

Otro punto relevante son los transformadores utilizados en una red eléctrica industrial, ya que estos además de contribuir a mantener el voltaje en el lado de baja tensión cuando su impedancia es baja, evitan que las depresiones de voltaje producidas por grandes bloques de cargas se propaguen a un nivel de voltaje más alto.

El método utilizado para la evaluación de las depresiones de voltaje debido al arranque de motores de inducción de gran capacidad es simple y sólo requiere las características dinámicas de los motores durante el arranque. El modelo utilizado en este trabajo para representar el comportamiento transitorio del motor fue corroborado al comparar los resultados con los que se obtuvieron al utilizar el modelo presentado en el toolbox de MATLAB ®/ Simulink y el modelo equivalente propuesto por Krause [19], encontrando comportamientos muy similares.

También se encontró que la constante de inercia de las máquinas es un parámetro muy importante dentro del comportamiento del motor de inducción y consecuentemente en el del voltaje, debido a que cuando se cuenta con una máquina cuya constante de inercia es grande la duración de la depresión producida durante el arranque de ésta será mayor. Esto sugiere la necesidad de obtener estas constantes de los fabricantes de equipos si se desea realizar una evaluación más precisa del problema.

Además la relación X/R en la máquina es otro factor importante, debido a que se incrementa el torque durante el arranque e inherentemente se amortiguan considerablemente las oscilaciones durante el arranque cuando esta relación es grande.

Se observó cómo una disminución en la magnitud del voltaje en terminales de un motor de inducción puede prolongar severamente el tiempo que tome éste en acelerarse, requiriendo así un tiempo excesivamente grande durante el proceso de aceleración, lo cual no es conveniente debido a las altas pérdidas asociadas. Esta observación es muy importante por el impacto que el incremento en los tiempos de aceleración puede tener en los procesos industriales.

Los resultados derivados de las simulaciones presentadas en el presente trabajo proporcionan información clave que permite comprender mejor el impacto de las cargas de gran tamaño y precisar las acciones correctivas necesarias.

Por último se revisan algunos de los esquemas utilizados por las compañías eléctricas de E. U. encontrando que el costo de muchas de estas soluciones puede superar el beneficio, por lo que se deben considerar otras alternativas, tales como:

- Cambiar la capacidad de corto circuito del alimentador.
- Elevar el nivel de voltaje que se maneje.
- Aumentar la ampacidad de los cables utilizados para alimentar la carga considerando las altas corrientes de corta duración producidas durante la conexión de cargas de gran tamaño.
- Modificando el esquema utilizado por las redes eléctricas de carácter radial, etc.

7.3 Aportaciones

En este trabajo se analizó y caracterizó las fluctuaciones de tensión que presentan los sistemas eléctricos industriales radiales, sin generación local o algún tipo de compensación, durante la operación de cargas invariantes de gran tamaño utilizando un divisor de tensión para el estudio de las depresiones de voltaje en estos sistemas eléctricos industriales. Así como también se analizó el caso de las depresiones de voltaje debidas al arranque y la operación de motores de inducción de gran capacidad.

Para poder ejemplificar este problema se consideraron diferentes topologías para hacer diversos análisis con sus respectivas conclusiones y obtener un criterio general que puede ser utilizado para evitar este problema de calidad de la energía. Así mismo se analizó el efecto de estas depresiones de voltaje sobre aquel equipo sensible.

Se examinó la respuesta dinámica del sistema de distribución cuando se arrancan motores de inducción de gran capacidad y cuando en las tres fases que alimentan a los motores de inducción existe un valor deprimido en la magnitud del voltaje.

El análisis de los esquemas de control propuestos se hizo en base en la información obtenida en este trabajo y también de manera general se discuten algunos de los esquemas de control tradicionales.

De esta forma, la metodología propuesta permite evaluar diferentes estrategias para reducir o controlar las fluctuaciones de tensión producidas por la operación de cargas de gran tamaño.

7.4 Recomendaciones para trabajos futuros

También, tomando como base este trabajo se recomienda lo siguiente:

Los resultados obtenidos a través de la aplicación de esta metodología son adecuados para realizar un análisis del comportamiento del voltaje dentro de una red eléctrica industrial. Sin embargo, estos pueden mejorarse al considerar la resistencia de los elementos involucrados, de esta manera se tendrán resultados más precisos los cuales dependerán del tipo de estudio que se esté realizando.

La carga estática se consideró trifásica, empero ésta también puede estar conformada por un gran bloque de cargas monofásicas, las cuales pueden estar o no alimentadas por la misma fase, por lo que también es posible aplicar esta metodología para observar el efecto de este tipo de cargas sobre el comportamiento del voltaje.

El análisis del comportamiento del voltaje en un nodo determinado cuando se arranca un motor de inducción puede ser explotado aún más considerando diferentes condiciones de operación de la máquina. Esto puede llevarse a cabo utilizando el modelo

que se presentó en este trabajo. Así mismo , es posible analizar el comportamiento de la máquina durante el arranque de otra contigua de mayor capacidad, y así poder hacer un estudio más apegado a lo que en realidad pasa en una red eléctrica industrial.

Los dispositivos de mitigación alternos, son ampliamente utilizados en la industria como una opción para el control de las depresiones de voltaje sobre el equipo sensible. En esta dirección es indispensable establecer la base conceptual y las metodologías para el diseño de estos dispositivos.

El equipo sensible no sólo es afectado por la depresión de voltaje que se propaga a través de la red industrial, sino que también es afectada por los cambios de ángulos que se presentan cuando estas depresiones son producidas por fallas en el sistema alimentador. Esto hace que el estudio acerca de la sensibilidad de estos equipos se complique notoriamente, debido a que el cambio de ángulo dependerá básicamente del tipo de falla y de la conexión del transformador.

REFERENCIAS

- [1] IEEE Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality, *IEEE Std 1159-1995*, Nov. 1995.
- [2] M. H. J. Bollen, "The Influence of Motor Reacceleration on Voltage Sags," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 31, no. 4, pp. 667-674, July/August 1995.
- [3] M. H. J. Bollen, "Characterization of Voltage Sags Experienced by Three Phase Adjustable-Speed Drives," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 12, no. 4, pp. 1666-1671, October 1997.
- [4] G. Yalcinkaya, M. H. J. Bollen, P. A. Crossley, "Characterization of Voltage Sags in Industrial Distribution Systems," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 34, no. 4, pp. 682-688, July/August 1998.
- [5] W. Chang, C. Wu, S. Yen, "A Flexible Voltage Flicker Teaching Facility for Electric Power Quality Education," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 27-33, February 1998.
- [6] T. Zheng, E. B. Makram, A. A. Girgis, "Power Systems Transient and Harmonic Studies Using Wavelet Transform," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, no. 4, pp. 1461-1467, October 1999.
- [7] A. M. Gaouda, M. M. A. Salama, M. R. Sultan, A. Y. Chikhani, "Power Quality Detection and Classification Using Wavelet-Multiresolution Signal Decomposition," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, no. 4, pp. 1461-1467, October 1999.
- [8] G. T. Heydt, P. S. Fjeld, C. C. Liu, D. Pierce, L. Tu, G. Hensley, "Applications of the Windowed FFT to Electric Power Quality Assessment," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, no. 4, pp. 1411-1416, October 1999.

- [9] P. Wagn, N. Jenkins, and M. H. J. Bollen, "Experimental Investigation of Voltage Sag Mitigation by an Advanced Static VAR Compensator," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, no. 4, pp. 1461-1467, October 1998.
- [10] A. E. Emanuel, D. J. Pileggi, T. J. Gentile, "Voltage Distortion in Distribution Feeders With No-Linear Loads," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 9, no. 1, pp. 79-87, January 1994.
- [11] P. Kundur, "Power System Stability and Control," McGraw-Hill, Inc.
- [12] Reporte de Medición de Depresiones de Voltaje en Acometida de Talleres y Aceros, 115kV, S. E. Talleres y Aceros, Orizaba, Veracruz. Septiembre de 1997.
- [13] M. H. J. Bollen, "*Understanding of Power Quality Problems*," IEEE Press Series, 2000.
- [14] G. T. Heydt, W.T. Jewell, "Pitfalls of Electric Power Quality Indices," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, no. 2, pp. 570-578, April 1998.
- [15] IEEE Recommended Practice for Evaluating Electric Power Systems Compatibility with Electronics Process Equipment, *IEEE Std. 1346-1998*.
- [16] M. H. J. Bollen, L. D. Zhang, "Analysis of Voltage Tolerance of AC Adjustable-Speed Drives for Three-Phase Balanced and Unbalanced Voltage Sags," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 36, no. 3, pp. 904-910, May/June 2000.
- [17] N. Mohan, T. M. Undeland, W. P. Robbins, "Power Electronics," Second Edition, Jhon Wilsey & Sons, Inc.

- [18] J. L. Verwers, J. R. Sovers, "Challenges of Supply Electric Power to a Large Industrial Customer in Rural Areas," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 36, no. 4, pp. 972-977, July/August 2000.
- [19] P. C. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff, "*Analysis of Electric Machinery*," McGraw-Hill, Inc., New York, 1987
- [20] V. E. Wagner, A. A. Andreshak, J. P. Staniak, "Power Quality and Factory Automation," *IEEE Transactions on Industry Applications*. vol. 26, no. 4, pp. 620-626, July/August 1990.
- [21] T. J. E. Miller, "*Reactive Power Control in Electric Systems*," John Willey & Sons, 1982.
- [22] F. Aboytes. G., "*Estabilidad Dinámica en Sistemas Eléctricos de Potencia*," CFE-UANL 1991.
- [23] F. Aboytes. G., "*Estabilidad Transitoria en Sistemas Eléctricos de Potencia*," CFE-UANL 1991.
- [24] "Energy Efficiency and Electric Motors," Conservation Paper 58, pp. 26, August 1976.
- [25] R. L. Aut., S. A. Miske, Jr. F. Nozari, "*The role of Static VAR Systems in High Voltage Power System Applications*," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, N. 10, October 1982.
- [26] A. Greenwood, "*Electrical Transient in Power Systems*," 2nd Edition, John Willey & Sons, Inc. 1991

- [27] R. T. Byerly, D.T. Poznaniak, E.R. Taylor, "Static Reactive Compensation for Power Transmission Systems ," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-101, no. 10, October 1982.
- [28] J. Arillaga, C. P. Arnold, B. J. Harker, "Computer Modeling of Electrical Power Systems" John Wiley & Sons. 1983
- [29] P. P. Khera, K. C. Dickey, "Analysis and Mitigation of Voltage Disturbances at an Industrial Customer's Corporate Campus," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 34, No. 5, pp. 893-896, September/October 1998.
- [30] F. R. Costilla, J. L. Arizpe, "Assessment of Power System Operation and Disturbances," RVP-AI/2000-SIS-04.
- [31] IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems, *IEEE Std. 519-1992*.
- [32] L. L. Grigsby, "The Electric Power Engineering Handbook," CRC-PRESS-IEEE PRESS, 2000
- [33] Chee-Mun O., "Dynamic Simulation of Electric Machinery using MATLAB[®]/Simulink," Prentice Hall, Inc. 1998
- [34] G. S. Grewal, S. Pocsai, M. M. Hakim, "Transient Motor Reacceleration Study in an Integrated Petrochemical Facility," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 35, no. 4, pp. 968-977, July/August 1999.

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

- 1.1 Definición de eventos en la magnitud de voltaje utilizado en la norma IEEE 1159-1995 5

CAPÍTULO 2

- 2.1 Circuito equivalente para redes industriales radiales 13
2.2 Modelo divisor de voltaje para redes industriales radiales 16
2.3 Magnitud de voltaje en el PAC en función de la longitud del alimentador, utilizando un cable de 50mm^2 de sección transversal 17
2.4 Magnitud de voltaje en el PAC en función de la longitud del alimentador, con diferentes áreas de sección transversal en el conductor 18
2.5 Red industrial con cargas a diferentes niveles de voltaje 19
2.6 Magnitud de voltaje en el PAC para diferentes niveles de voltaje 20
2.7 Magnitud de la depresión de voltaje vs carga crítica 21
2.8 Circuito equivalente para redes industriales con generación local 22

CAPÍTULO 3

- 3.1 Curva CBEMA de aceptabilidad 27
3.2 Diagrama de bloques típico de un sistema alimentador utilizado en computadoras 28
3.3 Aumento en el rizado del voltaje debido a una depresión de voltaje en el voltaje del nodo de CD para un rectificador monofásico 30
3.4 Diagrama de bloques general para un variador utilizado en el control de motores 33
3.5 Tolerancia de voltaje para un variador de velocidad con diferentes límites operativos 36
3.6 Comportamiento de un variador de velocidad con diferentes valores en la capacitancia 38
3.7 Capacitancia necesaria en el nodo de CD de un variador de velocidad 38
3.8 Configuración típica de un variador de CD para un motor de CD con devanado de campo excitado por separado 40
3.9 Circuito equivalente de un motor de CD 41
3.10 Modo de operación de una máquina de CD 43

CAPÍTULO 4

- 4.1 Circuito equivalente para el caso base 49
4.2 Comportamiento del voltaje en el PAC ante un cambio de carga para el caso base 52
4.3 Comportamiento del voltaje en el PAC con diferentes relaciones de potencia de alimentación y de carga 53

LISTA DE FIGURAS (continuación)

4.4	Duración de una depresión de voltaje en el PAC	54
4.5	Circuito equivalente para el caso base con carga en el nodo B	55
4.6	Comportamiento del voltaje en el PAC ante un cambio de carga	56
4.7	Circuito equivalente para el caso base considerando el conductor	57
4.8	Comportamiento del voltaje en el PAC considerando diferentes longitudes del alimentador	59
4.9	Comportamiento del voltaje en el PAC ante un cambio de carga	60
4.10	Circuito equivalente para el caso base considerando el conductor y carga en el nodo B	61
4.11	Comportamiento del voltaje en el PAC y en el nodo B ante un cambio de carga	65
4.12	Circuito equivalente considerando un transformador	67
4.13	Comportamiento del voltaje en el PAC considerando diferentes capacidades en el transformador	67
4.14	Comportamiento del voltaje en el PAC ante un cambio de carga	67
4.15	Comportamiento del voltaje en el PAC con diferentes relaciones de potencia del transformador y de la carga	69
4.16	Comportamiento del voltaje en el nodo B con diferentes relaciones de potencia del transformador y de la carga	70
4.17	Circuito equivalente considerando un transformador y una carga en el nodo B	71
4.18	Comportamiento del voltaje en el PAC y en el nodo B ante un cambio de carga	72
4.19	Comportamiento del voltaje en el nodo B con diferentes relaciones de potencia del transformador y de la carga	73
4.20	Comportamiento del voltaje en el PAC considerando diferentes capacidades en el transformador	74
4.21	Circuito equivalente considerando un transformador y el conductor en el lado de alta tensión	75
4.22	Comportamiento del voltaje en el PAC considerando diferentes longitudes del alimentador	76
4.23	Comportamiento del voltaje en el PAC ante un cambio de carga	77
4.24	Circuito equivalente considerando un transformador y el conductor en el lado de baja tensión	78
4.25	Circuito equivalente considerando un transformador y el conductor en el lado de baja tensión (caso general)	79
4.26	Comportamiento del voltaje en el PAC considerando diferentes longitudes del alimentador	80
4.27	Comportamiento del voltaje en el PAC considerando diferentes longitudes del alimentador (ideal)	81
4.28	Comportamiento del voltaje en el PAC ante un cambio de carga	82
4.29	Circuito equivalente considerando un transformador, el conductor en el lado de baja tensión y una carga en el nodo B	83
4.30	Comportamiento del voltaje en el PAC considerando diferentes longitudes del alimentador	84
4.31	Comportamiento del voltaje en el PAC ante un cambio de carga	85
4.32	Circuito equivalente considerando dos transformadores	86

LISTA DE FIGURAS (continuación)

4.33	Comportamiento del voltaje en el nodo B ante un cambio de carga	87
4.34	Comportamiento del voltaje en el PAC con diferentes relaciones de potencias de los transformadores y de la carga	88
4.35	Circuito equivalente considerando dos transformadores y una carga en el nodo B	89
4.36	Comportamiento del voltaje en el PAC considerando diferentes capacidades en transformadores uno y dos	90
4.37	Comportamiento del voltaje en el PAC ante diferentes relaciones de potencia de los transformadores y de la carga	91
4.38	Circuito equivalente considerando dos transformadores y un conductor en el lado de baja tensión	92
4.39	Comportamiento del voltaje en el PAC ante un cambio de carga	93
4.40	Comportamiento del voltaje en el PAC con diferentes relaciones de potencias para los transformadores y de la carga	94
4.41	Comportamiento del voltaje en el PAC considerando diferentes longitudes del alimentador	94

CAPÍTULO 5

5.1	Circuito equivalente para representar una depresión de voltaje debida al arranque de un motor de inducción	97
5.2	Circuito equivalente para representar una depresión de voltaje debida al arranque de un motor de inducción con dos transformador dedicados	99
5.3	Comportamiento del voltaje en el PAC durante el arranque de un motor de inducción	101
5.4	Comportamiento del voltaje en el PAC durante el arranque de un motor de inducción de 2,250HP	102
5.5	Comportamiento del voltaje en el PAC durante el arranque simultaneo de cinco motores de inducción de 2,250HP	103
5.6	Comportamiento del voltaje en el PAC durante el arranque de un motor de inducción con diferentes potencias del sistema alimentador	104
5.7	Comportamiento del voltaje en el PAC durante el arranque de un motor de inducción alimentado a través de un transformador	106
5.8	Comportamiento del voltaje en el PAC durante el arranque de un motor de inducción con diferentes capacidades para el transformador	107
5.9	Circuito equivalente para representar una depresión de voltaje debida al arranque de un motor de inducción con transformador	107
5.10	Comportamiento del voltaje en el PAC durante el arranque de un motor de inducción con un solo transformador	108
5.11	Comportamiento del voltaje en el PAC durante el arranque de un motor de inducción con diferentes capacidades para el transformador	109
5.12	Comportamiento del voltaje en el PAC durante el arranque de una máquina de inducción de 2,250HP	111
5.13	Comportamiento del voltaje en el PAC durante el arranque de una máquina de inducción de 2,250HP	113

LISTA DE FIGURAS (continuación)

5.14	Características de una máquina de inducción de 2,250HP durante el arranque con una carga de 0.5 p.u.	114
5.15	Características de una máquina de inducción de 2,250HP durante el arranque con carga de 0.5 p.u.	115

CAPÍTULO 6

6.1	Energización de un capacitor	121
6.2	Diagrama básico para un inversor	127
6.3	Principio de funcionamiento de un PWM	127

APÉNDICE A

A.1	Curvas típicas para el flicker basadas en las recomendaciones de la IEEE 519-1992	148
-----	---	-----

APÉNDICE D

D.1	Características de una máquina de 1HP en vacío	181
D.2	Características de una máquina de 1HP con una carga de 2.7p.u.	182
D.3	Características de una máquina de 1HP con una carga de 1p.u.	183
D.4	Características de una máquina de 50HP en vacío	184
D.5	Características de una máquina de 50HP con una carga de 3.5p.u.	185
D.6	Características de una máquina de 50HP con una carga de 2.5p.u.	186
D.7	Características de una máquina de 500HP en vacío	187
D.8	Características de una máquina de 500HP con una carga de 1.5p.u.	188
D.9	Características de una máquina de 500HP con una carga de 0.4p.u.	189
D.10	Características de una máquina de 2,250HP en vacío	190
D.11	Características de una máquina de 2,250HP con una carga de 1.5p.u.	191
D.12	Características de una máquina de 2,250HP con una carga de 0.3p.u.	192
D.13	Modelo presentado en el toolbox de MATLAB ®/ Simulink	194
D.14	Características de una máquina de 3HP en vacío obtenidas utilizando el modelo presentado en el toolbox de MATLAB ®/ Simulink	195
D.15	Características de una máquina de 3HP en vacío obtenidas utilizando el modelo presentado en el Apéndice B	196

LISTA DE TABLAS

CAPÍTULO 1

- 1.1 Categorías y características típicas de fenómenos electromagnéticos en un SEP según la norma IEEE 1159-1995 4

CAPÍTULO 6

- 6.1 Características de los diferentes esquemas de compensación 120

APÉNDICE D

- D.1. Parámetros de motores de inducción tetrapolares 179

APÉNDICE A

DEPRESIONES DE VOLTAJE EN ACOMETIDA DE TALLERES Y ACEROS, 115KV, S. E. TALLERES Y ACEROS, ORIZABA, VERACRUZ. SEPTIEMBRE DE 1997

Dentro de las instalaciones de Talleres y Aceros en Orizaba se tenían graves problemas debido a las características de la carga (hornos de arco), es decir, se presentaban fuertes depresiones de voltaje durante la operación de esta carga.

A pesar de que no se contaba con el equipo necesario para analizar el parpadeo en el voltaje, si se realizaron estudios de las depresiones de voltaje basados en la especificación CFE L000-45 [12] "Perturbaciones permisibles en las formas de onda de tensión y corriente del suministro de energía eléctrica" y se encontró que las depresiones de voltaje eran más severas en el punto de acoplamiento común (PAC) las cuales ocurrían mientras que el otro usuario operaba simultáneamente, la Cementera Apasco, debido a que compartían la misma línea.

En ese trabajo se trató de representar el comportamiento real de los hornos tomando las fluctuaciones registradas y comparándolas con aquellas que típicamente que producen este tipo de cargas, para después ver si estaban o no dentro de los límites recomendados, de visibilidad y de irritabilidad, por la literatura [31]. Basándose en los resultados obtenidos en este análisis, se realizó la siguiente Fig. A.1 la cual muestra de manera más clara la situación:

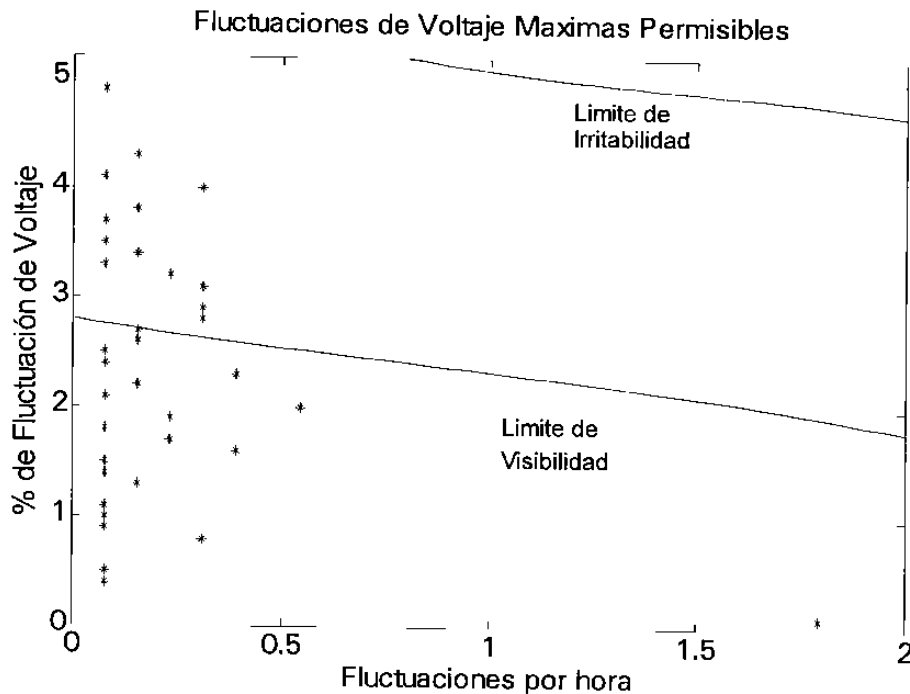


Fig. A.1. Curvas típicas para el flicker
basadas en las recomendaciones de la IEEE 519-1992.

El límite de visibilidad [31] corresponde al límite de ciertas fluctuaciones en la magnitud y frecuencia del voltaje arriba del cual un observador humano puede percibir las variaciones de la intensidad de una lámpara incandescente de 60W a 120V con 60Hz. Así mismo el límite de irritabilidad [31] corresponde al límite de ciertas fluctuaciones en la magnitud y frecuencia del voltaje arriba del cual la mayoría de los observadores podrían ser irritados por las variaciones en la intensidad de la misma lámpara. Estos límites extremos son regularmente seleccionados por las compañías eléctricas en E. U., sin tomar en cuenta la frecuencia de las fluctuaciones [32], para determinar si las fluctuaciones presentes en su sistema son excesivas o no.

En el estudio realizado por CFE se hizo caso omiso del tipo de carga, y se dedujo que en realidad se tenían 0.125 (ó 0.128) depresiones por minuto y el rango de valores de los límites mencionados en por ciento es de 0.60 a 2.80 y de 1.80 mayor de 5 respectivamente, los cuales son mayores que aquellos que se obtendrían al asumir que los

hornos de arco típicamente producen de 10 a 60 fluctuaciones por minuto y en cuyo caso tendrían un rango de variación de voltaje en por ciento de 0.30 a 0.60 y de 0.60 a 1.80 respectivamente.

Por otro parte, según la norma IEEE 519-1992, un cierto número de fluctuaciones de voltaje se encuentra en un nivel inaceptable, por lo que deben de tomarse las medidas correctivas necesarias para mitigar este problema. De hecho CFE adoptó medidas que permitieran reducir el problema incrementando la capacidad de corriente de corto circuito en el PAC de los usuarios y aumentando la tensión de alimentación de 110 a 230kV para reducir el flicker y las caídas de tensión producidas por las corrientes armónicas. Estas medidas son congruentes con los resultados encontrados en este trabajo.

APÉNDICE B

MODELADO DE UNA MÁQUINA DE INDUCCIÓN

La máquina de inducción fue modelada siguiendo el procedimiento propuesto por Krause [19] para representar el comportamiento de una máquina de inducción durante el proceso de arranque, bajo diferentes condiciones de operación.

B.1 Ecuaciones básicas para los componentes eléctricos

En general cualquier máquina eléctrica posee dos tipos de devanados, uno es el devanado estacionario del estator, el otro es giratorio localizado en el rotor. Si un devanado es estacionario o rotatorio es irrelevante debido a que solo interesa el movimiento relativo entre ellos.

- Devanado de armadura, en máquinas de inducción y típicamente en máquinas sincronas, este se localiza en el estator.
- Devanado de campo, en máquinas sincronas el devanado de campo se localizan normalmente en el rotor, mientras que en máquinas de inducción este se encuentra en el rotor, y este puede ser un rotor cortocircuitado (jaula de ardilla) ó un rotor devanado con anillos deslizantes, en los que se conecta una resistencia externa para aumentar el par de arranque.

El modelo para la máquina de inducción utilizada posee tres devanados de armadura, los cuales son convertidos a tres devanados hipotéticos d , q , θ . Estos representan el compartimento de los devanados en un marco estacionario de eje directo, cuadratura y cero. Así mismo el devanado de campo se convierten a tres devanados d , q , θ .

Con este breve preámbulo a continuación se presentan las ecuaciones que describen el comportamiento de una máquina de inducción durante el arranque, asumiendo que:

- La resistencia de cada devanado es constante,

- La permeancia en el circuito magnético es constante,
- Los devanados de armadura son simétricos entre sí,
- Los circuitos eléctricos y magnéticos en el rotor son simétricos (en el eje d y q),
- La inductancia propia de cada devanado en el rotor es constante (en el eje d y q), debido a que se asume que el efecto de la saturación no es suficientemente grave como para eliminar la distribución del flujo en las caras de los polos, por lo que la inductancia estará en función sinusoidal según la posición angular del rotor,
- Las inductancias propias y mutuas del devanado de armadura son constantes,
- La inductancia mutua entre devanados estará en función de la posición del rotor,
- Los efectos debido a histéresis son despreciables, así como los efectos debidos a las corrientes de eddy.

Las ecuaciones de voltaje para el devanado de armadura son:

$$v_{abc_s} = R_s \cdot i_{abc_s} + \frac{d}{dt} \lambda_{abc_s} \quad (\text{B.1})$$

donde

$$v_{abc_s} = [v_{a_s} \ v_{b_s} \ v_{c_s}]^T \quad i_{abc_s} = [i_{a_s} \ i_{b_s} \ i_{c_s}]^T$$

De la misma manera los voltajes para el devanado de campo son:

$$v_{abc_r} = R_r \cdot i_{abc_r} + \frac{d}{dt} \lambda_{abc_r}$$

donde

$$v_{abc_r} = [v_{a_r} \ v_{b_r} \ v_{c_r}]^T \quad i_{abc_r} = [i_{a_r} \ i_{b_r} \ i_{c_r}]^T$$

El flujo de corriente en cada una de las fases produce un acoplamiento (L_{sr}) entre el devanado de armadura o estator y el rotor, tal que;

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc_s} \\ \lambda_{abc_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ L_{sr}^T & L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{abc_s} \\ i_{abc_r} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

donde

L_s y L_r corresponden a las inductancias de los devanados de estator y rotor respectivamente. Se debe observar que son independientes de la posición del rotor.

L_{sr} representa la inductancia mutua entre el devanado de estator y el del rotor, la cual varia con respecto a la posición de este último, debido a la variación del entrehierro.

De tal forma que se obtienen los siguientes encadenamientos de flujo

$$\lambda_{a_s} = (Ll_s + Lm_s) \cdot ia_s - \frac{1}{2} Lm_s \cdot ib_s - \frac{1}{2} Lm_s \cdot ic_s + Lsr \left[ia_r' \cos(\theta) + ib_r' \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) + ic_r' \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \right] \quad (\text{B.3})$$

o bien

$$\lambda_{a_s} = Laa_s \cdot ia_s + Lab_s \cdot ib_s + Lac_s \cdot ic_s + La_s a_r \cdot ia_r' + La_s b_r \cdot ib_r' + La_s c_r \cdot ic_r'$$

donde

$Laa_s = Ll_s + Lm_s$ es la inductancia propia del devanado de armadura, de la fase a , formada por una inductancia de dispersión y una inductancia debida a la magnetización.

$Lab_s = (-1/2) Lm_s$ es la inductancia mutua del devanado del estator de la fase a con respecto al devanado del rotor de la fase b , la cual es independiente de la posición de este último. Se aplica el mismo criterio para Lac_s ($Lab_s = Lac_s$).

$La_s a_r = Lsr \cos(\theta)$ representa la inductancia mutua entre el devanado del estator de la fase a y el devanado del rotor de la fase a , la cual varia en función de la posición de este último.

$La_s b_r = Lsr \cos(\theta + 2\pi/3)$ representa la inductancia mutua entre el devanado del estator de la fase a y el devanado del rotor de la fase b . De igual forma $La_s c_r = Lsr \cos(\theta - 2\pi/3)$ representa la inductancia mutua entre el devanado del estator de la fase a y el devanado del rotor de la fase c .

El signo de prima (') indica que aquellos valores del rotor han sido referidos al lado del estator según la relación de vueltas entre ambos devanados.

Por lo que el encadenamiento en las otras dos fases será:

$$\lambda_{b_s} = (L\ell_s + Lm_s) \cdot ib_s - \frac{1}{2} Lm_s \cdot ia_s - \frac{1}{2} Lm_s \cdot ic_s + Lsr \left[ia_r' \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) + ib_r' \cos(\theta) + ic_r' \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \right] \quad (\text{B.4})$$

$$\lambda_{c_s} = (L\ell_s + Lm_s) \cdot ic_s - \frac{1}{2} Lm_s \cdot ia_s - \frac{1}{2} Lm_s \cdot ib_s + Lsr \left[ia_r' \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) + ib_r' \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) + ic_r' \cos(\theta) \right]$$

De manera similar los flujos en el devanado del rotor pueden ser obtenidos:

$$\lambda_{a_r'} = (L\ell_r' + Lm_r) \cdot ia_r - \frac{1}{2} Lm_r \cdot ib_r - \frac{1}{2} Lm_r \cdot ic_r + Lsr' \left[ia_s \cos(\theta) + ib_s \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) + ic_s \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \right] \quad (\text{B.5})$$

o bien

$$\lambda_{a_r'} = Laa_r \cdot ia_r + Lab_r \cdot ib_r + Lac_r \cdot ic_r + La_r a_s \cdot ia_s + La_r b_s \cdot ib_s + La_r c_s \cdot ic_s$$

donde

$$Laa_r = Ll_r' + Lm_r$$

$$La_r a_s = Lsr'$$

$$Lab_r = (-1/2) Lm_r$$

$$La_r b_s = Lsr' \cos(\theta - 120^\circ)$$

$$Lac_s = Lac_s$$

$$La_r c_r = Lsr' \cos(\theta + 120^\circ)$$

Por lo que el encadenamiento en las otras dos fases será:

$$\lambda b_r' = (L\ell_r' + Lm_r) \cdot ib_r - \frac{1}{2} Lm_r \cdot ia_r - \frac{1}{2} Lm_r \cdot ic_r + Lsr' \left[ia_s \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) + ib_s \cos(\theta) + ic_s \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \right] \quad (\text{B.6})$$

$$\lambda c_r' = (L\ell_r' + Lm_r) \cdot ic_r - \frac{1}{2} Lm_r \cdot ia_r - \frac{1}{2} Lm_r \cdot ib_r + Lsr' \left[ia_s \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) + ib_s \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) + ic_s \cos(\theta) \right]$$

La solución de este sistema de ecuaciones es complicada debido a que las inductancias están en función de la posición del rotor. Sin embargo, es posible transformarlas a variables d , q , θ las cuales son constantes. Esta transformación fue propuesta por primera vez por Blondel, y después fue desarrollada por Doherty, Nickle and Park, actualmente se le conoce como transformada de Park. La matriz de transformación es idéntica para flujos, voltajes, corrientes, etc.

$$[S_{qd0}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \frac{1}{2} \text{sen}(\theta) & \frac{1}{2} \text{sen}\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & \frac{1}{2} \text{sen}\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot [S_{abc}]$$

donde

$S = v, i, \lambda$, para los cuales no hay restricciones, por ejemplo, los voltajes abc pueden ser desbalanceados o no senoidales.

Asumiendo que las matrices para las inductancias son simétricas entonces al utilizar la transformada de Park para el encadenamiento de flujo, entonces no existe acoplamiento entre los flujos del devanado del estator con el rotor.

La inductancia de eje directo y de cuadratura para el devanado de estator serán

$$Ld_s = Lq_s = Ll_s + 3/2Lm_s$$

o bien

$$Ld_s = Lq_s = Ll_s + M_s$$

donde

$$M_s = 3/2Lm_s$$

La inductancia de secuencia cero para el devanado de estator es

$$L0_s = Ll_s$$

Mientras que la inductancia de eje directo y de cuadratura para el rotor serán

$$Ld_r = Lq_r = Ll_r + 3/2Lm_r$$

o bien

$$Ld_r = Lq_r = Ll_r + M_r$$

donde

$$M_r = 3/2Lm_r$$

La inductancia de secuencia cero para el devanado del rotor es

$$L0_r = Ll_r$$

Por otra parte, las inductancias mutuas en $d, q, 0$ serán

$$Ld_{rs} = Lq_{rs} = 3/2 Lm_s$$

$$L0_{rs} = 0$$

Por lo que el encadenamiento de flujos será

$$\begin{bmatrix} \lambda dq0_s \\ \lambda dq0_{r'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s dq0 & Lsr dq0 \\ Lsr dq0^T & L_{r'} dq0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i dq0_s \\ i dq0_{r'} \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

o bien

$$\lambda d_s = \left(Ll_s + \frac{3}{2} Lm_s \right) \cdot id_s + \frac{3}{2} Lm_s \cdot id_{r'} \quad \lambda d_{r'} = \left(Ll_{r'} + \frac{3}{2} Lm_s \right) \cdot id_{r'} + \frac{3}{2} Lm_s \cdot id_s$$

$$\lambda q_s = \left(Ll_s + \frac{3}{2} Lm_s \right) \cdot iq_s + \frac{3}{2} Lm_s \cdot iq_{r'} \quad \lambda q_{r'} = \left(Ll_{r'} + \frac{3}{2} Lm_s \right) \cdot iq_{r'} + \frac{3}{2} Lm_s \cdot iq_s$$

$$\lambda 0_s = Ll_s \cdot i0_s \quad \lambda 0_{r'} = Ll_{r'} \cdot i0_{r'}$$

Aplicando la matriz de transformación de Park a las ecuaciones de voltaje se obtiene

Si

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\omega - \omega_r = \frac{d(\theta - \theta_r)}{dt}$$

$$\begin{bmatrix} vq_s \\ vd_s \\ v0_s \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} 100 \\ 010 \\ 001 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} iq_s \\ id_s \\ i0_s \end{bmatrix} + \omega \cdot \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ -100 & \\ 0 & 00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda q_s \\ \lambda d_s \\ \lambda 0_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100 \\ 010 \\ 001 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda q_s \\ \lambda d_s \\ \lambda 0_s \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

$$\begin{bmatrix} vq_r' \\ vd_r' \\ v0_r' \end{bmatrix} = R_r' \begin{bmatrix} 100 \\ 010 \\ 001 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} iq_r' \\ id_r' \\ i0_r' \end{bmatrix} + (\omega - \omega_r) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ -100 & \\ 0 & 00 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda q_r' \\ \lambda d_r' \\ \lambda 0_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100 \\ 010 \\ 001 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda q_r' \\ \lambda d_r' \\ \lambda 0_r' \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

B.2 Ecuación para el par electromagnético

La expresión de la potencia instantánea en el devanado del estator puede ser expresada en variables a, b, c

$$P_s = va_s \cdot ia_s + vb_s \cdot ib_s + vc_s \cdot ic_s \quad (\text{B.10})$$

La cual al ser transformada a componentes $d, q, 0$; siendo así equivalentes

$$P_s = \frac{3}{2} vd_s \cdot id_s + \frac{3}{2} vq_s \cdot iq_s + 3v0_s \cdot i0_s$$

o bien

$$P_s = \frac{3}{2} \cdot \left(R_s \cdot id_s^2 - id_s \cdot \omega \cdot \lambda q_s + id_s \cdot \frac{d}{dt} \lambda d_s + R_s \cdot iq_s^2 + iq_s \cdot \omega \cdot \lambda d_s + iq_s \cdot \frac{d}{dt} \lambda q_s \right) + 3 \cdot \left(R_s \cdot i0_s^2 + i0_s \cdot \frac{d}{dt} \lambda 0_s \right)$$

Es conveniente mencionar que la potencia efectiva será menor a la potencia calculada para el devanado del estator, debido a que debe de considerarse las pérdidas en el cobre I^2R , así como aquellas pérdidas debidas a la razón de cambio de energía magnética entre devanados.

De esta manera las pérdidas en el cobre son

$$\frac{3}{2} R_s \cdot (i d_s^2 + i q_s^2 + 2 \cdot i 0_s^2)$$

Mientras que las pérdidas a la razón de cambio de energía magnética entre devanados serán

$$\frac{3}{2} \cdot \left(i d_s \cdot \frac{d}{dt} \lambda d_s + i q_s \cdot \frac{d}{dt} \lambda q_s \right) + 3 \cdot i 0_s \cdot \frac{d}{dt} \lambda o_s$$

Por lo que la potencia electromagnética efectiva será

$$P_{em} = P_s$$

$$P_{em} = \frac{3}{2} \omega \cdot (i q_s \cdot \lambda d_s - i d_s \cdot \lambda q_s) \quad (\text{B.11})$$

En general para máquinas de inducción con más de un par de polos magnéticos, la frecuencia angular y el par deberán de ser expresados en función del número de polos, tal que

$$T_{em} = \frac{P}{2} \frac{P_{em}}{\omega}$$

donde

$P/2$ representa el número de pares de polos

La potencia, así como el par electromagnético en el rotor pueden ser determinadas siguiendo un procedimiento similar, siendo estas equivalentes a las obtenidas para el devanado de armadura.

B.3 Ecuaciones básicas para la parte mecánica

La máquina al ser conectada a una carga puede ser representada por una sola masa. Esta masa, el momento de inercia combinado J , y el movimiento del rotor pueden ser expresados como

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} = T_{em} - T_{mec}$$

donde

J es el momento de inercia combinado del motor y la carga

θ es la posición angular del rotor

D es el coeficiente de amortiguamiento por velocidad y fricción (aproximadamente lineal con la velocidad), en este caso se considera despreciable

T_{mec} es el Par mecánico debido a la carga

Las variables de la parte mecánica deben ser referidas a la parte eléctrica, esto es

$$T_{elec}' = \frac{T_{mec}}{P/2}$$

$$J_{elec}' = \frac{J_{mec}}{(P/2)^2}$$

$$\theta_{elec}' = \frac{P}{2} \theta_{mec}$$

B.4 Cantidades en por unidad (p.u.)

Comúnmente se utiliza una potencia aparente S para todo el sistema, típicamente 100MVA. Sin embargo, en este caso se selecciona la capacidad de la máquina, en VA, como la potencia base. Así como también, el nivel de voltaje puede variar según la máquina.

De esta forma, también se debe seleccionar una velocidad base ωb y expresar los encadenamientos de flujo con respecto a esta última, tal que

$$\lambda = \frac{\psi}{\omega b}$$

Por lo que las ecuaciones para el voltaje en el estator serán

$$\begin{aligned} vq_s &= R_s i q + \frac{\omega d_s}{\omega b} + \frac{d \psi d_s}{dt \omega b} \\ vd_s &= R_s i d + \frac{\omega d_s}{\omega b} + \frac{d \psi q_s}{dt \omega b} \end{aligned} \tag{B.12}$$

$$v0_s = R_s i 0 + \frac{d \psi 0_s}{dt \omega b}$$

donde

$$\lambda d_s = \frac{\psi d_s}{\omega b} \qquad \lambda q_s = \frac{\psi q_s}{\omega b} \qquad \lambda 0_s = \frac{\psi 0_s}{\omega b}$$

o bien

$$\psi d_s = \left(Xl_s + \frac{3}{2} X m_s \right) \cdot i d_s + \frac{3}{2} X m_s \cdot i d_r$$

$$\psi q_s = \left(Xl_s + \frac{3}{2} X m_s \right) \cdot i q_s + \frac{3}{2} X m_s \cdot i q_r$$

$$\psi 0_s = Xl_s \cdot i 0_s$$

Mientras que las ecuaciones para los voltajes en el rotor serán

$$\begin{aligned}
 v_{q_r}' &= R_r' i_{q_r}' + \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega b} \psi_{d_r}' + \frac{d}{dt} \frac{\psi_{q_r}'}{\omega b} \\
 v_{d_r}' &= R_r' i_{d_r}' + \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega b} \psi_{q_r}' + \frac{d}{dt} \psi_{d_r}' \\
 v_{0_r}' &= R_r' i_{0_r}' + \frac{d}{dt} \frac{\psi_{0_r}'}{\omega b}
 \end{aligned}
 \tag{B.13}$$

donde

$$\lambda_{d_r}' = \frac{\psi_{d_r}'}{\omega b} \qquad \lambda_{q_r}' = \frac{\psi_{q_r}'}{\omega b} \qquad \lambda_{0_r}' = \frac{\psi_{0_r}'}{\omega b}$$

o bien

$$\psi_{d_r}' = \frac{3}{2} X_{m_s} \cdot i_{d_s} + \left(X_{l_r}' + \frac{3}{2} X_{m_r} \right) \cdot i_{d_r}'$$

$$\psi_{q_r}' = \frac{3}{2} X_{m_s} \cdot i_{q_s} + \left(X_{l_r}' + \frac{3}{2} X_{m_r} \right) \cdot i_{q_r}'$$

$$\psi_{0_r}' = X_{l_r}' \cdot i_{0_r}'$$

A partir de estas expresiones se pueden obtener la variación de los encadenamientos de flujos para el estator como para el rotor:

Para el estator

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \psi d_s &= \left(v d_s - R_s \cdot i d_s + \frac{\omega}{\omega b} \psi q_s \right) \cdot \omega b \\ \frac{d}{dt} \psi q_s &= \left(v q_s - R_s \cdot i q_s - \frac{\omega}{\omega b} \psi d_s \right) \cdot \omega b \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{d}{dt} \psi 0_s = (v 0_s - R_s \cdot i 0_s) \cdot \omega b$$

y para el rotor

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \psi d_r' &= \left(v d_r' - R_r' \cdot i d_r' + \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega b} \psi q_r' \right) \cdot \omega b \\ \frac{d}{dt} \psi q_r' &= \left(v q_r' - R_r' \cdot i q_r' - \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega b} \psi d_r' \right) \cdot \omega b \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{d}{dt} \psi 0_r' = (v 0_r' - R_r' \cdot i 0_r') \cdot \omega b$$

Se puede observar que solo falta determinar las corrientes, las cuales pueden ser determinadas iterativamente mediante las siguientes expresiones

Si

$$XM_s = \frac{3}{2} Xm_s$$

$$XM_r = \frac{3}{2} Xm_r$$

$$\begin{aligned}
i_{q_s} &= \frac{\psi q_s - X_{m_s}(i_{q_s} + i_{q_r}')}{X_{l_s}} & i_{d_s} &= \frac{\psi d_s - X_{m_s}(i_{d_s} + i_{d_r}')}{X_{l_s}} & i_{0_s} &= \frac{\psi 0_s}{X_{l_s}} \\
i_{d_r}' &= \frac{\psi d_r' - X_{m_r}(i_{d_r}' + i_{d_s})}{X_{l_r}'} & i_{q_r}' &= \frac{\psi q_r' - X_{m_r}(i_{q_r}' + i_{q_s})}{X_{l_r}'} & i_{0_r}' &= \frac{\psi 0_r'}{X_{l_r}'}
\end{aligned}
\tag{B.16}$$

De esta manera es posible obtener la variación de los encadenamientos de flujo, tanto en el estator como en el rotor, sustituyendo estas corrientes en las ecuaciones de voltaje

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \psi q_s &= \omega b \left(v q_s - \frac{R_s \cdot \psi q_s}{X_{l_s}} + \frac{R_s \cdot X_{m_s}(i_{q_s} + i_{q_r}')}{X_{l_s}} - \frac{\omega}{\omega b} \psi d_s \right) \\
\frac{d}{dt} \psi d_s &= \omega b \left(v d_s - \frac{R_s \cdot \psi d_s}{X_{l_s}} + \frac{R_s \cdot X_{m_s}(i_{d_s} + i_{d_r}')}{X_{l_s}} - \frac{\omega}{\omega b} \psi q_s \right)
\end{aligned}
\tag{B.17}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \psi 0_s &= \omega b \left(v 0_s - \frac{R_s \cdot \psi 0_s}{X_{l_s}} \right) \\
\frac{d}{dt} \psi q_r' &= \omega b \left(v q_r' - \frac{R_r' \cdot \psi q_r'}{X_{l_r}'} + \frac{R_r' \cdot X_{m_r}(i_{q_r}' + i_{q_s})}{X_{l_r}'} - \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega b} \psi d_r' \right) \\
\frac{d}{dt} \psi d_r' &= \omega b \left(v d_r' - \frac{R_r' \cdot \psi d_r'}{X_{l_r}'} + \frac{R_r' \cdot X_{m_r}(i_{d_r}' + i_{d_s})}{X_{l_r}'} - \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega b} \psi q_r' \right)
\end{aligned}
\tag{B.18}$$

$$\frac{d}{dt} \psi 0_r' = \omega b \left(v 0_r' - \frac{R_r' \cdot \psi 0_r'}{X_{l_r}'} \right)$$

Estas expresiones, así como las de las corrientes son necesarias para simular el comportamiento de la máquina de inducción. Sin embargo, aún falta determinar el par electromagnético.

Se puede demostrar que el torque electromagnético es

$$T_{em} = \frac{3}{4} P(\lambda_{q_r} \cdot i_{d_r} - \lambda_{d_r} \cdot i_{q_r})$$

o bien

$$T_{em} = \frac{3}{4} P(\lambda_{d_s} \cdot i_{q_s} - \lambda_{q_s} \cdot i_{d_s})$$

Si

$$\lambda = \frac{\psi}{\omega b}$$

$$T_{em} = \frac{3}{4} \frac{(i_{q_s} \psi_{d_s} - i_{d_s} \psi_{q_s})}{\omega b}$$

El cual puede normalizarse mediante T_B

$$T_B = \frac{P S_B}{2 \omega b}$$

donde

S_B es la potencia base en VA

$$S_B = \frac{3}{2} V_B qd0 \cdot I_B qd0$$

De esta forma que el par electromagnético en p.u. será

$$T_{em} = \psi q_s \cdot i d_s - \psi d_s \cdot i q_s \quad (\text{B.19})$$

Debe de observarse que mediante estas expresiones es posible simular digitalmente el comportamiento de la máquina de inducción sin reparar en el tipo de rotor que se este utilizando. De igual manera también se puede observar como se recurrió a la manipulación algebraica para la deducción de estas expresiones, obteniendo así expresiones equivalentes a las presentadas en [19 y 33].

APÉNDICE C

SIMULACIÓN DIGITAL DE UNA MÁQUINA DE INDUCCIÓN

El modelo presentado se realizó utilizando MATLAB[®] / Simulink tomando como base las ecuaciones derivadas en el Apéndice II. Sin embargo, también se realizaron simulaciones (no mostradas) utilizando las expresiones presentadas por Krause en [19], así como también se comparó con la máquina presentada en el toolbox MATLAB[®] / Simulink obteniendo resultados muy similares.

A continuación se presenta una serie de diagramas de bloques, las cuales son necesarias para realizar la simulación digital de la máquina de inducción utilizando MATLAB[®] / Simulink.

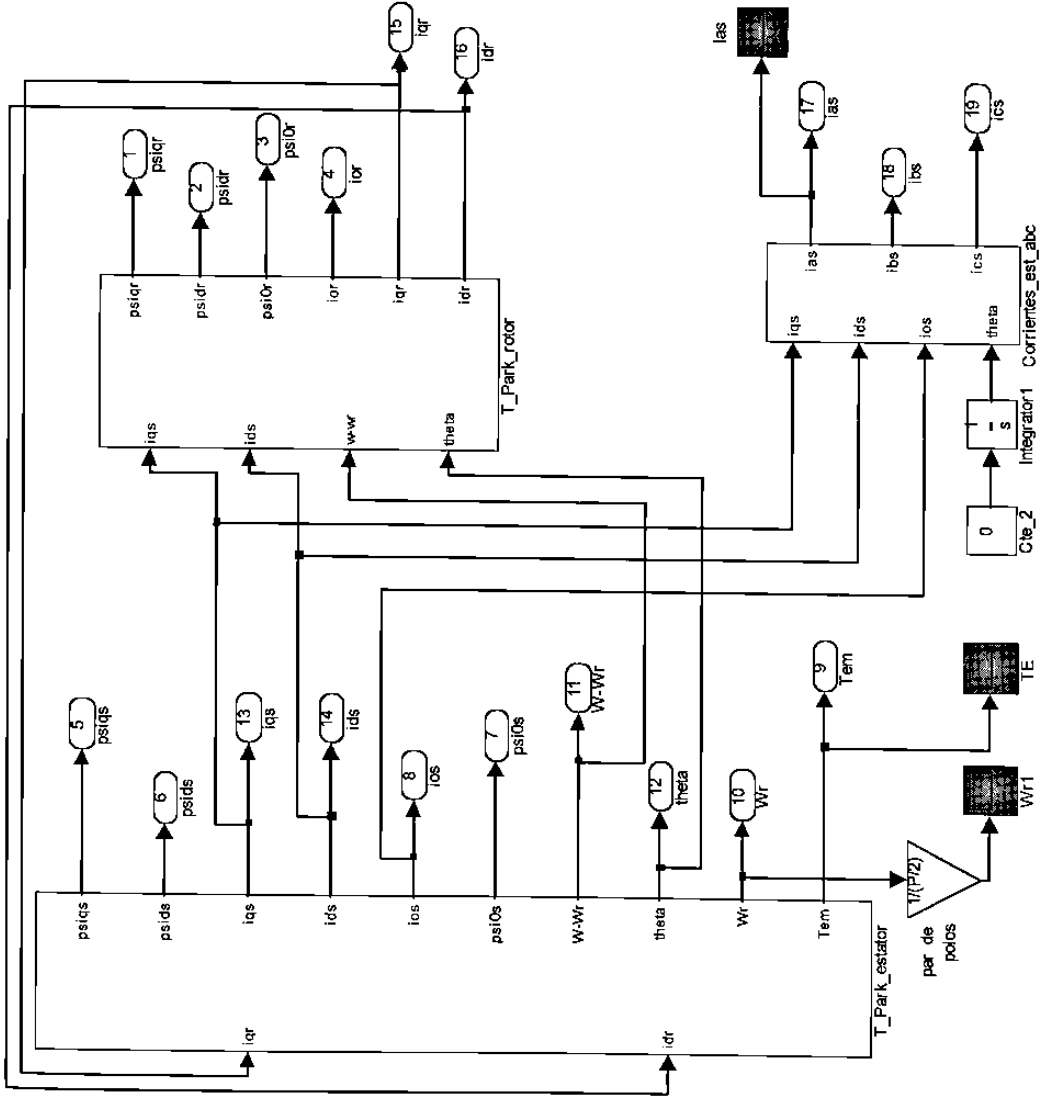


Fig. C.1. Diagrama de bloques de una máquina de inducción trifásica

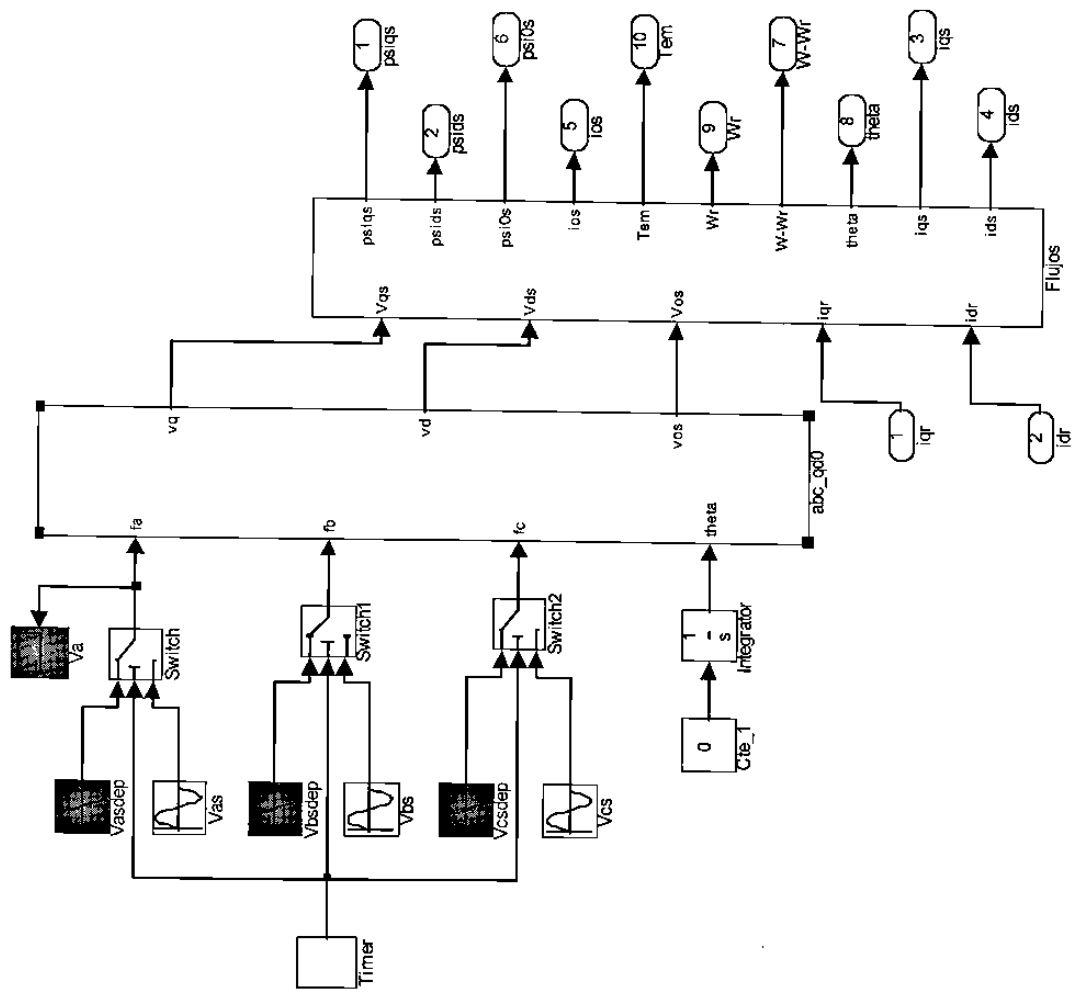


Fig. C.2. Diagrama de bloques "T_Park_estator"

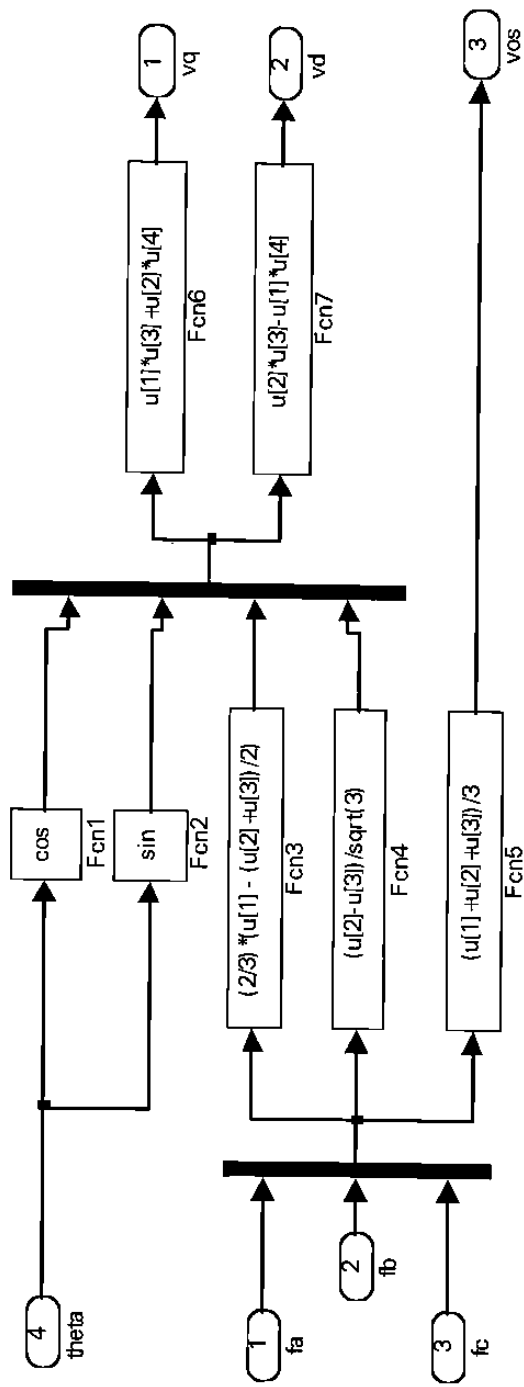


Fig. C.3. Diagrama de bloques "abc_dq0"

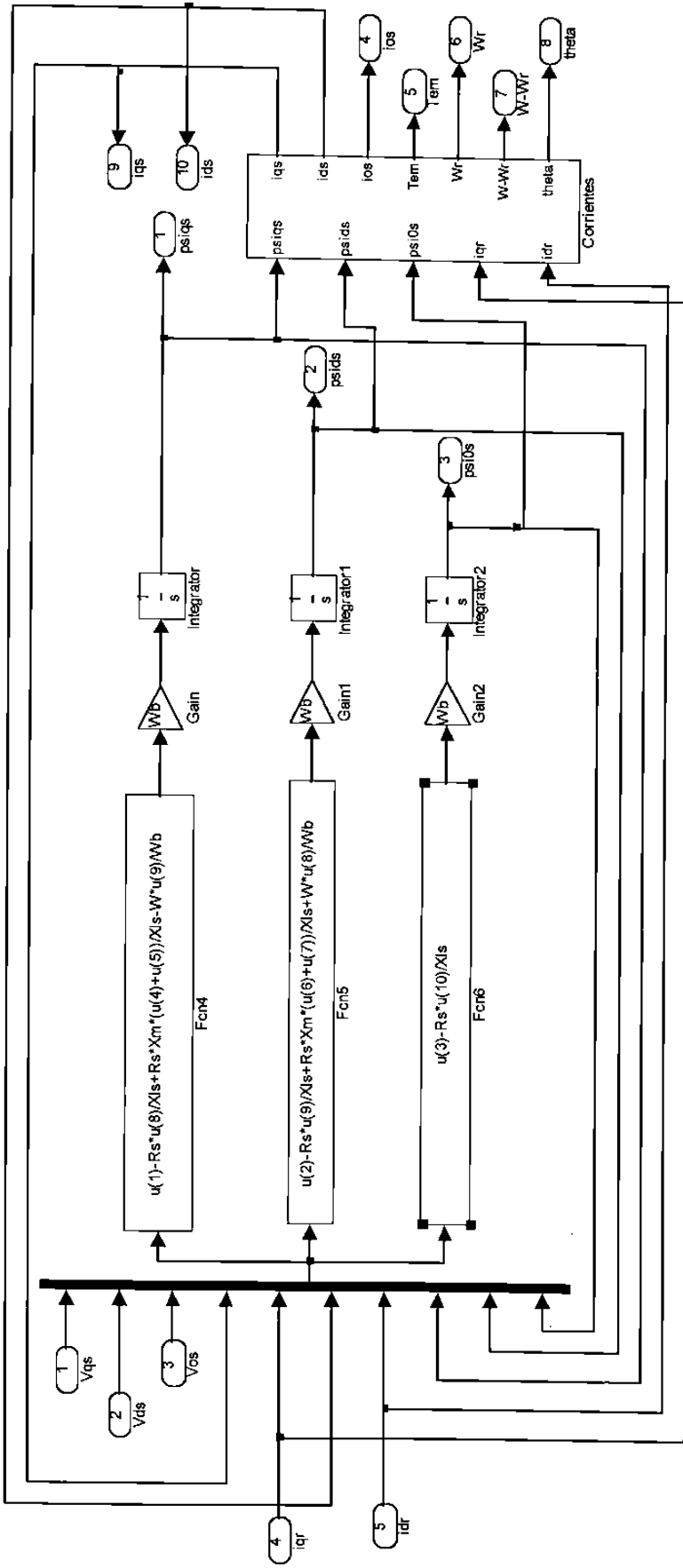


Fig. C.4. Diagrama de bloques "Flujos"

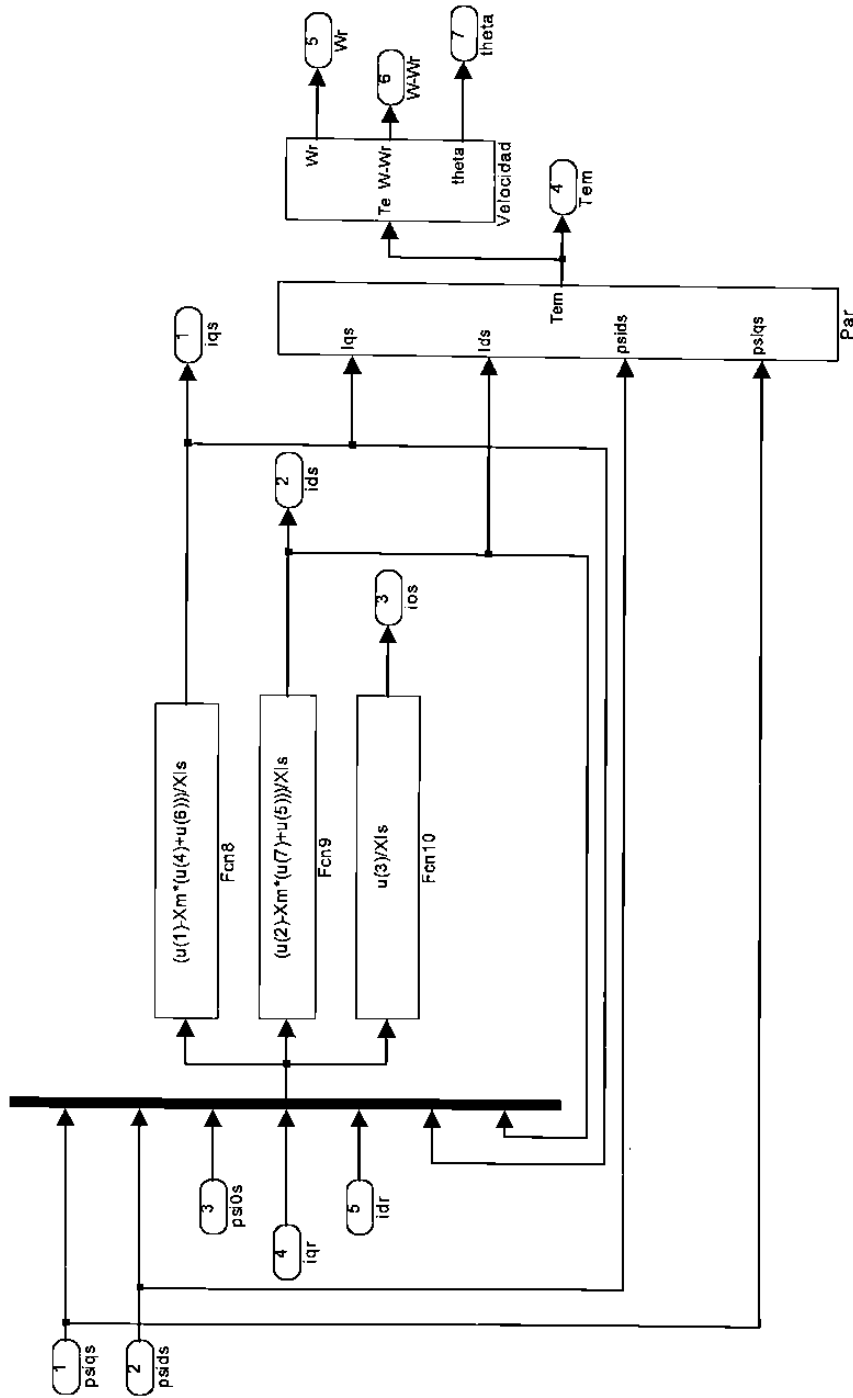


Fig. C.5. Diagrama de bloques "Corrientes"

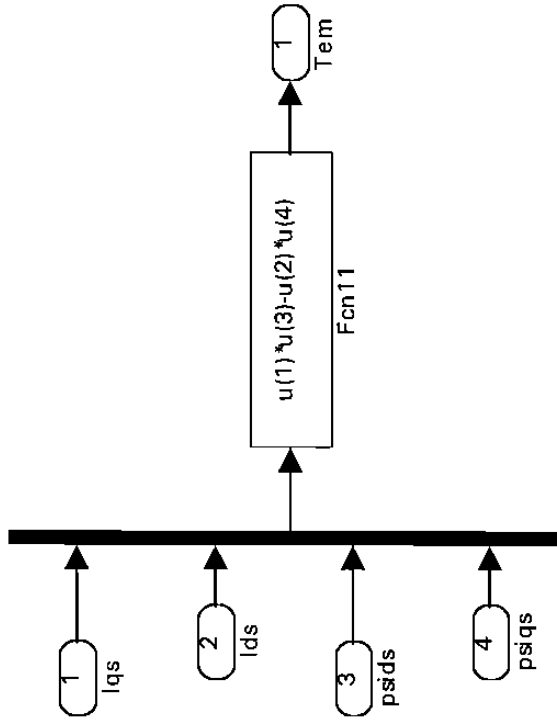


Fig. C.6. Diagrama de bloques "Par"

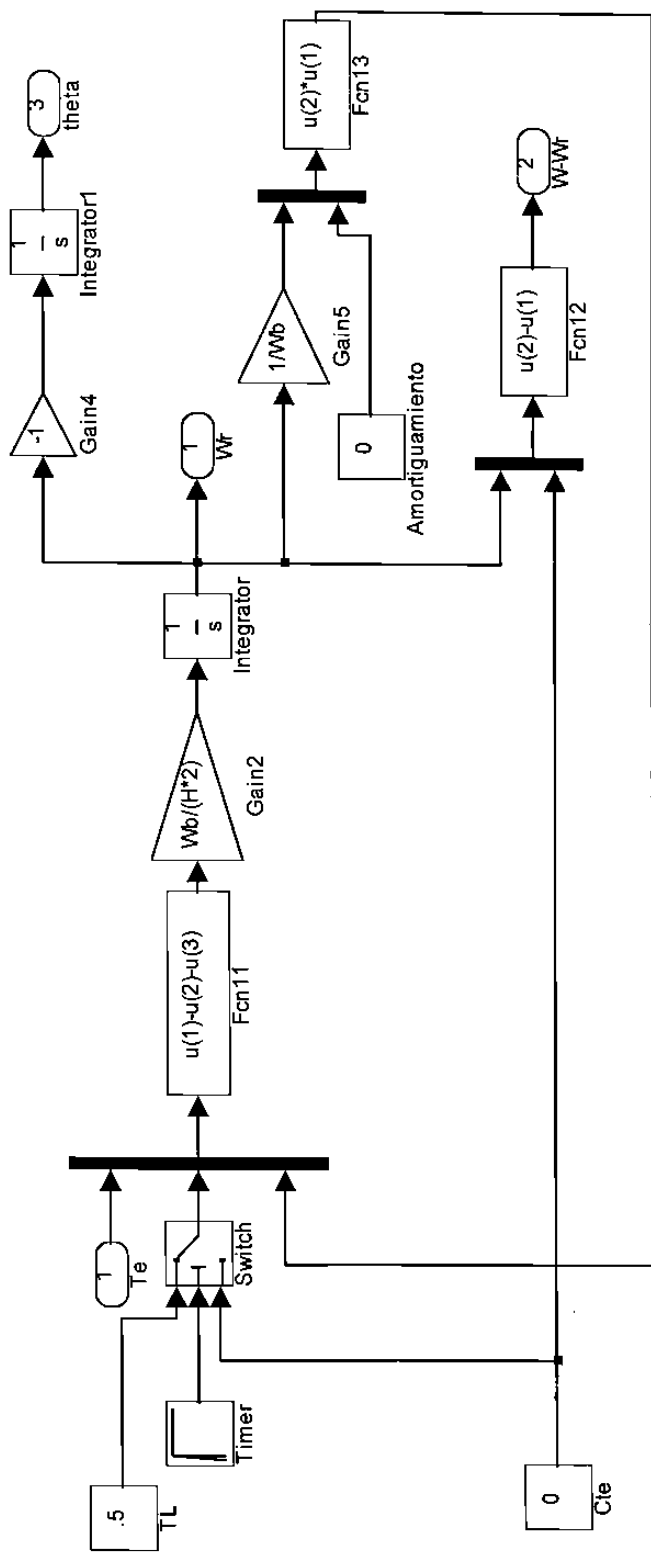


Fig. C.7. Diagrama de bloques "Velocidad"

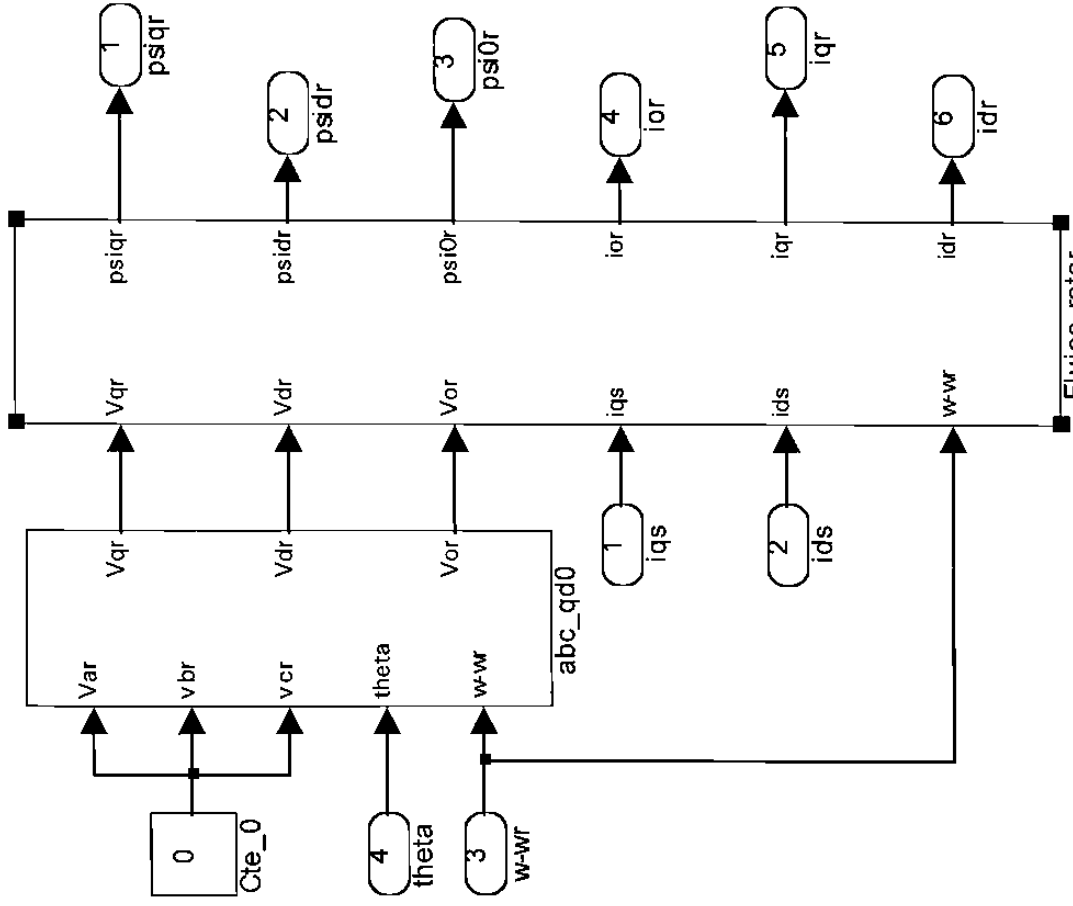


Fig. C.8. Diagrama de bloques "Flujos_rotor i_q, T_Park_rotor"

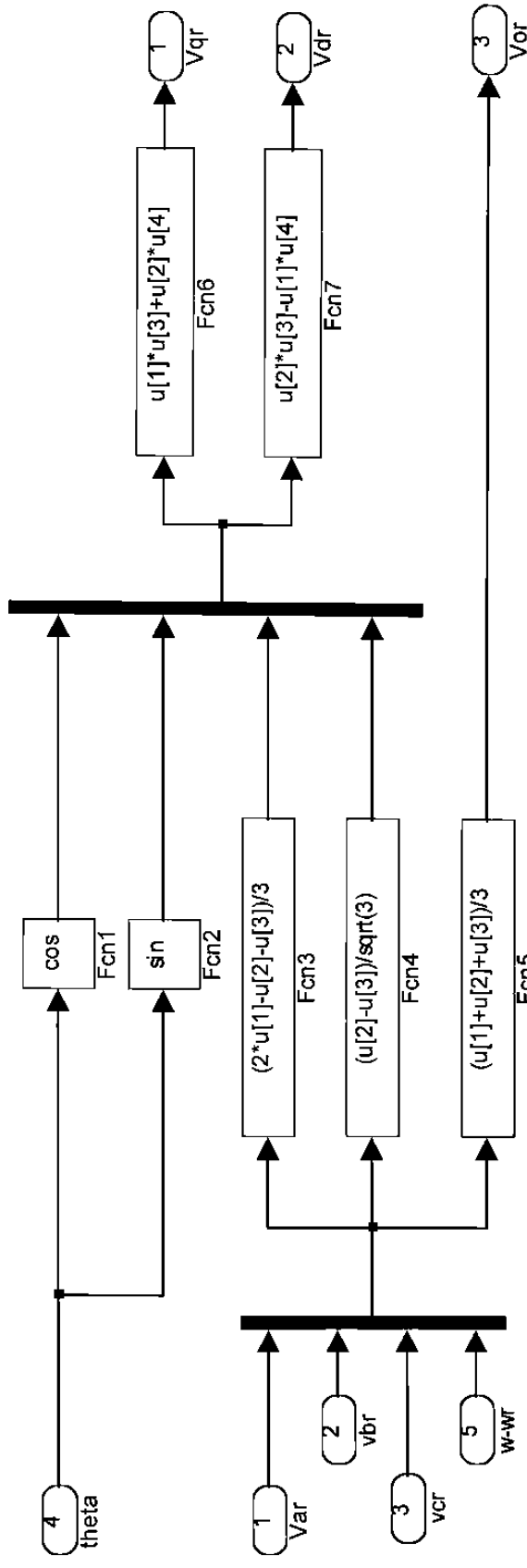


Fig. C.9. Diagrama de Boques "abc_qd0"

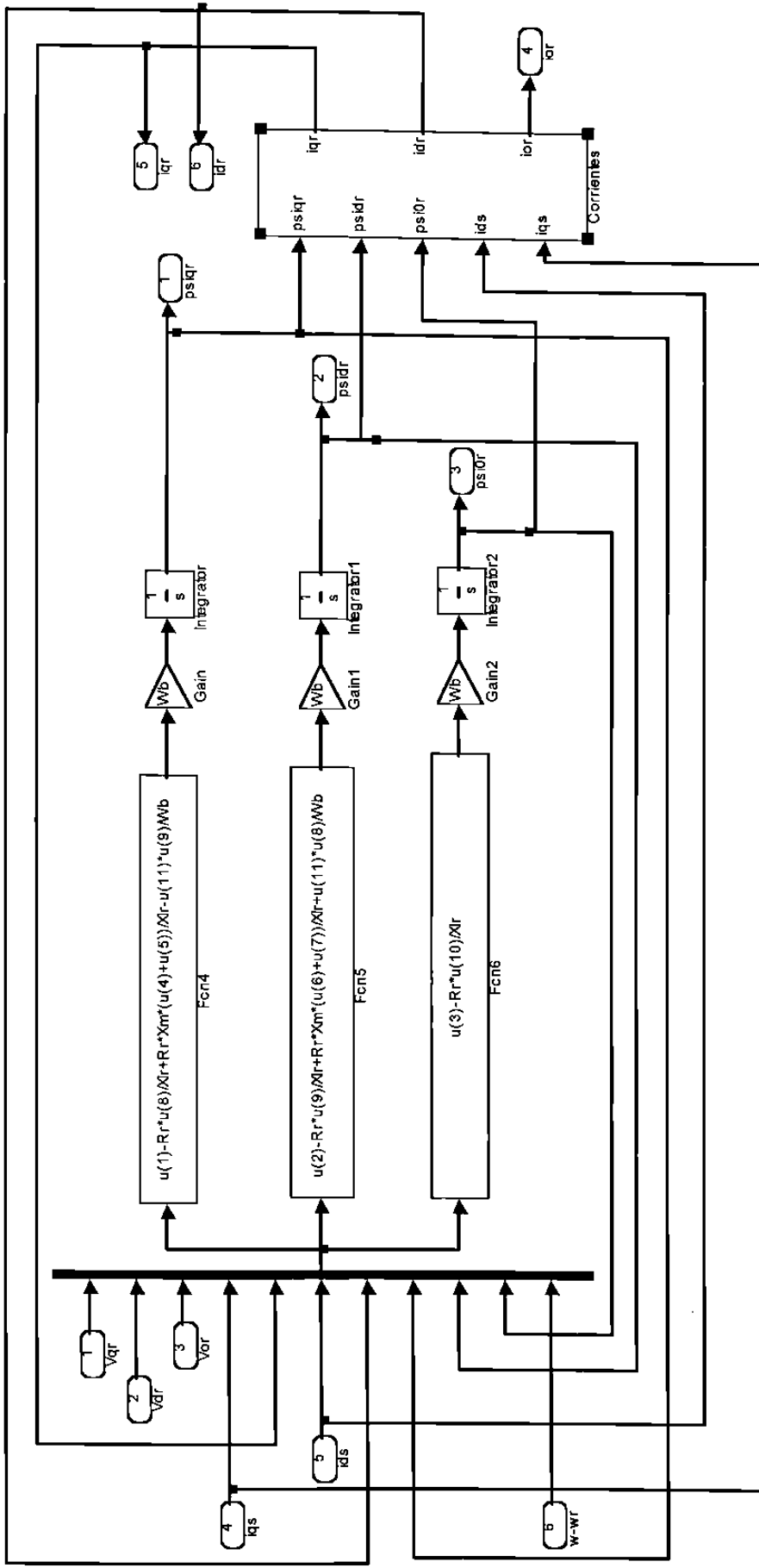


Fig. C.10. Diagrama de bloques "Flujos_rotor"

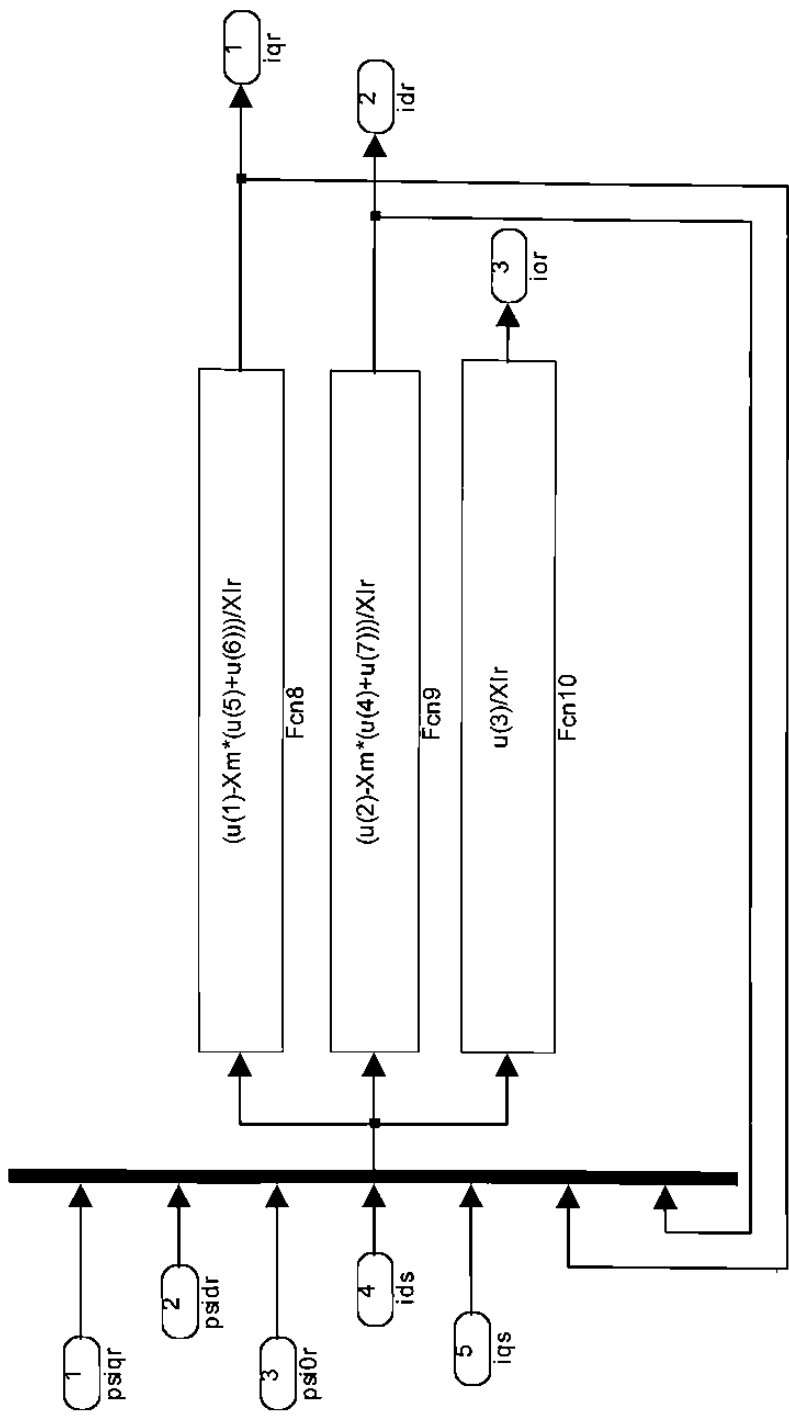


Fig. C.11. Diagrama de bloques "Corrientes"

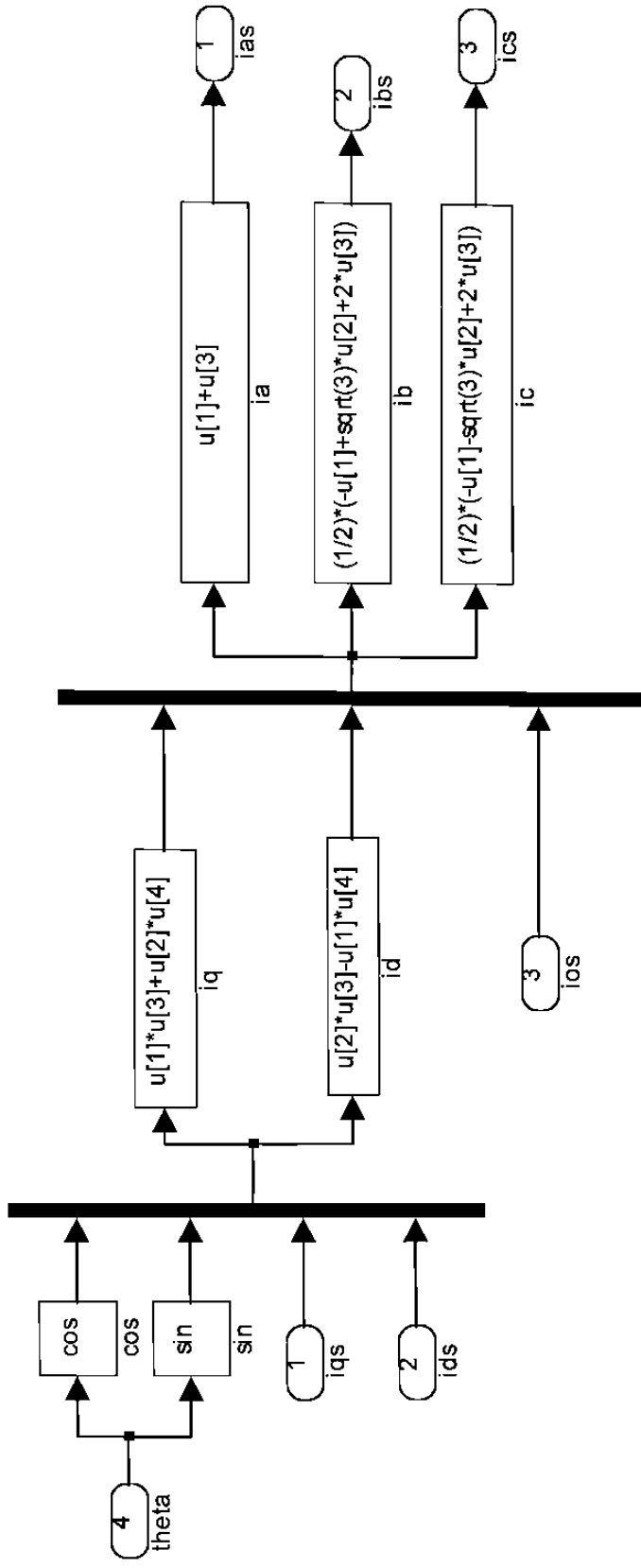


Fig. C.12. Diagrama de bloques "Corrientes_es_abc"

APÉNDICE D

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DIGITAL DE UNA MÁQUINA DE INDUCCIÓN Y COMPROBACIÓN DEL MODELO

Los parámetros utilizados en las siguientes simulaciones fueron obtenidos del análisis propuesto por Krasuse [19], así como también se utilizaron datos obtenidos de [33] para las máquinas de inducción tipo jaula de ardilla, los cuales son mostrados en la Tabla D.1.

La simulación se realizó utilizando MATLAB[®]/ Simulink tomando como base las ecuaciones diferenciales no-lineales derivadas en el Apéndice B. Los datos utilizados fueron extraídos de [19, 33]. Sin embargo, también es posible utilizar los datos de otras fuentes como [4, 34].

Tabla D.1. Datos obtenidos del análisis presentado en [19, 33]

HP	1	3	20	50	500	2250
Volts	200	220	220	460	2300	2300
rpm	1710	1710	1748	1705	1773	1786
Tb (N-m)	3.98	11.87	79.12	197.9	1978	8905
H (seg)	2.37	0.707	3.335	0.792	0.527	0.676
Ib (abc) Amp	2.706	5.871	49.68	46.80	93.59	421.17
rs (pu)	0.062	0.020	0.033	0.015	0.018	0.009
Xls (pu)	0.049	0.035	0.066	0.053	0.085	0.072
Xm(pu)	1.151	1.208	1.798	2.305	3.807	4.136
Xlr' (pu)	0.049	0.035	0.066	0.053	0.085	0.072
rr' (pu)	0.037	0.038	0.024	0.040	0.013	0.007
J (Kg-m ²)	0.100	0.089	2.800	1.662	11.06	63.87

Parámetros de motores de inducción tetrapolares

D.1 Descripción de las Pruebas de Simulación

A continuación se muestran los resultados obtenidos de la simulación de la máquina de inducción durante el proceso de aceleración, primero se muestran las características de la máquina sin carga mecánica, es decir en vacío, después se muestran los resultados obtenidos al aplicar una carga máxima justo en el momento que se alcanza el par máximo de la característica de vacío, por último se presenta el comportamiento de la máquina cuando se aplica una carga constante desde el arranque. De esta manera se puede obtener una buena idea de cual es el comportamiento general de estas máquinas bajo diferentes condiciones de operación.

Características de una máquina de 1HP en vacío

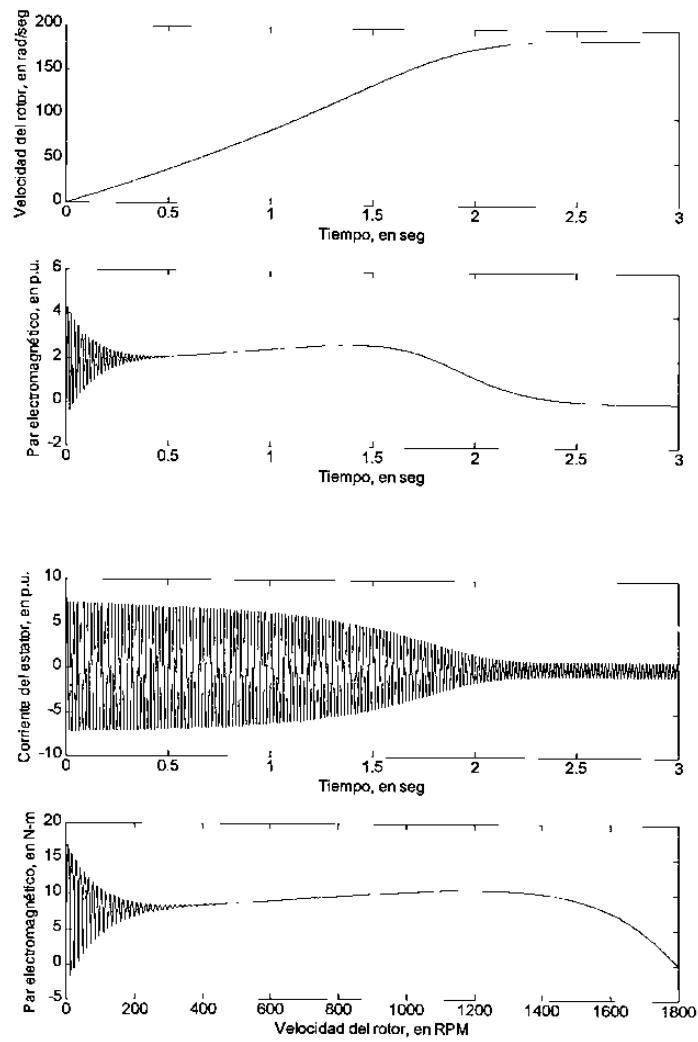


Fig. D.1. Características de una máquina de 1HP en vacío.

Características de una máquina de 1HP con una carga de 2.7 p.u. conectada 85 ciclos después del arranque

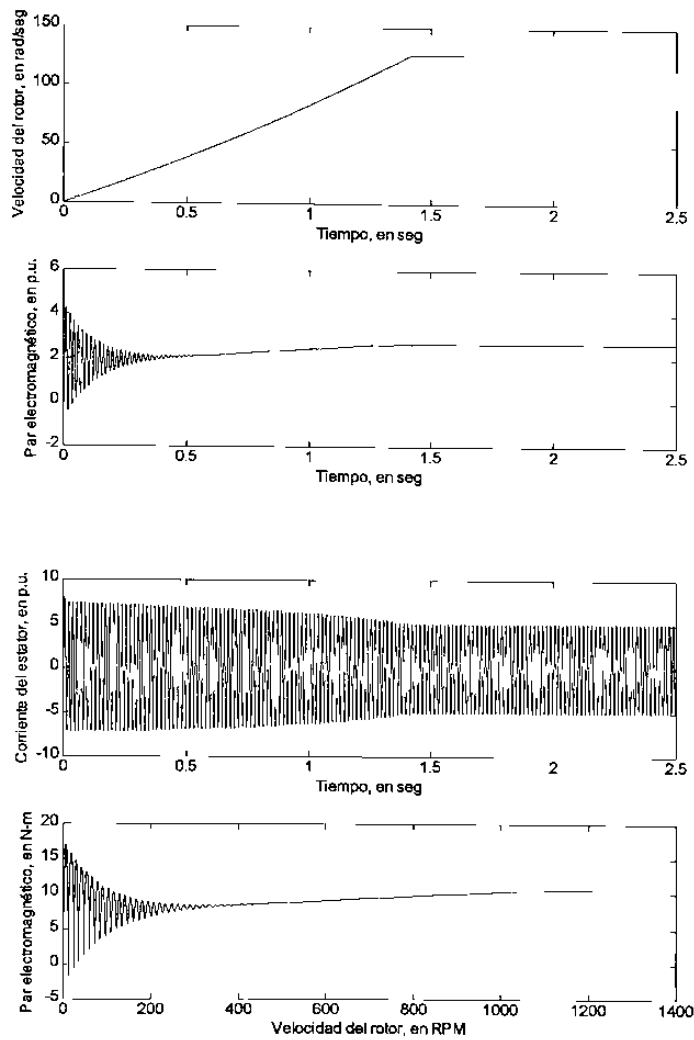


Fig. D.2. Características de una máquina de 1HP con una carga de 2.7p.u.

Características de una máquina de 1HP con una carga de 1 p.u. conectada desde el arranque

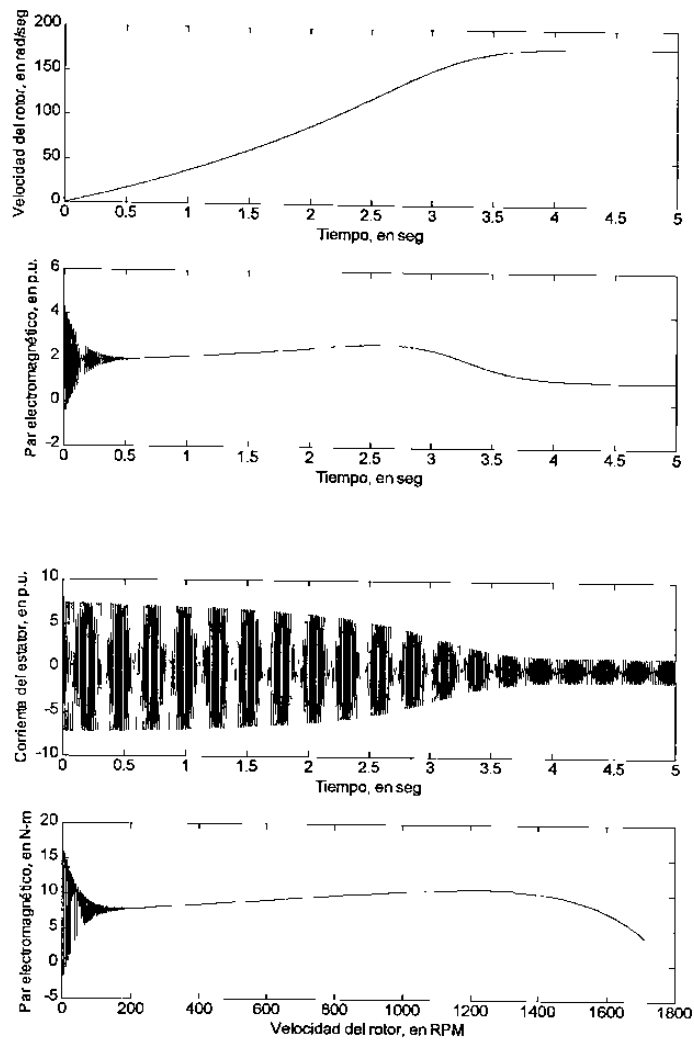


Fig. D.3. Características de una máquina de 1HP con una carga de 1 p.u.

Características de una máquina de 50HP en vacío

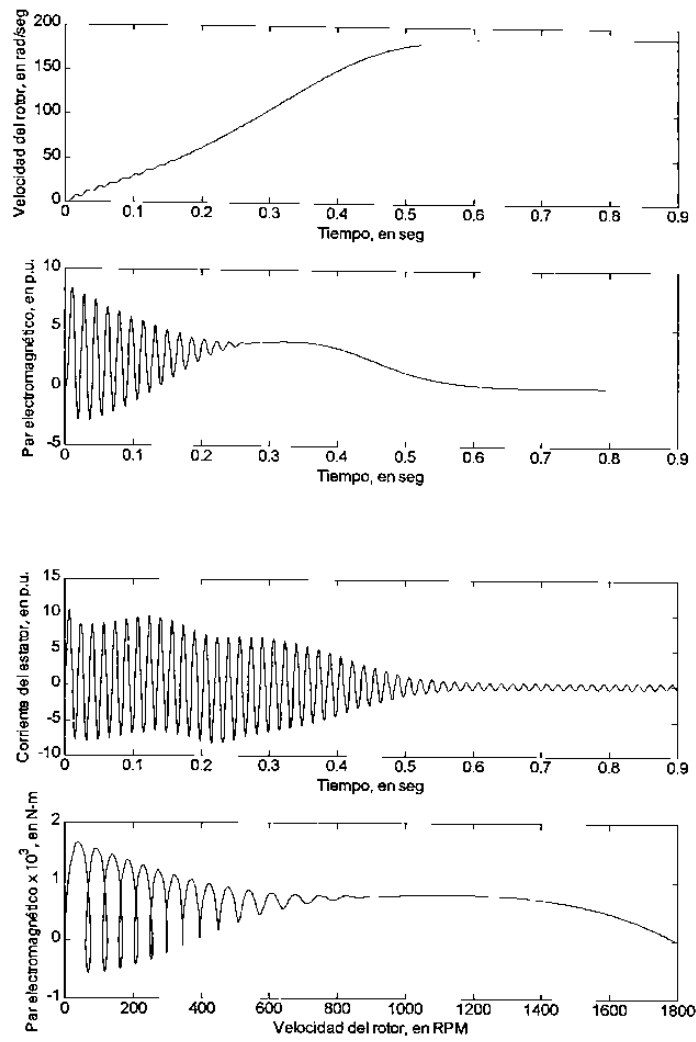


Fig. D.4. Características de una máquina de 50HP en vacío.

Características de una máquina de 50HP con una carga de 3.5 p.u. conectada 20ciclos después del arranque

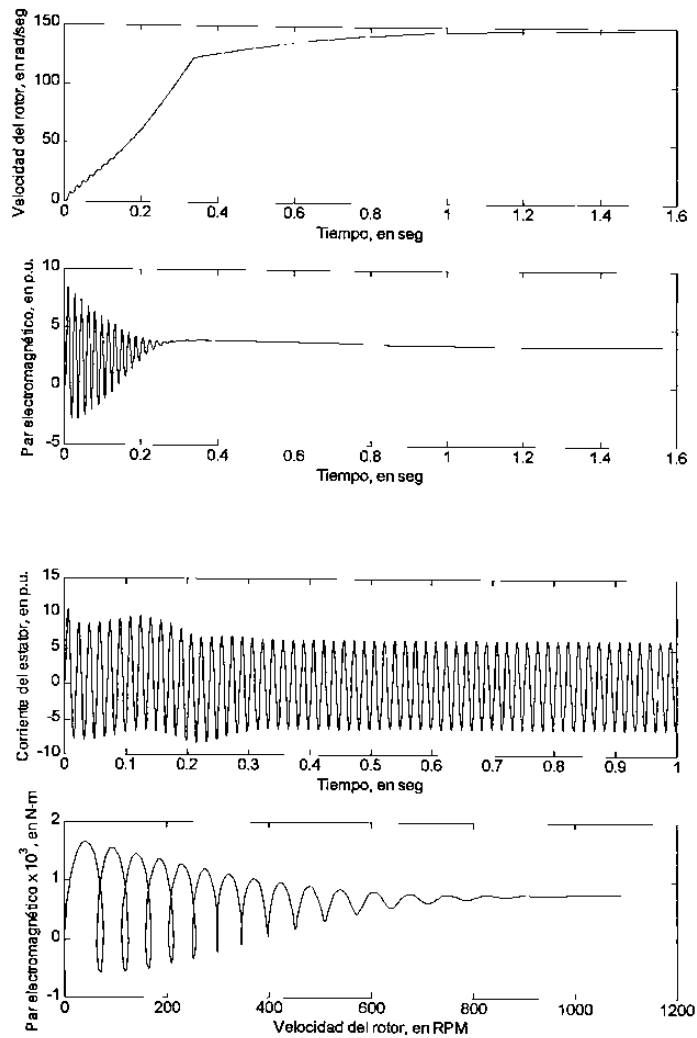


Fig. D.5. Características de una máquina de 50HP
con una carga de 3.5 p.u.

Características de una máquina de 50HP con una carga de 2.5 p.u. conectada desde el arranque

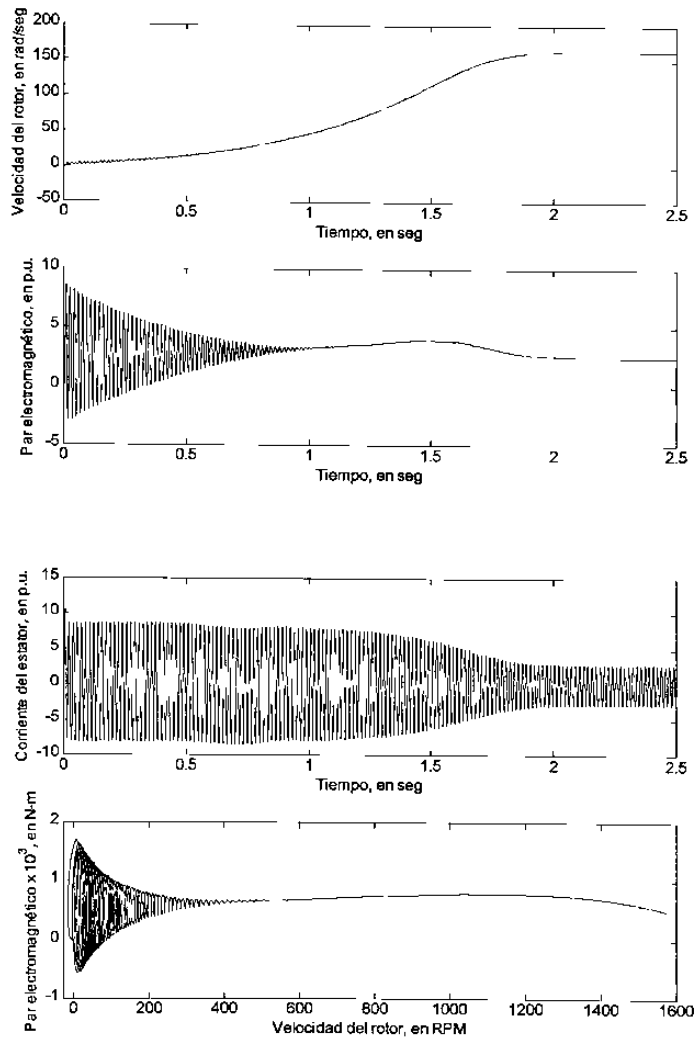


Fig. D.6. Características de una máquina de 50HP con una carga de 2.5 p.u.

Características de una máquina de 500HP en vacío

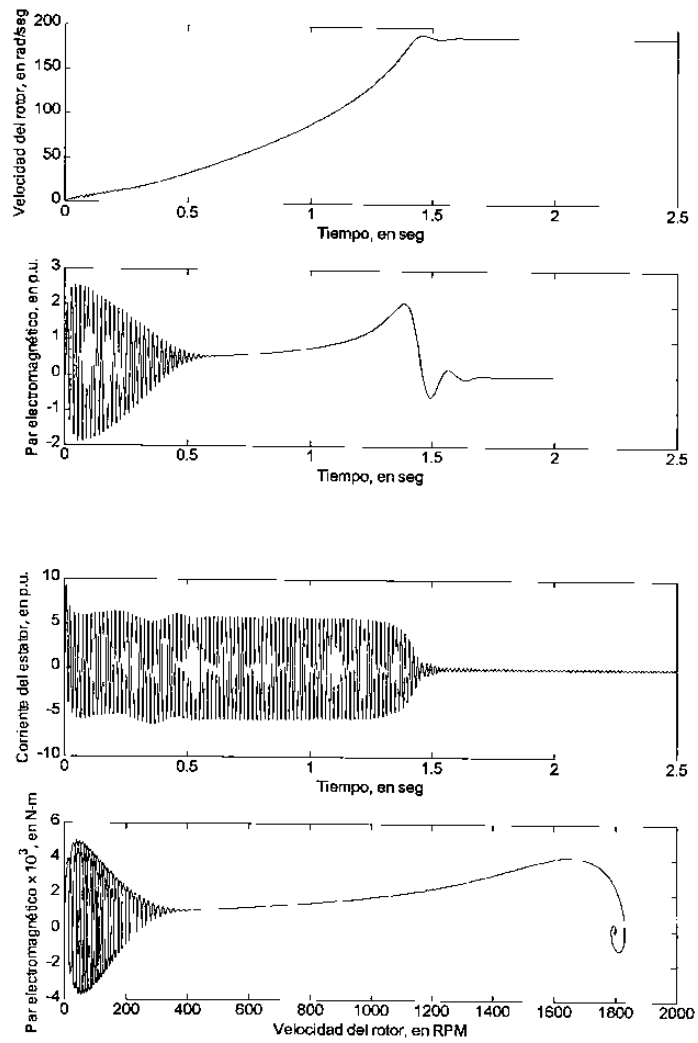


Fig. D.7. Características de una máquina de 500HP en vacío.

Características de una máquina de 500HP con una carga de 1.5 p.u. conectada 83 ciclos después del arranque

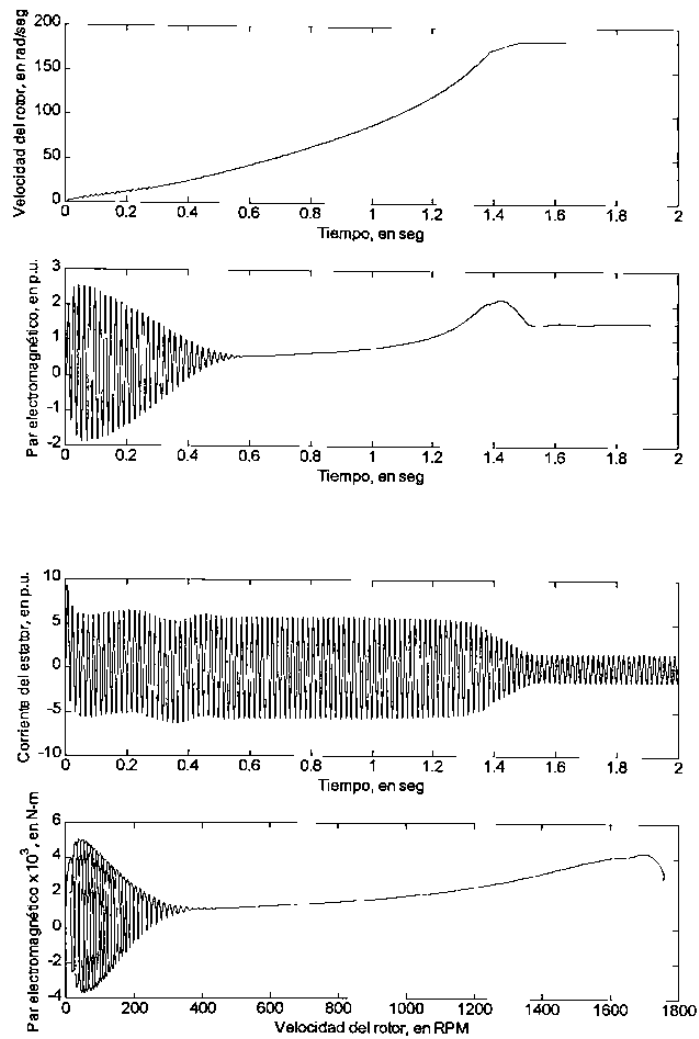


Fig. D.8. Características de una máquina de 500HP con una carga de 1.5 p.u.

Características de una máquina de 500HP con una carga de 0.4 p.u. conectada desde el arranque

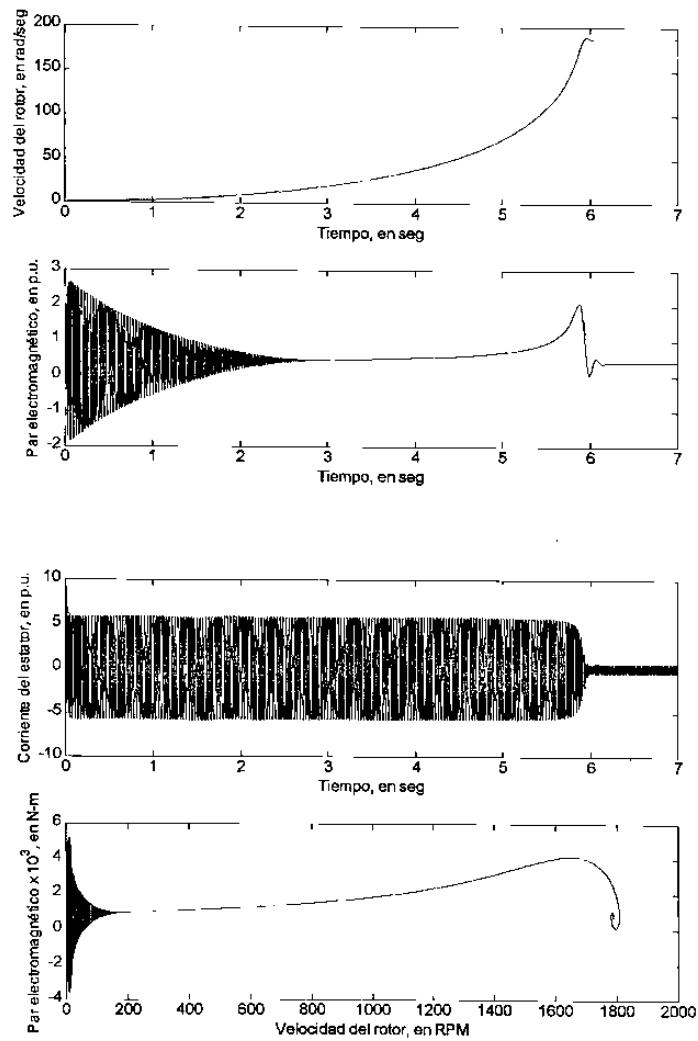


Fig. D.9. Características de una máquina de 500HP con una carga de 0.4 p.u.

Características de una máquina de 2,250HP en vacío

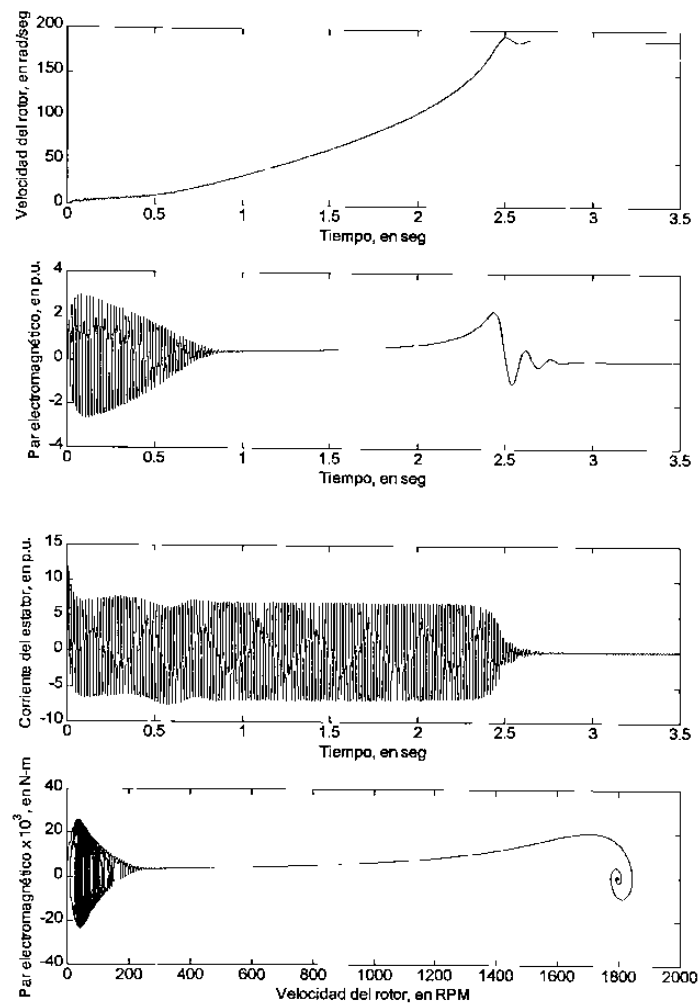


Fig. D.10. Características de una máquina de 2,250HP en vacío.

Características de una máquina de 2,250HP con una carga de 1.5 p.u. conectada 146cilcos después del arranque

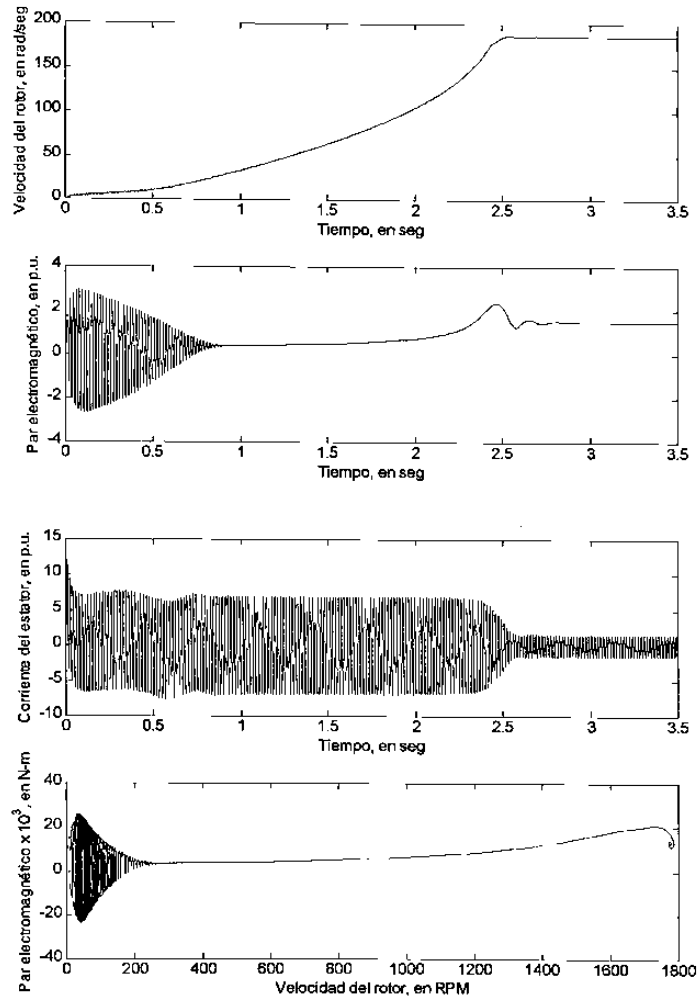


Fig. D.11. Características de una máquina de 2,250HP con una carga de 1.5 p.u.

Características de una máquina de 2,250HP con una carga de 0.3 p.u. conectada desde el arranque

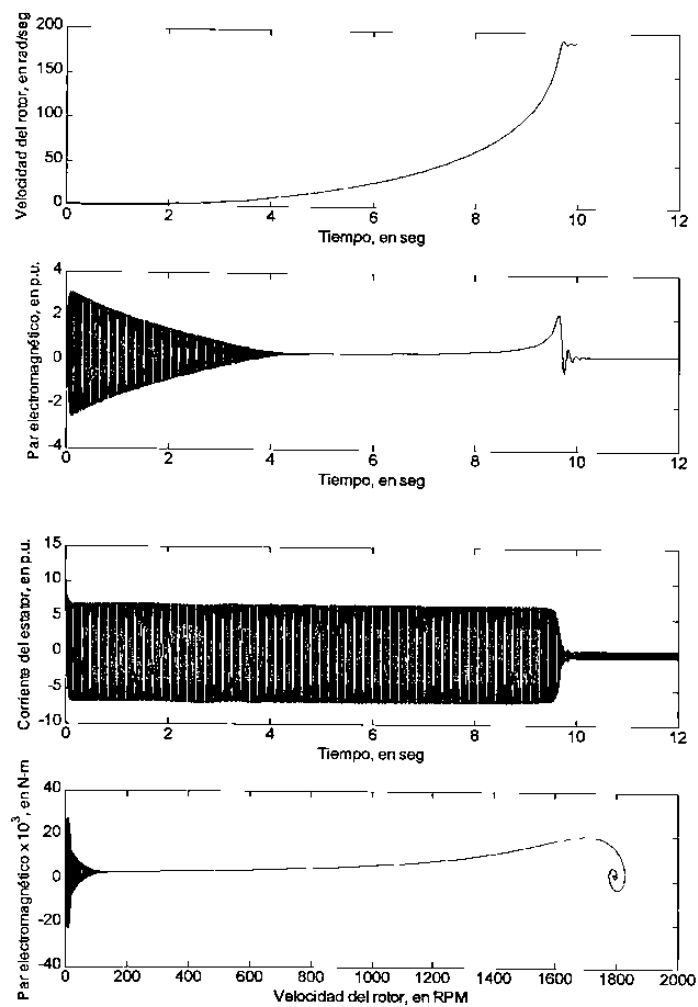


Fig. D.12. Características de una máquina de 2,250HP con una carga de 0.3 p.u.

D.2 Características de la máquina de inducción durante la aceleración

Resulta de gran utilidad analizar las diferentes variables de varias máquinas de inducción durante el proceso de aceleración sin y con carga mecánica en la flecha.

La característica transitoria par-velocidad difiere de la característica par-velocidad de estado estable, debido a que el par electromagnético instantáneo que aparece inmediatamente después de haber aplicado un voltaje de 60Hz ($=1.41V_s \cos wt$) en terminales del estator varia, cuando $T_e > T_{carga}$, con un valor promedio positivo. Esta variación es debida a la alta corriente transitoria en el devanado del estator, los cuales dependen a su vez de los valores de voltaje de la fuente. Cabe aclarar que el comportamiento de la envolvente de las corrientes de la máquina varia durante el período transitorio, debido a la interacción de los transitorios eléctricos entre el rotor y el estator.

Durante el arranque, la velocidad aumenta al principio muy rápidamente, pero cuando el deslizamiento se aproxima a cero, aumenta asintóticamente hasta la velocidad nominal, y la duración de su aceleración depende del par de frenado, debido a la carga mecánica, el par de las masas giratorias y de la característica de par-velocidad de la máquina.

También se debe notar que la velocidad del rotor sobrepasa la velocidad síncrona, y el par instantáneo y la velocidad demuestran un decaimiento oscilatorio cerca del punto final de operación. Esto es particularmente evidente en aquellas máquinas con mayor caballaje, donde las oscilaciones son débilmente amortiguadas debido a que la relación entre la reactancia de dispersión con respecto a la resistencia del rotor es mucho mayor.

Cuando se reduce intencionalmente el voltaje aplicado en terminales del devanado de estator, entonces la corriente alimentada también disminuye, así como el par, y por lo tanto cuando la máquina se encuentra con cierta carga mecánica ésta se desacelera. Cuando el voltaje se reestablece nuevamente ocurre un transitorio en la corriente del estator, por la máquina puede llegar a restablecer el punto de operación original, y es

claro que esta acción será más amortiguada en el caso de aquellas máquinas con pocos caballos de potencia, como se muestra a continuación.

D.3 Comprobación del Modelo

El modelo anterior fue comparado con el que se presenta en el toolbox de MATLAB[®]/ Simulink, para esto se utilizó una máquina de 3HP con las mismas características, siendo los resultados de la simulación, tanto cualitativamente como cuantitativamente, muy similares a los obtenidos por el modelo anterior, tal como se muestra continuación.

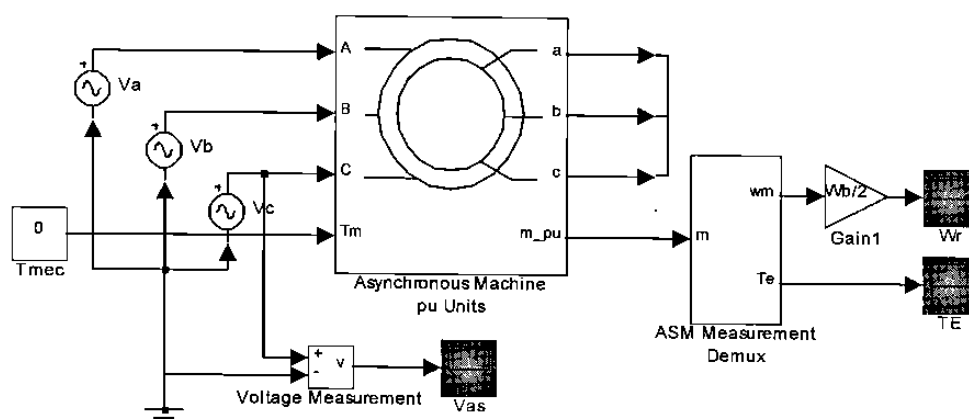


Fig. D.13. Modelo presentado en el toolbox de MATLAB[®]/ Simulink [33].

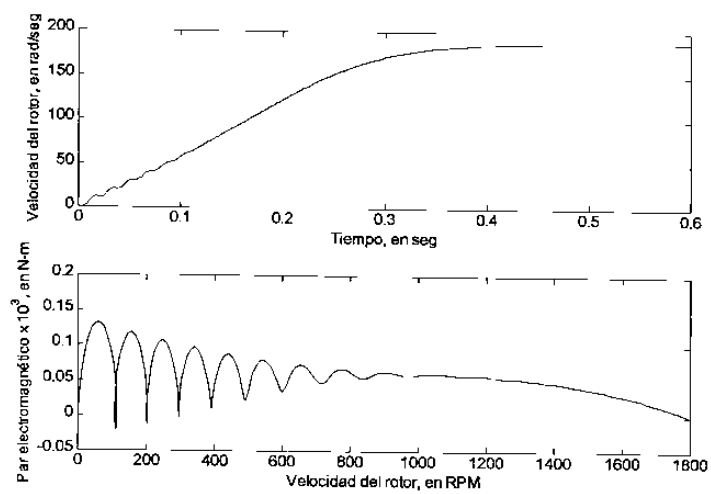


Fig. D.14. Características de una máquina de 3HP en vacío obtenidas utilizando el modelo presentado en el toolbox de MATLAB[®]/ Simulink.

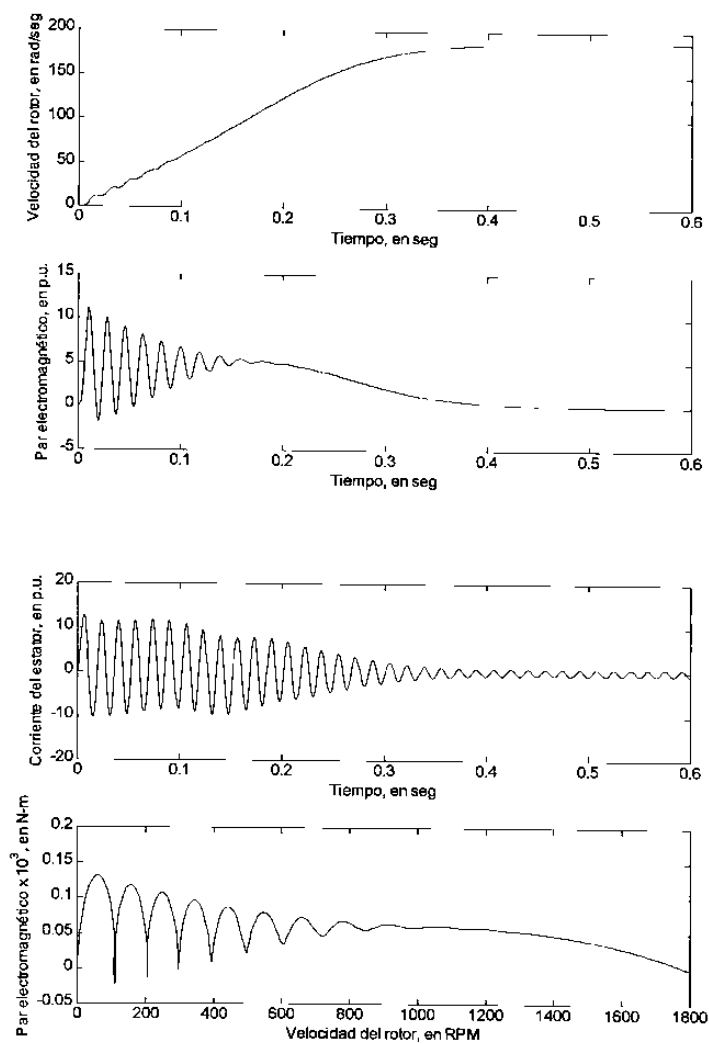


Fig. D.15. Características de una máquina de 3HP en vacío obtenidas utilizando el modelo presentado en el Apéndice B.

