

CAPITULO 1

INTRODUCCION.

La capacidad de algunos materiales a ser deformados plásticamente en gran extensión sin sufrir fractura, es una de las propiedades más útiles para la ingeniería [1]. La respuesta plástica de materiales cristalinos es anisotrópica y heterogénea, produciendo texturas de deformación y microestructuras intergranulares, pudiendo ser la causa de localización o pérdida de ductilidad. Por lo que es importante para un mejor entendimiento de cómo un esfuerzo o deformación aplicado macroscópicamente es acomodado en el nivel local de un grano interactuando con sus vecinos inmediatos [2].

Durante los últimos años se ha buscado predecir el comportamiento plástico en materiales policristalinos, en donde la técnica de simulación por elemento finito ha demostrado grandes ventajas para este tipo de aproximaciones [2].

El objetivo de este trabajo es evaluar la técnica de simulación por elemento finito como herramienta en el conocimiento del comportamiento plástico de un acero de bajo carbono galvanizado en los campos de esfuerzo y deformación.

A partir de la hipótesis de que el comportamiento plástico (deformación-esfuerzo) puede ser expresado por ecuaciones diferenciales, las cuales a su vez se pueden someter a un análisis por el método de elemento finito mediante paquetes comerciales, como ABAQUS, se espera obtener una aproximación del comportamiento real registrado en un ensayo de tensión uniaxial con interrupciones a intervalos de tiempo dados y así compararlo con el calculado por ABAQUS.

Las metas a cumplir son: (a) Evaluar la utilidad de la técnica de elemento finito en la simulación del comportamiento plástico de un policristal y (b) realizar la simulación por elemento finito del esfuerzo y deformación en un material policristalino no experimental.

Para llegar al objetivo se siguió la siguiente metodología. Primeramente, se seleccionó el material a estudiar, se eligió un acero de bajo carbono galvanizado por inmersión en caliente, ya que éste cumplía con los requerimientos deseados: visibilidad de los granos en la superficie (recubrimiento de zinc de flor gruesa), espesor no mayor a los 3 mm para asegurar una relación de menor o igual a un 10 % con respecto al ancho y al largo de la probeta, para así poder crear un modelo en 2 dimensiones y por último ser un material comercial. Posteriormente, se realizó una preparación de muestras para el ensayo de tensión uniaxial, las probetas fueron manufacturadas de acuerdo a la norma ASIM E-8, dentro del área entre marcas se dibujó una milimalla cuadrada de $2 \times 2 \text{ mm}^2$, realizada con un navaja tipo bisturí, en un solo lado del espécimen, esto con el fin de poder tener un registro detallado de la deformación en cada nodo.

Los ensayos de tensión fueron realizados en una máquina universal SINTECH 30 D a una velocidad de cabezal constante de 3 mm min.

Mediante el análisis de imagen se hicieron las mediciones, tanto de los desplazamiento de los nodos, como de la deformación equivalente registrada para 15 granos seleccionados de la probeta. Todas las mediciones se realizaron antes y después de cada ensayo.

Una vez obtenidas las deformaciones, tanto de la malla como la deformación equivalente de los granos y los esfuerzos, se procedió a realizar dos modelos. Uno de la malla de $2 \times 2 \text{ mm}^2$ y otro respetando los límites de los granos, para posteriormente efectuar un análisis estático en ABAQUS, y validar el modelo comparando los datos obtenidos experimentalmente y los generados por ABAQUS.

CAPITULO 2

ACEROS DE BAJO CARBONO.

2.1 Acero al carbono.

El Instituto del hierro y el acero considera que un acero es al carbono, cuando: (a) el contenido mínimo de cromo, cobalto, niobio, molibdeno, níquel, titanio, tungsteno, vanadio o zirconio, ó cualquier otro elemento no es requerido para ser añadido con la finalidad de obtener un efecto aleante deseado; (b) el mínimo especificado de cobre no excede el 0.40%; o (c) el máximo contenido para cualquiera de los siguientes elementos no exceden los porcentajes citados: manganeso 1.65, silicio 0.60, cobre 0.60 [3].

Las variaciones del contenido de carbono afectan grandemente las propiedades mecánicas, un incremento en el carbono produce un aumento en la dureza y la resistencia. Los aceros al carbono son generalmente clasificados de acuerdo a su contenido de carbono. Generalmente, los aceros al carbono contienen hasta 2% total de elementos aleantes y pueden ser subdivididos en aceros de bajo carbono, aceros de medio carbono, aceros de alto carbono y aceros de ultra alto carbono [3], siendo el de nuestro interés el acero de bajo carbono ya que es el empleado en este trabajo.

Como grupo, los aceros al carbono son los más frecuentemente utilizados. La Tabla 2.1 indica que más del 85% del acero producido y enviado en los Estados Unidos es el acero al carbono [3].

Aunque existen una gran variedad de composiciones de aceros al carbono y aleados para uso ingenieril, todos presentan variaciones en cuanto a propiedades

mecánicas. Los diferentes contenidos de carbono, aleantes, así como del tratamiento térmico o termomecánico a los cuales se han sometido previamente repercuten directamente en la microestructura del acero [4].

Tabla 2.1 Producción de acero por grado [3].

Producción Total							
Año	Total de todos los grados (toneladas netas $\times 10^3$)				Total de todos los grados, %		
	Acero al Carbono	Aceros Aleados	Aceros Inoxidables	Total	Acero al Carbono	Aceros Aleados	Aceros Inoxidables
1988	86,823	10,902	2,199	99,924	86.9	10.9	2.2
1987	77,976	9,147	2,028	89,151	87.5	10.2	2.3
1986	71,413	8,505	1,689	81,606	87.5	10.4	2.1
1985	76,699	9,877	1,683	88,259	86.9	10.2	1.9
1984	79,918	10,838	1,772	92,528	86.4	11.7	1.9

El contenido de carbono y la microestructura son los que tienen efectos predominantes en la capacidad de deformación, tenacidad, capacidad de soldado, maquinado y resistencia mecánica, entre otras propiedades. En la Figura 2.1 se puede apreciar que entre menor sea el contenido de carbono en el acero, mayor elongación tendrá, por lo tanto el acero alcanzará mayor ductilidad, es decir mayor capacidad de deformación [4].

Las aplicaciones de los aceros al carbono se muestran en la Tabla 2.2, siendo importante destacar que su aplicación va de la mano con el contenido de carbono en el acero.

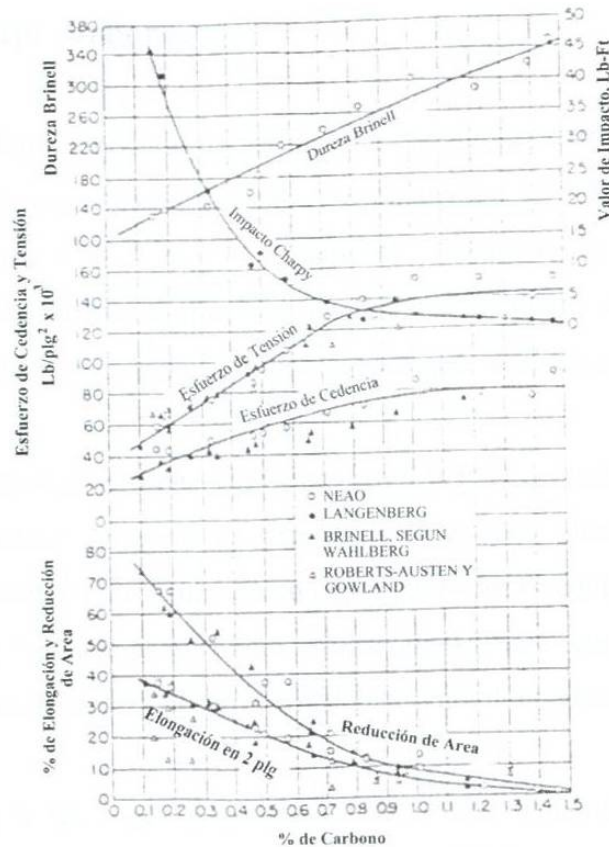


Figura 2.1 Variación de propiedades mecánicas en función del % de carbono [4].

Tabla 2.2 Aplicaciones de los aceros al carbono de acuerdo a su % de carbono [4].

<i>% de Carbono</i>	<i>Aplicaciones</i>
0.05-0.10	Lámina, tiras, tubos, clavos, alambre.
0.10-0.20	Remaches, tornillos, partes para tratamiento superficial.
0.20-0.35	Acero estructural, placa, barra, piezas forjadas.
0.35-0.45	Aceros para partes de maquinaria (árboles, ejes, vástagos, etc.).
0.45-0.55	Piezas grandes de forja (cigüeñales, engranes para trabajo pesado).
0.60-0.70	Matrices para forjado y estampado.
0.70-0.80	Cuchillas para tijeras o cizallas, cortadores, cinceles, martillos.
0.80-0.90	Matrices y punzones de corte para bases de troquelado.
0.90-1.00	Resortes, escariadores, brochadoras y dados.
1.00-1.10	Resortes pequeños, herramientas para torno, cepillos, limas.
1.10-1.20	Machuelos para roscar, tarrajas, cuchillería, herramientas de corte.
1.20-1.30	Limas, asientos o cajas para baleros, mandriles, hojas para afeitar.

2.2 Aceros de bajo carbono.

El acero de bajo contenido de carbono ha conseguido tomar mayor importancia dentro de la industria en cuanto consumo y producción se refiere. Estos aceros se producen en lamina o tira, el bajo contenido de carbono le da propiedades de alta capacidad de formado en frío, lo que hace posible que se utilice, dentro de la industria donde se llevan a cabo procesos de embutido, troquelado, doblado o cizallado [3].

Los aceros de bajo carbono contienen hasta 0.30% de carbono. La más grande categoría de esta clase de acero es productos laminados planos (lámina o cinta) usualmente en la condición de laminado en frío y recocido. El contenido de estos aceros de alta capacidad de formado es muy bajo, menor que 0.10% C, con hasta 0.4% Mn. Los usos típicos son en paneles para la carrocería del automóvil, hojalata y alambre.

Para placas y secciones estructurales de aceros laminados, el contenido de carbono puede ser incrementado aproximadamente a 0.30%, con alto manganeso hasta 1.5%. Estos materiales pueden ser empleados para troquelados, forjas, tubos sin costura, etc [3].

Los aceros de bajo carbono se pueden utilizar si la resistencia y otros requerimientos mecánicos no son demasiados severos. Estos aceros tienen un costo relativamente bajo, pero tienen algunas limitaciones [1]:

- Estos aceros no pueden ser reforzados más allá de 690 MPa sin que se produzca una sustancial pérdida de ductilidad y resistencia al impacto.
- Cuando se fabrican productos de gran sección y poco espesor, con este tipo de aceros, no se puede asegurar que la estructura martensítica alcance a todas partes. Es decir, no son completamente templables.
- Tienen poca resistencia a la corrosión y oxidación.
- Tienen poca resistencia a la impacto a bajas temperaturas.

Los aceros de bajo carbono son utilizados principalmente en aplicaciones estructurales. Aceros con contenido menor al 0.15 %C en peso puede endurecerse de 30 a 40 HRC. Los aceros al carbono planos con contenido menor que el 0.30 %C en peso y 0.05 %S en peso pueden ser soldados rápidamente por la mayoría de los métodos con una pequeña necesidad de medidas especiales para prevenir agrietamiento de la soldadura. La soldadura de secciones de más de 25 mm (1 plg) de espesor, particularmente si el contenido de carbono del metal base excede el 0.22% en peso, puede requerir que el acero sea precalentado a aproximadamente 40 °C (100 °F) y el relevado de esfuerzos en aproximadamente 525 a 675 °C (1000 a 1250 °F) [3].

En general los aceros al carbono tienen casi siempre mejor capacidad de maquinado que los aceros aleados con comparable contenido de carbono y dureza. Cuando estos aceros son sometidos a un endurecimiento y revenido para incrementar los niveles de dureza hasta 300 HB, presentan una excepción a esta observación, ya que los aceros aleados presentan una mejor capacidad de maquinado bajo estas condiciones, lo cual se debe en primer lugar a la alta temperatura de revenido que se necesita para revenir un acero aleado para un específico nivel de dureza y segundo, a la falta de uniformidad de la microestructura debido al límite de la capacidad de endurecimiento del los aceros al carbono.

El contenido de carbono tiene un efecto dominante en la capacidad de maquinado de aceros al carbono, principalmente porque éste gobierna la resistencia, la dureza y la ductilidad. Incrementando el contenido de carbono aumenta su resistencia y la unidad de consumo de energía para cortarlo. Los datos de la Figura 2.2 muestran los efectos del incremento en el contenido de carbono y el contenido de manganeso en la unidad de consumo de energía [3].

Los aceros de bajo carbono contienen menos del 0.15 %C y por lo tanto su resistencia en su condición de recocido es baja; estos se maquinan pobremente debido a que son suaves y gomosos y se adhieren a las herramientas de corte. La capacidad de

maquinado de estos grados puede ser mejorada por el endurecimiento por trabajo para aumentar el nivel de esfuerzo y disminuir su ductilidad.

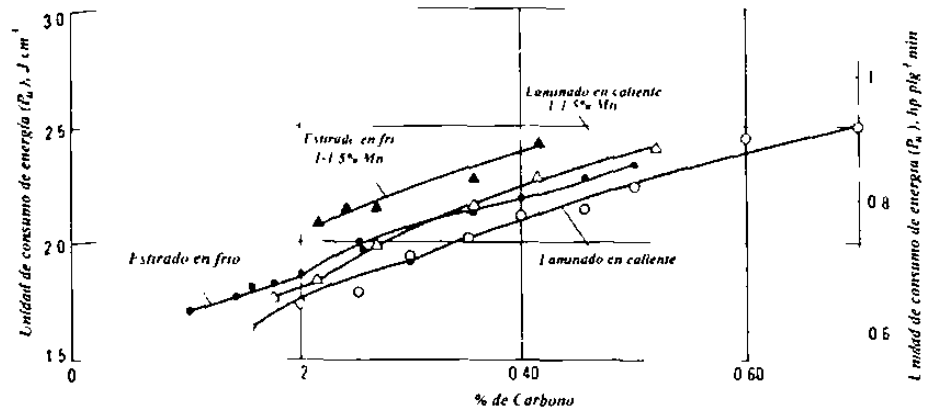


Figura 2.2 Efecto del contenido de carbono en la unidad de consumo de energía. Unidad de consumo de energía de aceros laminados en caliente y estirados en frío a dos niveles de manganeso con varias cantidades de carbono [3].

CAPITULO 3

GALVANIZACION POR INMERSION EN CALIENTE.

3.1 Introducción.

Aunque existen varios metales utilizados para recubrir metales por inmersión en caliente, estos se ven limitados por su bajo punto de fusión, siendo los más manejados el Zn, Al, Pb y Sn [5]. El recubrimiento con Zn es uno de los más ampliamente utilizados y posee una buena relación costo–efectividad en la protección de aceros contra la corrosión atmosférica. El Zn por sí mismo tiene una buena resistencia a la corrosión debido a la formación de una película protectora de óxidos y carbonatos en la superficie, este recubrimiento protege al acero de dos maneras [6]:

- Por la formación de una barrera física entre el substrato del acero y el medio ambiente.
- Por proporcionar una protección galvánica o de sacrificio, por el hecho de que el Zn es más electronegativo que el Fe en la serie electroquímica. Este efecto es ilustrado esquemáticamente en la Figura 3.1.

Los recubrimientos de Zn se aplican mediante dos procesos: *galvanización por inmersión en caliente* y *electro galvanizado*, siendo el galvanizado por inmersión en caliente el proceso de interés en esta investigación.

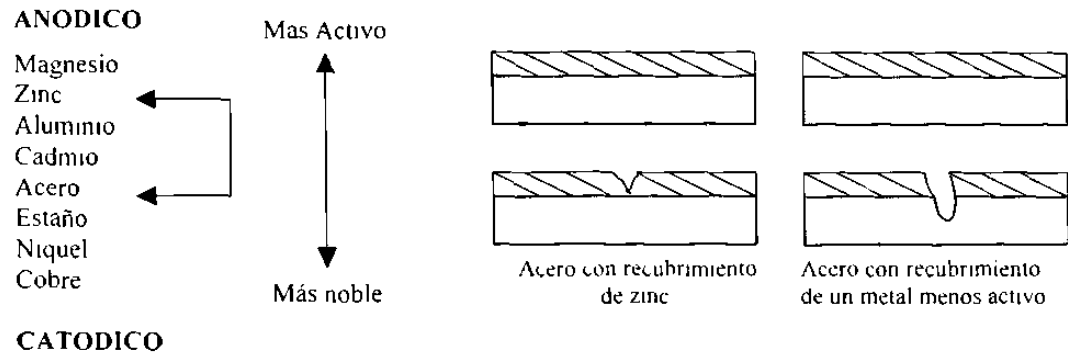


Figura 3.1 Protección galvánica del acero por Zn [6].

La inmersión en caliente es uno de los métodos de protección más antiguos que todavía se utilizan. Consiste en recubrir un metal con otro, sumergiendo el metal base en un baño de otro metal fundido. Este recubrimiento está formado por la capa o capas interiores de aleación y una exterior de metal puro. La capa de aleación se forma mediante difusión dando lugar a diferentes compuestos de metal fundido metal base, constituyendo normalmente una capa de aleación múltiple. La capa externa de metal puro se forma al adherirse el metal fundido a la pieza cuando es extraída del baño [5].

Los recubrimientos obtenidos por inmersión en caliente alcanzan espesores de entre 0.01 a 0.1 mm. El tamaño del espesor depende de varios factores, tales como temperatura del material fundido, composición del material base y del metal fundido, tiempo de contacto substrato - metal fundido, velocidad de inmersión y extracción de la pieza en el baño y velocidad de enfriamiento [5].

La temperatura del baño de Zn oscila entre 445 °C y 465 °C. El tiempo de inmersión varía de unos segundos a minutos hasta que la pieza alcance la temperatura del baño. El proceso se puede realizar de forma continua o discontinua [5].

Las razones por las cuales el acero galvanizado se ha utilizado y se sigue empleando son las siguientes [5]:

- El proceso no es complicado y se controla con exactitud.
- Los defectos se manifiestan con claridad.
- Debido a que es una inmersión total, la pieza en su totalidad obtiene un recubrimiento perfecto y uniforme.
- Sobre el Zn se forma una pátina (recubrimiento) de carbonato pasivándose.
- Aunque desaparezcan la patina de carbonato y el Zn metálico, quedan los recubrimientos de aleaciones Fe Zn aun más resistentes que el Zn puro.
- Protección catódica del Zn.

Estas seis razones junto al alto costo de mantenimiento y el aumento de la agresividad atmosférica hacen que la galvanización por inmersión en caliente sea muy empleada.

De acuerdo a la empresa Thyssen Stahl AG que produce 10 millones de toneladas de acero por año, además de ser una de las mayores productoras de acero en Europa, la industria automotriz es el más importante grupo de consumidores. De la producción de lámina por Thyssen, 60% (6 millones de toneladas) se destina para el mercado automotriz mundial, y una porción creciente es de productos tratados superficialmente como se muestra en la Figura 3.2, la galvanización por inmersión en caliente ocupa un 18% de esta producción [7].

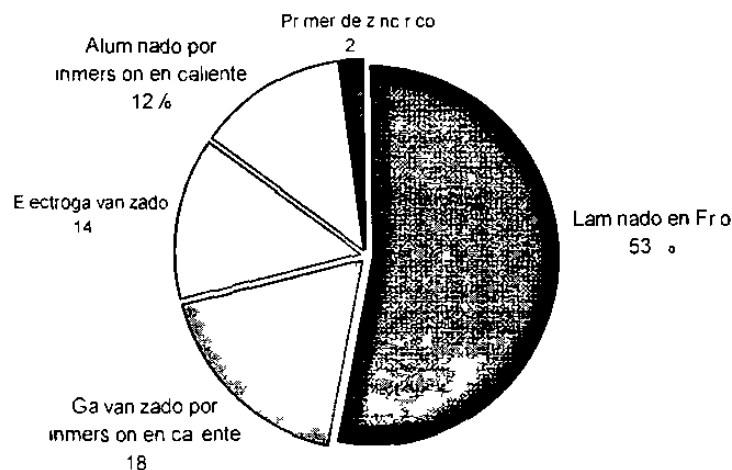


Figura 3.2. Thyssen derivados de lamina de acero 1989 [7].

3.2 Proceso de la galvanización por inmersión en caliente.

Las estaciones de una línea moderna de galvanización por inmersión en caliente se muestran esquemáticamente en la Figura 3.3. Esta se puede dividir en 4 secciones principales: limpieza o preparación superficial, tratamiento térmico, baño de Zn y laminado templado de la lamina, además de que en algunas líneas se cuenta con otra sección de un tratamiento térmico posterior a la zona del baño del Zn denominado Galvanneal. A continuación se definirán estas secciones.

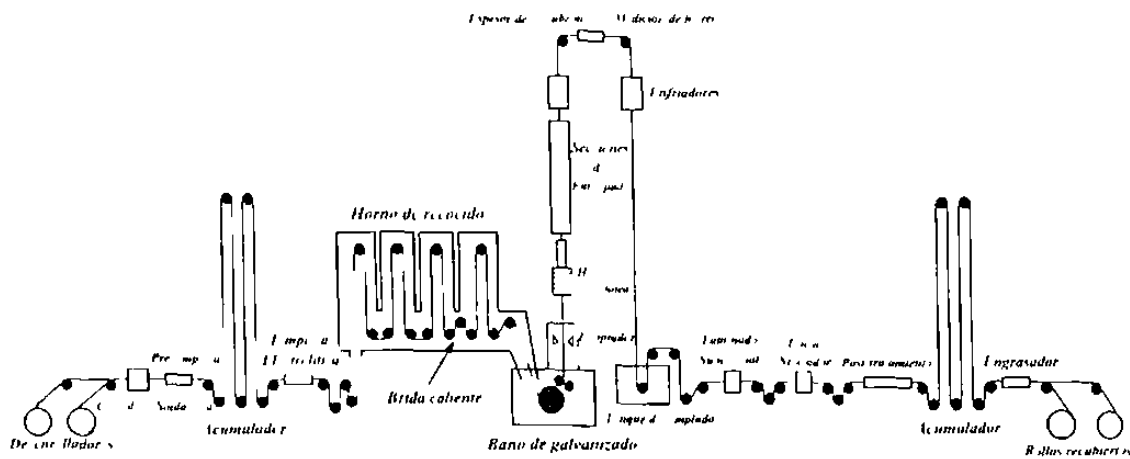


Figura 3.3 Diagrama esquemático de una línea típica de galvanizado por inmersión en caliente [8].

Sección 1: Preparación superficial de la lámina.

Una de las variables que determinan la calidad, estructura y espesor del recubrimiento es el estado inicial superficial de la lámina. Para una correcta galvanización se debe tener una superficie de acero metalúrgicamente limpia, Para ello, se han de eliminar las sustancias contaminantes más comunes: grasas, aceites, jabones, polvo, pintura, residuos de soldadura, óxidos, etc. Por esto se tiene una etapa previa a la galvanización de preparación superficial que consta de dos pasos [5]:

- *Desengrase*: Mediante el desengrase se eliminan impurezas de tipo orgánico. Los métodos más usuales son por pirogenación obteniendo una combustión de los residuos orgánicos, con disolventes orgánicos aprovechando la solubilidad de

algunos productos grasos en disolventes, con medios alcalinos utilizando baños alcalinos para el desengrase por saponificación.

- *Decapado*: Las impurezas inorgánicas se eliminan con el decapado. Se utiliza un decapado mecánico (no hay necesidad de un desengrase previo), químico (mediante la utilización de un medio ácido) y electroquímico (mediante la aplicación de corriente en un medio ácido).

Los desarrollos en la limpieza de la lámina de acero, requiere de sistemas de limpieza que puedan trasladar la lámina sucia a velocidades tan altas como 3 m/s, en líneas modernas de inmersión en caliente [8].

Sección 2: Recocido de la lámina.

La sección de recocido de una línea de inmersión en caliente es similar a una línea moderna de recocido continuo. Este proceso es llevado a cabo en una atmósfera protectora (el proceso de galvanizado en la empresa GALVAK se lleva a cabo por medio de Hidrogeno y Nitrógeno) [8]. Primero, la lámina es rápidamente calentada a una temperatura cercana a los 680 °C para quemar residuos de aceite y después el material entra a la sección de recocido del horno. En esta sección la lámina alcanza una temperatura de hasta 730 °C y la lámina sufre recristalización. Bajo atmósfera protectora, la lámina es enfriada rápidamente por medio de un flujo de gas, antes de entrar al baño de Zn el cual es mantenido a una temperatura de 465 °C [6].

Existen diferentes tipos de hornos para el recocido que pueden ser utilizados en una línea, los cuales incluyen los de fuego directo, tubos radiantes, verticales u horizontales. Los problemas técnicos que ocurren durante el recocido son similares en todos los tipos de horno. La lámina está usualmente pocos minutos durante el proceso continuo y tiene que estar completamente tratada en este periodo. Los factores claves del proceso son la temperatura, el tiempo (el cual es definido por la velocidad de la línea) y la tensión de la lámina en el horno [8].

La tensión en la lamina es mantenida entre los diferentes rollos en el horno, para prever movimientos continuos de esta a través de la línea, y guardar la lámina en el centro de los rodillos. Como la lamina se suaviza durante la recristalización, la tensión en ésta necesita ser ajustada para prevenir un flujo plástico significativo. Si el acero comienza a fluir plásticamente, esto podría resultar en un cambio en la forma de la lámina, lo cual conduciría a una lamina no plana o con variaciones en secciones transversales. En el peor de los casos, esta podría fallar catastróficamente en el horno y subsecuentemente causar pérdidas significativas en producción [8].

Sección 3: Recubrimiento de Zinc.

La sección del recubrimiento de la línea de inmersión en caliente es el corazón de la operación. Esta sección consiste de la olla de recubrimiento, la cual contiene el baño fundido de galvanizado, un sistema de boquillas de limpieza que controlan el espesor del recubrimiento.

A continuación se describirán cada unas de las partes que componen esta sección:

- *Olla de recubrimiento* Las ollas de recubrimiento más modernas son fabricadas con recubrimiento cerámico y calentadores por inducción para conservar el Zn fundido. Los canales en los calentadores por inducción, a través de los cuales se funde el metal circulante, experimentan desgaste en el refractario debido a que el metal fluye a gran velocidad. Las capas del refractario de los canales han progresado de refractarios base silica o alumina apisonados a materiales vaciados depositados térmicamente.

Los materiales vaciados depositados térmicamente de baja humedad también han comenzado a desarrollarse para garantizar una larga vida operacional para los inductores. Además, este tipo de refractarios se han probado también en la garganta de inductor y las principales áreas de la olla en un intento por reducir costos mientras se mantiene la misma vida del refractario. Los controladores para el suministro de potencia de la olla son normalmente dispositivos de estado sólido, y han sido

diseñados para facilitar la operación de la olla desde una terminal de computadora única para proveer un registro cronológico del desempeño y posibles problemas.

- *Baño de galvanizado* El baño de galvanizado es usualmente Zn con contenidos de 0.12 a 0.20% en peso de Al. El contenido de Al en el baño de Zn es muy crítico para el producto fabricado (galvanizado ó galvanneal). Como la lámina de acero entra en la fundición, esta reacciona con el Al para formar una capa de aluminato de Fe (FeAl_3 ó Fe_2Al_5), que inhibe la formación de compuestos intermetálicos de Fe-Zn en la lámina durante el galvanizado, lo cual es indeseable porque estos compuestos debilitan la adhesión del recubrimiento.

Sin embargo, durante la producción de la lamina con galvanneal se requiere que la capa formada sea suave para facilitar el desglose de la lámina después del recubrimiento, para posteriormente pasar por el horno de galvanneal a temperatura de 486 a 535 °C. Por consiguiente, los niveles de Al tienen que ser controlados alrededor del 0.13% en peso, durante la producción de lámina galvanneal.

La variación en el contenido de Al en el baño, asimismo de Pb produce la formación excesiva de escoria en la fusión, la cual causa pérdidas significativas de Zn y deterioro en la calidad superficial del producto.

Para producir recubrimientos de Zn uniformes, es necesario el control automático del proceso. Para este propósito, se llevan a cabo las siguientes medidas en la línea de galvanizado por inmersión en caliente usando el procedimiento de Rayos X fluorescentes [7]:

1. Continuamente sobre el baño del Zn en el centro de la lámina por el control directo de las cuchillas de aire.
2. Transversalmente sobre el ancho de la lámina en la salida de la línea.

Como resultado de estas medidas, la alta uniformidad del recubrimiento de Zn es alcanzada sobre el ancho de la lámina.

El crecimiento no restringido de los cristales de Zn durante la solidificación puede ser suprimido por varios métodos para reunir los requerimientos de partes visibles. Uno de los más efectivos es el uso del baño de Zn libre de Pb. Además, el uso de este con altos contenidos de Al en el Zn tiene una importante contribución en las propiedades del producto. La calidad superficial es mejorada porque la escoria no se levanta del fondo y la formación de aleación en el recubrimiento de Zn es eliminada. La Figura 3.4 muestra la comparación entre un galvanizado por inmersión del tipo clásico (flor gruesa) y otro libre de plomo y con alto contenido de Al en el baño.

- **Control del espesor del recubrimiento.** La lámina de acero entra al baño de Zn fundido de la salida del horno de recocido y pasa alrededor de un rodillo sumergido en el baño que permite a la lámina esté en el baño durante pocos segundos. Los rodillos de estabilización y corrección en el baño a menudo se utilizan para nivelar la lámina para pasar por los limpiadores. La Figura 3.5 muestra un dibujo esquemático de un posible juego de rodillos en el baño de Zn.

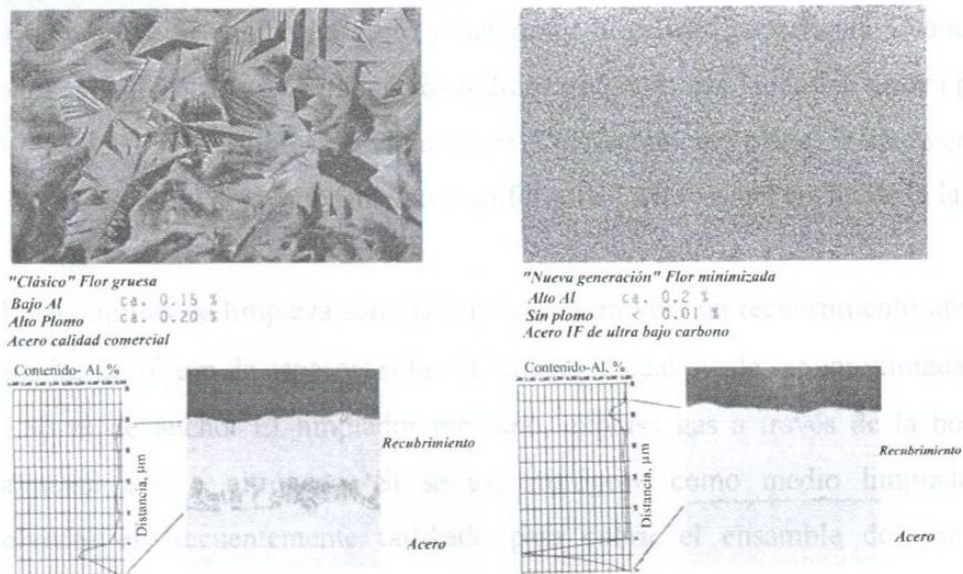


Figura 3.4 Comparación entre un galvanizado por inmersión en caliente clásico y otro con alto Al y libre de Pb [7].

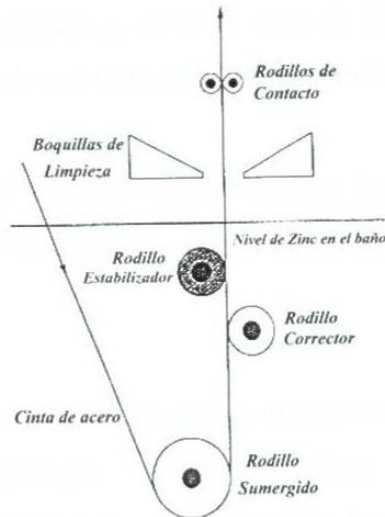


Figura 3.5 El arreglo de los rodillos en el baño de galvanizado para la nivelación y control de espesor de recubrimiento en la lámina [8].

Estos rodillos, además de rodamientos y otros equipos inmersos en la olla, experimentan un medio ambiente agresivo y tienen por lo tanto que estar diseñadas para una operación uniforme y una larga vida con la finalidad de reducir tiempos muertos por el cambio de cualquiera de los ensambles. Las superficies de los rodillos deben ser libres de defectos o de áreas de ataque ya que podrían causar una impresión sobre la lámina de acero y deteriorar la calidad superficial. Cuando son propiamente diseñados y operados, los rodillos aseguran que la lámina pasará por las boquillas de limpieza libres de vibraciones y perfectamente plana, lo que permitirá una buena limpieza del recubrimiento y uniformidad a través del ancho de la lámina.

Las boquillas de limpieza son diseñadas para proveer un recubrimiento uniforme (alrededor de 10 μm de espesor) sobre la lámina, la cual puede ser aproximadamente de 1.80 m de ancho. El limpiador mediano, expulsa gas a través de la boquilla, usualmente aire o nitrógeno. Si se usa nitrógeno como medio limpiador, un envolvente es frecuentemente utilizado para cubrir el ensamble del limpiador completo, y así la lámina se encontrará en una atmósfera libre de oxígeno hasta que el proceso de limpieza se complete. El medio limpiador, la presión y temperatura del medio limpiador en las boquillas, la distancia de la boquilla hacia la superficie de la

lámina y la altura de las boquillas sobre el baño de Zn son algunas variables que pueden afectar el espesor y la uniformidad del recubrimiento.

El espesor determina la vida del recubrimiento y las condiciones de servicio en que estará la pieza es el factor que determine el espesor [5].

Sección 4: Galvanneal

El galvanneal se logra mediante el calentamiento de la lámina galvanizada en un horno galvanneal encendido por gas o inducción (véase Figura 3.6). El objetivo es calentar la lámina de acero galvanizada en un intervalo de 480 a 535 °C y mantenerla a esta temperatura en una sección de espera, donde pueda ocurrir la interdifusión del Fe y el Zn, dando lugar a un recubrimiento consistente de una serie de compuestos intermetálicos de Fe-Zn. Este recubrimiento tiene ciertas ventajas en comparación al recubrimiento de Zn puro en aplicaciones automotrices, pero debido a su naturaleza extremadamente frágil causa un significativo desprendimiento de polvos en las aplicaciones automotrices de formado. Los recubrimientos galvanneal tiene una apariencia gris mate de baja reflectividad y tienen las siguientes características:

- Similar resistencia a la corrosión en comparación a recubrimientos de Zn.
- Buena adherencia de pintura.
- Mejor soldabilidad.

La temperatura y tiempo del galvanneal tienen que ser cuidadosamente controladas para impedir la formación de aleaciones por encima del recubrimiento. La Figura 3.7 muestra el contenido de Fe en el recubrimiento (por interdifusión) como una función del tiempo y temperatura que se lleva a cabo el galvanneal para un contenido específico de Al en el baño de Zn.

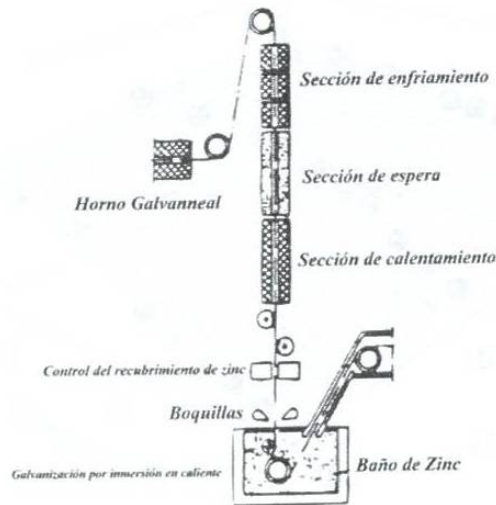


Figura 3.6 Sección de galvanneal en una línea de galvanizado por inmersión en caliente [7].

La interdifusión de Fe y Zn durante el galvanneal da lugar a una serie de intermetálicos Fe-Zn (llamados Γ , Γ_1 , δ y ζ) en el recubrimiento. Este recubrimiento comprende principalmente a la fase δ (7 a 12 % Fe), como es confirmado por investigaciones de Rayos X. Los cristales δ son más finos que los cristales de Zn y están distribuidos muy uniformemente por encima de la superficie [7].

Una distribución más desigual ocurre en aceros con libres cantidades de nitrógeno disuelto en la ferrita, lo cual causa una alto grado de superficie rugosa (véase Figura 3.8). La influencia de esta rugosidad con un número alto de crestas por longitud en el formado, pintado y resistencia a la corrosión es aún investigada; los primeros resultados revelan un efecto positivo [7].

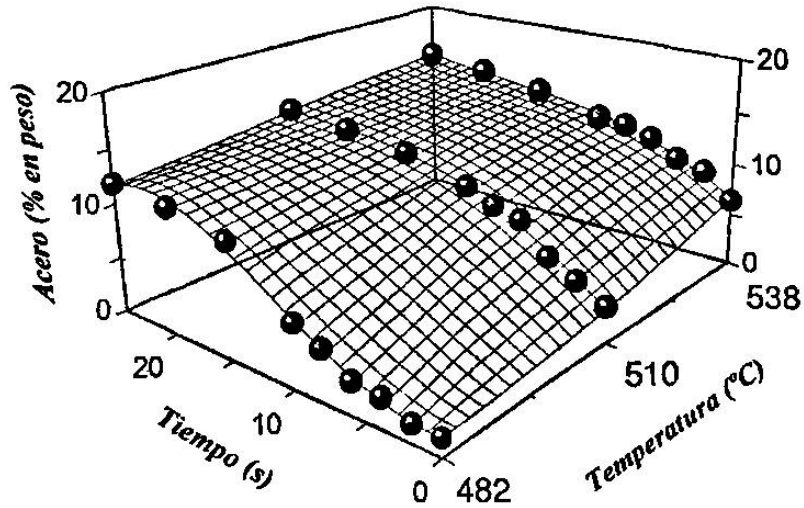


Figura 3.7 Contenido de Fe (% en peso) en el recubrimiento como una función de tiempo y temperatura del proceso de galvanneal de un baño de galvanizado que contiene un 0.13 % Al. El acero base es uno libre de intersticiales. El peso del recubrimiento es 60 g/m^2 [8].



900:1

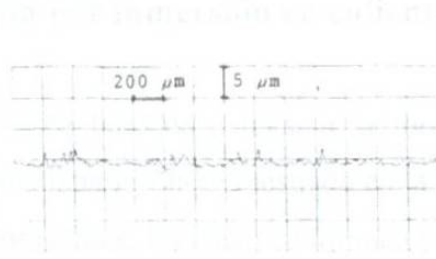
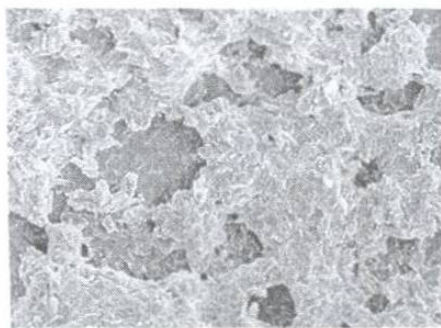


Lámina de acero IF, $R_a = 25 \mu\text{plg}$



900:1



Lámina de acero descarburizada al vacío
 $R_a = 63 \mu\text{plg}$

Figura 3.8 Micrografías por SEM y gráficas de rugosidad de lámina de acero con tratamiento galvanneal [7].

Sección 5: Post-procesamiento.

El tenso-nivelador y la laminación superficial son dos de las más comunes estaciones de post-procesamiento. La laminación superficial en la lámina de acero con recubrimiento, es llevado a cabo con la finalidad de incrementar la resistencia a la cedencia (para aceros libres de intersticiales) o para remover el indeseable punto de cedencia por elongación (en acero no-desgasificado) y para crear una superficie más lisa. El tenso nivelador es efectuado para mejorar la forma de la lámina.

Otros post-tratamientos son el cromado y el electro plateado con recubrimientos ricos en Fe, el primero resulta en superficies más resistentes a la corrosión y el segundo en un incremento en su facilidad de pintado y otras propiedades [8]. Además, del pintado de la lámina con un “primer” (base de pintura) catódico electro-sumergido.

3.3 Fundamentos de la galvanización por inmersión en caliente.

La reacción química entre el Zn y el Fe base da a lugar a la formación de diferentes capas de aleación según el diagrama binario Zn-Fe mostrado en la Figura 3.9 [9] y en la Tabla 3.1 [11], la cual enumera estas fases, así como su fórmula y estructura cristalina. Como se puede observar en el diagrama de fases, alfa es una solución sólida de Zn en acero. Sin embargo, ésta se forma de varios compuestos intermetálicos que varían con el incremento de Fe a ξ , δ , Γ_1 , y Γ .

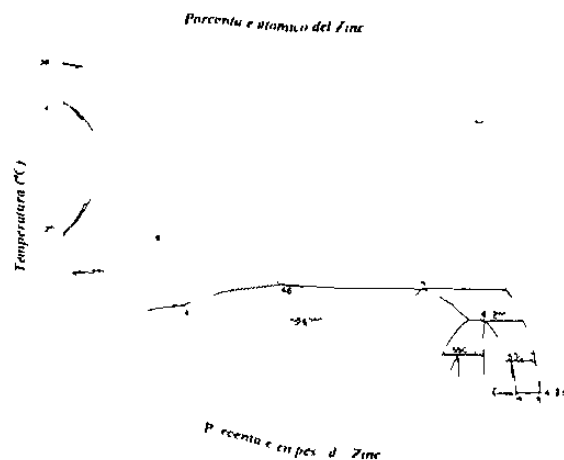


Figura 3.9 Diagrama binario Fe-Zn [9].

Tabla 3.1 Fases Zn-Fe [11].

<i>Fases</i>	<i>Fórmula</i>	<i>Estructura cristalina</i>
η (eta)	Zn (Fe)	HCP
ξ (zeta)	FeZn ₁₃	Monoclinica
δ (delta)	FeZn ₇	Hexagonal
Γ (gamma ₁)	FeZn ₄	FCC
Γ (gamma)	Fe ₃ Zn ₁₀	BCC
α (alfa)	Fe (Zn)	BCC

El recubrimiento rico en Zn consiste de sub-capas; una delgada capa Γ junto al Fe, seguido por una pequeña capa δ_1 y una capa ξ (véase Figura 3.10). La fase δ_1 es usualmente dividida en dos zonas de diferente morfología. La parte rica en Zn con una apariencia columnar es llamada δ_{1p} y la parte rica en Fe con apariencia compacta se denomina δ_{1k} . Basain y colaboradores [7] han propuesto no dividir la fase δ_1 , ya que sus patrones de difracción de rayos X son idénticos.

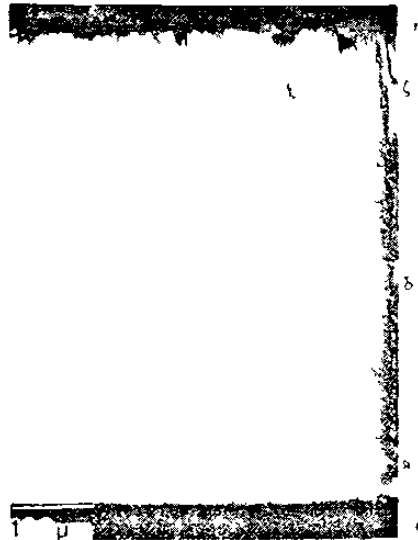


Figura 3.10 Micrografía del recubrimiento de Zn [11].

En la Figura 3.11 se muestra una representación sistemática de la solidificación del recubrimiento de galvanizado.

El Al es probablemente elemento aleante más importante que se añade al baño de galvanización, en diferentes niveles de contenido, para provocar propiedades específicas

en el producto con recubrimiento. El Al se añade al baño de Zn para mejorar su resistencia a la corrosión introduciendo microestructuras multifase en la superficie del recubrimiento [11]. Además, éste controla la formación de escoria en el baño y las formaciones de las fases de Fe-Zn que perjudican la adhesión en las láminas galvanizadas. Pero el contenido de Al en el baño de Zn, también debe de controlarse rigurosamente, debido a que conforme aumente el contenido de Al presente en el recubrimiento se incrementa la rapidez del desgaste de los electrodos en la soldadura [12].

La adición del Al en el baño de galvanizado para controlar la microestructura del recubrimiento es una parte integral de la moderna tecnología del galvanizado. El Al puede disolverse en todos los componentes binarios de Zn-Fe. En un baño de galvanizado continuo, el Fe existe en dos formas: en el Zn líquido como soluto o en la lámina de acero sólida. El Al puede combinarse con el Fe en el Zn líquido para formar partículas de la fase η (Fe_2Al_5), las cuales pueden flotar en la superficie del baño formando una capa de escoria, o bien el Al puede reaccionar con el Fe de la lámina depositando la fase η como una capa protectora, comúnmente denominada capa inhibidora, la cual evita el contacto directo entre la lámina y el Zn líquido y por consiguiente deja libre o sin alear al recubrimiento de Zn. Esta capa inhibidora es deseable porque evita la formación de aleaciones Zn-Fe, mejorando así, la adhesión del recubrimiento y la ductilidad. En cambio en el proceso de galvanneal debe ser evitada porque aparecerán un número de defectos en el recubrimientos, tales como una aleación incompleta y marcas impresas por el rodillo sumergido [10].

En el galvanizado continuo, que es tan bueno como el galvanizado general, los compuestos Zn-Fe se forman frecuentemente en los recubrimientos donde estos componentes son termodinámicamente metaestables. Por ejemplo, Klusalass y colaboradores [10], encontraron que en un baño con 0.16 % de Al y con Fe sobresaturado se cristalizaban continuamente aleaciones Zn-Fe en probetas con un tiempo de inmersión de 3 segundos.

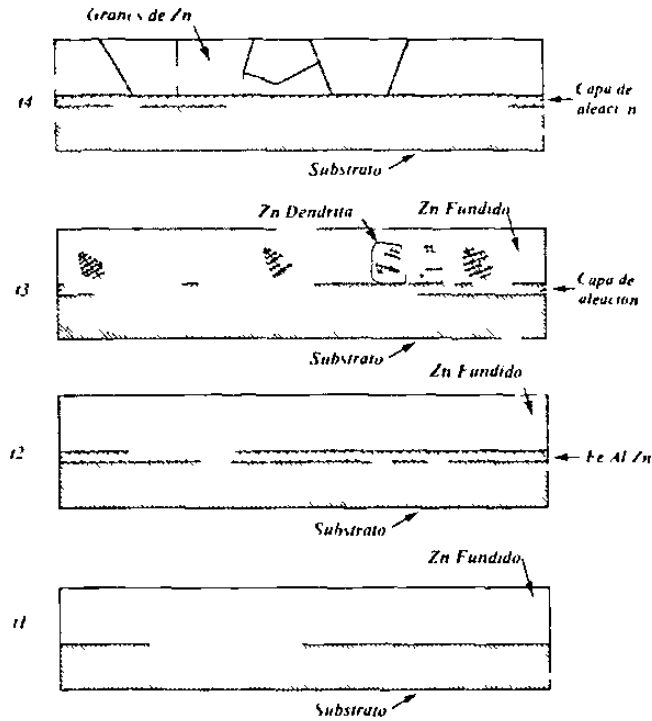


Figura 3.11 Esquema de la solidificación en el galvanizado ($t_4 > t_3 > t_2 > t_1$) [11].

En esencia, un baño de galvanizado es una aleación ternaria de Zn-Fe-Al. Las actividades del Fe y el Al en el Zn fundido son interrelacionadas a través de las propiedades termodinámicas de los compuestos intermetálicos en equilibrio con el líquido.

En la Tabla 3.2 se muestra el resumen de las microestructuras presentes en el recubrimiento en la galvanización continua.

Tabla 3.2 Resumen de las microestructuras del recubrimiento por galvanizado continuo [10, 12].

Contenido de Al (°o en peso)	Compuesto en equilibrio	Intermetálicos en el recubrimiento.	Características de la capa de aleación	Velocidad de nucleación s	Velocidad de crecimiento $\mu\text{m s}$
0-100	ζ	δ, Γ, Γ'	Continuo	$\sim 10^8$	Hasta ~ 10
0-10 a 0-135	δ	δ, Γ, Γ'	Existencia de huecos	$\zeta \sim 10^8$	~ 1
0-135 a 0-141	η	Principalmente ζ	Discontinuo	$\zeta \sim 10^8$	$\zeta \sim 0.5, \eta \sim 0.05$
0-140 a 0-145		mas η	Disolución de ζ	$\eta \sim 10$	$\zeta \sim 0.1, \eta \sim 0.05$
0-145 a 0-150		Principalmente η	Disolución de ζ	$\eta \sim 10$	ζ
0-151		η	Formación completa	$\eta \sim 10$	$\eta \sim 5$

3.4 Propiedades mecánicas.

La Tabla 3.3 muestra los datos obtenidos de una evaluación a gran escala (>2000 rollos) de laminas de acero galvanizada por inmersión en caliente hechas de acero descarburizado al vacío e IF microaleado al Ti. Los valores confirman la excelente capacidad de formado en frío en ambos tipos de aceros, en particular el del acero enrollado a alta temperatura. En el estado de galvanneal, se obtienen valores inferiores de elongación y el valor-r (que es la relación deformación-plástica que describe la resistencia del acero al adelgazamiento durante las operaciones de formado), causados por la naturaleza frágil del recubrimiento ZnFe. En aceros de bajo carbono tiende a aumentar el punto de cedencia. Cubriendo así la mínima resistencia a la cedencia entre 220 y 340 N mm², combinado con una buena capacidad de formado y resistencia al envejecimiento [7].

Tabla 3.3 Propiedades mecánicas de grados especiales de galvanización por inmersión en caliente y galvanneal [7].

Datos del ensayo de tensión.	A ₈	r ₉₀	n ₉₀
Recubrimiento Acero base	° o		
<u>Galvanización por inmersión en caliente</u>			
Acero descarburizado al vacío.	45	1.95	0.216
Acero IF (1)	43	1.99	0.223
Acero IF (2)	44	2.35	0.228
<u>Galvanneal</u>			
Acero descarburizado al vacío.	42	1.70	0.209
Acero IF (1)	40	1.61	0.216
Acero IF (2)	41	1.92	0.218

(1) Temperatura de enrollado baja

(2) Temperatura de enrollado alta

A₈ ° o de reducción de área aplicando un 80 ° o de la resistencia.

r₉₀ Es la relación deformación-plástica calculada a 90° de la dirección de la laminación.

n₉₀ Exponente de endurecimiento por deformación a 90° de la dirección de la laminación.

3.5 Capacidad de formado.

La capacidad de formado de las laminas de acero con recubrimiento no está únicamente determinada por las propiedades del material base, sino también por la combinación y comportamiento formada entre el recubrimiento en contacto con los dados. La abrasion severa puede llevar a un crecimiento epitaxial en el juego y a defectos superficiales. En pruebas realizadas por Warnecke et al [7] en un simulador para el comportamiento de abrasión se encontró que el mayor factor que influye en éste comportamiento es el contenido de Fe en el recubrimiento. Como se muestra en la Figura 3.12 la abrasión se incrementa con el contenido de carbono [7].

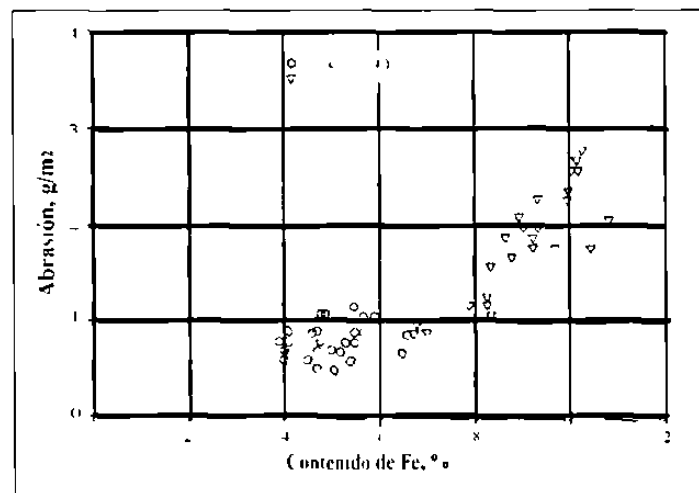


Figura 3.12 Influencia del contenido de Fe en la capa de ZnFe en la abrasión [7].

3.6 Capacidad de soldado.

El más importante proceso de union de los componentes hechos de lámina de acero galvanizada por inmersión en caliente, es la soldadura de resistencia por puntos [7]. Los diseñadores de la industria automotriz han incrementado, en los últimos años, la cantidad de zinc en los aceros recubiertos, principalmente para incrementar la protección contra la corrosion. Durante la soldadura de un acero recubierto galvanizado, el zinc presente en la interfase lámina-lamina se funde y se desplaza radialmente de la zona soldada (Halo). Esta zona de zinc fundido que rodea la soldadura desvía algo de la

corriente alrededor de la zona soldada provocando un decremento de la corriente disponible para formar la soldadura, dando como resultado un incremento de la corriente necesaria para generar la union en un acero recubierto [12].

Otros aspectos a considerar para calificar un material con una buena soldabilidad, consiste en fijar los parámetros de operación de una línea de galvanizado limitando el contenido de Al en el baño a 0.15%, pudiendo así minimizar la cantidad de Al presente en el recubrimiento, por lo tanto mejorando la soldabilidad de la lámina galvanizada [12].

Los criterios importantes son el servicio de la soldadura y la vida de los electrodos. Un buen punto de soldadura depende de los parámetros de la soldadura que satisfacen al material, tales como la corriente de soldadura, la fuerza del electrodo y tiempo de flujo. En la Figura 3.13 se puede observar la diferencia de corriente para soldadura entre una lámina de acero galvanizada por inmersión en caliente y la de una lámina de acero rolada en frío, siendo la galvanizada la que consume más energía. Los niveles obtenidos son aun más altos para una lámina de acero con galvanneal. La aleación del electrodo es reducida por valores de alta dureza y un alto punto de fusión del recubrimiento ZnFe [7].

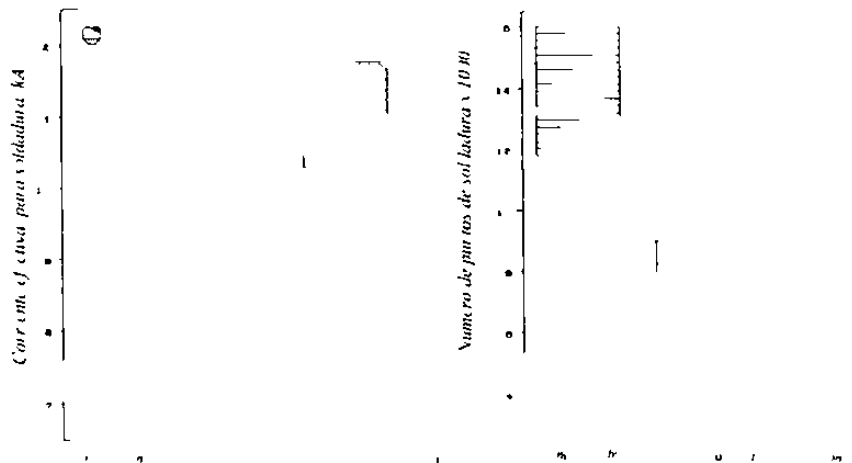


Figura 3.13 Corriente efectiva de la soldadura y tiempo de vida del electrodo de láminas galvanizadas y galvanneal [7].

3.7 Resistencia a la corrosión.

Una de las principales características del galvanizado, es como se ha mencionado anteriormente, su resistencia a la corrosión. La Figura 3.14 muestra una lamina de acero galvanizada y una galvanneal, las cuales fueron sujetas a una exposición al aire libre por 12 meses. En esta prueba las probetas se guardaron en un stand de prueba en Duisburg al aire libre, inclinadas a 5° con respecto a la horizontal. Para intensificar la prueba, las probetas de abajo fueron rociadas una vez por semana con una solución al 3% de NaCl de acuerdo a la prueba VDA 621-414 (esta prueba simula el comportamiento del material a un medio marítimo). Sin rociar esta solución, ninguno espécimen mostró formación de óxido después de este período de la prueba .

Bajo las condiciones intensificadas de la prueba, la formación de óxido puede ser claramente vista después de 10 meses en el caso del galvanizado. En contraste a esto, el óxido no puede ser encontrado aún después de 18 meses con el galvanneal. La formación rápida del óxido es debido al Fe del recubrimiento [7].

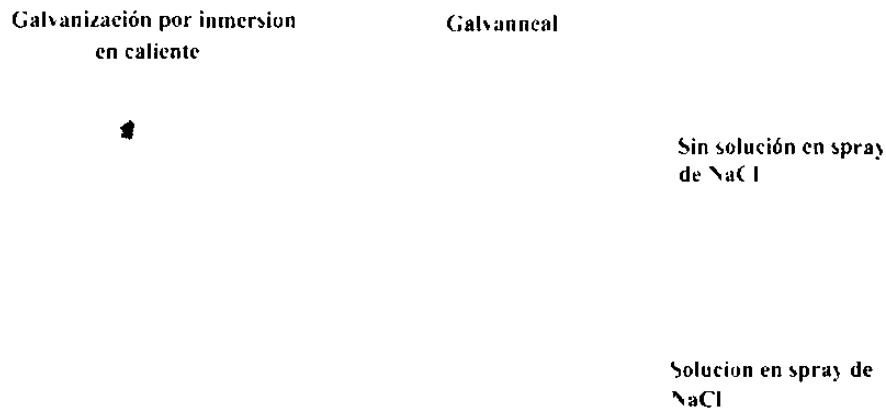


Figura 3.14 Aspecto de la corrosión en probetas sin pintar después de 12 meses de exposición al aire libre de acuerdo a la prueba VDA 621-414 [7].

En la Figura 3.15 se muestra un ejemplo del uso de lámina de acero galvanneal en el cuerpo del automóvil. Aquí fue tomada de la producción una cabina sin pintar y fue

expuesta al aire libre. Después de 18 meses los componentes hechos de galvanneal no presentaban formación de óxido.



Figura 3.15 Cabina sin pintar de una automóvil después de 18 meses de exposición al aire libre, la puerta esta hecha de lámina galvanneal [7].

CAPITULO 4

SIMULACION POR EL METODO DEL ELEMENTO FINITO.

4.1 Métodos numéricos.

Los métodos numéricos son técnicas mediante las cuales es posible formular problemas de tal manera que puedan resolverse utilizando operaciones aritméticas [13]. Aunque existen muchos tipos de métodos numéricos, todos comparten una característica común, que se llevan a cabo mediante un buen número de cálculos aritméticos. Desde finales de la década de 1940, con la multiplicación y disponibilidad de las computadoras digitales han llevado a un verdadero aumento en el uso y desarrollo de los métodos numéricos [13].

Las razones por las cuales es importante estudiar los métodos numéricos son las siguientes [13]:

- Los métodos numéricos son herramientas poderosas para la solución de problemas. Son capaces de manejar sistemas de ecuaciones grandes, no linealidades y geometrías complicadas que son comunes en la práctica de la ingeniería y que a menudo, son imposibles resolver analíticamente.
- El uso de programas de computadoras disponibles comercialmente que utilicen métodos numéricos.

- Si se está instruyendo en los métodos numéricos y si es adepto de la programación de computadoras, entonces se tiene la capacidad de diseñar programas propios para resolver problemas, sin tener que comprar programas costosos.
- Los métodos numéricos son un vehículo eficiente para aprender a servirse de las computadoras personales.

4.1.1 Aproximaciones y errores.

Aunque las técnicas numéricas obtienen soluciones cercanas a la realidad, hay cierta discrepancia o error, debido a que los métodos numéricos son sólo una aproximación. Los tipos de errores más comunes son los de redondeo y truncamiento.

Exactitud y precisión. Los errores asociados con los cálculos y medidas se pueden caracterizar observando su precisión y exactitud. La precisión se refiere al número de cifras significativas que represente una cantidad o a la extensión en las lecturas repetidas de un instrumento que mide alguna propiedad física. La exactitud se refiere a la aproximación de un número o valor verdadero que se supone representa [13].

Errores. Los *errores numéricos* se generan con el uso de aproximaciones para representar las operaciones y cantidades matemáticas. Estos incluyen errores de truncamiento, que resultan de representar aproximadamente un procedimiento matemático exacto, y de los errores de redondeo, que resultan de representar aproximadamente números exactos. Para los dos tipos de errores, la relación entre el resultado exacto o verdadero y el aproximado está dada por [13]

$$\text{Valor verdadero} = \text{valor aproximado} + \text{error} \quad (4.1)$$

reordenando la ecuación, se encuentra que el error numérico es igual a la diferencia entre el valor verdadero y el valor aproximado. El *error numérico total* es la suma de los errores de redondeo y de truncamiento.

4.1.2 Modelos matemáticos.

El propósito de un modelo matemático es ayudar a definir un problema ó proceso mediante una ecuación o sistema de ecuaciones y para ilustrar como pueden facilitar la solución de problemas en ingeniería.

Un modelo matemático se puede definir, de una manera general, como una formulación o ecuación que expresa las características fundamentales de un sistema ó proceso físico en términos matemáticos. Los modelos se clasifican desde simples relaciones algebraicas hasta grandes y complicados sistemas de ecuaciones diferenciales [13].

Las características habituales de los modelos matemáticos son, describe un sistema o proceso natural en términos matemáticos, representa una idealización y una simplificación de la realidad (es decir, ignora los detalles insignificantes del proceso natural y se concentra en las manifestaciones elementales), y conduce a resultados predecibles y, en consecuencia, puede emplearse para propósitos de predicción.

4.1.3 Ecuaciones diferenciales.

Las ecuaciones, compuestas de una función incógnita y su derivada, se les conoce como *ecuaciones diferenciales*. A la cantidad que se va a diferenciar se le conoce como variable independiente. Cuando la ecuación incluye sólo una variable independiente se le conoce como *ecuación diferencial ordinaria*, si incluye más de una entonces se le llama *ecuación diferencial parcial*. Además de las ecuaciones se clasifican de acuerdo a su orden, es decir de acuerdo al orden de la derivada mayor. Las ecuaciones que no son de primer orden, se pueden reducir a un sistema de ecuaciones de primer orden.

Una solución de una ecuación diferencial ordinaria es una función específica de la variable independiente y de sus parámetros que satisfacen la ecuación diferencial y pueden ser resueltas analíticamente [13].

Si se tiene una ecuación diferencial ordinaria de la forma

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (4.2)$$

y si

Valor actual = valor anterior + pendiente x tamaño del paso

o, en términos matemáticos

$$y_{i+1} = y_i + \phi h \quad (4.3)$$

De acuerdo a esta ecuación, se usa la aproximación a la pendiente ϕ para extrapolar a partir de un valor anterior y_i a un valor actual y_{i+1} en una distancia h (Figura 4.1). Esta fórmula se aplica paso a paso para calcular una solución futura y, de aquí, trazar la trayectoria de la solución.

Todos los métodos de un paso se pueden expresar de esta forma general, con la única diferencia en el cálculo de la pendiente.

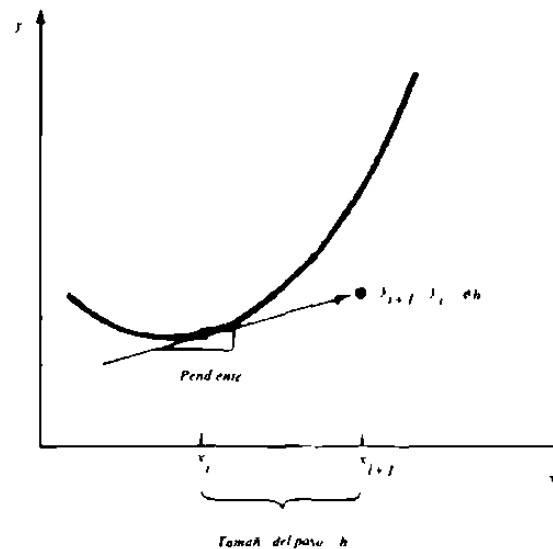


Figura 4.1 Esquema gráfico del método de un paso [13].

Los métodos principales de un paso son:

1. *Método de Euler.* La primera derivada proporciona una aproximación directa a la pendiente x_i (Figura 4.2):

$$\phi = f(x_i, y_i) \quad (4.4)$$

donde $f(x_i, y_i)$ es la ecuación evaluada en x y y . Esta aproximación se sustituye en la ecuación 4.4:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h \quad (4.5)$$

A esta fórmula se le conoce como método de Euler (o método de Euler-Cauchy o de pendiente puntual). Se predice un nuevo valor de y usando la pendiente (igual a la primera derivada en el valor original x) para extrapolar linealmente sobre el tamaño del paso h (ver Figura 4.2).

2. *Método de Runge-Kutta.* Este método tiene la exactitud del esquema de la serie de Taylor sin necesitar del cálculo de derivadas superiores. Existen muchas variaciones pero todas ellas se pueden ajustar a la forma general de la ecuación 4.4:

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h)h \quad (4.6)$$

donde a $\phi(x_i, y_i, h)$ se le llama función de incremento y puede interpretarse como el promedio de la pendiente sobre el intervalo.

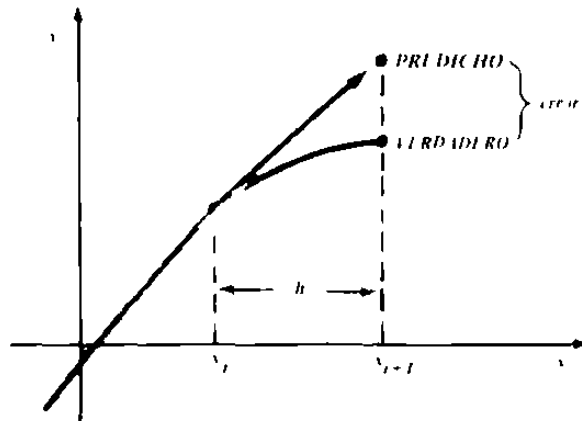


Figura 4.2 Esquema gráfico del método de Euler [13].

4.2 Método de diferencias finitas.

Los métodos de elemento finito y diferencias finitas están relacionados, ya que ambos discretizan ecuaciones diferenciales parciales y se resuelven bajo condiciones iniciales y valores límite apropiados. Sin embargo, el método de diferencias finitas no requiere el uso de funciones de prueba polinomiales ni de una minimización del procedimiento. Los métodos de diferencias finitas fueron originalmente diseñados para resolver problemas de valor inicial, dentro de esta sección se concentran las aproximaciones numéricas de funciones que son descritas por ecuaciones diferenciales las cuales comprenden derivadas con respecto al tiempo [14].

Las técnicas de diferencias finitas están basadas en dos aproximaciones numéricas, es decir, la discretización del tiempo de una medida continua dentro de pequeños intervalos de distancia $h = \Delta t$, y la sustitución de la ecuación diferencial por su correspondiente ecuación por diferencias finitas.

La primera derivada du/dt de una función $u(t)$ se define en t_0 por el límite de un cociente de la diferencia:

$$\frac{du}{dt} \Big|_{t=t_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(t_0 + h) - u(t_0)}{h} \quad (4.7)$$

La transformación de este continuo en su cociente de diferencias finitas.

$$\frac{\Delta u}{h} = \lim_{\Delta t \rightarrow \Delta t^*} \frac{u(t_0 + h) - u(t_0)}{h} \quad (4.8)$$

es un método discreto desde su objetivo restrictivo para satisfacer la ecuación gobernante discretamente en lugar de continuamente.

El modelo de diferencias finitas está constituido por ecuaciones diferenciales para una formación de una cuadrícula de puntos y este es mejorado si el número de puntos es incrementado. Con las técnicas de diferencias finitas se pueden aplicar a problemas difíciles, pero para geometría irregulares o especificaciones inusuales de las condiciones frontera, esta técnica se torna difícil de utilizar [15].

4.3 Método del elemento finito.

El método del elemento finito es una técnica de análisis numérico con el cual se obtienen soluciones aproximadas para una amplia variedad de problemas ingenieriles. Aunque, originalmente se desarrolló para su aplicación en la Ingeniería Civil, éste se ha extendido y aplicado en el amplio campo de los problemas continuos [15].

Mientras que en el método de diferencias finitas la región de solución se define como una formación de una cuadrícula de puntos, en el método del elemento finito se propone la región de solución como una construcción de muchas pequeñas subregiones o elementos interconectados. La deducción básica del método del elemento finito es que la región de solución puede ser modelada analíticamente o aproximada por su reemplazo de un ensamblaje de elementos discretos. Donde estos elementos se pueden juntar en una variedad de maneras, que se pueden usar representado formas extremadamente complejas.

Como un ejemplo del modelo de diferencias finitas y un modelo de elemento finito, pueden ser utilizados para representar una forma geométrica compleja, considere una sección transversal de un alabe de una turbina mostrado en la Figura 4.3. Para esta pieza queremos encontrar la distribución de esfuerzos y desplazamientos para una carga de fuerza dada o la distribución de temperaturas de una carga térmica dada. El pasaje del líquido refrigerante en el interior del alabe, junto con su forma exterior, le da una geometría compleja.

Un mallado uniforme con diferencias finitas cubriría razonablemente el alabe (la región de solución), pero los límites deben ser aproximados por una serie de líneas verticales y horizontales (o paso de escalón). Por el otro lado, el modelo de elemento finito (usando la más simple geometría de elemento en dos dimensiones: el triángulo) da una mejor aproximación de la región y requiere menos nodos. También, una mejor aproximación de la forma del límite, porque el límite curvo es respetado por una serie de líneas rectas. Este ejemplo no intenta sugerir que los modelos de elemento finito son

decididamente mejores que los modelos de diferencias finitas para todos los problemas. El único propósito de éste ejemplo, es demostrar que el método del elemento finito es particularmente bueno para problemas con geometrias complejas.

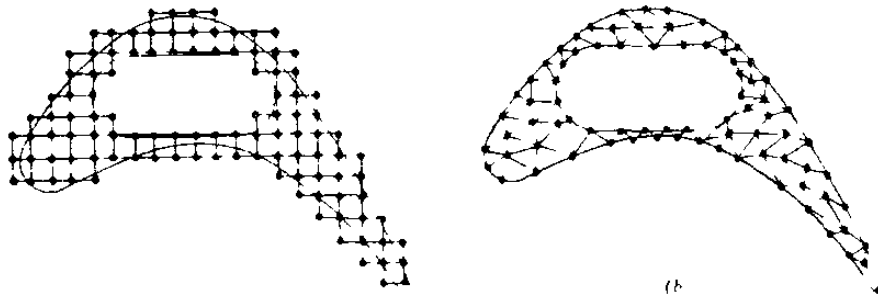


Figura 4.3 (a) Diferencias finitas y (b) discretizaciones del elemento finito de un perfil de un alabe de una turbina [15].

4.3.1 Funcionamiento del método del elemento finito.

En un problema continuo de cualquier dimensión, el campo variable (ya sea si es presión, temperatura, desplazamiento, esfuerzo o cualquier otra cantidad) posee un número infinito de valores, esto se debe en que cada punto del cuerpo o región de solución es una función, es decir se tiene un problema con un número infinito de incógnitas.

El proceso de discretización del método del elemento finito minimiza el problema a un número de incógnitas, ya que divide la región de solución en elementos y expresa la incógnita del campo variable en términos de supuestas funciones aproximadas dentro de cada elemento. estas funciones (algunas veces llamadas funciones de interpolación, forma o de elemento finito) se definen en términos de los valores del campo de variables en puntos específicos denominados *nodos* o *puntos nodales* [15].

Los nodos generalmente simulan los límites del elemento, donde los elementos adyacentes son conectados. Además para nodos limites, un elemento puede tener pocos nodos interiores.

El valor nodal de un campo variable y las funciones de interpolación de los elementos definen completamente la conducta del campo variable dentro de los elementos.

Claramente, la naturaleza de la solución y el grado de aproximación no dependen únicamente del tamaño y número de elementos usado, sino también de la función de interpolación. Un rasgo importante del método del elemento finito es la habilidad de formular soluciones para elementos individuales antes de unirse, para respetar el problema entero. En esencia, un problema complejo se reduce a una serie de problemas simplificados.

Otra de las ventajas del método del elemento finito es la variedad de maneras y técnicas en las cuales se pueden formular las propiedades de los elementos individuales. Son básicamente tres aproximaciones. La primera aproximación para obtener las propiedades del elemento es llamada la *aproximación directa* [15], porque su origen está diseñado para el método de rigidez directa de análisis estructural. Aunque la aproximación directa puede ser utilizada únicamente para problemas relativamente simples, es la más fácil de entender cuando se conoce por primera vez el método del elemento finito. La aproximación directa sugiere la necesidad de una matriz algebraica en el manejo de las ecuaciones del elemento finito.

Las propiedades del elemento obtenidas por aproximación directa pueden también ser determinadas por la *aproximación variacional* [15]. La aproximación variacional cuenta con el cálculo de variaciones e involucra un funcional. El conocimiento de la aproximación variacional es necesario para trabajar más allá del nivel introductorio y para extender el método del elemento finito para una amplia variedad de problemas ingenieriles. La aproximación variacional puede ser empleada en elementos de formas sofisticadas o simples.

Una tercera aproximación más versátil para derivar las propiedades del elemento tiene sus bases en las matemáticas y se le conoce como la *aproximación de residuos*

ponderados [15]. La aproximación de residuos ponderados comienza con las ecuaciones gobernantes del problema y procede sin contar con una declaración variacional. Esta aproximación es ventajosa porque es posible extender el método del elemento finito para problemas donde el funcional no está disponible. El método de residuos ponderados es ampliamente usado para derivar las propiedades del elemento de aplicaciones no estructurales, tal como la transferencia de calor y mecánica de fluidos.

Resumiendo en términos generales el cómo trabaja el método del elemento finito, tenemos que [15]:

1. ***Discretizar el continuo.*** El primer paso es dividir el continuo o la región de la solución en elementos. Una variedad de formas del elemento pueden ser utilizadas, y diferentes formas del elemento pueden ser empleadas en la misma región de la solución. Aunque el número y el tipo de elementos en un problema dado son elementos del juicio ingenieril, el analista puede contar con la experiencia de otros.
2. ***Seleccionar las funciones de interpolación.*** El siguiente paso es la asignación de nodos a cada elemento y entonces escoger la función de interpolación que represente la variación del campo variable sobre del elemento. El campo variable puede ser un escalar, en vector, ó un tensor de alto orden. A menudo, los polinomios son seleccionados como funciones de interpolación del campo variable, porque éstas son fáciles de integrar y diferenciar. El grado del polinomio se selecciona, dependiendo del número de nodos asignados al elemento, la naturaleza y el número de las incógnitas de cada nodo, y ciertos requisitos de la continuidad se imponen en los nodos y a lo largo del límite del elemento. La magnitud del campo variable, así como la dimensión sus derivadas pueden ser las incógnitas en los nodos.
3. ***Encontrar las propiedades del elemento.*** Una vez que el modelo de elemento finito ha sido establecido, estamos listos para determinar las ecuaciones de la matriz que expresan las propiedades del elemento individual. Para esta tarea, podemos usar una de las tres aproximaciones antes mencionadas: la aproximación directa, la variacional o la de residuos ponderados.

4. ***Ensamblar las propiedades del elemento con el sistema de ecuaciones obtenido.*** Para encontrar las propiedades del sistema global modelado por la red de elementos debemos ensamblar todas las propiedades del elemento. En otras palabras, combinamos las ecuaciones de la matriz expresando la conducta de los elementos y forma la ecuación de la matriz expresando la conducta del sistema completo.
Las bases del procedimiento de ensamblaje provienen del hecho de que en un nodo, donde los elementos son conectados, el valor del campo variable es el mismo en cada elemento que comparte este nodo.
5. ***Asignar las condiciones frontera.*** Antes que el sistema de ecuaciones este listo para la solución, las ecuaciones deben de ser modificadas para considerar las condiciones límite del problema. En esta fase asignamos valores nodales conocidos de las variables dependientes o cargas nodales.
6. ***Resolver el sistema de ecuaciones.*** El proceso de ensamblaje da una serie de ecuaciones simultáneas que resolvemos para obtener los valores nodales desconocidos del problema. Si el problema describe un comportamiento estable o de equilibrio entonces debemos resolver un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales o no lineales.
7. ***Hacer cálculos adicionales si se desea.*** Muchas veces utilizamos la solución del sistema de ecuaciones para calcular otros parámetros importantes. Por ejemplo, en un problema estructural las incógnitas nodales son los componentes de desplazamiento. De estos desplazamientos calculamos elementos de esfuerzo y deformación.

4.3.2 Aproximación directa.

La ventaja de esta aproximación está en el entendimiento de las técnicas y conceptos esenciales obtenidos sin mucha manipulación matemática. En cualquier análisis por elemento finito, el primer paso es remplazar un sistema complejo por un sistema equivalente idealizado consistente de elementos individuales conectados el uno

al otro en puntos específicos o nodos. Implícito en este procedimiento está el problema de definir ó identificar los elementos y también determinar sus propiedades [15].

4.3.2.1 Definir elementos y sus propiedades.

Para definir elementos y sus propiedades, se empleará uno de los más elementales sistemas que se pueden examinar desde el punto de vista de elemento finito, este es sistema de resorte lineal, mostrado en la Figura 4.4. En este sistema se tienen dos resortes conectados en serie en la dirección del eje coordenado x . Un extremo del resorte, el del lado izquierdo, esta empotrado a una pared, mientras que el lado derecho tiene libre movimiento. Ambos resortes, pueden experimentar compresión o tensión. Los únicos parámetros de este sistema son fuerzas, desplazamientos y rigidez de los resortes.

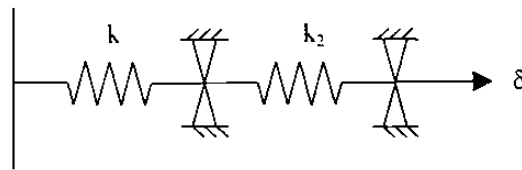


Figura 4.4 Un sistema simple lineal de resorte [15].

El camino para subdividir este sistema en elementos discretos es obvio, si definimos cada resorte como un elemento, este sistema consiste de dos elementos y tres nodos (puntos de conexión donde las fuerzas pueden ser transmitidas y los desplazamientos pueden existir).

Para determinar las propiedades del elemento, en este caso sus ecuaciones de fuerza-desplazamiento, enfocamos nuestra atención en un elemento aislado mostrado en un diagrama de cuerpo libre de la Figura 4.5. Una fuerza y un desplazamiento son definidos para cada nodo, y por conveniencia tomamos estas fuerzas y desplazamientos en la dirección de x positiva. El campo variable de este problema es el desplazamiento. No es necesario escoger una ecuación de interpolación, ya que este campo variable cuenta con una representación exacta: la Ley de Hooke en su forma más simple, la cual

proporciona los medios para relacionar los desplazamientos nodales y la aplicación de fuerzas nodal.

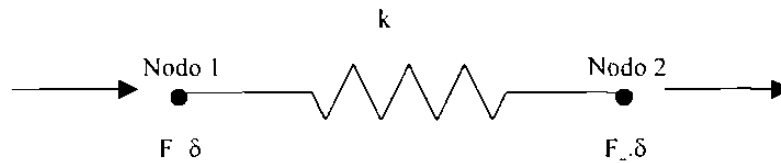


Figura 4.5 Diagrama de cuerpo libre de un sistema simple lineal de resorte [15].

De acuerdo a esta ley, cuando un resorte elástico experimenta una carga axial F , este se desplaza una cantidad δ , dada por:

$$\delta = \frac{1}{k} F = aF \quad (4.9)$$

donde k es la rigidez del resorte (constante del resorte), y a es la flexibilidad del resorte. De la ecuación 4.9 se puede interpretar a k como la fuerza requerida para producir una unidad de desplazamiento y a como el desplazamiento causado por una unidad de fuerza. Usando la ecuación 4.9, se puede escribir la relación entre fuerza-desplazamiento del resorte en términos de fuerza nodal F_1 y desplazamientos nodales,

$$F = k\delta_1 - k\delta_2 \quad (4.10)$$

y desde equilibrio de fuerzas requiere $F_2 = -F_1$, tenemos que

$$F_2 = k\delta_1 + k\delta_2 \quad (4.11)$$

Si utilizamos la notación matricial, las ecuaciones 4.10 y 4.11 pueden ser escritas como una ecuación expresando las propiedades fuerza-desplazamiento de un elemento:

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (4.12a)$$

ó

$$[K] \{\delta\} = F^1 \quad (4.12b)$$

Los componentes de $[K]$ son usualmente sub-escritos como k_{ij} , para expresar su localización en la fila i y columna j de $[K]$. La matriz cuadrada $[K]$ es conocida como la

matriz de rigidez, el vector columna $\{\delta\}$ es el vector de desplazamiento nodal, y el vector columna $\{F\}$ es el vector de fuerza nodal del elemento.

Aunque la ecuación 4.12 derivada de uno de los mas simples tipos de elementos finitos, es decir, un resorte lineal, el cual posee muchas de las características de las ecuaciones que expresan las propiedades de muchos elementos complejos. Por ejemplo, la forma de la ecuación 4.12 queda igual, sin importar el tipo de problema, la complejidad del elemento, o el camino en el cual las propiedades del elemento fueron derivadas.

Las propiedades del elemento dadas por la ecuación 4.12 aplican a ambos elementos el del lado derecho y al del lado izquierdo, y dependen de que valor de rigidez de resorte se sustituye dentro de $[K]$. Las restricciones son tomadas en cuenta únicamente después de que las ecuaciones del elemento son ensambladas para formar el sistema de ecuaciones.

4.3.2.2 Elementos simples de mecanismos estructurales.

En la ingeniería comúnmente la idea de modelar una estructura como una serie de elementos finitos empezó como una extensión de los métodos tradicionales utilizados para analizar estructuras ideales tales como soportes y puentes. Estas estructuras consisten de barras interconectadas únicamente en ciertos puntos donde las fuerzas son transmitidas. Para sujetar miembros conectados como soportes o vigas de formas rígidas, los ingenieros derivaron hábilmente las relaciones de rigidez por la aproximación física directa. De estas matrices de rigidez, fueron resumidas las características de rigidez de la estructura completa. Esta aproximación es conocida como el *método directo de rigidez*. En los años cincuenta fue desarrollada una extensión de este método por Turner y sus colaboradores para estructuras más complejas de la industria aeroespacial.

La aproximación desarrollada en los cincuenta para derivar matrices de rigidez de elementos estructurales, contiene los pasos básicos que aún son validos. Por supuesto,

en el transcurso de los años, la aproximación ha sido generalizada volviéndose más sofisticada y con un mayor alcance.

Existen seis pasos esenciales en la derivación en la matriz de rigidez de un elemento estructural [15]:

1. Suponer la forma funcional del campo de desplazamiento dentro de un elemento.
2. Expresar el campo desplazamiento en términos de los desplazamientos definidos en los nodos.
3. Introducir las ecuaciones de deformación-desplazamiento y con esto determinar el estado de deformación del elemento correspondiente al campo de desplazamiento adjudicado.
4. Escribir las ecuaciones constitutivas relacionando el esfuerzo y la deformación y con esto introducir la influencia de las propiedades del material del elemento.
5. Escribir las ecuaciones de equilibrio del elemento para establecer las relaciones entre el desplazamiento nodal y las fuerzas nodales.
6. Combinar los resultados de los pasos 1 al 5 y algebraicamente derivar la matriz de rigidez del elemento.

4.3.2.3 Ensamble de las partes.

Al encontrar las ecuaciones algebraicas necesarias que describen las características de cada elemento del sistema, el siguiente paso del método del elemento finito es combinar todas estas ecuaciones para formar un juego completo que gobierne el compuesto de elementos. El procedimiento de la construcción del sistema de ecuaciones de las ecuaciones de los elementos es la misma e indiferente del tipo de problema considerado o la complejidad del sistema de elementos.

El sistema del procedimiento de ensamble esta basado en la insistencia de la compatibilidad de los nodos del elemento. En los nodos donde los elementos son conectados el valor (valores) de la variable nodal desconocida (o variables) es (son) el

mismo de todos los elementos conectados en el nodo. La consecuencia de esta regla es la base del procedimiento de ensamble.

El procedimiento general esta resumido en los siguientes pasos [15]:

1. Establecer las matrices nulas $n \times n$ y $n \times 1$, donde n es el número de variables del sistema nodal.
2. Comenzar con un elemento, transformando las ecuaciones del elemento de coordenadas locales a globales si estos dos sistemas de coordenada no son coincidentes.
3. Llevar a cabo cualquier operación matricial necesaria en la matriz del elemento.
4. Utilizar el establecimiento correspondiente entre esquemas numerados locales y globales, cambiando los índices globales: (a) los subíndices de los coeficientes en la matriz cuadrada y (b) el subíndice de los términos en la matriz columna.
5. Introducir estos términos dentro de las correspondientes matrices maestras $n \times n$ y $n \times 1$ en la localización designada por sus índices. En cada tiempo un término es situado en una locación donde otro término se ha colocado ya, esto se añade para cualquier valor que se encuentre ahí.
6. Volver al paso 2 y repetir este procedimiento de un elemento después de otro hasta que todos los elementos hayan sido tratados. El resultado será una matriz maestra $n \times n$ [K] de coeficientes de rigidez y una matriz columna $n \times 1$ {R} del resultado de la acción nodal, el sistema de ecuación completo esta entonces:

$$[K] \{x\} = \{R\} \quad (4.13)$$

donde {x} es la matriz columna de las incógnitas nodales para el ensamble.

4.3.2.4 Introducción de las condiciones frontera.

Indiferente al tipo de problema para el cual un sistema de ecuaciones establecido ha sido ensamblado, las ecuaciones finales deben tener la forma de la ecuación 4.13. Estas ecuaciones ya toman en cuenta las condiciones frontera involucrando las acciones

externas específicas o aplicadas en los nodos, debido a que se encuentran incluidas en el vector resultante $\{R\}$ durante el ensamble.

Existen varios modos para aplicar las condiciones frontera a la ecuación 4.13, y cuando estos son aplicados, el número de incógnitas nodales y el número de ecuaciones se resuelve y se reduce efectivamente. Dos formas claras para lograr esto se describen a continuación [15].

Una de las formas de incluir las variables nodales preescritas en la ecuación 4.13 manteniendo el sistema de ecuaciones $n \times n$ es modificando las matrices $[K]$ y $\{R\}$, de la manera siguiente [15]:

- Considerando que i es el subíndice de una variable nodal preescrita, las filas y las columnas i de la matriz $[K]$ se designan igual a cero y el término k_{ii} se establece igual a la unidad.
- El término R_i del vector columna $\{R\}$ es reemplazado por el valor desconocido de x_i .
- Cada uno de los términos restantes $n-1$ de $\{R\}$ es modificado por la substracción del valor de la variables nodal preescrita multiplicado por el término correcto de la columna de la matriz original $[K]$.
- Este proceso se repite para cada x_i , hasta que todas sean abarcadas.

Para ilustrar este proceso de introducir las condiciones frontera, se considera un ejemplo simple con únicamente 4 sistemas de ecuaciones. La ecuación 4.13 se expande de la forma,

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

Suponiendo para este sistema hipotético que las variables nodales x_1 y x_2 son especificadas como

$$x_1 = \beta_1 \quad x_2 = \beta \quad (4.15)$$

Cuando las condiciones frontera son establecidas, las ecuaciones se toman de la forma

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & k_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & k_{42} & 0 & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ R_2 - k_{21}\beta & k_{23}\beta \\ \beta \\ R_4 - k_{41}\beta & -k_{43}\beta_1 \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

Este juego de ecuaciones unilaterales en dimensión, es nuevamente ejecutado para ser resuelta para todas las variables nodales.

La otra forma para implementar las variables nodales dentro del sistema de ecuaciones es modificando los términos del diagonal central de la matriz $[K]$. El término diagonal de $[K]$ asociado con una variable nodal específica es multiplicado por un número grande, como por ejemplo 1×10^{15} , mientras que el término correspondiente en $\{R\}$ es reemplazado por la variable nodal específica, multiplicado por el mismo factor grande con el correspondiente término diagonal. Este proceso se repite hasta que todas las variables nodales prescritas sean comprendidas.

Efectivamente este proceso hace a los términos de la matriz $[K]$ muy pequeños sin modificarlos en comparación a los términos modificados. Antes de modificar, se tiene que hacer un procedimiento con solución de simultáneas del juego completo de las ecuaciones.

Utilizando este procedimiento para modificar las ecuaciones originales del ejemplo de la forma anterior, se obtiene.

$$\begin{bmatrix} k_{11} \times 10^{15} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \times 10^{15} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \beta_1 k_{11} \times 10^5 \\ R_2 \\ \beta_3 k_{33} \times 10^5 \\ R_4 \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

Para observar que este procedimiento da el resultado deseado considere la primera ecuación del juego

$$k_1 \times 10^5 x + k_2 x + k_3 x + k_4 x - \beta \times k_1 \times 10^{15} \quad (4.18)$$

Por propósito práctico esta ecuación expresa el hecho de que

$$x = \beta \quad (4.19)$$

desde.

$$k_j \times 10^{15} \gg k_j \quad j = 2, 3, 4 \quad (4.20)$$

Computacionalmente el segundo método es más sencillo que el primero. Pero ambos métodos preservan las propiedades simétricas de la matriz maestra original.

4.3.3 Aproximación matemática del método elemento finito.

Para establecer los pasos de la introducción de los conceptos matemáticos, comenzaremos con una breve explicación de los problemas continuos y se establecerá la terminología y definiciones necesarias para mostrar como problemas variacionales y de elemento finito son relacionados.

Las bases variacionales del método de elemento finito, dictan el criterio para ser satisfechas por las funciones que aproximan la solución dentro del elemento, y permite hacer afirmaciones acerca de la convergencia de los resultados utilizando un número de incrementos más y más pequeño [15].

4.3.3.1 Problemas continuos y sus soluciones.

Los problemas en la ingeniería y en la ciencia caen dentro de dos categorías fundamentales, dependiendo del punto de vista que se adopte. Uno de los puntos de vista señala que toda la materia consta de partículas discretas manteniendo su identidad y naturaleza, así como su movimiento en el espacio. Su posición en cualquier instante está dado por coordenadas en algún sistema de referencia, y estas coordenadas son funciones

del tiempo (la única variable independiente de cualquier proceso). Este punto de vista, conocido como el punto de vista de un *cuerpo rígido* es la base de los mecanismos de partículas Newtonianos.

El otro punto de vista, proviene del continuo en lugar de la discretización molecular ó de partículas, acercándose más a la naturaleza. Bajo el punto de vista continuo se dice que todos los cuerpos de interes son continuos en todos los puntos del espacio, en la magnitud de que todas las cantidades del campo describan el estado del cuerpo, siendo este capaz de diferenciarse en las variables independientes del continuo, espacio y tiempo.

Los problemas continuos son tomados de los fenómenos de la naturaleza, que son caracterizados aproximadamente por ecuaciones diferenciales parciales y sus condiciones frontera.

Los problemas continuos son denominados en la fisica matemática como problemas de valor frontera, ya que su solución es buscada en un dominio definido por una frontera dada en la cual ciertas condiciones llamadas condiciones frontera están especificadas, a excepción de los problemas de cuerpo libre, donde la forma y localización de la frontera son desconocida.

La frontera puede ser definida por una curva o una superficie en el espacio dimensional n . y el dominio puede ser finito o infinito, dependiendo del extremo de la frontera. La frontera es llamada *cerrada*, si las condiciones que afectan la solución del problema son descritas en cualquier lugar de la frontera, y se le denomina *abierta*, si parte de la frontera se extiende hacia el infinito y las condiciones frontera en esta parte, no son especificadas [15].

Las claves para resolver problemas continuos son usualmente formuladas en términos generales como se muestra a continuación. Considerando algún dominio Ω

limitado por una superficie Γ . Permitiendo a ϕ ser una función escalar en el interior de Ω , tal que la conducta de ϕ en cualquier punto de Ω , es dada por

$$A(\phi) - f = 0 \quad (4.21)$$

donde f es una función escalar conocida de las variables independientes y A es un operador diferencial lineal o no lineal [3].

Asumiendo que los parámetros físicos del operador diferencial son constantes conocidas o funciones conocidas. Un ejemplo de un operador diferencial es

$$A(\) = \frac{\partial(\)}{\partial x} \quad (4.22)$$

En n dimensiones operadores diferenciales de segundo orden pueden ser abreviadas, por una transformación satisfactoria, de la forma

$$A(\) = \sum_{i=1}^n a \frac{\partial^2(\)}{\partial^2 x_i^2} + \sum_{i=1}^l b \frac{\partial^2(\)}{\partial^2 x^2} + c(\) + d \quad (4.23)$$

donde los coeficientes a_i, b_i, c y el término d pueden ser funciones. El operador dado en la ecuación 4.23 es lineal, si a_i, b_i, c y d son funciones únicas de las variables independientes $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ y casi lineal, si a_i, b_i, c y d son funciones de x_i y el parámetro dependiente. Un operador es lineal si y solo si

$$A(\alpha f + \beta g) = \alpha A(f) + \beta A(g) \quad (4.24)$$

donde, α y β son escalares.

Existen un número de aproximaciones para la solución de problemas de valor frontera lineales y no lineales y van de completamente analíticos a completamente numéricos. De estos, los siguientes son los más importantes [15]:

- I. Integración directa (soluciones exactas).
 - a) Separación de variables.
 - b) Soluciones por similitud.
 - c) Transformadas de Fourier y de Laplace.

II. Soluciones aproximadas (soluciones numéricas).

- a) Perturbación.
- b) Series de potencia.
- c) Esquemas de probabilidad.
- d) Método de residuos ponderados (MWR).
- e) Método de Ritz.
- f) Técnicas de diferencias finitas.
- g) Método del elemento finito.

De pocos problemas es posible obtener una solución por integración directa de la ecuación diferencial, además de que la mayoría de los problemas con solución exacta ya han sido resueltos.

Los métodos de perturbación regular y singular son aplicables principalmente cuando los términos no lineales de la ecuación son pequeños en comparación a los términos lineales, siendo su uso limitado.

El método de series de potencia es robusto y es empleado con éxito, pero debido a que requiere de la generación de un coeficiente para cada término de la serie, este se vuelve realmente tedioso. Aunque el método tenga cierta dificultad, no es imposible demostrar que la serie converge.

Los métodos de Monte Carlo son utilizados para obtener una estimación estática de la cantidad deseada por una muestra aleatoria. Estos métodos funcionan mejor cuando la cantidad deseada es un parámetro estático y la muestra es dada de una población selectiva.

Con la ventaja de las computadoras se ha llegado a un entendimiento correcto de los métodos obtenidos por una solución aproximada de alta precisión, como lo son el método de residuos ponderados, y el método variacional.

4.3.3.2 La aproximación variacional

En la clásica formulación variacional, el problema es encontrar la función desconocida o funciones que exagerasen (minimizan o maximizan) o hacen estacionaria un funcional o un sistema de funcionales sujeto a las mismas condiciones frontera especificadas. Las dos formulaciones son equivalentes porque las funciones y sus condiciones frontera extremas, satisfacen al sistema de ecuaciones diferenciales. Esta equivalencia es aparente del cálculo de variaciones, la cual muestra que los funcionales son extremos o hechos estacionarios cuando uno o más ecuaciones de Euler y sus condiciones frontera son especificadas. Y estas ecuaciones son precisamente las ecuaciones diferenciales gobernantes del problema.

La formulación clásica variacional de problemas continuos tiene algunas ventajas sobre la formulación diferencial [15]:

1. El funcional, la cual puede representar alguna cantidad física en el problema, con derivadas de bajo orden del operador diferencial y consecuentemente una solución aproximada, puede buscarse entre una larga clase de funciones.
2. El problema posee formulaciones variacionales recíprocas, esto es, un funcional es minimizado y otro funcional de forma diferente es maximizado.
3. La formulación variacional conduce a tratar condiciones frontera muy complicadas como condiciones frontera naturales.
4. Desde un punto de vista netamente matemático, la formulación matemática es de gran ayuda, ya que con los cálculos de variaciones, esta puede ser utilizada para probar la existencia de la solución.

Los métodos variacionales son los más antiguos medios de obtención de soluciones de problemas en la física e ingeniería [15].

4.3.3.3 Método de Ritz.

El método de Ritz emplea la formulación variacional, comienza por asumir la forma de una solución desconocida en términos de funciones conocidas (funciones de prueba) con parámetros ajustables desconocidos. De la clase de funciones de prueba se selecciona la función que da el funcional estacionario. El proceso consiste de la sustitución de las funciones de prueba dentro del funcional y de este modo expresando el funcional en parámetros ajustables, los cuales son desconocidos. El funcional es después diferenciado con respecto a cada parámetro y la ecuación resultante es fijada en cero. Si estos son n parámetros desconocidos, entonces estos deberán ser n ecuaciones simultáneas para ser resueltas de acuerdo a los parámetros [15].

El método del elemento finito y el método de Ritz son esencialmente equivalentes, cada uno de estos métodos utiliza funciones de prueba como punto de inicio, para obtener una solución aproximada; ambos métodos adquieren combinaciones lineales de la clase de funciones que hacen una función dada satisfactoria. La mayor diferencia entre estos métodos es que las funciones de prueba en el método del elemento finito no están definidas sobre el campo del dominio de la solución, teniendo unas condiciones de frontera no satisfechas, pero con ciertas condiciones de continuidad.

El método del elemento finito es en esencia el método de Ritz aplicado en discretizar dominios locales, los cuales son realmente sencillos en contraste al los de dominio global. Por imposición, ciertos requerimientos de continuidad en las fronteras del dominio local discreto, pueden ser ensamblados dentro de un dominio global más complejo. Estos dominios discretos son conocidos como elementos, de aquí el nombre del método. Desde un punto de vista matemático, el método del elemento finito es un caso especial del método de Ritz, solo cuando las funciones de prueba de la pieza (piecewise) obedecen a otras condiciones de continuidad y complementarias [15].

4.3.3.4 Método de residuos ponderados.

El método de residuos ponderados (MWR) es una técnica global para obtener soluciones aproximadas para ecuaciones diferenciales parciales lineales y no-lineales. Aplicar este método involucra básicamente dos pasos. El primer paso está en suponer el comportamiento del funcional general del campo variable dependiente, de alguna manera tal que satisfaga la ecuación diferencial dada y las condiciones frontera. La sustitución de esta función aproximada dentro de la ecuación diferencial y las condiciones frontera resulta en un error denominado *residual*. Este residual se requiere para eliminar, en algún sentido, el porcentaje sobre el dominio de la solución entera.

El segundo paso es resolver las ecuación (o ecuaciones) resultantes del primer paso y así dominar el funcional general en una función particular, la cual se convierte en la solución aproximada buscada.

Existen una variedad de técnicas de residuos ponderados debido a las opciones de funciones ponderadas o a los principios de distribución de error que se utilizan. El principio de distribución de error más utilizado para derivar ecuaciones de elemento finito es conocido como el *método Galerkin* [15].

CAPITULO 5

DEFORMACION PLASTICA

5.1 Introducción.

Cuando un material se tensa por debajo de su límite elástico la deformación resultante es temporal, también llamada deformación elástica [16]. La deformación plástica se presenta cuando el material es deformado hasta el extremo de no poder recuperar completamente sus dimensiones originales. Durante la deformación plástica, los átomos del material son desplazados permanentemente de sus posiciones originales y toman nuevas posiciones. La deformación plástica puede tener lugar por deslizamiento, por maclaje o mediante una combinación de ambos procesos [16]. La capacidad de algunos materiales de sufrir deformación plástica en gran extensión sin sufrir fractura, es una de las propiedades más útiles para la ingeniería [1]. Todas las operaciones de formado, como troquelado, prensado, hilado, laminado, forjado, estirado y extrusión, se relacionan con la deformación plástica de los metales. Varias operaciones de maquinado, como fresado, torneado, corte por sierra y punzado, también están relacionadas con ésta. El comportamiento de un metal cuando se deforma plásticamente y el mecanismo mediante el cual ocurre son de interés esencial para perfeccionar la operación de trabajado [16].

Se puede obtener mucha información del mecanismo de deformación plástica al estudiar el comportamiento de un monocristal sujeto a esfuerzo y aplicando más tarde este conocimiento a un material policristalino.

5.2 Deformación plástica en monocristales.

Posteriormente al descubrimiento de la difracción por rayos X de cristales metálicos por Von Laue [17] en 1912 y la obtención de que esos metales se formaban principalmente de átomos arreglados en redes geométricas específicas, se han realizado gran cantidad de investigaciones en las relaciones entre estructura atómica y el comportamiento plástico de los metales. Mucho del trabajo fundamental en la deformación plástica de los metales ha sido llevado a cabo con especímenes monocristalinos, con el fin de eliminar los complejos efectos de las fronteras de grano y la resistencia impuesta por los granos vecinos y partículas de segunda fase [17].

5.2.1 Deformación por deslizamiento.

El método usual de la deformación plástica en los metales es por el deslizamiento de los defectos lineales, llamados dislocaciones, a lo largo de planos cristalográficos definidos, denominados *planos de deslizamiento* [17]. La Figura 5.1 ilustra la idea clásica del deslizamiento. En la Figura 5.1a, un esfuerzo cortante es aplicado a un metal cúbico con la superficie superior pulida. El deslizamiento ocurre cuando el esfuerzo cortante excede un valor crítico. Los átomos se mueven a lo largo del plano de deslizamiento, y un paso se produce en la superficie pulida (Figura 5.1b). Cuando se observa la superficie pulida en el microscopio, el paso se muestra como una línea, la cual se denomina *línea de deslizamiento*. Si la superficie es vuelta a pulir, el paso es eliminado y la línea de deslizamiento desaparece (Figura 5.1c).

Debido a la simetría translacional de la red cristalina, la estructura cristalina es perfectamente restablecida después del deslizamiento producido, siempre y cuando la deformación sea uniforme. Cada átomo en la parte deslizada del cristal avanza el mismo número integral de espacios de la red. Las líneas de deslizamiento son causadas por cambios en la elevación de la superficie y la superficie debe ser debidamente preparada, para la observación en microscopio posterior a la deformación.

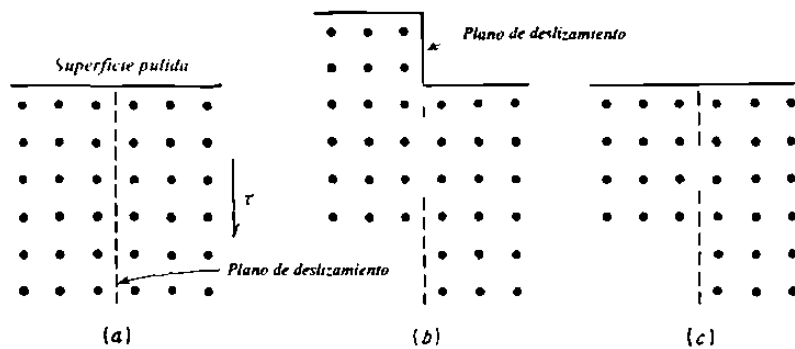


Figura 5.1 Dibujo esquemático de la idea clásica del deslizamiento [17].

El hecho de que un monocristal permanezca siéndolo después de la deformación plástica homogénea impone limitaciones en la forma en la cual la deformación plástica sucede. El deslizamiento se lleva a cabo más prontamente en direcciones específicas en ciertos planos cristalográficos. Generalmente el plano de deslizamiento es el plano de mayor densidad atómica (Tabla 5.1) y la dirección del desplazamiento es la dirección de empaquetamiento dentro del plano de deslizamiento. De los planos de mayor densidad atómica, están también los planos más ampliamente espaciados en la estructura cristalina, la resistencia al desplazamiento es generalmente menor para estos planos, que para cualquier otro juego de planos. El plano de deslizamiento junto con la dirección del desplazamiento establecen el *sistema de deslizamiento* [17].

Tabla 5.1 Densidad atómica de planos de bajo índice [17].

Estructura cristalina	Plano	Densidad atómica (Átomo por unidad de área)	Distancia entre planos
Cúbica centrada en las caras	Octaédrico {111}	$4\sqrt{3} a_0^2$	$a_0\sqrt{3}$
	Cúbico {100}	$2 a^2$	$a/2$
	Dodecaédrico {110}	$2\sqrt{2} a^2$	$a/2\sqrt{2}$
Cúbica centrada en el cuerpo	Dodecaédrico {110}	$2\sqrt{2} a^2$	$a/\sqrt{2}$
	Cúbico {100}	$1 a^2$	$a/2$
	Octaédrico {111}	$1\sqrt{3} a^2$	$a/2\sqrt{3}$
Hexagonal compacta	Basal {0001}	$2\sqrt{3} a^2$	c

En los materiales f.c.c. (cúbica centrada en la cara) hay cuatro conjuntos de planos (111) y tres direcciones de empaquetamiento $\langle 110 \rangle$ en cada plano, que hacen un total de doce sistemas posibles de deslizamiento. Estos sistemas de deslizamiento están bien distribuidos en el espacio; por tanto, es casi imposible deformar un cristal f.c.c. y no tener un plano {111} en una posición favorable para el deslizamiento. La componente crítica del esfuerzo cortante necesaria para el deslizamiento sería baja (Tabla 5.2) y los metales con este tipo de estructura (plata, oro, cobre, aluminio) se deforman fácilmente [16].

Los metales h.c.p. (hexagonales compactos) entre los que se encuentran el cadmio, magnesio, zinc, cobalto y titanio, tienen solo un plano de alta población atómica, el (0001) también conocido como *plano basal* y tres direcciones $11\bar{2}0$ de empaquetamiento compacto en ese plano. Esta estructura no tiene tantos planos de deslizamiento como la red f.c.c. y la componente crítica del esfuerzo cortante es mayor que para los materiales f.c.c. En tanto que el número de sistemas de deslizamiento es limitado, la deformación por maclaje ayuda a colocar más sistemas de deslizamiento en posición adecuada, con lo cual se aproxima su plasticidad a la de la estructura f.c.c. y sobrepasa la de los metales con b.c.c. [16].

Como los metales b.c.c. (cúbicos centrados en el cuerpo) tienen menos átomos por celda unitaria, no poseen un sistema de deslizamiento bien definido, ni tienen un plano realmente compacto. La dirección del desplazamiento es la de empaquetamiento compacto $\langle 111 \rangle$. Las líneas de deslizamiento en los metales b.c.c. son onduladas e irregulares, haciendo a menudo extremadamente difícil la identificación de un plano de deslizamiento. Todos los planos {110}, {112} y {123} se han identificado como de deslizamiento en cristales b.c.c. Los estudios han indicado que cualquier plano que contiene una dirección de empaquetamiento compacto $\langle 111 \rangle$ puede actuar como plano de deslizamiento. En concordancia con la falta de un plano compacto se tiene relativamente un valor grande de la componente crítica del esfuerzo cortante, necesario para el

deslizamiento. Por tanto, los metales b.c.c. como el molibdeno, hierro alfa, tungsteno, no muestran un alto grado de plasticidad [16].

Tabla 5.2 Esfuerzo de corte crítico determinado para diversos metales a temperatura ambiente [16].

Metal	Estructura	Plano de deslizamiento	Dirección de deslizamiento	Componente crítica del esfuerzo cortante (kPa)
Plata	f.c.c.	{111}	110	372.06
Cobre	f.c.c.	{111}	110	489.19
Aluminio	f.c.c.	{111}	110	785.46
Magnesio	h.c.p.	{0001}	1120	440.96
Cobalto	h.c.p.	{0001}	1120	5,614.4
Titanio	h.c.p.	{1010}	1120	13,711.1
Hierro	b.c.c.	{110}	111	27,422.2
Columbio	b.c.c.	{110}	111	33,347.6
Molibdeno	b.c.c.	{110}	111	71,656.0

5.2.2 Deformación por maclaje.

El segundo mecanismo importante, por el cual el metal se deforma es el proceso conocido como *maclaje*. El maclaje resulta cuando una porción del cristal lleva hacia arriba una orientación, que se relaciona con la orientación del resto de la red sin maclaje, en una forma simétrica definida. La porción maclada del cristal es una imagen espejo del cristal principal. El plano de simetría entre las dos porciones es llamado *plano de maclaje* [17].

La Figura 5.2 ilustra la imagen atómica clásica del maclaje. La Figura 5.2a representa una sección perpendicular a la superficie en una red cúbica con un plano paralelo de bajo índice al papel y orientado en un ángulo al plano de pulido. El plano de maclaje es perpendicular al papel. Si un esfuerzo cortante es aplicado, el cristal se juntará sobre el plano de maclaje (Figura 5.2b). La región a la derecha del plano de maclaje es la zona sin deformar. A la izquierda de este plano, los planos de átomos sufren corte de tal manera que la red forma una imagen espejo por el plano de maclaje.

En una red simple tal como esta, cada átomo en la region maclada se mueve por un corte homogéneo a una distancia proporcional a su longitud del plano de maclaje. En la Figura 5.2b los círculos huecos representan átomos que no presentan movimiento, los círculos punteados indican los lugares originales de los átomos en la red, la cual cambia de posición, y los círculos sólidos son las posiciones finales de estos átomos en la región maclada.

El maclaje es visible en la superficie pulida por el cambio en la elevación producida por la deformación y por la diferencia en la orientación cristalográfica entre las regiones deformadas y sin deformar [17].

El maclaje difiere del desplazamiento, en algunos aspectos específicos. En el desplazamiento la orientación del cristal sobre y abajo del plano del deslizamiento, es la misma antes y después de la deformación, mientras que en el maclaje resulta en una diferencia de orientación por el plano de maclaje. El deslizamiento usualmente sucede en múltiplos discretos del espacio atómico, durante el maclaje los movimientos atómicos son mucho menos que una distancia atómica. El deslizamiento resulta principalmente en planos relativamente espaciados, pero en la región maclada de un cristal cada plano atómico es involucrado en la deformación [17].

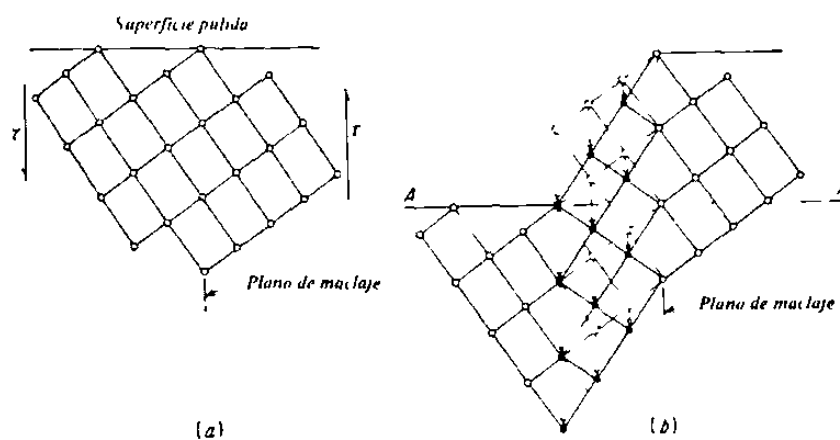


Figura 5.2 Imagen clásica del maclaje [17].

El maclaje puede ser producido por deformación mecánica o como el resultado del temple posterior a la deformación plástica. El primer tipo es conocido como *maclaje mecánico* y el segundo es llamado *maclaje de recocido* [17]. El maclaje mecánico se produce en metales b.c.c. ó h.c.p. bajo condiciones de velocidad alta de carga (carga de choque) y a baja temperatura. Los metales f.c.c. no se deforman por maclaje mecánico, aunque algunas aleaciones oro-plata pueden deformarse fácilmente por este mecanismo a bajas temperaturas. Si el maclaje sucede durante un ensayo de tensión, este produce bordes en la curva esfuerzo-deformación.

El maclaje se lleva a cabo en una aleación definida en un plano cristalográfico específico de cada estructura cristalina. La Tabla 5.3 enlista los planos más comunes de maclaje y sus direcciones. El maclaje no es un mecanismo dominante de deformación, en metales que posean muchos posibles planos de deslizamiento. Mas bien, el maclaje sucede cuando los planos de deslizamiento son restringidos o cuando algunos incrementos del esfuerzo de corte crítico son determinados, así que el esfuerzo de maclaje es mucho menor que el esfuerzo por deslizamiento [17].

Las deformaciones de la red necesarias para producir el maclaje de un cristal son mínimas, de tal forma que la cantidad de deformación acumulada, que se produce por este mecanismo es pequeña. El papel importante del maclaje en la deformación plástica, es el hecho de que la orientación cambia, resultado de que el maclaje puede dar lugar a nuevos sistemas de deslizamiento en una orientación favorable con respecto al eje del esfuerzo, además de que puede dar lugar a desplazamientos adicionales [17]. De esta manera el maclaje es importante en la deformación global de metales con un bajo número de sistemas de deslizamiento, tales como los metales h.c.p. Sin embargo, queda implícito que una fracción pequeña del total del volumen de un cristal es reorientada por maclaje, y por consiguiente, los metales h.c.p. poseen menor ductilidad que los metales con un gran número de sistemas de deslizamiento.

Tabla 5.3 Planos y direcciones de maclaje [17].

Estructura cristalina	Ejemplos típicos	Plano de maclaje	Dirección de maclaje
b c c	Hierro α , Ta	(112)	[111]
h c p.	Zn, Cd, Mg, Ti	(1012)	[1011]
f.c.c	Ag, Au, Cu	(111)	[112]

5.3 Deformación plástica en materiales policristalinos.

En la sección anterior se describió la deformación plástica en monocristales, sin embargo, el material comercial está siempre formado de granos policristalinos cuyos ejes cristalinos se orientan al azar. Cuando un material policristalino está sujeto a esfuerzo, el deslizamiento empieza primero en aquellos granos en que el sistema de deslizamiento se halla más favorablemente situado con respecto al esfuerzo aplicado [16].

Como se debe mantener un contacto en las fronteras de grano, podría necesitarse la acción de más de un sistema de deslizamiento. La rotación hacia el eje de la tensión coloca a otros granos, al principio menos favorablemente orientados, en una posición donde ahora se puedan deformar. Conforme avanza la deformación y la rotación cada grano tiende a alargarse en la dirección de flujo. Después de cierta cantidad de deformación, la mayoría de los granos tendrán un plano cristalino en particular en la dirección de deformación. El material muestra ahora una *orientación preferente*, lo que resultará en propiedades un poco distintas, dependiendo de la dirección de medición [16].

Un material de grano fino en el que los granos están orientados al azar poseerá propiedades idénticas en todas direcciones, pero un metal con orientación de granos preferente tendrá propiedades direccionales.

No todo el trabajo hecho en la deformación se disipa en forma de calor; más bien, parte de él es almacenado en el cristal como un incremento en energía interna. Como los ejes de granos adyacentes en el cristal están orientados al azar, los planos de

deslizamiento y los de maclaje deben de cambiar de dirección de grano en grano. Esto significa que se realiza más trabajo en las fronteras de grano y que existirá más energía interna en esos puntos.

Cuando un cristal se deforma, hay alguna distorsión de la estructura reticular. La deformación es mayor sobre los planos de deslizamiento y fronteras de grano y aumenta a mayor deformación. Esto se manifiesta con un incremento en resistencia para una deformación posterior. El material sufre endurecimiento por deformación o endurecimiento por trabajo. Uno de los aspectos notorios de la deformación plástica es que el esfuerzo necesario para iniciar el deslizamiento es menor que el requerido para continuar la deformación en planos subsecuentes. Independientemente de la deformación de la estructura reticular, el apilamiento de dislocaciones contra obstáculos (como fronteras de grano y átomos extraños) y la trabazón de dislocaciones en los planos de deslizamiento que se cortan incrementan la resistencia a ulterior deformación.

En realidad, los cristales suelen contener redes complejas de líneas de dislocación interconectadas, al igual que otros defectos e impurezas en la red cristalina. Cuando las dislocaciones se empiezan a mover, sus extremos permanecen ligados a otras partes de la red o a otros defectos. Debido a que los extremos están anclados, los planos de deslizamiento activos nunca pueden librarse de sus dislocaciones de deslizamiento; de hecho, las dislocaciones en el plano se multiplican cuando el plano se desliza. Como la facilidad con que una dislocación se mueve de un lado a otro del plano de deslizamiento es indicación de la ductilidad del material, sugiere que los materiales pueden hacerse más duros si se colocan varios obstáculos en el camino de las dislocaciones. Como las dislocaciones se apilan en las fronteras de grano, los metales pueden, de alguna manera, ser endurecidos, reduciendo el tamaño de los granos.

Una aleación introduce átomos extraños que distorsionan el cristal localmente, alrededor de aquellos, y estas distorsiones locales ofrecen resistencia al movimiento de una dislocación cercana. En el endurecimiento producido por varios procesos de trabajo plástico, como martilleo o laminado, los obstáculos son paradójicamente las propias

dislocaciones. Cuando el número de dislocaciones en el metal trabajado llega a ser suficientemente grande, aquellas que se mueven a lo largo de los planos de deslizamiento que se cortan obstruyen a otras su movimiento, un efecto fácilmente apreciable por quien ha quedado atrapado en un cruce de tráfico denso.

Es importante recordar que siempre que haya distorsión de la estructura reticular, ya sea resultado de deformación plástica, tratamiento térmico o aleación, habrá un incremento en la resistencia y dureza del material [16].

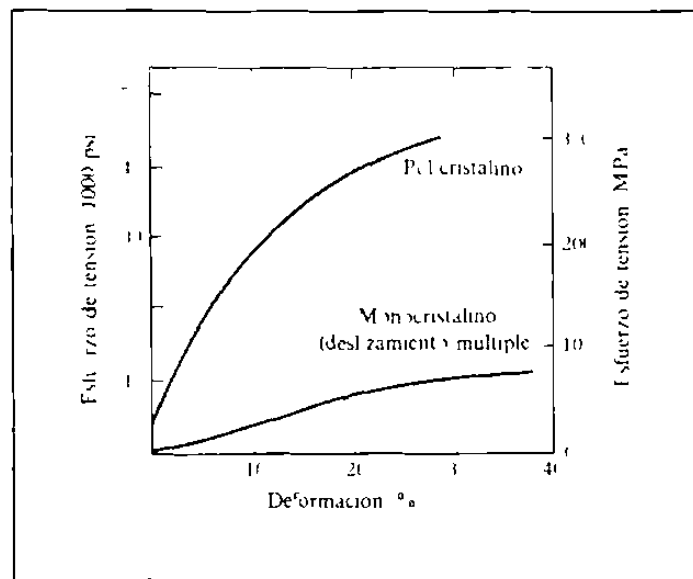


Figura 5.3 Curvas esfuerzo-deformación para cobre monocristalino y policristalino [1].

Los bordes de grano fortalecen a los metales y aleaciones al actuar como barreras contra el movimiento de dislocaciones, excepto a altas temperaturas, donde pasan a ser zonas de debilidad. Para la mayoría de las aplicaciones donde la resistencia es importante, se hace deseable un tamaño de grano fino. La Figura 5.3 compara las curvas esfuerzo deformación para cobre monocristalino y policristalino sin alear a temperatura ambiente. Para todos los esfuerzos, el cobre policristalino es más resistente que el cobre monocristalino [1].

La respuesta plástica de materiales cristalinos es en general anisotrópica y heterogénea, lo cual lleva al desarrollo de texturas de deformación y microestructuras

intergranulares. Pudiendo ser esto la causa de localización o pérdida de ductilidad. Siendo esto importante para el mejor entendimiento de cómo un esfuerzo o deformación aplicado macroscópicamente es acomodado en el nivel local de un grano interactuando con sus vecinos inmediatos [2].

Los granos sencillos son principalmente utilizados para analizar los mecanismos de deformación y los bicristales permiten también el estudio de los efectos de incompatibilidad en los límites de grano, pero para un mejor entendimiento del comportamiento policristalino, esta aproximación es limitada por el hecho de que las condiciones frontera en un volumen macroscópico de un solo cristal puede diferir considerablemente de aquellos impuestos en un grano policristalino. En particular, los efectos de la estructura macroscópica puede aumentar el flujo no uniforme en un solo cristal y bicristales, y por lo tanto el fenómeno de la localización [18].

5.4 Fronteras de grano y deformación.

Las fronteras entre granos en un agregado policristalino son una región de red distorsionada de sólo unos pocos átomos de ancho. En el caso general, la orientación cristalográfica cambia abruptamente al pasar de un grano a otro al deslizarse por la frontera de grano [17].

Cuando un monocristal es deformado en tensión, es usualmente libre de deformarse en un solo sistema de deslizamiento para una buena parte de la deformación y de cambiar su orientación por rotación de la red conforme la extensión tiene lugar. Sin embargo, granos individuales en un espécimen policristalino no están sujetos a un sistema de esfuerzo uniaxial único, cuando el espécimen es deformado en tensión. En un policristal, la continuidad debe ser mantenida, de tal forma que las fronteras entre los cristales deformados permanezcan intactos. Si bien cada grano trata de deformarse homogéneamente en conformidad con la deformación del espécimen como un todo, las restricciones impuestas por la continuidad causan considerables diferencia en la deformación entre granos vecinos y dentro de cada grano.

Estudios [17] de la deformación en granos gruesos de aluminio mostraron que la deformación en las vecindades de una frontera de grano usualmente difiere marcadamente de la deformación en el centro del grano. Si bien la deformación es continua a lo largo de las fronteras, habrá un gradiente de deformación en esta región. Conforme el tamaño de grano disminuye y la deformación se incrementa, la deformación se vuelve más homogénea. Debido a las restricciones impuestas por las fronteras de grano el deslizamiento se presenta en varios sistemas, aun a bajas deformaciones. Además, eso provoca que el deslizamiento se presente en planos no compactos en regiones cercanas a las fronteras de grano. El deslizamiento en aluminio policristalino se ha observado en los planos $\{100\}$, $\{110\}$ y $\{113\}$. El hecho de que diferentes sistemas de deslizamiento puedan operar en regiones adyacentes del mismo grano resulta en complejas rotaciones de la red los cuales generan en la formación de bandas de deformación. Debido a que mas sistemas de deslizamiento son usualmente operativos cerca de las fronteras de grano, la dureza usualmente será mayor cerca de la frontera que en el centro del grano. Conforme el diámetro del grano es reducido mas de los efectos de la frontera de grano se experimentaran en el centro del grano. De esta forma, el endurecimiento por deformación de un metal de grano fino será mayor que en un agregado policristalino de grano grueso [17].

Von Mises [17] mostró que para que un cristal presente un cambio general de forma por deslizamiento requiere la operación de cinco sistemas de deslizamiento independientes. Esto resulta del hecho de que una deformación arbitraria es especificada por los seis componentes del tensor de deformación, pero debido al requerimiento de volumen constante ($\Delta V = 0 = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}$) hay sólo cinco componentes independientes de deformación. Los cristales que no poseen cinco sistemas independientes de deslizamiento no serán nunca dúctiles en forma policristalina, si bien una pequeña elongación plástica puede ser obtenida si hay maclaje o una orientación preferencial favorable. Los metales cubicos fácilmente satisfacen este requerimiento, lo cual cuenta para su elevada ductilidad general, La estructura hexagonal compacta y otros metales de baja simetría no satisfacen este requerimiento y presentan bajas ductilidades a temperatura ambiente en forma policristalina. El Zn y Mg policristalinos se vuelven

dúctiles a elevada temperatura en las cuales el deslizamiento no basal se vuelve operativo e incrementa el número de sistemas de deslizamiento al menos en cinco.

La inquietud de la continuidad, que llevó modos de deformación más complejas en policristales que para monocristales, condujo a Ashby [17] a sugerir un modelo de dislocaciones para deformación policristalina (Figura 5.4). En el modelo de Ashby, el policristal es deformado desensamblándolo en granos constitutivos y permitiendo que cada uno se deslice de acuerdo a la ley de Schmid (Figura 5.4*b*). Este proceso genera dislocaciones almacenadas estadísticamente. Sin embargo, esto genera traslapes y huecos entre los granos. Ahora, cada discrepancia es tomada y corregida por la introducción de dislocaciones geométricamente necesarias (Figura 5.4*c*) hasta que los granos se vuelven a ajustar. El cristal reensamblado se observa en la Figura 5.4*d* [17].

El *deslizamiento de las fronteras de grano* se hace más prominente cuando se incrementa la temperatura y se disminuye la velocidad de deformación, como en la termofluencia. La restricción de la deformación a la región de la frontera de grano es una de las fuentes primarias para la fractura a elevada temperatura. Debido a que las impurezas tienden a segregarse en las fronteras de grano, la fractura intergranular es fuertemente influenciada por la composición química [17].

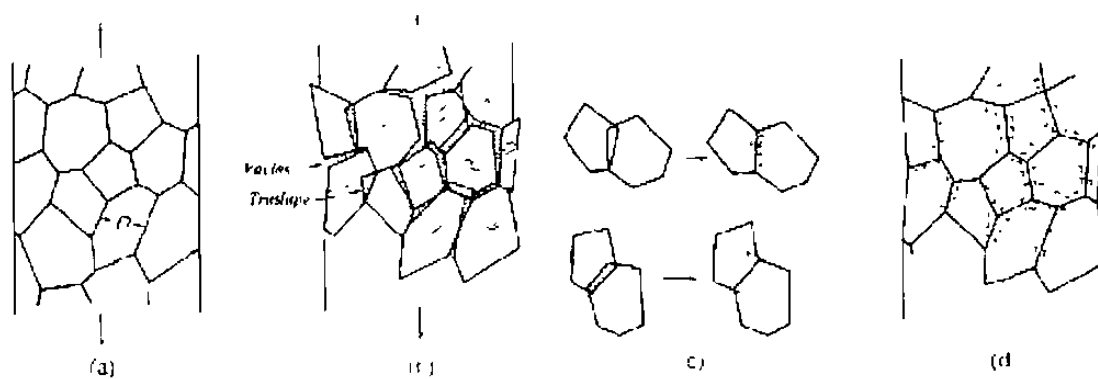


Figura 5.4 Modelo Ashby para deformación de un policristal. (a) El policristal se deforma de una manera macroscópica uniforme, produciendo traslapes, y vacíos en las fronteras (b). Esto puede ser modificado por la introducción de dislocaciones geométricamente necesarias en (c) y (d). Las dislocaciones estáticas no son mostradas [17].

5.5 Endurecimiento por deformación.

La deformación plástica cambia la estructura interna del material, así que es de esperarse que también cambien sus propiedades. Al deformar, el movimiento de las dislocaciones a lo largo de los planos de deslizamiento y la distorsión de los planos producida por las constricciones adyacentes, modifican la regularidad del patrón cristalino inicialmente presente. Es por esto que con más dificultad ocurre un mayor deslizamiento y la dureza del metal se ve incrementada.

El incremento en dureza que resulta de la deformación plástica se llama *endurecimiento por deformación*. Este incremento de dureza es acompañado de un incremento en la resistencia a la tensión y en la resistencia a la cedencia. Por otro lado, el endurecimiento por deformación reduce la ductilidad de los metales [29].

5.6 Estimación de la deformación equivalente en granos.

Las consideraciones geométricas indican que la deformación de un agregado cristalino se deben a dos factores, al cambio en la forma de grano individual y al movimiento relativo de cada grano como un conjunto anterior de sus vecinos [19].

Rachinger [19] originalmente propuso el método de medición de la deformación de los granos interiores del cambio significativo de la forma del grano, para una aleación de aluminio [19]. El midió el alto (H) de los granos paralelos al eje del esfuerzo y el ancho (W) perpendicular promedio del método de intercepción-lineal y mostró que suponiendo granos equiaxiales (por ejemplo, $H = W$, donde H y W son el alto y el ancho significativo, respectivamente). entonces la deformación convencional (e) de los granos es [20]:

$$e = \frac{H}{W} - 1 \quad (5.1)$$

5.5 Endurecimiento por deformación.

La deformación plástica cambia la estructura interna del material, así que es de esperarse que también cambien sus propiedades. Al deformar, el movimiento de las dislocaciones a lo largo de los planos de deslizamiento y la distorsión de los planos producida por las constricciones adyacentes, modifican la regularidad del patrón cristalino inicialmente presente. Es por esto que con más dificultad ocurre un mayor deslizamiento y la dureza del metal se ve incrementada.

El incremento en dureza que resulta de la deformación plástica se llama *endurecimiento por deformación*. Este incremento de dureza es acompañado de un incremento en la resistencia a la tensión y en la resistencia a la cedencia. Por otro lado, el endurecimiento por deformación reduce la ductilidad de los metales [29].

5.6 Estimación de la deformación equivalente en granos.

Las consideraciones geométricas indican que la deformación de un agregado cristalino se deben a dos factores, al cambio en la forma de grano individual y al movimiento relativo de cada grano como un conjunto anterior de sus vecinos [19].

Rachinger [19] originalmente propuso el método de medición de la deformación de los granos interiores del cambio significativo de la forma del grano, para una aleación de aluminio [19]. El midió el alto (H) de los granos paralelos al eje del esfuerzo y el ancho (W) perpendicular promedio del método de intercepción-lineal y mostró que suponiendo granos equiaxiales (por ejemplo, $H = W$, donde H y W son el alto y el ancho significativo, respectivamente), entonces la deformación convencional (e) de los granos es [20]:

$$e = \left(\frac{H}{W} \right)^3 - 1 \quad (5.1)$$

Posteriormente, Hensler y Gifkins [21], modificaron esta técnica durante un trabajo en aleaciones de magnesio comerciales donde el método lineal-transversal, no podía ser aplicado debido a la gran variedad de tamaño de grano de sus probetas. El método adoptado fue fotografiar áreas ejemplo en el preparado, probetas seccionadas, y medir granos individuales. Fue conveniente el considerar cada grano, para así medir su máxima longitud y ancho de cada uno, y para derivar una medida individual H/W de cada uno [21]. El valor promedio de H/W fue entonces determinado por métodos estáticos normales y, así, e fue evaluada como sigue [20]:

$$e = \frac{H}{W} - 1 \quad (5.2)$$

Ghomashchi [20], utilizó los principios de las técnicas anteriores para obtener la distribución de la deformación de los granos en un espécimen forjado. Además, Colás [22], también se basó en dichas técnicas para el análisis visioplástico del proceso de trabajado de metales.

5.7 Plasticidad.

La teoría de la plasticidad describe los mecanismos de la deformación en sólidos deformados plásticamente, y como se aplica en metales y aleaciones, ésta se basa en estudios experimentales de las relaciones esfuerzo-deformación bajo simples condiciones de carga. La teoría descrita aquí, supone al cuerpo plástico ideal, en el cual el efecto Bauschinger y efectos de tamaño son despreciados. Esta teoría es válida únicamente a temperaturas en las cuales la recuperación, la termofluencia y el fenómeno térmico pueden ser omitidos [23].

5.7.1 Esfuerzo, deformación y velocidad de deformación.

Las cantidades básicas que se pueden utilizar para describir los mecanismos de deformación cuando un cuerpo es sometido a ésta de una proporción a otra bajo una carga externa, son el esfuerzo, la deformación y la velocidad de deformación.

Considerando el ensayo de tensión uniaxial de una probeta circular de longitud inicial l y sección transversal de área A , el espécimen es estirado en la dirección axial por la fuerza P a una longitud l y a una área de la sección transversal A en un tiempo t , como se muestra en la Figura 5.5. La respuesta del material es conocida como curva carga-desplazamiento y posteriormente se convierte en la curva esfuerzo-deformación como se muestra en la Figura 5.5. La deformación se supone homogénea hasta que comienza el encuellamiento.

Existe dos modos para describir la deformación de un medio continuo. Lagrange y Euler. la descripción de Lagrange emplea las coordenadas X_i de una partícula típica en el estado de referencia (o sin deformar) como variables independientes, mientras que la descripción de Euler, las variables independientes son las coordenadas x de un punto del material en el estado deformado. Cuando la deformación es infinitesimal, donde los productos de las derivadas del desplazamiento pueden ser omitidas, no se necesita hacer distinción entre las dos [23]

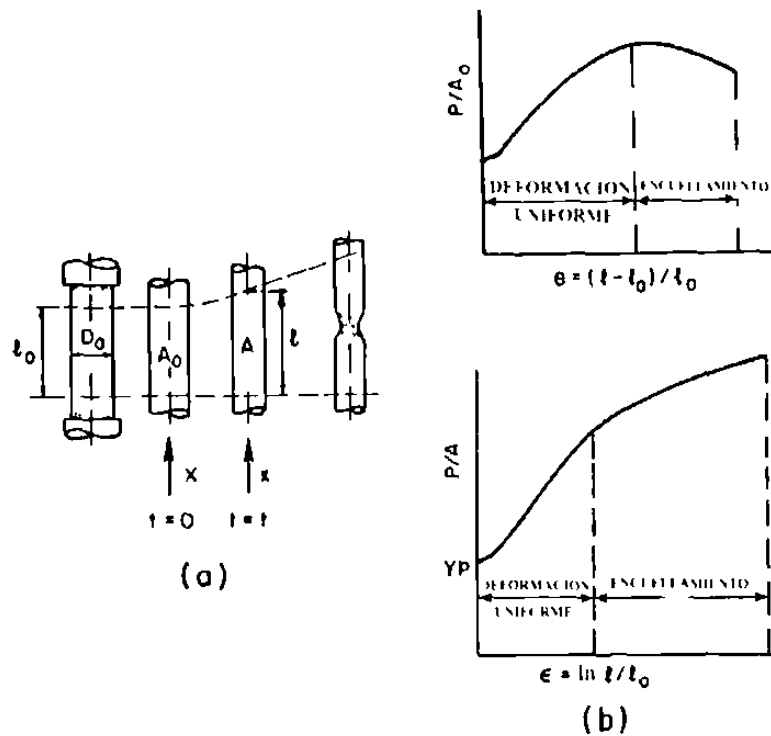


Figura 5.5 Tensión uniaxial. (a) espécimen a tensión y (b) curvas esfuerzo-deformación [23].

En la teoría de la deformación infinitesimal, los esfuerzos y las velocidades de deformación (o deformación infinitesimales) son expresadas con respecto a un sistema coordinado fijo en la porción del material en un tiempo bajo consideración.

En la tensión uniaxial esto está definido por [23],

$$\begin{aligned} \text{esfuerzo } \sigma &= \frac{P}{A} \\ \text{velocidad de deformación } \dot{\varepsilon} &= \frac{\dot{l}}{l} \\ \text{deformación infinitesimal } d\varepsilon &= \frac{dl}{l} \end{aligned} \quad (5.3)$$

donde el punto expresa la derivación del tiempo. El esfuerzo definido en la ecuación 5.3 es llamado esfuerzo real o esfuerzo Cauchy. La cantidad total de la deformación es medida por la integración infinitesimal de la deformación, como [23]

$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \ln \left(\frac{l}{l_0} \right) \quad (5.4)$$

y es llamado deformación logarítmica o natural.

En la relación de Lagrange de deformación finita, las medidas de esfuerzo, deformación y velocidad de deformación son expresadas como sigue.

$$x = \chi(X, t) \quad (5.5)$$

donde X es una posición de referencia de una partícula y t es el tiempo. En tensión uniaxial permite que X se dirija a lo largo del eje longitudinal de la probeta, así

$$x = X + \frac{l - l_0}{l_0} X \quad (5.6)$$

La extensión es definida como el gradiente relativo del desplazamiento para la posición de referencia y es expresada por

$$\frac{\partial(x - X)}{\partial X} = \frac{l - l_0}{l_0} = e \quad (5.7)$$

esto es conocido como la deformación ingenieril.

El componente de la deformación Lagrange E_{11} es definido por

$$E_{11} = \frac{1}{2} \frac{\partial x}{\partial X} \frac{\partial x}{\partial X} - 1 = \frac{1}{2} [(1+e) - 1] - e + \frac{1}{2} e^2 \quad (5.8)$$

Los componentes de la velocidad de deformación son derivados del tiempo de los componentes de deformación dado por las ecuaciones 5.7 y 5.8. Estos son:

$$\dot{e} = \frac{\dot{l}}{l}$$

y

$$E_{11} = \frac{\partial x}{\partial X} \frac{\partial \dot{x}}{\partial X} = (1+e)\dot{e} \quad (5.9)$$

ya que

$$\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}$$

5.7.2 Criterio de cedencia.

Un criterio de cedencia es una norma para definir el límite de elasticidad bajo cualquier posible combinación de esfuerzos. Esto es expresado por,

$$f(\sigma) = C(\text{constante}) \quad (5.10)$$

donde, la función de esfuerzo $f(\sigma)$ es llamada función de cedencia.

Para materiales isotrópicos, la cedencia plástica depende únicamente de la magnitud de tres esfuerzos principales y no de sus direcciones. Así cualquier criterio de cedencia es expresado de la forma,

$$f(I_1, I_2, I_3) = C \quad (5.11)$$

Del hecho experimental, de que la cedencia del material es, para una primera aproximación, inafectada por una moderada presión hidrostática o tensión, esto nos lleva

a que la cedencia depende unicamente de los principales componentes $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ del tensor de esfuerzos deviatorico

$$\sigma' = \sigma - \delta_m \sigma \quad (5.12)$$

donde, $\delta_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ es el componente hidrostático del esfuerzo y δ_i es la delta de Kronecker. Los componentes principales del tensor deviatorico de esfuerzos no son independientes, así $\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3' = 0$ exactamente cero.

El criterio de cedencia se reduce a la forma,

$$f(J_2, J_3) = C \quad (5.13)$$

donde,

$$J_2 = -(\sigma_1' \sigma_2' + \sigma_2' \sigma_3' + \sigma_3' \sigma_1')$$

$$J_3 = \sigma_1' \sigma_2' \sigma_3'$$

Existen dos criterios que han sido utilizados extensivamente en el análisis de la deformación en metales. El criterio de Tresca [10] (criterio de esfuerzo cortante) dado en 1864.

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \text{Constante} \quad (5.14)$$

para $\sigma_1 > \sigma_2 \geq \sigma_3$.

El otro criterio fue propuesto por Heuber (1904), por Von Mises (1913) y por J. C. Maxwell (1856). Es tradicionalmente llamado criterio de Von Mises o criterio de energia de distorsión [23]. este expresa que la cedencia ocurre cuando J_2 alcance un valor critico, o en otras palabras, que la funcion de cedencia de la ecuación 5.13 no involucre a J_3 . Este puede ser escrito en diferentes formas

$$J_2 = \frac{1}{2}(\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2) - \frac{1}{2}(\sigma_1' \sigma_2' + \sigma_2' \sigma_3' + \sigma_3' \sigma_1') = k^2 \quad (5.15)$$

o

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6k^2 \quad (5.16)$$

ó

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 6k^2 \quad (5.17)$$

donde k es un parametro que regula la escala de esfuerzos y depende de las propiedades del material [23].

5.7.3 Relaciones plásticas de esfuerzo-deformación.

Existen dos categorías generales de relaciones plásticas de esfuerzo-deformación. La teoría incremental o de flujo que relaciona los esfuerzos para los incrementos de la deformación plástica y la teoría de deformación o de deformación total que relaciona los esfuerzos a la deformación plástica total. La teoría de deformación simplifica la solución de los problemas de plasticidad, pero las deformaciones plásticas en general, no pueden ser consideradas independientes de la historia de la carga. A continuación se describirán estas dos teorías [17].

Ecuaciones Levy-Mises (Sólido plástico ideal) [17].

Las relaciones entre esfuerzo y deformación de un sólido plástico ideal, donde las deformaciones elásticas son despreciadas, son llamadas reglas de flujo o las ecuaciones Levy-Mises. Si se considera la cedencia bajo tensión uniaxial, entonces $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, y $\sigma_m = \sigma_1/3$. Ya que únicamente el esfuerzo deviatorico causa cedencia

$$\sigma_1' = \sigma_1 - \sigma_m = \frac{2\sigma_1}{3}; \sigma_2' = \sigma_2 - \sigma_m = -\frac{\sigma_1}{3} \quad (5.18)$$

del cual se obtiene

$$\sigma_1' = 2\sigma_2' = -2\sigma_3' \quad (5.19)$$

De la condición de volumen constante en la deformación plástica

$$d\varepsilon_1 - 2d\varepsilon_2 = -2d\varepsilon_3 \quad (5.20)$$

de manera que

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon} = -2 = \frac{\sigma_1'}{\sigma_1} \quad (5.21)$$

Esta puede ser la ecuación Levy-Mises generalizada

$$\frac{d\varepsilon}{\sigma} = \frac{d\varepsilon_p}{\sigma_p} = \frac{d\varepsilon_p}{\sigma_p} = d\lambda \quad (5.22)$$

Estas ecuaciones expresan el hecho que en cualquier instante de deformación, la razón de incrementos de la deformación plástica es constante para los esfuerzos activos deviatoricos.

Ecuaciones Prandtl-Reuss (Sólido elástico-plástico) [17].

Las ecuaciones Levy-Mises pueden ser únicamente aplicadas a problemas para grandes deformaciones plásticas, porque ésta desprecia las deformaciones elásticas. Para tratar problema más difíciles en la región elástica-plástica, es necesario considerar ambos componentes de la deformación. Estas ecuaciones fueron propuestas por Prandtl (1925) y Reuss (1930).

El incremento total de la deformación es la suma del aumento de la deformación elástica $d\varepsilon^e$ y del incremento de la deformación plástica $d\varepsilon^p$.

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (5.23)$$

y el incremento de la deformación elástica esta dado por,

$$d\varepsilon^e = d\varepsilon^e = \frac{d\varepsilon_{kk}}{3} \delta + \frac{d\varepsilon_{kk}}{3} - \frac{1+\nu}{E} d\sigma - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta$$

ó

$$d\varepsilon^e = \frac{1+\nu}{E} d\sigma - \frac{1}{E} \frac{2\nu}{3} d\sigma_{kk} \delta \quad (5.24)$$

El incremento de la deformación plástica esta dado por las ecuaciones Levy-Mises, las cuales pueden ser escritas como

$$d\varepsilon^p = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_p}{\sigma_p} \sigma_p \quad (5.25)$$

Así, las relaciones esfuerzo-deformación de un sólido elástico-plástico son dadas por

$$d\varepsilon = \frac{1+\nu}{E} d\sigma - \frac{1}{E} \frac{2\nu}{3} d\sigma_{kk} \delta + \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_p}{\sigma_p} \sigma_p \quad (5.26)$$

Las ecuaciones Levy-Mises y Prandtl-Reuss proveen relaciones entre los incrementos de la deformación plástica y el esfuerzo. El problema básico es calcular el siguiente incremento de la deformación plástica de un estado dado de esfuerzos cuando las cargas son aumentadas. Si todos los incrementos de deformación son conocidos, entonces la deformación plástica total es simplemente determinada por la sumatoria. Aunque la naturaleza incremental de las soluciones para plasticidad en el pasado, ha resultado en mucho trabajo y aplicación poco frecuente de técnicas disponibles, el extenso uso correcto de las computadoras digitales y el análisis de elemento finito pueden hacer el análisis de plasticidad de problemas ingenieriles más frecuente [17].

5.7.4 Viscoplasticidad.

La teoría matemática de la plasticidad describe adecuadamente el aspecto independiente del tiempo en el comportamiento de los materiales, pero no es adecuada para el análisis del comportamiento dependiente del tiempo. Una aproximación para alcanzar una formulación satisfactoria tiempo-dependiente ha sido generalizar la plasticidad para casos sin el intervalo velocidad de deformación-sensitividad. Una generalización ha sido proporcionada por la teoría de la viscoplasticidad. La historia de esta teoría comienza cerca de 1922. Desde entonces, generalizaciones de versiones anteriores han sido obtenidas y varias formas de la teoría de la viscoplasticidad han sido dadas (Perzyna y Cristescu). En esta sección, se describe una aproximación para la construcción de ecuaciones para materiales rígidos viscoplásticos [23].

Estas están basadas en el trabajo de Perzyna [23]. Se considera un material rígido viscoplástico y aplicando la teoría infinitesimal a cada incremento de deformación. Perzyna introduce una función $F(\sigma)$, tal que

$$F(\sigma) = \left(\frac{1}{2} \right) \left\{ \sigma \sigma \right\} - k \quad (5.27)$$

donde k es el esfuerzo de cedencia estatico de corte. Considerando $F(\sigma)$, como la función similar para el potencial plástico en la teoria de la plasticidad, la ecuación constitutiva es expresada como,

$$\dot{\varepsilon} = \gamma'' \phi(F) \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (5.28)$$

donde γ'' es una constante de viscosidad del material, y $\phi(F)$ es una función de F , tal que

$$\phi(F) = \begin{cases} 0 & \text{para } F \leq 0 \\ \phi(F), & \text{para } F > 0 \end{cases}$$

Entonces

$$\dot{\varepsilon} = \gamma' \left\langle \phi \left(\frac{\delta}{Y} - 1 \right) \right\rangle \frac{\sigma}{\sigma} \quad (5.29)$$

donde, $\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ \sigma \sigma \right\}^{1/2}$, así que σ es igual a el esfuerzo de cedencia en tensión uniaxial, $Y = 3k$ es el esfuerzo de cedencia estático en tensión.

Elevando ambos lados de la ecuación 5.29,

$$\dot{\varepsilon} \dot{\varepsilon} = \gamma'^2 \left(\left\langle \phi \left(\frac{\delta}{Y} - 1 \right) \right\rangle \right)^2 \frac{\sigma}{\sigma}$$

y usando $\dot{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \dot{\varepsilon} \dot{\varepsilon} \right\}^{1/2}$, se obtiene

$$\dot{\varepsilon} = \frac{2}{3} \gamma' \left\langle \phi \left(\frac{\delta}{Y} - 1 \right) \right\rangle \quad (5.30)$$

De las ecuaciones 5.29 y 5.30, la ecuación constitutiva se vuelve

$$\dot{\varepsilon} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}}{\sigma} \sigma \quad (5.31)$$

con $\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ \sigma \sigma \right\}^{1/2}$ y $\dot{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \dot{\varepsilon} \dot{\varepsilon} \right\}^{1/2}$.

La ecuación 5.31 es idéntica a la ecuación Levy-Mises. El esfuerzo real σ en la ecuación 5.31, sin embargo, depende de la velocidad de deformación sujeta a la función ϕ , la cual es determinada por las propiedades del material bajo consideración. Si se escoge la función $\phi = ((\sigma/Y) - 1)^m$, entonces

$$\sigma = Y \left[1 + \dot{\epsilon} \gamma \right]^m \quad (5.32)$$

de la ecuación 5.31. La ecuación 5.32 está relacionada con la ley de velocidad-dependencia y el exponente m es el índice de sensibilidad deformación-velocidad.

5.8 Simulación por elemento finito del comportamiento plástico.

El uso del elemento finito en la plasticidad cristalina ha ido en aumento con el crecimiento del poder computacional del promedio de estaciones de trabajo. Anteriormente, los modelos de plasticidad cristalina no se dirigían hacia la interacción entre granos y esta era tomada como un promedio. Los modelos de Taylor utilizan argumentos basados en la forma del grano y en sus esquemas consistentes colocando el grano en interacción con un continuo, el equivalente a un medio homogéneo. Esta aproximación es justificada ya que la propuesta de estos modelos es la predicción de propiedades macroscópicas tales como la textura de la deformación y la respuesta mecánica global [2].

En un inicio Ohashi y Havlicek et. al. emplearon las técnicas de elemento finito para evaluar el estado de esfuerzos y deformación en bi y tricristales [2].

Meric y colaboradores en 1994 [18] emplearon el MEF en un modelo basado en la teoría del desplazamiento para el comportamiento cíclico de bicristales de cobre. Este modelo se aplicó en dos bicristales sujetos a ensayos tensión-compresión uniaxial, para predecir la distribución espacial del esfuerzo y deformación y la correspondiente

actividad de los sistemas de deslizamiento favorables, obteniendo buena representación del comportamiento de un bicristal de cobre.

Becker y Panchanadeeswaran en 1995 [24] compararon las predicciones de las simulaciones detalladas de deformación en policristal con la experimentación. La simulación modela una pequeña región de una muestra de un aluminio comercialmente puro en condición de vaciado con un contenido aproximado de 0.08% Si y 0.15% Fe con granos equiaxiales de un tamaño promedio de 300 μm examinada experimentalmente por Panchanadeeswaran et. al., la pieza fue caracterizada cuidadosamente antes y después de pruebas de compresión en deformación plana. La forma inicial y la orientación de la red de los granos en una de las caras del dado fueron utilizadas en el modelo. Las mediciones de deformación en esta región fueron empleadas en la simulación. Los resultados de este estudio fueron útiles en la evaluación de la importancia relativa del cumplimiento de la compatibilidad y las restricciones de equilibrio en modelos policristalinos y en la comprensión de cómo la interacción de granos afecta la evolución de la textura.

Delaire y colaboradores en el 2000 [2], presentaron un artículo en cual intentaron calcular mediante técnicas de EF los campos completos de esfuerzo y deformación en agregados con un número pequeño de granos y aplicar la simulación numérica al caso de un multicristal de cobre. La originalidad de la aproximación presentada, fue desarrollar la simulación de un agregado hecho de una sola capa de granos y la realización de la fase experimental en la misma muestra. Aun más, la modelación utiliza el marco de trabajo de grandes deformaciones y considera la reorientación del material cristalino paso a paso con una regla de endurecimiento físicamente motivada basada en la evolución de la densidad de dislocaciones, de tal forma que la matriz de endurecimiento no es constante pero es recalculada y actualizada en cada paso.