandril después de haber sido creada la totalidad de las líneas que lo componen según el criterio anteriormente expuesto. En la Figura 3.3 se puede apreciar con mayor claridad las geometrías involucradas en el análisis.

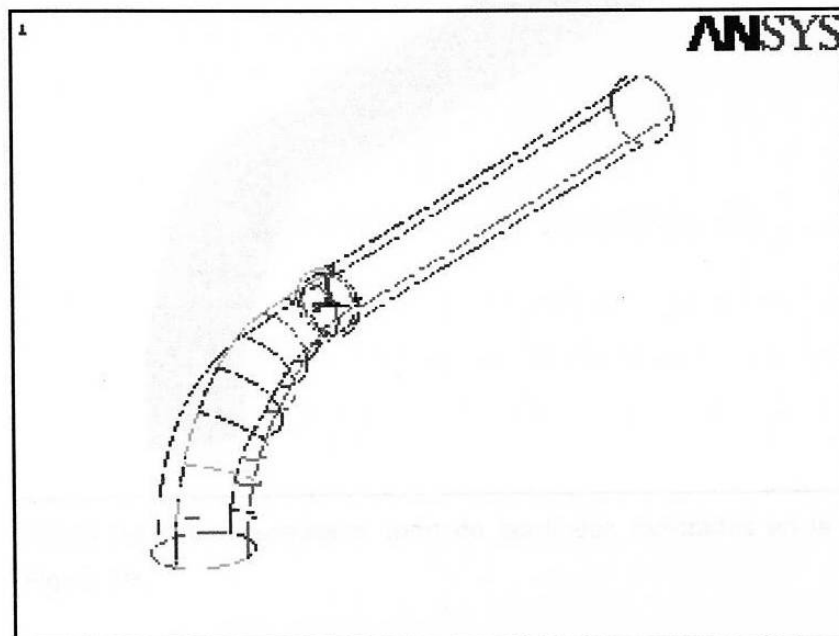


Figura 3.3 Líneas resultantes de la unión de los puntos mostrados en la Figura 3.2.

Cabe mencionar que al finalizar la etapa de creación de líneas, las partes que tendrán lugar en la simulación ya deben de contar con las características geométricas especificadas en los dibujos, esto sin importar el criterio considerado en la obtención de los puntos y sus coordenadas. Es necesario revisar detenidamente la geometría obtenida a fin de localizar posibles errores y efectuar las correcciones pertinentes.

El siguiente paso en la elaboración de la geometría es la creación de áreas a partir de las líneas. Para este efecto fue utilizada la opción “mediante líneas”, utilizando la siguiente secuencia: Main Menu > Preprocessor > Create > Areas > Arbitrary > Through Lines. La Figura 3.4 muestra las áreas generadas mediante esta secuencia.

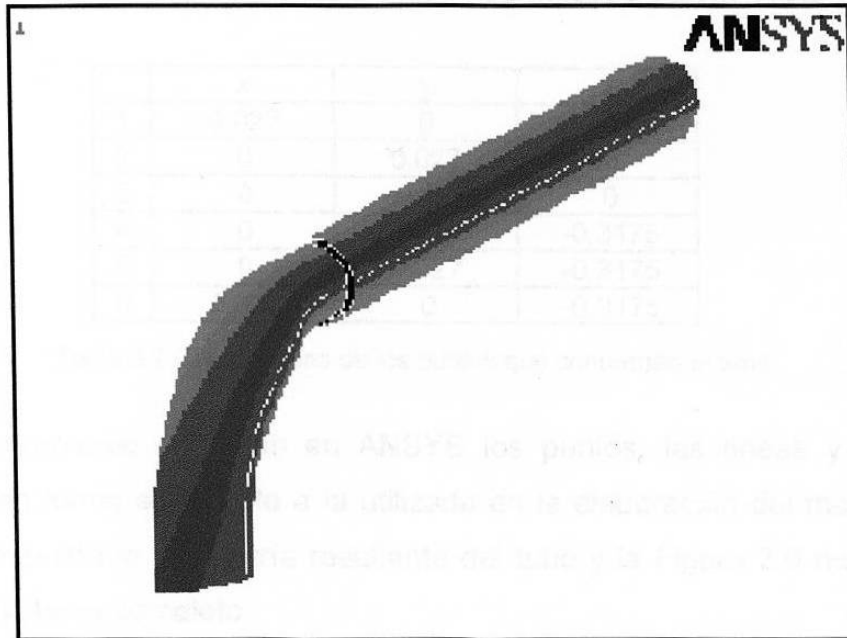


Figura 3.4 Areas creadas a partir de las líneas mostradas en la Figura 3.3.

3.3.2 Creación de la geometría del tubo.

La elaboración de la geometría de la pieza a deformar es más simple en cuanto a la localización de los puntos, la alimentación de los datos al paquete y la creación de la geometría sigue básicamente la misma secuencia utilizada para el mandril: puntos → líneas → áreas.

El tubo es de forma cilíndrica, para crear el tubo basta con crear una sola área cilíndrica, la cual corre paralela a las dos superficies cilíndricas que conforman el tubo sólido, estas son, el área exterior determinada por su radio

exterior y el área interior determinada por el radio interior. El valor del radio del área a crear debe ser un valor promedio de los radios interior y exterior, es decir, el área debe estar localizada en un punto intermedio entre dichos radios.

Es necesario recordar la simplificación geométrica de simetría durante el análisis de los dibujos para la creación del tubo en el programa. Los puntos y coordenadas obtenidos siguiendo este criterio se muestran en la Tabla 3.2.

| | x | y | z |
|---|-------|--------|---------|
| 1 | 0.027 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0.027 | 0 |
| 3 | 0 | -0.027 | 0 |
| 4 | 0 | -0.027 | -0.3175 |
| 5 | 0 | 0.027 | -0.3175 |
| 6 | 0.027 | 0 | -0.3175 |

Tabla 3.2 Coordenadas de los puntos que conforman el tubo.

Posteriormente se crean en ANSYS los puntos, las líneas y el área necesarias en forma semejante a la utilizada en la elaboración del mandril. La Figura 3.5 muestra la geometría resultante del tubo y la Figura 3.6 muestra la imagen del sistema completo.

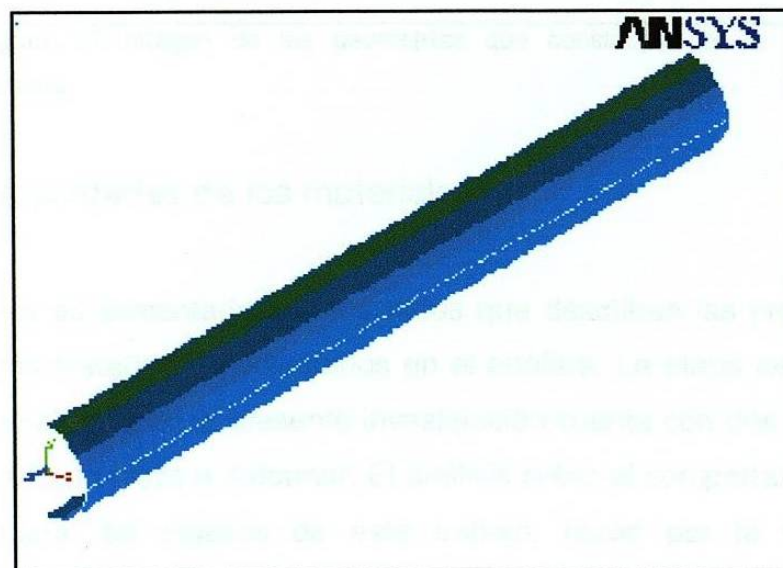


Figura 3.5 Geometría resultante del tubo.

Al igual que en la creación del mandril, las coordenadas listadas en la Tabla 3.2 han sido obtenidas siguiendo un criterio personal, de hecho, el método de obtención de la geometría del tubo ha sido creado utilizando un criterio propio. Las razones por las cuales se representa el tubo como un área en vez de presentarse como un sólido se explican en la Sección 3.3.5.1, localizada dentro de este mismo Capítulo.

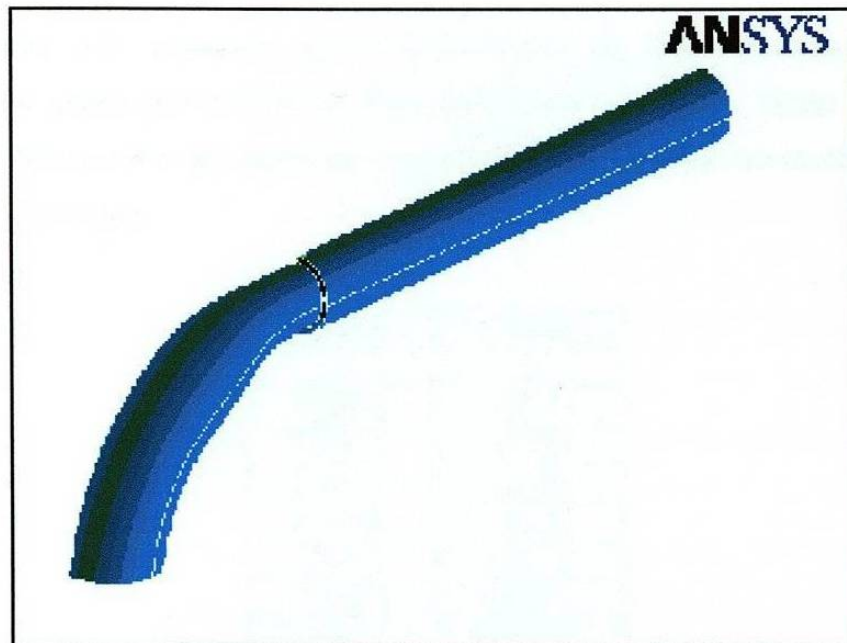


Figura 3.6 Imagen de las geometrías que constituyen el sistema.

3.3.3 Propiedades de los materiales.

El paquete es alimentado con los datos que describen las propiedades mecánicas de los materiales involucrados en el análisis. La etapa del proceso de producción analizada en la presente investigación cuenta con dos piezas de trabajo, el mandril y la pieza a deformar. El análisis sobre el comportamiento del mandril está fuera del objetivo de este trabajo, razón por la cual será considerado como un cuerpo rígido que no experimenta deformación alguna, de

aquí que no sean requeridas propiedades mecánicas del material que lo conforma.

El caso del tubo es diferente. Puesto que es éste el componente en estudio, es necesario realizar ensayos mecánicos a fin de obtener las propiedades mecánicas del material. El procedimiento utilizado para obtener dichas propiedades es discutido detalladamente en la Sección 4.4.

La Tabla 3.3, presenta las características de esfuerzo-deformación resultantes del acero con el cual es fabricado el tubo utilizado como materia prima. En la Sección 4.4, se describe el procedimiento utilizado en la obtención de dichas propiedades.

| ε (real) | σ (real) |
|----------------------|-----------------|
| 0 | 0 |
| 0.0182 | 101.14 |
| 0.0323 | 113.84 |
| 0.0456 | 122.93 |
| 0.0598 | 129.85 |
| 0.0735 | 135.35 |
| 0.0873 | 140.17 |
| 0.1011 | 144.17 |
| 0.1331 | 152.11 |
| 0.179 | 161.40 |
| 0.2249 | 168.94 |
| 0.2707 | 175.68 |
| 0.3165 | 180.51 |
| 0.3322 | 181.60 |
| 0.4079 | 185.84 |
| 0.4536 | 187.06 |
| 0.5402 | 188.92 |

Tabla 3.3 Tabla de valores de esfuerzo real (MPa) contra deformación real que serán alimentados a ANSYS.

Los datos presentados en la Tabla 3.3 están en términos de esfuerzo y deformación real y estos son estrictamente los términos en los cuales deben de ser alimentados los datos. El paquete computacional no presenta la capacidad

de manejo de unidades, con lo cual es de suma importancia cuidar la concordancia de las unidades de los valores alimentados.

ANSYS no presenta la capacidad de importación o exportación de tablas con propiedades mecánicas, razón por la cual los datos de la Tabla 3.3 solo pueden ser alimentados en forma manual. Para este efecto, primeramente es necesario dar de alta una tabla de alimentación de propiedades mecánicas seleccionando la siguiente secuencia de opciones: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Isotropic. Esta secuencia conduce al despliegue de una sucesión de dos ventanas, las cuales permiten dar de alta tablas de propiedades mecánicas, mismas que pueden ser editadas posteriormente. En la primer ventana de la sucesión, se alimenta el número de identidad de la tabla. Este es el número con el cual se identificará la tabla de propiedades físicas que poseen los elementos al momento de realizar la malla. Al presionar el botón "OK", aparece de inmediato la segunda ventana, ésta permite la alimentación de diversos datos, tales como módulo de elasticidad y razón de Poisson.

El siguiente paso es seguir la secuencia: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Define/Active para definir las características de la tabla de propiedades a construir. En esta ventana es importante seleccionar la opción "multi isotr MISO" como comportamiento de las propiedades que presentará el material. La razón por las cuales ha sido elegida es por la naturaleza isotrópica del acero, el prefijo "multi" significa que la gráfica estará dada por múltiples puntos.

Dada de alta la tabla a utilizar, se procede a efectuar la siguiente secuencia de opciones: Main Menu > Preprocessor > Material Props > Data Tables > Edit Active. Al efectuar esta secuencia aparece una ventana para la creación o edición de dicha tabla.

Una vez creada la tabla es necesario editarla, esto es, alimentarle los datos ilustrados en la Tabla 3.3. La alimentación se efectúa por medio de la siguiente secuencia: Main Menu > Preprocessor > Matl Props > Data Tables > Edit Active. Esta secuencia despliega una tabla que permite la alimentación de las propiedades mecánicas. Una vez introducidos todos los datos a la tabla, se seleccionan los comandos: File > apply/quit a fin de aplicar los valores y cerrar la caja de diálogo. Si se selecciona File > quit, solamente se cierra la ventana de diálogo pero no se guardan los datos alimentados.

Es conveniente graficar los datos de la tabla elaborada a fin de verificar que la información ha sido alimentada sin errores. ANSYS puede realizar la gráfica con los siguientes comandos: Main menu > Preprocessor > Matl Props > Data Tables > Graph. La Figura 3.7 muestra la gráfica que arrojan las propiedades mecánicas alimentadas.

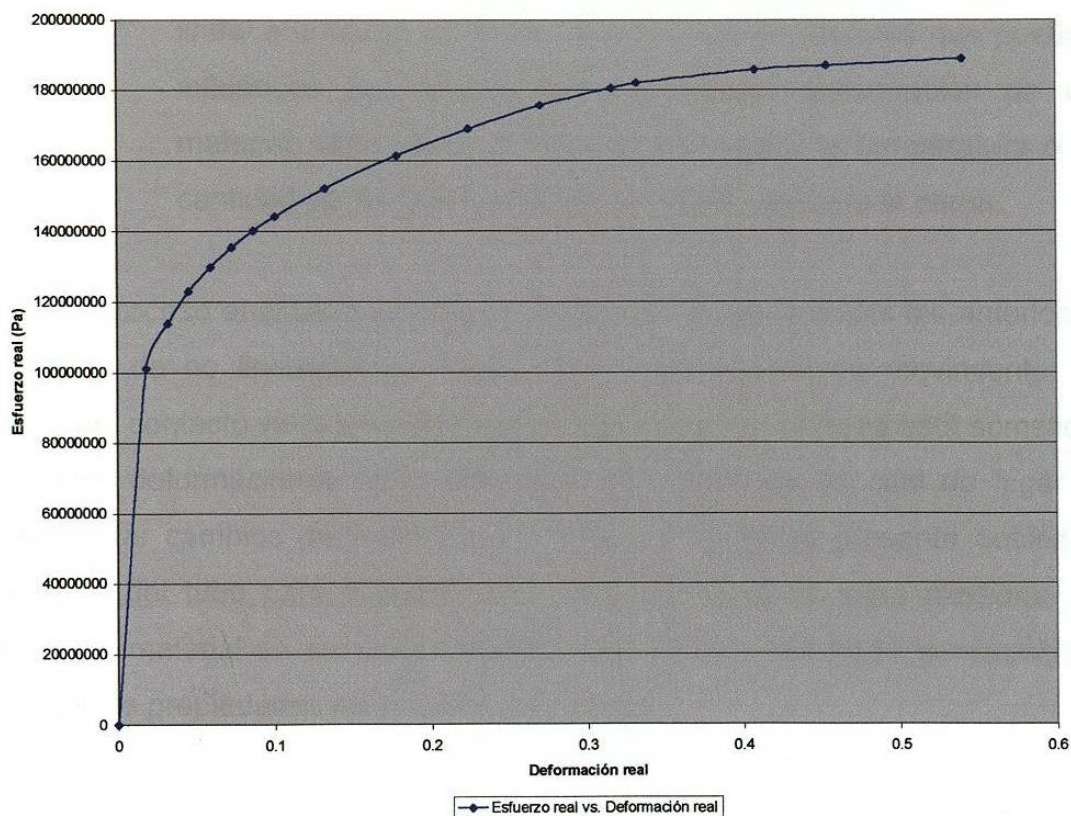


Figura 3.7 Gráfica de ANSYS de la tabla de valores.

3.3.4 No linealidades.

Un comportamiento no lineal puede aparecer por diversas causas, las cuales pueden agruparse en tres principales categorías:

- Estatus cambiante: Por ejemplo, el contacto. El contacto (en un análisis que lo incluya) puede cambiar con respecto al tiempo, desplazamiento, carga, etc.
- No linealidades geométricas: Si una estructura experimenta grandes deformaciones, la configuración de su geometría en constante cambio es motivo de que la estructura responda en forma no lineal.
- No linealidades de los materiales: La relación esfuerzo-deformación del material puede ser una causa de respuesta no lineal a la carga aplicada. Son muchos los factores que pueden influenciar las propiedades de esfuerzo-deformación de un material, tales como el historial de cargas, la temperatura o la cantidad de tiempo que ha permanecido aplicada la carga.

El proceso analizado en esta investigación presenta todas las anteriores categorías de no linealidades. Puesto que la pieza está en movimiento, el estatus del contacto varía a medida que la pieza avanza; la pieza está sometida a grandes deformaciones tanto elásticas como plásticas, lo cual da lugar a experimentar cambios geométricos; por último, el proceso presenta dobléz y expansión del tubo para finalizar como un codo, esto se logra mediante el trabajo del material en su región plástica, dando como resultado la necesidad de utilizar las propiedades no lineales del material.

Las no linealidades influyen directamente en el tiempo de cómputo, de modo que un análisis que incluya no linealidades tardará más en llegar a la solución según la medida en que los utilice.

3.3.5 La malla.

En la elaboración de la malla es necesario primeramente dar de alta el tipo o los tipos de elementos que serán requeridos para efectuar el análisis. Posteriormente, la malla puede ser creada mediante el método manual o mediante la herramienta de malla (Meshing Tool).

3.3.5.1 Tipos de elementos.

ANSYS contiene más de 100 diferentes tipos de elementos ordenados en diferentes categorías. Es importante conocer las categorías y sus elementos para efectuar la selección, ya que en muchas ocasiones son muchos los elementos que pueden realizar un análisis determinado, pero no todos proveen el mismo grado de exactitud para el proceso.

El tipo de elemento, entre otras cosas, determina:

- El grado o los grados de libertad. Estos a su vez determinan la disciplina del análisis (estructural, térmico, magnético, etc.).
- Si el elemento actúa en dos o en tres dimensiones.

En este análisis fue utilizado el elemento SHELL 181, el cual posee características estructurales y seis grados de libertad: desplazamientos en las direcciones x, y, z y rotaciones en los ejes x, y, z. Este elemento fue utilizado debido a las características de sus grados de libertad. Ya que sus nodos ofrecen capacidades rotacionales, las grandes deformaciones plásticas se presentan más uniformemente distribuidas.

La categoría de elementos SHELL sólo puede ser aplicada a superficies y no sobre líneas ni volúmenes. Como su nombre lo indica, es un elemento con características de concha o cscarón; la malla se efectúa sobre un área y el elemento distribuye su espesor hacia ambos lados de la misma. Los cuatro nodos que componen este elemento quedan ubicados en el plano central del mismo, es decir, en el área que se utilizó como base para crear la malla. El espesor y otras características del elemento pueden declararse en las constantes reales del mismo.

3.3.5.2 Creación de la malla.

El método manual es poco usado en la creación de la malla, ya que por lo general demora más tiempo. No obstante, existen algunos casos en los que la malla generada por la herramienta de malla no satisface apropiadamente las necesidades del análisis, por lo cual es necesario construirla manualmente.

En la mayoría de los casos, la herramienta de malla resulta muy útil ya que, en una forma más automatizada y sencilla, puede ser rápidamente creada una compleja malla con diversos grados de refinamiento en zonas localizadas. Además, si existe algún error, la malla puede ser borrada y reconstruida según se necesite en cuestión de segundos.

3.3.5.2.1 Creación de la malla sobre el tubo.

En el presente análisis fue utilizada en forma exitosa la herramienta de malla para la construcción de la malla en el tubo. La herramienta de malla se puede activar en Main Menu > Preprocessor > Meshtool. La herramienta proporciona una serie de opciones, mismas que deben ser ajustadas a fin de obtener la malla deseada. La Figura 3.8 muestra la malla en la pieza a deformar como resultado de la utilización de la herramienta.

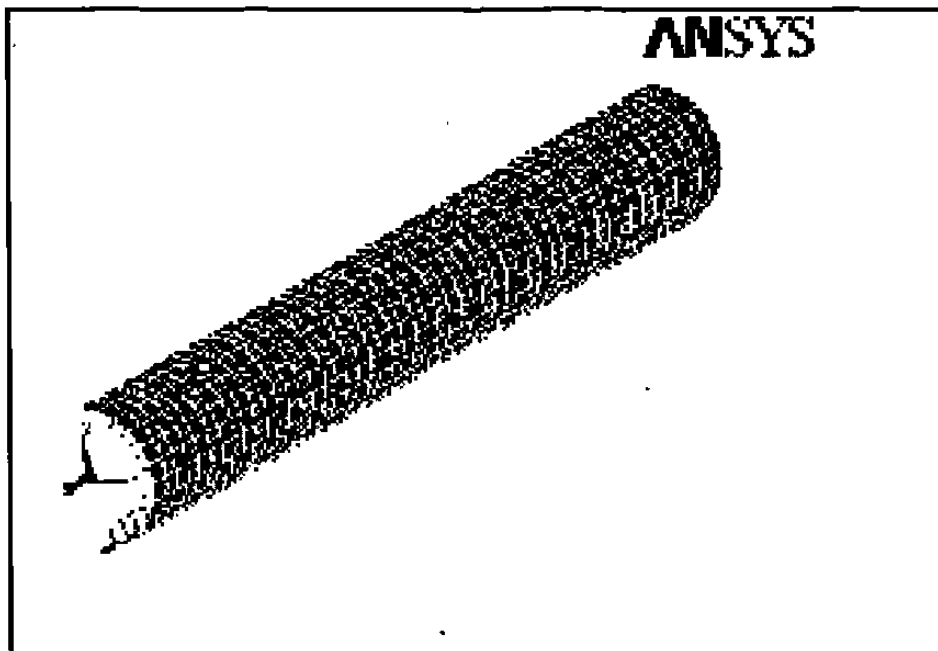


Figura 3.8 Malla creada sobre el tubo utilizando la herramienta de malla.

3.3.5.2.2 Creación de la malla en el mandril.

El mandril es una herramienta que no presentará deformación, por lo que de momento no es necesario efectuar ahora la malla sobre éste. La malla del mandril será resultado de creación de un par de contacto necesario. Esto se discute en la Sección 3.3.6.

3.3.6 El par de contacto.

Este paso es indispensable para análisis que involucran contacto, pues es en esta etapa en la que se instruye al paquete a establecer un contacto entre dos o más cuerpos determinados. El contacto puede ser de tres diferentes tipos: de superficie a superficie, de nodo a superficie o de nodo a nodo.

Existen dos diferentes formas de establecer el par de contacto. La primera es declararlo paso a paso en forma manual, efectuando la malla con elementos TARGET sobre el mandril, elementos CONTACT sobre la superficie en contacto del tubo y realizando manualmente la alimentación de los parámetros necesarios. Los elementos de tipo TARGET ofrecen la opción de efectuar o no análisis sobre el objeto en que sean colocados y están especialmente formulados para aplicarse sobre el cuerpo que no sufrirá deformaciones importantes (herramental). Los elementos de tipo CONTACT han sido formulados para establecer el tipo de contacto que resulte necesario con los elementos de tipo TARGET y es por eso que se aplican sobre el cuerpo a deformar (tubo).

La segunda forma de establecer el par de contacto es mediante la utilización de la herramienta Contact Wizard, el cual provee el par de contacto de una forma rápida, eficiente y sencilla. Esta herramienta puede ser solicitada al programa por medio de la siguiente secuencia: Main Menu > Preprocessor > Create > Contact Pair > Contact Wizard. La herramienta de par de contacto, en la mayoría de los casos, efectúa el par de contacto requerido en forma satisfactoria.

Al establecer el par de contacto mediante Contact Wizard, primeramente es necesario especificar que serán seleccionadas áreas para el contacto, que el comportamiento de las mismas es rígido y se procede a seleccionar el área de contacto del elemento rígido, esto es, el área del mandril. En este caso particular, el tipo de contacto es rígido, ya el comportamiento del mandril no es de interés en esta investigación.

El siguiente paso es seleccionar el área de contacto, esto es, la superficie interior del tubo. Para este efecto, primeramente se especifica que de nuevo serán seleccionadas áreas y se procede a seleccionar las áreas pertinentes.

Lo siguiente es alimentar el valor de la fricción y, en caso de que sea necesario, modificar los valores predeterminados de las opciones de contacto según sea necesario.

El último paso es revisar el par de contacto preliminar a fin de revisar si éste ha sido establecido en la forma correcta, esto es, si las superficies seleccionadas han sido las correctas y si las normales de las superficies involucradas tienen la orientación correcta. En caso de no existir la necesidad de modificaciones, se procede a terminar el par de contacto.

En caso de resultar necesario invertir las normales de las áreas de contacto, la secuencia Main Menu > Preprocessor > Create > Contact Pair > View Pair despliega un cuadro de herramientas que puede ayudar a invertirlas. En caso de resultar necesario modificar las áreas seleccionadas, debe de eliminarse el par de contacto mediante la secuencia Main Menu > Preprocessor > Create > Contact Pair > Delete Pair y establecerse nuevamente. La Figura 3.9 muestra la totalidad del sistema con las mallas creadas.

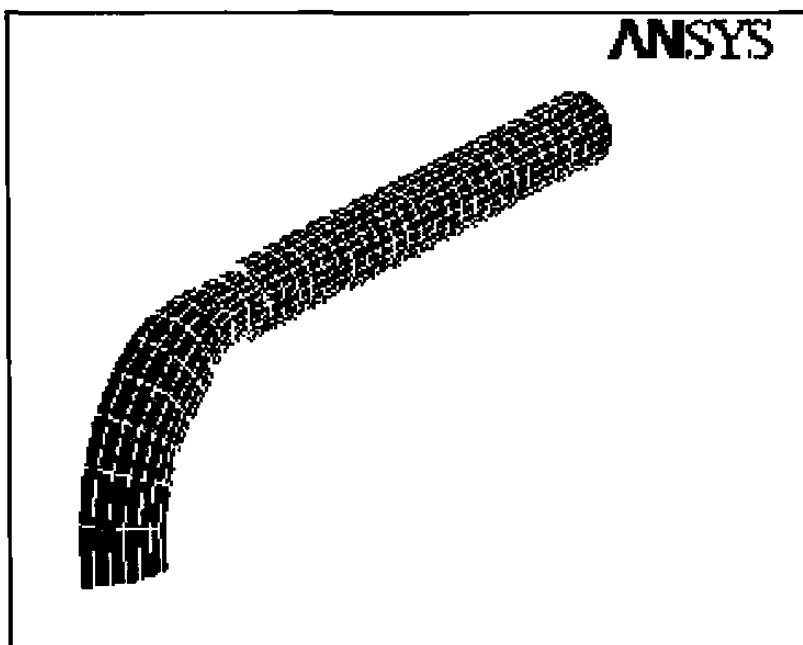


Figura 3.9 Mallas creadas sobre las geometrías involucradas en la simulación.

Al utilizar la herramienta Contact Wizard, el cuerpo rígido, en este caso el mandril, no debe presentar malla alguna, ya que si la presenta, el programa no aceptará la rigidez del cuerpo y en su defecto será considerado como un cuerpo flexible durante el análisis. Al utilizar Contact Wizard no es necesario dar de alta los elementos TARGET y CONTACT como sucedió con el elemento SHELL, esto debido a que el programa selecciona automáticamente de su librería de elementos los que resulten más adecuados para representar la pieza en cuestión.

3.3.7 Condiciones frontera.

Las condiciones frontera abarcan todas las cargas efectuadas a cada una de las partes que forman el modelo. Entre ellas figuran la aplicación o restricción de desplazamientos, aplicación de fuerzas, presiones, ejes o planos de simetrías, temperaturas en diversas zonas, etcétera. Cada tipo de análisis posee una variedad de condiciones frontera.

A continuación se presentan las condiciones frontera utilizadas en esta investigación.

3.3.7.1 Condiciones frontera sobre el mandril.

En el proceso de deformación, esta parte actúa como un objeto que no experimenta deformación alguna, así que no se efectúa análisis alguno sobre él. Con éstas características, el programa automáticamente toma en cuenta ciertas consideraciones, mismas que no resulta necesario especificarlas nuevamente. Tales consideraciones incluyen la adición de condiciones frontera, las cuales, para éste caso específico resultan ser la especificación del eje de simetría o la aplicación de restricciones de movimiento ya sea en líneas o en nodos.

En este análisis no se aplicaron condiciones frontera sobre el mandril, sino que se utilizaron las proporcionadas en forma automática por el programa.

3.3.7.2 Condiciones frontera sobre el tubo.

El tubo es el material flexible a analizar, por lo que resulta necesario dar de alta las condiciones frontera necesarias sobre él. Dicha adición debe de hacerse con precaución, ya que una especificación errónea puede traer consigo una falla durante el análisis o errores en los resultados.

Las condiciones frontera que fueron utilizadas en el presente análisis son las siguientes:

- **Restricción de desplazamientos:** Se restringió sobre la línea posterior del tubo la posibilidad de desplazarse en todos los ejes coordenados a excepción del eje Z, además, se restringió también la capacidad de rotar en todas las direcciones. La secuencia de opciones utilizada fue la siguiente: Main Menu > Preprocessor > Loads > Apply > Displacement > On Lines. En el eje Z se especificó un valor de desplazamiento de 0.38 metros. Este valor corresponde al desplazamiento máximo que puede ser cargado para evitar problemas debido al cambio de dirección ocasionado por la curvatura del mandril.
- **Condición de Simetría:** Se especificó la condición de simetría a lo largo del plano de simetría del sistema. Dicho plano de simetría se es explica en la Sección 3.2. Esta especificación indica al programa que existen condiciones geométricas y de carga iguales del otro lado del plano, por lo que se forma una matriz de rigidez simétrica y no resulta necesario realizar directamente los cálculos para la otra mitad del sistema.

La Figura 3.10 muestra la geometría con las condiciones frontera alimentadas:

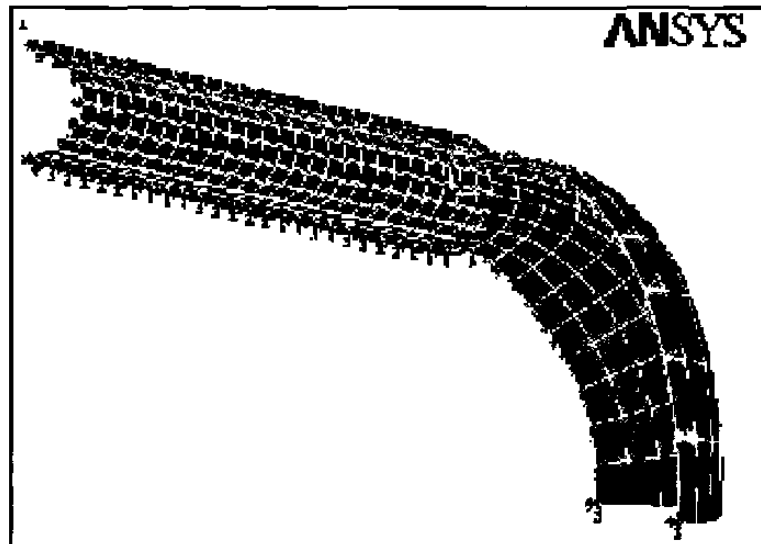


Figura 3.10. Ilustración de las zonas donde se especificaron las condiciones frontera.

En la etapa de Solución también es posible alimentar las condiciones frontera, la secuencia a seguir es: Main Menu > Solution > Apply > Displacement. Sin embargo, se decidió ofrecer la explicación de este paso en la descripción de la etapa preprocesador ya que es en esta etapa en la cual se construye físicamente el proceso.

3.4 La etapa de solución.

En la etapa de solución la computadora toma el control de las operaciones y resuelve las ecuaciones que son generadas por el método de elemento finito. Los resultados de la etapa de solución son:

- Valores nodales de los grados de libertad, los cuales forman la solución primaria.
- Valores derivados, los cuales forman la solución del elemento.

La solución de los elementos por lo general es calculada en los puntos de integración de los mismos. ANSYS escribe los resultados tanto en el archivo de base de datos (.db) como en el de resultados (.RST, .RTH, .RMG o .RFL).

En la Tabla 3.4 se listan las extensiones que el programa utiliza para identificar los archivos de resultados.

| | |
|------|--|
| .RST | Archivo de resultados de análisis estructurales. |
| .RTH | Archivo de resultados de análisis térmicos. |
| .RMG | Archivo de resultados de análisis magnéticos. |
| .RFL | Archivo de resultados de análisis de fluidos. |

Tabla 3.4 Extensiones utilizadas por ANSYS para identificación y almacenamiento de los resultados obtenidos de un análisis.

Al correr un análisis, los resultados se escribirán dentro de uno o varios archivos con estas extensiones dependiendo de la naturaleza del análisis, es decir, si el análisis es solamente estructural, térmico, magnético o de fluidos, o si en cambio, el análisis es de campos acoplados, es decir, si consiste en una combinación de campos.

En ANSYS existen varios métodos para resolver los sistemas de ecuaciones, cada uno con sus diferentes ventajas y desventajas en comparación con los demás. En caso de omitir la especificación del solucionador a utilizar durante el análisis, el programa selecciona automáticamente el solucionador frontal direct solver.

En esta investigación se utilizó la opción sparse solver como solucionador, ya que se utilizaron ciertas condiciones de control automático que, debido a su formulación, solamente pueden ser manejadas mediante dicho solucionador. En la Tabla 3.5 se proporciona un listado con los diferentes solucionadores que ofrece ANSYS para resolver los distintos tipos de análisis. Se describen también algunas de sus principales características.

Frecuentemente, la etapa de solución es más rápida y sencilla de realizar que las etapas de pre-procesamiento y post-procesamiento. No obstante, si el modelo incluye no linealidades, dicha etapa puede tornarse lenta.

| Solucionador | Aplicaciones Típicas | Tamaño del Modelo | Uso de Memoria | Uso de Disco |
|----------------------|---|--|----------------|--------------|
| Frontal Solver | Cuando se requiere robustidad (análisis no lineares) o cuando la memoria es limitada | Menos de 50,000 Grados de libertad | Bajo | Alto |
| Sparse Direct Solver | Donde se requiere robustidad y rapidez de solución (análisis no lineal); para análisis lineares donde los solucionadores iterativos son lentos para converger (especialmente por matrices pobremente condicionadas) | De 10,000 a 500,000 Grados de libertad. | Medio | Alto |
| PCG Solver | Donde la velocidad de solución es crucial (análisis lineares de grandes modelos). Especialmente adecuado para grandes modelos con elementos sólidos. | De 50,000 a 1,000,000 o más Grados de Libertad | Alto | Bajo |
| ICCG | Donde la velocidad de solución es crucial para aplicaciones multifísicas. Manejo de modelos que son difíciles de converger en otros solucionadores iterativos (matrices aproximadamente indefinidas) | De 50,000 a 1,000,000 o más Grados de Libertad | Alto | Bajo |
| JCG Solver | Cuando la velocidad de solución es crucial en problemas de un solo campo, ya sea magnético, térmico o acústico. | De 50,000 a 1,000,000 o más Grados de Libertad | Medio | Bajo |

Tabla 3.5 Lineamientos para la selección del solucionador.

3.4.1 La selección del solucionador.

ANSYS ofrece una serie de solucionadores para resolver las ecuaciones, cada uno con ventajas y desventajas en comparación con los demás, mismas que deben de ser tomadas en cuenta al momento de seleccionar el más adecuado para el tipo de análisis. En caso de omitir la selección manual del solucionador, el programa utiliza el Frontal Direct Solver en caso de ser aplicable al tipo de análisis, si no lo es, seleccionará el solucionador más apropiado.

La Tabla 3.5 proporciona una serie de lineamientos generales que resultan de utilidad en la selección del solucionador para un problema dado.

ANSYS, en su etapa de Solución, ofrece una serie de opciones con posibilidad de ser modificadas según sea necesario. Por lo regular, estas opciones cuentan con valores predeterminados apropiados y no es necesario modificarlos. Sin embargo, existen ocasiones en las cuales resulta ventajoso realizar algunos ajustes. A continuación se mencionan algunos cambios que fueron adecuados para un óptimo análisis.

Dentro de la etapa de Solución existe la opción Output Controls (Main Menu > Solution > Output Ctrls), Dentro de ella se presentan diversas opciones con las cuales se pueden hacer modificaciones en la presentación de los resultados.

Una modificación que resulta ventajosa fue el cambio en la frecuencia de almacenamiento de los datos en el archivo de resultados. El valor preestablecido es de almacenar solamente el valor calculado en el último subpaso y esto puede traer ciertas dificultades en caso de presentarse alguna falla de convergencia durante el análisis.

Por ejemplo, si el sistema termina el análisis por cualquiera que sea el error, resulta de gran utilidad desplegar los resultados obtenidos hasta el momento de la falla. El hecho de estudiar dichos resultados podría dar un indicio de cual ha sido el problema y de no programar el sistema para efectuar el almacenamiento de datos a una determinada frecuencia, no habrá disponible resultado alguno para ser estudiado y la solución del problema existente se torna más difícil.

Otra opción que resulta de gran utilidad, fue el hecho de utilizar la herramienta Solution Control o control de la solución. Para utilizar esta opción de solución es necesario seguir la secuencia: Main Menu > Solution > Solution Ctrl.

Dicha herramienta permite efectuar un análisis de una manera más fácil y rápida debido a que el programa utiliza ciertos valores preestablecidos para el análisis, traduciéndose esto en un menor requerimiento de alimentación de información. Algunos de los valores que el paquete establece al efectuar un análisis con el control de solución activado son: el solucionador, el número de subpasos de carga y el número máximo de iteraciones por subpaso.

3.4.2 Pasos y subpasos de carga.

Durante un análisis, las cargas se aplican sobre la geometría mediante pasos de carga. A fin de que la aplicación de las cargas se efectúe gradualmente, los pasos se dividen a su vez en subpasos. En otras palabras, la carga puede ser aplicada en pequeños incrementos (subpasos) hasta llegar a su valor final (paso). El análisis del proceso en estudio fue efectuado en un solo paso de carga, el cual, a su vez fue dividido automáticamente en 120 subpasos por el programa.

3.5 La etapa de postprocesamiento.

Después de construir el modelo y obtener la solución surgen diversas preguntas a responder: ¿trabaja el diseño o proceso en forma satisfactoria bajo las condiciones de operación?, ¿de que magnitud son los esfuerzos en una zona determinada?, ¿cuáles son las deformaciones que se presentan?. El postprocesamiento es la etapa que ayuda a responder este tipo de preguntas entre otras.

Postprocesamiento significa revisión de los resultados de un análisis. Probablemente esta sea la etapa más importante en un análisis de elemento finito, ya que es en ella en la que se intenta comprender como es que las cargas aplicadas afectan al sistema, que tan bien trabaja la malla realizada y otros tópicos semejantes.

Es importante hacer notar que el postprocesador de ANSYS es utilizado únicamente como una herramienta para revisión de los resultados. Es necesario utilizar el conocimiento personal del problema para interpretar los resultados presentados y así determinar si éstos son admisibles en el diseño, de ningún modo ANSYS indica la aceptabilidad o inaceptabilidad de tales resultados sobre el diseño o proceso.

3.5.1 Tipos de datos disponibles para postprocesamiento.

La etapa de solución calcula dos tipos de datos como resultado del análisis:

- a) Los datos primarios: Este tipo de datos consiste en los grados de libertad calculados en cada nodo, por ejemplo, los desplazamientos en un análisis estructural, las temperaturas en un análisis térmico, el potencial magnético en un análisis

magnético, etcétera. Estos también son conocidos como datos de solución nodal.

b) Los datos derivados: Son todos aquellos datos calculados a partir de los primarios, tales como esfuerzos y deformaciones en un análisis estructural, gradientes térmicos y flujos de calor en análisis térmicos, flujos magnéticos en análisis magnéticos, etcétera. Este tipo de datos por lo general son calculados para cada elemento y pueden ser reportados en cualquiera de las siguientes posiciones: en todos los nodos de cada elemento, en todos los puntos de integración de cada elemento o en el centroide de cada elemento. Este tipo de información también son conocidos como datos de la solución elemental, excepto cuando se obtiene el valor medio en los nodos, en tal caso se consideran como datos de solución nodal.

En la Tabla 3.6 se presenta una serie de datos primarios y secundarios dependiendo de la disciplina del análisis.

| Disciplina | Datos primarios | Datos derivados |
|-------------|-----------------------------|--|
| Estructural | Desplazamiento | Esfuerzo, deformación, reacción, etcétera |
| Térmico | Temperatura | Flujo térmico, gradiente térmico, etcétera |
| Magnético | Potencial Magnético | Flujo magnético, densidad magnética, etcétera |
| Eléctrico | Potencial Eléctrico Escalar | Campo eléctrico, densidad de flujo, etcétera |
| Fluidos | Velocidad, Presión | Gradiente de presión, flujo de calor, etcétera |

Tabla 3.6 Datos primarios y secundarios según la disciplina del análisis.

3.5.2 Postprocesadores.

El programa ofrece una amplia variedad de resultados, los cuales se encuentran disponibles en las secuencias: Main Menu > General Postproc y en Main Menu > TimeHist Postpro. En la primera se pueden revisar resultados del modelo entero, de alguna zona específica o de algún punto deseado. Estos resultados pueden ser deflexiones, fuerzas, presiones, etc. y pueden ser desplegados en forma gráfica o tabular. En la segunda secuencia es posible leer diversos resultados sobre puntos específicos en función del tiempo. Al igual que la primera secuencia, la segunda también permite desplegar los resultados gráficamente o en tablas. La segunda opción se utiliza principalmente en análisis transitorios y modales.

En el presente trabajo de simulación se utilizaron algunas opciones de la secuencia Main Menu > General Postproc, para la obtención de:

- a) Una tabla con los resultados nodales de la deformación equivalente por medio de la secuencia: Main Menu > General Postproc > Last Set > List Results > Nodal Solution
- b) Imágenes gráficas que facilitan la visualización de la distribución de la deformación equivalente a lo largo del tubo, mismas que fueron obtenidas mediante la secuencia: Main Menu > General Postproc > Last set > Plot Results > Nodal Solution.

La tabla con los resultados nodales se utilizó para leer el resultado de la deformación equivalente de ciertos nodos específicos y así compararlos posteriormente con los resultados obtenidos experimentalmente. Tanto los valores numéricos como los experimentales se muestran en el Capítulo 5. Las imágenes citadas en el inciso b también se presentan en dicho capítulo.

CAPITULO 4

Experimentación.

4.1 Introducción.

El objetivo de la experimentación es el de encontrar la distribución de la deformación equivalente a lo largo y ancho de un codo fabricado de acuerdo al proceso establecido en el Capítulo 2, para así calibrar y validar la simulación.

En este Capítulo se describen las pruebas experimentales que se realizaron con el fin de verificar los resultados proporcionados por el modelo de elemento finito, las cuales, consistieron en:

- a) grabar una rejilla o malla sobre uno de los tubos que se sometieron al proceso de formado, y
- b) el monitoreo de la temperatura durante el mismo.

Durante la experimentación sólo se tomó en cuenta un tubo para las mediciones ya que el proceso se consideró estable⁽⁷⁾. La Figura 4.1 muestra una imagen del tubo utilizado con la malla maquinada.

4.2 Registro de temperaturas.

La evolución térmica del tubo durante el formado fue monitoreada utilizando un total de ocho termopares tipo K (cromel-aluminel) de 0.32 centímetros de diámetro distribuidos de la siguiente forma: tres en la zona

frontal, dos en la mitad y tres en la zona posterior del tubo. La distribución de los termopares es ilustrada en la Figura 4.1.

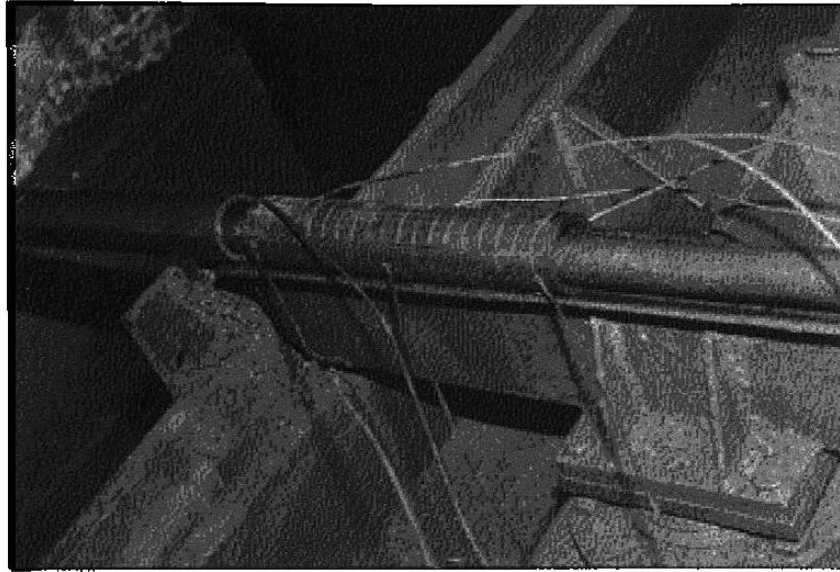


Figura 4.1. Tubo utilizado en las mediciones experimentales.

El Apéndice A muestra las gráficas resultantes del monitoreo de la temperatura.

4.3 Procedimiento experimental.

La rejilla se creó mediante la división de la sección circunferencial del tubo en doce partes con la ayuda de un torno, con esto, cada división cuenta con un espaciado de 30° con respecto de la otra. Este proceso de división dio como resultado una longitud lineal de alrededor de 1.5 centímetros entre cada sección. A fin de efectuar una malla con elementos cuadrados, la sección longitudinal del tubo fue dividida en 19 secciones de aproximadamente igual longitud, es decir, de alrededor de 1.5 centímetros. En total fueron creadas 228 celdas sobre el tubo. En el Apéndice D se presenta, en forma tabular, los resultados de las mediciones dimensionales efectuadas tanto en las celdas del tubo de acero como en las del codo producido.

Una vez listo el tubo de prueba, el siguiente paso fue el de someterlo a la etapa de deformación. Se tuvo cuidado de que se cumplieran las mismas condiciones de trabajo (temperatura y velocidad de deformación) con las cuales son trabajados normalmente los tubos durante el proceso de producción. En el Capítulo 2 se proporcionó una completa información de las condiciones que se involucran en el proceso.

Cuando el tubo de prueba ya ha salido del proceso y ha sido enfriado se procede a efectuar las mediciones de la malla deformada. La Figura 4.2 presenta una imagen del codo formado en esta etapa.

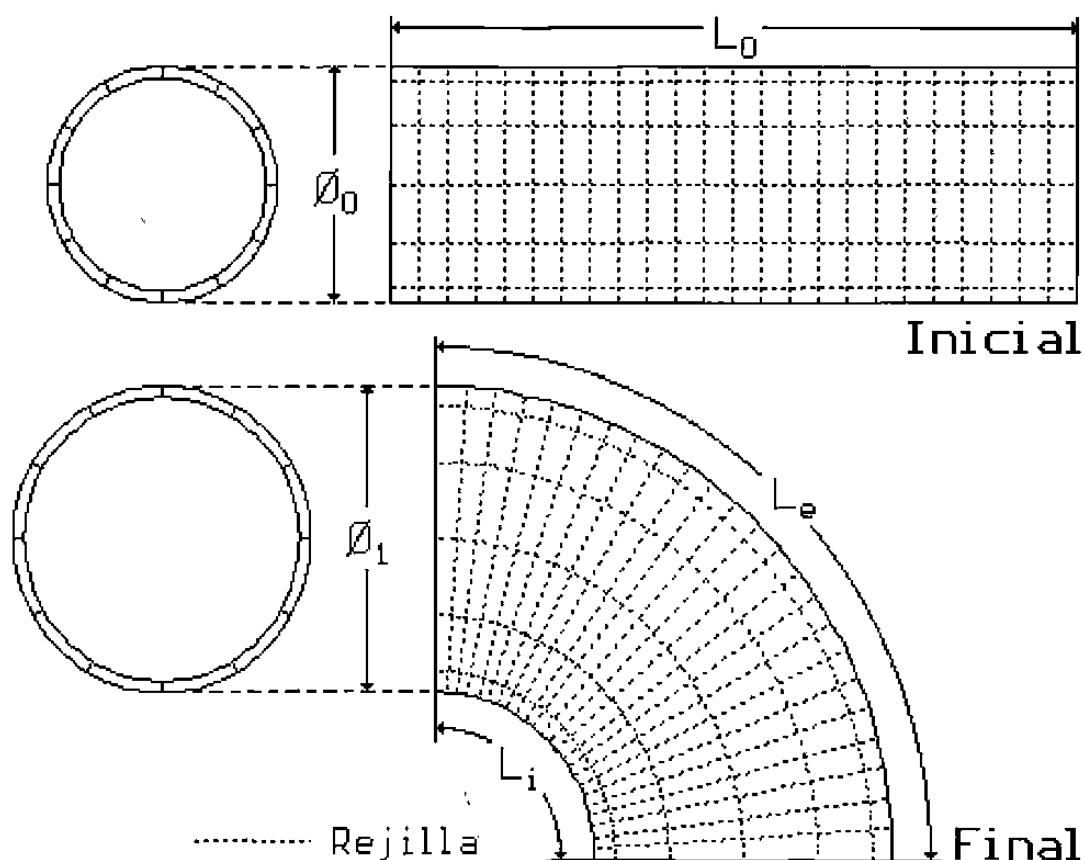


Figura 4.2. Imagen del codo producido en la etapa de formado.

Para efectuar la medición de la malla, además de las mediciones laterales de cada elemento, es necesario obtener la medida de la diagonal entre la esquina inferior izquierda y la esquina superior derecha. Esto es con el fin de tomar en cuenta la distorsión de cada elemento. La Figura 4.3 describe una celda en su estado inicial y final, además de la localización de las dimensiones que se requieren en el análisis.

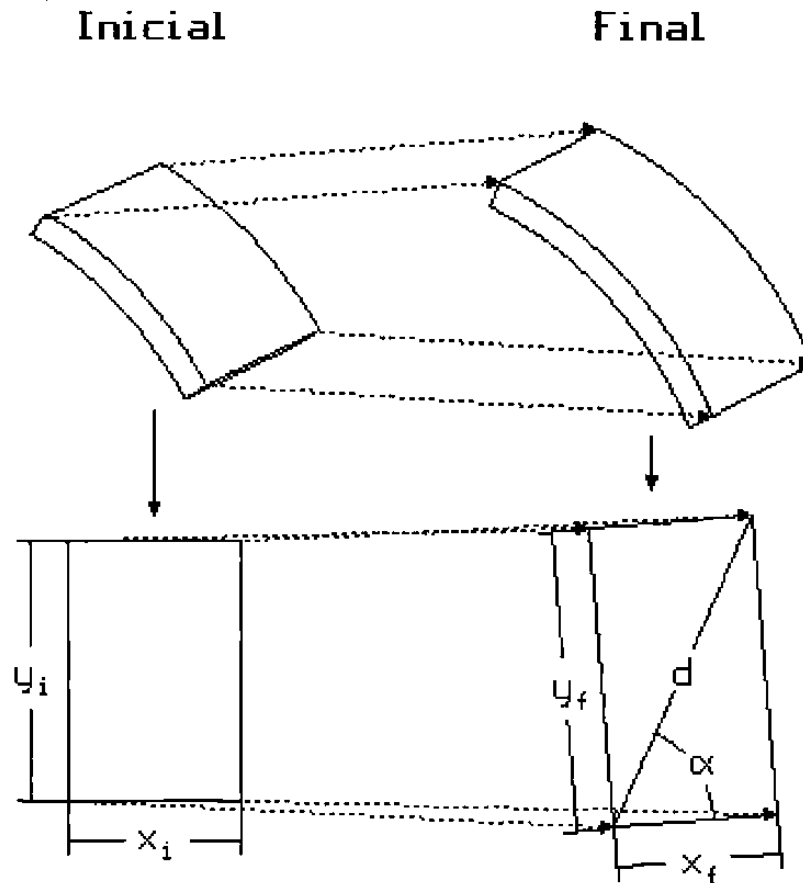


Figura 4.3. Diagrama de la diagonal de una de las celdas de la malla.

Las componentes normales de la deformación se calcularon a partir de las siguientes fórmulas:

$$\varepsilon_{\theta} = \ln \left(\frac{x_i}{x_f} \right) \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_z = \ln\left(\frac{y_i}{y_f}\right) \quad (4.2)$$

donde los subíndices θ y z se refieren a las componentes circunferencial y axial respectivamente. Las mediciones de las celdas se hicieron en línea recta ignorando la curvatura de la pieza, lo que introduce un error⁽⁷⁾ del 1%, sin embargo, éste se cancela si la sección transversal del codo permanece cilíndrica, lo cual sí tiene lugar en el proceso en cuestión.

El cálculo de la componente cortante de la deformación en cada celda está en función de la distorsión angular, la cual en este trabajo se supone que está determinada por:

$$\gamma_{\theta z} = 2\alpha \quad (4.3)$$

a su vez, α está dada por la ecuación:

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{2}{x_f d} \sqrt{s(s-x_f)(s-y_f)(-s-d)}\right] \quad (4.4)$$

donde s está dada por:

$$s = \frac{(x_f + y_f + d)}{2} \quad (4.5)$$

Si se considera que existe constancia de volumen en cada celda. El componente radial de la deformación (ε_r) se calcula por

$$\varepsilon_r = -(\varepsilon_\theta + \varepsilon_z) \quad (4.6)$$

Se pretende comprobar la validez de la modelación por elemento finito mediante la comparación de los resultados de la deformación equivalente que ésta proporcione, contra los resultados de deformación equivalente de la experimentación. El valor de la deformación equivalente está dado⁽⁷⁾ por la ecuación

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(\varepsilon_z - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_r)^2 + (\varepsilon_r - \varepsilon_z)^2 + \frac{3}{2} \gamma_{\theta z}^2 \right]^{0.5} \quad (4.7)$$

La ecuación (4.7) permite determinar, en este caso en particular, las deformaciones equivalentes en cada nodo de la malla maquinada sobre el tubo de prueba.

A fin de obtener un valor representativo de la deformación equivalente en cada posición angular del codo para compararlo con ANSYS, se obtuvo un valor promedio de los valores de todos los puntos axiales que coincidían con esa posición angular, es decir, se obtuvo el promedio de la deformación equivalente de todos los nodos localizados a un ángulo de 15°, de los localizados a 45°, los localizados a 75° y así sucesivamente hasta llegar al ángulo máximo de 165°. Una vez obtenido el valor del promedio de cada columna, se puede establecer que es ese el valor promedio de la deformación equivalente para esa posición angular y es válido para toda la sección axial del codo. Los resultados de este procedimiento se presentan en el Capítulo 5.

4.4 Ensayos mecánicos a alta temperatura.

El proceso de producción analizado en este trabajo se efectúa en caliente, a una temperatura alrededor de los 800 °C. Para obtener los valores de las propiedades mecánicas que presenta el acero a dicha temperatura se recurrió a someterlo a una serie de ensayos mecánicos a dichas condiciones.

Las propiedades mecánicas se obtuvieron por medio de un ensayo de compresión, el cual fue efectuado en una máquina universal marca Instron, modelo 8502 y con una capacidad máxima de carga de 10 toneladas métricas. La Figura 4.4 muestra una imagen de la máquina universal.

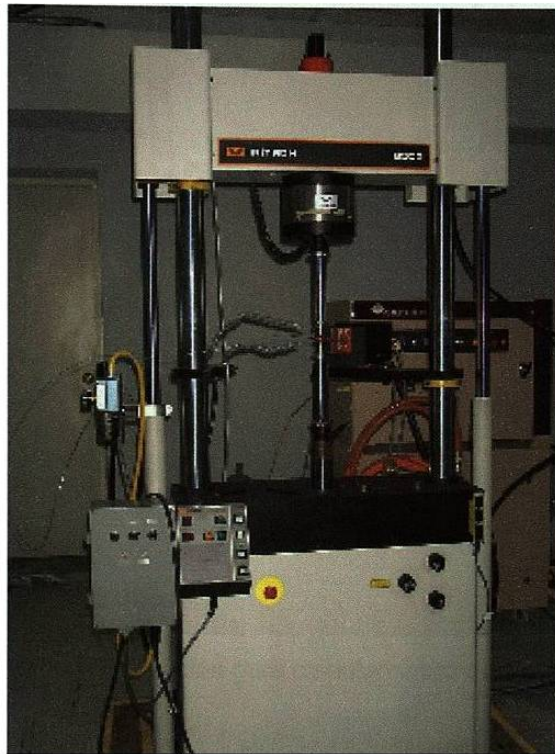


Figura 4.4 Máquina universal utilizada para realizar los ensayos mecánicos.

Las mordazas utilizadas fueron especialmente diseñadas y manufacturadas para efectuar este ensayo. En el Apéndice C se muestra la geometría y las medidas utilizadas para la fabricación de dichos herramientas.

El material utilizado en la elaboración de los herramientas es Stellite 31, el mismo material con el cual es manufacturado el herramienta utilizado para producción de codos planta.

La fuente de calor utilizada fue un horno de inducción marca Ameritherm, modelo XP-5, 7.5, con una capacidad máxima de calentamiento de 1200 °C. La Figura 4.5 muestra la imagen del horno de inducción utilizado para elevar la temperatura de las probetas hasta 800 °C.

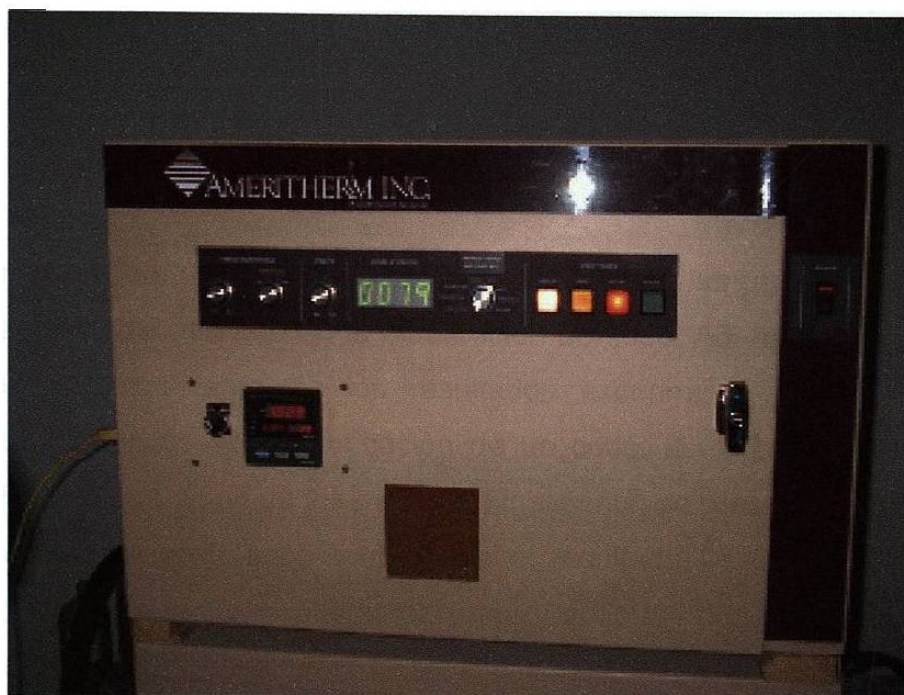


Figura 4.5. Máquina de inducción para calentamiento de probetas.

4.5 Datos obtenidos de las pruebas mecánicas.

Para obtener un valor más realista del valor de las propiedades mecánicas del acero, se procedió a realizar cuatro pruebas mecánicas y posteriormente obtener el promedio de las mismas.

Los valores que serán introducidos al paquete de elemento finito son los valores promedio de la gráfica. La forma en la cual serán alimentados estos valores de propiedades mecánicas al paquete se describieron en la Sección 3.3.3.

CAPITULO 5

Resultados y discusión.

5.1 Introducción.

En este Capítulo se presentan los resultados de las pruebas mecánicas realizadas al acero utilizado en la elaboración del tubo. Además, se presentan imágenes y tablas tanto de los resultados experimentales como de los resultados numéricos de la fabricación de un codo, así como una discusión acerca de la comparación de los mismos. Finalmente, se presentan los cálculos del porcentaje de error encontrado entre el resultado de la simulación y el resultado obtenido experimentalmente y se ofrecen las posibles causas de la discrepancia.

5.2 Resultados de las pruebas mecánicas.

Para obtener la curva esfuerzo-deformación del acero utilizado, se procedió a realizar pruebas mecánicas y posteriormente obtener el promedio de las mismas.

La Figura 5.1 muestra las gráficas resultantes de los ensayos de compresión axial y su correspondiente gráfica promedio. Los valores de las gráficas están en términos de esfuerzo y deformación reales. En el Apéndice E se presenta un listado con todos los puntos que conforman las curvas resultantes presentadas.

Pruebas de compresion 1, 2, 3, 4 y su promedio

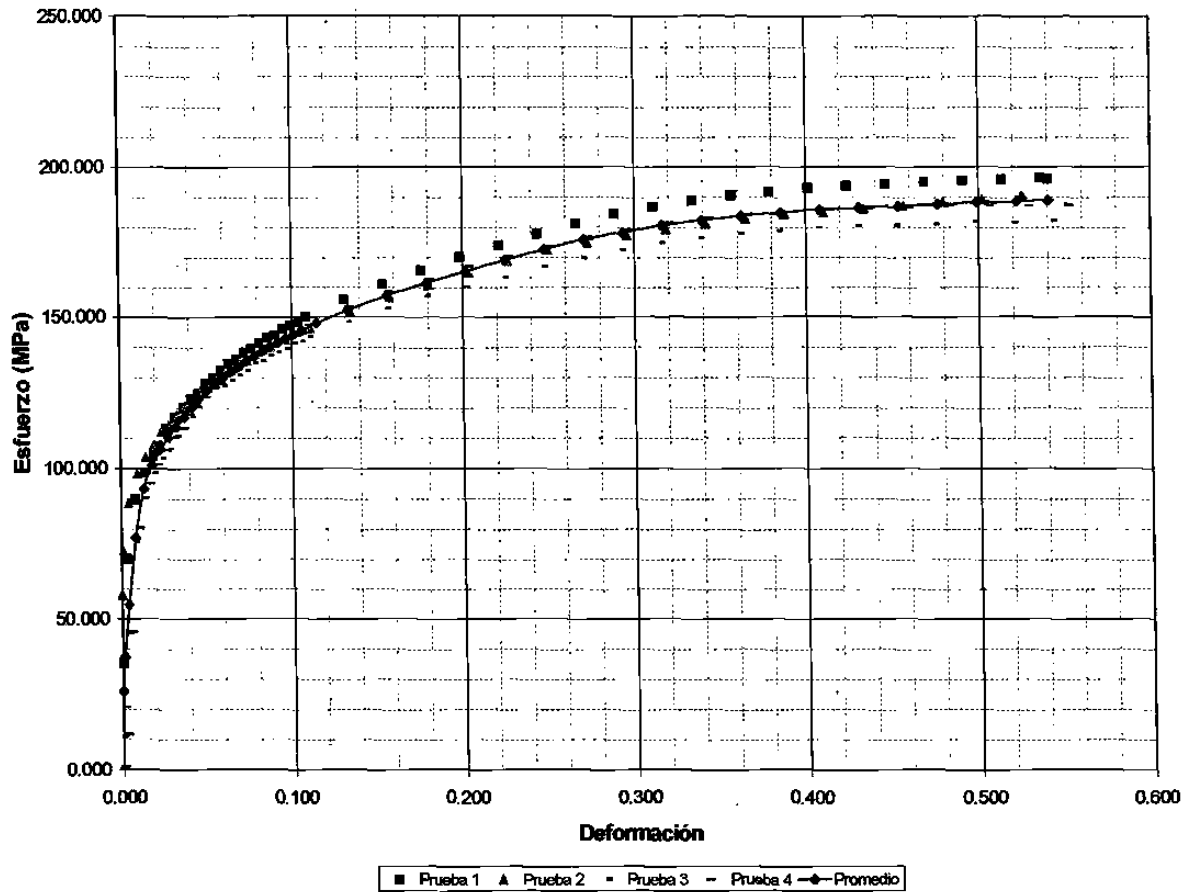


Figura 5.1 Gráficas resultantes de los cuatro ensayos mecánicos y su promedio.

Los valores introducidos al paquete de elemento finito son los valores de la gráfica promedio, sin embargo, se puede observar un comportamiento casi lineal entre ciertos valores de deformación. Lo que permite omitir algunos puntos dentro de esa zona de la gráfica, simplificando así la alimentación de valores al paquete ANSYS.

La Tabla 5.1 muestra los puntos más importantes de la gráfica promedio mostrada en la Figura 5.1, que fueron finalmente introducidos al programa.

| ε (real) | σ (real) |
|----------------------|-----------------|
| 0 | 0 |
| 0.0182 | 101.14 |
| 0.0323 | 113.84 |
| 0.0456 | 122.93 |
| 0.0598 | 129.85 |
| 0.0735 | 135.35 |
| 0.0873 | 140.17 |
| 0.1011 | 144.17 |
| 0.1331 | 152.11 |
| 0.179 | 161.40 |
| 0.2249 | 168.94 |
| 0.2707 | 175.68 |
| 0.3165 | 180.51 |
| 0.3322 | 181.60 |
| 0.4079 | 185.84 |
| 0.4536 | 187.06 |
| 0.5402 | 188.92 |

Tabla 5.1 Tabla de valores de esfuerzo real (MPa) contra deformación real que serán alimentados a ANSYS.

5.3 Resultados experimentales.

Debido a sus características geométricas, el proceso de forja que ofrece el mandril presenta dos operaciones simultáneas de formado en su proceso:

1. Una etapa inicial de expansión y dobléz simultáneas.
2. Un proceso de dobléz puro.

Las Figuras 5.2 y 5.3 muestran datos obtenidos experimentalmente de dichas operaciones de formado.

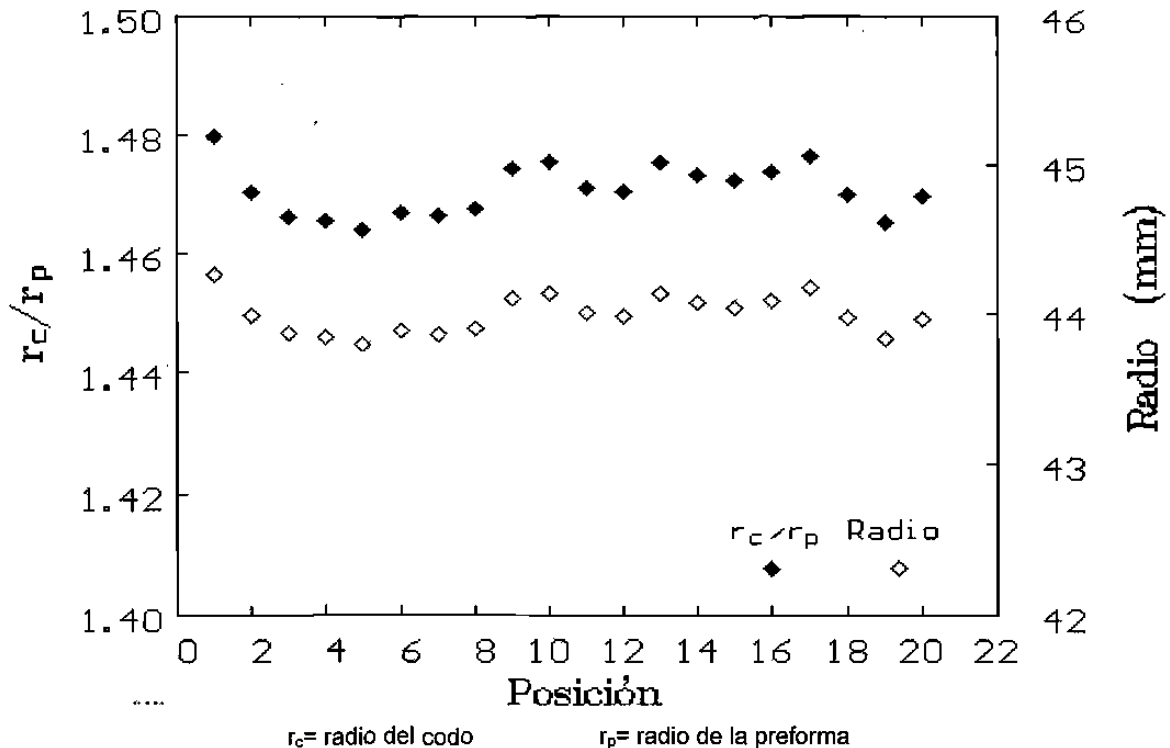


Figura 5.2 Variación en los valores del radio de la preforma y del codo con respecto a la posición longitudinal de las celdas.

La Figura 5.2 muestra gráficamente la expansión que imparte el mandril en el proceso de deformación. En el primer paso de deformación, el diámetro inicial del tubo se incrementa de 5.4 hasta 7.9 cm, lo cual representa una expansión del 45 % aproximadamente. Este proceso se lleva a cabo al recorrer los primeros 67° de desplazamiento angular. La Figura 5.2 muestra los cambios en el radio que involucra el proceso. En dicha figura se puede apreciar que el proceso aporta una buena homogeneidad en la operación de expansión a lo largo de la posición longitudinal. En el Apéndice B se muestra un dibujo de la geometría del mandril, en el cual se puede apreciar este efecto con mayor claridad.

Inmediato al proceso simultáneo de expansión y doblez, procede una deformación angular. En este punto, el tubo ha adquirido ya su diámetro final, lo único que resta es proporcionarle su característica angular final, que en este caso, es de 90°.

El objetivo del mandril es el de lograr la expansión y doblez sin cambiar el espesor de pared del tubo. Para lograr esto el herramental realiza una distribución del material localizado en la zona que pasará a formar el vientre del codo.

En la Figura 4.2 se puede apreciar una marcada diferencia entre la medida longitudinal inicial del tubo, contra la misma medida a lo largo del codo que forma el vientre, mientras que la medida longitudinal inicial del tubo se conserva prácticamente igual que la que forma el lomo del codo. La Figura 5.3 muestra los datos recopilados en los que se aprecia de este efecto.

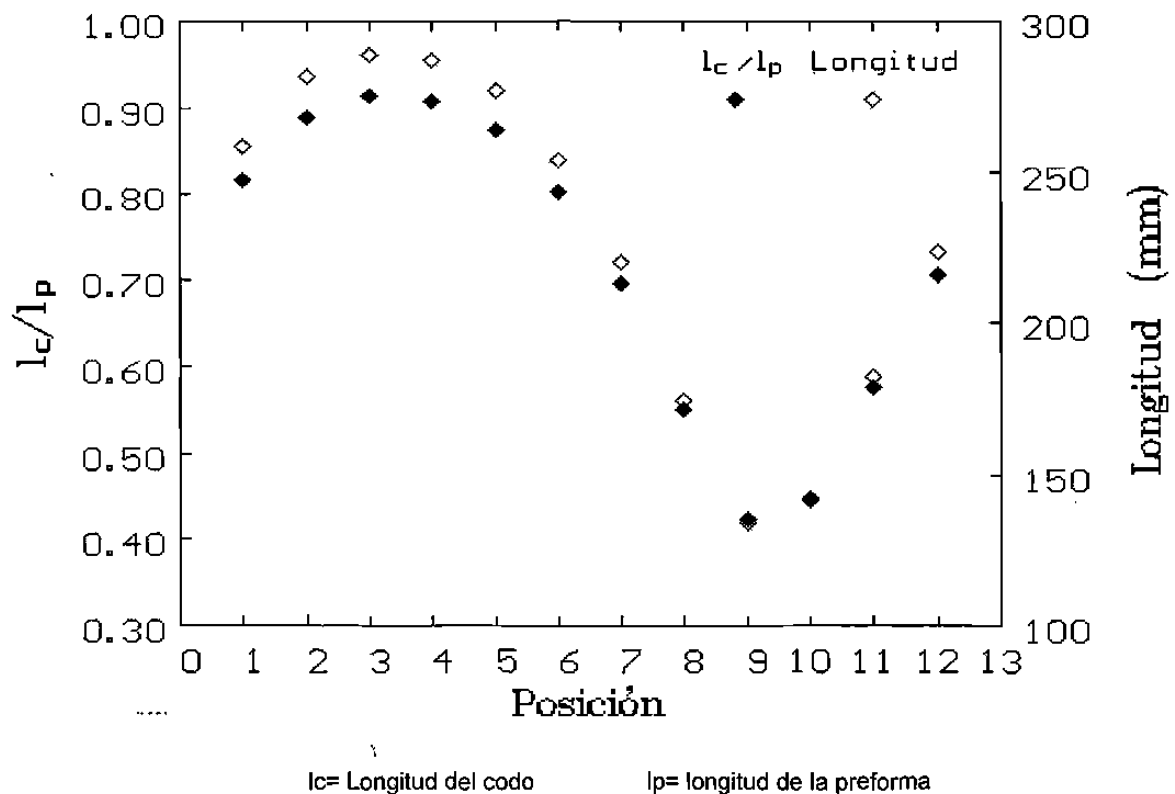


Figura 5.3 Gráfica que muestra los valores de la longitud de la preforma y del codo en función de la posición angular de la celda.

En la Figura 5.3 se puede apreciar que, durante la deformación, la curvatura final de 90° del codo fue absorbida por un proceso de compresión de la dimensión axial de la zona que formó el vientre del codo desde su valor inicial de 31.7 cm hasta un valor final de 13 cm, lo cual representa una compresión de aproximadamente un 40%. El valor del porcentaje de compresión decrece a medida que se avanza hacia la zona del lomo.

La Figura 5.4 muestra las imágenes extendidas de las geometrías del tubo de prueba y del codo producido. La imagen rectangular corresponde al tubo de prueba, mientras que la imagen con lados curvos representa la geometría del codo resultante. La zona angosta de la imagen del codo representa el vientre, mientras que la parte superior e inferior representan al lomo del mismo.

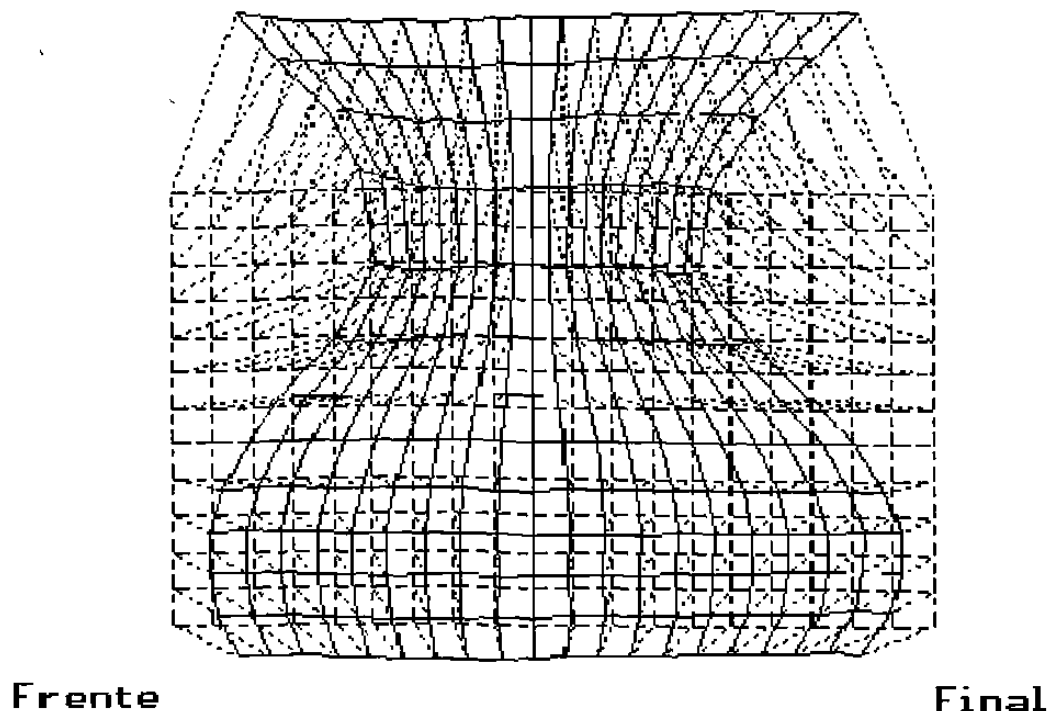


Figura 5.4 Comparación geométrica del tubo de prueba y del codo producido.

Para obtener el valor de la distribución de la deformación equivalente experimentada por el tubo, es necesario obtener el valor de los componentes a partir de la ecuación (4.7), estos son: la deformación circunferencial proporcionada por la expansión (ϵ_θ), la deformación radial proporcionada por algún cambio en el espesor del tubo (ϵ_r), la deformación longitudinal proporcionada por la compresión (ϵ_z) y la deformación cortante $\gamma_{\theta z}$. La Figura 5.5 muestra una imagen de la distribución de deformaciones circunferenciales resultantes en el codo de prueba.

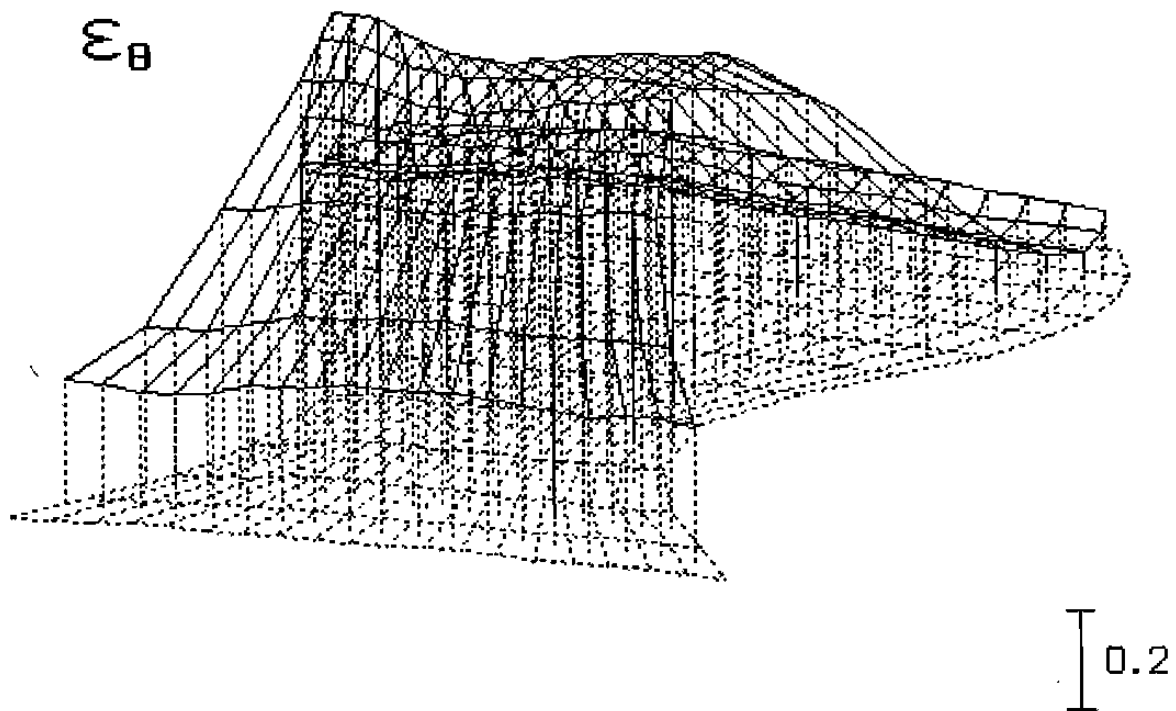


Figura 5.5 Distribución de las deformaciones circunferenciales en el codo de prueba.

La Figura 5.5 muestra que la deformación circunferencial se presenta en forma homogénea a través de toda de la sección longitudinal del codo para una posición angular determinada. Además, en dicha figura se puede apreciar un incremento gradual del valor de deformación a medida que la posición angular se aproxima a la zona del vientre del codo.

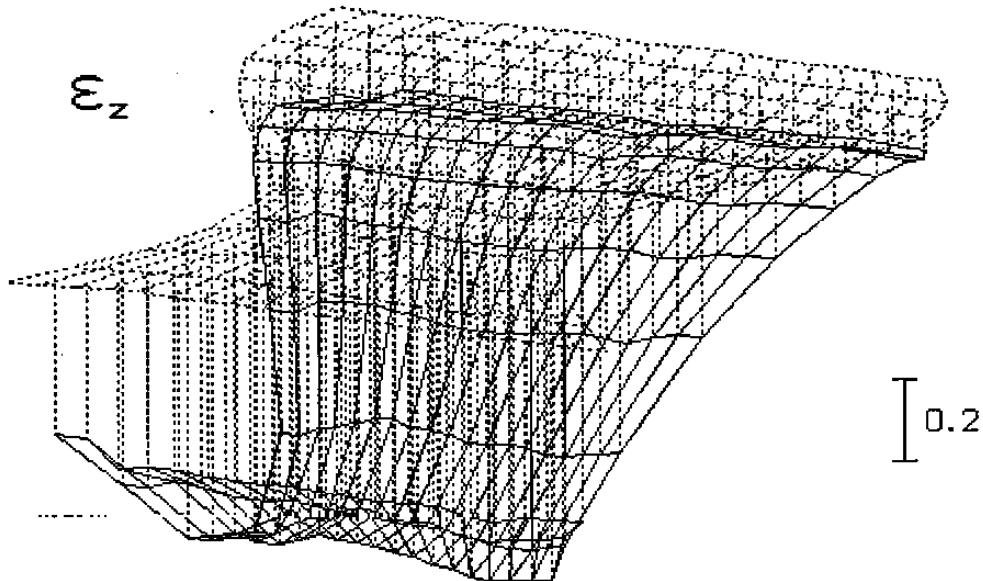


Figura 5.6 Esquema de la distribución de deformaciones axiales en el codo de prueba.

La Figura 5.6 muestra que las deformaciones axiales presentan cierta homogeneidad a través de toda la sección longitudinal para una posición angular determinada, el hecho de que se encuentran abajo del plano de referencia indican que son deformaciones compresivas. Dicha figura muestra que, al igual que las deformaciones circunferenciales, las deformaciones axiales son mayores en la zona del vientre y decrecen progresivamente a medida que la posición angular se aproxima hacia la zona del lomo, en donde el valor de la deformación axial resulta relativamente bajo.

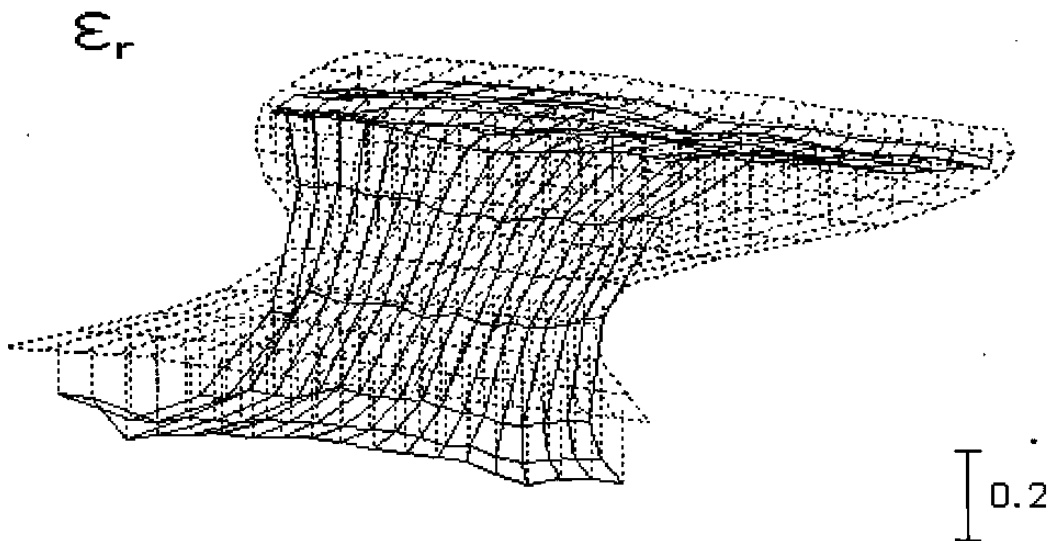


Figura 5.7 Distribución de las deformaciones radiales resultantes en el tubo de prueba.

La Figura 5.7 muestra el patrón de deformaciones correspondientes a la pared del tubo. En este diagrama, los valores negativos indican el adelgazamiento en la pared, mientras que los positivos indican un engrosamiento. El valor de la deformación en la zona del vientre y lomo es mínimo, sin embargo, este valor se incrementa notablemente a medida que la posición angular de la lectura de deformación se aleja de estas dos zonas. La figura 5.7 presenta un ligero adelgazamiento en la mitad derecha, mientras que en la mitad izquierda se presenta un ligero engrosamiento. Estos valores no se miden, sino que son obtenidos por constancia de volumen de celda.

La Figura 5.8 presenta la distribución de deformaciones cortantes en el tubo de prueba.

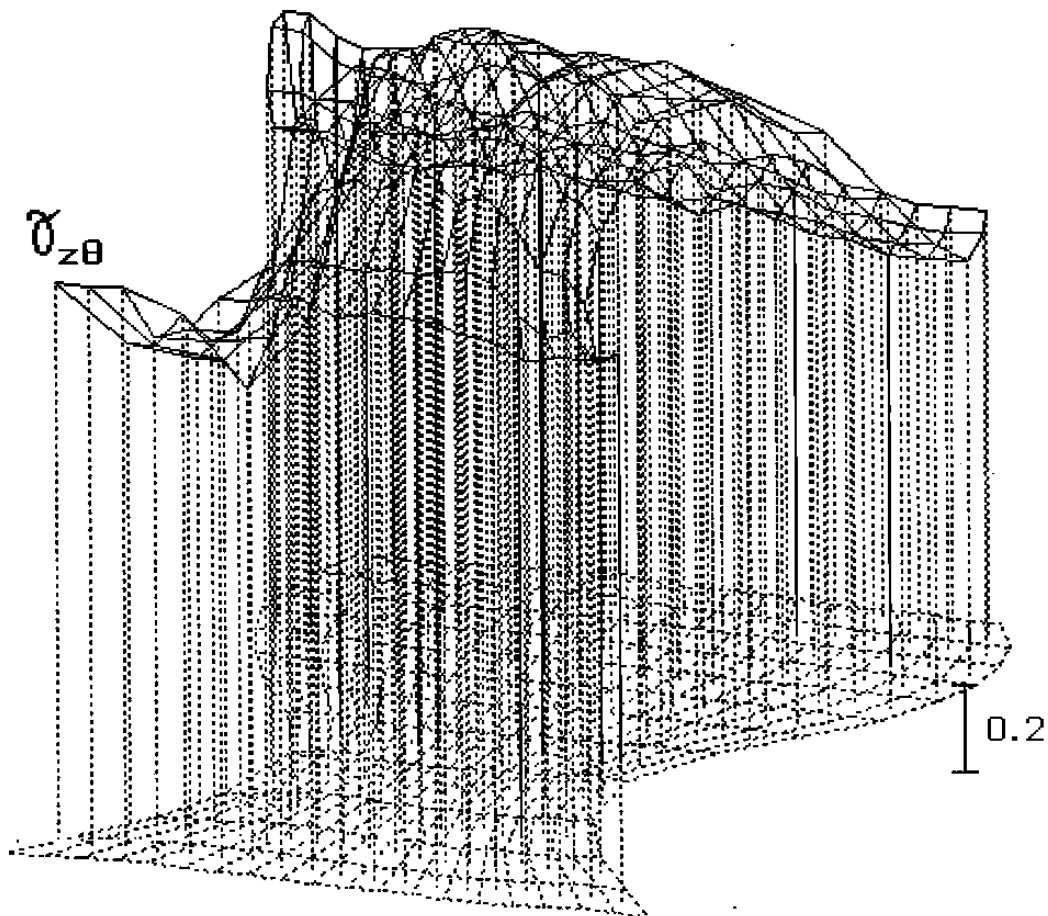


Figura 5.8 Distribución de deformaciones cortantes en el tubo de prueba.

En la Figura 5.8 se puede apreciar que la distribución de deformaciones cortantes medidas sobre la pared del codo sigue una distribución similar a las proporcionadas en las Figuras 5.5 a 5.7: los mayores valores de deformación se presentan en la zona del vientre del codo. Una vez obtenidos los valores de las componentes ε_θ , ε_z , ε_r , y $\gamma_{\theta z}$, lo siguiente, a partir de la ecuación (4.7), para obtener el valor de la deformación equivalente ($\bar{\varepsilon}$) en cada nodo. La Figura 5.9 muestra la distribución de la deformación equivalente en el tubo de prueba.

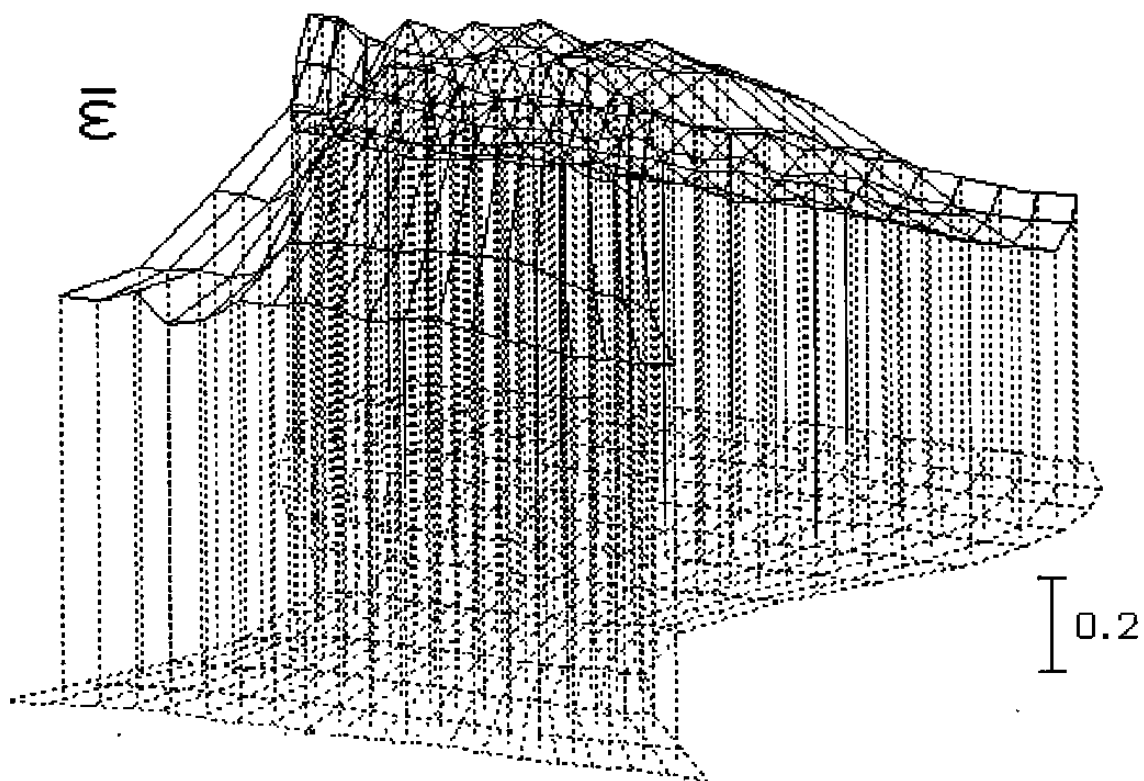


Figura 5.9 Distribución de la deformación equivalente en el tubo de prueba.

Con los resultados proporcionados por las Figuras 5.5 a 5.7, es de esperarse que la Figura 5.9 muestre que existe un mayor valor de la deformación equivalente en la zona del vientre del codo, misma que disminuye gradualmente a medida que se aproxima a la zona del lomo.

Dicha figura también presenta una homogeneidad en los valores de la deformación equivalente en función de la posición angular. Con este resultado, se puede tomar un promedio del valor de la deformación equivalente de cada uno de los nodos localizados a lo largo del codo en esa posición angular y considerar dicho valor como representativo de esa posición. La Figura 5.10 muestra los resultados de los valores promedio obtenidos de ε_θ , ε_z , ε_r , $\gamma_{\theta z}$ y de ε según su posición angular.

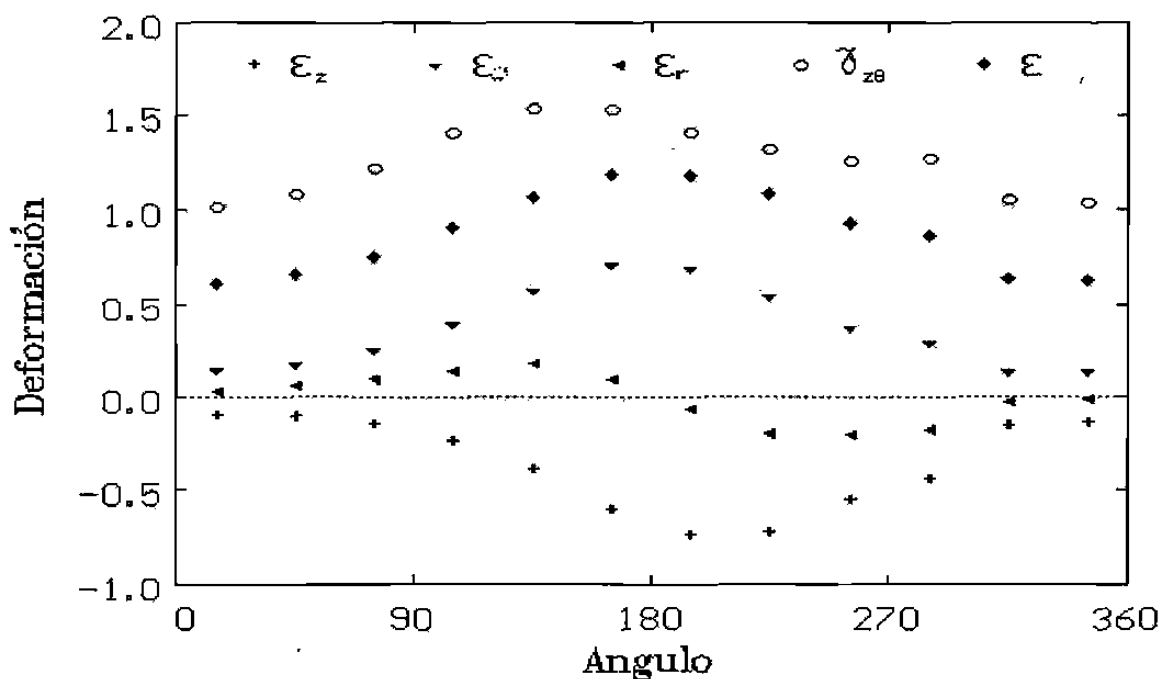


Figura 5.10 Resultados experimentales obtenidos ε_θ , ε_z , ε_r , $\gamma_{\theta z}$ y ε .

La Figura 5.10 muestra gráficamente los valores de la deformación equivalente en función de su posición angular obtenidas a partir del codo utilizado para la experimentación. Los resultados presentados en la Tabla 5.2 son los resultados finales de la experimentación.

| ε | angulo |
|---------------|--------|
| 1.25 | 15 |
| 1.07 | 45 |
| 0.94 | 75 |
| 0.8 | 105 |
| 0.67 | 135 |
| 0.62 | 165 |

Tabla 5.2. Valores experimentales de la deformación equivalente obtenidos en función de su posición angular.

En el Apéndice D se listan los resultados de las mediciones iniciales y finales realizadas sobre la malla y que se utilizaron para la obtención de los valores de $\varepsilon_{\theta, \varepsilon_z}$ y $\gamma_{\theta z}$ necesarios. Los valores de ε_r no fueron medidos, sino que se obtienen mediante la consideración de constancia de volumen en la celda.

Una vez obtenida toda esta información de la experimentación, se procedió a obtener estos mismos datos del modelo por elemento finito para efectuar la validación del método mediante comparación.

5.4 Resultados de la simulación por elemento finito.

El paquete utilizado para elaborar el modelo por elemento finito presenta la ventaja de obtener lecturas de todos los resultados nodales anteriormente mencionados, estos son: deformación circunferencial y axial, además de la deformación equivalente que sufre el codo durante el proceso. La Figura 5.11 presenta una imagen del codo deformado generada por el paquete utilizado.

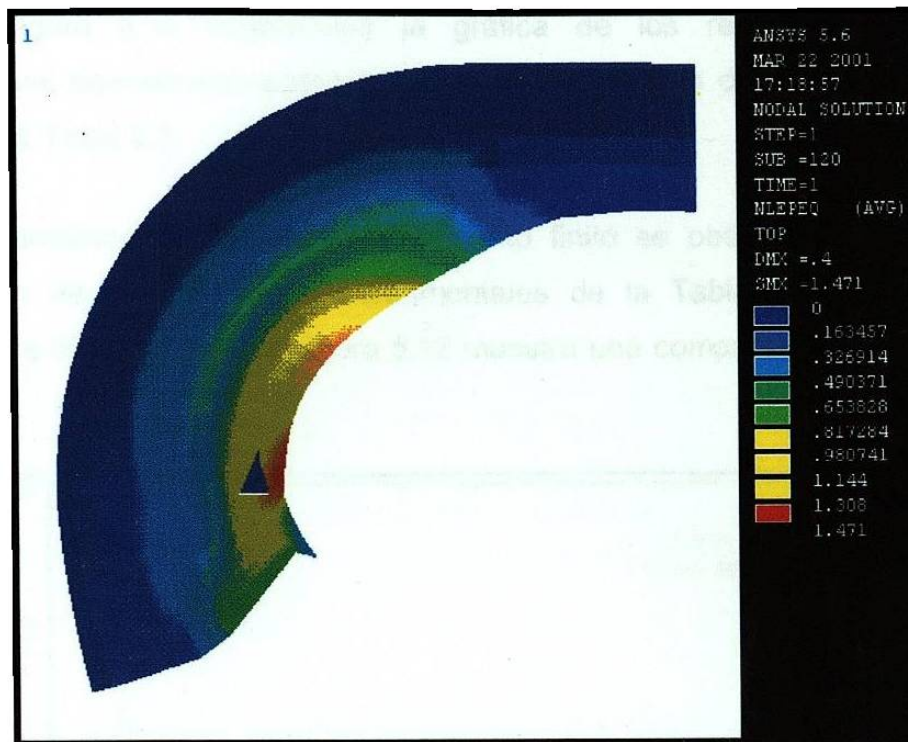


Figura 5.11 Imagen de la distribución de las deformaciones.

La información relativa a los valores de la deformación equivalente se obtiene directamente del programa. Dicha información se puede relacionar con su posición angular. Lo anterior se muestra en la Tabla 5.3.

| ϵ | angulo |
|------------|--------|
| 1.2629 | 0 |
| 0.8656 | 22.5 |
| 0.46889 | 45 |
| 0.224574 | 67.5 |
| 0.17649 | 90 |
| 0.10511 | 112.5 |
| 0.076591 | 135 |
| 0.039966 | 157.5 |
| 0.01014 | 180 |

Tabla 5.3 Resultados de la distribución de deformaciones equivalentes proporcionadas por el modelo de elemento finito. Los valores se encuentran en función de la posición angular.

La Figura 5.12 proporciona la gráfica de los resultados de las deformaciones equivalentes proporcionados por el modelo de elemento finito listados en la Tabla 5.3.

La validación del modelo por elemento finito se obtiene mediante la comparación de los resultados experimentales de la Tabla 5.2 contra los numéricos de la Tabla 5.3. La Figura 5.12 muestra una comparación de dichos valores.

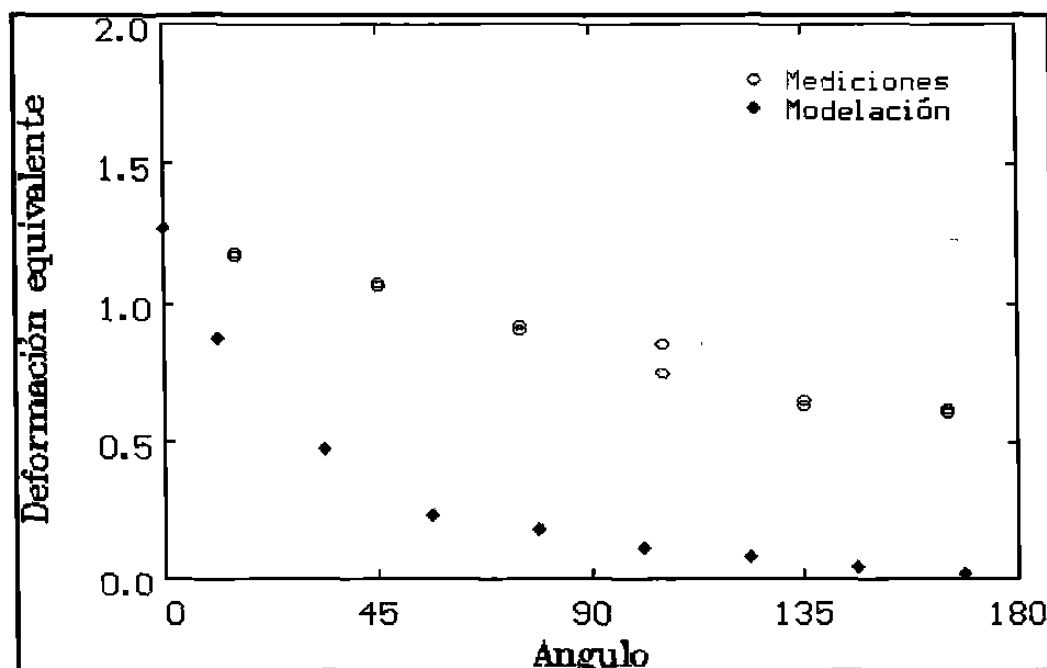


Figura 5.12 Gráfica comparativa de los valores de deformación experimental y numéricos.

5.5 Discusión.

En la Figura 5.12 se observa una gran discrepancia entre los valores de deformación obtenidos por los métodos experimental y numérico, especialmente a medida en que el valor de la medición se aproxima a la zona del lomo del codo. Este efecto puede ser debido a una inadecuada distribución de las deformaciones proporcionadas por el paquete de elemento finito. En las Figuras 5.13 y 5.14 se puede apreciar con mayor facilidad este efecto.

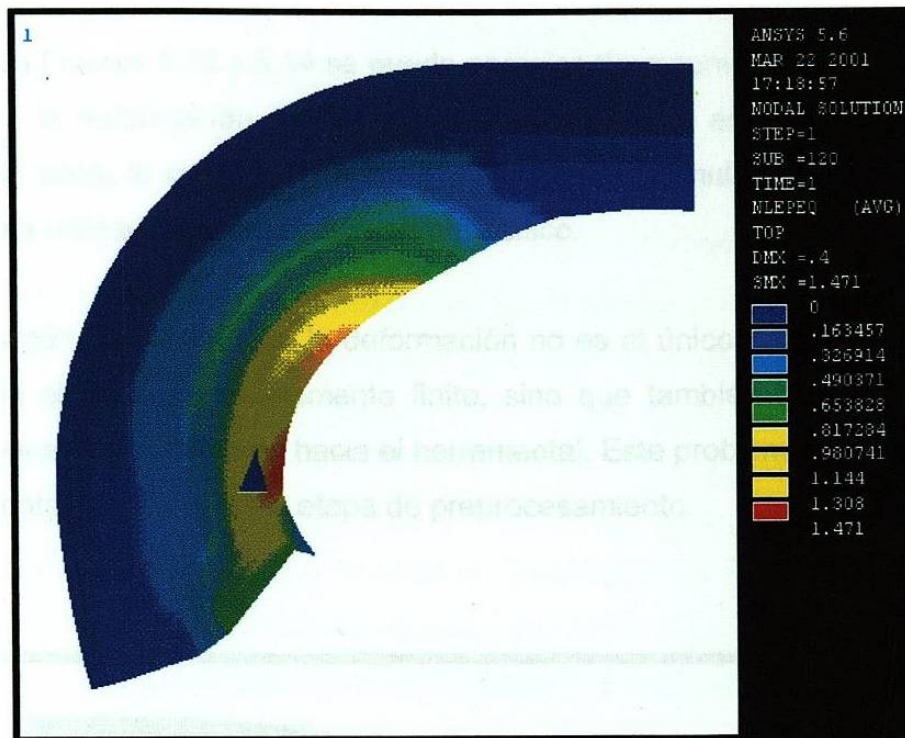


Figura 5.13 Vista de la zona lateral derecha del codo proporcionada por el paquete de elemento finito.

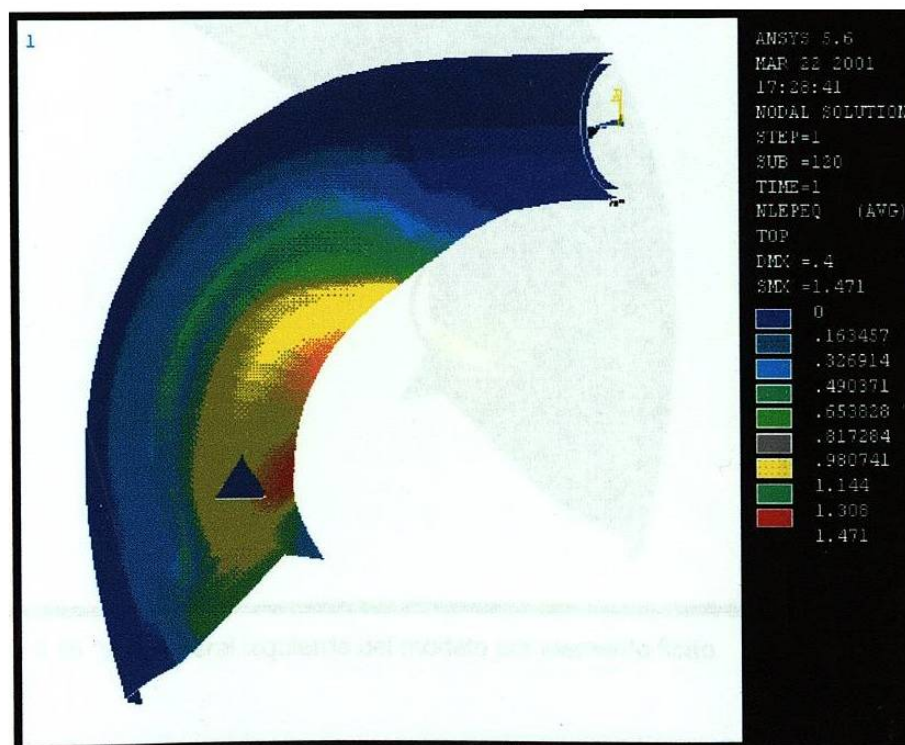


Figura 5.14 Vista inferior del codo proporcionada por el paquete de elemento finito.

En las Figuras 5.13 y 5.14 se puede apreciar claramente una localización excesiva de la deformación de los elementos localizados en la parte inferior (vientre) del codo, lo cual representa un indicio de la formulación inadecuada del programa utilizado para este análisis específico.

El patrón inadecuado de la deformación no es el único problema que se presentó en el análisis por elemento finito, sino que también existen ciertas zonas de penetración del codo hacia el herramental. Este problema es atribuible al par de contacto creado en la etapa de preprocesamiento.

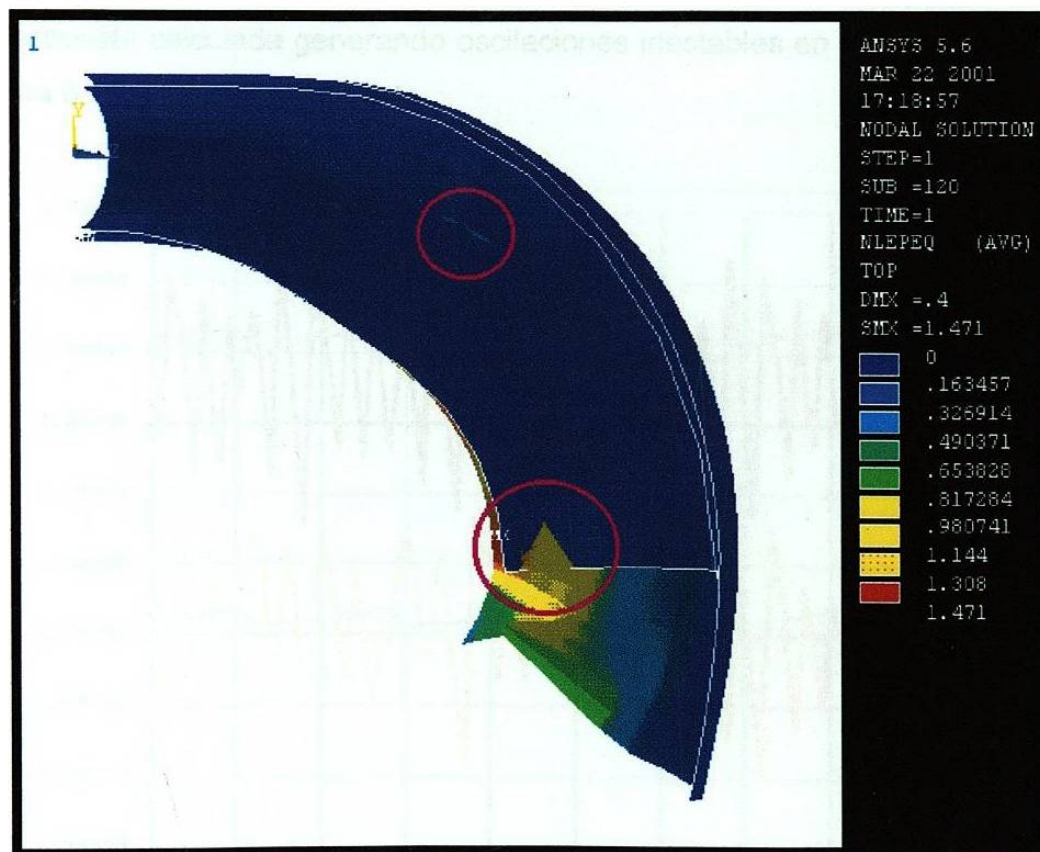


Figura 5.15 Vista lateral izquierda del modelo por elemento finito.

En la Figura 5.15 se puede apreciar el problema de penetración. Las zonas encerradas por los círculos representan los puntos en los cuales existe la penetración del tubo hacia el mandril.

El programa de elemento finito utilizado trabaja con una formulación implícita, misma que es adecuada para resolver problemas estáticos o cuasi estáticos, tales como problemas de fluidos, transferencia de calor y problemas estructurales con deformaciones pequeñas. Sin embargo, al presentarse problemas que involucran no linealidades de estatus cambiante (por ejemplo, contacto), esta formulación implícita resulta inadecuada. El problema consiste en que la formulación implícita es incondicionalmente estable al incremento del tiempo, por lo que puede utilizar incrementos demasiado grandes y en el caso de las no linealidades de estatus cambiante, esto puede crear ciertos problemas en la respuesta calculada generando oscilaciones inestables en las iteraciones. La Figura 5.16 muestra este efecto.

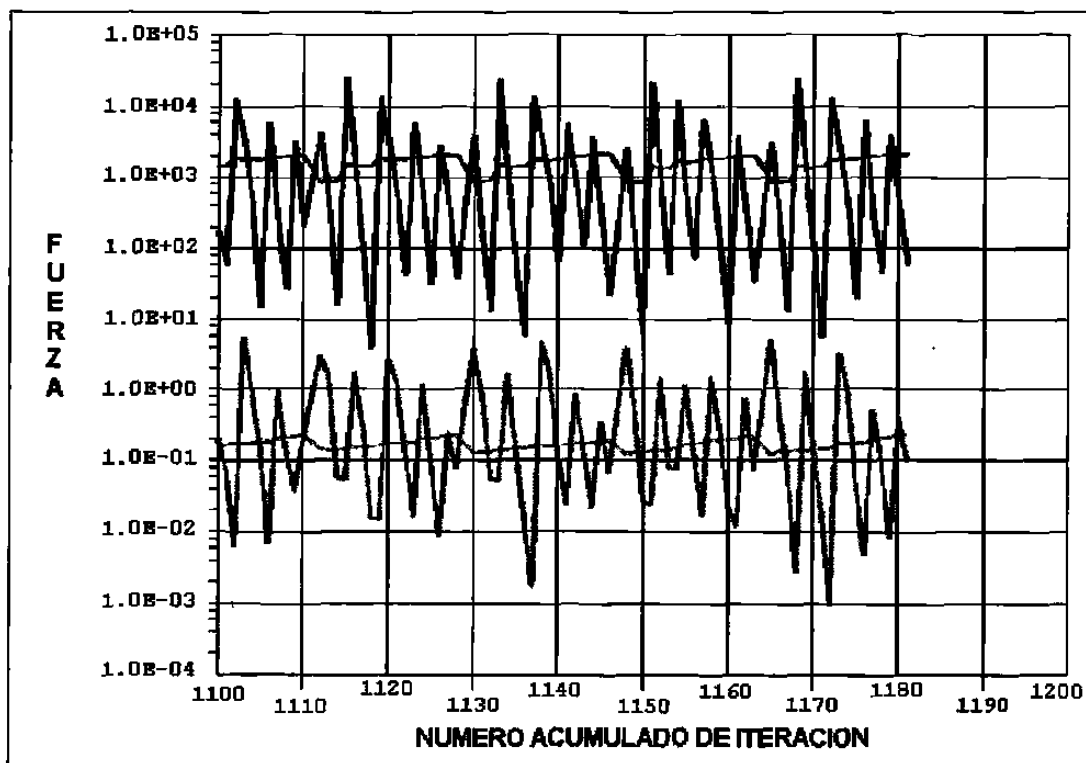


Figura 5.16. Gráfica de las iteraciones realizadas por el programa de elemento finito en la que pueden apreciarse las oscilaciones que se presentan en la simulación.

Una formulación explícita, en cambio, es condicionalmente estable en cuanto al incremento del tiempo, por lo tanto, el tamaño del incremento que utiliza es controlado dentro de un límite determinado. Con esto, el problema que presenta la formulación implícita desaparece.

El método implícito no es recomendado para grandes incrementos de tiempo, el cual, es el factor determinante en análisis de estatus cambiante. En el presente proyecto, se puede apreciar claramente que existen deficiencias en el proceso de contacto, mismas que inclusive fueron detectadas y notificadas mediante mensajes de advertencia por el paquete.

El hecho de que el método implícito presenta dificultades al ser utilizado para modelar grandes deformaciones representa una desventaja en este trabajo, ya que el proceso en si está íntimamente relacionado con un proceso de contacto complejo entre la superficie del mandril y la superficie interior del tubo.

5.6 Estimación de error.

El efecto de la deficiente distribución de deformación conduce a una variación considerable en el error encontrado en los diferentes puntos comparados en la Figura 5.12 . El valor del porcentaje del error fue obtenido⁽¹⁰⁾ mediante la ecuación:

$$\%_{Error} = \left| \frac{\epsilon_{Exp} - \epsilon_{num}}{\epsilon_{Exp}} \right| * 100 \quad (5.1)$$

La Tabla 5.4 proporciona el porcentaje de error encontrado en cada uno de los puntos mostrados en la Figura 5.12.

| % de ERROR | |
|------------|--------|
| ϵ | angulo |
| 38.17 | 15 |
| 70.09 | 45 |
| 78.26 | 75 |
| 77.50 | 105 |
| 90.48 | 135 |
| 95.08 | 165 |

Tabla 5.4 Porcentaje de error del valor de la deformación equivalente entre los puntos del codo utilizado en la experimentación y sus correspondientes puntos del proceso de simulación.

La Figura 5.17 representa gráficamente los resultados de la Tabla 5.4. En dicha figura se puede apreciar que el valor del porcentaje de error varía enormemente desde un valor de alrededor del 40% localizado en la zona del vientre hasta un valor de casi 95% localizado en la zona del lomo del codo.

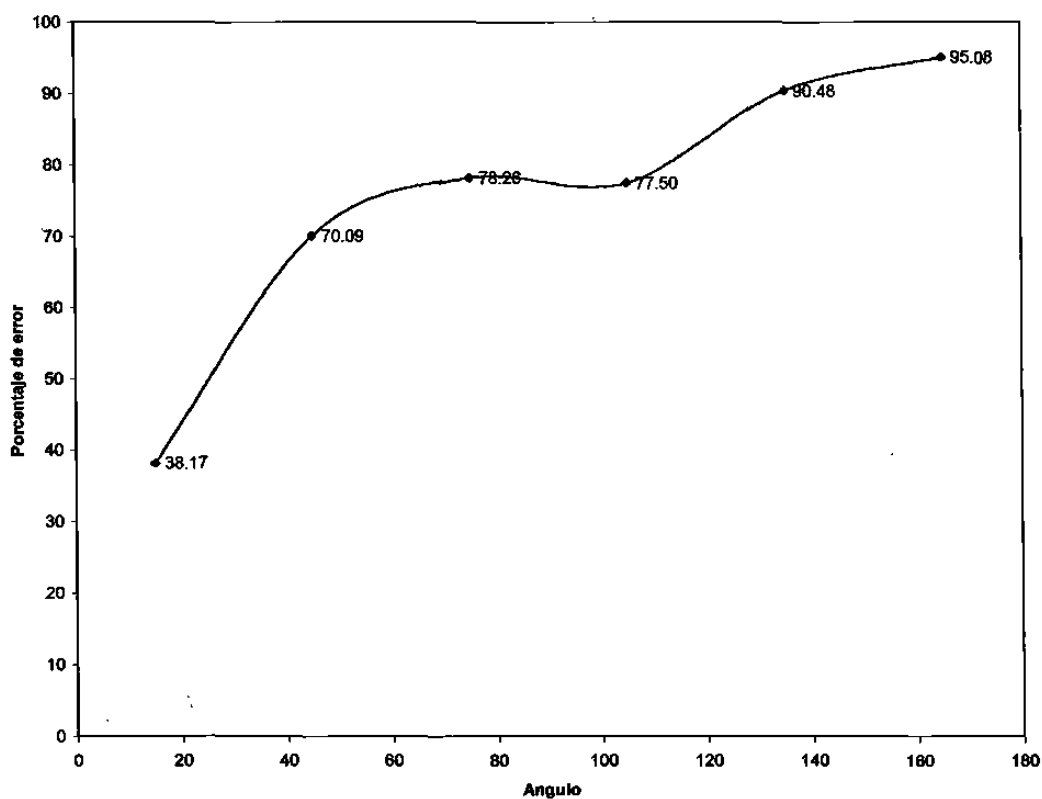


Figura 5.17 Gráfica que muestra los valores del porcentaje de error de cada uno de los puntos listados en la Tabla 5.4. El valor de 0° del ángulo está localizado en el vientre, mientras que el valor de 180° está localizado en el lomo del codo.

CAPITULO 6

Conclusiones y recomendaciones.

Conclusiones.

- Los ensayos de compresión realizados sobre las probetas permitieron conocer las características de esfuerzo-deformación del acero ASTM A-106 a 800 °C.
- Las mediciones experimentales permitieron conocer la distribución de la deformación en el proceso de producción de codos de 7.6 cm de diámetro.
- La verificación de los resultados numéricos con los resultados experimentales no es coincidente, por lo que la simulación por elemento finito mediante ANSYS realizada no es representativa del proceso de producción de codos de 7.6 cm de diámetro.
- El programa utilizado para la simulación del proceso utiliza una formulación implícita, misma que resulta inadecuada para la solución de problemas dinámicos, no lineales en 3 dimensiones.

Recomendaciones.

- Emplear un programa que utilice una formulación explícita para simular el proceso, tal como Abaqus o LS Dyna.
- Una simulación con otro programa requerirá de datos experimentales para realizar la validación. Se recomienda utilizar los datos de la Tabla 5.2

Referencias.

1. Larry J. Segerlind, Applied Finite Element Analysis, Second edition, Wiley and Sons, USA, 1984.
2. O. C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, The finite element Method, Volume 1, fourth edition, McGraw-Hill, Singapore, 1989.
3. Kenneth H. Huebner, Earl A. Thornton, Ted G. Byrom, The Finite Element Method for Engineers, third edition, Wiley and Sons, USA, 1995.
4. John C. Tannehill, Dale A. Anderson, Richard H. Pletcher, Computational fluid mechanics and heat transfer, second edition, Taylor & Francis, USA, 1997.
5. T. J. Chung, Finite Element Analysis in Fluid Dynamics, McGraw-Hill, USA, 1978.
6. Salvador Almaguer Rentería, Modelación de la Fabricación de Tubería por el Método de Elemento Finito, Universidad Autónoma de Nuevo León, México, 1998.
7. Andrés Rodríguez, Gastón Olvera, Peter Fodor and Rafael Colás, Strain Distribution Analysis of Hot Forged Seamless Pipe Fittings, Universidad Autónoma de Nuevo León, México, 1998.
8. J. P. Holman, Transferencia de calor, 8ª edición, (1ª en español), McGraw-Hill, Madrid, España, 1998.

9. Shiro Kobayashi, Metal forming and the finite-element method, Oxford University Press, USA, 1989.
10. Steven Chapra, Raymond P. Canale, Métodos Numéricos para Ingenieros, McGraw-Hill, México, 1985.
11. ANSYS Tutorial reference, USA, 1999.
12. ASM Handbook Vol. 14, Forming and Forging, 4th Ed., USA, 1992.
13. Annual Books of ASTM Standards, Sec. I, Iron and Steel products, Vol. 1.01, USA, 1996.
14. George E. Dieter, Mechanical Metallurgy SI Metric Edition, Mc GrawHill, USA 1988.

LISTA DE FIGURAS

| | Página |
|---|--------|
| Figura 1.1 Ejemplo de (a) una estructura y (b) una placa de forma similar soportando la misma carga (indicada por la flecha). | 4 |
| Figura 1.2 Sistema lineal de resortes. | 8 |
| Figura 1.3 Sistema lineal de resortes consistente de cuatro elementos. | 11 |
| Figura 2.1 Esquema del proceso de producción. | 21 |
| Figura 2.2 Etapa de corte de tubería. | 21 |
| Figura 2.3 Primer paso de deformación en una prensa hidráulica horizontal. | 22 |
| Figura. 2.4 Prensa vertical para el formado de codos. | 23 |
| Figura 2.5 Horno para relevado de esfuerzos de piezas forjadas. | 23 |
| Figura 2.6 Proceso de granallado. | 24 |
| Figura 2.7 Maquinado y biselado de los codos. | 24 |
| Figura 2.8 Ilustración de la etapa a simular del proceso. | 25 |
| Figura. 2.9 Fotografías del mandril y del tubo utilizados en la etapa del proceso a simular. | 26 |
| Figura 2.10 Imagen del tubo después de pasar por el proceso de deformación. | 27 |
| Figura 3.1 Geometría completa del Madrid y del tubo y geometría resultante de utilizar la simplificación geométrica. | 30 |
| Figura 3.2 Imagen de los puntos creados como primer paso en la generación de la geometría en ANSYS. | 33 |
| Figura 3.3 Líneas resultantes de la unión de los puntos mostrados en la Figura 3.2. | 34 |

| | | |
|-------------|---|----|
| Figura 3.4 | Áreas creadas a partir de las líneas mostradas en la Figura 3.3. | 35 |
| Figura 3.5 | Geometría resultante del tubo. | 36 |
| Figura 3.6 | Imagen de las geometrías que constituyen el sistema. | 37 |
| Figura 3.7 | Gráfica de ANSYS de la tabla de valores. | 40 |
| Figura 3.8 | Malla creada sobre el tubo utilizando la herramienta de malla. | 44 |
| Figura 3.9 | Mallas creadas sobre las geometrías involucradas en la simulación. | 46 |
| Figura 3.10 | Ilustración de las zonas donde se especificaron las condiciones frontera. | 49 |
| Figura 4.1 | Tubo utilizado en las mediciones experimentales. | 58 |
| Figura 4.2 | Imagen del codo producido en la etapa de formado. | 59 |
| Figura 4.3 | Diagrama de la diagonal de una de las celdas de la malla. | 60 |
| Figura 4.4 | Máquina universal utilizada para realizar los ensayos mecánicos. | 63 |
| Figura 4.5 | Máquina de inducción para calentamiento de probetas. | 64 |
| Figura 5.1 | Gráficas resultantes de los cuatro ensayos mecánicos y su promedio. | 66 |
| Figura 5.2 | Variación en los valores del radio de la preforma y del codo con respecto a la posición longitudinal de las celdas. | 68 |
| Figura 5.3 | Gráfica que muestra los valores de la longitud de la preforma y del codo en función de la posición angular de la celda. | 69 |
| Figura 5.4 | Comparación geométrica del tubo de prueba y del codo producido. | 70 |
| Figura 5.5 | Distribución de las deformaciones circunferenciales en el codo de prueba. | 71 |
| Figura 5.6 | Esquema de la distribución de deformaciones axiales en el codo de prueba. | 72 |

| | |
|---|-----|
| Figura 5.7 Distribución de las deformaciones radiales resultantes en el tubo de prueba. | 72 |
| Figura 5.8 Distribución de deformaciones cortantes en el tubo de prueba. | 73 |
| Figura 5.9 Distribución de la deformación equivalente en el tubo de prueba. | 74 |
| Figura 5.10 Resultados experimentales obtenidos ε_{θ} , ε_z , ε_r , $\gamma_{\theta z}$ y ε . | 75 |
| Figura 5.11 Imagen de la distribución de las deformaciones. | 77 |
| Figura 5.12 Gráfica comparativa de los valores de deformación experimentales y numéricos. | 78 |
| Figura 5.13 Vista de la zona lateral derecha del codo proporcionada por el paquete de elemento finito. | 79 |
| Figura 5.14 Vista inferior del codo proporcionada por el paquete de elemento finito. | 79 |
| Figura 5.15 Vista lateral izquierda del modelo por elemento finito. | 80 |
| Figura 5.16 Gráfica de las iteraciones realizadas por el programa de elemento finito en la que pueden apreciarse las oscilaciones que se presentan en la simulación. | 81 |
| Figura 5.17 Gráfica que muestra los valores del porcentaje de error de cada uno de los puntos listados en la Tabla 5.4. El valor de 0° del ángulo está localizado en el vientre, mientras que el valor de 180° está localizado en el lomo del codo. | 83 |
| Figura B.1 localización de los termopares en el tubo de prueba. | 94 |
| Figura B.2 Gráficas obtenidas de la temperatura en función del tiempo. | 94 |
| Figura C.1 Dimensiones del herramental que fue elaborado para la realización de los ensayos mecánicos | 96 |
| Figura E.1 Esquema que muestra la localización de las celdas listadas en las Tablas E.1 – E.5. | 101 |

LISTA DE TABLAS

| | Página |
|--|--------|
| Tabla 3.1 Lista de coordenadas obtenidas a partir del dibujo del mandril. | 32 |
| Tabla 3.2 Coordenadas de los puntos que conforman el tubo. | 36 |
| Tabla 3.3 Tabla de valores de esfuerzo real (MPa) contra deformación real que serán alimentados a ANSYS. | 38 |
| Tabla 3.4 Extensiones utilizadas por el programa para la identificación y almacenamiento de los resultados obtenidos de un análisis | 50 |
| Tabla 3.5 Lineamientos para la selección del solucionador. | 51 |
| Tabla 3.6 Datos primarios y secundarios según la disciplina del análisis | 55 |
| Tabla 5.1 Tabla de valores de esfuerzo real contra deformación real. | 67 |
| Tabla 5.2. Valores experimentales de la deformación equivalente obtenidos en función de su posición angular. | 76 |
| Tabla 5.3 Resultados de la distribución de deformaciones equivalentes proporcionadas por el modelo de elemento finito | 77 |
| Tabla 5.4 Porcentaje de error del valor de la deformación equivalente entre los puntos del codo utilizado en la experimentación y sus correspondientes puntos del proceso de simulación. | 83 |
| Tabla D.1 Lista de los puntos que forman las gráficas de la Figura 5.1 | 98 |
| Tabla E.1. Medidas longitudinales resultantes de los elementos de la malla en el tubo. | 101 |
| Tabla E.2. Medidas transversales resultantes de los elementos de la malla en el tubo. | 102 |
| Tabla E.3. Medidas longitudinales resultantes de los elementos de la malla en el codo. | 103 |
| Tabla E.4. Medidas transversales resultantes de los elementos de la malla en el codo. | 104 |
| Tabla E.5. Medidas diagonales resultantes de los elementos de la malla en el codo. | 105 |

Apéndice A

GRAFICAS DE TEMPERATURA

APENDICE A. Gráficas del monitoreo de temperaturas durante el procedimiento experimental. La Figura A.1 superior muestra la distribución de los termopares en el tubo. La Figura A.2 inferior muestra las gráficas resultantes de Temperatura contra Tiempo.

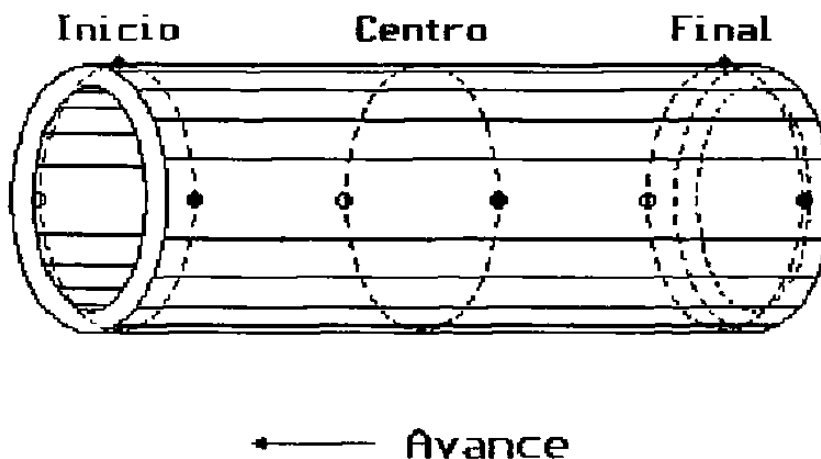


Figura A.1 Localización de los termopares en el tubo de prueba.

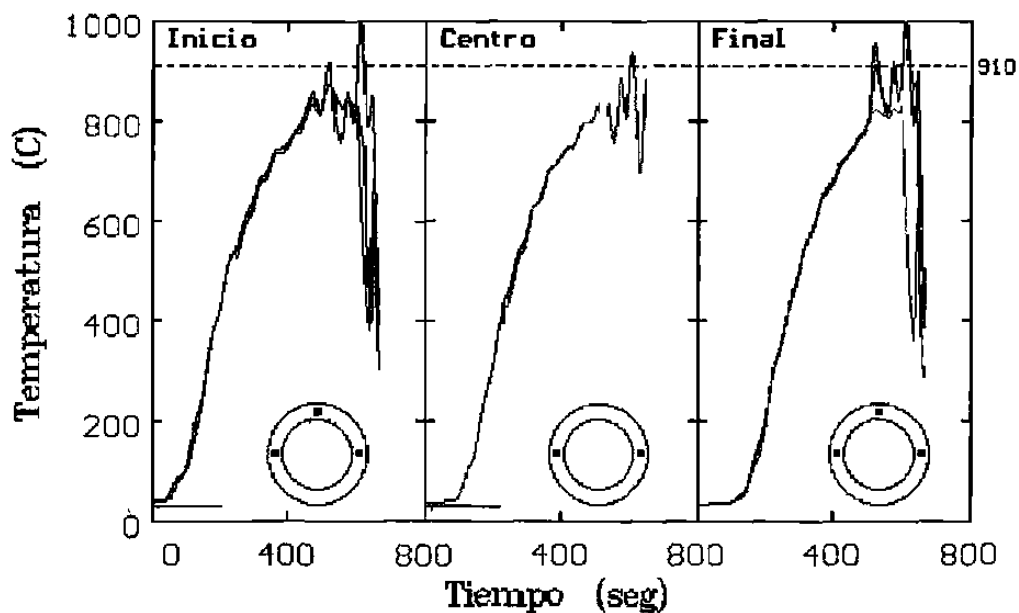


Figura A.2 Gráficas obtenidas de la temperatura en función del tiempo.

Apéndice B

DIBUJO DEL MANDRIL

Apéndice C

ADITAMENTOS UTILIZADOS EN LA
REALIZACION DE LAS PRUEBAS
MECANICAS

APENDICE C. La Figura C.1 muestra el dibujo de una de las dos mordazas fabricadas para la realización de las pruebas mecánicas en caliente. El material con el cual fueron fabricadas es Stellite.

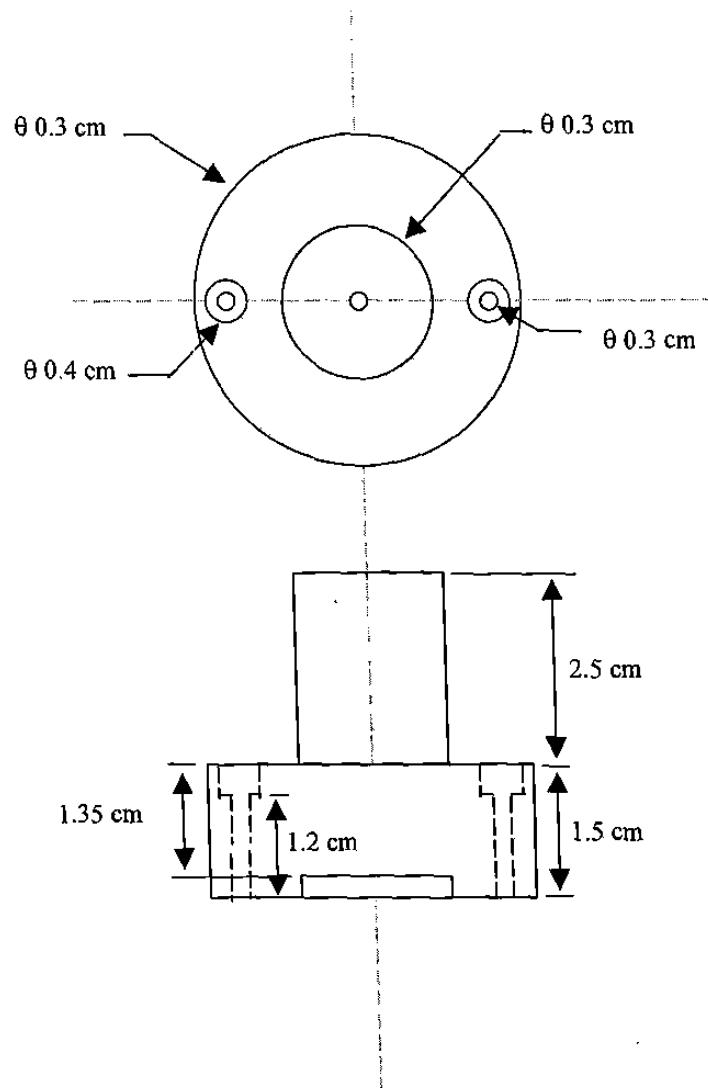


Figura C.1 Dimensiones del herramental que fue elaborado para la realización de los ensayos mecánicos

Apéndice D

MEDICIONES EFECTUADAS SOBRE
LA MALLA ANTES Y DESPUES DEL
PROCESO

APENDICE D. Tablas de los resultados de las mediciones iniciales y finales del tubo utilizado en la experimentación. La Figura D.1 muestra un esquema de la localización de las mediciones efectuadas. Las Tablas D.1 – D.5 muestran las mediciones.

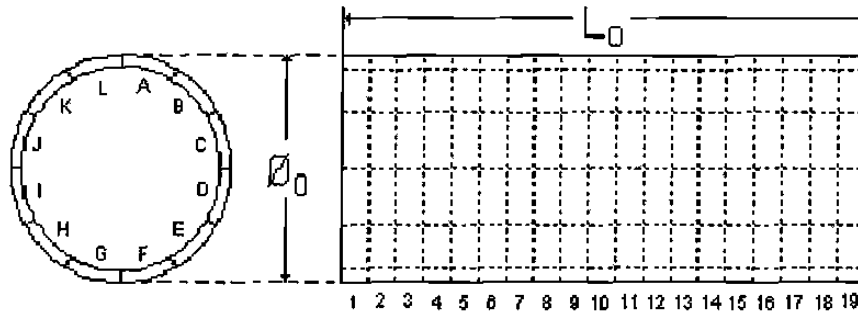


Figura D.1 Esquema que muestra la localización de las celdas listadas en las Tablas D.1 – D.5.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|------|-------|-------|-------|
| 1 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 2 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 3 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 4 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 5 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 6 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 7 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 8 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 9 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 10 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 11 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 12 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 13 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 14 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 15 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 16 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 17 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 18 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 19 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |
| 20 | 0.615 | 0.625 | 0.625 | 0.615 | 0.615 | 0.625 | 0.61 | 0.605 | 0.62 | 0.615 | 0.615 | 0.615 |

Tabla D.1. Medidas longitudinales resultantes de los elementos de la malla en el tubo. Las columnas (letras) indican la localización radial de cada elemento. Las filas (números) indican la localización longitudinal de cada elemento.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 |
| 2 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 |
| 3 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 |
| 4 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 |
| 5 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 |
| 6 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 |
| 7 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 |
| 8 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 |
| 9 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 |
| 10 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 |
| 11 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 | 0.62 |
| 12 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 |
| 13 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 | 0.61 |
| 14 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 |
| 15 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.63 |
| 16 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 |
| 17 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 |
| 18 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 |
| 19 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 |
| 20 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 |
| 21 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 | 0.625 |

Tabla D.2. Medidas transversales resultantes de los elementos de la malla en el tubo. Las columnas (letras) indican la localización radial de cada elemento. Las filas (números) indican la localización longitudinal de cada elemento.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|-------|-------|
| 1 | 11.29 | 13.65 | 14 | 12.73 | 13.44 | 12.31 | 9.18 | 8.29 | 6.7 | 4.52 | 11.02 | 11.71 |
| 2 | 13.05 | 13.69 | 13.77 | 14.16 | 13.64 | 12.74 | 11.3 | 8.29 | 6.33 | 8.42 | 8.78 | 10.87 |
| 3 | 13.04 | 13.8 | 14.03 | 14.07 | 13.53 | 12.61 | 11.3 | 8.47 | 6.41 | 7.58 | 8.94 | 11.14 |
| 4 | 13.12 | 14.16 | 14.38 | 14.38 | 13.82 | 12.92 | 11.3 | 9.08 | 6.38 | 7.35 | 9.31 | 11.35 |
| 5 | 13.08 | 13.87 | 14.23 | 14.08 | 13.65 | 12.52 | 11.28 | 9.08 | 6.59 | 7.33 | 9.04 | 11.21 |
| 6 | 12.83 | 13.87 | 14.22 | 14.06 | 13.58 | 12.42 | 11.35 | 8.7 | 7.2 | 7.25 | 8.94 | 11.02 |
| 7 | 12.94 | 13.91 | 14.42 | 14.2 | 13.56 | 12.48 | 10.8 | 9.03 | 7.09 | 7.58 | 8.99 | 11.21 |
| 8 | 12.62 | 13.67 | 14.1 | 13.93 | 13.27 | 12.05 | 10.57 | 8.53 | 6.9 | 7.19 | 8.86 | 10.85 |
| 9 | 13.16 | 14 | 14.69 | 14.53 | 13.88 | 12.45 | 10.93 | 8.75 | 7.32 | 7.33 | 9.21 | 11.21 |
| 10 | 12.83 | 14.12 | 13.98 | 14.43 | 13.69 | 12.57 | 10.63 | 8.76 | 7.09 | 7.33 | 8.92 | 11.32 |
| 11 | 12.57 | 13.94 | 13.86 | 14.43 | 13.73 | 12.55 | 10.45 | 8.66 | 6.85 | 7.37 | 8.92 | 10.95 |
| 12 | 13.25 | 14.34 | 14.94 | 14.6 | 14.07 | 12.76 | 11.25 | 8.66 | 6.83 | 7.24 | 9.14 | 11.07 |
| 13 | 12.62 | 13.84 | 14.29 | 14.26 | 13.6 | 12.52 | 10.93 | 8.43 | 6.65 | 6.95 | 8.85 | 10.92 |
| 14 | 13.19 | 14.31 | 14.76 | 14.76 | 14.06 | 12.81 | 11.24 | 8.79 | 6.59 | 7.2 | 9.18 | 11.28 |
| 15 | 13.07 | 14.21 | 14.73 | 14.56 | 13.98 | 12.7 | 10.81 | 8.69 | 6.57 | 7.2 | 8.7 | 11.06 |
| 16 | 13.07 | 14.38 | 14.77 | 14.64 | 14.27 | 12.88 | 11 | 8.71 | 6.67 | 6.95 | 8.92 | 11.21 |
| 17 | 13.2 | 14.38 | 14.86 | 14.83 | 14.22 | 13.04 | 11.33 | 8.71 | 6.52 | 7.06 | 8.95 | 11.23 |
| 18 | 13.11 | 14.29 | 14.91 | 14.83 | 14.21 | 12.97 | 11.43 | 8.92 | 6.52 | 7.28 | 9.09 | 11.29 |
| 19 | 12.93 | 14.29 | 14.76 | 14.66 | 14.15 | 13.03 | 11.43 | 9 | 6.52 | 7.33 | 9.09 | 11.29 |
| 20 | 13.75 | 14.78 | 15.14 | 15.01 | 14.5 | 13.72 | 11.43 | 9.03 | 6.52 | 5.3 | 9.22 | 11.19 |

Tabla D.3. Medidas longitudinales resultantes de los elementos de la malla en el codo. Las columnas (letras) indican la localización radial de cada elemento. Las filas (números) indican la localización longitudinal de cada elemento.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|----|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 18.3 | 17.88 | 18.04 | 18.44 | 17.83 | 20.5 | 24.52 | 31.89 | 40.7 | 27.5 | 21.97 | 20.55 |
| 2 | 17.99 | 18.14 | 18.04 | 18.32 | 18.05 | 19.94 | 23.75 | 32.27 | 39.14 | 28.27 | 22.73 | 19.71 |
| 3 | 18.17 | 18.14 | 18.04 | 18.32 | 18.68 | 19.94 | 22.97 | 31.95 | 37.94 | 28.99 | 22.96 | 19.52 |
| 4 | 18.27 | 18.14 | 18.24 | 18.32 | 18.85 | 20.1 | 23.44 | 31.33 | 36.17 | 29.48 | 23.32 | 19.81 |
| 5 | 18.56 | 18.14 | 18.24 | 18.35 | 18.87 | 20.4 | 23.74 | 30.88 | 34.53 | 29.62 | 23.77 | 20.1 |
| 6 | 18.52 | 18.29 | 18.24 | 18.35 | 18.87 | 21 | 24.09 | 30.84 | 34.04 | 29.38 | 23.84 | 20.3 |
| 7 | 18.69 | 18.21 | 18.24 | 18.35 | 18.82 | 20.83 | 24.27 | 30.84 | 34.04 | 29.18 | 23.79 | 20.41 |
| 8 | 18.83 | 18.2 | 18.24 | 18.25 | 18.83 | 20.99 | 24.55 | 30.84 | 33.45 | 29.18 | 23.85 | 20.66 |
| 9 | 18.82 | 18.07 | 17.84 | 18.25 | 18.9 | 21.15 | 25 | 31.15 | 33.78 | 29.63 | 23.85 | 20.7 |
| 10 | 18.796 | 17.89 | 17.7 | 18.07 | 18.9 | 21.15 | 25 | 31.15 | 34.3 | 29.63 | 24.03 | 20.73 |
| 11 | 18.54 | 17.89 | 17.49 | 18.07 | 18.71 | 20.55 | 25.09 | 31.46 | 34.3 | 29.63 | 24.03 | 20.75 |
| 12 | 18.42 | 17.89 | 17.49 | 17.97 | 18.71 | 20.55 | 24.78 | 31.46 | 34.84 | 29.76 | 24 | 20.55 |
| 13 | 18.42 | 17.89 | 17.49 | 17.97 | 18.71 | 20.57 | 24.37 | 31.64 | 35.79 | 30.07 | 24.1 | 20.31 |
| 14 | 18.17 | 17.89 | 17.28 | 17.97 | 18.45 | 20.57 | 24.4 | 31.86 | 36.01 | 29.97 | 24.07 | 20.31 |
| 15 | 18.17 | 17.64 | 17.27 | 17.83 | 18.39 | 20.57 | 24.4 | 31.86 | 36.03 | 30.42 | 24.28 | 19.89 |
| 16 | 18.16 | 17.64 | 17.2 | 17.71 | 18.2 | 20.29 | 24.38 | 31.86 | 36.64 | 30.59 | 24.18 | 20.18 |
| 17 | 18.16 | 17.64 | 17.2 | 17.71 | 18.2 | 20.1 | 24.26 | 31.86 | 37.27 | 30.89 | 23.98 | 20.28 |
| 18 | 18.16 | 17.526 | 17.2 | 17.71 | 18.19 | 20.1 | 23.55 | 31.23 | 37.77 | 30.91 | 23.61 | 20.38 |
| 19 | 18.16 | 17.36 | 17.2 | 17.71 | 17.11 | 20.1 | 23.55 | 31.23 | 37.93 | 31.09 | 23.62 | 20.38 |
| 20 | 18.14 | 17.37 | 17.32 | 17.71 | 17.79 | 20.06 | 24.28 | 31.23 | 36.19 | 31.34 | 24.43 | 20.38 |

Tabla D.4. Medidas transversales resultantes de los elementos de la malla en el codo. Las columnas (letras) indican la localización radial de cada elemento. Las filas (números) indican la localización longitudinal de cada elemento.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 22.9 | 22.56 | 23.13 | 22.51 | 22.03 | 23.06 | 25.65 | 32.49 | 42.04 | 30.65 | 25.74 | 24.3 | 24.3 |
| 2 | 22.9 | 22.61 | 23.1 | 22.58 | 22.08 | 22.83 | 24.63 | 32.25 | 40.55 | 31.56 | 26.31 | 24.04 | 24.04 |
| 3 | 22.95 | 22.98 | 23.1 | 22.94 | 22.54 | 22.83 | 24.63 | 31.05 | 38.43 | 31.77 | 26.77 | 24.45 | 24.45 |
| 4 | 23.11 | 22.98 | 22.98 | 22.94 | 22.65 | 22.83 | 24.87 | 31.05 | 36.18 | 32.03 | 26.73 | 24.61 | 24.61 |
| 5 | 23.1 | 23.05 | 22.98 | 22.94 | 22.58 | 23.35 | 25.36 | 31.01 | 35.12 | 31.39 | 26.73 | 24.46 | 24.46 |
| 6 | 23.52 | 23.29 | 23.13 | 22.96 | 22.58 | 23.35 | 25.55 | 31.15 | 34.89 | 31.01 | 26.73 | 24.64 | 24.64 |
| 7 | 23.48 | 23.03 | 22.7 | 22.9 | 22.48 | 23.35 | 25.55 | 31.15 | 34.5 | 31.01 | 26.73 | 24.52 | 24.52 |
| 8 | 23.66 | 23.34 | 22.98 | 22.9 | 22.55 | 23.4 | 25.69 | 31.15 | 34.31 | 31.07 | 26.95 | 24.59 | 24.59 |
| 9 | 23.66 | 23.17 | 22.93 | 22.64 | 22.55 | 23.45 | 25.67 | 31.38 | 34.31 | 31.07 | 26.95 | 24.78 | 24.78 |
| 10 | 23.24 | 23.15 | 22.82 | 22.98 | 22.25 | 23.45 | 25.67 | 31.9 | 34.32 | 31.15 | 26.95 | 24.78 | 24.78 |
| 11 | 23.48 | 23.16 | 23.17 | 22.65 | 22.31 | 23.45 | 25.67 | 31.9 | 34.9 | 31.14 | 26.95 | 24.78 | 24.78 |
| 12 | 23.33 | 22.74 | 22.59 | 22.44 | 22.39 | 23.05 | 25.4 | 31.9 | 36 | 31.14 | 26.8 | 24.78 | 24.78 |
| 13 | 23.33 | 23.06 | 22.75 | 22.78 | 22.39 | 23.05 | 25.19 | 31.9 | 36.34 | 31.14 | 26.82 | 24.78 | 24.78 |
| 14 | 23.25 | 23.5 | 22.72 | 22.48 | 22.07 | 22.89 | 25.19 | 31.91 | 36.58 | 31.14 | 26.99 | 24.61 | 24.61 |
| 15 | 23.26 | 23.5 | 22.63 | 22.56 | 22.25 | 22.89 | 24.93 | 32.05 | 36.58 | 31.92 | 27.19 | 24.61 | 24.61 |
| 16 | 23.26 | 23.73 | 22.63 | 22.74 | 22.25 | 22.89 | 24.93 | 32.05 | 37.25 | 32.46 | 27.14 | 24.61 | 24.61 |
| 17 | 23.26 | 23.62 | 22.73 | 22.6 | 22.25 | 22.89 | 24.93 | 31.35 | 38 | 32.32 | 27.05 | 24.61 | 24.61 |
| 18 | 23.26 | 23.62 | 22.63 | 22.6 | 22.23 | 22.68 | 24.93 | 31.23 | 38 | 32.96 | 26.86 | 24.38 | 24.38 |
| 19 | 23.14 | 23.17 | 22.63 | 22.8 | 22.23 | 22.68 | 24.93 | 30.82 | 36.83 | 32.93 | 26.86 | 24.38 | 24.38 |

Tabla D.5. Medidas diagonales resultantes de los elementos de la malla en el codo. Las columnas (letras) indican la localización radial de cada elemento. Las filas (números) indican la localización longitudinal de cada elemento.

Apéndice E

PUNTOS QUE CONFORMAN LAS
CUATRO GRAFICAS RESULTANTES
DE LOS ENSAYOS DE COMPRESION

APENDICE E. La Tabla E.1 muestra los puntos que delimitan las gráficas de los ensayos mecánicos de compresión realizados. Las gráficas correspondientes (Figura 5.1) muestran los resultados de las propiedades mecánicas del acero ASTM A-106 a una temperatura de aproximadamente 800°C.

| Prueba 1 | | Prueba 2 | | Prueba 3 | | Prueba 4 | | Promedio | |
|------------|----------------|------------|----------------|------------|----------------|------------|----------------|------------|----------------|
| ϵ | σ (Mpa) | ϵ | σ (Mpa) | ϵ | σ (Mpa) | ϵ | σ (Mpa) | ϵ | σ (Mpa) |
| 0.0006 | 35.19 | 0.0000 | 57.64 | 0.0000 | 11.06 | 0.0000 | 0.11 | 0.0002 | 26.00 |
| 0.0032 | 69.97 | 0.0000 | 57.97 | 0.0010 | 20.69 | 0.0006 | 1.03 | 0.0012 | 37.42 |
| 0.0083 | 89.65 | 0.0010 | 72.67 | 0.0037 | 45.21 | 0.0029 | 11.66 | 0.0040 | 54.80 |
| 0.0140 | 98.51 | 0.0044 | 88.55 | 0.0082 | 75.51 | 0.0064 | 45.70 | 0.0082 | 77.07 |
| 0.0191 | 103.99 | 0.0094 | 98.37 | 0.0137 | 90.20 | 0.0111 | 80.49 | 0.0134 | 93.26 |
| 0.0222 | 107.27 | 0.0144 | 103.83 | 0.0192 | 98.47 | 0.0170 | 95.02 | 0.0182 | 101.15 |
| 0.0268 | 113.05 | 0.0191 | 107.39 | 0.0240 | 103.01 | 0.0224 | 101.18 | 0.0231 | 106.16 |
| 0.0318 | 116.74 | 0.0237 | 111.86 | 0.0283 | 106.59 | 0.0271 | 105.84 | 0.0277 | 110.26 |
| 0.0367 | 120.02 | 0.0282 | 114.32 | 0.0327 | 110.67 | 0.0316 | 110.37 | 0.0323 | 113.85 |
| 0.0412 | 123.02 | 0.0328 | 117.84 | 0.0371 | 113.29 | 0.0361 | 113.36 | 0.0368 | 116.88 |
| 0.0455 | 124.72 | 0.0375 | 120.72 | 0.0417 | 117.03 | 0.0407 | 117.81 | 0.0413 | 120.07 |
| 0.0499 | 127.86 | 0.0421 | 122.68 | 0.0451 | 120.54 | 0.0454 | 120.66 | 0.0456 | 122.93 |
| 0.0544 | 129.85 | 0.0468 | 125.67 | 0.0504 | 123.63 | 0.0502 | 123.59 | 0.0504 | 125.68 |
| 0.0589 | 132.12 | 0.0513 | 126.88 | 0.0557 | 126.64 | 0.0548 | 126.44 | 0.0552 | 128.02 |
| 0.0635 | 134.54 | 0.0560 | 129.61 | 0.0605 | 127.25 | 0.0594 | 128.04 | 0.0598 | 129.86 |
| 0.0680 | 135.72 | 0.0607 | 131.36 | 0.0649 | 129.00 | 0.0642 | 131.23 | 0.0644 | 131.83 |
| 0.0725 | 138.10 | 0.0653 | 132.54 | 0.0691 | 130.66 | 0.0688 | 132.66 | 0.0689 | 133.49 |
| 0.0769 | 139.45 | 0.0700 | 135.08 | 0.0737 | 132.29 | 0.0735 | 134.59 | 0.0735 | 135.35 |
| 0.0815 | 141.15 | 0.0745 | 135.62 | 0.0783 | 134.68 | 0.0782 | 136.80 | 0.0781 | 137.06 |
| 0.0861 | 143.11 | 0.0791 | 137.64 | 0.0830 | 135.42 | 0.0828 | 137.81 | 0.0827 | 138.50 |
| 0.0906 | 143.90 | 0.0838 | 139.26 | 0.0875 | 137.28 | 0.0876 | 140.27 | 0.0874 | 140.18 |
| 0.0950 | 145.97 | 0.0884 | 140.00 | 0.0922 | 138.34 | 0.0922 | 141.28 | 0.0920 | 141.40 |
| 0.0996 | 146.95 | 0.0930 | 141.94 | 0.0966 | 139.36 | 0.0969 | 142.82 | 0.0965 | 142.77 |
| 0.1041 | 148.31 | 0.0976 | 142.40 | 0.1012 | 141.21 | 0.1016 | 144.77 | 0.1011 | 144.17 |
| 0.1086 | 149.95 | 0.1022 | 144.30 | 0.1057 | 141.73 | 0.1062 | 145.24 | 0.1057 | 145.31 |
| 0.1311 | 155.57 | 0.1069 | 145.49 | 0.1104 | 143.45 | 0.1109 | 147.25 | 0.1148 | 147.94 |
| 0.1537 | 160.73 | 0.1115 | 146.20 | 0.1332 | 148.31 | 0.1343 | 153.22 | 0.1332 | 152.11 |
| 0.1762 | 165.41 | 0.1347 | 151.46 | 0.1561 | 152.70 | 0.1577 | 158.27 | 0.1562 | 156.96 |
| 0.1988 | 169.94 | 0.1576 | 156.21 | 0.1789 | 156.86 | 0.1808 | 162.62 | 0.1790 | 161.41 |
| 0.2213 | 173.87 | 0.1806 | 160.59 | 0.2017 | 160.10 | 0.2042 | 166.85 | 0.2019 | 165.35 |
| 0.2439 | 177.60 | 0.2037 | 164.86 | 0.2245 | 163.13 | 0.2275 | 170.19 | 0.2249 | 168.94 |
| 0.2665 | 181.11 | 0.2267 | 168.66 | 0.2473 | 166.61 | 0.2507 | 173.48 | 0.2478 | 172.46 |
| 0.2889 | 184.13 | 0.2499 | 172.34 | 0.2701 | 169.77 | 0.2740 | 176.49 | 0.2707 | 175.68 |
| 0.3115 | 186.67 | 0.2728 | 174.92 | 0.2929 | 172.48 | 0.2972 | 179.24 | 0.2936 | 178.33 |
| 0.3340 | 188.63 | 0.2958 | 177.38 | 0.3157 | 174.69 | 0.3206 | 181.35 | 0.3165 | 180.51 |
| 0.3565 | 190.40 | 0.3188 | 179.27 | 0.3385 | 176.35 | 0.3439 | 182.83 | 0.3394 | 182.21 |
| 0.3789 | 191.55 | 0.3418 | 181.11 | 0.3613 | 177.65 | 0.3671 | 184.08 | 0.3623 | 183.60 |
| 0.4014 | 192.87 | 0.3647 | 182.64 | 0.3841 | 178.77 | 0.3903 | 185.07 | 0.3851 | 184.84 |
| 0.4238 | 193.51 | 0.3877 | 184.35 | 0.4069 | 179.75 | 0.4135 | 185.74 | 0.4080 | 185.84 |
| 0.4463 | 194.12 | 0.4106 | 184.94 | 0.4295 | 180.21 | 0.4368 | 186.00 | 0.4308 | 186.32 |
| 0.4688 | 194.92 | 0.4335 | 186.05 | 0.4522 | 180.67 | 0.4599 | 186.59 | 0.4536 | 187.06 |
| 0.4911 | 195.38 | 0.4565 | 187.15 | 0.4749 | 180.95 | 0.4833 | 186.96 | 0.4764 | 187.61 |
| 0.5136 | 195.87 | 0.4794 | 188.26 | 0.4978 | 181.51 | 0.5063 | 187.15 | 0.4993 | 188.20 |
| 0.5360 | 196.40 | 0.5023 | 189.18 | 0.5203 | 181.50 | 0.5295 | 187.21 | 0.5220 | 188.57 |
| 0.5403 | 195.92 | 0.5252 | 190.53 | 0.5430 | 181.96 | 0.5526 | 187.25 | 0.5403 | 188.92 |

Tabla E.1 Lista de los puntos que forman las gráficas de la Figura 5.1.

